KEPLER UND SEINE BEDEUTUNG FÜR DIE RAUMFAHRT

von

HARRY O. RUPPE+)

ZUSAMMENFASSUNG

Nach einer kurzen Darstellung von Kepler's Leben werden seine drei himmelsmechanischen Gesetzmäßigkeiten besprochen. Im Anschluß daran wird auf deren raumfahrttechnische Bedeutung sowie auf Grenzen ihrer Anwendbarkeit eingegangen.

ABSTRACT

After a brief description of Kepler's life we discuss his famous three laws of celestial mechanics. Then we show both their importance and their limitations for astronautical applications.

EINLEITUNG

Johannes Kepler ist hier in Regensburg im Jahre 1630 gestorben, vor 350 Jahren. Aus diesem Anlaß ist es mir eine besondere Ehre, über diesen Mann und seine Bedeutung für meine Wissenschaft - die Raumfahrt - einen Beitrag in dieser Zeitschrift zu bringen. Wir wollen uns zuerst seinem Leben zuwenden.

1. Keplers Leben

Später geboren und früher gestorben als Galilei, stand Kepler zu ihm etwa wie Schiller zu Goethe: er bewunderte ihn. Beide haben sich allerdings nie getroffen. Korrespondiert haben sie - etwas einseitig: Galilei antwortete nur selten.

Kepler war Protestant. Sein Leben war durch den 30-jährigen Krieg (der in seinem 49. Lebensjahr begann) voller Mißgeschick.

Am 27.12.1571 wurde er in Weil der Stadt (Württemberg) geboren, eine Ansiedlung von 200 Einwohner! Nach ordentlicher Schulbildung studierte er an der Universität Tübingen ab seinem 18. Le-

+) Prof. Dr.-Ing. Harry O. Ruppe, Lehrstuhl für Raumfahrttechnik, Technische Universität München

bensjahr. Dort fand er in Mästlin einen guten Mathematiklehrer, der das Kopernikanische System vorsichtig lehrte; nicht ungefährlich - auch Luther und Melanchthon waren dagegen. Nach zwei Jahren (1591) erwarb er mit Auszeichnung die Magisterwürde. Er wäre gern Theologe geworden, wurde jedoch als evangelischer Kopernikaner abgelehnt. So arbeitete er als Mathematiklehrer an einer evangelischen Schule in Graz. Dort verdiente er sich - wie sein ganzes Leben hindurch - durch Sterndeuterei Geld: er nennt die Astrologie "die närrische und liederliche Tochter der Astronomie, ohne die die alte, verständige Mutter Hunger leiden müsse". Doch lehnte er sie auch nicht völlig ab. Seine Ansicht war die von einer tiefen Einheit der Welt. Bereits in Graz sucht er Regelmäßigkeiten im Planetensystem zu finden. Als Erzherzog Ferdinand (ein von Jesuiten erzogener Habsburger) regiert, werden alle protestantischen Lehrer des Landes verwiesen. Doch Kepler hat Glück: der berühmte Astronom Tycho Brahe (Prag) lädt Kepler mit Genehmigung Kaiser Rudolf II. ein. Er wird sein Gehilfe und nach seinem frühen Tod 1601 Nachfolger als "Kaiserlicher Mathematikus". Wegen der Wirren der Zeit wird jedoch sein Gehalt unregelmäßig oder verkürzt ausgezahlt oder auch in praktisch uneinlösbaren Schuldscheinen.

Basierend auf der Auswertung von Tychos feinen astronomischen Messungen (wohl die genauesten, die ohne Fernrohr ausgeführt wurden; besser als 1 Bogenmin., doch zumeist mit Fehlern um 2 Bogenminuten; heute gilt 1 Sekunde als Grobmessung und unter günstigen Umständen sind mit den Methoden der Radioastronomie 1/10 000stel sec meßbar) findet Kepler zuerst das 2., dann das 1. Gesetz (Marsbahn, 6 Jahre unermüdliche Arbeit; die Annahme einer Kreisbahn nähert Marsbeobachtungen auf 8 Bogenminuten an), veröffentlicht 1609.

Zur gleichen Zeit - angeregt durch Galileis Veröffentlichung - führt er optische Untersuchungen aus, die zum Kepler'schen Fernrohr (im Gegensatz zu Galileis Rohr) führen.

Kepler zieht 1612 nach Linz als Mathematikprofessor an einer Schule. Von Kaiser Matthias wird er als Hofmathematikus bestätigt. In diese Zeit fällt der Hexenprozeß seiner Mutter. Er befürwortet die Einführung des Gregorianischen Kalenders. Er schreibt sein umfassendstes Werk "Harmonices Mundi". Im 5. Band wird das 3. Kepler'sche Gesetz 1619 veröffentlicht. Er nennt es das Ergebnis 17-jähriger Arbeit.

"Möge es seinen Leser in 100 Jahren erwarten - hat doch Gott selbst seinen Entzifferer durch 6 Jahrtausende erwartet" so sagt er in der Vorrede. Um 1620 veröffentlicht er den kurzen Auszug der Kopernikanischen Astronomie. Darin sind bemerkenswerte Gedankengänge enthalten, die wir heute unter der Überschrift "Bewegungen in rotierenden Koordinatensystemen" zusammenfassen.

Auch in Linz wird sein Leben schwierig; wieder erhält er kein Gehalt. Langdauernde Reisen nach Ulm und Regensburg werden durchgeführt. Der neue Kaiser Ferdinand II. wies die fälligen

12 000 Gulden (in dieser Zeit kostete ein Wohnhaus in Regensburg etwa 1 300 Gulden) bei Wallenstein an. Der war ihm freundlich gesonnen wegen einer günstig-bedeutungsvollen Sterndeutung (Kepler war allerdings sehr skeptisch über die Zuverlässigkeit des Horoskopes). Kepler zog unter Wallensteins Schutz nach Sagan (1628). Wieder erhält er kein Geld, und Wallensteins erste Absetzung ereignet sich (Wallenstein wird 1634 in Eger ermordet). Kepler macht sich am 8. Oktober 1630 auf zur Reise nach Regensburg. Hauptziel der Reise war aber Linz, wo er noch Zins zu erhalten hatte. Da nun zufällig in Regensburg der Reichstag tagte, wollte er wohl auch dort das fällige Gehalt abholen. Vielleicht suchte er auch eine neue Anstellung in Regensburg.

Es war eine traurige Reise, da er eine astrologische Vorhersage seines Todes erarbeitet hatte.

Am 2. November 1630 - 8 Wochen vor seinem 59. Geburtstag - ritt er "müde und erschöpft" über die Steinerne Brücke in Regensburg ein. Er wohnte bei dem ihm befreundeten Handelsmann Hillebrand Billi.

Kepler starb am 15. November. Am 17. oder 18. wurde er auf dem protestantischen Friedhof St. Peter beerdigt. Seine selbstverfaßte Grabinschrift (in Latein) lautet:

"Himmel durchmaß mein Geist; nun meß ich die Tiefen der Erde;
ward mir vom Himmel der Geist, ruht hier der irdische Leib."

Sein Grab wurde neben den Festungsmauern im Verlauf des 30-jährigen Krieges so verschüttet, daß es nicht mehr auffindbar war.

Kant nannte ihn "den schärfsten Denker, der jemals geboren wurde"!

Zusammenfassend kann man Kepler kurz so charakterisieren:

- er setzte Himmelsphysik anstelle der Himmelstheologie
- er betrachtete den Kosmos als Einheit; dadurch ist er modern und mittelalterlich zugleich - ein wahrer Wanderer zwischen den Welten!

2. Keplers Bedeutung für die Raumfahrt

Nur am Rande sei auf seine Überlegungen zur Optik hingewiesen, die natürlich auch heute noch sowohl für die Beobachtungssysteme wie auch die Nachrichtensysteme in der Raumfahrt von Bedeutung sind.

Viel wichtiger sind die drei nach ihm benannten Gesetze der Himmelsmechanik, die er aus Beobachtungen ableitete. Mit den Mitteln unserer Mathematik ist es heute möglich, diese 3 Gesetze aus dem grundlegenderen Newton'schen Gravitationsgesetz+)

+) 70 Jahre nach Kepler

herzuleiten; umgekehrt kann auch dieses aus den 3 Kepler'schen Gesetzen abgeleitet werden. Dabei ist bemerkenswert, daß alle 3 Kepler'schen Gesetze zu dieser Herleitung notwendig sind. Weiterhin finde ich es äußerst beachtlich, daß trotz unserer viel tieferen Einsicht in die Zusammenhänge es bisher nicht gelungen ist, eine weitere den 3 Kepler'schen Gesetzen ähnliche einfache Relation zwischen himmelsmechanischen Größen zu finden. Das beweist die außerordentlich große Gründlichkeit, mit der Kepler vorgegangen ist.

Lassen Sie mich nun die 3 Kepler'schen Gesetze kurz zitieren:

1. Kepler'sches Gesetz

Die Planetenbahnen sind ebene Ellipsen; in einem Brennpunkt steht die Sonne (heute würden wir verallgemeinernd das Wort "Kegelschnitte" anstelle der "Ellipsen" einsetzen und "Zentralkörper" statt "Sonne" sagen).

2. Kepler'sches Gesetz

Der Radiusvektor überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen (s. Abb.).

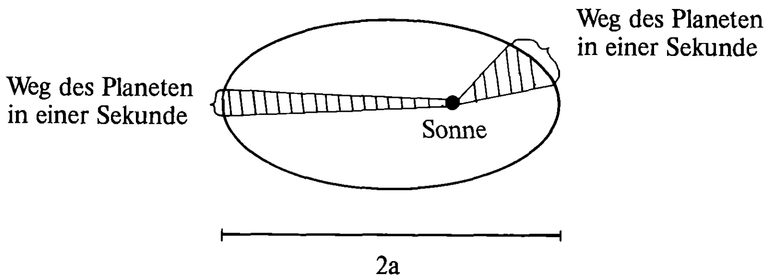

Abb. zum 2. Kepler'schen Gesetz

Die Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen der Bahn verhalten sich so, daß die beiden schraffiert gezeichneten dreieck-ähnlichen Flächen einander gleich sind.

3. Kepler'sches Gesetz

Betrachten wir zwei Planeten in ihrer Bewegung um die Sonne, dann verhalten sich die Quadrate der Umlaufzeiten wie die Kuben der großen Achsen (heute kann dieses Gesetz dadurch verbessert werden, daß die Massen der Planeten und des Zentralkörpers mit in die Gleichung hineingenommen werden; der sich so ergebende Faktor liegt aber sehr nahe bei 1 und konnte deshalb von Kepler nicht gefunden werden).

In einer Formel ausgedrückt lautet das 3. Kepler'sche Gesetz:

$$(T_1 / T_2)^2 = (a_1/a_2)^3$$

T_1, T_2 Umlaufzeiten T zweier Planeten

a_1, a_2 Die zu den beiden Planeten gehörenden großen Bahnachsen a (vgl. Abb. 1)

Modernere Fassungen, gültig für einen Planeten mit der Masse m, der um die Zentralmasse M läuft:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\gamma(M+m)} a^3$$

(Dabei ist γ die Gravitationskonstante aus dem Newton'schen Gesetz und π = 3,14159......)

Damit diese Gesetze exakt gültig sind, müssen freilich einige Voraussetzungen erfüllt sein:

1. Nur das Zweikörperproblem (z.B. Sonne und ein Planet) darf vorliegen
2. Das Kraftgesetz muß exakt dem Newton'schen genügen
3. Außer dieser Newton'schen Schwerkraft darf keine andere Kraft wirksam sein
4. Die klassische Mechanik gilt exakt

In der Astronomie werden diese Gesetze vielfach angewendet, um die Bahnen von Himmelskörpern - seien es Planeten, Kometen,Planetoiden usw. - zu berechnen; falls Bahnen genau beobachtet sind, ist es auch möglich, mit Hilfe der modernen Formulierung des 3. Kepler'schen Gesetzes auf die umlaufenden Massen Rückschlüsse zu ziehen (mit dieser Methode konnten z.B. die Massen von Doppelsternen bestimmt werden).

Weil die freifliegenden Raumfahrtobjekte sich im wesentlichen wie Himmelskörper verhalten, nimmt es nicht Wunder, daß die Methoden der Himmelsmechanik - und damit die Kepler'schen Gesetze - von Anfang an bei solchen Flugbahnberechnungen verwendet wurden. Man kann auch umgekehrt diese Gesetze verwenden, um Bahnen auszuwählen, die jeweils bestimmte wünschenswerte Eigenschaften haben.

Ich möchte 6 Beispiele dafür anführen:

1. Die über dem Äquator der Erde liegende sogenannte geosynchrone Bahn ist dadurch gekennzeichnet, daß 1 Bahnumlauf

24 Stunden dauert. In diesen 24 Stunden hat sich jedoch auch die Erde einmal um ihre Achse gedreht - folglich bleibt der Satellit immer über dem gleichen Punkt der Erdoberfläche (der natürlich auf dem Äquator liegen muß) stehen. Wegen dieser Eigenschaft spricht man auch von der "geostationären" Bahn. Diese Bahn liegt etwas über 42 000 km vom Erdmittelpunkt entfernt. Sie ist für viele moderne Raumfahrtsysteme - Nachrichtenübermittlung, Navigation, Wetterbeobachtung betreffend - von nicht zu überschätzender Bedeutung. Sie kann in einfachster Weise mit Hilfe des 3. Kepler'schen Gesetzes und einiger Zahlenwerte für die Mondbahn berechnet werden. Sie ist ohne Zweifel die wichtigste der unendlich vielen Möglichkeiten, die es für die Bahnen von Erdsatelliten gibt. Deshalb soll dieser Sachverhalt hier auch zahlenmäßig dargestellt werden:

Massenverhältnis Erde zu Mond:	1/81,4
Umlaufzeit des Mondes um die Erde:	27,3 Tage
Große Bahnhalbachse dieser Bahn:	384 403 km

Das 3. Kepler'sche Gesetz (Index 1 = Satellit, Index 2 = Mond) liefert für die Umlaufzeit T_1 eines Erdsatelliten mit der Bahnhalbachse a_1:

$$\left(\frac{T_1}{27{,}3}\right)^2 = \frac{1 + 1/81{,}4}{1 + 0} \left(\frac{a_1}{384\;403}\right)^3$$

(Dabei wurde angenommen, daß das Verhältnis der Massen von Erde und Satellit Null beträgt.)

Nun verlangen wir, daß T_1 gleich der Dauer einer Erdumdrehung = 1 Tag minus 4 min = $(1 - \frac{4}{24 \cdot 60})$ Tagen sein soll.

Das eingesetzt ergibt:

a_1 = 42 148 km. Der wahre Wert dieser Zahl ist

a_1 = 42 165 km - unser so einfach erhaltenes Resultat

ist etwa 0,04 zu klein: Das ist eine beeindruckende Genauigkeit.

2. Sowjetische Nachrichtensatelliten können die geostationäre Bahn wegen der Ausdehnung der Sowjetunion bis nahe an den Nordpol heran nicht ohne Einschränkungen verwenden. Deshalb mußten sich die sowjetischen Ingenieure eine andere Bahn für ihre Nachrichtensatelliten ausdenken. Diese soll natürlich ebenfalls die Eigenschaften haben, daß der Sa-

tellit seine Zeit meistens über der Sowjetunion zubringt und nur wenig über den nicht zur Sowjetunion gehörenden Erdgebieten verweilt. Auch hier wurde mit Hilfe des 2. Kepler'schen Gesetzes eine Lösung derart gefunden, daß der Satellit in eine elliptische Bahn geschossen wird, so, daß der erdfernste Punkt über der Sowjetunion liegt, der erdnächste über der Erdseite, die der Sowjetunion antipodal ist.

3. Hohmann hat 1925 in seinem Buch "Die Erreichbarkeit der Himmelskörper" berechnet, wie man am günstigsten (d.h. so, daß eine gegebene Rakete möglichst viel Nutzlast auf die Reise schicken kann) zwischen Planeten fliegt. Diese Hohmann'schen Betrachtungen sind noch heute Ausgangspunkt fast aller interplanetaren Missionsplanungen. Wenn wir die Planetenbahnen als koplanare Kreise annähern, dann fand Hohmann, daß die günstigsten Übergangsbahnen Ellipsen darstellen, die an ihrem sonnennächsten Punkt tangential an der einen Planetenbahn und am sonnenfernsten Punkt tangential an der anderen Planetenbahn sind. Solche Bahnen heissen heute noch nach ihm "Hohmannbahnen". Ihre Berechnung ist nicht schwierig mit Hilfe der Kepler'schen Gesetze.

4. Das unbemannte deutsch/amerikanische Raumfahrzeug HELIOS (zwei davon wurden 1974/75 gestartet; sie wiegen jeweils 264 kg) dient der Sonnenforschung. Es war notwendig, eine günstige Bahn zu finden, die vom Planeten Erde aus leicht erreichbar ist und dennoch in möglichst große Sonnennähe führt. Möglichst große Sonnennähe - doch auch nicht zu nah, weil sonst die Wärme das Raumfahrzeug zerstören würde. Die Ingenieure fanden schließlich, daß die verwendete Technik eine Annäherung an die Sonne bis auf 1/4 des Abstandes erlaubt, den die Erde von der Sonne hat und den die Astronomen eine "astronomische Einheit" nennen. Die erste Festlegung von Einzelheiten dieser Bahn geschah wieder mit Hilfe der Kepler'schen Gesetze.

5. Die Crocco-Bahn:

   Fliegen wir von der Erde ab auf einer koplanaren elliptischen Bahn mit einjähriger Umlaufzeit, so, daß die Bahnellipse die Erdbahn schneidet, dann bleibt nach dem 3. Kepler'schen Gesetz die große Halbachse der Flugellipse gerade gleich 1 astronomische Einheit, das heißt: der sonnennächste Punkt der Flugbahn liegt innerhalb der Erdbahn, der sonnenfernste außerhalb. Deshalb ist es möglich, diese Ellipse so zu legen, daß der Planet Venus im Vorbeiflug besucht wird oder der Planet Mars oder auch beide Planeten. Wieder geschieht die genauere Berechnung mit Hilfe der Kepler'schen Gesetze. Leider ergibt sich diese Bahn als energetisch sehr aufwendig (nach ihrem Entdecker Crocco-Bahn genannt); beim Stand der heutigen Antriebstechnik kommt ihr deshalb keine Bedeutung zu.

6. Tangentiale interplanetare Vorbeiflüge

   Nach dem Bekanntwerden der Crocco-Bahn entstanden eine Vielzahl von Studien, die das Ziel hatten, bemannte Vorbeiflüge an den erdnahen Planeten Mars oder Venus so auszulegen, daß das Raumschiff in möglichst kurzer Zeit zur Erde zurückkehrt. Mit Hilfe der Kepler'schen Gesetze konnten Lösungen für diese Aufgabe gefunden werden, die eine gesamte Flugdauer von zwei Jahren haben. Wenn man unterwegs jedoch Antrieb einsetzt (im Gegensatz zur hier besprochenen Lösung, die eine reine Freiflugbahn darstellt), dann kann die gesamte Flugdauer sogar auf 1 1-/2 Jahre abgekürzt werden - das wußte freilich schon Hohmann -.

Wie ich erwähnte, müssen einige Voraussetzungen erfüllt sein, damit die Kepler'schen Gesetze exakt gelten. Wo immer diese Voraussetzungen nicht erfüllt sind, dort stoßen wir an die Grenzen der Anwendbarkeit dieser Gesetze. Auch das ist nicht negativ zu sehen - kann man doch durch genaue Beobachtungen der Flugbahn und Ermittlung der Abweichung zwischen Wirklichkeit und Keplerbahn Rückschlüsse auf die Effekte ziehen, die jene Abweichungen bewirken. So wird die Dichte der oberen Atmosphäre meßbar, oder sogar Effekte, die auf die nicht exakte Gültigkeit der klassischen Mechanik zurückzuführen sind. Die Massenverteilung in Planeten und Monden sowie deren Gestalt werden meßbar. Die Wirkungen des vom Sonnenlicht auf das Raumfahrzeug ausgeübten Druckes sowie mancherlei andere Effekte werden bestimmbar. So findet auch die Nichtgültigkeit der Kepler'schen Gesetze ihre nützliche Anwendung bei der Auswertung von Raumflugmissionen.

Ich will nicht verhehlen,daß in einigen praktisch wichtigen Fällen der modernen Raumflugplanung die Kepler'schen Gesetze völlig unbrauchbar werden; wenn nämlich die Anziehung mehrerer Himmelskörper verwendet wird, um eine spezielle Geometrie der Flugbahn zu erzielen. Das wird bei den sogenannten Ping-Pong-Flügen verwendet, wo die Anziehungskraft eines Himmelskörpers eingesetzt wird, um an diesem vorbeifliegend einen anderen zu erreichen. Ein grandioses Beispiel sind die amerikanischen VOYAGERS, die am Jupiter vorbeiflogen und dessen Anziehung verwendeten, um von dort zum Saturn geschleudert zu werden.

VOYAGER 2 - der gerade an Saturn vorbeiflog - benutzt diesen, um Uranus zu erreichen und - falls die Systeme im Raumfahrzeug dann noch arbeiten - der Uranus wird ihm helfen, um zu Neptun weiterzufliegen.

Trotz dieser Einschränkungen und Erweiterungen kann ich mich nur in Ehrfurcht vor einem Genie verneigen, der vor 350 Jahren Grundlagen schuf, die noch heute in modernsten technischen Anwendungen der Raumfahrt zum unverzichtbaren Handwerkszeug zählen.

Ich wäre unvollständig, wenn ich nicht erwähnen würde, daß er auch einen Zukunftsroman (Somnium, Der Traum) schrieb, der eine Reise zum Mond als Inhalt hat. Freilich dient dieser Roman ihm nicht zur Beschreibung irgendwelcher Technik sondern er will sein astronomisches Wissen vom Mond in populärer Weise darstellen. Hätte er es erleben können, so hätten ihn sicherlich die bemannten Mondlandungen des APOLLO-Programmes sehr fasziniert und erregt - vielleicht aber auch nicht; vielleicht hätte er gesagt, daß wir aber lange zur Verwirklichung seines Traumes gebraucht haben...

LITERATURVERZEICHNIS

HOHMANN, W. (1925) Die Erreichbarkeit der Himmelskörper
R. Oldenburg

OBERTH, H. (1929) Wege zur Raumschiffahrt
R. Oldenburg

BRAUN, W. von (1952) Das Marsprojekt
Umschau-Verlag

RUPPE, H.O. (1966) Introductions to Astronautics
Vol. 1, Academic Press
- (1967) Introductions to Astronautics
Vol. 2, Academic Press
- (1980) Die grenzenlose Dimension: Raumfahrt
Band 1, Econ-Verlag
- (1982) Die grenzenlose Dimension: Raumfahrt
Band 2, Econ-Verlag