© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die

Anwendung der Waage

auf

Probleme der Gravitation.

Von

Ph. v. Jolly.

Zweite Abhandlung.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die

Anwendung der Waage

auf

Probleme der Gravitation.

Zweite Abhandlung.

Die mittlere Dichtigkeit der Erde.

In einer ersten Abhandlung [1]) über die Anwendung der Waage auf Probleme der Gravitation habe ich einerseits die Resultate des Studiums dieses Messinstrumentes, und andererseits eine Anwendung desselben zum Nachweis der Gewichtsabnahme der Körper mit ihrer Entfernung vom Erdmittelpunkte mitgetheilt. Es war mir seither Gelegenheit gegeben die Versuche in grösserem Maasstabe zu wiederholen und Abänderungen der Versuche in einer am Schlusse der früheren Abhandlung angedeuteten Weise eintreten zu lassen.

Die Räumlichkeiten, die mir durch die Liberalität der Universitäts-Verwaltung zur Verfügung gestellt wurden, waren die eines von drei Seiten freistehenden Thurmes. Das Stiegenhaus ist geräumig, die Treppen sind an den Umfassungsmauern in die Höhe geführt, und lassen in der Mitte einen freien Raum von 1,5 Meter Seite und 25 Meter Höhe. Waage und Ablesefernrohr wurden oben erschütterungsfrei aufgestellt. Von jeder der oberen Schalen führte ein Draht, geschützt durch eine Röhre von Zinkblech, durch das Stiegenhaus herab. An den unteren Enden waren zweite Schalen aufgehangen. Der Abstand der oberen und unteren Schalen ergab sich, mit einem Stahlmessband gemessen, zu

---

1) Abhandlungen der k. bayer. Akademie der Wissenschaften II. Cl. XIII. Bd.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

21,005 Meter. Der Thurm steht auf massivem Boden, er ist nicht unterwölbt. Der Abstand des unteren Waagekastens vom Fussboden des Thurmes ist 1,02 Meter. Es war also Raum zum Aufbau einer Bleikugel von 1 Meter Durchmesser unter einer der unteren Waagschalen gegeben.

Ein Körper, von der oberen Schale in die untere Schale gebracht, erfährt in all seinen Punkten eine, der Annäherung an den Erdmittelpunkt entsprechende, Gewichtszunahme. Seine Gewichtszunahme ist entsprechend seiner Beschleunigungszunahme. Zeigt sich eine Differenz zwischen Rechnung und Beobachtung, so ist die Ursache der Abweichung aufzusuchen.

Wird unter der einen der unteren Schalen eine Bleikugel aufgestellt, so wird ein von der oberen in die untere Schale gebrachter Körper eine weitere Beschleunigungszunahme erfahren, welche durch die Annäherung des Körpers an den Mittelpunkt der Bleikugel bedingt ist. Sein Gewicht wird also grösser werden als dies ohne den Zug der Bleikugel der Fall wäre. Die Differenz der Gewichtszunahmen mit und ohne unterlegter Bleikugel bezeichnet die Grösse des Zuges der Bleikugel, und der Quotient dieses Zuges und des Zuges der Erde allein gibt unter Benützung des Gravitationsgesetzes das Mittel ab, die Dichtigkeit der Erde mit der Dichtigkeit des Bleies, und, da die Dichtigkeit des Bleies bekannt ist, die mittlere Dichtigkeit der Erde zu bestimmen.

In der Beurtheilung der Versuchsresultate ist in Anschlag zu bringen, dass München auf einer Hochebene gelegen ist, und eine Höhe von 515 Meter über der Meeresoberfläche besitzt.

Im Allgemeinen sind folgende Fälle zu unterscheiden:

1. Fall.

Der Beobachtungsort liegt auf einer Tiefebene von nur unbedeutender Erhebung über dem Meeresniveau.

Bezeichnet h den senkrechten Abstand der oberen von der unteren Schale, R den Radius der Erde, g die Beschleunigung eines Punktes in der Entfernung R vom Erdmittelpunkt, g' die Beschleunigung in der Entfernung R + h, so hat man nach dem Gravitationsgesetz

$$\frac{g}{g_1} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = 1 + \frac{2h}{R},$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

wobei $\frac{h^2}{R^2}$ als eine im Verhältniss zu $\frac{h}{R}$ sehr kleine Grösse weggelassen ist.

Da die Gewichte gleicher Massen proportional der Beschleunigung ihrer Punkte sind, so hat man, wenn durch Q und Q' die Gewichte eines Körpers in der untern und obern Station bezeichnet werden,

$$\frac{Q}{Q'} = 1 + \frac{2h}{R},$$

also

$$Q - Q' = \frac{2h}{R} Q'.$$

2. Fall.

Der Beobachtungsort liegt auf einer Hochebene von der Höhe H über dem Meeresniveau.

Die Beschleunigung g' eines Punktes der Hochebene in der Richtung nach dem Erdmittelpunkte setzt sich zusammen aus der Beschleunigung durch die Schwere der Erde in der Entfernung R + H, und aus der Resultirenden der aus den materiellen Punkten des Festlandes in gleicher Richtung bewirkten Beschleunigung. Bezeichnet wieder g die Beschleunigung am Meeresniveau, und γ die durch den Zug des Festlandes bewirkte Beschleunigung, so hat man

$$g' = g\frac{R^2}{(R+H)^2} + \gamma = g\left(1 - \frac{2H}{R}\right) + \gamma.$$

Schon Poisson[2]) hat gelegentlich der Feststellung des Einflusses des Festlandes auf die Länge des Sekundenpendels den Werth von γ unter Voraussetzung gleichförmiger Erhebung und gleichförmiger Dichtigkeit des Festlandes in Rechnung gezogen. Werden die Ordinaten eines Punktes des Festlandes von dem, in der Hochebene gelegenen, Punkte aus nach dem Erdmittelpunkt mit x und in der dazu senkrechten Richtung mit y bezeichnet, so ist die Resultirende des Zuges eines Ringes vom Radius y, der Breite dy und der Höhe dx:

$$p\varrho'\frac{2\pi yxdxdy}{(y^2+x^2)^3},$$

wo p den Zug eines Punktes in der Entfernungseinheit, und ϱ' die mittlere Dichtigkeit des Festlandes bezeichnet. Das Integral dieses Aus-

2) Poisson, Traité de Mécanique. T. I. p. 492

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

druckes, in den Grenzen $x = o$ bis $x = H$, und $y = o$ bis $y = A$ genommen, gibt

$$\gamma = p . 2\pi\varrho' (A + H - \sqrt{A^2 + H^2}).$$

Ist die Höhe des Festlandes nur klein im Verhältniss zur horizontalen Ausdehnung desselben, so kann H^2 gegen A^2 vernachlässiget werden, und man erhält:

$$\gamma = p\, 2\pi\varrho' H.$$

Die Beschleunigung eines in senkrechtem Abstande h über dem Festlande gelegenen Punktes wird durch Integration in den Grenzen $x = h$ und $x = H + h$ erhalten. In dem Falle, in welchem auch $H + h$ klein ist im Vergleiche zur horizontalen Ausdehnung des Festlandes, erhält man wieder

$$\gamma = p\, 2\pi\varrho' H.$$

Für nur kleine Abstände von der Oberfläche ist also γ unabhängig von dem Abstande h vom Festlande.

Die Beschleunigung g, welche ein Punkt im Meeresniveau durch den Zug der Punkte der Erde vom Radius R und der mittleren Dichtigkeit ϱ erfährt ist nach dem Gravitationsgesetz

$$g = p \frac{4}{3} \pi R \varrho.$$

Der Quotient von γ und g ist

$$\frac{\gamma}{g} = \frac{3}{2} \frac{\varrho'}{\varrho} \frac{H}{R}.$$

Führt man den hieraus hervorgehenden Werth von γ in der Gleichung von g' ein, so erhält man

$$g' = g \left(1 - \frac{2H}{R} + \frac{3}{2} \frac{\varrho'}{\varrho} \frac{H}{R}\right).$$

In der senkrechten Höhe h über dem Festlande ist die Beschleunigung

$$g'' = g \left(1 - \frac{2(H + h)}{R} + \frac{3}{2} \frac{\varrho'}{\varrho} \frac{H}{R}\right),$$

indem der Werth von γ, wenn h nur klein ist, gegen die horizontale Ausdehnung des Festlandes, ungeändert bleibt.

Der Quotient von g' und g'' ist

$$\frac{g'}{g''} = \frac{1 - \frac{H}{R}\left(2 - \frac{3}{2}\frac{\varrho'}{\varrho}\right)}{1 - \frac{H}{R}\left(2 - \frac{3}{2}\frac{\varrho'}{\varrho}\right) - \frac{2h}{R}} = 1 + \frac{2h}{R},$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

wobei alle Glieder mit Potenzen von $\frac{h}{R}$ und von $\frac{Hh}{R^2}$ als sehr klein gegen $\frac{h}{R}$ weggelassen sind.

Bezeichnet man die Gewichte eines Körpers in der untern und in der obern Station durch Q' und Q'', so erhält man

$$\frac{Q'}{Q''} = 1 + \frac{2h}{R},$$

also

$$Q' - Q'' = \frac{2hQ''}{R}.$$

Der Einfluss der Centrifugalkraft ist dabei, wie im Falle I, ausser Betracht gelassen, weil die Beschleunigung durch die Centrifugalkraft an sich ein so kleiner Bruchtheil der Schwere ist, dass die Differenz der Beschleunigungen durch die Centrifugalkräfte in der obern und untern Station, und die hiermit in Verbindung stehenden Gewichtsänderung mit Waagen dermaliger Construction nicht mehr zu erkennen ist.

3. Fall.

Der Beobachtungsort liegt auf einem Festlande unregelmässiger Gestalt in der Höhe H über dem Meeresniveau.

Legt man durch den Beobachtungsort eine zum Radius der Erde senkrecht stehende Ebene, so erhält man einen unter und einen über dieser Ebene liegenden Theil des Festlandes und der Objecte, Häuser etc., die es trägt. Statt der, irgend wie vertheilt liegenden, Punkte des über und unter der Ebene gelegenen Festlandes, kann eine Masse von der mittleren Dichtigkeit ϱ' und der Höhe H über dem Meere substituirt gedacht werden, welche eine den zerstreut liegenden Punkten gleich wirkende Beschleunigungs-Componente besitzt, und ebenso können die über der Ebene zerstreut liegenden und aufwärts ziehenden Punkte durch eine Masse von der mittleren Dichtigkeit ϱ'' ersetzt gedacht werden.

Um noch genauer an die bei den Versuchen vorliegenden Bedingungen anzuschliessen, soll ϱ'' die mittlere Dichtigkeit der Schichte vom Ort der Beobachtung aus bis zur Höhe h bezeichnen, während durch g die Beschleunigung am Meeresniveau, durch g' die eines Punktes des Festlandes in der Höhe H, und durch g'' die in der Höhe h über dem Festlandspunkte ausgedrückt wird.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Beschleunigung g' unterscheidet sich von der im Falle 2 bestimmten dadurch, dass sie um den Betrag der Componente des Zuges der in der Höhenschichte h gelegenen Punkte, und ferner um den Betrag der etwa über h gelegenen Punkte vermindert wird. Ihr Ausdruck hat die Form

$$g' = g\left(1 - \frac{2H}{R} + \frac{3}{2}\frac{\varrho'}{\varrho}\frac{H}{R}\right) - \gamma' - \gamma'',$$

wo γ und γ' die Beschleunigungen bezeichnen, welche die in der Schichte von der Höhe h, und die höher als h gelegenen Punkte erzeugen.

Die Beschleunigung eines in der Höhe h über dem Ausgangspunkte gelegenen Punktes ist ausgedrückt durch

$$g'' = g\left(1 - \frac{2(H+h)}{R} + \frac{3}{2}\frac{\varrho'}{\varrho}\frac{H}{R}\right) + \gamma' - \gamma'',$$

indem die aus den Punkten der Schichte von der Höhe h hervorgehende Componente gleiche Richtung mit dem Zug der Schwere der Erde besitzt.

Aus der Verbindung der Gleichungen für g' und g'' leitet sich ab

$$\frac{g' - g''}{g''} = \frac{2h}{R} - \frac{2\gamma'}{g},$$

oder, da $\gamma' = g\frac{3}{2}\frac{\varrho''}{\gamma}\frac{h}{R}$ ist,

$$\frac{g' - g''}{g''} = \frac{2h}{R}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{\varrho''}{\varrho}\right),$$

wo wieder die Glieder mit höheren Potenzen von $\frac{h}{R}$ gegen die mit $\frac{h}{R}$ vernachlässiget sind.

Bezeichnen wieder Q' und Q'' die Gewichte gleicher Massen in der untern und obern Station, so hat man

$$Q' - Q'' = Q''\frac{2h}{R}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{\varrho''}{\varrho}\right).$$

4. Fall.

Der Beobachtungsort ist auf einer Hochebene in der Höhe H über dem Meeresniveau gelegen. Unter einer der unteren Schale ist eine Bleikugel vom Radius r aus Bleibarren aufgebaut. Auf der Schale befindet sich ein mit Quecksilber gefüllter Glaskolben. Der Glaskolben hat Kugelgestalt, und der Abstand des Mittelpunktes dieser Kugel vom Mittelpunkte der Bleikugel ist a.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nach dem Gravitationsgesetz ist die von der Bleikugel in der Entfernung a erzeugte Beschleunigung

$$\mu = p \cdot \frac{4}{3} \pi r \delta \cdot \frac{r^2}{a^2},$$

wo p die von einem Punkte in der Entfernungseinheit erzeugte Beschleunigung, und δ die Dichtigkeit des Bleies bezeichnet.

Die Beschleunigung eines in der senkrechten Höhe a + r über der Hochebene gelegenen Punktes durch den Zug der Erde ist unter Berücksichtigung des Zuges der Hochebene im Falle 2 gefunden zu

$$g'' = g \left(1 - 2 \frac{(H + a + r)}{R} + \frac{3}{2} \frac{\varrho'}{\varrho} \cdot \frac{H}{R}\right).$$

Die Beschleunigung g am Meeresniveau lässt sich nach dem Gravitationsgesetz ausdrücken durch

$$g = p \cdot \frac{4}{3} \pi R \varrho.$$

Man erhält durch Einführung dieses Werthes in der Gleichung für g'' für den Quotienten μ und g''

$$\frac{\mu}{g''} = \frac{r \delta}{R \varrho} \cdot \frac{r^2}{a^2},$$

wo wieder alle Glieder weggelassen sind, in welchen im Nenner R mit einer höheren Potenz als der ersten auftritt.

Bezeichnet m die Masse des Quecksilbers, so ist $m \mu$ das Gewicht, welches unter alleinigem Zuge der Bleikugel, und $m g''$ das Gewicht, welches unter alleinigem Zuge der Erde die Quecksilberkugel besitzt. Mit q und Q diese Gewichte bezeichnet, erhält man

$$\frac{q}{Q} = \frac{r \delta}{R \varrho} \cdot \frac{r^2}{a^2},$$

und hieraus

$$\delta = \frac{r d}{R} \cdot \frac{r^2}{a^2} \cdot \frac{Q}{q}.$$

Die Waage.

Die Leistungsfähigkeit der Waage ist bedingt durch Empfindlichkeit und Richtigkeit derselben. Nach beiden Richtungen ist demnach die Waage zu prüfen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Waage, die ich benützte, ist für eine Maximalbelastung von 5 Kilogramm konstruirt. Die Länge des Balkens ist 60 cm, sein Gewicht ist 724 gr. In der Mitte und senkrecht zur Länge des Balkens ist ein kleiner Spiegel mit dem Balken verbunden. Dem Spiegel gegenüber ist in einer Entfernung von 3,5 m eine in Millimeter getheilte Skale vertikal aufgestellt, und die Ablesung erfolgt mit dem Ablesefernrohr.

Die Durchbiegung des Balkens, welche unter einer Belastung von 5 kg eintritt, hat zum Erfolg, dass die Endschneiden und Mittelschneide nicht mehr in gleicher Ebene liegen; die Empfindlichkeit der Waage wird hierdurch beträchtlich vermindert. Die Durchbiegung wurde zunächst durch direkte Messung ermittelt. Die eine der Endschneiden lag an einer unveränderlich befestigten Achatplatte, die andere wurde mit 5 kg belastet. Die Durchbiegung, gemessen unter Anwendung eines Fühlhebels, ergab sich zu 0,52 mm, betrug also auf jeder Seite 0,26 mm. Metallplättchen gleicher Dicke wurden zur Erhöhung der Schneiden den Endprismen unterlegt. Die Empfindlichkeit der Waage zeigte sich bei der mit 5 kg belasteten Waage nahezu übereinstimmend mit der der nicht belasteten Waage. Ein Zulagegewicht von 10,068 mg bewirkte bei der Maximalbelastung von 5 kg einen Ausschlag von 26,54 mm.

Zu Gewichtsstücken wurden mit Quecksilber gefüllte Glaskolben benützt. Die Luftgewichte wurden unter Anwendung des von Regnault für Gaswägungen angegebenen Verfahrens eliminirt, d. h. es wurden zunächst vier Glaskolben von gleichem Volumen und gleichem Gewichte hergestellt. Zwei der Kolben wurden mit Quecksilber gleichen Gewichtes gefüllt, und hierauf wurden alle vier Kolben an der Glasbläserlampe zugeschmolzen. Die vier Kolben in den vier Waagschalen verdrängen also rechts und links stets gleiche Luftgewichte, welches auch immer die Aenderung des Barometerstandes etc. sein mag.

Die Thüren des oberen und der unteren Waagekasten sind in der Art construirt, dass die Fugen durch Gummibänder geschlossen werden konnten, ähnlich wie Deckel und Büchse durch Anlegung breiter Gummibänder verbunden werden.

Das Versuchsverfahren ist höchst einfach. In einem ersten Falle sind die beiden gefüllten Kolben in den oberen Schalen, die leeren in den untern, während in einem zweiten Falle einer der Kolben der oberen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Station mit dem leeren Kolben der unteren Station vertauscht wird, also eine Annäherung an den Erdmittelpunkt erfährt, der gleich ist dem senkrechten Abstande der beiden Schalen. Die Gewichtszunahme, die hiermit eintritt, wird durch Zulagegewichte bestimmt. Die Gewichtsstücke, die ich als Zulagegewichte verwendete, sind Platinbleche von 50 und 10 Milligramm. Die Abweichungen des Nominalwerthes dieser Gewichtsstücke von ihrem wirklichen Werthe wurden unter Zugrundlegung eines Normalkilogrammes, einer Copie des Berliner Kilogrammes, besonders ermittelt. Es ergab sich in Milligrammen ausgedrückt

Nominalwerth.	Wirklicher Werth.
50	50,025
20	20,058
10	10,068.

Bei allen exacten Messungen nehmen die Orientirungsversuche die grössere Zeit und Mühe in Anspruch. Es kömmt eben darauf an, die unvermeidlichen Fehlerquellen aufzudecken, und zuzusehen auf welche Grenzen dieselben eingeengt werden können. Es war vorauszusehen, dass in den 21 Meter langen Röhren, die den oberen und unteren Waagekasten verbinden, die Luft nur schwierig in einem für exacte Wägungen genügend ruhigen Zustand sich erhalten lasse. In der That kam, solange die unteren Waagschalen in gemeinsamen Waagekasten aufgehangen waren, die Waage gar nicht zum Ausschwingen. Erst nachdem für jede der unteren Schalen besondere Kasten benützt, und die Fugen der Waagethüren durch Gummibänder geschlossen waren, konnte die Waage zum Ausschwingen gebracht werden. Aber auch jetzt noch erzeugten kleine Temperaturdifferenzen, wie solche etwa durch Anlegen der Hand an einer der Röhren eintreten, erneuert Schwingungen des Waagebalkens. Die Röhren wurden daher mit schlechten Wärmeleitern umgeben, nämlich in Stroh eingebunden; und die Waagekasten wurden mit Pappkasten überstülpt. Die Schwingungen der Waage verlaufen nun in grosser Regelmässigkeit, und die aus den Schwingungsbogen abgeleiteten Einstellungspunkte zeigten nach wiederholten Arretirungen und Auslösungen keine Differenzen, die 2 mm überschreiten, sich aber oft nur in den Zehnteln der Millimeter bewegen. Doch ist auch hier ein Ausnahmsfall namhaft zu machen. Mit jeder rasch sich vollziehenden Aenderung des

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Hygrometerstandes, und ebenso mit jeder raschen Temperaturänderung des Beobachtungsraumes treten wieder Unregelmässigkeiten in den Schwingungen ein. Sie kennzeichnen sich dadurch, dass nach wiederholten Arretirungen und Auslösungen die aus den Schwingungsbogen abgeleiteten Einstellungen grössere Abweichungen, zuweilen bis zu 10 mm, zeigen. An solchen Tagen ist überhaupt eine exacte Wägung nicht ausführbar.

Der Einfluss raschen Wechsels im Feuchtigkeitsgehalt und in der Temperatur des Beobachtungsraumes auf die Einstellung der Waage wurde einem eingehenden Studium unterzogen. Die relative Feuchtigkeit des Beobachtungsraumes ist an sich beträchtlich, sie ist im Mittel 74 %. Die geringste innerhalb eines Jahres beobachtete Feuchtigkeit war 57 %, die höchste 94 %. Oft ist wochenlang der Hygrometerstand nur Schwankungen von wenigen Procenten unterworfen, dann folgen Tage mit schroffen Uebergängen, so dass im Verlaufe von 6 Stunden Differenzen bis zu 14 % auftreten können. Man kann bei sehr hohen und bei geringeren Hygrometerständen gleich exacte Wägungen ausführen, nur die eine Bedingung eines anhaltend gleichen Hygrometerstandes muss erfüllt sein. Werden in dem oberen und in den unteren Waagekasten Schalen mit Chlorcalcium aufgestellt, so sinkt die relative Feuchtigkeit der in der Waage enthaltenen Luft auf beiläufig 40 % zurück, während die Luft im äusseren Raume noch 70 % zeigt. Die Waage ist eben selbst unter Anwendung des Verschlusses mit Gummibändern nicht luftdicht verschlossen, durch Diffusion treten fortdauernd Dämpfe ein, ein rascher Wechsel des Feuchtigkeitsgehaltes des äusseren Raumes macht sich daher, wenn auch im verminderten Grade im Innern der Waage geltend, und die Verschiedenheiten in der Einstellung der Waage sind in der relativ trockenen Luft beinahe von gleichem Betrage, wie in der nicht ausgetrockneten Luft.

Rasch sich vollziehende Temperaturwechsel sind ebenso von merkbarem Einflusse auf die Einstellung der Waage. Ein sehr einfacher Versuch macht den Einfluss der Temperaturdifferenz der Gewichtsstücke auf den Ausschlag der Waage erkennbar. Die Temperaturerhöhung, welche einem der Gewichtsstücke durch die Handwärme in wenigen Sekunden ertheilt wird, ist ausreichend um das Gewichtsstück scheinbar leichter erscheinen zu lassen. Erst wenn wieder Gleichheit der Temperatur der

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Stücke rechts und links eingetreten ist, spielt die Waage wieder an derselben Stelle ein. Ist die Temperatur der einen der Röhren der Waage auch nur eben nachweisbar höher wie die der andern Röhre, so ändert sich der Ausschlag der Waage im Sinne einer Gewichtsabnahme der relativ wärmeren Seite. In wie weit diese Abnahme durch Strömungen der Luft oder durch die, an der Oberfläche haftenden durch die Temperatur bedingten, Mengen von Luft und Dampf bewirkt sind, bleibt dabei unerörtert. Vielleicht gibt die bekannte Erscheinung eines gut ausgekochten Barometers eine Vorstellung von der Ursache des eintretenden Wechsels der Gewichte, stets zeigen sich in der Barometerleere die Quecksilberdämpfe an der relativ kälteren Stelle der Glasröhre reichlicher condensirt. Wie dem immer sein mag, je gleichförmiger und unveränderlicher die Temperatur um so unveränderlicher ist auch die Stelle des Einspielens der Waage.

Die Aufstellung der Waage im Thurm bringt es mit sich, dass die eine der Röhren den Fenstern des Thurmes, die andere der Wand näher gelegen ist. Bei stetigem Sinken der äussern Temperatur sinkt auch die Temperatur im Thurm, aber rascher in der den Fenstern näher stehenden Röhre. Der Unterschied ist unbedeutend, aber erkennbar am Thermometer, er verschwindet, wenn die äussere Temperatur sich nur unbedeutend und sehr allmählig ändert. Die Einstellung der Waage ändert sich in entsprechender Weise; sinkt die äussere Temperatur, so verschiebt sich der Einstellungspunkt in dem Sinne einer Gewichtszunahme auf der Seite der tieferen Temperatur. Der Verlauf kehrt sich um bei wachsender Temperatur. An Tagen geringer Temperaturwechsel, bei ruhiger Luft und bedecktem Himmel sind die Abweichungen in der Einstellung der Waage nach wiederholten Arretirungen und Auslösungen am kleinsten.

Eine Vergleichung der, der Zeit nach weit auseinander liegenden, Beobachtungen zeigt Verschiedenheiten in der Einstellung der Waage, die bald nach der einen bald nach der andern Seite hin liegen, und die weder von der Temperatur noch von einer etwaigen Aenderung der Prismenschneiden abhängen. Sie treten sehr deutlich in Beobachtungen auf, die um ein halbes Jahr auseinander liegen, die etwa bei gleichen Temperaturen, im Frühjahr und im Herbst, gemacht sind, und haben

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

ohne Zweifel ihren Grund in der Oxydation der Aufhängedrähte. Die Drähte sind von Messing und sind galvanoplastisch vergoldet. Die unvermeidlichen Biegungen und Wiedergeraderichtung der Drähte bringt es mit sich, dass der galvanoplastische Ueberzug nicht genügend intakt bleibt. Platindrähte würden solche Aenderungen ausschliessen. Ich bin nicht zur Anwendung derselben übergegangen, indem es sich zeigte, dass die Oxydationen nicht stetig fortschreitend, sondern periodisch, meistens nach höheren Hygrometerständen der Luft, auftreten. Die zwischenliegenden Pausen unveränderten Zustandes reichen aus zur Ausführung exacter Wägungen.

Die Ausdehnungs-Coefficienten der beiden Hebelarme der Waage ergaben sich als vollkommen gleich. Waagebalken so beträchtlicher Dimensionen, wie solche für Belastungen von 5 kg erforderlich sind, sichern demnach gleiche Molecularspannungen der beiden Hebelarme. .

Ueberraschend trat die Unveränderlichkeit der Stahlschneiden entgegen. In Jahr und Tag ist die Empfindlichkeit der Waage trotz unausgesetzten Gebrauches in keiner erkennbaren Weise geändert. Die Stahlschneiden haben eine Länge von 3 cm, der Prismenwinkel ist 45°. Unter einer Belastung von 5 kg wurde während 5 Tagen ohne erneuerte Arretirung, also bei ungeänderten Drehachsen, der Ausschlag der Waage von Tag zu Tag notirt, und in darauffolgenden 5 Tagen wurden die Ablesungen nach vorausgegangener Arretirung und Auslösung vollzogen. Die Abweichungen im Ausschlage der Waage überschritten in keinem Falle 2 mm. Die Versuche wurden im August 1879, in einer Zeit andauernd gleichförmiger Beschaffenheit der Atmosphäre ausgeführt. Im weiteren Verlaufe wurden grössere Abweichungen notirt, die ich zunächst einer Aenderung der Stahlschneiden zuschrieb. Nach erneuertem Abschleifen der Prismen, und ebenso nach Einsetzen neuer Prismen war der Verlauf ein ähnlicher, jedoch stellte sich unzweideutig heraus, dass je nach der Beschaffenheit der Atmosphäre periodisch die Abweichungen im Ausschlage in aufeinander folgenden Versuchen grösser oder kleiner auftreten, dass also dieselben nicht durch Veränderungen der Stahlschneiden herbeigeführt sind.

Die Achatplatten wurden nach bekanntem optischen Verfahren auf ihre Ebenheit geprüft, und die möglichst unveränderliche Auflage auf

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

gleicher Linie der Unterlage war dadurch gesichert, dass durch die Art der Führung der Arretirungs-Verrichtung auch jede laterale Bewegung und Verschiebung ausgeschlossen war. Die Spiegelablesung gibt Gelegenheit zu prüfen, in wie weit dies jeweils erreicht ist, und unter Anwendung von Stellschrauben wird die erforderliche Correctur in der Führung bewirkt.

Die Wägungen.

Die an der Waage gemachten Erfahrungen geben die Richtschnur ab für das Verfahren bei den Wägungen.

Die Wägungsmethode war die der Wägung mit Tara. Auf den Schalen der einen Seite waren einer der gefüllten Kolben in der oberen, einer der leeren Kolben in der unteren Station aufgestellt, während in den Schalen der andern Seite abwechselnd der gefüllte und der leere Kolben vertauscht wurden. Die Gewichtszunahme, welche mit der Versetzung des gefüllten Kolbens von der oberen in die untere Station eintritt, wurde durch Zulagegewichte gemessen. Die Bestimmung der Grösse des Ausschlages stützt sich auf je 10 einzelne Versuche, sie ist nämlich das arithmetische Mittel der Ausschläge, die in zehn aufeinander folgende Arretirungen und Auslösungen beobachtet wurden. An Tagen, an welchen die Differenzen der beobachteten Ausschläge 2 mm überschreiten, wurde jede weitere Messung eingestellt. Es kam vor, namentlich an Tagen raschen Temperaturwechsels und hoher Hygrometerstände, dass während einer ganzen Woche keine exacte Wägung ausgeführt werden konnte.

Die Beobachtungen wurden sämmtlich an gleichen Tagesstunden ausgeführt; die eine Beobachtungsreihe Vormittag 9 Uhr, die zweite nach vertauschten Kolben Vormittag 11 Uhr. Zwischen der ersten und zweiten Beobachtungsreihe muss schon desshalb eine Pause von mindestens einer Stunde eingehalten werden, weil mit dem Vertauschen der Kolben unvermeidlich Temperaturdifferenzen eingeleitet werden, die zu ihrer Ausgleichung reichlich eine Stunde Zeit erfordern.

Ein Beispiel wird das eingehaltene Verfahren deutlicher zum Ausdruck bringen. Ich entnehme hinzu aus dem Beobachtungsjournal eine am 16. September 1879 ausgeführte Messung. Die Tarakolben befinden

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

sich in allen Versuchen in den Schalen, die am Hebelarm rechts aufgehangen sind. In den am Hebelarm links aufgehangenen Schalen war in einem ersten, mit I bezeichneten, Falle der gefüllte Kolben in der oberen, und in dem mit II bezeichneten Falle in der untern Schale aufgestellt. Im Falle I war in der oberen Schale rechts das Platinblech mit dem Nominalwerth 20 mg, und im Falle II das Platingewicht mit dem Nominalwerth 50 mg zugelegt. Die in aufeinander folgenden beobachteten Einstellungen waren:

	Fall I	Fall II
	135,42	138,16
	133,74	139,82
	134,82	138,80
	134,87	138,94
	133,42	138,43
	134,90	140,08
	134,78	139,42
	134,42	139,72
	134,70	139,00
	133,98	138,22
Mittel	134,505	139,109

Die Differenz beider Ausschläge ist 4,604. In Normalgewicht ausgedrückt ist das Zulagegewicht im Falle II 50,025 mg, im Falle I nur 20,058 mg. Die Differenz ist 29,967 mg. Die Prüfung der Empfindlichkeit der Waage ergab, dass durch ein Zulagegewicht von 10,068 mg eine Aenderung des Ausschlages von 26,54 mm eintritt. Die Differenz von 4,604 im Ausschlage bezeichnet hiernach eine weitere Gewichtsdifferenz von $\frac{4,604}{26,54} \cdot 10,068 = 1,746$ mg, und die Gewichtszunahme, die eintritt, wenn der gefüllte Kolben von der oberen in die untere Station gebracht wird, beträgt $29,967 + 1,746 = 31,713$ mg.

Die Erwartung, dass die Unterschiede der, als Mittelwerthe aus je 10 Beobachtungen erhaltenen, Ausschläge 4 Zehntel eines Millimeters an der Ablesungsskale nicht überschreiten werde, zeigte sich nicht erfüllt. Die Unterschiede von Tag zu Tag sind beträchtlicher, und erreichen im extremsten Falle 2 mm an der Skale. Erst die Mittel aus je 10 in der angegebenen Weise erhaltenen Ausschläge geben übereinstimmendere

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Zahlen. Die Werthe der Ausschlagdifferenzen, welche unter Anwendung stets gleicher Zulagegewichte 50,025 mg und 20,0586 im Falle II und I erhalten würden, sind in folgender Tabelle niedergelegt:

	Juni 1879	Juli 1879	August 1879	Sept. 1879	Oct. 1879
	4,60	4,82	5,12	3,84	5,32
	4,78	4,25	4,22	4,42	4,54
	3,75	4,89	5,00	5,00	3,79
	5,19	3,79	4,00	5,64	4,58
	4,39	5,18	4,89	4,03	4,62
	4,63	4,34	3,79	4,89	5,05
	4,58	4,05	4,51	3,53	4,55
	4,56	4,58	4,54	4,04	5,01
	5,02	4,63	4,05	5,40	4,35
	4,52	3,95	4,58	5,76	3,91
Mittel	4,602	4,448	4,490	4,549	4,572

Das Mittel dieser 50 Ausschläge, von denen jeder auf je 10 Arretirungen der Fälle I und II sich stützt, ist 4,532. Diesem Ausschlage entspricht ein Gewichtszuschlag von $\frac{4{,}532 \,.\, 10{,}068}{26{,}54} = 1{,}719$ mg. Die Gewichtszunahme, welche der mit Quecksilber gefüllte Kolben erfährt, wenn er von der oberen Schale in die untere Schale gebracht wird, ist demnach

$$50{,}025 - 20{,}058 + 1{,}719 = 31{,}686 \text{ mg.}$$

Alle Bemühungen durch günstiger gelegene Beobachtungszeiten eine grössere Uebereinstimmung in den Ausschlagdifferenzen zu erzielen, scheiterten daran, dass ein vollkommen stabiler Zustand der Temperatur und des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft für die Zeit der Beobachtungen, die im Mittel eine halbe Stunde für je 10 Auslösungen beträgt, nicht zu erzielen war.

Die vielfach bei den Wägungen gemachten Erfahrungen zeigen, dass Alles, was eine grössere Gleichförmigkeit der Luft sichert, auch eine grössere Uebereinstimmung in den Ausschlagdifferenzen erhöhet. Bei bedecktem Himmel, ruhiger Luft, constantem Hygrometer- und Thermometerstande sind die Ausschlagdifferenzen die minimalsten. Die Fenster des Thurmes sind nach Nordwest gelegen, sie werden in den späteren Nachmittagstunden von der Sonne erreicht. Es sind dies die Stunden, in welchen in dem gegebenen Locale exacte Wägungen geradezu unaus-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

führbar sind. Nach Norden gelegene Fenster würden ohne Zweifel eine grössere Stabilität der Atmosphäre im Thurme sichern, und der Ausführung exacter Wägungen würden damit mindere Schwierigkeiten entgegenstehen.

Die unvermeidlichen von der Construction der Waage abhängigen Fehler, wie etwa die kleinen Aenderungen in den Auflagelinien, welche nach jeder neuen Auslösung auftreten können, war ich nicht im Stande gesondert zum Ausdrucke zu bringen. Es würde dies vielleicht bei Wägungen im luftleeren Raume möglich sein. Für die in Frage stehenden Wägungen blieb nichts übrig, als die Gesammteinflüsse auf möglichst kleine Werthe einzuengen, und durch Vermehrung der einzelnen Beobachtungen exactere Mittelzahlen zu erzielen. In der That stützt sich die oben angegebene Gewichtszunahme auf 50 unter möglichst gleicher Beschaffenheit der Atmosphäre erhaltene Differenzen der Gewichte, und jeder Ausschlag für die Fälle I und II ist selbst wieder das Mittel von 10 Einzelbeobachtungen, denen jeweils Arretirung und Auslösung voranging. Die Anzahl der Einzelbeobachtungen ist also für jede der Stationen 500.

Die beobachtete Gewichtszunahme von 31,686 mg gibt im Vergleich mit der nach dem Gravitationsgesetz zu berechnenden das Mittel ab, die local sich geltend machenden Einflüsse zum Ausdrucke zu bringen.

In den einleitenden theoretischen Erörterungen ist für den Fall, in welchem der Beobachtungsort auf einer Hochebene gelegen ist, die Gewichtsdifferenz, welche einer Höhendifferenz h entspricht, ausgedrückt durch

$$Q_{,} - Q_{,,} = 2\,h . \frac{Q_{,,}}{R} .$$

In dem besonderen Falle der Beobachtungen ist:

der senkrechte Abstand der Waagschalen h = 21,005 Meter,
das Gewicht des Quecksilbers $Q_{,,}$ = 5 009 450 mg,
der Radius der Erde, in der Breite $48^0\,8^0$, R = 6 365 722 Meter.

Es berechnet sich hiernach die Gewichtsdifferenz zu

$$2 . 21{,}005 . \frac{5009\,450}{6365\,722} = 33{,}059 \text{ mg.}$$

Die beobachtete Differenz ist nur 31,686 mg. Schon die früher

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

unter minder günstigen Bedingungen ausgeführten Messungen[3]) ergaben eine Abweichung in gleichem Sinne. Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass local sich geltend machende Anziehungen die Ursache der Abweichung sind. Der Universitätsthurm liegt an einer der tieferen Stellen der Stadt, mehr als 10 Meter tiefer als der Bahnhof, er ist von grossen monumentalen Bauten umgeben, und die Gebäude der Stadt überragen beträchtlich die Sohle des Thurmes. Alles wirkt zusammen zu einem nach aufwärts gerichtetem Zuge in dem Falle, in welchem das Gewicht sich in der unteren Schale, und zu einem abwärts gerichteten Zuge, in dem Falle, in welchem das Gewicht sich in der oberen Schale befindet. Die Gewichtsdifferenz wird daher um den gleichen Betrag vermindert erscheinen. Die mittlere Dichtigkeit, welche eine über der Hochebene gleichförmig verbreitete Schichte materieller Punkte besitzen müsste, um die gleiche Action wie die zerstreut liegenden Punkte auszuüben, lässt sich nach der für den Fall 3 der Einleitung aufgestellten Gleichung berechnen. Es ergab sich dort, dass, wenn ϱ die mittlere Dichtigkeit der Erde, ϱ'' die mittlere Dichtigkeit der Schichte an der Höhe h bezeichnen, die Gewichtsdifferenz ausgedrückt ist durch

$$Q_{,} - Q_{,,} = 2\,h \,.\, \frac{Q_{,,}}{R} \left(1 - \frac{2}{3}\,\frac{\varrho''}{\varrho}\right).$$

Die beobachtete Gewichtsdifferenz $Q_{,} - Q_{,,}$ ist 31,686 mg, die numerischen Werthe von h, Q'', R sind bereits angegeben. Man erhält hiernach $\frac{\varrho''}{\varrho} = 0{,}06229$, und hieraus, wenn die mittlere Dichtigkeit der Erde sich zu 5,69 ergeben sollte, $\varrho'' = 0{,}354$ für die mittlere Dichtigkeit einer Schichte von der Höhe h, welche einen mit den zerstreut liegenden Punkten gleichen Zug ausüben würde.

Die mittlere Dichtigkeit der Erde.

Die Erörterungen des Falles 4 der Einleitung sind massgebend für das Programm der auszuführenden Versuche. Alles kömmt darauf an, mit welcher Exactheit die Gewichtszunahme des Quecksilberkolbens sich

3) Abhdl. der k. bayer. Akademie der Wiss. Bd. XIII, Abth. I.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

bestimmen lässt, welche eintritt, wenn eine Bleikugel gegebener Grösse unter der unteren Schale, in der der Kolben sich befindet, aufgestellt wird.

Die Gewichtszunahme, welche der Kolben erfährt, wenn derselbe von der oberen in die untere Schale gebracht wird, ist bereits ermittelt und zu 31,686 mg gefunden. Durch den Zug der Bleikugel tritt eine Erhöhung des Gewichtes ein. Die Differenz der Gewichte ist der Zug, welchen das Quecksilber unter alleiniger Wirkung der Bleikugel erfährt. Allerdings wirkt auch die Bleikugel auf den Quecksilberkolben in dem Falle, in welchem sich derselbe in der oberen Schale befindet. Da aber die Entfernung 43 mal grösser ist und die Abnahme des Zuges quadratisch wächst, so berechnet sich selbst bei einer Bleikugel von 5775 kg und einem Quecksilbergewicht von 5 kg der Zug in dieser Distanz nur zu 0,0003 mg, einer mit der Waage bei solcher Belastung nicht mehr messbaren Grösse.

Die Versuche wurden genau in gleicher Weise wie bei den Wägungen ohne unterlegte Bleikugel ausgeführt, auch waren die gleichen Platinbleche als Zulagegewichte benützt. Die Empfindlichkeit der Waage wurde erneuert geprüft, und ergab sich als ungeändert, d. h. ein Platinblech von 10,068 mg erzeugte wie früher eine Vergrösserung des Ausschlages von 26,54 mm an der Skale.

Die Differenzen der Ausschläge, welche je nachdem der Quecksilberkolben in der oberen oder in der unteren Schale aufgestellt war, sind in folgender Tabelle niedergelegt:

	Nov. 1879	Dec. 1879	Jan. 1880	Juni 1880	Juli 1880
	5,95	6,18	5,72	6,07	5,68
	5,56	5,70	6,23	5,89	6,01
	6,09	6,06	6,01	6,44	6,72
	6,60	5,86	5,79	6,24	6,48
	6,29	6,08	6,55	5,80	6,24
	5,60	6,07	6,33	6,06	6,00
	6,05	6,16	6,10	6,52	5,43
	6,33	5,98	6,40	6,18	5,71
	5,90	6,59	6,06	5,70	5,85
	6,47	6,09	5,81	6,06	6,42
Mittel	6,084	6,077	6,100	6,094	6,074

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Das Mittel aller 50 Ausschlagdifferenzen ist 6,0858, d. h. der Ausschlag ist in dem Falle, in welchem der Quecksilberkolben sich in der unteren Schale befand um 6,0858 Skalentheile grösser, als wenn er in die obere Schale gebracht war. Diesem Ausschlage entspricht eine Gewichtszunahme von $\frac{6{,}0858 \,.\, 10{,}068}{26{,}54} = 2{,}308$ mg. Nachdem aber in dem Falle, in welchem der Kolben in der unteren Schale aufgestellt war, auf der Schale des anderen Hebelarmes ein Platingewicht von 50,025 mg, und in dem Falle, in welchem der Kolben in der oberen Schale sich befand, ein Platingewicht von nur 20,058 mg zugelegt war, so ist die Gesammt-Gewichtszunahme, welche mit der Versetzung des Kolbens von der oberen in die untere Schale eintritt, ausgedrückt durch

$$50{,}025 - 20{,}058 + 2{,}308 = 32{,}275 \text{ mg.}$$

Ohne Aufstellung der Bleikugel unter der unteren Schale war die Gewichtszunahme 31,686 mg. Die Bleikugel erzeugt also eine Gewichtszunahme von 32,275 — 31,686 = 0,589 mg.

Die theoretische Erörterung des 4. Falles der Einleitung ergab zur Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde die Gleichung

$$\varrho = \frac{r \,.\, \delta}{R} \cdot \frac{r^2}{a^2} \cdot \frac{Q}{q}.$$

In derselben ist

$$q = 0{,}589 \text{ mg}$$
$$Q = 500\,9450 \text{ mg}$$
$$R = 6365\,722 \text{ m.}$$

Der Werth des Radius r der Bleikugel wurde direkt durch Messung bestimmt. Auf die Kugel wurde eine Glasplatte gelegt und horizontal eingestellt. Der Abstand der Glasplatte vom Boden, auf welchem die die Kugel ruhte, ergab den Durchmesser der Kugel zu 0,995 m. Es ist also

$$r = 0{,}4975 \text{ m.}$$

Der Abstand a des Mittelpunktes des kugelförmigen Quecksilberkolbens vom Mittelpunkt der Bleikugel ist gleich dem Halbmesser der Bleikugel 0,4975 m plus dem Halbmesser der Quecksilberkugel 0,0445 m, plus dem Abstande der beiden Kugeloberflächen von einander, der durch einen zwischengeschobenen mit Theilung versehenen Keil gemessen und zu 0,0266 m gefunden wurde. In Summa ist also

$$a = 0{,}5686 \text{ m.}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Das specifische Gewicht des verwendeten Bleies wurde an Probstückchen wiederholt gemessen und zu 11,198 gefunden. Da die Kugel aus 115 Stücken zusammengesetzt ist, die — wie sorgfältig die Stücke auch immer aneinander angepasst sind — unvermeidlich Zwischenräume übrig lassen, so wurde das mittlere specifische Gewicht der Kugel direkt aus Volumen und Gewicht der Kugel berechnet. Das Gewicht der 115 Stücke ist 5775,2 kg, und der Durchmesser ist 0,995 m. Man erhält hiernach

$$\delta = 11{,}186.$$

Dieses mittlere specifische Gewicht der Kugel ist nur um weniges kleiner als das specifische Gewicht der Bleiproben; ohne Zweifel ist es richtiger mit diesem mittleren specifischen Gewicht zu rechnen.

Durch Einführung der Zahlenwerthe erhält man:

$$\varrho = 5{,}692.$$

Der wahrscheinliche Fehler im Werth von $q = 0{,}589$ mg berechnet sich zu $\pm$ 0,0070. Er macht sich in dem Werth von ϱ schon in der zweiten Decimale geltend, und zwar in der Art, dass der wahrscheinliche Fehler in dem für ϱ erhaltenen Werthe $\pm$ 0,068 nicht überschreiten wird.

Die Schwierigkeiten, welche exacten Wägungen durch den so häufigen Wechsel in Dampfgehalt der Atmosphäre sich entgegensetzen, könnten vielleicht unter Anwendung von Metallkugeln gemindert erscheinen. Die direkt ausgeführten Versuche haben dies nicht bestätiget. Es wurden vier hohle Messingkugeln gleichen Gewichtes und gleichen Durchmessers hergestellt. Zwei dieser Kugeln wurden mit Blei ausgegossen, und hierauf wurden sämmtliche Kugeln luftdicht geschlossen und galvanoplastisch mit Gold überzogen. Das Versuchsverfahren war das gleiche wie bei den Glaskolben. Die Abweichungen der Mittel der Differenzen der Gewichte der oberen und unteren Station waren nicht geringer als unter Anwendung der Glaskolben.

Die Resultate der früheren Messungen.

Die verschiedenen Methoden, welche zur Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde angewendet wurden, führten zu Resultaten, die unter sich und mit dem eben gewonnenen Resultate mehr oder minder annähernd übereinstimmen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Maskelyne hat das Verdienst, die Frage zuerst aufgenommen zu haben. Die von ihm in Anwendung gebrachte Methode stützt sich auf die Messung der Ablenkung des Bleilothes durch ein isolirt stehendes Gebirg. Die erforderlichen geodätischen und astronomischen Messungen wurden in den Jahren 1774—76 ausgeführt, und ergaben in den darauf gestützten Rechnungen für die Erddichte die Zahl

4,713.

Die Bergmasse, deren ablenkende Action gemessen wurde, ist petrographisch aus Quarzit, Glimmerschiefer, Hornblendeschiefer und Kalkstein zusammengesetzt, ohne dass das Verhältniss der einzelnen Bestandtheile anders als schätzungsweise angegeben werden kann. Die darauf sich stützende Zahl der Erddichte ist also abgesehen von den unvermeidlichen Messungsfehlern noch mit einer weiteren Unsicherheit behaftet.

Cavendish verdankt man die Einführung der Torsionswaage zur Lösung des gleichen Problemes. Durch seine in den Jahren 1797—98 ausgeführten Messungen gelangte er für die Erddichte zu der Zahl

5,48.

Reich in Freiberg kam unter Anwendung des gleichen Verfahrens, aber mit mehrfachen Verbesserungen des Messapparates, zu der Zahl

5,49,

und nach wiederholter Revision, in der Publication vom Jahre 1837, zu der Zahl

5,58.

Francis Baily benützte ebenfalls die Methode von Cavendish, und erhielt für die mittlere Erddichte

5,66.

A. Cornu und J. B. Baille[4]) finden dagegen ebenfalls unter Anwendung der Methode von Cavendish die Zahl

5,56.

Carlini führte eine dritte Methode ein, nämlich die der Pendelschwingungen. Aus dem Unterschiede der Pendelschwingungen auf dem Gipfel und dem Fusse eines Berges wird das Verhältniss der Masse des Berges zu der der Erde abgeleitet. Carlini kam gestützt auf seine im Jahre 1824 auf dem Mont Cenis ausgeführten Versuchen zu dem Resultate

4,837.

---

4) Comptes Rendus LXXXVI. 1878.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Airy stützte seine Untersuchungen ebenfalls auf Pendelschwingungen, die in einem 1180 par. Fuss tiefen Schacht und an der Mündung des Schachtes ausgeführt wurden. Er erhielt nach der im Jahre 1856 gemachten Publication die Zahl

6,623.

In Rechnungen von Airy ist die mittlere Dichtigkeit der Erdrinde zu 2,75 zu Grund gelegt. S. Haughton hält diese Zahl für zu gross, indem der grössere Theil des Schachtes unter dem Meeresniveau liege, und begründet, dass es richtiger sei, die Zahl 2,059 für die mittlere Dichtigkeit der wirksamen Schichte einzuführen. Die von Airy erhaltene Zahl reducirt sich hierdurch auf

5,480.

Im Jahre 1877, auf der Naturforscher-Versammlung in München, zeigte ich die Versuchsanordnung vor, nach welcher unter Anwendung der Waage Probleme der Gravitation zur Lösung gebracht werden können. Die zunächst erzielten Resultate wurden in den Denkschriften der bayer. Akademie der Wissenschaften publicirt, und zugleich wurde der Weg bezeichnet auf welchem gestützt auf Wägungen die mittlere Dichtigkeit der Erde bestimmt werden könne. Im Jahre 1878 wurden unter Benützung einer für 5 kg Maximalbelastung construirten Waage und nach Beschaffung einer Bleikugel von 1 Meter Durchmesser die orientirenden Versuche in dem zur Disposition gestellten Thurm ausgeführt, denen im Jahre 1879—80 die definitiven Messungen folgten. Das für die Erddichte erhaltene Resultat

5,692

ist grösser als das mit der Torsionswaage erhaltene, selbst wenn man die wahrscheinliche Fehlergrenze in Betracht zieht.

Herr J. H. Poynting hat ebenfalls unter Anwendung der Waage aus der Gewichtszunahme, welche ein, an einem der Hebelarme der Waage aufgehangener Körper durch Annäherung einer Bleikugel von 170 kg erfährt, die mittlere Dichtigkeit der Erde abgeleitet. Er erhält nach der in den Proc. Roy. Soc. XXVIII 1878 gemachten Publication als Mittel aus 11 Versuchen die Zahl 5,69. Da die Einzelwerthe zwischen 4,4 und 7,1 schwanken, so ist die Mittelzahl noch mit entsprechend grossen wahrscheinlichen Fehlern behaftet. Die von mir erhaltene Zahl

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

kann daher zunächst nicht als eine Bestätigung der Poynting'schen betrachtet werden. Herr Poynting hat eine Wiederholung der Versuche unter Anwendung exacterer Waage und vollständigerer Ausschliessung störender Wirkungen in Aussicht gestellt, ist aber bis hierher mit der Arbeit nicht zum Abschlusse gelangt.

Die Wägungsfehler werden in um so engere Grenzen eingeschlossen, je constanter Feuchtigkeit und Temperatur während der Dauer der Wägungen in oberer und unterer Station der Quecksilberkolben sich erweisen. In dem Thurm, in welchem ich die Wägungen ausführte, waren die Bedingungen für exacte Wägungen nicht gerade ungünstig, aber auch nicht so günstig, wie sie mit nach Norden gelegenen Fenstern zu erwarten sind. Unter den vielen Wägungen, die ich ausführte, waren auch solche mit sehr günstigen äusseren Bedingungen, die sich sofort auch dadurch kennzeichneten, dass nach wiederholter Vertauschung der Kolben beinahe exact übereinstimmende Ausschläge der Waage auftraten. Würde ich nur diese, freilich nur auf 5 Fälle sich stützenden, Zahlen zu Grund legen, so würde die mittlere Dichtigkeit der Erde sich zu 5,643 mit dem wahrscheinlichen Fehler von $\pm$ 0,011 berechnen.

Es ist nicht meine Absicht die Versuche erneuert, etwa unter geänderter Aufstellung der Waage, aufzunehmen. Jedenfalls würde ich aber die Anwendung der Bleikugel von 1 m Durchmesser und der Maximalbelastung von 5 kg beibehalten. Die mit dem Durchmesser der Kugel wachsende Anziehung lässt den stets gleichen Wägungsfehler im Endresulsat kleiner erscheinen, und die Empfindlichkeit der Waage nimmt in kleinerem Grade ab als die Belastung der Waage wächst.

Die mit der Waage erhaltene mittlere Dichtigkeit der Erde weicht von dem mit der Torsionswaage erhaltenem Mittel um nahezu 2 % ab. Es kann sein, dass ein Theil dieser Differenz in dem geologischen Bau der Erde begründet ist, dass etwa unter der Trümmermasse, welche die Hochebene von Bayern bildet, festes Gestein von grösserer Dichtigkeit sich hinzieht. Erst die Ausführung ähnlicher Messungen an anderen Orten wird darüber Aufschluss bringen.

Ein anderer Punkt kann dagegen jetzt schon sicher gestellt werden. Die Versuche mit unterlegter Bleikugel waren zum Theil im Januar

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

1880 bei einer Temperatur von — 8,6 ^{0} C., zum Theil im Juli bei einer Temperatur von + 21^0 C., also bei einer Temperaturdifferenz von 29,6^0 ausgeführt, die Wägungsresultate zeigen aber keine grösseren Abweichungen als solche, welche innerhalb der unvermeidlichen Fehler der Wägungen liegen. Es besteht also in der Temperaturdifferenz von 29,6^0 keine erkennbare Differenz zwischen der Anziehung des Bleies und des Quecksilbers.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1883

Band/Volume: 14_2

Autor(en)/Author(s): Jolly Johann Philipp Gustav von

Artikel/Article: Die Anwendung der Waage auf Probleme der Gravitation. 1-26