© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Das

Bayerische Präcisions-Nivellement.

Vierte Mittheilung

von

Carl Max v. Bauernfeind.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ergebnisse

des in

Verbindung mit der Europäischen Gradmessung in Bayern

ausgeführten

Präcisions-Nivellements.

Vierte Mittheilung

von

Carl Max v. Bauernfeind.

Zu der hier vorliegenden vierten Mittheilung über das Bayerische Präcisionsnivellement habe ich nur wenig Allgemeines zu bemerken. Sie umfasst ausser den Vorarbeiten zur Ausgleichung des ganzen Bayerischen Höhennetzes erster Ordnung die in den Jahren 1874 und 1875 ausgeführten Beobachtungsarbeiten und schliesst sich genau an die dritte Mittheilung vom Jahre 1874 an, welche in den Abhandlungen der mathematisch-physicalischen Classe der K. Bayerischen Akademie der Wissenschaften und zwar in Band XI, Abtheilung III, Seite 141 bis 174 und auch als Separatabdruck veröffentlicht wurde.

Die Beobachtungen wurden im Jahre 1874 von den Assistenten Herrn A. Rieppel, der schon in den Vorjahren verwendet war, und Herrn O. Decher, der neu eintrat, im Jahre 1875 aber von letzterem allein gemacht, und bei den Rechnungen war wie bisher der Hilfsrechner Hesselbarth betheiligt. Es ist also seit acht Jahren durch den Wechsel der Beobachter und Rechner die Stetigkeit in der Ausführung des Messungs- und Rechnungsverfahrens nicht unterbrochen worden, da jeder neue Assistent wenigstens ein Jahr lang mit einem älteren zusammenarbeitete

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

und das Gehilfenpersonale bis auf zwei Mann das nämliche blieb. Unter diesen Umständen darf unbedenklich angenommen werden, dass sich auch die Genauigkeit der Beobachtungen nicht verändert habe.

Der bisherigen Uebung gemäss werde ich über die Messungs- und Rechnungsarbeiten der beiden letzten Jahre in derselben Reihenfolge berichten, welche in den vorausgegangenen drei Mittheilungen eingehalten worden ist.

Uebersicht der Nivellementsarbeiten von 1874 und 1875.

Im Jahre 1874 waren die Herren Rieppel und Decher vom 24. August bis 18. October auswärts beschäftigt, und von deren 57 Reisetagen konnten 37 auf Beobachtungen verwendet werden. Diese reichten hin, um die Bahnstrecken Geiselhöring-Passau-Landesgrenze mit 98,5 Kilometer, dann Simbach Haidhausen nebst den Zweignivellements Haidhausen-Sternwarte, Haidhausen - Oberföhring (westliche Basispyramide) und Schwaben-Erding - Aufkirchen (östliche Basispyramide) in einer Länge von 136,0 Kilometer doppelt zu nivelliren. Auf diesen Strecken, welche zusammen 234,5 Kilometer lang sind, wurden 118 Fixpunkte angebracht. Davon sind 21 in massive Umfassungsmauern von Gebäuden eingelassen und mit metallenen Höhenmarken (⊙) versehen, die übrigen sind in Brücken, Durchlässe, Stütz- und Futtermauern u. dgl. eingehauen und entsprechend bezeichnet. Das geometrische Nivellement der Strecke von 234,5 Kilometer erforderte 1932 Aufstellungen der beiden Instrumente, wesshalb die mittlere Zielweite 60,1 Meter betrug. Dieses Mittel weicht von jenen der Vorjahre, wo es zwischen 60 und 66,5 Meter schwankte, nicht wesentlich ab. Die Tagesleistung der beiden Ingenieure, welche das Nivellement ausführten, berechnet sich daher für jeden der 37 Arbeitstage auf 6,3 Kilometer, während sie in früheren Jahren zwischen 4,8 und 6,7 Kilometer sich bewegte.

Im Jahre 1875 hat Herr O. Decher mit einem einzigen Instrumente die Arbeiten am 19. August begonnen und mit einer Unterbrechung von 4 Tagen bis zum 5. October fortgesetzt. Hieran reihten sich sodann am 8. October die Bestimmung der Höhenlage zweier Fixpunkte in der k. Sternwarte zu Bogenhausen, am 14. desselben Monats diejenige der inneren Endpunkte der altbayerischen Basis in den massiven Pyramiden bei

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Oberföhring und Aufkirchen, und schliesslich noch zu Ende October die Uebertragung der in der zweiten Mittheilung über das Bayerische Präcisionsnivellement auf Seite 19 unter Nr. 653 angeführten Höhenmarke von dem alten zum Abbruch bestimmten Betriebsgebäude in Neu-Ulm an das vollendete neue Stationsgebäude dortselbst. Mit dieser Arbeit wurde die Herstellung eines Hauptfixpunktes am Münster in Alt-Ulm verbunden. In der Zeit vom 19. August bis zum 5. October hat Herr O. Decher 24 Tage auf die Beobachtungen verwendet, und zwar in der Art, dass er zuerst von Salzburg aus längs eines Theils der Giselabahn, dann über die Salzachbrücke durch die Vorstadt Nonnthal auf der Reichsstrasse nach Berchtesgaden und von hier bis zum Ausfluss der Königsache aus dem Königssee nivellirte, um einige Hauptfixpunkte an diesem See und am Gebirge zu bestimmen. Am 9. September wurde ein Zweignivellement von der Eisenbahnstation Prien bis an den Wasserspiegel des Chiemsees hergestellt und am darauf folgenden Tage mit dem Nivellement der Strecke Simbach-Passau, welche die letzte Seite in dem Polygon München-Geiselhöring-Passau-Simbach-München bildete, begonnen. Dieses Nivellement musste wie jenes nach Berchtesgaden und an den Königssee grösstentheils auf Staats- und Districtsstrassen ausgeführt worden. Die eben genannten Strecken haben zusammen eine Länge von 94,5 Kilometer. Es wurden also in den beiden Jahren 1874 und 1875, über welche sich dieser Bericht erstreckt, zusammen 329 Kilometer doppelt nivellirt und folglich beträgt die Gesammtlänge aller doppelt nivellirten Linien des Bayerischen Präcisionsnivellements:

1850,4 + 329,0 = 2179,4 Kilometer oder 293,72 geographische Meilen.

Zur Herstellung der Strecken von 94,5 Kilometer Länge waren 912 Instrumentenaufstellungen nothwendig und wurden 44 horizontal abgearbeitete Flächen als Fixpunkte zubereitet und 9 metallene Höhenmarken (⊙) in massive Mauern eingelassen. Die Zahl der Fixpunkte beträgt somit auf diesen Strecken 53 und die mittlere Zielweite 51,8 Meter. Diese geringere Zielweite erklärt sich aus den grösseren Steigungen und schärferen Krümmungen, sowie aus der staubigen Atmosphäre der Strassen, auf denen beobachtet werden musste. Es beträgt daher auch die durchschnittliche tägliche Leistung nur 3,9 Kilometer. Wie sehr die Beschaffenheit der Nivellements-Tracen, die Witterung und der Ver-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

kehr auf die tägliche Leistung der Ingenieure Einfluss haben, mag man aus der Bemerkung abnehmen, dass unter den günstigsten äusseren Umständen (namentlich bei Windstille und bedecktem Himmel) im Jahre 1874 einmal eine Maximalleistung von 11 Kilometer mit 2 Instrumenten auf einer Eisenbahn und im Jahre 1875 einmal eine solche von 6 Kilometer mit 1 Instrument auf einer Staatsstrasse erreicht wurde.

Der Nivellirapparat.

Der in der ersten Mittheilung über das Bayerische Präcisionsnivellement beschriebene Nivellirapparat war, mit Ausnahme einer neuen Latte, welche an die Stelle einer alten zerbrochenen treten musste, und worüber bereits in der dritten Mittheilung (Seite 6) berichtet wurde, auch in den Jahren 1874 und 1875 unverändert geblieben. Die nominelle Meterlänge beträgt demnach, je nachdem bei den Beobachtungen die Latten Ia, II, III oder Ia′, III abgelesen wurden,

$$\tfrac{1}{2}(\mathrm{Ia}' + \mathrm{II}) = \overset{\mathrm{m}}{1{,}000151} \text{ bei } + \overset{\circ}{14{,}2}\ \mathrm{C}$$

$$\tfrac{1}{2}(\mathrm{Ia}' + \mathrm{III}) = \overset{\mathrm{m}}{1{,}000132} \text{ bei } + \overset{\circ}{13{,}7}\ \mathrm{C}$$

$$\tfrac{1}{2}(\mathrm{Ia} + \mathrm{II} + \mathrm{III}) = \overset{\mathrm{m}}{1{,}000192} \text{ bei } + \overset{\circ}{12{,}2}\ \mathrm{C}\ .$$

Die Verhältnisszahl w blieb ebenfalls unverändert und betrug also wie früher für die Latte

$$\mathrm{Ia} = 0{,}9638$$
$$\mathrm{II} = 0{,}9725$$
$$\mathrm{III} = 0{,}9661$$

und daher im Mittel 0,9675, wofür abgerundet 0,97 gesetzt werden darf.

Eine Schätzung B im weissen Centimeterfelde muss somit um 3 Procent oder 0,03 B reducirt werden.

Die Constanten der Instrumente.

Im Jahre 1874 wurden diese Werthe zweimal bestimmt, nämlich am 24. August in Geiselhöring und am 17. October in Haidhausen. Die erste Bestimmung ergab für das Instrument

$$\text{Nr. I.} \quad \cot\varphi = 136{,}41 \pm 0{,}074$$
$$\text{Nr. II.} \quad \cot\varphi = 137{,}35 \pm 0{,}060$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

und die zweite Bestimmung für das Instrument

$$\text{Nr. I.} \quad \cot\varphi = 137{,}00 \pm 0{,}069$$
$$\text{Nr. II.} \quad \cot\varphi = 138{,}54 \pm 0{,}064\,.$$

Im Jahre 1875 hat Herr O. Decher für das Instrument Nr. I drei Constanten-Bestimmungen gemacht, nämlich

am 19. August in Salzburg mit dem Ergebnisse

$$\cot\varphi = 137{,}06 \pm 0{,}058;$$

am 10. September in Simbach mit dem Werthe

$$\cot\varphi = 136{,}99 \pm 0{,}054;$$

und am 12. October in Haidhausen mit dem Resultate

$$\cot\varphi = 137{,}08 \pm 0{,}063\,.$$

Zur Bestimmung der Entfernungen E waren demnach folgende Ausdrücke massgebend:

im Jahre 1874 für das Instrument Nr. I

$$E = 136{,}70\,a + 0{,}78$$

und für das Instrument Nr. II

$$E = 137{,}94\,a + 0{,}78;$$

im Jahre 1875 für das Instrument Nr. I
während der ersten Hälfte der Arbeitszeit:

$$E = 137{,}03\,a + 0{,}78$$

und für die zweite Hälfte der Beobachtungen:

$$E = 137{,}04\,a + 0{,}78.$$

Die Höhencorrectionen wurden wie früher aus photographischen Tafeln, denen die Constante $\cot\varphi = 137{,}5$ zu Grunde liegt, entnommen, da die kleinen Abweichungen dieses Werthes von den für 1874 und 1875 gültigen Constanten keinen merklichen Einfluss auf jene Verbesserungen auszuüben vermögen.

Abschlüsse von Polygonen.

Durch die in den Jahren 1874 und 1875 doppelt nivellirten Strecken wurde das Polygon München-Geiselhöring-Straubing-Passau-Schärding-Simbach-Mühldorf-München, welches eine Gesammtlänge von 452 Kilometer besitzt, abgeschlossen. Der Abschluss geschah bei dem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Fixpunkte Nr. 1283 auf der Innbrücke zu Passau mit einer Differenz von $\overset{m}{0{,}0202} \pm \overset{mm}{0{,}0285}$ und folglich einem mittleren Fehler von 0,95 Millimeter auf einen Kilometer. Nach den wahrscheinlichen Fehlern der einzelnen Strecken sollte dieser Fehler nur 0,50 Millimeter betragen; jedenfalls liegt er weit innerhalb der Grenzen, welche von der Allgemeinen Conferenz für die Genauigkeit der Präcisionsnivellements festgesetzt wurden, nämlich 3 Millimeter für 1 Kilometer.

Mit dem eben genannten Polygone und unter Einrechnung der Württembergischen Strecke Nördlingen - Aalen - Heidenheim - Ulm besitzt Bayern im Ganzen sechs doppelt nivellirte Polygone mit einem Umfange von 2945 Kilometer, wovon es 2179,4 Kilometer selbst ausgeführt und 225,3 Kilometer aus dem Württembergischen Nivellement einbezogen hat. In der am Schlusse dieser Denkschrift enthaltenen Ausgleichung der Bayerischen Polygone haben wir das grosse theilweise durch Württemberg laufende Polygon Nördlingen - Aalen - Ulm - Augsburg - Donauwörth-Nördlingen ausgeschlossen, weil wir nicht im Stande sind, das Verhältniss der Gewichte der Bayerischen und Württembergischen Nivellementsarbeiten gehörig abzuschätzen, während wir aus den schon Eingangs erwähnten Gründen alle Ursache haben, von unseren Beobachtungen zu behaupten, dass sie alle gleiche Genauigkeit besitzen.

Hauptfixpunkte.

In Bayern sind nun alle Arbeiten vollendet, welche sich auf das von der ersten Allgemeinen Conferenz der Europäischen Gradmessung im Jahre 1864 verlangte Präcisionsnivellement beziehen; bei der zweiten Conferenz im Jahre 1867 wurde aber von Herrn Professor Sartorius v. Waltershausen in Göttingen eine Erweiterung dieses Nivellements in der Hinsicht angeregt, dass Hauptfixpunkte geschaffen werden sollen, durch welche es möglich wird, nach Jahrhunderten die Niveauveränderungen des festen Landes, welche nicht wie jene an den Küsten der Ostsee und des Mittelmeers durch die vom Meere zurückgelassenen Spuren entdeckt werden können, nachzuweisen. Herr Professor Sartorius v. Waltershausen schlug vor, diese Höhenmarken aus Porzellan herzustellen und mit Cement und Schrauben an geologisch wichtigen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Punkten, besonders an Felsen, zu befestigen. Wir sind zur Zeit mit der Aufsuchung und dem Nivellement solcher Hauptfixpunkte beschäftigt und werden darüber wohl erst im Jahre 1878 in einer fünften und letzten Mittheilung über das Bayerische Präcisionsnivellement berichten können; gleichwohl gestatten wir uns schon jetzt hier anzuführen, was wir bereits im September 1875 in Paris gesagt und im Februar 1876 für den Generalbericht der Europäischen Gradmessung geschrieben haben, dass es nach unseren Beobachtungen am zweckmässigsten sei, die erwähnten Hauptfixpunkte an Kirchen und Schulgebäuden, Palästen, Museen, Rathhäusern, Sternwarten, Basispfeilern für Dreiecksnetze u. s. w., kurz an Bauten anzubringen, welche der Pflege der Religion und Erziehung, der Staatsverwaltung und Rechtsprechung, der Kunst und Wissenschaft dienen, für die also eine Pietät des Volkes und damit auch eine Garantie für lange Bewahrung der fraglichen Höhenmarken besteht. Felsen im Hochgebirge und Flachlande, welche Herr Professor Sartorius v. Waltershausen allein im Auge hatte, eignen sich zu Hauptfixpunkten bei Weitem nicht so wie die eben genannten Bauwerke, weil sie stets der Gefahr ausgesetzt sind, ganz oder theilweise den industriellen Interessen oder der Gewalt der Naturkräfte weichen zu müssen. Damit soll übrigens nicht gesagt sein, dass man Fixpunkte in Felsen gar nicht anbringen dürfe, sondern nur, dass man sorgfältig die möglichen künftigen Veränderungen dieser Felsen in Betracht zu ziehen habe, wenn man nicht vergeblich Zeit und Geld auf die Herstellung wichtiger Höhenmarken für geologische Zwecke verwenden will.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Verzeichniss der Fixpunkte.

Fortsetzung und Schluss.

Erklärung der Ueberschriften und Zeichen.

Nr Laufende Nummer der Höhenmarke oder des Fixpunktes;
A Nummer einer Abtheilung zwischen zwei benachbarten Fixpunkten, nach der Reihenfolge der Aufnahme;
J Anzahl der Stände des Instruments in einer Abtheilung;
Z die in derselben angewendete mittlere Zielweite in Meter;
D die Distanz zweier sich folgenden Fixpunkte in Meter;
H deren Höhenunterschied in Meter;
w wahrscheinlicher Fehler von H in Millimeter;
w' derselbe Fehler, reducirt auf D = 1 Kilometer, in Millimeter;
⊙ messingene Höhenmarken (Bolzen mit centraler Bohrung) in verticalen Wänden;
□ wagrechte, in Stein gehauene und mit einer Rinne umgebene Vierecke, welche zur Bezeichnung von Fixpunkten dienen;
⊡ dergleichen, mit den eingemeisselten Buchstaben HM (Höhenmarke), oder auch viereckige Cementplatten, in rauhe oder bröckelnde Steine eingesetzt;
= wagrecht geebnete Steinflächen zur Bezeichnung untergeordneter Fixpunkte;
Pl Planiehöhe (Schwellenoberfläche) der Eisenbahn;
St Wegstunde (halbe Bayerische Meile), bezieht sich auf die in Bayern gebräuchliche Bezeichnung der Bahnstrecken. Eine Bayerische Meile misst 7415^m.

Die Kunstbauten der Bahnen sind theils auf grössere Strecken fortlaufend, theils nach den bei dem Baue bestandenen Sectionen numerirt. Eine definitive Bezeichnung derselben bleibt für die letzte Mittheilung über das Bayerische Präcisionsnivellement vorbehalten.

Die Coten in Metern gehen von einem Generalhorizont aus, welcher 1600' Bayr. = $466{,}976^m$ über dem Nullpunkt des Lindauer Bodenseepegels und (nach vorläufigen Ermittlungen) 862^m über dem Meeresspiegel liegt.

Die eingeklammerten Abtheilungen {. . . .} bilden Zweignivellements zu Höhenmarken und Fixpunkten, auf deren Coten das durchlaufende Nivellement sich nicht stützt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Geiselhöring — Straubing — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1088.	☐ auf der Umfassungsmauer der grossen Drehscheibe zu Station Geiselhöring, nordöstl. Randstein								502,5590
1089.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Geiselhöring, Südostseite, dicht neben dem Eingange zum Telegraphenbureau								500,5476
1234.	☐ auf dem gedeckten Bahndurchlass Nr. 5 nordöstl. Stirndeckstein, bei St. 46,7 + 353^m, 0,47^m unter Pl								
	1	23	64	2955	+ 6,2986	0,8	0,6	0,4	508,8576
1235.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 7, südöstl. Flügeldeckplatte, bei St. 47,5 + 222^m Pl								
	2	25	56	2813	+ 6,3102	1,1	1,2	0,7	515,1678
1236.	☐ auf dem gedeckten Wegdurchlass Lit. B rechts der Bahn, nordöstl. Flügeldeckstein, bei St. 48,4 + 130^m, 0,22^m über Pl								
	3	25	65	3240	+ 2,3825	0,8	0,7	0,5	517,5503
1237.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 1 rechts der Bahn, östl. Widerlager, rechtseitiger Deckstein, bei St. 49,0 + 120^m Pl								
	4	20	55	2206	+ 8,3594	0,5	0,3	0,4	525,9097
1238.	☐ auf der schiefen Bahnbrücke Nr. 1 über die Allach, östl. Widerlager, Gesimsdeckstein rechts der Bahn, vor Station Straubing, Pl								
	5	36	56	4014	+ 9,4811	1,5	2,1	0,7	535,3908
1239.	⊙ am Betriebshauptgebäude zu Station Straubing, Perron, südöstl. Ecke, dicht neben dem Eingange zum Wartesaal III. Classe								
	6	4	49	392	— 2,0873	0,4	0,2	0,6	533,3035
1240.	⌂ auf der gewölbten Bahnbrücke Nr. 2 über den Abdeckerbach, östl. Widerlager, rechtseitiger Brüstungsstein, bei St. 50,3 + 100^m, 0,40^m über Bahnhof-Pl der Station Straubing								
	1	4	49	389	+ 1,7821	0,4	0,1	0,6	535,0856
1241.	⌂ auf der gewölbten Bahnbrücke Nr. x mit 9 Oeffnungen über die Aiterach, südöstl. Widerlager, Brüstungsstein rechts der Bahn, einspringende Ecke, bei St 51,4 + 360^m, 0,33^m über Pl								
	2	37	58	4320	— 3,5955	1,0	1,1	0,5	531,4901
1242.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. y, südwestl. Flügeldeckstein, bei St. 52,0 + 360^m Pl								
	3	18	62	2217	— 0,3078	0,9	0,8	0,6	531,1823

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Geiselhöring — Straubing — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1243.	□ auf der gewölbten Bahnbrücke Nr. z beim Dorfe Schambach, südöstl. Brüstungsstein rechts der Bahn, bei St. 52,6 + 68^m, 0,32^m über Pl								
	4	15	64	1925	+ 1,5085	0,7	0,4	0,5	532,6908
1244.	□ auf der gewölbten Bahndurchfahrt Nr. 1, südöstl. Flügelgesimsstein, bei St. 53,1 + 150^m								
	5	17	58	1985	+ 2,5086	0,8	0,7	0,6	535,1994
1245.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Strasskirchen, Südfront, neben dem Eingange links								
	6	10	54	1087	— 1,8400	0,7	0,5	0,7	533,3594
1246.	⌂ auf der gewölbten Bahnbrücke Nr. 3 mit 4 Oeffnungen über den Irlbach, südwestl. Brüstungsstein in der Mitte, bei St. 53,7 + 240^m, 0,34^m über Bahnhof-Pl der Station Strasskirchen								
	1	4	53	422	+ 1,6092	0,3	0,1	0,5	534,9686
1247.	□ auf der offenen Bahnbrücke Nr. 1 mit 2 Oeffnungen beim Dorfe Loh, südwestl. Flügeldeckstein, bei St. 54,4 + 339^m Pl								
	2	24	56	2696	— 0,2352	0,8	0,7	0,5	534,7334
1248.	□ auf dem gewölbten Bahndurchlass Nr. 2, südöstl. Flügeldeckstein, bei St. 55,5 + 250^m, 0,10^m über Pl								
	3	41	58	4716	+ 0,3464	1,2	1,5	0,6	535,0798
1249.	□ auf dem schiefen Wegdurchlass Lit. D links der Bahn, nordwestl. Flügeldeckstein in der Mitte, bei St. 56,4 + 10^m, 0,18^m über Pl								
	4	26	59	3067	+ 0,2397	0,9	0,9	0,5	535,3195
1250.	□ auf dem Durchgange Nr. 1 rechts der Bahn, südöstl. Flügelgesimsstein, bei St. 56,8 + 158^m, Bahnhof-Pl der Station Plattling								
	5	15	54	1624	+ 5,5541	0,9	0,9	0,7	540,8736
1251.	= unter der Höhenmarke zu Station Plattling, auf dem Wangenstein								
	6	4	46	368	— 0,5533	0,5	0,2	0,8	540,3203
1252.	⊙ am Betriebshauptgebäude der Station Plattling, südöstl. Seite, rechts neben dem Eingange vom Markte her								
					— 1,7225				538,5978
1253.	□ unter der Höhenmarke auf dem Brüstungsstein								
	1	10	59	1189	— 2,6346	0,7	0,5	0,7	538,2390

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Geiselhöring — Straubing — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1254.	⊙ am nördlichen Brückenportal der eisernen Fachwerkbrücke Nr. 3 mit 6 Oeffnungen über die Isar bei Plattling, linkseitiges Widerlager								
					— 0,8655				537,3735
1255.	⊼ auf dem Portal der eisernen Fachwerkbrücke Nr. 3, mit 6 Oeffnungen über die Isar bei Plattling, rechtseitiges Widerlager bei St. 57,2 + 4^m								
	2	2	44	177	+ 0,0129	0,1	0,0	0,3	538,2519
1256.	☐ auf der Blechbalkenbrücke (Fluthbrücke) Nr. 2, mit 3 Oeffnungen, südöstl. Widerlager, mittlerer Kammerstein, bei St. 58,2 + 42^m 0,05^m über Pl								
	3	33	56	3697	+ 3,6246	0,9	0,7	0,4	541,8765
1257.	☐ auf dem gewölbten Bahndurchlass Nr. 1 rechts der Bahn, südwestl. Flügeldeckstein, bei St. 59,4 + 320^m Pl								
	4	43	55	4719	+ 1,5670	1,4	2,0	0,7	543,4435
1258.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 2 rechts der Bahn, nordwestl. Flügeldeckstein, bei St. 59,9 + 159^m Pl								
	5	15	56	1681	+ 2,0699	0,6	0,4	0,5	545,5134
1259.	☐ auf der eisernen Blechbalkenbrücke Nr. 2 mit 3 Oeffnungen über den Mühlbach, rechtseitiges Widerlager, südl. Flügeldeckstein, bei St. 60,5 + 185^m Pl								
	6	19	58	2219	— 1,1799	0,9	0,8	0,6	544,3335
1260.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Osterhofen, gegen Altenmarkt, südl. Ecklisene								
	7	10	56	1111	— 1,3499	0,4	0,1	0,4	542,9836
1261.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 1 südsüdwestl. Stirndeckstein rechts der Bahn, bei St. 61,3 + 263^m Pl								
	1	16	61	1954	+ 6,1639	0,7	0,4	0,5	549,1475
1262.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 2 südöstl. Flügeldeckstein, bei St. 63,0 + 306^m Pl								
	2	49	65	6342	+ 1,0432	1,6	2,5	0,6	550,1907
1263.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 8, südwestl. Stirndeckstein, bei St. 63,6 + 45^m Pl								
	3	17	58	1976	+ 3,6270	0,7	0,5	0,5	553,8177
1264.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 1, südsüdöstl. Flügeldeckstein, bei St. 64,1 + 285^m Pl								
	4	16	63	2009	— 0,0085	0,7	0,5	0,5	553,8092

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Geiselhöring — Straubing — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1265.	⊼ auf der Bogenbrücke Nr. 9 mit 4 Oeffnungen über die Vils, rechtseitiges Widerlager, südl. Flügel, Brüstungsstein, bei St. 64,9 + 60^m, 0,35^m über Pl								
	5	23	61	2787	— 6,1102	0,9	0,8	0,5	547,6990
1266.	= unter der Höhenmarke der Station Vilshofen auf der Treppenstufe								
	6	4	52	416	— 0,3345	0,2	0,1	0,4	547,3645
1267.	⊙ am Betriebsgebäude der Station Vilshofen, Nordnordostseite, Mittelpfeiler des Haupteinganges von der Stadt her, 2,38^m über Bahnhof-Pl								
					— 1,7732				545,5913
1268.	⊼ auf der gewölbten Bahnbrücke Nr. 2 über die Wolfach, nördl. Flügel, Brüstungsstein links der Bahn, bei St. 65,2 + 355^m, 0,10^m über Pl								
	1	9	53	958	+ 4,9880	0,5	0,2	0,5	552,3525
1269.	□ auf der gewölbten Bahnbrücke Nr. 10 nördl. Flügeldeckstein links der Bahn, bei St. 65,8 + 105^m Pl								
	2	18	55	1969	— 0,1914	0,8	0,7	0,6	552,1611
1270.	⊼ auf der gewölbten Bahndurchfahrt Nr. 8 südöstl. Flügeldeckstein, bei St. 66,8 + 62^m Bahnhof-Pl der Station Sandbach								
	3	28	65	3641	+ 4,8414	0,7	0,5	0,4	557,0025
1271.	⊼ auf der gewölbten Bogenbrücke Nr. 5 mit 4 Oeffnungen über den Laufenbach, rechtseitiges Widerlager, südsüdöstl. Flügel, Brüstungsstein (einspringende Ecke) bei St. 67,5 + 305^m								
	4	24	59	2852	— 6,0818	0,8	0,6	0,5	550,9207
1272.	⊙ im Sockel des Löwendenkmals, in der Mitte der Südseite								
	5	28	58	3233	+ 4,7093	0,7	0,5	0,4	555,6300
1273.	□ auf dem gewölbten Bahndurchlass Nr. 1 nördl. Flügeldeckstein links der Bahn, bei St. 69,0 + 0^m Pl								
	6	16	64	2056	+ 3,8245	0,7	0,5	0,5	559,4545
1274.	□ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 3, südl. Flügeldeckstein rechts der Bahn, bei St. 69,2 + 146^m Pl								
	7	7	64	900	— 1,8670	0,6	0,3	0,6	557,5875
1275.	□ auf der eisernen Blechträgerbrücke Nr. 2 mit 2 Oeffnungen über den Hammerbach, südöstl. rechtseitiges Widerlager, Kammerstein in der Mitte, bei St. 70,0 + 125^m Pl								
	8	23	64	2922	+ 2,3754	1,0	1,0	0,6	559,9629

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Geiselhöring — Straubing — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1276.	□ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 4 westl. Flügeldeckstein, bei St. 70,3 + 93^m								
	9	9	60	1081	+ 0,3271	0,5	0,3	0,5	560,2900
1277.	□ auf dem Wegdurchlass Lit. A rechts der Bahn, südöstl. Stirndeckstein, bei St. 70,6 + 112^m								
	10	8	70	1119	— 1,0556	0,5	0,2	0,4	559,2344
1278.	= unter der Höhenmarke der Station Passau, auf der Treppenstufe								
	11	7	47	661	— 0,1666	0,5	0,3	0,6	559,0678
1279.	⊙ am Betriebshauptgebäude der Station Passau, nördl. Front (Stadtseite), linker Thürpfosten des mittleren Portals, 2,19^m über Bahnhof-Pl								
					— 1,7375				557,3303
1280.	□ auf der gewölbten Bahndurchfahrt Nr. LVIII, östl. Stirn, 4. Gesimsstein auf der vorspringenden Wassernase, bei Profil 801 + 52^m								
	1	8	50	797	— 0,5834	0,4	0,1	0,4	558,4844
1281.	= unter der Höhenmarke auf dem Sockel des linkseitigen Eingangs-Portals der Innbrücke								
	2	1	65	130	— 0,2235				558,2609
1282.	⊙ am mittleren Pfeiler des nördl. linkseitigen Eingangsportals der eisernen Fachwerkbrücke Nr. LIX mit 1 Oeffnung über den Inn bei Passau, bei Profil 799 + 70,5^m								
					— 2,1521				556,1088
1283.	⊡ auf der eisernen Fachwerkbrücke Nr. LIX mit 1 Oeffnung über den Inn bei Passau, südöstl. Flügel, Brüstungsstein, südl. rechtseitiges Widerlager								
	3	2	59	238	— 0,5940	0,1	0,0	0,2	557,6669
1284.	⊡ auf dem Bahngrenzstein Nr. 38 rechts der Bahn, nordwestl. zwischen Profil 793 und 794 neben der bayerischen Grenztafel								
	4	4	73	582	— 1,7488	0,4	0,1	0,5	555,9181
1277.	□ auf dem Wegdurchlass Lit. A rechts der Bahn, südöstl. Stirndeckstein, bei St. 70,6 + 112^m								
									559,2344
1285.	□ auf der Quaimauer rechts der 2. Zugangstreppe oberhalb der Strassenbrücke über die Donau bei Passau, rechtseitiges Ufer								
	12	11	58	1267	+ 9,2929	0,5	0,2	0,4	568,5273

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Geiselhöring — Straubing — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1286.	⊙ an der Strassenbrücke über die Donau bei Passau, 1. südl. Pfeiler vom rechtseitigen Ufer her, Südseite								
	13	1	16	32	— 4,5015				564,0258
1287.	⊼ auf der Donaulände (Quaimauer), östl. Flügel, nordöstl. Ecke der Landungstreppe								
	14	9	62	1118	+ 0,1747	0,6	0,3	0,5	568,7020
1288.	□ auf dem Sockel der Strassenbrücke mit 9 Oeffnungen über den Inn bei Passau, nördl. linkseitiges Widerlager, südwestl. Ecke								
	15	9	51	926	— 3,0210	0,5	0,3	0,6	565,6810
1289.	□ auf der Strassenbrücke mit 9 Oeffnungen über den Inn bei Passau, nördl. linkseitiges Widerlager, Brüstungsstein auf dem nordöstl. Flügel								
	16	3	28	166	— 5,2434				560,4376
1290.	⊙ am Redoutengebäude der Stadt Passau, Südfront								
	17	2	10	42	— 0,7256	0,1	0,0	0,6	559,7120
1280.	□ auf der gewölbten Bahndurchfahrt Nr. LVIII, östl. Stirn, 4. Gesimsstein auf der vorspringenden Wassernase, bei Profil 801 + 52^m								
	18	11	47	938	— 1,9555	0,4	0,1	0,4	558,4821

Simbach — Mühldorf — Haidhausen.

1291.	⊙ am Betriebshauptgebäude zu Station Simbach, Nordseite, links neben dem Eingange vom Orte her								
									510,9315
1292.	□ unter der Höhenmarke zu Station Simbach auf der Wange der Freitreppe								
					+ 1,9720				512,9035
1293.	□ auf der obersten Treppenstufe am südl. Eingange der grossen Drehscheibe zu Station Simbach, Bahnhof-Pl								
	1	5	43	431	+ 0,7931	0,3	0,1	0,4	513,6966
1294.	□ auf der offenen Bahnbrücke Nr. 4, linkseitiges Widerlager, südöstl. Flügeldeckstein bei St. 32,6 + 100^m Pl								
	2	18	55	1978	— 9,2750	0,9	0,7	0,6	504,4216

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Simbach — Mühldorf — Haidhausen.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1295.	□ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 2 für den Mühlkanal, südwestl. Eckstein, bei St. 32,4 + 75^m Pl								
	3	7	55	767	— 3,9114	0,6	0,3	0,7	500,5102
1296.	□ auf dem gedeckten Bahndurchlass Nr. 1, nördl. Stirn, bei St. 31,8 + 300^m, 0,54^m unter Pl								
	4	20	58	2329	— 7,2787	0,9	0,9	0,6	493,2315
1297.	□ auf der eisernen Fachwerkbrücke Nr. 6 mit 2 Oeffnungen über den Türkenbach, rechtseitiges Widerlager, nordöstl. Flügel, Brüstungsstein, bei St. 30,7 + 275^m, 0,40 über Pl								
	5	31	61	3767	— 7,0245	0,9	0,9	0,5	486,2070
1298.	= unter der Höhenmarke zu Station Marktl, auf der Treppenstufe								
	6	34	55	3768	+ 5,4642	1,0	1,0	0,5	491,6712
1299.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Marktl, Südfront, östl. Pfeiler, neben dem Eingange vom Orte her, 2,24^m über Bahnhof-Pl								
					— 1,8397				489,8315
1300.	⌂ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 56, südwestl. Ecke								
	1	30	56	3348	+ 9,1061	1,0	1,0	0,6	500,7773
1301.	⌂ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 54, südöstl. Ecke (Haltestelle Perach)								
	2	33	61	4058	— 3,2549	1,0	1,0	0,5	497,5224
1302.	□ auf der Blechträgerbrücke Nr 4 über die Reischach, linkseitiges Widerlager, nordöstl. Flügel, Brüstungsstein, bei St. 26,7 + 170^m, 0,5 über Pl								
	3	31	61	3763	— 3,5855	0,9	0,9	0,5	493,9369
1303.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Neuötting, südöstl. Ecke von der Stadt her, 2,04^m über Bahnhof-Pl								
	4	16	61	1937	— 4,1699	0,6	0,3	0,4	489,7670
1304.	□ auf dem gedeckten Bahndurchlass Nr. 1, nordwestl. Flügeldeckstein, bei St. 26,0 + 335^m Pl								
	1	4	64	516	+ 1,7071	0,4	0,2	0,6	491,4741
1305.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 48, südwestl. Ecke, 0,64^m über Pl								
	2	39	62	4875	—22,9694	1,1	1,3	0,5	468,5047-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Simbach — Mühldorf — Haidhausen.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1306.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 46, nordöstl. Ecke								
	3	28	60	3369	— 7,3298	0,8	0,7	0,4	461,1749
1307.	□ auf dem linkseitigen Wangenstein der grossen Drehscheibe zu Station Mühldorf, Südostseite, Bahnhof-Pl								
	4	32	61	3909	—10,8643	0,9	0,9	0,5	450,3106
1308.	= unter der Höhenmarke zu Station Mühldorf auf dem Wangenstein der Freitreppe								
	5	2	60	240	— 0,6669	0,1	0,0	0,3	449,6437
1309.	⊙ am Betriebshauptgebäude zu Station Mühldorf, 1. Pfeiler südöstl. von der Stadt her								
					— 1,8179				447,8258
1310.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule beim Wechselwärterposten gegen Ampfing, nordwestl. Ecke (Station Mühldorf)								
	1	5	60	602	+ 0,3745	0,4	0,2	0,5	450,0182
1311.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 42, nordöstl. Ecke								
	2	43	61	5228	— 5,3160	1,1	1,2	0,5	444,7022
1312.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Ampfing, Südseite, Perron, zwischen den Eingängen zu den Wartsälen I., II. und III. Classe, 2,38^m über Bahnhof-Pl								
	3	18	64	2298	— 4,3278	0,8	0,7	0,5	440,3744
1313.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule beim Wechselwärterposten gegen Weidenbach, südöstl. Ecke (Station Ampfing)								
	1	3	55	331	+ 2,0882	0,2	0,0	0,3	442,4626
1314.	□ auf der eisernen Blechbalkenbrücke Nr. 9 über den Hartingerbach, südöstl. Flügel, rechtseitiges Widerlager, bei St. 19,6 + 300^m Pl								
	2	23	64	2950	— 5,0698	0,8	0,7	0,5	437,3928
1315.	□ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 3, ostnordöstl. Widerlager, Deckstein, bei St. 19,2 + 110^m in der Haltestelle Weidenbach, Pl								
	3	14	60	1684	— 0,8302	0,4	0,1	0,3	436,5626
1316.	□ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 3, westsüdwestl. Flügeldeckstein, bei St. 18,1 + 60^m Pl								
	4	34	61	4126	— 4,5873	1,1	1,2	0,5	431,9753

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Simbach — Mühldorf — Haidhausen.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1317.	□ auf der Blechbalkenbrücke Nr. 3 mit 2 Oeffnungen über die Goldach, rechtseitiges Widerlager, Brüstungsstein, in der Mitte bei St. 17,3 + 125^m, 0,45^m über Pl								
	5	24	60	2898	— 3,0679	0,7	0,6	0,4	428,9074
1318.	□ unter der Höhenmarke zu Station Schwindegg, auf dem Sockel								
	6	6	63	757	— 1,6161	0,3	0,1	0,3	427,2913
1319.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Schwindegg, Nordseite, Perron, dicht neben dem Eingange zum Wartesaal III. Classe, 2,84^m über Bahnhof-Pl								
					— 1,5508				425,7405
1320.	⊼ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule beim Wechselwärterposten gegen Schwindegg, südöstl. Ecke, 0,33^m über Pl der Station Dorfen								
	1	54	61	6575	—14,6704	1,4	2,1	0,6	412,6209
1321.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Dorfen, Südseite, Perron, zwischen den Eingängen zu den Wartsälen I., II. und III. Classe								
	2	2	71	282	— 2,3003	0,2	0,0	0,3	410,3206
1322.	□ auf der Blechbalkenbrücke Nr. 4 über die Lappach, linkseitiges Widerlager, südöstl. Flügel, Brüstungsstein, bei St. 15,6 + 330^m, 0,31^m über Pl								
	1	18	61	2188	+ 1,0518	0,9	0,7	0,6	411,3724
1323.	□ auf der gewölbten Fluthbrücke Nr. 2 für das Isenhochwasser, ostnordöstl. Flügel, Brüstungsstein, bei St. 14,1 + 144^m, 0,33^m über Pl								
	2	15	66	1966	— 2,7699	0,8	0,7	0,6	408,6025
1324.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 28, südöstl. Ecke								
	3	23	64	2939	—14,7719	1,0	0,9	0,6	393,8306
1325.	□ auf dem gedeckten Bahndurchlass Nr. 4, nordwestl. Flügel, Gesimsstein, bei St. 12,6 + 275^m, 0,10^m über Pl								
	4	44	63	5520	—26,8612	1,2	1,4	0,5	366,9694
1326.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Walpertskirchen, Südostseite, Perron, rechts neben dem Eingange zum Wartesaal III. Classe								
	5	19	59	2241	— 2,2552	0,8	0,7	0,6	364,7142
1327.	⊼ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule beim Bahnwärterposten Nr. 23, südöstl. Ecke, 0,20^m über Bahnhof-Pl der Station Hörlkofen								
	1	20	65	2615	— 8,2717	0,8	0,7	0,5	356,4425

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Simbach — Mühldorf — Haidhausen.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1328.	□ auf dem schiefen Wegdurchlass Lit. A, westl. Stirn, nordwestl. Flügel, Gesimsdeckstein, bei St. 10,3 + 36^m, 0,12^m über Pl								
	2	9	62	1110	+ 0,1625	0,5	0,2	0,4	356,6050
1329.	□ auf der eisernen Fachwerkbrücke Nr. 4 mit 2 Oeffnungen über die Unter-Schwellach, linkseitiges Widerlager, südl. Flügel, Brüstungsstein, bei St. 9,5 + 119^m								
	3	21	66	2788	+ 3,2813	0,9	0,9	0,6	359,8863
1330.	□ auf der eisernen Fachwerkbrücke Nr. 8 über den Anzingerbach, rechtseitiges Widerlager, ostsüdöstl. Flügel, Brüstungsstein, bei St. 8,8 + 230^m, 0,35^m über Pl								
	4	19	66	2495	+ 3,1799	0,7	0,6	0,5	363,0662
1331.	⌂ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule beim Wechselwärterposten gegen Hörlkofen, westl. Ecke des südwestl. Läutwerkes, 0,26^m über Bahnhof-Pl der Station Schwaben								
	5	15	62	1935	— 9,5153	0,7	0,5	0,5	353,5509
1332.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Schwaben, Nordseite, Perron, nordwestl. Ecke, neben dem Eingange zum Wartesaal III. Classe								
	6	2	65	261	— 2,1541	0,2	0,0	0,3	351,3968
1333.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Haltestelle Poing, nordwestl. Ecke								
	1	35	65	4520	— 6,1513	0,9	0,8	0,4	345,2455
1334.	⌂ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule beim Wechselwärterposten gegen Poing, westl. Ecke, 0,315^m über Bahnhof-Pl der Station Feldkirchen								
	2	47	64	5982	— 7,2184	1,0	1,0	0,4	338,0271
1335.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Feldkirchen, Nordseite, Perron, links neben dem Eingange zum Wartesaal III. Classe								
	3	3	64	382	— 2,1015	0,1	0,0	0,2	335,9256
1336.	□ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 2, südl. Flügeldeckstein, bei St. 4,3 + 176^m, 0,06^m unter Pl								
	1	28	65	3636	+ 4,7200	0,9	0,9	0,5	340,6456
1337.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 10, südwestl. Ecke, 0,385^m über Pl								
	2	22	63	2804	— 1,3193	0,7	0,5	0,4	339,3263

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Simbach — Mühldorf — Haidhausen.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1002.	☐ unter der Höhenmarke zu Station Haidhausen in einen Pflasterstein gehauen								
	3	24	65	3101	— 9,2425	0,9	0,7	0,5	330,0838
1003.	⊙ am südöstl. Pfeiler des provisorischen Betriebsgebäudes (Güterhalle) zu Station Haidhausen								
					— 1,7133				328,3705

Haidhausen — Sternwarte — Basis Anfang und Schwaben — Basis Ende.

1337.	☐ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 10, südwestl. Ecke, 0,385^m über Pl								
									339,3263
1338.	☐ auf dem Sockel der Pyramide über dem Anfang der Basis für die bayer. Triangulation, südwestl. Seite gegen die Frauenthürme in München								
	1	34	63	4300	+ 8,7453	1,1	1,1	0,5	348,0716
1339.	☐ auf dem Marmorblock derselben Pyramide, welcher die Inschrift trägt, südwestl. Seite gegen die Frauenthürme in München								
					— 0,3968				347,6748
1340.	Oberfläche des Anfanges der Basis in der Pyramide bei Oberföhring								
					— 0,0109				347,6639
1337.	☐ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 10, südwestl. Ecke, 0,385^m über Pl								
									339,3263
1341.	☐ auf dem Sockel der Pyramide über dem Anfang der Basis für die bayr. Triangulation, nordöstl. Seite gegen den Thurm in Aufkirchen								
	2	1	70	141	+ 8,7428	0,2	0,0	0,6	348,0691
1342.	☐ auf dem Marmorblock derselben Pyramide, welcher die Inschrift trägt, nordöstl. Seite gegen Aufkirchen								
					— 0,3955				347,6736
1340.	Oberfläche des Anfanges der Basis in der Pyramide bei Oberföhring								
					— 0,0122				347,6614

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Haidhausen — Sternwarte — Basis Anfang und Schwaben — Basis Ende.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1337.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 10, südwestl. Ecke, 0,385^m über Pl								339,3263
1343.	⊡ auf der linkseitigen, nordwestl. Treppenwange neben dem Eingange zum Refraktor in der k. Sternwarte zu Bogenhausen								
	1	31	61	3756	— 5,9976	1,2	1,4	0,6	333,3287
1344.	⊡ auf der rechtseitigen, südwestl. Treppenwange, neben dem Eingange zum Refractor in der k. Sternwarte zu Bogenhausen								
	2	1	17	35	+ 0,0019				333,3306
1345.	Oberfläche des Pfeilers im Haupteingange der k. Sternwarte zu Bogenhausen								
	3	2	14	57	— 1,0336	0,1	0,0	0,6	332,2951
1346.	Oberfläche der isolirten Säule in der westl. Kuppel der k. Sternwarte zu Bogenhausen								
	4	3	14	81	— 7,5514				325,7773
1331.	⊡ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule beim Wechselwärterposten gegen Hörlkofen, westl. Ecke des südwestl. Läutwerkes, 0,26^m über Bahnhof-Pl der Station Schwaben								353,5509
1347.	□ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Bahnwärterposten Nr. 3, nordöstl. Ecke (Bahnlinie Schwaben-Erding)								
	1	32	65	4156	+ 8,0083	0,8	0,7	0,4	361,5592
1348.	⊡ auf dem Sockel der Signal-Glockensäule bei Haltestelle Aufhausen, östl. Ecke								
	2	44	64	5594	+24,1321	1,4	2,1	0,6	385,6913
1349.	□ auf dem Sockel der Pyramide über dem Ende der Basis, für die bayer. Triangulation, nordöstl. Seite, gegen Aufkirchen								
	3	40	60	4812	—11,5858	1,0	1,0	0,5	374,1055
1350.	□ auf dem Marmorblock derselben Pyramide, welcher die Inschrift trägt, nordöstl. Seite gegen Aufkirchen								
					— 0,4282				373,6773
1351.	Oberfläche des Endes der Basis in der Pyramide bei Aufkirchen								
					— 0,0208				373,6565

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Salzburg — Berchtesgaden — Königssee.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
877.	Blechträgerbrücke Nr. II mit 5 Oeffnungen über die Salzach, östl. Widerlager, ⊙ an der Südseite des nördl. Eckthurmes, bei St. 43,0 + 340m								435,8398
878.	Schiefe offene Bahndurchfahrt Nr. III mit Blechträger über die Strasse nach Braunau und Hauptzufuhrstrasse zum Bahnhofe, nordöstl. Widerlager, nordwestl. Stirnflügel, Cementplatte innen an der Brüstung ⌂ Pl bei St. 43,1 + 300m								
	7	3	54	321	+ 2,2735	0,6	0,4	1,1	438,1133
1352.	⊙ am Betriebshauptgebäude im Bahnhof Salzburg, Perron, Südostseite, rechts neben dem Eingange zum Revisionssaale und links neben der Uhr								
	8	5	50	497	— 2,2816	0,5	0,2	0,7	435,8317
1353.	☐ auf der Umfassungsmauer der bayr. Locomotiv-Drehscheibe zu Station Salzburg, Nordnordwestseite von der Mitte, Bahnhof-Pl								
	9	4	37	296	+ 2,0428	0,3	0,1	0,6	437,8745
1354.	☐ auf dem gewölbten Bahndurchlass Nr. 1, Stirndeckstein rechts der Bahn, Südwestseite, 1,65m unter Pl (Bahnlinie Salzburg-Hallein) bei Profil 14 + 78m								
	1	14	52	1456	— 0,3806	0,7	0,5	0,6	437,4939
1355.	☐ auf dem gedeckten Bahndurchlass Nr. 4 rechts der Bahn, westl. Stirndeckstein, bei Profil 19 + 46m								
	2	6	33	395	— 2,5423	0,2	0,0	0,3	434,9516
1356.	☐ auf dem schiefen offenen Bahndurchlass Nr. 13, rechtseitiges Widerlager, südwestl. Deckstein, bei Profil 35 + 1m								
	3	11	57	1247	— 7,0420	0,5	0,3	0,5	427,9096
1357.	☐ auf dem gedeckten Bahndurchlass Nr. 18 bei Profil 41 + 71m rechts der Bahn, nordwestl. Flügeldeckstein								
	4	5	60	599	+ 4,8746	0,2	0,0	0,2	432,7842
1358.	☐ auf dem linkseitigen Widerlager der Reichsstrassenbrücke über den Gerstbach, neben dem nordwestl. Brüstungspfeiler, Strasse von Salzburg nach Linz								
	5	11	51	1130	+ 6,8847	0,7	0,5	0,7	439,6689
1359.	☐ auf dem gedeckten Reichsstrassendurchlass, östl. Stirndeckstein. Strasse von Salzburg nach Berchtesgaden								
	6	14	43	1208	+ 0,3345	0,8	0,6	0,7	440,0034

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Salzburg — Berchtesgaden — Königssee.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1360.	□ auf dem gedeckten Wegdurchlass an der Reichsstrasse, nordwestl. Stirndeckstein, 20m vor der Thurmegger Bezirkstafel								
	7	12	54	1293	— 4,4650	0,8	0,7	0,7	435,5384
1361.	⊼ auf der Reichsstrassenbrücke über den Schleilacherbach, linkseitiges Widerlager, nordöstl. Ende bei 2 Km + 700m								
	8	21	55	2298	— 8,6141	0,9	0,8	0,6	426,9243
1362.	⊼ auf der Oberfläche des 7. Kilometersteines der Reichs-Strasse von Salzburg nach Berchtesgaden								
	9	37	56	4172	—20,5313	1,2	1,4	0,6	406,3930
1363.	⊙ am k. k. österreichischen Nebenzollamtsgebäude I. Classe zum „Hangenden Stein", Strassenseite, an der südwestl. Ecke								
	10	18	51	1825	— 6,4509	0,8	0,7	0,6	399,9421
1364.	□ auf der gewölbten Staatsstrassenbrücke über einen Wildbach, östl. Flügel, Ecke der Wasserablaufrinne neben dem Ende der Brüstung, beim k. bayerischen Zollamt I. Classe								
	1	16	48	1527	— 6,4493	0,7	0,5	0,6	393,4928
1365.	□ auf der Staatsstrassenbrücke mit 3 Oeffnungen über die Königsache im Markte Schellenberg, linkseitiges Widerlager, nordöstl. Vorkopf bei 2 Km + 500m								
	2	12	41	995	— 7,9180	0,5	0,3	0,5	385,5748
1366.	□ auf dem nördl. Eckdeckstein des linkseitigen Staatsstrassengrabens vor der hölzernen Brücke am Ende der Stützmauer bei 3 Km + 220m								
	3	8	51	814	— 4,4796	0,4	0,2	0,5	381,0952
1367.	⊼ auf der Brücke über die Königsache für den Weg zur Almbachklamm, rechtseitiges Widerlager, südsüdöstl. Flügeldeckstein								
	4	21	51	2159	—12,7995	0,9	0,8	0,6	368,2957
1368.	⊼ auf der Staatsstrassenbrücke über die Königsache, linkseitiges Widerlager, nordwestl. Flügel neben dem Flügeldeckstein (mit Rasen überdeckt)								
	5	32	45	2884	—24,3269	0,9	0,9	0,6	343,9688
1369.	⊙ am Eingange zum Hauptstollen des Ferdinandsbergs rechts des k. Bergwerkes in Berchtesgaden								
					—14,6866				329,2822

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Salzburg — Berchtesgaden — Königssee.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1370.	□ auf der ersten Treppenstufe links neben dem Eingange zum Hauptgebäude des Salzbergwerkes in Berchtesgaden, Südostseite								
	6	28	45	2547	—12,8553	0,8	0,7	0,5	331,1135
1371.	⊙ an der Nordseite des südöstl. Vorbaues am Gebäude des Bäckermeisters zum Frauenreitl, Haus-Nr. 1, Gem. Bischofswies. Besonderes Kennzeichen: Wappen über der Eingangsthür mit der Umschrift: Georg Geigendaller hat angef. im Jahre 1570; ⊙ vom Fensterladen verdeckt								
	7	21	52	2190	— 9,6821	0,5	0,3	0,4	321,4314
1372.	= auf dem Deckstein am rechtseitigen Widerlager des Nadelwehres der Saline, zu gleicher Zeit linkseitiges Widerlager des gewölbten Kanales über die Ramsauerache (der Stein trägt die Jahreszahl 1850)								
	1	1	48	96	— 0,7052	.			320,7262
1373.	= unter der Höhenmarke auf einem vorspringenden Felsenkopf								
	2	10	45	904	— 9,9243	0,4	0,1	0,4	310,8019
1374.	⊙ Hauptfixpunkt an der steil abfallenden Felsenwand des linkseitigen Ufers der Königsache, oberhalb des Steges für den Fussweg in die Schönau, beim Schmiedhäuslgut Haus-Nr. 3 1/2 in der Oberschönau, Südostseite								
					— 1,6489				309,1530
1375.	□ auf der rechtseitigen Treppenwange neben dem Eingange zu der neuen Kapelle im Dorfe Unterstein, Westnordwestseite								
	3	28	35	1959	—22,5528	0,8	0,7	0,6	288,2491
1376.	⌂ auf dem linkseitigen Widerlager des Schleusenwehres am Abflusse der Königsache aus dem Königssee								
	4	29	35	2004	—29,0059	0,8	0,6	0,5	259,2432
1377.	Oberfläche der versenkten Diebelköpfe des Schleussenwehres am Abflusse der Königsache aus dem Königssee								
					—29,0106				259,2385
—	Mittlerer Wasserspiegel am 7. September 1875, Vormittag 10 3/4 Uhr								
					+ 0,2880				259,5265

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Prien — Chiemsee.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
826.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Prien, Nordseite am Perron, Mitte des Mittelbaues, 1,82^m über Pl bei St. 26,2 + 100^m								328,6593
1378.	□ auf dem gedeckten Strassendurchlass gegenüber dem zweiten Hause im Weiler Stock, nordöstl. Stirndeckstein								
	1	21	33	1500	+11,2493	0,9	0,7	0,7	339,9086
1379.	= unter der Höhenmarke auf dem Fundamentvorsprung des Nebengebäudes des Dampfschiffbesitzers Herrn Fessel in Stock								
	2	3	42	254	+ 2,2947	0,3	0,1	0,6	342,2033
1380.	⊙ am Sockel des Nebengebäudes des Dampfschiffsbesitzers Herrn Fessel in Stock, neben der südöstl. Ecke am Hafen, Ostseite								
					— 1,3830				340,8203
—	Mittlerer Wasserspiegel des Chiemsee's im Hafen, am 9. September 1875, Nachmittag 2 1/4 Uhr								
					+ 0,2100				342,4133

Simbach — Scheerding — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1291.	⊙ am Betriebshauptgebäude zu Station Simbach, Nordseite, links neben dem Eingange vom Orte her								510,9315
1292.	□ unter der Höhenmarke zu Station Simbach, auf der Wange der Freitreppe								512,9035
1381.	□ auf dem gedeckten Strassendurchlass Lit. b in 57 K^m, Stirndeckstein am Ablauf								
	1	32	48	3071	—13,2557	0,9	0,8	0,5	499,6478
1382.	⊼ auf der hölzernen Strassenbrücke Lit. a in 53 K^m, linkseitiges Widerlager, südöstl. Flügeldeckstein								
	2	21	45	1899	+22,9107	0,6	0,4	0,5	522,5585
1383.	□ auf dem gedeckten Strassendurchlass Lit. c in 51 K^m, nördl. Stirndeckstein am Einlauf bei 50 K^m + 420^m								
	3	26	46	2368	—15,4627	0,9	0,8	0,6	507,0958

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Simbach — Scheerding — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1384.	☐ auf dem gedeckten Strassendurchlass Lit. b in 48 K^m, nördl. Stirndeckstein am Einlauf, bei 47 K^m + 350^m								
	4	28	55	3076	+12,6808	1,0	0,9	0,5	519,7766
1385.	☐ auf dem gedeckten Strassendurchlass Lit. d in 44 K^m im Dorfe Malching, südöstl. Stirndeckstein, bei 43 K^m + 300^m								
	5	36	55	3988	— 2,4340	0,8	0,6	0,4	517,3426
1386.	☐ auf dem gedeckten Strassendurchlass Lit. a in 39 K^m, südl. Stirndeckstein, bei 38 K^m + 40^m								
	6	46	53	4842	+ 5,1143	1,2	1,4	0,5	522,4569
1387.	☐ auf der Strassenbrücke über den Köstlarerbach im Dorfe Tutting, linkseitiges Widerlager, östl. Ecke, bei 37 K^m + 0^m								
	7	14	55	1539	+ 0,0251	0,7	0,6	0,6	522,4820
1388.	☐ auf dem 35,5 Kilometerstein ab Passau								
	8	14	53	1492	+ 2,9020	0,6	0,3	0,5	525,3840
1389.	☐ auf dem 32. Kilometerstein ab Passau								
	9	29	60	3489	+ 7,6024	0,8	0,6	0,4	532,9864
1390.	☐ unter der Höhenmarke in Pocking in das Sockelgesims gehauen								
	10	23	58	2673	+ 4,6924	0,7	0,5	0,4	537,6788
1391.	⊙ an der Pfarrkirche im Dorfe Pocking, Westfront des Thurmes in der Mitte								
					— 0,9186				536,7602
1392.	☐ auf dem 29. Kilometerstein ab Passau								
	1	4	51	407	+ 0,7898	0,3	0,1	0,5	538,4686
1393.	☐ auf dem gedeckten Strassendurchlass Lit. a in 27. K^m, nordwestl. Stirndeckstein in der Mitte, bei 26 K^m + 600^m (mit Rasen bedeckt)								
	2	20	60	2393	+ 5,1599	0,9	0,9	0,6	543,6285
1394.	☐ auf dem gewölbten Strassendurchlass Lit. a in 21 K^m, nordöstl. Flügeldeckstein, bei 20 K^m + 400^m								
	3	52	61	6332	+10,9728	1,2	1,5	0,5	554,6013
1395.	☐ auf der hölzernen Fachwerkbrücke mit 2 Oeffnungen über die Rott, linkseitiges Widerlager, südl. oberster Flügeldeckstein, bei 19 K^m + 700^m								
	4	6	54	643	— 3,5288	0,4	0,1	0,4	551,0725

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Simbach — Scheerding — Passau.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
1396.	☐ auf dem I. Pfeiler, vom linkseitigen bayerischen Ufer ab, der Strassenbrücke über den Inn, zwischen Neuhaus und Scheerding, südl. Vorkopf								
	5	14	54	1518	+ 2,3655	0,5	0,2	0,4	553,4380
1397.	☐ auf der hölzernen Strassenbrücke über den Brambach, rechtseitiges Widerlager, nordöstl. Flügel, oberster Deckstein (Strasse von der Stadt zum Bahnhofe Scheerding)								
	6	21	34	1435	— 1,0641	0,9	0,8	0,7	552,3739
1398.	⊙ am Betriebsgebäude zu Station Scheerding, Perron, Ostseite, neben der Eingangsthür zum grossen Wartesaal								
	7	9	51	917	— 7,4034	0,4	0,1	0,4	544,9705
1399.	⊼ auf der offenen Bahnbrücke Nr. 1 über die Staatsstrasse von Scheerding nach Linz und Passau, nordwestl. Flügeldeckstein, Eckstück, bei Profil 672 + 50^m								
	1	3	59	352	+ 1,6590	0,3	0,1	0,5	546,6295
1400.	☐ auf dem gedeckten Bahndurchlass Nr. 9, östl. Stirndeckstein, bei Profil 701 + 87^m								
	2	22	50	2623	— 1,3256	0,7	0,5	0,4	545,3039
1401.	⊼ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 18 bei Profil 722 + 57^m, linkseitiges Widerlager, westnordwestl. Eckstück, 0,074^m über Bahnhof-Pl der Station Wernstein								
	3	20	58	2334	+ 0,6938	0,7	0,5	0,4	545,9977
1402.	☐ auf dem offenen Bahndurchlass Nr. 31, linkseitiges Widerlager, nordöstl. Flügeldeckstein, bei Profil 763 + 97^m								
	4	36	58	4211	+ 7,4645	1,1	1,3	0,5	553,4622
1284.	⊼ auf dem Bahngrenzstein Nr. 38 rechts der Bahn, nordwestl. zwischen Profil 793 und 794 neben der Grenztafel zwischen Königreich Bayern und Kaiserreich Oesterreich								
	5	24	61	2932	+ 2,4364	0,7	0,6	0,5	555,8986
1283.	⊼ auf der eisernen Fachwerkbrücke Nr. LIX mit 1 Oeffnung über den Inn bei Passau, südöstl. Flügel, Brüstungsstein, südl., rechtseitiges Widerlager								
	4	5	59	588	+ 1,7481	0,3	0,1	0,3	557,6467

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Neu-Ulm — Ulm.

Nr	A	J	Z	D	± H	w	w^2	w'	Cote
652.	= auf der Treppenstufe unter der Höhenmarke am alten Betriebsgebäude zu Neuulm								390,5432
653.	⊙ an der Westseite des neuen Betriebshauptgebäudes im Bahnhofe Neu-Ulm, in der Mitte								
	—	1	30	60	— 0,6990	0,2	0,0	0,7	389,8442
1403.	□ auf der steinernen Strassenbrücke mit 3 Oeffnungen über die Donau zwischen Neu-Ulm und Ulm, rechtseitiges Widerlager, Flügel auf dem Gesimsdeckstein neben dem Thorpfeiler								
	1	8	57	907	— 2,4952	0,4	0,1	0,4	388,0480
1404.	□ unter der Höhenmarke in Ulm in das Treppenpflaster gehauen								
	2	7	42	591	— 4,7874	0,4	0,1	0,5	383,2606
1405.	⊙ am Hauptportal des Münsters in Ulm, Nordwestseite des rechtseitigen Vorpfeilers, am Sockel								
					— 0,7299				382,5307

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Zur Ausgleichung des Bayerischen Höhennetzes.

Das Bayerische Präcisionsnivellement setzt sich aus 4 grösseren Schleifen oder geschlossenen Polygonen und aus eben so vielen Strecken, welche zu theilweise auswärtigen Polygonen gehören, zusammen. Drei geschlossene Polygone vereinigen sich in Regensburg, und das vierte schliesst sich an die Seite Neuenmarkt-Bayreuth-Weiden der dritten Schleife an.

Das erste Polygon (Nr I) besteht aus folgenden Strecken:

1. Regensburg-Geiselhöring-Straubing-Passau,	Länge	s_1 =	Km 125,771
2. Passau-Schärding-Braunau-München,	Länge	s_2 =	179,025
3. München-Landshut-Geiselhöring-Regensburg,	Länge	s_3 =	147,266.

Das zweite Polygon (Nr II) setzt sich aus folgenden Strecken zusammen:

1. Regensburg-Geiselhöring-Landshut-München	(Länge = s_3)		
2. München-Nanhofen-Augsburg,	Länge	s_4 =	Km 60,597
3. Augsburg-Nördlingen-Gunzenhausen-Nürnberg,	Länge	s_5 =	174,047
4. Nürnberg-Neumarkt (Oberpfalz)-Regensburg,	Länge	s_6 =	101,083.

Das dritte Polygon (Nr III) besteht aus folgenden Strecken:

1. Regensburg-Neumarkt (Opf.)-Nürnberg	(Länge = s_6)		
2. Nürnberg-Bamberg-Neuenmarkt (Oberfranken),	Länge	s_7 =	Km 134,879
3. Neumarkt-Bayreuth-Kirchenlaibach-Weiden,	Länge	s_8 =	80,112
4. Weiden-Schwandorf-Regensburg,	Länge	s_9 =	87,034.

Das vierte Polygon (Nr IV) setzt sich aus folgenden Strecken zusammen:

1. Weiden-Kirchenlaibach-Bayreuth-Neuenmarkt	(Länge = s_8)		
2. Neuenmarkt (Oberfr.)-Oberkotzau-Franzensbad,	Länge	s_{10} =	Km 96,768
3. Franzensbad-Eger-Waldsassen-Weiden,	Länge	s_{11} =	67,892.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Das Umfangspolygon (Nr V), welches die vorhergenannten vier Polygone einschliesst, hat eine Länge

$$S_V = s_1 + s_2 + s_4 + s_5 + s_7 + s_{10} + s_{11} + s_9 = \overset{\text{Km}}{926{,}013}$$

während die Längen der Umfänge der Einzelpolygone folgende sind:

$$\begin{aligned} S_I &= s_1 + s_2 + s_3 &&= \overset{\text{Km}}{452{,}062} \\ S_{II} &= s_3 + s_4 + s_5 + s_6 &&= 482{,}993 \\ S_{III} &= s_6 + s_7 + s_8 + s_9 &&= 403{,}108 \\ S_{IV} &= s_8 + s_{10} + s_{11} &&= 244{,}772. \end{aligned}$$

Die Länge aller Strecken beträgt

$$S = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7 + s_8 + s_9 + s_{10} + s_{11} = \overset{\text{Km}}{1254{,}474}.$$

An den Endpunkten der 11 Strecken $s_1, s_2 \ldots s_{11}$ sind folgende Höhenunterschiede in Metern beobachtet worden:

Auf der Strecke	s_1 (Regensburg-Passau):	Unterschied	$d_1 = + \overset{\text{m}}{35{,}8723}$
„ „ „	s_2 (Passau-München)	„	$d_2 = - 217{,}5062$
„ „ „	s_3 (München-Regensburg)	„	$d_3 = + 181{,}6541$
„ „ „	s_4 (München-Augsburg)	„	$d_4 = + 32{,}0958$
„ „ „	s_5 (Augsburg-Nürnberg)	„	$d_5 = + 179{,}5981$
„ „ „	s_6 (Nürnberg-Regensburg)	„	$d_6 = - 30{,}0005$
„ „ „	s_7 (Nürnberg-Neuenmarkt)	„	$d_7 = - 38{,}6644$
„ „ „	s_8 (Neuenmarkt-Weiden)	„	$d_8 = - 48{,}8053$
„ „ „	s_9 (Weiden-Regensburg)	„	$d_9 = + 57{,}4440$
„ „ „	s_{10} (Neuenmarkt-Franzensbad)	„	$d_{10} = - 100{,}1619$
„ „ „	s_{11} (Franzensbad-Weiden)	„	$d_{11} = + 51{,}4646.$

Die vorstehenden Höhenunterschiede der einzelnen Strecken ergeben (bei gehöriger Rücksicht auf die Richtung der Strecken, d. i. auf die Vorzeichen der Höhenunterschiede d) folgende Schlussfehler (Δ) der Polygone:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= d_1 + d_2 + d_3 &&= + \overset{\text{m}}{0{,}0202} \\ \Delta_2 &= d_3 + d_4 + d_5 + d_6 &&= + 0{,}0393 \\ \Delta_3 &= d_6 + d_7 + d_8 + d_9 &&= - 0{,}0252 \\ \Delta_4 &= d_8 + d_{10} + d_{11} &&= + 0{,}1080 \\ \Delta_5 &= d_1 + d_2 + d_4 + d_5 + d_7 + d_{10} + d_{11} + d_9 &&= + 0{,}1423. \end{aligned}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Bei den nachfolgenden Rechnungen, wovon die unter Nr 1 ausgeführten die Ausgleichung des Netzes nach der Methode der kleinsten Quadrate und die unter Nr 2 mitgetheilten die Ausgleichung desselben Netzes nach einem von mir erfundenen Verfahren bezwecken, will ich die verbesserten Höhenunterschiede der 11 Strecken s_1 bis s_{11}, welche jedes Einzelpolygon für sich auf Null abschliessen,

$$d'_1 \ , \ d'_2 \ , \ d'_3 \ , \ d'_4 \ \ldots . \ d'_{11}$$

heissen, wenn sie nach dem ersten Verfahren bestimmt sind, und

$$\mathfrak{d}'_1 \ , \ \mathfrak{d}'_2 \ , \ \mathfrak{d}'_3 \ , \ \mathfrak{d}'_4 \ \ldots . \ \mathfrak{d}'_{11}$$

wenn sie nach meinem (dem zweiten) Verfahren gefunden wurden.

Die Verbesserungen, welche an den Höhenunterschieden $d_1, d_2, d_3 \ldots$ anzubringen sind, um diese auf $d'_1, d'_2, d'_3 \ldots$ zu bringen, wenn sie nach dem gewöhnlichen, auf die Methode der kleinsten Quadrate gegründeten Verfahren berechnet worden, sollen mit

$$v_1 \ , \ v_2 \ , \ v_3 \ , \ v_4 \ \ldots . \ v_{11}$$

und wenn sie nach meiner Methode bestimmt sind, mit

$$\mathfrak{v}_1 \ , \ \mathfrak{v}_2 \ , \ \mathfrak{v}_3 \ , \ \mathfrak{v}_4 \ \ldots . \ \mathfrak{v}_{11}$$

bezeichnet werden. Da für beide Methoden sowohl die Verbesserungen v, $\mathfrak{v}$ als auch die Höhenunterschiede d, $\mathfrak{d}$ auf zwei verschiedenen Wegen berechnet werden, so will ich die auf dem zweiten Wege erhaltenen Werthe für v und $\mathfrak{v}$ von jenen des ersten Wegs durch einen Accent unterscheiden und die aus v' und $\mathfrak{v}'$ hervorgegangenen Höhenunterschiede durch d'' und $\mathfrak{d}''$ bezeichnen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

1. Ausgleichung des Bayerischen Höhennetzes nach der Methode der kleinsten Quadrate:

a) Nach dem Verfahren von Baeyer.[1])

Diese Art der Ausgleichung der Polygonschlussfehler ($\Delta_1, \Delta_2 \ldots$) erfüllt die Forderung, dass die Quadratsumme der Verbesserungen (v_1, v_2), welche den Abschluss der Einzelpolygone und des Hauptpolygons bewirken, ein Minimum wird, und dass die Fehlervertheilung proportional den Längenverhältnissen der Einzelstrecken zur Gesammtlänge erfolgt. Um der vorstehenden Forderung zu genügen, sind zunächst folgende Bedingungen zu erfüllen, welche ausdrücken, dass jedes Polygon für sich und auch das Hauptpolygon auf Null abschliessen muss:

$$\begin{aligned}
\Delta_1 - (v_1 + v_2 + v_3) &= 0 \\
\Delta_2 - (v_3 + v_4 + v_5 + v_6) &= 0 \\
\Delta_3 - (v_6 + v_7 + v_8 + v_9) &= 0 \\
\Delta_4 - (v_8 + v_{10} + v_{11}) &= 0 \\
\Delta_5 - (v_1 + v_2 + v_4 + v_5 + v_7 + v_9 + v_{10} + v_{11}) &= 0 .
\end{aligned} \tag{1}$$

Bezeichnet man die Gewichte der Strecken $s_1, s_2, s_3 \ldots$ beziehungsweise mit $p_1, p_2, p_3 \ldots$, so haben dieselben nach Baeyer folgende Werthe:

$$p_1 = \frac{S_v}{s_1}, \quad p_2 = \frac{S_v}{s_2}, \quad p_3 = \frac{S_v}{s_3} \text{ u. s. w.}$$

Mit Rücksicht hierauf muss, um obiger Forderung zu genügen, auch noch die allgemeine Function erfüllt werden:

$$2\Sigma = p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + p_3 v_3^2 + \ldots + p_{11} v_{11}^2 \tag{2}$$

Multiplicirt man jede der mit (1) bezeichneten 5 Gleichungen mit einer Constanten k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, so geht das System (1) in das nachstehende (3) über:

---

1) Vergl. Peters, Astronomische Nachrichten, 1875, Bd 86, Nr 2052: „Ueber Fehlerbestimmung und Ausgleichung eines geometrischen Nivellements" von Generallieutenant Dr. J. J. Baeyer.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$\begin{aligned}
\Delta_1 k_1 - (v_1 + v_2 + v_3)k_1 &= 0 \\
\Delta_2 k_2 - (v_3 + v_4 + v_5 + v_6)k_2 &= 0 \\
\Delta_3 k_3 - (v_6 + v_7 + v_8 + v_9)k_3 &= 0 \\
\Delta_4 k_4 - (v_8 + v_{10} + v_{11})k_4 &= 0 \\
\Delta_5 k_5 - (v_1 + v_2 + v_4 + v_5 + v_7 + v_9 + v_{10} + v_{11})k_5 &= 0
\end{aligned} \tag{3}$$

Differentiiren wir die Gleichungen (2) und (3) successive nach $v_1, v_2, v_3 \ldots$, so erhalten wir die Bedingungen für das Minimum der Quadratsumme Σ wie folgt:

$$\begin{aligned}
p_1 v_1 - k_1 - k_5 &= 0 \\
p_2 v_2 - k_1 - k_5 &= 0 \\
p_3 v_3 - k_1 - k_2 &= 0 \\
p_4 v_4 - k_2 - k_5 &= 0 \\
p_5 v_5 - k_2 - k_5 &= 0 \\
p_6 v_6 - k_2 - k_3 &= 0 \\
p_7 v_7 - k_3 - k_5 &= 0 \\
p_8 v_8 - k_3 - k_4 &= 0 \\
p_9 v_9 - k_3 - k_5 &= 0 \\
p_{10} v_{10} - k_4 - k_5 &= 0 \\
p_{11} v_{11} - k_4 - k_5 &= 0
\end{aligned} \tag{4}$$

Hieraus findet man für die Verbesserungen folgende Werthe:

$$\begin{aligned}
v_1 &= \frac{1}{p_1}(k_1 + k_5) = \frac{s_1}{S}(k_1 + k_5) \\
v_2 &= \frac{1}{p_2}(k_1 + k_5) = \frac{s_2}{S}(k_1 + k_5) \\
v_3 &= \frac{1}{p_3}(k_1 + k_2) = \frac{s_3}{S}(k_1 + k_2) \\
v_4 &= \frac{1}{p_4}(k_2 + k_5) = \frac{s_4}{S}(k_2 + k_5) \\
v_5 &= \frac{1}{p_5}(k_2 + k_5) = \frac{s_5}{S}(k_2 + k_5) \\
v_6 &= \frac{1}{p_6}(k_2 + k_3) = \frac{s_6}{S}(k_2 + k_3) \\
v_7 &= \frac{1}{p_7}(k_3 + k_5) = \frac{s_7}{S}(k_3 + k_5)
\end{aligned} \tag{5}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$v_8 = \frac{1}{p_8}(k_3 + k_4) = \frac{s_8}{S}(k_3 + k_4)$$
$$v_9 = \frac{1}{p_9}(k_3 + k_5) = \frac{s_9}{S}(k_3 + k_5)$$
$$v_{10} = \frac{1}{p_{10}}(k_4 + k_5) = \frac{s_{10}}{S}(k_4 + k_5)$$
$$v_{11} = \frac{1}{p_{11}}(k_4 + k_5) = \frac{s_{11}}{S}(k_4 + k_5)$$

Werden diese Werthe in die mit (1) bezeichneten Gleichungen eingesetzt, so ergeben sich für die Bestimmung der Constanten k_1 bis k_5 die Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= \frac{s_1+s_2+s_3}{S}\cdot k_1 + \frac{s_3}{S}\cdot k_2 + \frac{s_1+s_2}{S}\cdot k_5 \\
\Delta_2 &= \frac{s_4}{S}\cdot k_1 + \frac{s_3+s_4+s_5+s_6}{S}\cdot k_2 + \frac{s_6}{S}\cdot k_3 + \frac{s_4+s_5}{S}\cdot k_5 \\
\Delta_3 &= + \frac{s_6}{S}\cdot k_2 + \frac{s_6+s_7+s_8+s_9}{S}\cdot k_3 + \frac{s_8}{S}\cdot k_4 + \frac{s_7+s_9}{S}\cdot k_5 \qquad (6) \\
\Delta_4 &= + \frac{s_8}{S}\cdot k_3 + \frac{s_8+s_{10}+s_{11}}{S}\cdot k_4 + \frac{s_{10}+s_{11}}{S}\cdot k_5 \\
\Delta_5 &= \frac{s_1+s_2}{S}\cdot k_1 + \frac{s_4+s_5}{S}\cdot k_2 + \frac{s_7+s_9}{S}\cdot k_3 + \frac{s_{10}+s_{11}}{S}\cdot k_4 + \frac{s_1+s_2+s_4+s_5+s_7+s_9+s_{10}+s_{11}}{S}\cdot k_5
\end{aligned}$$

Führt man die zehnfachen Zahlenwerthe ein und reducirt auf Null, so gehen die vorstehenden Gleichungen in folgende über:

$$\begin{aligned}
3{,}604\,k_1 + 1{,}174\,k_2 \qquad\qquad + 2{,}430\,k_5 - 0{,}202 &= 0 \\
1{,}174\,k_1 + 3{,}850\,k_2 + 0{,}806\,k_3 \qquad + 1{,}870\,k_5 - 0{,}393 &= 0 \\
+ 0{,}806\,k_2 + 3{,}213\,k_3 + 0{,}639\,k_4 + 1{,}769\,k_5 + 0{,}252 &= 0 \qquad (7) \\
+ 0{,}639\,k_3 + 1{,}951\,k_4 + 1{,}313\,k_5 - 1{,}080 &= 0 \\
2{,}430\,k_1 + 1{,}870\,k_2 + 1{,}769\,k_3 + 1{,}313\,k_4 + 7{,}382\,k_5 - 1{,}423 &= 0
\end{aligned}$$

Die Auflösung dieser 5 Gleichungen nach dem in Jordans Taschenbuch der praktischen Geometrie, Seite 31, angegebenen Verfahren liefert:

$$\begin{aligned}
k_1 &= -\,0{,}0993 \\
k_2 &= +\,0{,}1125 \\
k_3 &= -\,0{,}3106 \qquad (8) \\
k_4 &= +\,0{,}5368 \\
k_5 &= +\,0{,}1759
\end{aligned}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

und hiemit findet man durch Einsetzung in (5) folgende Werthe für die Verbesserungen und deren Quadrate, wozu nur zu bemerken ist, dass letztere nicht Quadratmeter sondern Quadratcentimeter bedeuten, also die zehntausendfachen Zahlenwerthe von v_1^2 , v_2^2 , v_3^2 vorstellen:

$$\begin{array}{ll} v_1 = +\overset{m}{0{,}0077} & v_1^2 = \overset{\square cm}{0{,}5929} \\ v_2 = +0{,}0109 & v_2^2 = 1{,}1881 \\ v_3 = +0{,}0016 & v_3^2 = 0{,}0256 \\ v_4 = +0{,}0139 & v_4^2 = 1{,}9321 \\ v_5 = +0{,}0399 & v_5^2 = 15{,}9201 \\ v_6 = -0{,}0160 & v_6^2 = 2{,}5600 \\ v_7 = -0{,}0145 & v_7^2 = 2{,}1025 \\ v_8 = +0{,}0145 & v_8^2 = 2{,}1025 \\ v_9 = -0{,}0093 & v_9^2 = 0{,}8649 \\ v_{10} = +0{,}0550 & v_{10}^2 = 30{,}2500 \\ v_{11} = +0{,}0386 & v_{11}^2 = 14{,}8996 \\ & \overline{[vv] = 72{,}4383} \end{array} \qquad (9)$$

Sucht man mit Hilfe dieser Fehlerquadrate und der Streckenlängen s_1 , s_2 , s_3 . . . das Quadrat des mittleren Fehlers (m) pro Kilometer, so geschieht dieses bekanntlich durch die Formel

$$m^2 = \frac{1}{11}\left(\frac{v_1^2}{s_1} + \frac{v_2^2}{s_2} + \frac{v_3^2}{s_3} + \ldots\ldots + \frac{v_{11}^2}{s_{11}}\right) \qquad (10)$$

in welcher die Werthe von s_1 , s_2 , s_3 . . . . . in Kilometern einzusetzen sind, wenn man die vorstehenden Fehlerquadrate bei der Berechnung von m^2 benützen will. Unter dieser Voraussetzung findet man den im ganzen Bayerischen Präcisionsnivellement begangenen mittleren Fehler pro Kilometer

$$m = 0{,}2601^{cm} = 2{,}601^{mm} \qquad (11)$$

während er nach dem Beschlusse der dritten Allgemeinen Conferenz der Europäischen Gradmessung 3 Millimeter pro Kilometer betragen dürfte.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

b) Nach dem Verfahren von Jordan.[1])

Dieses Verfahren unterscheidet sich von dem vorigen des Herrn Generals Baeyer im Wesentlichen nicht nur durch die verschiedene Art der Gewichtsbestimmung, sondern auch durch die Zahl und Art der unabhängigen Unbekannten. Während nämlich nach Baeyer die Gewichte

$$p_1 , p_2 , p_3 \ldots \text{ den Quotienten } \frac{S_I}{s_1} , \frac{S_I}{s_2} , \frac{S_I}{s_3} \ldots$$

gleich gesetzt werden, nehmen wir sie nach Jordan den Quadraten der wahrscheinlichen Fehler der beobachteten Höhenunterschiede d_1 , d_2, $d_3 \ldots$ umgekehrt proportional an und bezeichnen sie der Reihe nach mit p'_1 , p'_2 , $p'_3 \ldots$ Diese wahrscheinlichen Fehler sind in den Fixpunktverzeichnissen meiner 4 Mittheilungen über das Bayerische Präcisionsnivellement enthalten, und ergeben durch Zusammenstellung mit den beobachteten Höhenunterschieden d_1 bis d_{11} nachstehende Tafel:

Nr	Nivellirte Strecke	Beobachteter Höhenunterschied d	Wahrscheinlicher Fehler dieses Unterschieds W	Gewicht der nivellirten Strecke p'
1	Regensburg-Passau	$35^m,8723$	± 0,0059	2,83
2	Passau-München	217,5062	± 0,0067	2,20
3	München-Regensburg	181,6541	± 0,0062	2,60
4	München-Augsburg	32,0958	± 0,0038	6,76
5	Augsburg-Nürnberg	179,5981	± 0,0084	1,42
6	Nürnberg-Regensburg	30,0005	± 0,0047	4,55
7	Nürnberg-Neuenmarkt	38,6644	± 0,0094	1,14
8	Neuenmarkt-Weiden	48,8053	± 0,0055	3,26
9	Weiden-Regensburg	57,4440	± 0,0053	3,51
10	Neuenmarkt-Franzensbad	100,1619	± 0,0087	1,33
11	Franzensbad-Weiden	51,4646	± 0,0051	3,79

Als unabhängige Unbekannte führen wir die 7 absoluten Höhenunterschiede zwischen Regensburg und den übrigen Hauptpunkten ein, mit folgenden Näherungswerthen:

1) Vergl. das „Taschenbuch der praktischen Geometrie" von Dr. W. Jordan, Professor in Carlsruhe. Stuttgart 1873. § 89, Seite 182—185.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Regensburg-Passau	$X_1 =$	35,8723
Regensburg-München	$X_2 =$	184,6541
Regensburg-Augsburg	$X_3 =$	149,5583
Regensburg-Nürnberg	$X_4 =$	30,0005
Regensburg-Neuenmarkt	$X_5 =$	8,6639
Regensburg-Weiden	$X_6 =$	57,4140
Regensburg-Franzensbad	$X_7 =$	108,9086.

Nennt man die zu den Werthen X_1, X_2, $X_3 \ldots X_7$ gehörigen Verbesserungen beziehungsweise x_1, x_2, $x_3 \ldots x_4$, so bestehen für die an den Werthen d_1, d_2, $d_3 \ldots d_{11}$ anzubringenden Correctionen v'_1, v'_2, $v'_3 \ldots v'_{11}$ zunächst 11 Bedingungsgleichungen von der Form

$$v = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \ldots + a_7 x_7 + w \qquad (12)$$

worin die w die in den Schlussfehlern sich kundgebenden Widersprüche und a_1, a_2, $a_3 \ldots$ Coefficienten bezeichnen, deren Werthe nur entweder 0 oder ± 1 sind. Ausser den genannten Gleichungen ist auch noch die Bedingung zu erfüllen:

$$2\Sigma = p'_1 v'^2_2 + p'_2 v^2_2 + p'_3 v'^2_3 + \ldots + p'_{11} v'^2_{11} = \text{minimum}. \qquad (13)$$

Die Coefficienten zu x_1, x_2, $x_3 \ldots$ und die Werthe von w für die eben erwähnten 11 Bedingungsgleichungen sind in nachstehender Tafel enthalten:

v'	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	w in Meter
v'_1	+ 1	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .
v'_2	+ 1	+ 1	. .	. .	. .	. .	. .	+ 0,0202
v'_3	. .	+ 1	. .	. .	. .	. .	. .	. .
v'_4	. .	+ 1	— 1	. .	. .	. .	. .	. .
v'_5	. .	. .	+ 1	+ 1	. .	. .	. .	— 0,0393
v'_6	. .	. .	. .	+ 1	. .	. .	. .	. .
v'_7	. .	. .	. .	+ 1	+ 1	. .	. .	. .
v'_8	. .	. .	. .	. .	— 1	+ 1	. .	— 0,0252
v'_9	. .	. .	. .	. .	. .	+ 1	. .	. .
v'_{10}	. .	. .	. .	. .	— 1	. .	+ 1	+ 0,0828
v'_{11}	. .	. .	. .	. .	. .	— 1	+ 1	. .

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Werden die nach vorstehenden 11 Gleichungen allgemein ausgedrückten Werthe von v_1 bis v_{11} in die vorstehend mit Nr 13 bezeichnete Funktion $2\,\Sigma$ eingeführt, so ergibt sich durch Differentiiren nach x_1, x_2, $x_3 \ldots x_7$ die Bedingung für $[p' v' v'] =$ minimum in den folgenden leicht zu bildenden 7 Normalgleichungen:

$$
\begin{aligned}
0 &= (p_1 + p_2)\, x_1 + p_2\, x_2 + p_2\, w_2 \\
0 &= p_2\, x_1 + (p_2 + p_3 + p_4)\, x_2 - p_4\, x_3 + p_2\, w_2 \\
0 &= - p_4\, x_2 + (p_4 + p_5)\, x_3 + p_5\, x_4 + p_5\, w_5 \\
0 &= p_5\, x_3 + (p_5 + p_6 + p_7)\, x_4 + p_7\, x_5 + p_5\, w_5 \\
0 &= p_7\, x_4 + (p_7 + p_8 + p_{10})\, x_5 - p_8\, x_6 - p_{10}\, x_7 - p_8\, w_8 - p_{10}\, w_{10} \qquad (14) \\
0 &= - p_8\, x_5 + (p_8 + p_9 + p_{11})\, x_6 - p_{11}\, x_7 + p_8\, w_8 \\
0 &= - p_{10}\, x_5 - p_{11}\, x_6 + (p_{10} + p_{11})\, x_7 + p_{10}\, w_{10}
\end{aligned}
$$

welche sich nach Einführung der Zahlenwerthe für p und w (in Centimetern) wie folgt gestalten:

$$
\begin{aligned}
0 &= 5{,}03\, x_1 + 2{,}20\, x_2 \quad \ldots \quad + 4{,}444 \\
0 &= 2{,}20\, x_1 + 11{,}56\, x_2 - 6{,}76\, x_3 \quad \ldots \quad + 4{,}444 \\
0 &= \ldots - 6{,}76\, x_2 + 8{,}18\, x_3 + 1{,}42\, x_4 \quad \ldots \quad - 5{,}581 \\
0 &= \ldots \quad \ldots + 1{,}42\, x_3 + 7{,}11\, x_4 + 1{,}14\, x_5 \quad \ldots \quad - 5{,}581 \\
0 &= \ldots \quad \ldots \quad \ldots + 1{,}14\, x_4 + 5{,}73\, x_5 - 3{,}26\, x_6 + 1{,}33\, x_7 - 2{,}797 \\
0 &= \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots - 3{,}26\, x_5 + 10{,}56\, x_6 - 3{,}79\, x_7 - 8{,}215 \\
0 &= \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots - 1{,}33\, x_5 + 3{,}79\, x_6 + 5{,}12\, x_7 + 11{,}012
\end{aligned}
$$

Die Auflösung dieser 7 Gleichungen nach dem von Jordan (Seite 31 seines Taschenbuchs der praktischen Geometrie) angegebenen Verfahren liefert die Werthe:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= -0{,}9992 \text{ cm} \\
x_2 &= +0{,}2646 \\
x_3 &= +0{,}7847 \\
x_4 &= +0{,}6697 \qquad (15) \\
x_5 &= -0{,}2588 \\
x_6 &= -0{,}1335 \\
x_7 &= -2{,}3168
\end{aligned}
$$

und hiemit findet man durch Einsetzung in die Gleichungen für die Verbesserungen v' deren Werthe und Quadrate wie folgt:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$v_1^1 = -1{,}00^{cm}$	$d_1^2 = 1{,}0000^{\square cm}$
$v_2^1 = +1{,}29$	$d_2^2 = 1{,}6641$
$v_3^1 = +0{,}26$	$d_3^2 = 0{,}0676$
$v_4^1 = -0{,}52$	$d_4^2 = 0{,}2704$
$v_5^1 = -2{,}48$	$d_5^2 = 6{,}1504$
$v_6^1 = +0{,}67$	$d_6^2 = 0{,}4489$
$v_7^1 = +0{,}41$	$d_7^2 = 0{,}1681$
$v_8^1 = -2{,}40$	$d_8^2 = 5{,}7600$
$v_9^1 = -0{,}13$	$d_9^2 = 0{,}0169$
$v_{10}^1 = +6{,}22$	$d_{10}^2 = 38{,}6884$
$v_{11}^1 = -2{,}18$	$d_{11}^2 = 4{,}7524$
	$[v'v'] = 58{,}9872$

Berechnet man aus diesen Verbesserungen (deren Quadratsumme bedeutend kleiner ist als die nach Baeyer berechnete Summe 72,44) mittelst der oben angegebenen Formel (10) den mittleren Fehler des Bayerischen Präcisionsnivellements pro Kilometer, so wird derselbe

$$m' = 0{,}2219^{cm} = 2{,}219^{mm}$$

also wesentlich kleiner als ihn die erste Ausgleichung (a) ergeben hat, wonach er $2{,}601^{mm}$ betragen würde.

c) Nach einer Abänderung des Baeyer'schen Verfahrens.

Ich hatte den oben (Seite 113) bezeichneten Aufsatz des Herrn Generals Baeyer über die Fehlerbestimmung und Ausgleichung eines geometrischen Nivellements nicht näher durchgesehen, als ich meinem geodätischen Bureau den Auftrag ertheilte, die Ausgleichung unseres Höhennetzes auch nach dem Verfahren des Herrn Generals vorzunehmen, was alsbald in der unter a) mitgetheilten Weise geschah. Als sich hiebei jedoch zeigte, dass die Summe der Fehlerquadrate grösser wurde als nach meinem unter Nr 2 zu beschreibenden einfachen Näherungsverfahren, fand ich mich veranlasst, den erwähnten Aufsatz näher zu prüfen, und diese Prüfung ergab sofort, dass das mit Nr 22 bezeichnete System von Gleichungen des Baeyer'schen Aufsatzes insoferne eine Unrichtigkeit enthält, als die vierte Gleichung jenes Systems, nämlich

$$u^{III} = 0 = D^{III} - (v + v^{III} + v^{V} + v^{VI} + v^{VII} + v^{I})$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

von den drei ersten nicht unabhängig ist, sondern lediglich deren Summe darstellt, wie sich am anschaulichsten aus dem für vier Polygone giltigen Schema (25), das ich für mein Verfahren aufgestellt habe, ergibt. Es ist demnach auch von Herrn General Baeyer ein willkührlicher Factor (IV) zu viel in die Rechnung eingeführt worden, und es wären drei Unbekannte (I, II, III) genügend gewesen, die 8 Verbesserungen v, v^{I}, v^{II}. . . . v^{VII} zu finden.

Unser unter Nr 1, a behandelte Fall umfasst 4 Polygone, also sind hiefür nur 4 unabhängige Bedingungsgleichungen aufzustellen, und zwar mit Rücksicht auf die Steigungen und Gefälle folgende vier:

$$\begin{aligned} 0 &= +(d_1 + v_1) - (d_2 + v_2) + (d_3 + v_3) \\ 0 &= -(d_3 + v_3) + (d_4 + v_4) + (d_5 + v_5) - (d_6 + v_6) \\ 0 &= +(d_6 + v_6) - (d_7 + v_7) - (d_8 + v_8) + (d_9 + v_9) \\ 0 &= +(d_8 + v_8) - (d_{10} + v_{10}) + (d_{11} + v_{11}) . \end{aligned} \tag{12}$$

Diese 4 Gleichungen geben, wenn man sie addirt, in der That für den Umfang:

$$\begin{aligned} &+(d_1 + v_1) - (d_2 + v_2) + (d_4 + v_4) + (d_5 + v_5) - (d_7 + v_7) + \\ &+(d_9 + v_9) - (d_{10} + v_{10}) + (d_{11} + v_{11}) = 0 . \end{aligned} \tag{13}$$

Setzt man in dem System (12), wie es in Wirklichkeit der Fall ist,

$$\begin{aligned} +d_1 - d_2 + d_3 \qquad &= \Delta_1 = +\overset{m}{0},0202 \\ -d_3 + d_4 + d_5 - d_6 &= \Delta_2 = +0,0393 \\ +d_6 - d_7 - d_8 + d_9 &= \Delta_3 = -0,0252 \\ +d_8 - d_{10} + d_{11} \qquad &= \Delta_4 = +0,1080 \end{aligned} \tag{14}$$

und multiplicirt die 4 Gleichungen jenes Systems nacheinander mit den willkührlichen Factoren k_1, k_2, k_3, k_4, so erhält man folgendes neue System von Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned} 0 &= \Delta_1 k_1 + (v_1 - v_2 + v_3) k_1 \\ 0 &= \Delta_2 k_2 - (v_3 - v_4 - v_5 + v_6) k_2 \\ 0 &= \Delta_3 k_3 + (v_6 - v_7 - v_8 + v_9) k_3 \\ 0 &= \Delta_4 k_4 + (v_8 - v_{10} + v_{11}) \end{aligned} \tag{15}$$

zu denen noch kommt die allgemeine Function

$$2\Sigma = p_1 \overset{2}{v_1} + p_2 \overset{2}{v_2} + p_3 \overset{2}{v_3} + \ldots\ldots + p_{11} \overset{2}{v_{11}} = \text{min.}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Hieraus folgt durch Differentiiren das System (16) und aus diesem die in (17) dargestellten Verbesserungen v_1 bis v_{11}, nämlich

$$
\begin{array}{lll}
0 = p_1 v_1 + k_1 & v_1 = -\dfrac{k_1}{p_1} & = -\dfrac{s_1}{S} k_1 \\
0 = p_2 v_2 - k_1 & v_2 = +\dfrac{k_1}{p_2} & = +\dfrac{s_2}{S} k_1 \\
0 = p_3 v_3 + k_1 - k_2 & v_3 = +\dfrac{k_2 - k_1}{p_3} & = +\dfrac{s_3}{S}(k_2 - k_1) \\
0 = p_4 v_4 + k_2 & v_4 = -\dfrac{k_2}{p_4} & = -\dfrac{s_4}{S} k_2 \\
0 = p_5 v_5 + k_2 & v_5 = -\dfrac{k_2}{p_5} & = -\dfrac{s_5}{S} k_2 \\
0 = p_6 v_6 - k_2 + k_3 \quad (16) & v_6 = +\dfrac{k_2 - k_3}{p_6} & = +\dfrac{s_6}{S}(k_2 - k_3 \quad (17) \\
0 = p_7 v_7 - k_3 & v_7 = +\dfrac{k_3}{p_7} & = +\dfrac{s_7}{S} k_3 \\
0 = p_8 v_8 - k_3 + k_4 & v_8 = +\dfrac{k_3 - k_4}{p_8} & = +\dfrac{s_8}{S}(k_3 - k_4) \\
0 = p_9 v_9 + k_3 & v_9 = -\dfrac{k_3}{p_9} & = -\dfrac{s_9}{S} k_3 \\
0 = p_{10} v_{10} - k_4 & v_{10} = +\dfrac{k_4}{p_{10}} & = +\dfrac{s_{10}}{S} k_4 \\
0 = p_{11} v_{11} + k_4 & v_{11} = -\dfrac{k_4}{p_{11}} & = -\dfrac{s_{11}}{S} k_4 .
\end{array}
$$

Werden diese Werthe von v in das Gleichungssystem (15) eingesetzt, so erhält man folgendes andere:

$$
\begin{aligned}
0 &= +(s_1 + s_2 + s_3) k_1 - s_3 k_2 - S\Delta_1 \\
0 &= -s_3 k_1 + (s_3 + s_4 + s_5 + s_6) k_2 - s_6 k_3 - S\Delta_2 \\
0 &= -s_6 k_2 + (s_6 + s_7 + s_8 + s_9) k_3 - s_8 k_4 - S\Delta_3 \\
0 &= -s_8 k_3 + (s_8 + s_{10} + s_{11}) k_4 - S\Delta_4
\end{aligned}
\qquad (18)
$$

und wenn wir für die Strecken s_1 bis s_{11}, dann deren Summe S und die Schlussfehler Δ_1 bis Δ_4 die oben angegebenen Zahlenwerthe ein-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

führen, so ergeben sich die zur Bestimmung der Faktoren k_1 bis k_4 dienenden 4 Gleichungen:

$$\begin{aligned}
0 &= +4{,}521\,k_1 - 1{,}473\,k_2 & & & & - 2{,}533 \\
0 &= -1{,}473\,k_1 + 4{,}830\,k_2 - 1{,}011\,k_3 & & & & + 4{,}930 \\
0 &= & -1{,}011\,k_2 + 4{,}013\,k_3 & - 0{,}801\,k_4 & & + 3{,}161 \\
0 &= & & -0{,}801\,k_3 + 2{,}448\,k_4 & & - 13{,}549\,.
\end{aligned} \tag{19}$$

Mit den hieraus gefundenen vier Werthen:

$k_1 = +1{,}0473 \qquad k_2 = +1{,}4947 \qquad k_3 = +0{,}7385 \qquad k_4 = +5{,}7763$

erhält man die gesuchten Verbesserungen und deren Quadrate wie folgt:

$v_1 = -1{,}05$ cm	$v_1^2 = 1{,}1025$ □cm
$v_2 = +1{,}49$	$v_2^2 = 2{,}2201$
$v_3 = +0{,}525$	$v_3^2 = 0{,}2756$
$v_4 = -0{,}72$	$v_4^2 = 0{,}5184$
$v_5 = -2{,}07$	$v_5^2 = 4{,}2849$
$v_6 = +0{,}61$	$v_6^2 = 0{,}3721$
$v_7 = +0{,}79$	$v_7^2 = 0{,}6241$
$v_8 = -3{,}21$	$v_8^2 = 10{,}3041$
$v_9 = -0{,}51$	$v_9^2 = 0{,}2601$
$v_{10} = +4{,}46$	$v_{10}^2 = 19{,}8916$
$v_{11} = -3{,}13$	$v_{11}^2 = 9{,}7969$
	$[v\,v] = 49{,}6504$.

Mit den vorstehenden Fehlerquadraten findet man nach Formel (10) den mittleren Kilometerfehler des Bayerischen Präcisionsnivellements

$$m = \overset{\text{cm}}{0.2228} = \overset{\text{mm}}{2{,}23}$$

und es würde derselbe noch viel weiter herabgehen, wenn die zu den Strecken s_{10} und s_{11} gehörenden Höheununterschiede d_{10} und d_{11} ausgeschlossen oder nach wiederholtem Nivellement verbessert worden wären.

2. Ausgleichung des Bayerischen Höhennetzes ohne Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate.

Für ein Netz von wenig Polygonen, wie das Bayerische, verursacht die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate im Hinblicke

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

auf die Ausgleichungen von Dreiecksnetzen keine übergrosse Rechnung, obwohl auch diese zu dem Gewinne, welcher dadurch erreicht wird, in keinem richtigen Verhältnisse steht; wollte man aber die umfangreicheren Höhennetze von Deutschland, Oesterreich, Frankreich, Italien u. s. w. einzeln hienach ausgleichen, so würde sich die darauf zu verwendende Arbeit unerträglich steigern, und für das gesammte Europäische Netz wäre sie in Einem nicht durchführbar und man müsste dann doch zu Hilfsmitteln greifen, welche als streng-wissenschaftliche nicht mehr bezeichnet werden können.

Diese Erwägung und der Gedanke, dass es sich im Grunde nicht rechtfertigen lässt, warum die vorzüglichere Arbeit, welche auf irgend ein Polygon verwendet wurde, durch die minder gute eines anderen Polygons verschleiert werden soll, haben mich veranlasst, darüber nachzudenken, ob es nicht genüge, der Reihe nach alle das Umfangspolygon zusammensetzenden Einzelpolygone für sich auf Null auszugleichen und dabei für die gemeinschaftliche Seite zweier Nachbarpolygone die aus dem einen schon ausgeglichenen Vielecke gefundene Verbesserung beizubehalten. Und in der That fand ich, dass, wie auch immer die Einzelpolygone zusammenhängen, das Umfangspolygon und jede Zusammensetzung zweier oder mehrerer Polygone zu einem grösseren Polygon ebenfalls auf Null ausgeglichen sind, sobald die zusammengehörigen Einzelpolygone unter der eben ausgesprochenen Bedingung (dass nämlich für die gemeinschaftliche Seite zweier benachbarter Polygone die aus dem zuerst ausgeglichenen Vielecke hervorgegangene Verbesserung auch für das andere Polygon beibehalten werde) schliessen. Ich werde diesen als natürlich und einfach sich darstellenden Satz in den Sitzungsberichten der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften beweisen und für seine Verbreitung durch andere wissenschaftliche Zeitschriften sorgen; hier setze ich ihn als bereits feststehend voraus, und zeige nur, wie er auf den vorliegenden Fall angewendet wird.

Zunächst bemerke ich, dass mein Satz in diesem Falle sagt: wenn die vier ersten Gleichungen des Systems (1) auf Seite 113 erfüllt sind, so ist damit auch schon die fünfte erfüllt. Auf die allgemeine Function $2\Sigma = [p\mathfrak{v}\mathfrak{v}]$ werde ich also hier keine Rücksicht nehmen, wohl aber

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

am Schlusse dieses Abschnittes zeigen, wie sich die Quadratsummen der Fehler v und $\mathfrak{v}$ oder [vv] und [$\mathfrak{v}\mathfrak{v}$] zu einander verhalten.

Während es bei der strengeren Art der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate gleichgiltig ist, in welcher Reihenfolge man die einzelnen Polygone in Rechnung zieht, ist dieses bei meinem Verfahren keineswegs der Fall: hier empfieht es sich, mit demjenigen Polygon zu beginnen, welches unter allen auszugleichenden den grössten Anschlussfehler hat, und dieses ist in dem vorliegenden Falle die mit IV bezeichnete Fichtelgebirgsschleife. Damit der eben erwähnte Unterschied deutlich in die Augen springt, werde ich zuerst die Ausgleichung der Polygone nach der Reihenfolge I, II, III, IV und dann in der umgekehrten Folge IV, III, II, I vornehmen.

a) Ausgleichung nach der Reihenfolge I, II, III, IV.

Sollen im Polygon Nr. I. (Regensburg-Passau-München-Regensburg) die Höhenunterschiede der Eckpunkte die Summe = 0 ergeben, so ist der Schlusssfehler $\Delta_I = + \overset{m}{0{,}0202}$ proportional den Verhältnissen $\frac{s_I}{S_I}$, $\frac{s_2}{S_{II}}$, $\frac{s_3}{S_{III}}$ auf die Höhenunterschiede d_I, d_2, d_3 zu vertheilen. Geschieht dieses, so sind die Verbesserungen:

$$\mathfrak{v}_I = - \overset{m}{0{,}0056} \quad ; \quad \mathfrak{v}_2 = + \overset{m}{0{,}0000} \quad ; \quad \mathfrak{v}_3 = - \overset{m}{0{,}0066}$$

und die verbesserten Höhenunterschiede: (21)

$$d'_I = + \overset{m}{35{,}8667} \quad ; \quad d_2 = - \overset{m}{217{,}5142} \quad ; \quad d'_3 = + \overset{m}{181{,}6475}$$

Im Polygon II (Regensburg-München-Augsburg-Nürnberg-Regensburg) denken wir uns die Verbesserung v_3 an d_3 schon angebracht, der Schlussfehler wird dann $\Delta_2 + 0{,}0066 = 0{,}0393 + 0{,}0066 = \overset{m}{0{,}0459}$ und die Verbesserung $- \overset{m}{0{,}0459}$ ist nunmehr auf die Seiten s_4, s_5, s_6 proportional zu $\frac{s_4}{S_{II}-s_3}$, $\frac{s_5}{S_{II}-s_3}$, $\frac{s_6}{S_{II}-s_3}$ zu vertheilen. Dadurch erhalten wir die Verbesserungen:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$v_4 = -\overset{m}{0{,}0083} \quad ; \quad v_5 = -\overset{m}{0{,}0238} \quad ; \quad v_6 = -\overset{m}{0{,}0138}$$

und die verbesserten Höhenunterschiede: (22)

$$d'_4 = +\overset{m}{32{,}0875} \quad ; \quad d'_5 = +\overset{m}{179{,}5743} \quad ; \quad d'_6 = -\overset{m}{30{,}0143}.$$

Für das Polygon III (Regensburg-Nürnberg-Neuenmarkt-Weiden-Regensburg) ist der Restfehler $\Delta_3 - v_6 = -0{,}0252 + 0{,}0138 = -\overset{m}{0{,}0114}$ und desshalb sind die Verbesserungen:

$$v_7 = +\overset{m}{0{,}0051} \quad ; \quad v_8 = +\overset{m}{0{,}0000} \quad ; \quad v_9 = +\overset{m}{0{,}0033}$$

und die verbesserten Höhenunterschiede: (23)

$$d'_7 = -\overset{m}{38{,}6593} \quad ; \quad d'_8 = -\overset{m}{48{,}8023} \quad ; \quad d'_9 = +\overset{m}{57{,}4473}.$$

Für das Polygon IV (Weiden-Neuenmarkt-Franzensbad-Weiden) beträgt der Restfehler $\Delta_4 - v_8 = \overset{m}{0{,}1080} - \overset{m}{0{,}0030} = +\overset{m}{0{,}1055}$ und es berechnen sich hieraus die Verbesserungen:

$$v_{10} = -\overset{m}{0{,}0617} \quad ; \quad v_{11} = -\overset{m}{0{,}0432}$$

und die verbesserten Höhenunterschiede: (24)

$$d'_{10} = -\overset{m}{100{,}2236} \quad ; \quad d'_{11} = +\overset{m}{51{,}4213}.$$

Man kann sich durch Zusammenstellung der Zahlenwerthe überzeugen, dass folgende Gleichungen stattfinden, welche dem System (1) entsprechen, nämlich:

$$\begin{aligned}
d'_1 + d'_2 + d'_3 &= 0 \\
-d'_3 + d'_4 + d'_5 + d'_6 &= 0 \\
-d'_6 + d'_7 + d'_8 + d'_9 &= 0 \\
-d'_8 + d'_{10} + d'_{11} &= 0 \\
d'_1 + d'_2 + d'_4 + d'_5 + d'_7 + d'_9 + d'_{10} + d'_{11} &= 0
\end{aligned} \qquad (25)$$

Zugleich sieht man, dass die letzte Gleichung aus den vier ersten folgt, wenn diese addirt werden, wobei als selbstverständlich ange-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

sehen wird, dass die verbesserten Höhenunterschiede d_3', d_6', d_8' in den aufeinanderfolgenden Polygonen II, III, IV mit entgegengesetzten Vorzeichen einzuführen sind, weil sie in diesen auch in entgegengesetzter Richtung genommen werden, z. B. in I München-Regensburg, in II Regensburg-München; in II Nürnberg-Regensburg, in III Regensburg-Nürnberg u. s. w. In den vorstehenden fünf Gleichungen ist der Gang des Beweises meines Satzes angedeutet und ausgedrückt, dass ich diese anschauliche Art der Beweisführung jener abstracten vorziehe, welche sich auf die Natur und Zahl der Bedingungsgleichungen gründen lässt, und worüber ich mich in den oben erwähnten Sitzungsberichten ebenfalls näher aussprechen werde.

Stellt man die eben gefundenen Werthe der Verbesserungen $\mathfrak{v}_1$, $\mathfrak{v}_2$, $\mathfrak{v}_3$ . . . . mit ihren Quadraten zusammen, wie es vorhin für die Verbesserungen v_1, v_2, v_3 . . . geschehen ist, und drückt man auch hier die $\mathfrak{v}$ in Meter und die $\mathfrak{v}^2$ in Quadratcentimeter aus, so gelangt man zu folgender Tafel:

	m		□cm
$\mathfrak{v}_1$	$= +0{,}0056$	$\mathfrak{v}_1^2$	$= 0{,}3136$
$\mathfrak{v}_2$	$= -0{,}0080$	$\mathfrak{v}_2^2$	$= 0{,}6400$
$\mathfrak{v}_3$	$= -0{,}0066$	$\mathfrak{v}_3^2$	$= 0{,}4356$
$\mathfrak{v}_4$	$= -0{,}0083$	$\mathfrak{v}_4^2$	$= 0{,}6889$
$\mathfrak{v}_5$	$= -0{,}0238$	$\mathfrak{v}_5^2$	$= 5{,}6644$
$\mathfrak{v}_6$	$= -0{,}0138$	$\mathfrak{v}_6^2$	$= 1{,}9044$
$\mathfrak{v}_7$	$= +0{,}0051$	$\mathfrak{v}_7^2$	$= 0{,}2601$
$\mathfrak{v}_8$	$= +0{,}0030$	$\mathfrak{v}_8^2$	$= 0{,}0900$
$\mathfrak{v}_9$	$= +0{,}0033$	$\mathfrak{v}_9^2$	$= 0{,}1089$
$\mathfrak{v}_{10}$	$= -0{,}0617$	$\mathfrak{v}_{10}^2$	$= 38{,}0689$
$\mathfrak{v}_{11}$	$= -0{,}0432$	$\mathfrak{v}_{11}^2$	$= 18{,}6624$
		$[\mathfrak{v}\mathfrak{v}]$	$= 66{,}8372$.

Hier stellte sich nun als bemerkenswerth dar, dass die Quadratsumme der nach meiner Methode bestimmten Verbesserungen $\mathfrak{v}_1$, $\mathfrak{v}_2$, $\mathfrak{v}_3$ . . . kleiner sich ergab als die der v_1, v_2, v_3 . . ., welche nach dem unveränderten Verfahren von Baeyer (Seite 116) berechnet wurden, indem erstere 66,8372 und letztere 72,4383 betrug.

Von der Ueberzeugung ausgehend, dass mein Näherungsverfahren

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

wohl einen nahezu gleichen aber keinen kleineren Werth für [vv] geben könne als ein richtiges auf der Methode der kleinsten Quadrate beruhendes Verfahren, untersuchte ich nun erst, wie oben (Seite 120) schon bemerkt, die Methode von Baeyer und fand, dass sich eine Unrichtigkeit in dieselbe eingeschlichen hat, indem sie eine Bedingungsgleichung und eine Unbekannte zu viel aufstellt.

b) Ausgleichung nach der Reihenfolge IV, III, II, I.

In der Fichtelgebirgsschleife (Polygon IV) ist der Anschlussfehler $\Delta_4 = +0{,}1080^m$ besonders gross, wahrscheinlich in Folge eines 1 Decimeter betragenden Ablesefehlers, der zur Zeit noch nicht aufgedeckt ist. Vertheilt man diesen Schlussfehler proportional den Seitenlängen über die Schleife Nr IV, so werden die in Meter ausgedrückten Verbesserungen an den Endpunkten der Strecken s ihrer absoluten Grösse nach gefunden aus der Gleichung:

$$\mathfrak{v} = \frac{\Delta_4}{S_{IV}} \cdot s = \frac{0{,}108}{244{,}772} \cdot s = 0{,}0004412 \,.\, s$$

Hienach ergibt sich, wenn man für s nach einander die Werthe für s_8, s_{10}, s_{11} einsetzt und die den Höhenunterschieden d_8, d_{10}, d_{11} angehörigen Vorzeichen berücksichtigt:

$$\begin{aligned} \mathfrak{v}_8 &= -\overset{m}{0{,}03535} = -\overset{cm}{3{,}54} & \mathfrak{v}_8^2 &= \overset{\square cm}{12{,}5316} \\ \mathfrak{v}_{10} &= -0{,}04268 = -4{,}27 & \mathfrak{v}_{10}^2 &= 18{,}2329 \\ \mathfrak{v}_{11} &= -0{,}02983 = -2{,}99 & \mathfrak{v}_{11}^2 &= 8{,}9401. \end{aligned}$$

Bringt man diese Verbesserungen an den Höhenunterschieden d_8, d_{10}, d_{11} an, so wird

$$\begin{aligned} d'_8 &= d_8 + \mathfrak{v}_8 = +\ 48{,}8053 - 0{,}0354 = +\ \overset{m}{48{,}7699} \\ d'_{10} &= d_{10} + \mathfrak{v}_{10} = -\ 100{,}1619 - 0{,}0427 = -\ 100{,}2046 \\ d'_{11} &= d_{11} + \mathfrak{v}_{11} = +\ 51{,}4646 - 0{,}0299 = +\ 51{,}4347 \end{aligned}$$

und man erkennt sofort, dass $d'_8 + d'_{10} + d'_{11} = 0$ ist, also das Polygon IV schliesst.

In der Schleife Nr III ist $\Delta_3 = -0{,}0252$ und $S_{III} = 403{,}108^{Km}$. Da jedoch die gemeinsame Strecke Neuenmarkt-Weiden oder s_3 von $80{,}112^{Km}$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Länge bereits um $\mathfrak{v}_8 = \overset{m}{0{,}0354}$ verbessert ist und hieran nichts mehr geändert werden darf, so trifft auf die übrigen 3 Strecken dieses Polygons nur mehr ein Schlussfehler

$$\Delta''' = \Delta_3 + \mathfrak{v}_8 = -0{,}0252 + 0{,}0354 = +\overset{m}{0{,}0102}$$

welcher nach der Formel zu vertheilen ist:

$$\mathfrak{v} = \frac{\Delta'''}{S_{III} - s_8} \cdot s = \frac{0{,}0102}{322{,}996} \cdot s = 0{,}000032 \,.\, s\,.$$

Setzt man für s nach einander die Werthe s_6, s_7 s_9 ein und berücksichtigt die Vorzeichen der Höhenunterschiede d_6, d_7, d_9, so folgt hieraus

$$\mathfrak{v}_6 = -\overset{m}{0{,}003233} = -\overset{cm}{0{,}33} \qquad \mathfrak{v}_6^2 = \overset{\square cm}{0{,}1089}$$
$$\mathfrak{v}_7 = -0{,}004155 = -0{,}42 \qquad \mathfrak{v}_7^2 = 0{,}1764$$
$$\mathfrak{v}_9 = -0{,}002726 = -0{,}27 \qquad \mathfrak{v}_9^2 = 0{,}0729.$$

Werden diese Verbesserungen an den Höhenunterschieden d_6, d_7, d_9 angebracht, so nehme diese letztere folgende Werthe an:

$$d_6' = d_6 + \mathfrak{v}_6 = +(30{,}0005 - 0{,}0033) = +\overset{m}{29{,}9972}$$
$$d_7' = d_7 + \mathfrak{v}_7 = -(38{,}6644 + 0{,}0042) = -38{,}6686$$
$$d_9' = d_9 + \mathfrak{v}_9 = +(57{,}4440 - 0{,}0027) = +57{,}4413.$$

Auch hier schliesst das Polygon, indem $d_6' + d_7' + d_8' + d_9' = 0$ ist.

In der Schleife Nr II ist $S_{II} = 482{,}993$ und die Strecke, mit der sie an Nr III grenzt, $s_6 = \overset{Km}{101{,}083}$, folglich beträgt die Länge, auf welche der nunmehrige Schlussfehler $\Delta'' = \Delta_2 + \mathfrak{v}_6 = 0{,}0394 + 0{,}0033 = \overset{m}{0{,}0426}$ zu vertheilen ist, $S'' = 482{,}993 - 101{,}083 = \overset{Km}{381{,}910}$. Die Vertheilung geschieht nach der Formel

$$\mathfrak{v} = \frac{\Delta''}{S''} s = \frac{\Delta_2 + \mathfrak{v}_6}{S_{II} - s_6} s = \frac{0{,}0426}{381{,}91} s = 0{,}000111 \,.\, s$$

und man findet hieraus durch Einsetzung der entsprechenden Werthe von s und mit Rücksicht auf die Vorzeichen von d_3, d_4, d_5

$$\mathfrak{v}_3 = -\overset{m}{0{,}01635} = -\overset{cm}{1{,}64} \qquad \mathfrak{v}_3^2 = \overset{\square cm}{2{,}6896}$$
$$\mathfrak{v}_4 = -0{,}00673 = -0{,}68 \qquad \mathfrak{v}_4^2 = 0{,}4624$$
$$\mathfrak{v}_5 = -0{,}01934 = -1{,}94 \qquad \mathfrak{v}_5^2 = 3{,}7636.$$

Hiermit erhält man die verbesserten Höhenunterschiede:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$d'_3 = d_3 + v_3 = -(181{,}6541 + 0{,}0164) = -\overset{m}{181{,}6705}$$
$$d'_4 = d_4 + v_4 = +(\ 32{,}0958 - 0{,}0068) = +\ 32{,}0890$$
$$d'_5 = d_5 + v_5 = +(179{,}5981 - 0{,}0194) = +179{,}5981$$

und wenn man zu diesen Unterschieden noch $d'_6 = +\overset{m}{29{,}9972}$ addirt, so wird die Summe wiederum = 0, d. h. das Polygon II schliesst sich wie die vorhergehenden.

In der Schleife Nr I ist der neue Schlussfehler $\Delta' = \Delta_1 + v_3 = 0{,}0202 + 0{,}0164 = \overset{m}{0{,}0366}$ auf die Länge $S' = S_I - s_3 = 452{,}062 - 147{,}266 = \overset{Km}{304{,}796}$ nach der Formel zu vertheilen:

$$v = \frac{\Delta'}{S^I}\, s = \frac{\Delta_1 + v_3}{S_I - s_3}\, s = \frac{0{,}0366}{304{,}796}\, s = 0{,}00012\ s.$$

Setzt man nach einander die Werthe von s ein und berücksichtigt die Vorzeichen von d_1 und d_2, so werden die Verbesserungen:

$$v_1 = -0{,}01509 = -1{,}51 \qquad v_1^2 = 2{,}2801$$
$$v_2 = -0{,}02148 = -2{,}15 \qquad v_2^2 = 4{,}6225$$

und hiemit die Höhenunterschiede:

$$d'_1 = d_1 + v_1 = +(\ 35{,}8723 - 0{,}0151) = +\ \overset{m}{35{,}8572}$$
$$d'_2 = d_2 + v_2 = -(217{,}5062 + 0{,}0215) = -217{,}5277.$$

Auch hier ist $d'_1 + d'_2 + d'_3 = 0$, d. h. das Polygon I schliesst sich. Dasselbe ist der Fall sowohl mit dem ganzen Umfange Regensburg-Passau-München-Augsburg-Nürnberg-Neuenmarkt-Franzensbad-Weiden-Regensburg, als auch mit jeder anderen Zusammensetzung von zwei oder drei Schleifen, z. B. die Regensburg-Passau-München-Augsburg-Neuenmarkt-Weiden-Regensburg. Man überzeugt sich hievon, indem man die algebraischen Summen der verbesserten Höhenunterschiede d' herstellt. Es ist nämlich in dem ersten Falle:

$d'_1 = +\ 35{,}8572$	$d'_3 = -217{,}5277$
$d'_4 = +\ 32{,}0890$	
$d'_5 = +179{,}5787$	$d'_7 = -\ 38{,}6686$
$d'_9 = +\ 57{,}4413$	
$d'_{11} = +\ 51{,}4357$	$d'_{10} = -100{,}2046$
$+356{,}4009$	$-356{,}4009$

und in dem zweiten Falle:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$d_3' = -\ 181{,}6705$	$d_4' = +\ 32{,}0890$
$d_7' = -\ 38{,}6686$	$d_5' = +\ 179{,}5787$
$d_8' = -\ 48{,}7699$	$d_9' = +\ 57{,}4413$
$-\ 269{,}1090$	$+\ 269{,}1090.$

Stellt man die neuen Verbesserungen der 11 Strecken und ihre Quadrate wie früher in einer Tafel zusammen, so gestaltet sich dieselbe wie folgt:

$v_1 = -\ 0{,}0151^{m}$	$v_1^2 = 2{,}2801^{\square cm}$
$v_2 = -\ 0{,}0215$	$v_2^2 = 4{,}6225$
$v_3 = -\ 0{,}0164$	$v_3^2 = 2{,}6896$
$v_4 = -\ 0{,}0068$	$v_4^2 = 0{,}4624$
$v_5 = -\ 0{,}0194$	$v_5^2 = 3{,}7636$
$v_6 = -\ 0{,}0033$	$v_6^2 = 0{,}1089$
$v_7 = -\ 0{,}0042$	$v_7^2 = 0{,}1764$
$v_8 = -\ 0{,}0354$	$v_8^2 = 12{,}5316$
$v_9 = -\ 0{,}0027$	$v_9^2 = 0{,}0729$
$v_{10} = -\ 0{,}0427$	$v_{10}^2 = 18{,}2329$
$v_{11} = -\ 0{,}0299$	$v_{11}^2 = 8{,}9401$
	$[vv] = 53{,}8810.$

Es ist also in dem Falle, wo man mit der Ausgleichung in der Schleife beginnt, welche den grössten Schlussfehler hat, hier der Fichtelgebirgsschleife, die Quadratsumme der Verbesserungen kleiner als in dem ersten Falle, wo sie 66,8372 beträgt, und wiederum kleiner als in dem Falle der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate und dem Verfahren von Jordan, welches nach Seite 120 $[v'v'] = 58{,}9872$ ergibt, während die hiesige Quadratsumme (53,8810) allerdings etwas grösser ist als auf Seite 123 nach dem von mir verbesserten Baeyerschen Verfahren gefundene Summe von (49,6504).

Ich bin zur Zeit noch nicht im Stande genau zu sagen, woher es kommt, dass die nach meinem Verfahren gefundene Quadratsumme kleiner ist als die nach Jordan erhaltene, falls nicht die Gewichte der Beobachtungen, welche bei mir alle gleich sind, die Schuld tragen; dass der obwaltende Unterschied aber nicht von einem Rechnungsfehler herrühre, möchte ich um so sicherer annehmen, als mir mein Assistent,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Herr Privatdocent Dr. Schmidt, welcher die Ausgleichungsrechnungen nach der Methode der kleinsten Quadrate durchführte, alle Proberechnungen vorlegte, welche mit den ersten Rechnungen vollständig stimmen, und als ich die vorstehende erste Ausgleichung nach meiner Näherungs-Methode selbst controlirte und die darauf folgende zweite selbst doppelt durchführte.

Der Umstand, dass hier die Verbesserungen ohne Ausnahme negativ werden, rührt von dem auffallend grossen Anschlussfehler $\Delta_4 = + 0{,}1080$ der Fichtelgebirgsschleife (Polygon IV) her und beweist eigentlich die Berechtigung zum vorläufigen Ausschlusse der Schleife aus dem der Ausgleichung unterliegenden Netze; denn die Verbesserung $v_8 = - 0{,}^{m}0354$, welche an der Strecke s_8 anzubringen ist, überwiegt jede der Strecken s_1 bis s_7. Ich will jedoch diesen Ausschluss nicht vornehmen, ohne noch einmal untersucht zu haben, ob nicht doch in einer der Strecken s_8, s_{10}, s_{11}, namentlich in der mittleren s_{10} — trotz der bereits ausgeführten Controlmessung — ein Ablesungsfehler von 1 Decimeter steckt, und ich kann mit diesem Ausschlusse umsomehr warten, als ich nicht vorhabe, die Ergebnisse der vorstehenden Ausgleichungsrechnungen sofort zur endgiltigen Cotenbestimmung zu benützen. Diese behalte ich dem fünften und letzten Hefte meiner Mittheilungen über das Bayerische Präcisionsnivellement, welches im Jahre 1878 erscheinen soll, um so mehr vor, als bis dahin wohl auch ein definitiver Nullpunkt des Europäischen Höhennetzes festgestellt und mein Vorschlag zur einfacheren Ausgleichung der Präcisionsnivellements, den ich hier gemacht habe und in den Sitzungsberichten der K. Bayer. Akademie der Wissenschaften begründen und erweitern werde, von Berufenen geprüft sein wird. Hier kam es mir nur darauf an zu zeigen, dass die Ausgleichung der unvermeidlichen Nivellirungsfehler nach der Methode der kleinsten Quadrate noch Manches zu wünschen übrig lässt und mit annäherd gleichem Erfolge auch ohne diese Methode für jedes beliebig grosse Höhennetz ohne Schwierigkeit vollzogen werden kann.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1876

Band/Volume: 12_3

Autor(en)/Author(s): Bauernfeind Karl Maximilian von

Artikel/Article: Das Bayerische Präcisions - Nivellement. Vierte Mittheilung 81-132