

Bestimmung
der Länge des einfachen Secundenpendels
auf der Sternwarte zu Bogenhausen.

Nach Beschluss der Königlich Bayerischen Commission für die Europäische Gradmessung
unter Oberleitung ihres Mitgliedes, des Prof. von Lamont,

ausgeführt durch

Carl von Orff

Oberst und Direktor des topographischen Bureau's
des K. Bayer. Generalstabes.

I. Allgemeine Bemerkungen.

In den Jahren 1873—1877 hatte ich im Auftrage der K. Bayerischen Commission für die Europäische Gradmessung einige Breiten-, Längen- und Azimuth-Bestimmungen ausgeführt und hegte nun den Wunsch, mich auch mit Pendelbeobachtungen bekannt zu machen, um zunächst eine Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels für die Bogenhausener Sternwarte zu liefern. Mein unvergesslicher Freund und Lehrer von Lamont ging mit Freuden auf diesen Wunsch ein und der von ihm an die K. Bayerische Gradmessungs-Commission gerichtete diessbezügliche Antrag erhielt die Genehmigung, so dass zur Ausführung der beabsichtigten Arbeit nur mehr ein allerdings höchst wesentliches Erforderniss fehlte, — nämlich der Pendelapparat, an welchem die Beobachtungen angestellt werden sollten. — Nachdem zuerst Bohnenberger die Idee des Reversionspendels dargelegt, Kater die ersten Messungen mit einem dergleichen Instrumente ausgeführt und Bessel in seiner berühmten Abhandlung über die Bestimmung der Länge des Königsberger Secundenpendels (Denkschriften der Berliner Akademie, Jahrgang 1826) die mit dieser Einrichtung verbundenen, eigenthümlichen Vortheile in erschöpfender Weise entwickelt hatte, gelangte das Reversionspendel in dem Decennium 1865—1875 auf dem europäischen Continente zu allgemeinem Ansehen; die schweizerische geodätische Commission liess zuerst durch Professor Plantamour eine Reihe von Messungen mittelst eines von Repsold hergestellten, im Allgemeinen nach Bessel's Vorschlägen construirten Reversions-Pendel-Apparates ausführen; diesem Beispiele folgten die geodätischen Commissionen mehrerer anderer Staaten Europa's (Preussen, Russland,

Oesterreich etc. etc.). Zu Ende des erwähnten Zeitraums erhoben sich jedoch manche Bedenken gegen die mit diesen Reversionspendeln erlangten Resultate. Zunächst war es die Differenz des von Herrn Professor Albrecht für die Berliner Pendellänge gefundenen Werthes gegen die ältere, im Jahre 1835 von Bessel ausgeführte Bestimmung, welche die Vermuthung nahe legte, dass bei den neueren Pendelbeobachtungen ein noch unberücksichtigt gebliebener Umstand störend eingewirkt habe. Peirce, Cellérier und Plantamour haben die Ursache der erwähnten Differenz in dem bisher unberücksichtigt gelassenen Einfluss des Mitschwingens des Pendelstativs erkannt und hiefür theils auf experimentellem, theils auf analytischem Wege den Nachweis geliefert. Das bisher dem Repsold'schen Apparat zugewendete Vertrauen wurde wesentlich erschüttert und die bereits als gelöst betrachtete Frage nach der zweckmässigsten Construction eines zur Bestimmung der Intensität der Schwere geeigneten Apparates wurde wieder auf die geodätische Tagesordnung gesetzt, auf welcher sie heute noch einer vollkommen befriedigenden Lösung entgegenharrt. — Unter solchen Verhältnissen musste der ursprünglich gehegte Plan der Anschaffung eines Repsold'schen Reversionspendels durch die K. Bayerische Gradmessungs-Commission aufgegeben werden und es blieb mir nichts Anderes übrig, als die leihweise Ueberlassung eines der bereits in Verwendung stehenden Pendelapparate anzustreben. Die in den Jahren 1874—1876 in Gemeinschaft mit der Oesterreichischen Gradmessungs-Commission von mir ausgeführten Längenbestimmungen hatten mich mit Herrn Professor von Oppolzer bekannt gemacht, dessen wissenschaftliche Leistungen und stets bewährte, liebenswürdige Zuvorkommenheit in mir in gleichem Maße die Gefühle aufrichtiger Verehrung und herzlicher Freundschaft wach gerufen hatten; an ihn wendete ich mich mit der Bitte, mir den Oesterreichischen Pendel-Apparat auf die Dauer eines mir von Seite meiner vorgesetzten Behörde, des K. Generalstabs, bewilligten sechswöchentlichen Urlaubs zu überlassen. Diesem Gesuche wurde bereitwilligst entsprochen und Herr Professor von Oppolzer schickte mir durch seinen ersten Assistenten, Herrn Ferdinand Anton, nicht blos den Pendelapparat, sondern auch noch den von ihm zur Beobachtung der Coincidenzen benützten Gruber'schen Hilfsapparat, sowie eine Registrir-Pendeluhr von Danischewsky. Der Oesterreichische Pendelapparat besitzt in

•

allen wesentlichen Theilen die gleiche Construction wie der dem K. Preussischen Geodätischen Institute angehörige, welcher in der von diesem Institute ausgegangenen Publication: „Astronomisch-Geodätische Arbeiten im Jahre 1870“ unter Abschnitt III ausführlich beschrieben und durch beigefügte Zeichnungen erläutert worden ist. Da der Apparat ohne Zweifel seiner Zeit auch in dem über die Oesterreichischen Gradmessungsarbeiten zu erwartenden Werke erschöpfende Besprechung finden wird, so unterlasse ich es, in gegenwärtiger Mittheilung weiter auf eine Beschreibung desselben einzugehen und beschränke mich darauf, die bei den Beobachtungen verwendeten Instrumente in übersichtlicher Kürze aufzuführen. Es standen zur Verfügung:

- 1) Der bereits erwähnte Repsold'sche Reversionspendel-Apparat der Oesterreichischen Gradmessungs-Commission,
- 2) der zur Beobachtung von Coincidenzen dienende Gruber'sche Hilfsapparat und
- 3) die Registrir-Pendeluhr Danischewsky; ferner
- 4) ein der Sternwarte Bogenhausen gehörender Hipp'scher Chronograph (Construction mit Streifen-Ablesung) sammt den nöthigen Umschalt-Vorrichtungen
- 5) die Pendeluhr Mahler und
- 6) die mit Quecksilber-Compensation versehene Pendeluhr Knoblich, beide letztere Uhren gleichfalls Eigenthum der Bogenhausener Sternwarte.

Bezüglich der Construction und Wirkungsweise des Gruber'schen Apparates dürften folgende Bemerkungen genügen: Ein mit Trepied-Aufstellung versehenes Fernrohr von grosser Objectiv-Oeffnung (circa 7^{cm}) und schwacher Vergrösserung ist nach dem Nullpunkte des Gradbogens des Pendelapparates eingestellt, so dass die in Intervallen von 10 zu 10 Minuten ausgeführte Theilung in aller Schärfe sichtbar wird; auf der äussern, dem Pendel zugewendeten Seite wird das Objectiv durch einen Metallschirm bedeckt, welcher mit ungefähr zehn schlitzförmigen, mit dem horizontalen Durchmesser des Objectivs parallel laufenden, circa 3^{mm} breiten Oeffnungen durchbrochen ist; bei der oben angegebenen Grösse des Objectives erscheint unter diesen Verhältnissen das Bild seiner Lichtintensität nach zwar erheblich geschwächt, besitzt jedoch gleichwohl noch

die zu genauer Beobachtung nöthige Helligkeit. Unmittelbar vor diesem festen Schirm befindet sich ein zweiter, beweglicher, von ganz gleichen Dimensionen; bewegt sich dieser letztere Schirm auf und ab, so wird man durch das Fernrohr ein Momentanbild des Gradbogens und der Pendelspitze sehen, so oft die Oeffnungen dieses Schirmes sich genau vor jenen des festen Schirmes befinden; dieses Bild wird sofort wieder verschwinden, sowie die Oeffnungen der beiden Schirme nicht mehr zusammentreffen. — Die das abwechselnde Verschwinden und Sichtbarwerden des Momentanbildes bewirkende, auf- und abwärts oscillirende Bewegung des beweglichen Schirmes wird nun dadurch bewirkt, dass derselbe mit dem Anker eines Elektromagneten in Verbindung steht, welcher in regelmässigen Zeitintervallen von einem galvanischen Strom umkreist, momentan anziehend wirkt und dann den Schirm wieder der Wirkung einer entsprechend kräftigen Abreiss-Feder überlässt. In dem Stromkreis befindet sich die Registriruhr eingeschaltet, welche den Strom in Intervallen von 2^s für einen Augenblick schliesst und auf diese Weise dem durch das Fernrohr sehenden Beobachter in gleichen Zeitintervallen von 2^s die Momentanbilder des Gradbogens und der darüber hinweg sich bewegenden untern Spitze des Reversionspendels erscheinen lässt. — Wird nun der Zeitpunkt bemerkt, in welchem das Momentanbild eine bestimmte Phase der Pendelschwingung zeigt, — am zweckmässigsten wird hiezu der Moment gewählt, in welchem die Pendelspitze über dem Nullstrich des Gradbogens erscheint, — so wird das nächstfolgende Momentanbild in Folge des Voreilens der Registriruhr gegen das Reversionspendel eine kleine Verschiebung der Pendelspitze gegen den Nullstrich des Gradbogens aufweisen; diese Verschiebung vergrössert sich in den folgenden Momentanbildern, erreicht nach und nach ihr Maximum, bei welchem die Pendelspitze in der grössten Elongation wahrgenommen wird, und verringert sich dann wieder bis endlich die Pendelspitze wieder in der ursprünglich beobachteten (Anfangs-)Phase erscheint. In diesem Momente hat das Pendel der Registriruhr genau um eine Schwingung mehr ausgeführt als das Reversionspendel und das zwischen zwei aufeinander folgenden Erscheinungen derselben Phase verflossene Zeitintervall, n^s der Registriruhr, ist gleich der Dauer von $(n-1)$ Schwingungen des Reversionspendels. Die Momentanbilder folgen sich, wie gesagt, in Zeitintervallen von 2^s ; die

genaue Angabe der Coincidenzzeit erfolgt durch Schätzung nach denselben Principien, welche bei der Beobachtung von Sterndurchgängen nach der Methode der Appulse (Aug- und Ohr-Methode) in Anwendung kommen.

Als Schwierigkeiten, welche mir bei der Ausführung meiner Arbeiten entgegentraten, erwähne ich vor Allem der Kürze der mir zur Verfügung stehenden Zeit; erwägt man, dass ich mich erst in den hier einschlägigen Beobachtungsmethoden praktisch einzuüben hatte und dass die Witterung im September und Anfangs Oktober 1877 ziemlich ungünstig war, so dass viele Tage sich gar nicht zu den sehr gute Beleuchtung erfordernden Längenmessungen verwendbar erwiesen oder keine Zeitbestimmungen zur Ermittlung des Uhranges gestatteten, so wird man eine sechswöchentliche Urlaubszeit als kaum genügend bezeichnen müssen. Ganz besonders dürften ferner noch die ungünstigen Beleuchtungsverhältnisse hervorzuheben sein; der zwischen dem Meridiankreise und dem Passageninstrumente gelegene Hauptpfeiler der Sternwarte, auf welchem seiner Zeit das zu den Längenbestimmungen verwendete tragbare Passageninstrument und nunmehr das Reversionspendel aufgestellt wurde, ist zwar sehr solide fundirt, doch mit Bezug auf das von den Fenstern einfallende Licht ziemlich ungünstig situirt; Decke und Wände des Beobachtungssaales sind überdiess mit einer dunkelgrün angestrichenen Holzbekleidung versehen, wodurch die Beleuchtung ebenfalls wesentliche Einbusse erleidet. — Unter solchen Umständen war es mir nicht möglich, ein vollkommen symmetrisches Beobachtungsschema, — nach dem Muster der oben citirten Bruhns'schen Bestimmungen, — einzuhalten; ich zog es vielmehr vor, nach dem Vorbilde des Herrn Professor Plantamour jedes Mal gerade jene Beobachtungen vorzunehmen, für welche die Umstände am günstigsten erschienen; so kam es, dass z. B. für die Längenmessungen meistens die Vormittagsstunden benützt wurden etc. etc.

Absolute Bestimmungen der Pendellänge sind eine sehr schwierige Sache, was jedermann, der sich mit derartigen Apparaten und Beobachtungen praktisch beschäftigt hat, zugestehen wird; aber auch ohne solche eigene Erfahrungen wird, wenn man die bisherigen Publicationen über diesen Gegenstand und die einschlägigen Verhandlungen der permanenten Commission, wie der allgemeinen Conferenzen der Europäischen Grad-

messung auch nur oberflächlich verfolgt, zugegeben werden müssen, dass die Resultate der Pendelbestimmungen sich zur Stunde noch nicht jener Sicherheit und Präcision erfreuen, welche die übrigen Zweige geodätischer Arbeiten und Forschungen auszeichnen. — Ich war zwar, wie die nachfolgende Darstellung zeigen dürfte, bemüht, so viel in meinen Kräften stand, eine absolute Bestimmung der Bogenhausener Pendellänge zu liefern; ob mir dieses gelungen, muss ich jedoch dahin gestellt sein lassen. Jedenfalls wird das von mir erhaltene Resultat mit den Ergebnissen der analogen, von der Oesterreichischen Gradmessungs-Commission ausgeführten Arbeiten strenge vergleichbar erscheinen; da aber die Berliner Pendellänge auf einem und demselben Pfeiler sowohl unter Anwendung des Oesterreichischen und Schweizerischen als auch des dem K. Preussischen Geodätischen Institute gehörigen Pendels bestimmt wurde, so bietet die Vergleichung der in diesen Operationen erhaltenen Resultate die Möglichkeit, eine nicht unbedeutende Zahl von Pendelbestimmungen in einem einheitlichen Systeme darzustellen und auf diese Weise wenigstens ein vorläufiges Bild der Vertheilung der Intensität der Schwere über Central-europa zu gewinnen.

II. Die unmittelbaren Ergebnisse der Beobachtungen.

1) Längenmessungen.

Sämmtliche Beobachtungen, — sowohl die Längenmessungen als die Schwingungsbeobachtungen, — sind in vier verschiedenen Anordnungen oder Combinationen der Pendelschneiden ausgeführt worden. Von den beiden zur Aufnahme der stählernen Schneiden bestimmten Bügeln der Pendelstange ist der vom Schwerpunkte des Pendels entferntere auf seiner schmalen Seite mit der Repsold'schen Firma versehen, während die eine der Schneiden auf der einen ihrer Endflächen mit einem, die andere Schneide aber mit zwei Punkten gezeichnet ist; die erwähnten Combinationen sind nun folgende:

- 1) Markirte Flächen der Schneiden auf Seite der Firma, so dass die mit einem Punkte bezeichnete Schneidenfläche sich in unmittelbarer Nähe der Firma befindet (I. g);

- 2) die Schneiden werden, — jede in ihrer Hülse, — umgelegt, so dass ihre Marken von der Firma abgewendet erscheinen, (Combination I. v);
- 3) die Schneiden werden gewechselt, so dass sich nun die mit zwei Punkten bezeichnete Schneide in der die Firma tragenden Hülse befindet und zwar so, dass die Punkte mit der Schrift correspondiren, (Combination II. g);
- 4) jede der Schneiden wird in ihrer Hülse neuerdings umgelegt, so dass die Punkte auf die von der Schrift abgewendete Seite zu liegen kommen, (Combination II. v).

Der Kürze halber sollen indessen die hier angegebenen Combinationen ihrer Reihenfolge nach einfach mit I, II, III und IV bezeichnet werden. — In jeder dieser vier Combinationen wurde das Pendel in folgenden vier Lagen beobachtet:

Firma oben, vornen: (F. o. v.)	}	Schwerpunkt unten;
Firma oben, hinten: (F. o. h.)		
Firma unten, vornen: (F. u. v.)	}	Schwerpunkt oben.
Firma unten, hinten: (F. u. h.)		

Um bei den Messungen der Schneidenabstände den Einfluss der Irradiation möglichst zu eliminiren, wurde, — wie allgemein üblich, — jeder Längenmessung mit beleuchteten Schneiden auf dunklem Grunde eine solche mit dunklen Schneiden auf hellem Felde an die Seite gestellt, was in der nachfolgenden Tabelle in der Rubrik „Bemerkung“ durch die Notizen „h. S.“ (helle Schneide) oder „d. S.“ (dunkle Schneide) zum Ausdrucke gebracht ist. Die in der ersten Colonne vorgetragenen Zeitangaben sind in mittlerer Zeit ausgedrückt und geben die der Mitte des treffenden Satzes entsprechenden Zeitmomente an. Nachdem die Erfahrung zeigte, dass die Einstellungen des Maassstabs grössere Sicherheit bieten, als jene der Schneiden, wurden letztere in jedem Beobachtungssatze 4—6 mal wiederholt, so dass sich für die Längenmessungen folgendes Beobachtungsschema ergab:

- Ablesung der Quecksilber- und Metall-Thermometer,
- 3 Einstellungen der unteren hellen Schneide,
- 3 „ „ oberen hellen Schneide,
- 3 Ablesungen des Maassstabs oben (Theilstriche 999,9^{mm}, 1000,0^{mm} und 1000,1^{mm}),

- 3 Ablesungen des Maassstabs unten (Theilstriche — $0,1^{\text{mm}}$, $0,0^{\text{mm}}$
und $0,1^{\text{mm}}$),
 3 Einstellungen der unteren hellen Schneide,
 3 „ „ oberen hellen Schneide,
 3 „ „ unteren dunklen Schneide,
 3 „ „ oberen dunklen Schneide,
 3 Ablesungen des Maassstabs oben
 3 „ „ „ unten,
 3 Einstellungen der untern dunklen Schneide,
 3 „ „ oberen dunklen Schneide,
 Ablesung der Quecksilber- und Metall-Thermometer.

Die Ablesung des Metallthermometers besteht aus zwei Operationen, indem nämlich sowohl die Einstellung des Nullstrichs des Maassstabes, als auch jene auf die mit dem Zinkrohr verbundene Theilung abgelesen werden muss; die Striche der letzteren sind in Abständen von $0,1^{\text{mm}}$ gezogen und ist der durch Schätzung bestimmte Stand des Maassstab-Nullstrichs gegen diese Theilung in der Rubrik „Bemerkung“ vorgetragen, während die genaue Ablesung der Einstellung auf den nächsten Theilstrich in der 17. Colonne steht. Man erhält die Dezimalen des Metallthermometerstandes, indem man die Einstellung auf den Maassstab-Nullstrich (18. Colonne) von der Einstellung auf die Theilung (17. Colonne) abzieht. So hat man z. B. bei der ersten Metallthermometer-Beobachtung am 5. September folgende Ablesungen:

Approximativer Stand	7,5
Theilung	44,8 ^p
Maassstab-Nullstrich	95,9 ^p

sohin Angabe des Metallthermometers 7,489.

Der Temperatur von 0° entspricht ungefähr die Angabe $5,2^{\text{p}}$ des Metallthermometers. — Endlich möge noch bemerkt werden, dass bei den Längenmessungen stets der dem Apparate beigegebene grüne Tuchvorhang, welcher den Beobachter von dem Pendel und dem Maassstab trennt, angebracht wurde, um auf diese Weise den Apparat nach Möglichkeit gegen die Einwirkung der Körperwärme des Beobachters zu schützen. —

Zusammenstellung der gemessenen Schneidenabstände.

Mittlere Zeit der Beob- achtung 1877	Combination und Lage	Schneide oben			Maassstab oben			Schneide unten			Maassstab unten			Queck- silber- Thermo- meter		Metall- Thermo- meter		Be- merkung
		P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	C ^o	C ^o	p	p	
5. Sept. 19 ^h 54 ^m	I Firma unten vornen	13,2	14,4	—	00,2	01,6	00,9	85,8	84,1	—	94,9	95,2	94,1	13,25	13,25	14,8	95,9	(7,5) h. S.
		18,8	19,5	—				81,9	82,4	—				13,90	13,80	53,5	95,4	
		16,2	17,9	—	03,9	05,9	03,9	02,1	03,2	—	93,9	91,8	95,8	14,70	14,60	64,7	95,5	d. S.
			14,8	12,0	—								14,90	14,90	70,9	96,9		
22 ^b 15 ^m	I Firma oben vornen	17,7	18,3	—	06,2	05,0	04,3	06,3	05,0	—	96,1	95,7	97,8	17,00	17,20	07,1	94,6	(8,1) d. S.
		20,9	21,1	—				03,3	04,0	—				17,10	17,50	11,9	95,9	
		25,2	27,6	—	08,4	06,4	06,9	01,0	01,2	—	97,3	95,6	97,0	17,20	17,50	12,3	95,7	h. S.
			26,3	27,2	—								17,70	18,05	16,8	95,2		
7. Sept. 2 ^h 32 ^m	I Firma oben vornen	22,1	21,0	—	05,3	04,1	04,6	93,6	95,3	—	95,8	93,0	93,4	19,30	20,00	52,6	92,5	(8,6) h. S.
		25,0	24,8	—				93,1	95,5	—				19,85	20,60	57,5	94,0	
		23,9	21,2	—	04,0	03,9	03,4	04,0	04,2	—	96,5	93,5	95,2	19,85	20,60	57,5	94,0	d. S.
			23,6	22,8	—			04,0	04,2	—			20,00	20,60	65,0	94,0		
3 ^h 50 ^m	I Firma unten vornen	22,1	23,0	—	01,0	98,0	98,0	97,1	97,0	—	96,2	93,6	97,8	20,00	20,40	66,6	94,0	(8,7) h. S.
		21,2	22,0	—				92,0	90,9	—				19,90	20,25	65,5	94,9	
		22,8	23,2	—	08,0	96,0	96,7	08,0	99,2	—	95,0	93,2	95,1	19,90	20,25	65,5	94,9	d. S.
			19,8	18,4	—			08,7	96,8	—			19,70	20,05	64,2	94,1		
5 ^h 09 ^m	I Firma unten hinten	23,7	26,7	—	08,1	95,2	95,2	95,3	97,8	—	94,2	93,0	92,9	19,40	19,95	59,0	92,2	(8,7) h. S.
		23,6	20,0	—				95,5	94,0	—				19,40	19,80	59,4	93,0	
		20,6	23,1	—	08,0	97,1	95,0	96,2	96,3	—	01,7	92,5	94,4	19,40	19,80	59,4	93,0	d. S.
			20,6	19,8	—			95,9	95,2	—			19,30	19,60	56,2	92,5		
8. Sept. 3 ^h 05 ^m	I Firma unten hinten	15,6	18,2	—	05,0	02,0	02,0	01,7	92,6	—	07,8	96,0	96,8	17,05	17,05	12,0	95,9	(8,2) h. S.
		24,9	25,8	—				90,0	91,1	—				17,20	17,05	14,3	94,3	
		21,7	21,3	—	02,0	99,1	02,0	97,0	98,5	—	04,6	95,0	93,3	17,20	17,05	14,3	94,3	d. S.
			18,9	21,9	—			99,4	98,1	—			17,20	17,10	16,2	94,0		
22 ^b 30 ^m	I Firma oben hinten	26,8	27,5	—	05,7	03,9	04,5	08,5	10,5	—	95,6	93,5	94,8	16,00	15,70	85,3	94,2	(8,0) h. S.
		26,0	23,0	—				00,6	00,6	—				16,10	16,00	90,0	94,9	
		18,0	16,0	—	07,0	04,9	07,4	01,9	00,0	—	95,8	94,0	93,9	16,10	16,00	90,0	94,9	d. S.
			19,0	18,1	—			02,1	02,9	—			16,25	16,10	94,1	94,1		
23 ^b 00 ^m	I Firma oben hinten	15,0	18,9	—	05,6	03,4	05,2	00,8	99,1	—	95,2	94,1	96,6	16,25	16,10	93,7	94,0	(8,0) d. S.
		16,4	14,0	—				98,1	00,2	—				16,40	16,30	94,9	93,2	
		18,0	21,5	—	04,2	06,1	04,8	96,0	99,0	—	94,9	93,9	94,6	16,40	16,30	94,9	93,2	h. S.
			20,6	20,8	—			00,5	99,9	—			16,50	16,40	98,1	94,1		
Wiederholte Rectification des Apparates.																		
9. Sept. 0 ^h 30 ^m	I Firma oben hinten	20,4	19,9	19,9	97,2	96,1	96,9	95,0	91,0	89,0	89,1	87,2	88,8	16,90	16,70	98,4	89,0	(8,1) h. S.
		19,9	21,1	21,1				90,2	95,0	91,0				17,00	17,00	01,9	88,6	
		11,0	11,3	10,8	97,3	98,0	00,0	96,0	93,3	93,1	89,0	88,8	88,0	17,00	17,00	01,9	88,6	d. S.
			10,4	11,8	10,0			95,0	95,4	97,2			17,00	17,00	03,0	89,2		

Mittlere Zeit der Beob- achtung 1877	Combination und Lage	Schneide oben			Maassstab oben			Schneide unten			Maassstab unten			Queck- silber- Thermo- meter		Metall- Thermo- meter		Be- merkung
		P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	C°	C°	P	P	
10. Sept. 3h 15m	I Firma oben hinten	18,1	18,3	17,2	95,6	95,7	95,5	91,3	94,1	90,8	92,0	89,0	88,5	15,40	15,35	76,2	87,0	(8,0) h. S.
		14,3	17,1	17,0				91,0	88,9	92,9				15,80	15,60	79,7	89,9	
23h 20m	I Firma oben vornen	11,8	12,0	12,0	99,0	97,0	95,0	94,9	94,5	96,3	89,7	88,4	90,0	15,80	15,60	79,7	89,9	d. S.
		15,1	16,2	17,3				94,7	96,4	95,5				15,90	15,70	81,2	88,9	
23h 50m	I Firma oben vornen	17,1	18,1	22,1	98,9	97,2	97,7	93,8	96,8	96,1	91,0	89,2	90,1	15,35	15,20	70,9	89,8	(7,9) h. S.
		17,9	19,2	17,2				93,9	89,3	92,2				16,00	15,90	78,2	89,9	
23h 50m	I Firma oben vornen	21,6	18,1	15,0	99,8	02,5	01,5	98,9	95,6	94,9	89,1	89,3	89,3	16,00	15,90	78,2	89,9	d. S.
		13,7	13,4	14,0				97,0	99,0	97,9				16,40	16,30	84,0	89,2	
11. Sept. 1h 11m	I Firma unten vornen	13,7	12,8	13,5	01,8	00,9	99,7	97,9	99,3	97,6	91,9	88,8	89,8	16,50	16,30	85,9	89,1	(8,0) d. S.
		17,9	16,0	14,9				96,9	95,2	98,9				16,70	16,60	87,8	89,8	
11. Sept. 1h 11m	I Firma unten vornen	13,9	14,1	16,6	03,9	99,8	98,3	90,2	94,1	92,4	90,0	87,8	88,9	16,70	16,60	87,8	89,8	h. S.
		16,0	18,0	19,0				95,8	92,5	93,4				16,95	16,95	92,6	89,3	
11. Sept. 1h 11m	I Firma unten vornen	15,8	14,9	17,7	97,2	96,8	95,2	03,0	03,3	03,7	89,9	88,0	91,3	17,60	17,60	06,8	89,9	(8,2) h. S.
		17,7	14,2	14,2				98,0	96,0	99,0				17,75	17,85	11,6	88,1	
1h 35m	I Firma unten vornen	11,0	11,0	14,8	97,2	97,2	96,0	99,9	00,8	01,1	90,0	88,0	90,7	17,75	17,85	11,6	88,1	d. S.
		16,6	17,8	17,8				97,9	01,3	01,8				17,90	18,00	14,3	87,9	
2b 17m	I Firma unten hinten	17,5	16,6	15,0	97,0	97,0	97,0	95,1	98,9	97,0	90,1	88,2	88,1	17,90	18,00	12,7	87,9	(8,2) d. S.
		14,2	17,9	16,9				96,9	97,6	99,0				18,00	18,05	15,3	89,6	
2b 17m	I Firma unten hinten	19,0	21,0	21,0	99,3	98,8	97,8	91,8	89,3	90,2	89,9	87,8	90,0	18,00	18,05	15,3	89,6	h. S.
		16,1	19,1	19,4				88,8	90,0	88,0				18,10	18,25	16,8	88,0	
3h 00m	I Firma unten hinten	15,7	16,1	17,8	99,3	97,0	98,0	97,5	95,5	96,8	90,2	89,2	90,0	18,25	18,30	20,0	88,0	(8,3) h. S.
		14,0	13,5	17,9				93,0	95,0	94,5				18,25	18,45	22,0	89,2	
3h 00m	I Firma unten hinten	18,8	17,0	18,3	97,6	97,0	97,0	96,1	93,1	95,2	91,9	89,2	89,9	18,25	18,45	22,0	89,2	d. S.
		16,0	12,0	13,0				93,8	97,0	94,9				18,40	18,55	26,0	87,9	
14. Sept. 20h 17m	II Firma unten vornen	19,5	20,5	18,0	92,0	93,0	93,3	95,1	93,8	93,0	90,4	87,2	88,2	18,20	18,40	29,0	89,2	(8,4) h. S.
		14,0	14,5	18,0				93,0	93,1	94,1				18,40	18,60	29,0	89,9	
14. Sept. 20h 17m	II Firma unten vornen	13,0	13,7	16,0	98,3	97,3	95,9	92,0	97,0	96,0	89,7	88,6	89,7	18,40	18,60	29,0	89,9	d. S.
		14,3	13,0	15,0				96,9	96,3	92,9				18,35	18,65	28,0	87,8	
20h 44m	II Firma unten vornen	12,1	14,1	12,9	97,2	95,8	94,7	81,8	79,0	81,7	89,2	88,0	90,4	17,55	17,35	08,9	87,8	(8,2) h. S.
		16,9	15,8	15,1				83,4	82,2	77,7								
20h 47m	II Firma unten vornen	08,0	11,0	09,3	98,5	97,0	96,3	96,2	95,0	93,0	88,0	88,6	89,8	17,95	17,85	12,2	88,8	d. S.
		09,0	08,0	09,6				94,3	97,0	95,7								
21h 16m	II Firma unten vornen	11,1	10,0	08,9	99,0	99,3	99,5	90,2	92,7	91,1	89,2	88,9	89,6	18,00	17,90	13,0	87,0	(8,3) d. S.
		12,0	12,9	13,2				94,0	91,5	94,2								
21h 38m	II Firma unten hinten	10,1	13,1	13,0	99,9	98,4	99,1	82,8	83,0	82,2	90,9	88,8	91,8	18,40	18,25	22,0	88,8	h. S.
		13,8	14,9	14,8				84,8	83,9	84,9								
22h 07m	II Firma unten hinten	12,0	10,0	13,0	99,9	98,0	99,1	90,1	92,8	92,1	90,0	89,4	91,1	18,65	18,70	28,0	88,2	(8,4) h. S.
		10,0	13,8	15,9				92,5	90,9	89,9								
22h 07m	II Firma unten hinten	11,3	12,3	11,8	98,9	98,0	96,2	99,0	99,0	97,6	90,0	89,1	88,0	19,40	19,25	38,0	89,4	d. S.
		13,8	13,9	14,1				99,9	99,0	99,9								

Mittlere Zeit der Beob- achtung 1877	Combination und Lage	Schneide oben			Maassstab oben			Schneide unten			Maassstab unten			Queck- silber- Thermo- meter		Metall- Thermo- meter		Be- merkung
		P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	C°	C°	P	P	
22 ^b 11 ^m	II Firma unten hinten	15,9 14,1	15,8 14,9	13,0 14,2	99,9 98,1	98,9 98,2	97,0 97,0	90,7 95,3	90,0 91,1	90,3 91,5	90,2 90,0	89,0 88,5	89,0 90,3	19,50 20,00	19,50 19,95	38,9 46,5	89,9 88,9	(8,5) h. S.
22 ^b 35 ^m		14,9 14,2	15,0 13,2	14,9 12,2	98,1 98,7	98,2 96,8	97,0 96,5	98,0 99,9	98,0 98,5	97,1 99,5	90,0 88,9	88,5 90,0	90,3 90,0	20,00 20,05	19,95 20,10	46,5 53,7	88,9 87,7	d. S.
22 ^b 56 ^m	II Firma oben hinten	12,8 15,0	12,0 15,0	15,8 16,2	98,7 98,9	96,8 95,6	96,5 98,0	99,9 99,8	98,5 98,8	99,5 99,0	88,9 90,0	88,9 90,0	90,0 90,0	20,05 20,40	20,10 20,65	53,7 59,5	87,7 89,8	(8,7) h. S.
23 ^b 17 ^m		16,2 14,8	14,0 14,6	14,0 16,1	98,9 98,9	95,6 95,6	98,0 98,0	99,8 97,0	98,8 99,0	99,0 99,0	90,0 89,7	89,0 90,0	90,0 90,0	20,40 20,40	20,65 20,65	59,5 59,5	89,8 89,8	d. S.
23 ^b 19 ^m	II Firma oben hinten	14,3 14,3	14,3 16,2	12,3 15,2	99,9 99,9	98,3 98,3	99,8 99,8	96,3 94,9	95,5 95,9	95,7 95,0	90,5 88,9	88,9 90,1	90,1 90,1	20,55 20,70	20,70 20,70	60,0 64,8	88,9 88,8	(8,7) h. S.
23 ^b 36 ^m		17,0 16,2	16,0 17,0	14,8 17,0	99,9 99,9	99,5 99,5	98,3 98,3	97,4 95,2	99,9 99,5	99,4 99,9	90,6 89,8	89,8 91,1	91,1 91,1	20,90 21,00	21,00 21,00	64,8 69,0	88,8 89,3	d. S.
23 ^b 56 ^m	II Firma oben vornen	17,5 14,5	11,5 15,5	13,0 16,4	96,1 96,1	95,1 95,1	95,1 95,1	95,7 96,1	96,8 94,2	95,0 94,4	88,9 87,9	87,9 90,4	90,4 90,4	21,00 21,00	21,10 21,10	69,0 69,0	89,3 89,3	(8,8) h. S.
15. Sept. 0 ^b 17 ^m		18,0 17,1	18,0 18,1	18,0 14,2	98,8 98,8	96,6 96,6	98,0 98,0	99,9 99,2	99,9 02,0	99,8 01,7	89,0 89,0	89,0 89,0	89,0 89,0	21,25 21,40	21,40 21,40	75,1 75,1	88,9 88,9	d. S.
0 ^b 21 ^m	II Firma oben vornen	14,1 15,8	13,5 18,1	16,8 17,1	97,5 97,5	97,5 97,9	97,9 97,9	95,1 94,3	91,1 92,6	92,5 92,8	88,2 87,9	88,0 88,0	88,0 88,0	21,20 21,40	21,40 21,40	74,5 74,5	88,1 88,1	(8,9) h. S.
0 ^b 40 ^m		19,8 18,8	16,2 17,2	16,3 16,0	96,7 96,7	97,0 97,0	97,0 97,0	00,1 99,9	01,0 96,0	00,2 97,0	87,2 87,2	87,1 89,0	89,0 89,0	21,55 21,80	21,80 21,80	78,8 78,8	88,2 88,2	d. S.
17. Sept. 22 ^b 48 ^m	II Firma oben vornen	07,0 06,8	04,6 05,2	06,8 04,8	99,4 99,4	96,8 96,8	96,1 96,1	88,1 89,3	89,8 88,9	89,8 87,2	89,8 88,9	88,9 89,9	89,9 89,9	13,80 13,70	13,70 13,70	42,0 42,0	89,5 89,5	(7,6) h. S.
23 ^b 10 ^m		12,0 13,1	10,9 12,2	11,2 13,5	99,9 99,9	97,7 97,7	96,9 96,9	88,0 92,0	92,0 90,1	93,0 92,9	89,1 89,4	89,4 90,1	90,1 90,1	14,10 14,00	14,00 14,00	50,1 50,1	89,9 89,9	d. S.
23 ^b 13 ^m	II Firma oben vornen	10,9 11,0	09,0 09,8	10,0 09,0	99,2 99,2	99,2 98,2	98,2 98,2	89,8 89,3	87,4 88,0	87,2 88,1	90,5 89,9	89,9 90,9	90,9 90,9	14,10 14,00	14,00 14,00	51,1 51,1	89,9 89,9	(7,6) h. S.
23 ^b 33 ^m		14,9 16,0	13,2 14,5	13,3 14,8	98,9 98,9	97,9 97,9	99,5 99,5	89,9 91,3	93,8 93,0	92,8 92,9	90,9 88,5	90,8 90,8	90,8 90,8	14,10 14,05	14,05 14,05	56,0 56,0	89,3 89,3	d. S.
23 ^b 40 ^m	II Firma oben hinten	16,9 15,9	13,2 15,9	15,1 17,9	99,6 99,6	98,2 98,2	97,9 97,9	96,0 97,9	95,0 96,9	95,6 95,9	89,9 89,1	89,1 89,1	89,1 89,1	14,40 14,30	14,30 14,30	57,7 57,7	89,9 89,9	(7,7) h. S.
18. Sept. 0 ^b 08 ^m		15,0 16,7	14,0 15,0	13,3 14,3	95,8 95,8	96,9 96,9	95,7 95,7	94,8 93,0	95,8 95,0	95,0 94,0	89,8 89,8	89,8 89,8	89,8 89,8	15,05 14,95	14,95 14,95	62,2 62,2	89,8 89,8	d. S.
0 ^b 20 ^m	II Firma oben hinten	16,1 13,9	14,2 14,9	18,8 17,2	95,9 95,9	96,9 96,9	99,9 99,9	93,9 95,4	93,9 93,1	95,3 94,1	89,4 89,0	89,0 89,2	89,2 89,2	15,00 14,95	14,95 14,95	66,7 66,7	89,8 89,8	(7,8) h. S.
0 ^b 38 ^m		19,8 16,8	17,8 15,3	17,0 15,7	99,8 99,8	99,1 99,1	98,0 98,0	92,1 92,6	92,9 93,2	92,2 93,7	90,3 88,7	88,7 89,9	89,9 89,9	15,05 15,00	15,00 15,00	70,0 70,0	89,8 89,8	d. S.
2 ^b 43 ^m	II Firma unten vornen	11,1 16,6	14,5 11,9	15,3 16,1	93,0 93,9	91,5 94,0	93,5 93,2	89,4 91,7	89,3 89,9	87,7 89,9	89,2 88,9	89,6 89,6	89,6 89,6	15,35 15,30	15,30 15,30	73,9 73,9	88,1 88,1	(7,9) h. S.
3 ^b 05 ^m		13,8 15,3	14,0 15,7	14,1 12,1	93,9 93,9	94,0 94,0	93,2 93,2	90,7 89,0	91,4 91,5	90,9 93,2	88,9 90,1	90,1 89,1	89,1 89,1	15,45 15,40	15,40 15,40	77,0 77,0	89,4 89,4	d. S.

Mittlere Zeit der Beob- achtung 1877	Combination und Lage	Schneide oben			Maassstab oben			Schneide unten			Maassstab unten			Queck- silber- Thermo- meter		Metall- Thermo- meter		Be- merkung
		P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	C ^o	C ^o	P	P	
3h 07m	II Firma unten vornen	14,0	11,5	12,8	94,8	93,2	95,6	87,7	88,0	88,0	89,3	88,9	90,1	15,40	15,35	77,0	88,7	(7,9) h. S.
		17,4	16,9	15,9				93,1	88,0	88,0								
3h 24m		15,8	15,1	15,8	97,7	96,1	96,1	90,1	90,1	90,9	89,1	88,2	88,0	15,50	15,45	78,0	88,5	d. S.
		16,0	15,0	16,7				87,1	86,0	89,0								
3h 33m	II Firma unten hinten	16,0	11,7	13,9	94,0	93,0	93,3	94,0	94,0	94,2	88,9	87,0	90,7	15,35	15,40	80,0	89,8	(7,9) h. S.
		11,7	13,0	13,0				93,9	91,7	91,5								
3h 57m		16,2	14,0	15,0	91,2	91,3	91,1	88,4	88,2	89,2	88,3	88,1	87,8	15,30	15,20	81,5	89,5	d. S.
		17,1	14,2	15,1				89,0	89,0	90,3								
3h 59m	II Firma unten hinten	11,4	11,0	10,5	93,7	93,0	92,0	88,6	88,2	90,8	89,6	88,6	89,9	15,20	15,20	79,7	89,1	(7,9) h. S.
		10,0	10,8	11,7				89,3	89,8	88,0								
4h 35m		16,9	14,0	14,5	93,0	90,0	91,0	86,0	86,0	86,7	90,4	89,5	91,0	14,90	14,85	77,0	89,2	d. S.
		12,2	10,9	10,2				85,8	88,8	87,8								
18. Sept. 20h 47m	III Firma unten hinten	10,9	08,8	10,7	96,4	94,4	95,9	97,8	97,0	97,8	89,5	89,0	91,2	11,50	11,50	06,3	88,6	(7,2) h. S.
		06,1	07,2	10,9				98,9	95,6	98,0								
21h 06m		13,1	12,2	12,9	97,2	96,9	97,0	97,6	95,8	97,0	90,2	88,6	90,5	12,00	12,00	10,2	89,7	d. S.
		16,9	14,2	14,1				93,1	95,4	94,9								
21h 03m	III Firma unten hinten	14,8	12,0	11,9	98,9	99,9	99,7	95,0	94,1	93,8	90,8	90,5	90,9	12,05	12,00	12,0	89,9	(7,2) h. S.
		11,1	10,8	12,2				94,1	92,2	92,9								
21h 26m		17,8	17,8	17,2	99,9	97,2	98,0	94,1	95,9	96,9	91,0	90,4	90,8	12,40	12,35	18,5	90,2	d. S.
		19,0	19,0	19,9				93,0	93,1	94,9								
21h 31m	III Firma unten vornen	18,8	18,0	18,0	98,8	98,1	98,0	99,0	99,0	99,0	89,4	89,0	90,2	12,60	12,55	21,0	88,9	(7,3) h. S.
		17,8	13,0	13,2				99,0	99,0	99,0								
21h 57m		19,9	19,2	18,5	99,9	99,9	00,9	99,8	99,9	00,0	89,9	89,1	90,2	13,10	13,05	25,9	89,7	d. S.
		18,6	19,0	19,6				96,9	97,8	99,9								
22h 00m	III Firma unten vornen	16,2	18,6	13,8	99,8	98,8	97,9	95,1	95,1	94,1	89,9	89,5	91,9	13,10	13,05	29,4	89,6	(7,4) h. S.
		19,0	18,0	23,0				97,6	93,0	94,0								
22h 19m		19,2	18,9	18,8	01,0	99,0	99,9	98,5	96,0	97,5	90,9	89,8	89,6	13,55	13,55	35,0	90,0	d. S.
		22,0	18,8	17,0				93,1	97,5	94,9								
22h 31m	III Firma oben hinten	16,8	16,9	15,3	97,0	96,9	98,9	99,9	99,0	99,3	89,8	89,8	90,0	13,75	13,75	40,2	89,6	(7,5) h. S.
		16,8	17,0	16,9				98,2	96,2	96,0								
22h 48m		18,0	18,0	19,0	98,1	96,2	99,3	97,0	95,3	99,0	90,5	89,8	89,8	14,00	14,00	46,8	90,0	d. S.
		19,2	18,9	17,7				94,0	95,2	93,0								
22h 51m	III Firma oben hinten	17,9	20,9	19,3	99,8	98,8	96,2	98,2	95,0	95,5	90,3	88,9	90,0	14,05	14,00	48,7	89,9	(7,6) h. S.
		19,9	19,4	15,3				94,1	94,9	94,3								
23h 08m		18,8	17,0	17,2	99,3	98,9	97,6	94,8	95,1	94,0	90,5	89,9	90,9	14,35	14,30	53,5	90,5	d. S.
		18,0	19,0	17,5				93,0	94,5	94,5								
23h 23m	III Firma oben vornen	13,0	16,0	15,1	98,8	99,2	97,0	99,8	96,0	96,1	90,9	88,9	89,9	14,55	14,60	56,0	89,8	(7,7) h. S.
		14,1	16,0	14,0				97,4	95,8	94,0								
23h 40m		17,0	17,0	18,2	99,2	99,9	97,0	94,0	93,3	93,0	90,2	89,7	90,5	14,95	14,95	59,6	90,4	d. S.
		19,0	18,6	17,6				93,0	94,0	93,0								

Mittlere Zeit der Beob- achtung 1877	Combination und Lage	Schneide oben			Maassstab oben			Schneide unten			Maassstab unten			Queck- silber- Thermo- meter		Metall- Thermo- meter		Be- merkung
		P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	C ^o	C ^o	P	P		
23 ^b 42 ^m	III Firma oben vornen	14,0 12,2	14,1 16,0	16,0 13,5	97,5 97,2	98,0 98,0	95,3 92,2	94,0 92,3	92,5 95,2	90,9 90,0	88,3 90,0	14,95 14,95	14,95	61,8 89,1	89,1	(7,7) h. S.		
23 ^b 58 ^m		18,1 14,1	15,8 16,1	15,6 16,1	99,0 97,0	98,6 98,6	93,2 91,0	91,0 91,0	93,0 91,9	90,3 90,0	89,9 91,0	15,00 15,00	15,00	67,9 90,2	90,2	d. S.		
20. Sept. 21 ^b 30 ^m	III Firma oben hinten	12,3 10,4	12,0 11,0	10,0 0,7	94,7 96,3	95,6 95,6	91,7 90,5	90,0 89,5	89,0 89,2	90,5 90,0	89,9 90,0	12,60 12,40	12,40	20,8 89,8	89,8	(7,4) h. S.		
21 ^b 51 ^m		13,4 09,1	11,4 11,0	08,9 11,0	97,4 97,3	97,0 97,0	93,0 88,9	91,6 92,8	91,7 94,0	90,2 90,0	88,8 89,2	13,10 13,00	13,00	28,8 90,0	90,0	d. S.		
22 ^b 56 ^m	III Firma oben hinten	22,0 22,0	22,6 20,8	22,0 20,6	94,5 96,0	95,2 95,2	94,2 93,0	92,0 90,8	92,9 92,8	90,0 90,0	89,0 89,9	14,25 14,25	14,25	53,1 89,9	89,9	(7,6) h. S.		
23 ^b 21 ^m		16,3 14,1	12,1 17,1	14,1 15,6	96,5 97,8	95,8 95,8	90,4 93,0	92,4 90,8	92,0 90,3	89,8 89,0	89,4 90,9	14,50 14,60	14,60	58,0 90,3	90,3	d. S.		
22. Sept. 21 ^b 22 ^m	III Firma oben vornen	14,2 14,1	16,1 12,0	14,1 14,6	97,9 95,9	95,9 95,9	92,8 92,7	92,5 90,0	90,5 89,2	90,0 89,1	88,9 88,9	11,55 11,40	11,40	01,1 88,9	88,9	(7,1) h. S.		
21 ^b 41 ^m		14,0 16,0	13,0 13,8	13,1 13,0	97,9 95,8	96,2 96,2	91,0 91,0	91,7 91,8	92,8 92,2	90,5 90,0	89,2 90,4	12,10 12,00	12,00	07,3 89,0	89,0	d. S.		
21 ^b 43 ^m	III Firma oben vornen	12,6 14,6	12,6 17,1	15,5 14,4	98,6 98,9	97,1 97,1	89,3 89,0	89,0 89,4	90,3 90,9	89,9 89,0	89,2 90,7	12,15 12,00	12,00	07,5 89,2	89,2	(7,2) h. S.		
22 ^b 01 ^m		17,8 13,9	17,8 16,0	15,7 13,1	90,5 99,7	99,8 99,8	92,9 92,0	92,9 94,0	90,5 93,0	90,4 90,0	89,9 90,8	12,60 12,40	12,40	14,9 89,2	89,2	d. S.		
22 ^b 08 ^m	III Firma unten hinten	17,0 16,0	16,0 16,0	16,4 20,3	00,1 98,1	99,9 99,9	03,2 01,2	03,3 02,0	03,0 00,1	89,8 89,0	89,2 90,1	12,60 12,50	12,50	18,4 89,2	89,2	(7,3) h. S.		
22 ^b 28 ^m		22,1 20,1	19,3 18,0	18,1 17,0	99,1 99,2	98,6 98,6	01,1 99,0	02,1 02,5	04,0 00,9	91,2 90,0	89,9 90,1	13,05 13,00	13,00	24,7 89,8	89,8	d. S.		
22 ^b 37 ^m	III Firma unten hinten	22,0 18,0	22,0 19,5	23,0 18,0	00,0 97,6	99,0 99,0	93,1 97,0	94,3 95,0	93,3 95,7	90,0 90,0	89,7 90,1	13,20 13,05	13,05	28,3 90,0	90,0	(7,4) h. S.		
22 ^b 56 ^m		21,2 21,9	21,0 19,9	21,2 22,0	98,8 98,8	00,8 98,1	95,7 95,0	99,7 96,7	98,0 95,9	91,1 90,0	88,8 90,9	13,40 13,25	13,25	34,5 88,2	88,2	d. S.		
22 ^b 59 ^m	III Firma unten hinten	18,0 16,2	16,8 16,0	19,8 15,5	99,9 99,9	99,7 99,0	94,0 92,7	92,0 90,3	93,0 92,1	90,9 90,0	89,1 91,1	13,40 13,30	13,30	35,5 90,5	90,5	(7,5) h. S.		
23 ^b 15 ^m		21,5 22,9	20,3 21,8	20,0 21,5	00,1 98,4	98,5 98,5	93,3 93,9	94,0 94,9	96,0 96,6	90,0 89,0	88,9 90,9	13,60 13,55	13,55	39,0 89,2	89,2	d. S.		
23 ^b 39 ^m	III Firma unten vornen	21,0 22,0	18,0 19,2	16,9 17,0	95,5 95,0	95,0 95,0	89,4 88,0	89,2 90,8	89,1 90,1	89,8 89,0	88,0 89,8	13,50 13,60	13,60	42,3 89,0	89,0	(7,5) h. S.		
23. Sept. 0 ^h 05 ^m		18,0 18,0	19,0 17,0	17,7 19,0	97,0 97,0	94,5 95,5	93,0 99,0	92,3 98,0	97,6 99,0	90,9 90,0	89,0 91,9	13,95 13,95	13,95	47,0 88,9	88,9	d. S.		
0 ^h 07 ^m	III Firma unten vornen	18,5 20,9	19,5 19,9	16,2 17,0	97,9 97,9	95,5 97,6	91,2 92,8	88,2 88,0	90,0 88,3	90,6 90,0	89,8 90,2	14,00 14,00	14,00	46,0 89,9	89,9	(7,6) h. S.		
0 ^h 27 ^m		16,1 19,1	17,8 18,7	19,5 17,1	97,7 98,3	95,0 95,0	00,7 96,6	98,8 98,9	98,5 00,9	89,7 89,0	88,5 90,3	14,20 14,35	14,35	50,7 89,3	89,3	d. S.		

Mittlere Zeit der Beob- achtung 1877	Combination und Lage	Schneide oben			Maassstab oben			Schneide unten			Maassstab unten			Queck- silber- Thermo- meter		Metall- Thermo- meter		Be- merkung
		p	p	p	p	p	p	p	p	p	p	p	p	C°	C°	p	p	
23 ^a 17 ^m	IV Firma unten vornen	20,3	20,3	20,2	99,9	98,6	99,9	92,3	92,6	92,1	91,1	90,8	90,9	11,90	11,85	04,0	90,1	(7,1) h. S.
		21,9	21,0	22,1				93,6	90,0	90,2								
23 ^b 39 ^m		22,9	22,1	23,1	00,6	98,3	99,2	03,2	03,8	04,2	90,0	89,2	91,0	12,05	12,00	09,5	90,8	d. S.
		20,0	22,2	22,0				03,5	04,3	01,3								
23 ^b 44 ^m	IV Firma unten vornen	20,8	22,8	20,8	00,0	98,1	98,0	94,9	93,6	90,0	89,9	88,3	90,1	12,05	12,05	11,0	90,0	(7,2) h. S.
		19,6	19,9	19,0				92,3	91,3	89,8								
28. Sept. 0 ^h 02 ^m		19,2	19,1	19,6	97,9	98,9	98,0	02,4	03,0	00,0	90,5	89,9	90,7	12,25	12,30	15,0	89,9	d. S.
		22,0	20,3	20,7				03,3	04,8	04,8								
21 ^b 47 ^m	IV Firma oben vornen	13,9	14,2	11,2	97,2	96,0	96,7	86,0	86,2	85,0	91,0	89,8	90,9	10,05	10,40	72,0	88,8	(6,8) h. S.
		10,0	10,0	10,0				88,0	85,0	87,6								
22 ^b 03 ^m		15,0	16,4	14,8	97,3	97,0	96,0	96,7	00,4	96,5	89,9	89,7	90,3	10,30	10,25	77,9	83,9	d. S.
		16,8	15,0	15,2				98,1	00,9	01,4								
22 ^b 05 ^m	IV Firma oben vornen	16,1	15,9	17,6	99,1	99,2	99,0	87,0	86,0	87,2	89,9	89,2	91,9	10,40	10,30	79,2	89,9	(6,9) h. S.
		18,8	19,9	16,0				88,8	86,1	86,0								
22 ^b 21 ^m		16,1	15,1	17,4	98,9	99,8	99,0	01,9	01,9	00,2	89,8	88,8	90,7	11,00	10,95	87,0	89,5	d. S.
		18,8	16,0	18,8				00,8	02,8	00,8								
22 ^b 41 ^m	IV Firma unten hinten	11,0	11,0	16,0	98,0	99,0	98,8	94,8	91,6	93,0	89,1	89,5	89,7	11,15	11,10	93,4	89,5	(7,0) h. S.
		15,7	16,0	17,0				94,0	91,8	92,1								
22 ^b 59 ^m		19,6	20,8	18,0	99,5	98,0	99,3	05,4	05,3	05,4	90,8	89,8	91,0	11,80	11,70	00,0	90,0	d. S.
		22,9	20,9	19,3				03,0	05,0	04,8								
23 ^b 02 ^m	IV Firma unten hinten	20,9	18,9	19,9	99,9	99,9	98,6	88,1	88,1	90,0	91,0	89,0	89,6	11,90	11,75	01,1	90,0	(7,1) h. S.
		19,0	17,0	18,9				89,3	88,0	86,5								
23 ^b 19 ^m		20,0	18,0	19,0	99,9	99,6	98,0	02,2	02,2	03,1	90,1	90,1	90,1	12,10	12,05	07,0	90,1	d. S.
		21,0	21,0	19,3				02,9	01,9	01,8								

Die Untersuchung des Längenwerthes eines Umganges der Micrometer-schrauben ergab, dass für das untere Microscop genau $1^r = 100^p = 0,1^{mm}$, daher $1^p = 0,001000^{mm}$, für das obere Microscop aber $99,64^p = 0,1^{mm}$, sohin $1^p = 0,0010036^{mm}$ war; da nun die Ablesungen für die obere Schneide und für den Maassstab im Maximum nur um 25^p von einander differiren, so erreicht die Correction für das obere Microscop noch nicht ganz $0,0001^{mm}$ und kann daher ausser Ansatz bleiben, so dass für beide Microscope der Parswerth genau gleich $0,001^{mm}$ in Rechnung zu nehmen ist. —

Für die Correctionen der Angaben der Quecksilber-Thermometer theilte mir Herr Professor von Oppolzer folgende Werthe mit:

Temperatur	Correktion des		Mittel
	unteren	oberen	
	Quecksilberthermometers		
0 ^o	— 0,21 ^o	— 0,08 ^o	— 0,145 ^o
5	0,27	0,18	0,225
10	0,30	0,21	0,255
15	0,31	0,21	0,260
20	0,29	0,21	0,250
25	0,34	0,26	0,300
30	0,42	0,37	0,395

2) Schwerpunkt-Bestimmungen.

Die Ermittlung der Abstände des Schwerpunktes des Pendels von den beiden Schneiden wurden für jede der vier Combinationen unter Anwendung des bekannten, den Repsold'schen Reversionspendeln beigegebenen Hilfsapparates vorgenommen. Als erste Lage wird in der nachfolgenden Tabelle diejenige bezeichnet, bei welcher der Schwerpunkt dem Nullpunkte der Scaale des Apparates näher lag, während derselbe in der zweiten Lage den grössern Abstand vom Nonius I hatte.

Zusammenstellung.

Tag (1877)	Combination	Erste Lage		Zweite Lage	
		Nonius I	Nonius II	Nonius I	Nonius II
10. Septemb.	I	4,675mm	160,200mm	5,575mm	570,035mm
10. "	"	4,320	159,950	5,440	569,980
17. "	II	4,780	160,200	5,380	569,890
17. "	"	4,760	160,200	5,530	570,010
22. "	III	4,680	160,030	5,420	569,950
22. "	"	4,610	160,020	5,440	569,920
27. "	IV	4,520	159,980	5,450	570,010
27. "	"	4,460	159,980	5,520	570,010

3) Zeitbestimmungen.

Die zur Ermittlung des Uhranges nöthigen Zeitbestimmungen wurden von dem ersten Gehülfen der Sternwarte, Herrn Feldkirchner, am Reichenbach'schen Meridiankreise ausgeführt. Die chronographische Aufzeichnung der Durchgangsmomente besorgte der im VI. Bande der „Abhandlungen der K. B. Akademie der Wissenschaften“ (Mathematisch-physikalische Classe) (Jahrgang 1851 pag. 381—482) beschriebene, von Lamont construirte und mit der Pendeluhr Berthoud verbundene Registrir-Apparat, auf dessen Walze überdiess die Durchgänge der Pendel der beiden Pendeluhrn Mahler und Knoblich unmittelbar nach der Beobachtung der einzelnen Sternpassagen markirt wurden, so dass die beobachteten Durchgangsmomente sofort in Zeit dieser frei gehenden Hauptuhren der Sternwarte umgesetzt werden konnten. — Die geraden Aufsteigungen der nachstehenden Zusammenstellung wurden der „Connaissance des temps pour l'an 1877“ entnommen; die Bedeutung der übrigen Rubriken ist durch deren Ueberschrift angegeben und bemerke ich, dass der Kürze halber auch die berechneten Instrument- und Uhr-Correctionen den einzelnen Beobachtungsergebnissen beigesezt wurden; wenn in der Rubrik „Bemerkung“ über die Zahl der beobachteten Fadenantritte keine Angabe enthalten ist, so wurde der treffende Stern an sämtlichen 17 Fäden des Fadennetzes beobachtet.

Beobachtungen von Stern-Durchgängen zur Bestimmung des Uhranges.

Tag, astr. Zeit- rechnung 1877	Stern	Rect- ascension des Sternes			Beobachteter Durchgang				Instru- ment- Cor- rect. s	Reducirt. Durch- gang (Mahler)		Uhr- Correct. M. s	Reducirt Durch- gang (Knob- lich)		Uhr- Correct. K. s	Bemerkung
		h	m	s	m	s	m	s		m	s		m	s		
		Mahler		Knoblich												
11. Sept.	α Ursae min (U. C.)	1 14	23,52	14	28,60											5 Fäd. beob.
	α Virginis	13 18	44,41	18	35,98	19	10,31	+ 0,89	18	36,87	+ 7,54	19	11,20	— 26,79		5 " "
	η Bootis	13 48	51,30	48	42,93			+ 0,85	48	43,78	+ 7,52					11 " "
	α Bootis	14 10	04,67	09	56,38	10	30,58	+ 0,84	09	57,22	+ 7,45	10	31,42	— 26,75		
	α Coronae	15 29	30,58	29	22,19			+ 0,85	29	23,04	+ 7,54					
	α Serpentis	15 38	14,68	38	06,38			+ 0,85	38	07,23	+ 7,45					
	α Scorpii	16 21	54,82	21	46,53			+ 0,97	21	47,50	+ 7,32					
	α Canis maj.	6 39	45,38	39	38,02	40	12,02	+ 0,92	39	38,94	+ 6,44	40	12,94	— 27,56		
	α Geminorum sequ.	7 26	47,67	26	40,18			+ 0,86	26	41,04	+ 6,63					
	α Canis min.	7 32	53,82	32	46,26			+ 0,85	32	47,11	+ 6,71					
	β Geminorum	7 37	49,75	37	42,24			+ 0,85	37	43,09	+ 6,66					

Tag. astr. Zeit- rechnung 1877	Stern	Rect- ascension des Sternes			Beobachteter Durchgang				Instru- ment- Cor- rect. s	Reducirt. Durch- gang (Mahler)		Uhr- Correct. M. s	Reducirt. Durch- gang (Knob- lich)		Uhr- Correct. K. s	Bemerkung
		h	m	s	Mahler		Knoblich			m	s		m	s		
					m	s	m	s								
12. Sept.	α Coronae	15	29	30,56	29	23,42	29	57,17	+ 0,85	29	24,27	+ 6,29	29	58,02	- 27,46	
	α Serpentis	15	38	14,67	38	07,71			+ 0,85	38	08,56	+ 6,11				
	α Scorpii	16	21	54,81	21	47,76	22	21,47	+ 0,97	21	48,73	+ 6,08	22	22,44	- 27,63	11 Fäd. beob.
	ζ Herculis	16	36	40,85	36	33,66			+ 0,86	36	34,52	+ 6,33				11 " "
	α Ophiuchi	16	51	53,12	51	46,15			+ 0,85	51	47,00	+ 6,12				
	α Herculis	17	09	04,70	08	57,64			+ 0,85	08	58,49	+ 6,21				
α Ophiuchi	17	29	15,97	29	08,91			+ 0,85	29	09,76	+ 6,21					
13. Sept.	α Bootis	14	10	04,65	09	58,53	10	32,02	+ 0,84	09	59,37	+ 5,28	10	32,86	- 28,21	5 " "
	α Scorpii	16	21	54,79	21	48,64	22	22,22	+ 0,97	21	49,61	+ 5,18	22	23,19	- 23,40	11 " "
	ζ Herculis	16	36	40,83	36	34,64			+ 0,86	36	35,50	+ 5,33				11 " "
	α Ophiuchi	16	51	53,11	51	47,11			+ 0,85	51	47,96	+ 5,15				11 " "
	α Herculis	17	09	04,68	08	58,67			+ 0,85	08	59,52	+ 5,16				11 " "
	α Ophiuchi	17	29	15,96	29	09,95			+ 0,85	29	10,80	+ 5,16				11 " "
	α Canis maj.	6	39	45,44	39	40,11	40	13,30	+ 0,92	39	41,03	+ 4,41	40	14,22	- 28,78	11 " "
	α Geminorum sequ.	7	26	47,73	26	42,31			+ 0,86	26	43,17	+ 4,56				
	α Canis min.	7	32	53,87	32	48,61			+ 0,85	32	49,46	+ 4,41				
	β Geminorum	7	37	49,81	37	44,51	38	17,80	+ 0,85	37	45,36	+ 4,45	38	18,65	- 28,84	
	α Hydrae	9	21	34,01	21	28,80			+ 0,88	21	29,68	+ 4,33				5 " "
	α Leonis	10	01	50,90	01	45,78	02	18,86	+ 0,85	01	46,63	+ 4,27	02	19,71	- 28,81	
	γ^1 Leonis	10	13	13,12	13	08,17			+ 0,85	13	09,02	+ 4,10				
14. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	25,31	14	31,83										5 " "
	α Virginis	13	18	44,40	18	39,41			+ 0,89	18	40,30	+ 4,10				5 " "
	η Bootis	13	48	51,27	48	46,19			+ 0,85	48	47,04	+ 4,23				5 " "
	α Bootis	14	10	04,64	09	59,63	10	32,75	+ 0,84	10	00,47	+ 4,17	10	33,59	- 28,95	
	α Coronae	15	29	30,53	29	25,51	29	58,67	+ 0,85	29	26,36	+ 4,17	29	59,52	- 28,99	
	α Scorpii	16	21	54,77	21	49,87			+ 0,97	21	50,84	+ 3,93				
	ζ Herculis	16	36	40,81	36	35,75			+ 0,86	36	36,61	+ 4,20				11 " "
	α Ophiuchi	16	51	53,09	51	48,27			+ 0,85	51	49,12	+ 3,97				11 " "
	α Ophiuchi	17	29	15,94	29	11,09	29	44,11	+ 0,85	29	11,94	+ 4,00	29	44,96	- 29,02	
	α Canis maj.	6	39	45,47	39	41,38	40	14,19	+ 0,92	39	42,30	+ 3,17	40	15,11	- 29,64	
	α Geminorum sequ.	7	26	47,76	26	43,34			+ 0,86	26	44,20	+ 3,56				
	α Canis min.	7	32	53,90	32	49,68			+ 0,85	32	50,53	+ 3,37				
	β Geminorum	7	37	49,84	37	45,59	38	18,44	+ 0,85	37	46,44	+ 3,40	38	19,29	- 29,45	
α Hydrae	9	21	34,03	21	29,97			+ 0,88	21	30,85	+ 3,18					
α Leonis	10	01	50,92	01	46,85	02	19,72	+ 0,85	01	47,70	+ 3,22	02	20,57	- 29,65		
γ^1 Leonis	10	13	13,13	13	09,14			+ 0,85	13	09,99	+ 3,14					
15. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	25,82	14	37,21										5 " "
	α Virginis	13	18	44,40	18	40,39			+ 0,89	18	41,28	+ 3,12				6 " "
	η Bootis	13	48	51,27	48	47,40			+ 0,85	48	48,25	+ 3,02				
	α Bootis	14	10	04,63	10	00,71	10	33,42	+ 0,84	10	01,55	+ 3,08	10	34,26	- 29,63	
	α Coronae	15	29	30,51	29	26,64	29	59,36	+ 0,85	29	27,49	+ 3,02	29	60,21	- 29,70	
	α Serpentis	15	38	14,63	38	10,87			+ 0,85	38	11,72	+ 2,91				
	α Scorpii	16	21	54,75	21	50,98	22	23,79	+ 0,97	21	51,95	+ 2,80	22	24,76	- 30,01	
	ζ Herculis	16	36	40,78	36	36,80			+ 0,86	36	37,66	+ 3,12				
	α Ophiuchi	16	51	53,07	51	49,34			+ 0,85	51	50,19	+ 2,88				11 " "
	α Herculis	17	09	04,65	09	00,88	09	33,61	+ 0,85	09	01,73	+ 2,92	09	34,46	- 29,81	
α Ophiuchi	17	29	15,92	29	12,27			+ 0,85	29	13,12	+ 2,80					

Tag, astr. Zeit- rechnung 1877	Stern	Rect- ascension des Sternes			Beobachteter Durchgang				Instru- ment- Cor- rect. s	Reducirt. Durch- gang (Mähler)		Uhr- Correct. M. s	Reducirt. Durch- gang (Knob- lich)		Uhr- Correct. K. s	Bemerkung
		h	m	s	Mähler		Knoblich			m	s		m	s		
					m	s	m	s								
18. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	27,00	14	39,41										2 Fäd. beob.
	α Bootis	14	10	04,60	10	05,14	10	35,53	+ 0,84	10	05,98	- 01,38	10	36,37	- 31,77	
	α Coronae	15	29	30,46	29	30,78			+ 0,85	29	31,63	- 01,17				
	α Scorpii	16	21	54,71	21	55,21	22	25,72	+ 0,97	21	56,18	- 01,47	22	26,69	- 31,98	5 " "
	α Herculis	17	0	04,59	09	05,19			+ 0,85	09	06,04	- 01,45				
	α Ophiuchi	17	29	15,87	29	16,52	29	46,89	+ 0,85	29	17,37	- 01,50	29	47,74	- 31,87	
	α Geminorum sequ.	7	26	47,89	26	49,39			+ 0,86	26	50,25	- 02,36				
	α Canis min.	7	32	54,01	32	55,37	33	25,09	+ 0,85	32	56,22	- 02,21	33	25,94	- 31,93	
	β Geminorum	7	37	49,96	37	51,40			+ 0,85	37	52,25	- 02,29				
	α Leonis	10	01	50,98	01	52,66	02	22,25	+ 0,85	01	53,51	- 02,53	02	23,10	- 32,12	5 " "
	γ^1 Leonis	10	13	13,20	13	15,00			+ 0,85	13	15,85	- 02,65				
19. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	27,32	14	38,72										5 " "
	α Virginis	13	18	44,39	18	46,02			+ 0,89	18	46,91	- 02,52				5 " "
	η Bootis	13	48	51,24	48	52,95			+ 0,85	48	53,80	- 02,56				
	α Bootis	14	10	04,49	10	06,37	10	35,87	+ 0,84	10	07,21	- 02,72	10	36,71	- 32,22	
	α Coronae	15	29	30,45	29	32,22	30	01,70	+ 0,85	29	33,07	- 02,62	30	02,55	- 32,10	
	α Serpentis	15	33	14,57	33	16,34			+ 0,85	33	17,19	- 02,62				
	α Scorpii	16	21	54,69	21	56,44			+ 0,97	21	57,41	- 02,72				
	ζ Herculis	16	36	40,70	36	42,45			+ 0,86	36	43,31	- 02,61				
	α Ophiuchi	16	51	53,01	51	54,89			+ 0,85	51	55,74	- 02,73				11 " "
	α Herculis	17	09	04,57	09	06,49	09	35,98	+ 0,85	09	07,34	- 02,77	09	36,83	- 32,26	
22. Sept.	α Geminorum sequ.	7	26	48,03	26	54,51	27	22,09	+ 0,86	26	55,37	- 07,34	27	22,95	- 34,92	
	α Canis min.	7	32	54,12	33	00,63	33	28,22	+ 0,85	33	01,48	- 07,36	33	29,07	- 34,95	
	β Geminorum	7	37	50,09	37	56,59	38	24,21	+ 0,85	37	57,44	- 07,35	38	25,06	- 34,97	
23. Sept.	π Sagittarii	19	02	30,44	02	37,41	03	04,83	+ 0,94	02	38,35	- 07,91	03	05,77	- 35,33	
	ω Aquilae	19	12	05,38	12	12,41			+ 0,85	12	13,26	- 07,88				
	δ Aquilae	19	19	20,84	19	27,81			+ 0,86	19	28,67	- 07,83				5 " "
	β^1 Cygni	19	25	48,17	25	55,11			+ 0,85	25	55,96	- 07,79				
	α Aquilae	19	30	19,80	30	26,91			+ 0,88	30	27,79	- 07,99				11 " "
	γ Aquilae	19	40	27,69	40	34,83	41	02,33	+ 0,85	40	35,68	- 07,99	41	03,18	- 35,49	
	α Aquilae	19	44	49,99	44	57,11			+ 0,85	44	57,96	- 07,97				9 " "
25. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	29,45	14	50,58										5 " "
	α Coronae	15	29	30,36	29	39,40	30	06,11	+ 0,85	29	40,25	- 09,89	30	06,96	- 36,60	
	α Scorpii	16	21	54,60	22	03,82	22	30,45	+ 0,97	22	04,79	- 10,19	22	31,42	- 36,82	
	α Herculis	17	09	04,47	09	13,82	09	40,47	+ 0,85	09	14,67	- 10,20	09	41,32	- 36,85	
	α Ophiuchi	17	29	15,75	29	25,01	29	51,78	+ 0,85	29	25,86	- 10,11	29	52,63	- 36,88	
	α Herculis	17	41	40,59	41	49,89			+ 0,85	41	50,74	- 10,15				5 " "
	ν Ophiuchi	17	52	18,17	52	27,47			+ 0,89	52	28,36	- 10,19				
	α Geminorum sequ.	7	26	48,13	26	57,93			+ 0,86	26	58,79	- 10,66				
	α Canis min.	7	32	54,20	33	04,09	33	29,82	+ 0,85	33	04,94	- 10,74	33	30,67	- 36,47	
	β Geminorum	7	37	50,19	37	59,99			+ 0,85	37	60,84	- 10,65				
	α Hydrae	9	21	34,26	21	44,44	22	10,59	+ 0,88	21	45,32	- 11,06	22	11,47	- 37,21	
	α Leonis	10	01	51,11	02	01,14	02	27,44	+ 0,85	02	01,99	- 10,88	02	28,29	- 37,18	
	γ^1 Leonis	10	13	13,33	13	23,44	13	49,69	+ 0,85	13	24,29	- 10,96	13	50,54	- 37,21	

Tag, astr. Zeit- rechnung 1877	Stern	Rect- ascension des Sternes			Beobachteter Durchgang				Instru- ment- Cor- rect.	Reducirt. Durch- gang (Mahler)		Uhr- Correct. M.	Reducirt Durch- gang (Knob- lich)		Uhr- Correct. K.	Bemerkung
		h	m	s	Mahler		Knoblich			m	s		m	s		
					m	s	m	s								
26. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	29,88	14	51,88										5 Fäd. beob.
	α Bootis	14	10	04,53	10	14,74	10	40,85	+ 0,84	10	15,58	- 11,05	10	41,69	- 37,16	
	α Coronae	15	29	30,34	29	40,50	30	06,72	+ 0,85	29	41,35	- 11,01	30	07,57	- 37,23	11 " "
	α Serpentis	15	38	14,48	38	24,75	38	50,95	+ 0,85	38	25,60	- 11,12	38	51,80	- 37,32	
	α Scorpii	16	21	54,58	22	05,03	22	31,11	+ 0,97	22	06,00	- 11,42	22	32,08	- 37,50	
	ζ Herculis	16	36	40,56	36	50,66	37	16,84	+ 0,86	36	51,52	- 10,96	37	17,70	- 37,14	
	κ Ophiuchi	16	51	52,89	52	03,24	52	29,46	+ 0,85	52	04,09	- 11,20	52	30,31	- 37,42	
	α Herculis	17	09	04,45	09	14,78	09	41,01	+ 0,85	09	15,63	- 11,18	09	41,86	- 37,41	
	α Ophiuchi	17	29	15,73	29	26,02	29	52,13	+ 0,85	29	26,87	- 11,14	29	52,98	- 37,25	
	β Ophiuchi	17	37	26,19	37	36,61			+ 0,85	37	37,46	- 11,27				
	μ Herculis	17	41	40,57	41	50,90			+ 0,85	41	51,75	- 11,18				
	ν Ophiuchi	17	52	18,16	52	28,52			+ 0,89	52	29,41	- 11,25				
	α Geminorum	7	26	48,17	26	59,07			+ 0,86	26	59,93	- 11,76				11 " "
	sequ.															
	α Canis min.	7	32	54,23	33	05,04			+ 0,85	33	05,89	- 11,66				
	β Geminorum	7	37	50,22	38	01,02	38	26,66	+ 0,85	38	01,87	- 11,65	38	27,51	- 37,29	
27. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	30,30	15	00,90										5 " "
	η Bootis	13	48	51,20	49	02,23	49	27,81	+ 0,74	49	02,97	- 11,77	49	28,55	- 37,35	
	α Bootis	14	10	04,53	10	15,58	10	41,13	+ 0,74	10	16,32	- 11,79	10	41,87	- 37,34	
	α Coronae	15	29	30,33	29	41,44	30	07,03	+ 0,78	29	42,22	- 11,89	30	07,81	- 37,48	
	δ Ophiuchi	16	07	56,15	08	07,33			+ 0,68	08	08,01	- 11,86				
	α Scorpii	16	21	54,57	22	05,89	22	31,39	+ 0,69	22	06,58	- 12,01	22	32,08	- 37,51	
	ζ Herculis	16	36	40,54	36	51,69	37	17,17	+ 0,81	36	52,50	- 11,96	37	17,98	- 37,44	
	κ Ophiuchi	16	51	52,87	52	04,26	52	29,71	+ 0,71	52	04,97	- 12,10	52	30,42	- 37,55	
	η Ophiuchi	17	03	22,10	03	33,50			+ 0,68	03	34,18	- 12,08				
	α Herculis	17	09	04,43	09	15,71	09	41,21	+ 0,72	09	16,43	- 12,00	09	41,93	- 37,50	
	α Ophiuchi	17	29	15,71	29	26,88	29	52,45	+ 0,71	29	27,59	- 11,88	29	53,16	- 37,45	
	β Ophiuchi	17	37	26,17	37	37,47			+ 0,69	37	38,16	- 11,99				
	μ Herculis	17	41	40,55	41	51,77	42	17,35	+ 0,78	41	52,55	- 12,00	42	18,13	- 37,58	
	ν Ophiuchi	17	52	18,14	52	29,48			+ 0,68	52	30,16	- 12,02				
	π^1 Ophiuchi	17	59	16,81	59	28,18			+ 0,69	59	28,87	- 12,06				
	α Geminorum	7	26	48,20	26	59,97			+ 0,81	27	00,78	- 12,58				11 " "
	sequ.															
	α Canis min.	7	32	54,26	33	06,26	33	31,34	+ 0,70	33	06,96	- 12,70	33	32,04	- 37,78	
	β Geminorum	7	37	50,25	38	02,04	38	27,23	+ 0,79	38	02,83	- 12,58	38	28,02	- 37,77	
	α Hydrae	9	21	34,30	21	46,25	22	11,45	+ 0,68	21	46,93	- 12,63	22	12,13	- 37,83	
	α Leonis	10	01	51,15	02	03,03	02	28,12	+ 0,71	02	03,74	- 12,59	02	28,83	- 37,68	
	γ^1 Leonis	10	13	13,37	13	25,34	13	50,52	+ 0,74	13	26,08	- 12,71	13	51,26	- 37,89	
28. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	30,72	15	04,43										5 " "
	η Bootis	13	48	51,20	49	03,24	49	28,24	+ 0,74	49	03,98	- 12,78	49	28,98	- 37,78	11 " "
	α Bootis	14	10	04,53	10	16,68	10	41,56	+ 0,74	10	17,42	- 12,89	10	42,30	- 37,77	
	α Coronae	15	29	30,32	29	42,32	30	07,29	+ 0,78	29	43,10	- 12,78	30	08,07	- 37,75	
	α Serpentis	15	38	14,46	38	26,58	38	51,51	+ 0,70	38	27,28	- 12,82	38	52,21	- 37,75	
	δ Ophiuchi	16	07	56,14	08	08,35			+ 0,68	08	09,03	- 12,89				11 " "
	α Scorpii	16	21	54,56	22	06,61	22	31,58	+ 0,69	22	07,30	- 12,74	22	32,27	- 37,71	
	ζ Herculis	16	36	40,52	36	52,42	37	17,37	+ 0,81	36	53,23	- 12,71	37	18,18	- 37,66	
	κ Ophiuchi	16	51	52,85	52	04,96	52	29,90	+ 0,71	52	05,67	- 12,82	52	30,61	- 37,76	
	η Ophiuchi	17	03	22,09	03	34,17			+ 0,68	03	34,85	- 12,76				
	α Herculis	17	09	04,41	09	16,45	09	41,40	+ 0,72	09	17,17	- 12,76	09	42,12	- 37,71	

Tag, astr. Zeit- rechnung 1877	Stern	Rect- ascension des Sternes			Beobachteter Durchgang			Instru- ment- Cor- rect.	Reducirt. Durch- gang (Mahler)		Uhr- Correct. M.	Reducirt. Durch- gang (Knob- lich)		Uhr- Correct. K.	Bemerkung	
		h	m	s	Mahler		Knoblich		s	m		s	m			s
					m	s		m			s					
28. Sept.	α Ophiuchi	17	29	15,69	29	27,84	29	52,84	+ 0,71	29	28,55	- 12,86	29	53,55	- 37,86	5 Fäd. beob.
	β Ophiuchi	17	37	26,15	37	38,40			+ 0,69	37	39,09	- 12,94				
	μ Herculis	17	41	40,53	41	52,69	42	17,69	+ 0,78	41	53,47	- 12,94	42	18,47	- 37,94	
	ν Ophiuchi	17	52	18,12	52	30,41			+ 0,68	52	31,09	- 12,97				
	p ¹ Ophiuchi	17	59	16,79	59	29,29			+ 0,69	59	29,98	- 13,19				
	α Geminorum sequ.	7	26	48,24	27	00,90	27	25,58	+ 0,81	27	01,71	- 13,47	27	26,39	- 38,15	
	α Canis min.	7	32	54,29	33	07,11	33	31,75	+ 0,70	33	07,81	- 13,52	33	32,45	- 38,16	
	β Geminorum	7	37	50,28	38	02,92	38	27,55	+ 0,79	38	03,71	- 13,43	38	28,34	- 38,06	
29. Sept.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	31,08	15	07,36									5 " "	
	η Bootis	13	48	51,20	49	04,11			+ 0,74	49	04,85	- 13,65			5 " "	
	α Bootis	14	10	04,52	10	17,41	10	41,97	+ 0,74	10	18,15	- 13,63	10	42,71	- 38,19	
	α Coronae	15	29	30,30	29	43,29	30	07,54	+ 0,78	29	44,07	- 13,77	30	08,32	- 38,02	
	α Serpentis	15	38	14,45	38	27,38	38	51,78	+ 0,70	38	28,08	- 13,63	38	52,48	- 38,03	
	δ Ophiuchi	16	07	56,13	08	09,05			+ 0,68	08	09,73	- 13,60			5 " "	
	α Scorpii	16	21	54,54	22	07,48	22	31,95	+ 0,69	22	08,17	- 13,63	22	32,64	- 38,10	
	ζ Herculis	16	36	40,50	36	53,32	37	17,82	+ 0,81	36	54,13	- 13,63	37	18,63	- 38,13	
	κ Ophiuchi	16	51	52,84	52	05,84	52	30,37	+ 0,71	52	06,55	- 13,71	52	31,08	- 38,24	
	η Ophiuchi	17	03	22,07	03	35,17			+ 0,68	03	35,85	- 13,78				
	α Herculis	17	09	04,40	09	17,41	09	41,96	+ 0,72	09	18,13	- 13,73	09	42,68	- 38,28	
	α Ophiuchi	17	29	15,68	29	28,74	29	53,38	+ 0,71	29	29,45	- 13,77	29	54,09	- 38,41	
	β Ophiuchi	17	37	26,14	37	39,21			+ 0,69	37	39,90	- 13,76				
	ζ Herculis	17	41	40,51	41	53,46	42	18,04	+ 0,78	41	54,24	- 13,73	42	18,82	- 38,31	
	ν Ophiuchi	17	52	18,11	52	31,14			+ 0,68	52	31,82	- 13,71				
p ¹ Ophiuchi	17	59	16,78	59	29,86			+ 0,69	59	30,55	- 13,77					
α Geminorum sequ.	7	26	48,27	27	01,59	27	25,92	+ 0,81	27	02,40	- 14,13	27	26,73	- 38,46		
α Canis min.	7	32	54,32	33	07,81	33	32,18	+ 0,70	33	08,51	- 14,19	33	32,88	- 38,56		
β Geminorum	7	37	50,32	38	03,70	38	28,04	+ 0,79	38	04,49	- 14,17	38	28,83	- 38,51		
30. Sept.	δ Ophiuchi	16	07	56,11	08	09,90			+ 0,68	08	10,58	- 14,47			11 " "	
	α Scorpii	16	21	54,53	22	08,44	22	32,60	+ 0,69	22	09,13	- 14,60	22	33,29	- 38,76	
	ζ Herculis	16	36	40,48	36	54,06	37	18,29	+ 0,81	36	54,87	- 14,39	37	19,10	- 38,62	
	κ Ophiuchi	16	51	52,82	52	06,65	52	30,90	+ 0,71	52	07,36	- 14,54	52	31,61	- 38,79	
	η Ophiuchi	17	03	22,06	03	35,94			+ 0,68	03	36,62	- 14,56				
	α Herculis	17	09	04,38	09	18,11	09	42,46	+ 0,72	09	18,83	- 14,45	09	43,18	- 38,80	
	α Ophiuchi	17	29	15,66	29	29,42	29	53,77	+ 0,71	29	30,13	- 14,47	29	54,48	- 38,82	
	β Ophiuchi	17	37	26,12	37	39,93			+ 0,69	37	40,62	- 14,50			5 " "	
	ν Ophiuchi	17	52	18,09	52	31,93			+ 0,68	52	32,61	- 14,52				
	p ¹ Ophiuchi	17	59	16,76	59	30,65			+ 0,69	59	31,34	- 14,58				
1. Okt.	α Ursae min. (U. C.)	1	14	31,62	15	05,51									5 " "	
	α Bootis	14	10	04,51	10	18,92	10	43,10	+ 0,74	10	19,66	- 15,15	10	43,84	- 39,33	
	α Coronae	15	29	30,27	29	44,68	30	08,76	+ 0,78	29	45,46	- 15,19	30	09,54	- 39,27	
	δ Ophiuchi	16	07	56,10	08	10,55			+ 0,68	08	11,23	- 15,13			11 " "	
	α Scorpii	16	21	54,51	22	09,02	22	33,25	+ 0,69	22	09,71	- 15,20	22	33,94	- 39,43	
	ζ Herculis	16	36	40,46	36	54,77	37	18,99	+ 0,81	36	55,58	- 15,12	37	19,80	- 39,34	
	η Ophiuchi	17	03	22,04	03	36,57			+ 0,68	03	37,25	- 15,21				
	α Herculis	17	09	04,37	09	18,92	09	43,09	+ 0,72	09	19,64	- 15,27	09	43,81	- 39,44	
	α Ophiuchi	17	29	15,64	29	30,26	29	54,34	+ 0,71	29	30,97	- 15,33	29	55,05	- 39,41	
	β Ophiuchi	17	37	26,11	37	40,78			+ 0,69	37	41,47	- 15,36				

Tag, astr. Zeit- rechnung 1877	Stern	Rect- ascension des Sternes			Beobachteter Durchgang				Instru- ment- Cor- rect.	Reducirt Durch- gang (Mahler)		Uhr- Correct. M.	Reducirt Durch- gang (Knob- lich)		Uhr- Correct. K.	Bemerkung
		h	m	s	Mahler		Knoblich			m	s		m	s		
					m	s	m	s								
1. Okt.	μ Herculis	17	41	40,47	41	55,06	42	19,08	+ 0,78	41	55,84	- 15,37	42	19,86	- 39,39	11 Fäden beob.
	ν Ophiuchi	17	52	18,08	52	32,76			+ 0,68	52	33,44	- 15,36				
	ρ^1 Ophiuchi	17	59	16,75	59	31,50			+ 0,69	59	32,19	- 15,44				
	α Leonis	10	01	51,24	02	06,45	02	30,63	+ 0,71	02	07,16	- 15,92	02	31,34	- 40,10	
2. Okt.	α Bootis	14	10	04,51	10	19,73	10	43,89	+ 0,74	10	20,47	- 15,96	10	44,63	- 40,12	5 " "
	α Coronae	15	29	30,26	29	45,39	30	09,73	+ 0,78	29	46,17	- 15,91	30	10,51	- 40,25	
	ζ Herculis	16	36	40,44	36	55,55	37	19,72	+ 0,81	36	56,36	- 15,92	37	20,53	- 40,09	
	α Herculis	17	09	04,35	09	19,72	09	43,95	+ 0,72	09	20,44	- 16,09	09	44,67	- 40,32	
	α Ophiuchi	17	29	15,62	29	31,00	29	55,29	+ 0,71	29	31,71	- 16,09	29	56,00	- 49,38	
	α Herculis	17	41	40,45	41	55,72	42	20,04	+ 0,78	41	56,50	- 16,05	42	20,82	- 40,37	
3. Okt.	α Bootis	14	10	04,51	10	20,48	10	44,77	+ 0,74	10	21,22	- 16,71	10	45,51	- 41,00	
4. Okt.	α Bootis	14	10	04,50	10	21,36	10	45,43	+ 0,74	10	22,10	- 17,60	10	46,17	- 41,67	11 " "
	α Coronae	15	29	30,23	29	47,03	30	11,24	+ 0,78	29	47,81	- 17,58	30	12,02	- 41,79	11 " "

Die Collimation wurde nach dem an der Sternwarte eingehaltenen Gebrauche unter Anwendung des Quecksilberhorizontes bestimmt; bei vertikal nach abwärts gerichtetem Fernrohre wird durch ein am Ocular-ende angeschraubtes Micrometer-Microscop (Collimator-Ocular) der Abstand der Fäden von ihren durch den Quecksilberhorizont reflectirten Bildern gemessen, wonach unter Beziehung der unmittelbar vor und nachher bei nahezu verticaler Lage des Fernrohres bestimmten Neigung der horizontalen Drehungsaxe sich die Collimation ergibt. Für die ganze Dauer der in Betracht kommenden Beobachtungsperiode wurde $c = + 0,416^s$ gefunden. Eine Umlegung des Fernrohres fand nicht statt, da der am Meridiankreise angebrachte Zonenapparat die Ausführung dieser Operation nicht gestattet. Für die Neigung der Axe ergaben sich folgende, in dem Sinne West-Ost aufzufassende Werthe:

11. September	+ 0,23 ^s	} In Rechnung gezogener Werth + 0,21 ^s
12. "	+ 0,24	
13. "	+ 0,20	
14. "	+ 0,22	
18. "	+ 0,18	
23. "	+ 0,18	
25. "	+ 0,19	
26. "	+ 0,19	

27. September	+ 0,22 ^s	} In Rechnung gezogener Werth + 0,24 ^s .
28. „	+ 0,23	
29. „	+ 0,26	
1. Oktober	+ 0,27	
1. „	+ 0,30	

Bei Zugrundelegung der für die Instrumental-Correction geltenden Bessel'schen Formel $\Delta = m + n \cdot \operatorname{tg} \delta + c \cdot \sec \delta$ ergeben sich unter Annahme eines genäherten stündlichen Ganges von $-0,04^s$ für die Mahler'sche Pendeluhr aus den Beobachtungen des Polarsterns und der ihm folgenden Sterne α Virginis, α Bootis und α Coronae nachstehende Werthe der Constanten n :

11. September	$n = -0,096^s$	27. September	$n = +0,046^s$
14. „	$-0,143$	28. „	$+0,093$
15. „	$-0,051$	29. „	$+0,138$
18. „	$-0,132$	1. Oktober	$+0,045$
19. „	$-0,146$		
25. „	$-0,126$		Mittel $n = +0,080^s$
26. „	$-0,134$		
Mittel $n = -0,118^s$			

Ferner erhält man hieraus mit der Polhöhe $\varphi = 48^{\circ} 08,75$
für die erste Periode (11. mit 26. Sept.): $m = +0,446^s$
(Azimuth $k = +0,411^s$);
für die zweite Periode (27. Sept. mit 2. Okt.): $m = +0,270^s$
(Azimuth $k = +0,148^s$);

sohin für die erste Periode $\Delta = +0,862^s - 0,118^s \operatorname{tg} \delta + 0,416^s (\sec \delta - 1)$
und für die zweite Periode $\Delta = +0,686^s + 0,080^s \operatorname{tg} \delta + 0,416^s (\sec \delta - 1)$.

Nach diesen Formeln sind die in der Zusammenstellung der Durchgangsbeobachtungen vorgetragenen Instrument-Correctionen berechnet worden. — Endlich ist zur Erläuterung noch zu bemerken, dass nur die Pendeldurchgänge der Hauptuhr Mahler bei jedem beobachteten Stern-durchgange registriert wurden, während dieses für die Pendeluhr Knoblich nur bei einzelnen Passagenbeobachtungen der Fall war.

Vergleichung der Pendeluhrn.

Sowohl bei der Registrirung der Schwingungen des Reversionspendels als auch bei den Coincidenzbeobachtungen mittelst des Gruber'schen Apparates beziehen sich die erhaltenen Zeitangaben auf die Registriruhr Danischewsky, deren Gang sohin bei der Ableitung der Schwingungsdauer möglichst genau bekannt sein muss. Zu diesem Zwecke beschloss ich, während der ganzen Beobachtungsperiode zahlreiche und sorgfältige Uhrvergleichungen vorzunehmen. Diese Vergleichen wurden auf folgende Weise bewerkstelligt: Der mit der Danischewsky-Uhr verbundene Hipp'sche Registrir-Apparat markirt mit seiner Uhr-Feder jede gerade Secunde auf dem sich unter derselben fortbewegenden Registrirstreifen; mittelst der Signal-Feder dagegen, deren Elektromagnet mit dem Taster des Apparates in Verbindung steht, markirt der Beobachter die mit einem kleinen Fernrohr wahrgenommenen Vorübergänge der Pendelspitze der zu vergleichenden Uhr an einem unterhalb derselben angebrachten Index und orientirt auf diese Weise die Zeitscaale der Registriruhr gegen jene der zu vergleichenden Uhr. Bei jeder Vergleichung der Pendeluhrn Mahler und Knoblich mit der Danischewsky-Uhr wurden in der Regel je 50 Durchgänge der beiden ersteren Uhrpendel registrirt und gibt das nachstehende Tableau die Mittelwerthe der Durchgangsmomente in Zeit der treffenden Uhr an. Die Uebereinstimmung dieser Beobachtungen wird durch den in der bekannten Weise berechneten mittleren Fehler der einzelnen Markirungen charakterisirt. Für jede Uhrvergleichung wurde auch die Federparallaxe bestimmt und sind die treffenden Werthe ebenfalls angegeben worden, um auf diese Weise eine vollständige Beurtheilung der Genauigkeit der Resultate zu ermöglichen. — Endlich möchte noch zu erwähnen sein, dass die Ablesung der Streifen des Hipp'schen Chronographen unter Anwendung einer eigenen, mir durch Herrn von Oppolzer's Güte leihweise überlassenen Ablesemaschine ausgeführt wurde. Die Beschreibung dieser Vorrichtung dürfte seiner Zeit in den Publicationen der K. K. Oesterreichischen Gradmessungs-Commission zu finden sein und beschränke ich mich darauf zu bemerken, dass die Maschine ebenso rasch als genau zu arbeiten erlaubt; wenn der Chronograph gut functionirt, so dass die Marken vollkommen präcis erscheinen, so ergeben sich die Ablesungen auf 0,005^s sicher. —

Chronographische Vergleichung der Registrir-Uhr Danischewsky mit den Pendel-Uhren Mahler und Knoblich.

Astr. Datum. 1877	Dani- schewsky			Zahl	Mittl.	Mahler		Dani- schewsky			Zahl	Mittl.	Knoblich		Feder- Parall- axe	Zahl	Mittl.
	h	m	s	der ein- zelnen Marken		m	s	h	m	s	der ein- zelnen Marken		m	s	s (—)	der ein- zelnen Bestim- mungen	
				s							s						s
11. Sept.	16	23	36,614	50	0,028	24	00,500	16	21	37,401	50	0,036	22	35,500	0,140	10	0,0070
	17	16	06,551	50	0,028	16	30,500	17	17	47,351	50	0,038	18	45,500	0,140	10	0,0072
11. "	8	02	46,379	50	0,027	03	10,500	8	04	47,439	50	0,033	05	45,500	0,146	10	0,0078
	8	49	46,347	50	0,036	50	10,500	8	51	27,445	50	0,031	52	25,500	0,143	10	0,0099
	9	11	26,314	50	0,028	11	50,500	9	14	37,424	50	0,035	15	35,500	0,131	10	0,0048
	9	58	16,325	50	0,027	58	40,500	9	59	57,432	50	0,031	60	55,500	0,127	10	0,0094
12. "	11	06	46,344	50	0,022	07	10,500	11	08	57,490	50	0,027	09	55,500	0,128	10	0,0058
	12	07	06,286	52	0,025	07	30,500	12	07	27,441	50	0,026	10	25,500	0,129	10	0,0066
	13	01	36,196	50	0,022	02	00,500	13	03	27,363	50	0,037	04	25,500	0,127	10	0,0090
	14	15	06,104	50	0,025	15	30,500	14	16	57,291	50	0,036	17	55,500	0,127	10	0,0091
12. "	15	05	06,047	50	0,028	05	30,500	15	06	47,225	50	0,028	07	45,500	0,126	10	0,0058
	8	43	14,898	50	0,018	43	40,500	8	44	56,289	50	0,030	45	55,500	0,126	10	0,0070
12. "	9	40	44,825	50	0,028	41	10,500	9	42	26,255	50	0,033	43	25,500	0,124	10	0,0069
	10	49	04,744	50	0,022	49	30,500	10	50	56,180	50	0,033	51	55,500	0,127	20	0,0047
13. "	12	02	34,629	50	0,028	03	00,500	12	04	36,112	50	0,037	05	35,500	0,124	20	0,0045
	13	21	44,529	50	0,022	22	10,500	13	23	46,024	50	0,044	24	45,500	0,126,5	20	0,0069
	14	11	34,453	50	0,020	12	00,500	14	13	35,969	50	0,036	14	35,500	0,127	20	0,0055
	15	49	14,350	50	0,021	49	40,500	15	50	55,887	50	0,037	51	55,500	0,126	20	0,0058
	16	34	44,327	50	0,028	35	10,500	16	36	25,848	50	0,035	37	25,500	0,127	20	0,0047
13. "	8	14	03,220	50	0,026	14	30,500	8	15	45,005	50	0,028	16	45,500	0,129	20	0,0052
	9	15	23,195	50	0,021	15	50,500	9	17	05,007	50	0,030	18	05,500	0,127	20	0,0049
	10	03	53,155	50	0,022	04	20,500	10	02	04,993	50	0,034	03	05,500	0,125	20	0,0059
14. "	11	41	33,033	50	0,023	42	00,500	11	43	24,882	50	0,035	44	25,500	0,126	20	0,0047
	12	53	02,969	50	0,032	53	30,500	12	54	54,769	50	0,034	55	55,500	0,125	20	0,0055
	13	41	22,868	50	0,029	41	50,500	13	43	14,707	50	0,036	44	15,500	0,128	20	0,0068
	14	56	32,792	50	0,032	57	00,500	14	58	24,627	50	0,033	59	25,500	0,127	20	0,0049
	15	49	02,714	50	0,029	49	30,500	15	51	04,576	50	0,033	52	05,500	0,125	20	0,0047
15. "	14	27	20,997	50	0,017	27	50,500	14	29	03,225	50	0,032	30	05,500	0,109	10	0,0078
	15	27	30,916	50	0,036	28	00,500	15	29	13,112	50	0,037	30	15,500	0,113	20	0,0080
19. "	13	58	07,575	50	0,026	58	40,500	14	00	43,029	50	0,020	01	45,500	0,116	20	0,0051
	14	47	07,538	50	0,028	47	40,500	14	48	53,013	50	0,018	49	55,500	0,113,5	20	0,0066
	17	02	07,277	50	0,030	02	40,500	17	03	52,781	50	0,029	04	55,500	0,118	20	0,0071
20. "	9	20	40,090	20	0,029	21	15,500	9	21	56,480	20	0,024	23	00,500	0,116	20	0,0070
	10	48	50,032	20	0,032	49	25,500	10	49	56,457	20	0,021	51	00,500	0,116	20	0,0075
21. "	12	07	40,005	20	0,030	08	15,500	12	08	56,417	20	0,037	10	00,500	0,119	10	0,0056
	12	35	09,982	20	0,025	35	45,500	12	35	56,400	20	0,022	37	00,500	0,118	20	0,0066
	14	17	09,891	20	0,024	17	45,500	14	18	26,310	20	0,031	19	30,500	0,116	20	0,0074

Astr. Datum. 1877	Dani- schewsky			Zahl Mittl. Fehler	Mahler		Dani- schewsky			Zahl Mittl. Fehler	Knoblich		Feder- Parall- axe s (—)	Zahl Mittl. Fehler	der ein- zelnen Bestim- mung		
	h	m	s		der ein- zelnen Marken	m	s	h	m		s	der ein- zelnen Marken				m	s
21. Sept.	15	11	39,829	20	0,024	12	15,500	15	12	56,262	20	0,024	14	00,500	0,116	10	0,0052
	15	14	39,822	20	0,031	15	15,500	15	15	46,239	20	0,030	16	50,500	0,115	10	0,0085
	15	18	09,804	20	0,028	18	45,500	15	19	16,235	20	0,028	20	20,500	0,116	10	0,0082
	16	07	39,765	20	0,021	08	15,500	16	09	06,201	20	0,035	10	10,500	0,117	20	0,0063
	16	41	39,715	20	0,021	42	15,500	16	43	06,173	20	0,023	44	10,500	0,116	20	0,0061
	17	14	39,697	20	0,031	15	15,500	17	16	06,129	20	0,027	17	10,500	0,118	20	0,0079
21. "	9	40	49,056	20	0,020	41	25,500	9	42	05,823	20	0,025	43	10,500	0,120	20	0,0070
	10	28	39,035	20	0,019	29	15,500	10	30	15,826	20	0,037	31	20,500	0,118	20	0,0052
	11	32	39,033	20	0,018	33	15,500	11	33	45,842	20	0,028	34	50,500	0,117	10	0,0068
22. "	14	20	19,014	20	0,022	20	55,500	14	21	35,887	20	0,025	22	40,500	0,115	20	0,0058
23. "	14	28	33,767	50	0,022	29	10,500	14	31	16,263	50	0,025	32	20,500	0,114	20	0,0067
	15	28	23,764	50	0,025	29	00,500	15	30	11,272	50	0,028	31	15,500	0,112	20	0,0059
	16	27	33,746	50	0,029	28	10,500	16	29	21,241	50	0,027	30	25,500	0,114	20	0,0067
	17	21	33,726	50	0,021	22	10,500	17	23	41,215	50	0,032	24	45,500	0,116	20	0,0050
23. "	9	36	13,273	50	0,023	36	50,500	9	37	51,085	50	0,030	38	55,500	0,116	20	0,0061
	10	21	53,239	50	0,029	22	30,500	10	23	41,072	50	0,028	24	45,500	0,116	20	0,0069
	11	02	53,284	50	0,032	03	30,500	11	05	01,113	50	0,030	06	05,500	0,114	20	0,0060
	11	48	43,259	50	0,027	49	20,500	11	50	41,117	50	0,027	51	45,500	0,115	20	0,0065
25. "	14	00	43,195	50	0,027	01	20,500	14	02	21,523	50	0,026	03	25,500	0,081	20	0,0073
	14	46	13,186	50	0,028	46	50,500	14	48	01,545	50	0,023	49	05,500	0,079	20	0,0063
	15	06	13,216	50	0,031	06	50,500	15	07	51,557	50	0,024	08	55,500	0,083	20	0,0076
	15	52	53,245	50	0,032	53	30,500	15	54	31,584	50	0,029	55	35,500	0,080	20	0,0065
	16	10	43,244	50	0,027	11	20,500	16	12	51,592	50	0,030	13	55,500	0,081	20	0,0058
	16	58	33,253	50	0,037	59	10,500	17	00	41,508	50	0,032	01	45,500	0,078	20	0,0068
25. "	8	29	03,096	50	0,030	29	40,500	8	31	01,838	50	0,027	32	05,500	0,072	20	0,0078
	9	19	53,107	50	0,035	20	30,500	9	21	31,875	50	0,039	22	35,500	0,075	20	0,0090
	9	52	43,031	50	0,044	53	20,500	9	54	31,802	50	0,037	55	35,500	0,109	10	0,0099
	10	37	53,074	50	0,029	38	30,500	10	39	31,885	50	0,029	40	35,500	0,021	20	0,0075
	11	04	33,086	50	0,030	05	10,500	11	06	21,891	50	0,029	07	25,500	0,015	10	0,0074
	11	50	33,062	50	0,024	51	10,500	11	52	21,867	50	0,029	53	25,500	0,097	20	0,0068
26. "	15	10	42,986	50	0,031	11	20,500	15	12	31,846	50	0,031	13	35,500	0,102	20	0,0060
	16	05	42,958	60	0,025	06	20,500	16	08	51,805	50	0,029	09	55,500	0,096	20	0,0094
	16	20	32,938	50	0,039	21	10,500	16	22	11,776	50	0,034	23	15,500	0,078	20	0,0080
	17	10	52,886	50	0,036	11	30,500	17	09	01,717	50	0,024	10	05,500	0,080	20	0,0105
27. "	14	16	42,119	50	0,018	17	20,500	14	18	21,597	50	0,028	19	25,500	0,078	20	0,0072
	15	23	12,084	50	0,028	23	50,500	15	24	51,565	50	0,024	25	55,500	0,078	10	0,0055
	16	19	32,012	50	0,025	20	10,500	16	21	21,491	50	0,031	22	25,500	0,078	20	0,0091
	17	13	51,921	50	0,025	14	30,500	17	15	51,399	50	0,025	16	55,500	0,078	20	0,0095
28. "	14	14	30,752	50	0,024	15	10,500	14	16	10,786	50	0,031	17	15,500	0,078	20	0,0065
	15	16	10,677	50	0,025	16	50,500	15	17	50,736	50	0,035	18	55,500	0,078	20	0,0085
	16	09	50,594	50	0,031	10	30,500	16	11	40,638	50	0,029	12	45,500	0,079	20	0,0076
	17	05	20,487	50	0,032	06	00,500	17	03	20,534	50	0,037	04	25,500	0,077	20	0,0048

Astr. Datum. 1877	Dani- schewsky			Zahl	Mittl. Fehler	Mahler		Dani- schewsky			Zahl	Mittl. Fehler	Knoblich		Feder- Parall- axe	Zahl	Mittl. Fehler
	h	m	s	der ein- zelnen Marken		m	s	h	m	s	der ein- zelnen Marken		m	s	s (—)	der ein- zelnen Bestim- mung	
29. Sept.	14	50	09,054	50	0,028	50	50,500	14	51	19,566	50	0,028	52	55,500	0,080	20	0,0074
	15	55	48,936	50	0,036	56	30,500	15	57	39,462	50	0,029	58	45,500	0,077	20	0,0063
	16	24	28,915	50	0,044	25	10,500	16	22	29,428	50	0,028	23	35,500	0,075	20	0,0068
	17	16	38,863	50	0,038	17	20,500	17	18	19,355	50	0,024	19	25,500	0,077	20	0,0050
29. "	11	07	57,537	50	0,030	08	40,500	11	09	48,284	50	0,029	10	55,500	0,075	20	0,0079
	11	58	57,489	50	0,033	59	40,500	12	00	38,249	50	0,036	01	45,500	0,077	10	0,0068
	12	31	27,447	50	0,034	32	10,500	12	33	08,188	50	0,035	34	15,500	0,076	20	0,0060
30. "	13	19	57,361	50	0,017	20	40,500	13	22	18,080	50	0,035	23	25,500	0,071	20	0,0060
	14	59	07,190	50	0,024	59	50,500	15	01	17,955	50	0,039	02	25,500	0,073	10	0,0082
	15	46	57,183	50	0,025	47	40,500	15	48	47,924	50	0,038	49	55,500	0,068	20	0,0076
	16	24	37,150	50	0,032	25	20,500	16	25	47,871	50	0,024	26	55,500	0,068	20	0,0068
	17	13	37,115	50	0,032	14	20,500	17	15	17,811	50	0,034	16	25,500	0,066	20	0,0061
1. Okt.	13	56	45,334	50	0,025	57	30,500	13	58	26,227	50	0,037	59	35,500	0,070	20	0,0082
	14	56	25,283	50	0,025	57	10,500	14	59	26,154	50	0,038	60	35,500	0,069	20	0,0068
	15	07	25,265	50	0,032	08	10,500	15	09	16,142	50	0,036	10	25,500	0,065	20	0,0083
	16	00	05,216	50	0,044	00	50,500	16	01	56,069	50	0,038	03	05,500	0,070	20	0,0060
	16	13	45,196	50	0,032	14	30,500	16	15	26,050	50	0,036	16	35,500	0,070	20	0,0061
	17	04	45,150	50	0,034	05	30,500	17	02	25,983	50	0,039	03	35,500	0,070	20	0,0074
1. "	10	15	23,925	50	0,030	16	10,500	10	17	24,762	50	0,041	18	35,500	0,068	20	0,0078
	10	34	23,875	50	0,025	35	10,500	10	35	54,710	50	0,034	37	05,500	0,066	10	0,0052
	11	21	03,799	50	0,024	21	50,500	11	22	54,663	50	0,028	24	05,500	0,066	20	0,0063
	11	49	43,768	50	0,028	50	30,500	11	51	14,602	50	0,036	52	25,500	0,075	20	0,0069
	12	37	33,664	50	0,032	38	20,500	12	39	14,519	50	0,033	40	25,500	0,073	20	0,0079
2. "	14	07	33,572	50	0,031	08	20,500	14	09	04,414	50	0,036	10	15,500	0,075	20	0,0059
	15	03	43,546	50	0,026	04	30,500	15	05	34,353	50	0,033	06	45,500	0,073	20	0,0057
	15	15	03,520	50	0,026	15	50,500	15	16	44,331	50	0,029	17	55,500	0,074	20	0,0089
	15	34	43,485	50	0,025	35	30,500	15	36	14,299	50	0,032	37	25,500	0,075	20	0,0061
	16	24	13,455	50	0,034	25	00,500	16	26	14,248	50	0,029	27	25,500	0,074	20	0,0053

Bemerkung: Die nach der Danischewsky-Uhr angegebenen Zeitmomente sind bereits mit der Correction wegen der Federparallaxe versehen. —

4) Beobachtungen zur Bestimmung der Schwingungsdauer.

Zur Ermittlung der Dauer einer Pendelschwingung gibt es wohl keine bessere Methode als die Beobachtung der Coincidenzen zwischen den Schwingungen des in Rede stehenden Pendels und jenen des Pendels einer ausgezeichneten Pendeluhr, deren Gang durch Beobachtung von Sterndurchgängen am Passageninstrumente genau controllirt wird. Diese Methode, für deren zweckmässige Durchführung gewöhnlich noch vorausgesetzt wird, dass die beiden Pendel nahezu gleiche Schwingungsdauer besitzen, bietet jedoch hin und wieder in ihrer practischen Anwendung Schwierigkeiten, indem man häufig nicht in der Lage ist, der Pendeluhr die für die sichere Durchführung der Methode nothwendige Aufstellung geben zu können. Dieser Uebelstand machte sich auch auf der Sternwarte zu Bogenhausen geltend und nachdem es weder meinen noch Lamont's Bemühungen gelang, eine allen Anforderungen genügende Aufstellung für die zur Beobachtung optischer Coincidenzen zu verwendende Pendeluhr ausfindig zu machen, musste von einer Anwendung der in Rede stehenden Methode Umgang genommen werden. Unter solchen Umständen beschloss ich, zunächst die von Plantamour mit gutem Erfolge durchgeführte Methode der chronographischen Registrirung der mit einem Fernrohre beobachteten Durchgänge des schwingenden Pendels durch die Verticale des Aufhängungspunktes zur Anwendung zu bringen. Das Beobachtungs-Fernrohr, — ein Fraunhofer'scher Cometensucher, — war auf einem improvisirten Stativ in einer Entfernung von circa $3,5^m$ vom Reversionspendel in einer auf die Schwingungsebene senkrechten Direction angebracht. Die Pendelspitze bewegt sich unmittelbar über dem Gradbogen hinweg, dessen Nullstrich der Gleichgewichtslage des Pendels entspricht; eine parallactische Wirkung ist demnach bei den Durchgangsbeobachtungen ausgeschlossen. Die Registrirung ist nun in folgender Weise ausgeführt worden: Nach vorgängiger chronographischer Vergleichung der beiden Pendeluhren Mahler und Knoblich mit der Registriruhr Danischewsky wurde die Temperatur an dem Metallthermometer und an den beiden am Maassstabe angebrachten Quecksilberthermometern abgelesen; nachdem nun das Pendel in Schwingung versetzt worden war, wurden 100—120 unmittelbar auf einander folgende Durchgänge chronographisch

markirt; hierauf folgte eine Pause, während welcher die Amplituden des schwingenden Pendels in Zeitintervallen von 3 Minuten notirt und die Thermometer wiederholt abgelesen wurden. Wenn dann das Pendel 2000 Schwingungen, — von der ersten Durchgangsmarkirung an gerechnet, — gemacht hatte, erfolgte die Registrirung von weiteren 100 bis 120 Durchgängen, wonach wieder die Thermometer abgelesen und die Vergleichen der Registriruhr mit den beiden vorgenannten Pendeluhren wiederholt wurden. — Nach diesen Bemerkungen ergibt sich das Verständniss der nachfolgenden Tabelle von selbst; die in der 12. Rubrik vorgetragene „Dauer von 2000 Schwingungen“ ist bereits wegen der Federparallaxe, — welche sowohl bei den Anfangs- als bei den Endschwingungen durch mindestens 10 unter Anwendung des „Parallaxen-Tasters“ gegebene Signale bestimmt wurde, — corrigirt. Die Parallaxe hat sich übrigens während je eines Beobachtungssatzes fast immer absolut unveränderlich erhalten, so dass eine Angabe ihres Werthes, als überflüssig, weggelassen wurde. —

**Bestimmung der Schwingungsdauer durch Registrirung von
Pendeldurchgängen.**

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Zeit der Regi- striruhr			Ampli- tude		Quecksilb.- Thermo- meter		Metallthermometer			(Zeit der Registriruhr). Dauer von		Be- merkung
		h	m	0	,	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näbert Std.	2000	einer		
											Schwingg.	Schwingg.		
11. Sept.	I. F. u. h.	8	09	2	01,0	16,1	16,3	87,0	88,0	8,0	2012,6350s (m. f. + 0,0026s)	1,0063175s	Anfang	
		10,93												
		13												
		15												
		18												
		21												
		24												
		27												
		30												
		33												
		36												
		39												
		42												
		44,47												
		45												
													Ende	

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Zeit der Regi- striruhr			Am- pli- tude		Quecksilb- Thermo- meter		Metallthermometer			(Zeit der Registrieruhr). Dauer von		Be- merkung	
		h	m	s	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näht Std.	2000	einer				
										Schwingg.	Schwingg.				
11. Sept.	I. F. o. h.	9	17	1	50,0	17,7	17,6	07,1	87,2	8,3	2012,4690s (m. f. ± 0,0028s)	1,0062345s	Anfang		
		19,83													
		22			41,5										
		25			37,5										
		28			31,5										
		31			27,0										
		34			22,5										
		37			19,5	18,0	17,95	13,5	89,0	8,3					
		40			15,0										
		43			11,5										
		46			10,0										
		49			08,0										
		52			04,5										
		53,37													
55			01,0	18,6	18,4	23,0	89,0	8,4							
12. Sept.	I. F. u. v.	14	26	2	04,0	20,9	20,2	63,0	86,5	8,8	2012,6618s (m. f. ± 0,0031s)	1,0063309s	Anfang		
		27,78													
		29			148,0										
		32			38,0										
		35			26,0										
		38			17,5										
		41			10,0										
		44			102,0	20,8	20,05	61,9	87,0	8,8					
		47			058,0										
		50			53,0										
		53			48,0										
		56			43,5										
		59			39,5										
		61,33													
62			36,0	20,6	20,0	65,0	87,8	8,8							
12. Sept.	I. F. o. v.	8	53	1	48,0	17,05	17,2	05,9	88,9	8,2	2012,3944s (m. f. ± 0,0034s)	1,0061972s	Anfang		
		9	01,87												
		03			30,0										
		07			24,5										
		10			20,5										
		13			17,5										
		16			13,0										
		19			10,0	17,6	17,8	11,9	88,6	8,3					
		22			07,5										
		25			04,0										
		28			101,5										
		31			059,5										
		34			58,0										
		35,40													
37			55,0	18,1	18,25	17,5	88,5	8,3							

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Zeit der Regi- striruhr			Am- pli- tude		Quecksilb- Thermo- meter		Metallthermometer			(Zeit der Registrieruhr). Dauer von		Be- merkung	
		h	m	s	°	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- nähert Std.	2000	einer			
											Schwingg.	Schwingg.			
13. Sept.	II. F. o. v.	13	31		1	42,0	20,15	19,95	56,0	88,0	8,8	2012,4385 ^s (m. f. ± 0,0032 ^s)	1,0062192,5 ^s	Anfang	
			32,85												
			35				36,5								
			38				31,0								
			41				26,5								
			44				22,5								
			47				18,5								
			50				14,5	20,3	20,0	58,7	86,6				8,8
			53				11,5								
			56				08,5								
			59				06,0								
	62				03,5										
	65				1 00,5										
	66,38														
	68				0 59,0	20,4	20,1	60,2	88,3	8,8			Ende		
13. Sept.	II. F. o. h.	15	55		1	45,0	20,5	19,95	58,8	87,5	8,8	2012,4343 ^s (m. f. ± 0,0026 ^s)	1,0062171,5 ^s	Anfang	
			56,82												
		15	59				38,0								
		16	02				33,0								
			05				29,5								
			08				24,5								
			11				20,0								
			14				17,0	20,0	19,95	55,9	86,5				8,7
			17				13,5								
			20				10,0								
			23				06,5								
			26				03,0								
			29				1 00,5								
	30,35														
	32				0 58,5	19,95	19,7	55,9	88,8	8,7			Ende		
13. Sept.	II. F. o. h.	9	21		1	38,0	18,25	18,1	19,0	87,0	8,3	2012,4464 ^s (m. f. ± 0,0026 ^s)	1,0062232 ^s	Anfang	
			23,82												
			26				31,5								
			29				27,5								
			32				23,0								
			35				19,5								
			38				16,0								
			41				12,0	18,7	18,55	25,0	87,8				8,4
			44				09,0								
			47				06,0								
			50				02,5								
			53				1 00,5								
			56				0 59,0								
	57,37														
	59				57,0	19,15	19,0	35,2	88,0	8,4			Ende		

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Zeit der Regi- struhr		Am- pli- tude	Quecksilb.- Thermo- meter		Metallthermometer			(Zeit der Registrieruhr). Dauer von		Be- merkung	
		h	m		oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- nähert Std.	2000	einer		
									Schwingg.	Schwingg.			
14. Sept.	II. F. u. h.	13	00	2	10,0	21,0	20,6	67,0	88,2	8,8	2012,6493 ^s (m. f. ± 0,0027 ^s)	1,0063246,5 ^s	Anfang
			01,82										
			04										
			07										
			10										
			13										
			16										
			19										
			22										
			25										
			28										
			31										
			34										
			35,38										
	37												
14. Sept.	II. F. u. v.	15	09	2	10,0	21,55	21,0	79,5	87,8	8,9	2012,6524 ^s (m. f. ± 0,0032 ^s)	1,0063262 ^s	Anfang
			10,82										
			13										
			16										
			19										
			22										
			25										
			28										
			31										
			34										
			37										
			40										
			43										
			44,38										
	46												
19. Sept.	III. F. o. v.	14	11	1	35,0	15,6	15,45	75,8	89,9	7,9	2012,3987 ^s (m. f. ± 0,0026 ^s)	1,0061993,5 ^s	Anfang
			08,85										
			14										
			17										
			20										
			23										
			26										
			29										
			32										
			35										
			38										
			41										
			42,38										
			44										

1877 Datum (astr. Zeit)	Combination und Lage	Zeit der Registri- ruhr		Ampli- tude	Quecksilb- Thermo- meter		Metallthermometer			(Zeit der Registri- ruhr). Dauer von		Be- merkung										
		h	m		°	'	oben	unten	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näher- t Std.		2000	einer								
				C°			C°	Schwingg.					Schwingg.									
23. Sept.	III. F. u. h	9	41	1	48,0	10,3	10,6	87,0	89,6	6,9	2012,5473s (m. f. ± 0,0033s)	1,0062736,5	Anfang									
			43,85																			
			47											28,0								
			50											18,0								
			53											09,0								
			56											1 02,0								
			59											0 56,0	10,8	10,95	94,0	89,0	7,0			
			10											02								
			05											47,0								
			08											42,5								
			11											39,0								
			14											35,5								
			17,38																	2012,5473s (m. f. ± 0,0033s)	1,0062736,5	Ende
19	30,0	11,0	11,1	99,9	89,9	7,1																
23. Sept.	III. F. u. v.	11	09	2	05,0	11,25	11,35	05,2	89,3	7,1	2012,6047s (m. f. ± 0,0028s)	1,0063023,5	Anfang									
			10,85																			
			13											1 43,0								
			16											32,0								
			19											22,0								
			22											13,0								
			25											05,5								
			28											1 00,0	11,4	11,4	08,0	89,9	7,2			
			31											0 55,5								
			34											50,5								
			37											45,5								
			40											40,5								
			43											37,0								
44,38		2012,6047s (m. f. ± 0,0028s)	1,0063023,5	Ende																		
46	33,5				11,6	11,8	11,1	89,0	7,2													
25. Sept.	III. F. o. h.				14	06	1	42,0	12,6	12,6	21,5	88,0	7,3	2012,3820s (m. f. ± 0,0023s)						1,0061910s	Anfang	
						07,85																
						10																35,0
						13																30,0
						16																26,0
						19									22,0							
						22									18,0							
						25									14,0	12,9	12,7	25,4	89,4			7,3
						28									11,0							
						31									08,5							
						34									05,5							
		37	02,5																			
		40	1 00,0																			
41,38		2012,3820s (m. f. ± 0,0023s)	1,0061910s	Ende																		
43	0 58,0				13,05	12,95	31,0	89,0	7,4													

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Zeit der Regi- striruhr		Am- pli- tude	Quecksilb.- Thermo- meter		Metallthermometer			(Zeit der Registrieruhr). Dauer von		Be- merkung		
		h	m		oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näher Std.	2000	einer			
									Schwingg.	Schwingg.				
25. Sept.	III. F. u. h.	15	13	2	12,0	13,0	13,0	35,0	88,1	7,5	2012,6252s (m. f. ± 0,0024s)	1,0063126s	Anfang	
			14,82											
			17	1	51,0									
			20		38,0									
			23		27,0									
			26		18,0									
			29		09,5									
			32	1	02,5	13,0	12,95	36,7	89,9	7,5				
			35	0	56,5									
			38		51,5									
			41		47,5									
			44		42,5									
	47		39,0											
	48,38													
	50	3	5,5	12,9	12,8	34,8	88,9	7,5		Ende				
25. Sept.	III. F. u. v.	16	19	2	07,0	12,8	12,7	33,9	89,5	7,4	2012,6098s (m. f. ± 0,0025s)	1,0063049s	Anfang	
			20,82											
			23	1	46,0									
			26		33,0									
			29		22,5									
			32		15,0									
			35		08,5									
			38	1	01,0	12,55	12,35	31,0	89,5	7,4				
			41	0	55,5									
			44		50,5									
			47		46,5									
			50		42,0									
	53		38,0											
	54,38													
	56	3	4,5	12,05	11,95	28,0	89,8	7,4		Ende				
25. Sept.	IV. F. u. h.	8	40	2	09,0	9,0	9,0	60,7	89,0	6,7	2012,5683s (m. f. ± 0,0029s)	1,0062841,5s	Anfang	
			41,82											
			44	1	48,0									
			47		32,5									
			50		22,0									
			53		13,5									
			56		06,0									
			8	59	1	00,5	9,1	9,1	64,0	89,3			6,7	
			9	02	0	55,5								
			05		50,5									
			08		45,5									
			11		41,0									
	14		37,5											
	15,38													
	17	3	3,5	9,75	9,8	71,3	88,3	6,8		Ende				

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Zeit der Regi- striruhr		Am- pli- tude	Quecksilb.- Thermo- meter		Metallthermometer			(Zeit der Registrieruhr). Dauer von		Be- merkung								
		h	m		oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näher Std.	2000	einer									
									Schwingg.	Schwingg.										
29. Sept.	III. F. u. h.	16	33	2	15,0	14,15	13,8	47,5	88,5	7,6	2012,5787s (m. f. ± 0,0026s)	1,0062893,5s	Anfang							
			34,82																	
			37											1	52,0					
			40												38,0					
			43												27,5					
			46												19,0					
			49												10,5					
			52											1	02,5	14,0	13,6	49,0	89,5	7,6
			55											0	57,0					
			16 58												52,0					
			17 01												47,5					
	04		43,0																	
	07		39,5																	
	08,38																			
	10		36,0	14,0	13,55	50,1	90,1	7,6	Ende											
29. Sept.	III. F. u. v.	11	17	2	12,0	12,1	12,1	06,6	89,2	7,2	2012,5979s (m. f. ± 0,0027s)	1,0062989,5s	Anfang							
			19,98																	
			22											1	45,0					
			25												32,0					
			28												22,0					
			31												13,5					
			34												06,0					
			37											1	00,0	12,55	12,5	14,7	89,0	7,2
			40											0	54,5					
			43												49,0					
			46												44,5					
	49		40,5																	
	52		36,5																	
	53,52																			
	55		33,0	13,0	12,8	20,0	88,7	7,3	Ende											
30. Sept.	III. F. o. h.	12	36	1	42,0	13,3	13,1	28,6	89,9	7,4	2012,3178s (m. f. ± 0,0028s)	1,0061589s	Anfang							
			37,80																	
			40												36,5					
			43												31,0					
			46												26,0					
			49												22,0					
			52												19,0					
			55												16,0	13,8	13,5	35,0	89,9	7,4
			12 58												12,0					
			13 01												08,5					
			04												05,5					
	07		02,5																	
	10	1	00,0																	
	11,35																			
	13	0	57,5	14,1	13,9	47,0	90,0	7,5	Ende											

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Zeit der Regi- striruhr		Am- pli- tude	Quecksilb.- Thermo- meter		Metallthermometer			(Zeit der Registrieruhr). Dauer von		Be- merkung								
		h	m		oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	gê- nähert Std.	2000 Schwigg.	einer Schwigg.									
1. Okt.	II. F. u. v.	10	39	2	08,0	12,2	12,4	12,0	89,4	7,2	2012,5106s (m. f. + 0,0029s)	1,0062553s	Anfang							
			40,82																	
			43																	
			46																	
			49																	
			52																	
			55																	
		10	58											1	00,5	12,55	12,55	21,3	89,5	7,3
		11	01											0	54,5					
			04												47,0					
			07												44,5					
			10												40,5					
			13												37,5					
			14,37																	
	16		34,0	12,6	12,55	23,0	89,3	7,3	Ende											
1. Okt.	II. F. u. h.	11	56	2	11,5	12,9	12,9	27,1	89,7	7,4	2012,5048s (m. f. + 0,0028s)	1,0062524s	Anfang							
		11	58,82																	
		12	01											1	46,0					
			04												33,0					
			07												22,0					
			10												14,5					
			13												07,5					
			16											1	00,5	13,0	13,0	30,3	89,5	7,4
			19												55,0					
			22												49,5					
			25												44,5					
			28												40,5					
			31												37,5					
			32,35																	
	34		34,5	13,1	13,1	34,9	89,8	7,4	Ende											

Wenn nun auch, wie oben bemerkt wurde, keine optischen Coincidenzen zwischen dem Reversionspendel und einem der Uhrpendel beobachtet werden konnten, so war es mit Hülfe des eingangs erwähnten, von Herrn Professor von Oppolzer gütigst zur Verfügung gestellten Gruber'schen Apparates doch möglich, wenigstens elektrische Coincidenzen zu beobachten. Die Principien der Construction und Anwendung dieses Apparates sind bereits oben in den „Allgemeinen Bemerkungen“ pag. 165 besprochen worden und es erübrigen sohin nur noch die folgenden, zum Verständniss der nachstehenden Zusammenstellung nöthigen Bemerkungen.

Es wurden in einem Satze zuerst 4 unmittelbar auf einander folgende Coincidenzen beobachtet; während der nächsten 6 Coincidenzen wurde eine Pause gemacht und erst die Zeiten der dann eintretenden 4 wieder unmittelbar auf einander folgenden Coincidenzen, — nämlich der 11. mit 14., vom Anfange des Satzes an gerechnet, — beobachtet und notirt. — Die Thermometer wurden auch hier vor der ersten und nach der letzten der beobachteten Coincidenzen, sowie in der Mitte der ganzen Serie abgelesen; die in der nachstehenden Tabelle vorgetragenen Amplituden oder Maximal-Elongationen des Pendels von der Gleichgewichtslage beziehen sich auf den mittleren Zeitmoment zwischen je zwei unmittelbar auf einander folgenden Coincidenzen. — Die chronographischen Vergleichen der Registriruhr mit den beiden Pendeluhren Mahler und Knoblich wurden wie bei den Registrir-Beobachtungen der Schwingungsdauer unmittelbar vor Beginn und nach Schluss eines Beobachtungssatzes vorgenommen. —

Bestimmung der Schwingungsdauer durch Coincidenz-Beobachtungen.

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registriruhr			Ampli- tude		Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung
			h	m	s	0	'	oben C ^o	unten C ^o	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näher Std.	
11. Sept.	I. F. u. h.	1	16	33	58,0			18,2	18,0	27,0	90,9	8,4	
		2		36	40,0	1	47,0						
		3		39	20,0			32,5					
		4		42	00,0			22,0					
								16,0					
								08,0					
							1	04,0					
							0	59,5	18,05	18,0	26,0	88,0	8,4
								55,0					
								50,5					
								46,5					
		11	17	00	36,0			42,0					
		12		03	16,0			39,5					
		13		05	54,0			38,0					
14		08	36,0			35,0	17,95	17,8	24,0	89,9	8,4		

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registrieruhr			Ampli- tude	Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung		
			h	m	s		o	'	oben C°	unten C°	Theil- ung p		Maass- stab p	ge- nähert Std.
12. Sept.	I. F. u. v.	4	13	39	51,0									
		12. Sept.	I. F. o. v.	1	10	05	06,5							
12. Sept.	I. F. o. v.			1	11	18	29,0							

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registrieruhr			Ampli- tude		Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung	
			h	m	s	o	'	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näht Std.		
12. Sept.	I. F. o. v.													
		11	11	45	31,0	1	03,5 01,0							
		12		48	12,0	0	59,0							
		13		50	55,0		57,5							
13. Sept.	II. F. o. v.	14		53	36,0		55,5							
		14					53,0	19,9	19,55	45,0	88,7	8,6		
		1	14	29	07,0			20,4	20,05	61,1	89,0	8,8		
		2		31	48,5	1	35,0							
		3		34	31,0		31,0							
		4		37	12,0		27,0							
							24,0							
							21,0							
							17,0							
							13,5	20,4	20,0	62,0	89,5	8,8		
							11,0							
							09,5							
							07,0							
		13. Sept.	II. F. o. h.	11	14	56	05,0							
12	14			58	49,0		04,5							
13	15			01	30,0	1	01,5							
14				04	12,0	0	59,5							
							57,5	20,3	20,0	61,0	87,0	8,8		
1	8			27	45,0			17,3	17,35	05,2	88,1	8,2		
2				30	28,5	1	33,0							
3				33	11,0		29,5							
4				35	52,5		26,0							
							21,5							
							18,0							
							15,0							
							12,0	17,65	17,65	10,9	88,0	8,2		
							03,5							
					07,5									
					04,0									
		11	8	54	46,0									
		12	8	57	27,5									
						1	00,0							

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registriruhr			Ampli- tude		Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung		
			h	m	s	o	,	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näher Std.			
13. Sept.	II. F. o. h.	13	9	00	11,0										
		14		02	54,5	0	58,0								
								18,05	18,0	18,0	89,5	8,3			
13. Sept.	II. F. u. h.	1	10	57	43,0			19,85	19,55	42,2	87,0	8,5			
		2	11	00	22,0	1	29,0								
		3		03	01,0		20,0								
		4		05	40,0		12,5								
								06,0							
								00,5							
								56,0							
								52,0		20,1	19,8	51,4	89,2	8,6	
						48,0									
						44,5									
						40,5									
		11	11	24	17,0										
		12		26	58,0										
		13		29	38,0										
		14		32	19,0										
								20,5	20,05	56,5	89,5	8,7			
14. Sept.	II. F. u. v.	1	14	13	24,2			21,5	21,05	78,4	87,9	8,9			
		2		16	04,8	1	40,5								
		3		18	42,0		30,0								
		4		21	22,0		22,0								
								14,5							
								09,0							
								02,0							
						57,0		21,6	21,05	79,0	89,0	8,9			
						52,0									
						49,0									
						46,0									
		11	14	39	58,0										
		12		42	37,0										
		13		45	15,0										
		14		47	58,0										
								21,55	21,0	78,5	87,0	8,9			

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registrieruhr			Ampli- tude 0	Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung		
			h	m	s		oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näbert Std.			
19. Sept.	III. F. o. h.	4	16	23	45,0	16,0	15,15	15,0	80,0	90,0	7,9			
						12,5								
							10,0							
							08,0							
							05,5							
							02,5							
							00,0							
				11	16	42	46,0	1						
				12		45	30,0	0	58,0					
				13		48	13,0		56,0					
				14		50	57,0		53,0					
						51,5	15,05	15,0	78,9	89,9	7,9			
23. Sept.	III. F. u. v.	1	14	44	28,0		14,95	14,75	60,0	88,1	7,7			
						1							33,0	
				2		47	07,0							
				3		49	46,0							
				4		52	24,0							
								09,0						
								02,0						
								57,0						
								52,0	15,0	14,75	65,0		88,0	7,8
								48,5						
								45,5						
						42,0								
		11	15	11	02,5									
										39,0				
		12		13	42,0									
										36,0				
		13		16	22,0									
										33,0				
		14		19	01,0									
										30,0	15,0	14,8	66,1	86,3
23. Sept.	III. F. u. h.	1	15	41	25,5		15,0	14,8	67,8	87,5	7,8			
						1							37,5	
				2		44	04,5							
				3		46	45,0							
				4		49	25,0							
								13,0						
								06,5						
						00,5								
						56,0	15,0	14,7	67,0	87,6	7,8			
						51,0								

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registrieruhr			Ampli- tude		Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung	
			h	m	s	0	'	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- nähert Std.		
26. Sept.	IV. F. o. v.	13	15	58	26,0									
		14	16	01	10,5	56,0								
27. Sept.	IV. F. u. h.	1	14	39	00,5			12,4	12,35	27,0	90,1	7,4		
		2		41	40,5	1	37,5							
		3		44	19,5		27,0							
		4		46	59,5		18,0							
							11,0							
							05,0							
							58,5							
							52,0		12,3	12,2	18,0	90,2	7,3	
							47,0							
							43,5							
							41,5							
		11	15	05	42,0									
		12		08	24,5									
		13		11	03,0									
		14		13	45,0									
							30,0	12,45	12,25	19,9	89,1	7,3		
27. Sept.	IV. F. u. v.	1	15	35	39,0			12,4	12,2	20,5	89,0	7,3		
		2		38	18,5	1	41,5							
		3		40	59,0		30,5							
		4		43	39,5		21,0							
							13,0							
							07,5							
							01,5							
							56,0		12,25	12,1	21,0	89,9	7,3	
							51,5							
							48,0							
							44,0							
				11	16	02	27,0							
				12		05	07,0							
				13		07	48,0							
		14		10	32,0									
							32,5	12,0	11,9	22,0	89,0	7,3		

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registriruhr			Ampli- tude		Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung		
			h	m	s	o	'	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näher- t. Std.			
27. Sept.	IV. F. o. h.	1	16	31	09,5			12,0	11,9	18,4	89,1	7,3			
		2		33	54,5	1	38,5								
		3		36	37,5		34,0								
		4		39	20,5		30,5								
								27,5							
								23,5							
								20,0							
								17,0	11,85	11,7	16,6	90,2	7,3		
								13,0							
								11,0							
								09,0							
				11	16	58	28,5								
				12	17	01	12,5								
				13		03	56,3								
		14		06	41,5	1	00,0								
						0	58,5	11,6	11,35	13,8	88,8	7,2			
28. Sept.	IV. F. u. v.	1	14	28	56,5			13,05	13,05	30,0	90,1	7,4			
		2		31	36,0	1	46,0								
		3		34	16,0		34,0								
		4		36	56,0		25,5								
								16,0							
								08,0							
								02,0							
								0	57,5	13,1	13,0	33,0	90,0	7,4	
								52,0							
								48,0							
								43,0							
				11	14	55	40,0								
				12		58	21,0								
				13	15	01	03,0								
		14		03	44,0										
							31,0	13,25	13,0	34,1	89,0	7,4			
28. Sept.	IV. F. u. h.	1	15	26	13,5			13,25	13,05	35,1	89,2	7,5			
		2		28	55,0	1	46,0								
		3		31	36,5		32,5								
							22,0								

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registriruhr			Ampli- tude		Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung														
			h	m	s	o	'	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näher- t Std.															
28. Sept.	IV. F. u. h.	4	15	34	15,0	0		13,3	13,05	36,0	89,6	7,5															
														13,0													
														07,5													
														01,5													
														56,0													
														51,0													
														47,5													
														43,5													
														11	15	53	01,0	40,0									
														12		55	43,0	37,5									
														13		58	22,5	33,5									
														14	16	01	04,5	31,0	13,2	13,0	36,8	88,8	7,5				
														28. Sept.	IV. F. o. h.	1	16	21	42,0	1	40,0	13,1	13,0	37,0	89,0	7,5	
23,0																											
19,5																											
17,0																											
13,5																											
10,5																											
08,0																											
11	16	48	58,0	04,5																							
12		51	41,0	02,0																							
13		54	25,0	05,5																							
14		57	10,0	57,5	13,05	12,95	34,8	89,6	7,4																		
29. Sept.	IV. F. o. v.	1	15	06	46,5	1	37,0	14,1	13,95	43,0	88,1	7,6															
														27,0													
														22,5													
														19,5													
														16,5													
														13,0													
														10,5													
2		09	28,5	31,0	14,2	13,9	46,0	88,0	7,6																		
3		12	12,5	27,0																							
4		14	55,0	22,5																							

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registriruhr			Ampli- tude		Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung						
			h	m	s	0	,	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p	ge- näher Std.							
29. Sept.	IV. F. o. v.	11	15	33	59,5			08,0 06,0											
					36	45,0			03,5										
					39	26,5	1	00,5											
					42	12,0	0	58,5											
30. Sept.	I. F. o. h.	1	16	32	10,0			56,0	14,2	13,9	46,0	88,0	7,6						
				34	53,0	1	41,0	14,8	14,4	57,1	89,6	7,7							
				37	36,0		37,0												
				40	19,0		31,5												
							27,5 23,5 20,5 17,5 14,0 11,0 08,5			14,65	14,2	58,0	89,8	7,7					
				11	16	59	20,5												
				12	17	02	04,0												
						04	47,0												
						07	31,5	1	00,5										
								0	58,5	14,5	14,1	56,5	88,5	7,7					
				1. Okt.	I. F. o. v.	1	14	12	06,5			13,0	12,9	20,0	89,6	7,3			
									14	50,0	1	32,0							
									17	34,0		28,0							
									20	16,5		23,5							
											20,0 17,5 14,0 11,5 08,0 05,5 03,0			13,3	13,1	27,2	89,7	7,3	
								11	14	39	23,5								
								1	00,5										
12		42	07,5																
								0	58,0										

1877 Datum (astr. Zeit)	Combi- nation und Lage	Nr. der Coincidenz	Zeit der Registriruhr			Ampli- tude	Quecksilber- Thermometer		Metallthermometer			Be- merkung	
			h	m	s		0	oben C°	unten C°	Theil- ung p	Maass- stab p		ge- näher- t Std.
1. Okt.	I. F. o. v.	13	14	44	52,0								
		14		47	35,0	56,0							
						54,0	13,6	13,35	32,9	89,0	7,4		
2. Okt.	II. F. o. v.	1	14	19	05,8		14,0	14,0	46,5	89,2	7,5		
		2		21	49,5	1 38,5							
		3		24	32,0	32,5							
		4		27	15,8	29,0							
							26,0						
							22,0						
							19,0						
							15,0	14,0	13,85	46,8	89,5	7,5	
							12,5						
							09,0						
							06,0						
				11	14	46	18,0	03,0					
				12		49	03,5	1 01,0					
				13		51	46,0	0 59,0					
		14		54	31,5	58,0	14,05	13,95	48,4	89,4	7,6		
2. Okt.	II. F. o. h.	1	15	42	47,0		14,3	14,05	51,9	90,2	7,6		
		2		45	30,0	1 37,0							
		3		48	13,0	32,0							
		4		50	56,0	28,0							
							24,0						
							21,0						
							18,0						
							15,0	14,2	14,0	53,8	90,6	7,6	
							12,0						
							09,0						
							07,0						
				11	16	09	58,0	04,5					
				12		12	40,5	1 02,0					
				13		15	24,5	0 59,5					
		14		18	08,5	57,5	14,25	14,05	53,0	88,9	7,6		

III. Die Berechnung der Beobachtungen.

1) Berechnung der Schneiden-Abstände.

Nehmen wir vor der Hand die Länge des Maassstabes zu M an und bezeichnen die Höhe seines Nullpunktes über einem beliebigen Niveau mit H , so hat man, — wenn m und m' die Ablesungen für den unteren (Null-) und den oberen (1^m)-Strich des Maassstabes, s und s' aber die zugehörigen Ablesungen für die untere und obere Pendelschneide bedeuten, — der Einrichtung des Micrometerwerkes entsprechend:

Höhe des Nullpunktes des unteren Microscopes = $H + m$
 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ = $H + M + m'$
 Höhe der unteren Pendelschneide = $H + m - s$
 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ = $H + M + m' - s'$
 sohin Abstand der Schneiden des Reversionspendels:

$$(H + M + m' - s') - (H + m - s) = M + (m' - m) - (s' - s).$$

Man hat hiernach z. B. für die Beobachtung mit heller Schneide vom 5. September um 19^h 54^m die Mittelwerthe:

$m' = 00,90^p$, $m = 94,73^p$ d. i. $m = -5,27^p$; $s' = 16,48^p$, $s = 83,55^p$
 d. i. $s = -16,45^p$, sohin Abstand der Pendelschneiden = $M - 26,76^p$.

Setzt man nun $M = 1^m + \mu$, wobei μ eine aus der Vergleichung des Pendelmaassstabes mit dem Normalmaassstab und der Berücksichtigung der Temperatur hervorgehende Correction bezeichnet und berücksichtigt, dass nach pag. 177 $1^p = 0,0010^{mm}$ ist, so ergibt sich im vorliegenden Falle der Schneidenabstand zu:

$$(1^m - 0,0000267.6^m) + \mu = 0,9999732^m + \mu.$$

Nach Mittheilung des Herrn Professors von Oppolzer ergab die Vergleichung des Pendelmaassstabes mit dem Berliner Normalmaassstab folgendes Resultat:

$$M = 1^m - 0,0001279^m + 0,000017346^m. t,$$

wobei t die in Celsius'schen Graden ausgedrückte Temperatur des Maassstabes ist; man hat folglich für die Grösse μ :

$$\mu = -0,0001279^m + 0,000017346^m t.$$

Die nachfolgende Zusammenstellung enthält die nach den Beobachtungen mit heller und dunkler Schneide ausgeschiedenen Mittelwerthe der in den verschiedenen Beobachtungssätzen gemessenen Schneiden-Abstände, wobei jedoch die Grösse μ noch unberücksichtigt geblieben ist.

Zusammenstellung der Resultate der Messungen der Schneiden-Abstände.

Mittlere Beobachtungs-Zeit (astr. Zeitrechnung) 1877			Combination und Lage	Schneidenabstand bei		Mittel	Differenz: Mittel-Abstand bei heller Schneide (Einh. d. 7. Dez.)	Mittel der Temperat. nach Angabe der Quecksilber-Thermom.	
Tag	h	m		heller Schneide	dunkler Schneide				
				mm	mm	mm		0	
5. Sept.	19	54	I. F. u. v.	999,9732	999,9981	999,9857	+ 125	13,90	
	22	15	I. F. o. v.	9763	9938	9850	+ 87	17,15	
7. "	2	32	I. F. o. v.	9718	9899	9809	+ 91	19,84	
	3	50	I. F. u. v.	9732	9796	9764	+ 32	19,80	
8. "	5	09	I. F. u. h.	9750	9787	9769	+ 19	19,32	
	3	05	I. F. u. h.	9764	9840	9802	+ 38	16,85	
	22	30	I. F. o. h.	9893	9958	9925	+ 32	15,77	
	23	00	I. F. o. h.	9892	9929	9910	+ 18	16,07	
9. "	0	30	I. F. o. h.	9799	9939	9869	+ 70	16,69	
10. "	3	15	I. F. o. h.	9803	9889	9846	+ 43	15,38	
	23	20	I. F. o. v.	9829	9933	9881	+ 52	15,62	
11. "	23	50	I. F. o. v.	9886	9935	9910	+ 24	16,40	
	1	11	I. F. u. v.	9914	9929	9922	+ 8	17,53	
	1	35	I. F. u. v.	9798	9895	9847	+ 49	17,78	
	2	17	I. F. u. h.	9878	9860	9869	- 9	18,10	
	3	00	I. F. u. h.	9804	9889	9847	+ 43	18,19	
14. "	20	17	II. F. u. v.	9732	9945	9839	+ 107	17,42	
	20	47	II. F. u. v.	9790	9910	9850	+ 60	17,88	
	21	38	II. F. u. h.	9878	9949	9914	+ 36	17,74	
	22	11	II. F. u. h.	9860	9918	9889	+ 29	19,43	
	22	56	II. F. o. h.	9918	9914	9916	- 2	20,04	
	23	19	II. F. o. h.	9906	9910	9908	+ 2	20,53	
	23	56	II. F. o. v.	9870	9920	9895	+ 25	20,93	
15. "	0	21	II. F. o. v.	9868	9908	9888	+ 20	21,23	
17. "	22	48	II. F. o. v.	9909	9878	9893	- 16	13,64	
	23	13	II. F. o. v.	9868	9865	9867	- 1	13,80	
	23	40	II. F. o. h.	9896	9862	9879	- 17	14,42	
18. "	0	20	II. F. o. h.	9868	9851	9859	- 9	14,74	
	2	43	II. F. u. v.	9786	9813	9800	+ 14	15,12	
	3	07	II. F. u. v.	9792	9813	9802	+ 10	15,17	
	3	33	II. F. u. h.	9846	9769	9808	- 38	15,05	
	3	59	II. F. u. h.	9818	9748	9783	- 35	14,78	
18. "	20	47	III. F. u. h.	9941	9890	9915	- 26	11,49	
	21	08	III. F. u. h.	9903	9838	9870	- 33	11,94	
	21	31	III. F. u. v.	9913	9904	9909	- 4	12,57	
	22	00	III. F. u. v.	9851	9870	9860	+ 9	13,05	
	22	31	III. F. o. h.	9892	9850	9871	- 21	13,62	
	22	51	III. F. o. h.	9851	9846	9849	- 2	13,92	
	23	23	III. F. o. v.	9902	9841	9872	- 30	14,50	
	23	42	III. F. o. v.	9871	9846	9859	- 12	14,72	
	20. "	21	30	III. F. o. h.	9845	9889	9867	- 22	12,52
	22	56	III. F. o. h.	9766	9833	9800	+ 34	14,14	
22. "	21	22	III. F. o. v.	9843	9845	9844	+ 1	11,50	
	21	43	III. F. o. v.	9835	9865	9850	+ 15	12,03	
	22	08	III. F. u. h.	9949	9911	9930	- 19	12,53	
	22	37	III. F. u. h.	9833	9846	9840	+ 7	12,97	

Mittlere Beobachtungs-Zeit (astr. Zeitrechnung) 1877			Combination und Lage	Schneidenabstand bei		Mittel	Differenz: Mittel-Abstand bei heller Schneide (Einh. d. 7. Dez.)	Mittel der Temperatur nach Angabe der Quecksilber-Thermom.
Tag	h	m		heller Schneide	dunkler Schneide			
				mm	mm	mm		0
22. Sept.	22	59	III. F. u. h.	999,9845	999,9825	999,9835	— 10	13,20
	23	39	III. F. u. v.	9764	9834	9799	+ 35	13,49
23. "	0	07	III. F. u. v.	9779	9885	9832	+ 53	13,88
26. "	21	10	IV. F. o. h.	9752	9842	9797	+ 45	8,64
	21	30	IV. F. o. h.	9829	9888	9859	+ 30	8,90
	22	08	IV. F. o. v.	9810	9895	9852	+ 42	9,43
	22	28	IV. F. o. v.	9833	9914	9874	+ 41	10,03
27. "	0	00	IV. F. u. h.	9796	9864	9830	+ 34	11,25
	0	24	IV. F. u. h.	9784	9893	9838	+ 54	11,68
	21	01	IV. F. o. h.	9858	9918	9888	+ 30	8,99
	21	20	IV. F. o. h.	9897	9913	9905	+ 8	9,52
	22	31	IV. F. u. v.	9824	9919	9871	+ 47	10,84
	22	54	IV. F. u. v.	9809	9937	9873	+ 64	11,37
	23	17	IV. F. u. v.	9794	9906	9850	+ 56	11,69
	23	44	IV. F. u. v.	9808	9908	9858	+ 50	11,90
28. "	21	47	IV. F. o. v.	9808	9903	9856	+ 48	9,99
	22	05	IV. F. o. v.	9779	9938	9858	+ 79	10,40
	22	41	IV. F. u. h.	9876	9930	9903	+ 27	11,18
	23	02	IV. F. u. h.	9788	9917	9853	+ 65	11,69

Bei Berechnung der Längenmessungen ist nun noch Folgendes zu berücksichtigen: Die Vergleichung des Pendelmaassstabes mit dem Normalmaassstabe erfolgte in horizontaler Lage beider Stäbe; im Pendelapparate dagegen steht der Maassstab vertical und erleidet in Folge dessen eine Zusammendrückung durch sein eigenes Gewicht, wodurch die gemessenen Schneidenabstände etwas zu gross ausfallen und eine negative Correction erheischen. Diese ihrem Betrage nach sehr kleine Correction wurde für das dem K. Preussischen Geodätischen Institute gehörige Meter-Pendel durch Professor Bruhns bestimmt, (vergl. Astronom.-Geodätische Arbeiten im Jahre 1870 pag. 137 und 138) und kann bei den vollkommen übereinstimmenden Dimensionen des deutschen und des österreichischen Pendels für beide als nahe gleich angenommen werden. Da bei den Beobachtungen zu Bogenhausen der Maassstab beständig dieselbe Lage, — in welcher sich die Metallthermometerscaale unten befindet, — hatte, so wird die oben eingeführte Grösse μ die Correction — $0,0000003^m$ erhalten müssen. — Ebenso wird auch das Pendel in den beiden Aufhängungsarten „Schwer-

punkt unten“ (Firma oben) und „Schwerpunkt oben“ (Firma unten) nicht genau gleiche Schneidenabstände besitzen, vielmehr bei dem ersten Aufhängungsmodus eine grössere Entfernung der Schneiden aufweisen als bei dem zweiten; der Unterschied: Abstand in Lage „Firma oben“ weniger Abstand in Lage „Firma unten“ werde mit Δ bezeichnet. — Haben Pendel und Maassstab einerlei Ausdehnungs-Coefficienten, — ist also ihre relative Ausdehnung Null, — so müssen die in vorstehender Zusammenstellung enthaltenen, einer und derselben Combination und Schwerpunktlage entsprechenden Schneidenabstände, — abgesehen von den zufälligen Beobachtungsfehlern, — unveränderliche Werthe aufweisen. Bezeichnet nun γ den möglicher Weise von Null abweichenden, relativen Ausdehnungs-Coefficienten und bedeuten x_1, x_2, x_3 und x_4 die beziehungsweise in den Combinationen I, II, III und IV stattfindenden, auf die Lage „Firma unten“ und die Temperatur von 15^0 bezogenen Schneidenabstände, sowie $l_1, l_2, \dots, l_i, \dots$ die bei den Temperaturen $15^0 + \tau_1, 15^0 + \tau_2, \dots, 15^0 + \tau_i, \dots$ erhaltenen Messungsergebnisse, so ergibt sich zur Ermittlung der Unbekannten $x_1, x_2, x_3, x_4, \gamma$ und Δ ein System von 64 Gleichungen von der Form:

$$x_i + \tau_i \gamma - l_i = 0 \text{ oder:}$$

$$x_i + \Delta + \tau_i \gamma - l_i = 0,$$

je nachdem die Messung l_i der Lage „Firma unten“ oder „Firma oben“ entspricht. Behandelt man diese Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate, so folgen aus obiger Zusammenstellung die nachstehenden 6 Normalgleichungen, in welchen, von dem Näherungswerthe $0,9999860^m$ ausgehend, $x_1 = 0,9999860^m + \xi_1, x_2 = 0,9999860^m + \xi_2, x_3 = 0,9999860^m + \xi_3, x_4 = 0,9999860^m + \xi_4$ gesetzt und $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \Delta$ und γ in Einheiten der 7. Dezimale ausgedrückt angenommen werden.

$$16 \xi_1 + 8 \Delta + 34,5 \gamma + 83 = 0 \text{ (I)}$$

$$16 \xi_2 + 8 \Delta + 31,7 \gamma - 30 = 0 \text{ (II)}$$

$$16 \xi_3 + 8 \Delta - 31,7 \gamma - 26 = 0 \text{ (III)}$$

$$16 \xi_4 + 8 \Delta - 72,5 \gamma - 5 = 0 \text{ (IV)}$$

$$8 \xi_1 + 8 \xi_2 + 8 \xi_3 + 8 \xi_4 + 32 \Delta - 25,3 \gamma - 286 = 0 \text{ (V)}$$

$$34,5 \xi_1 + 31,7 \xi_2 - 31,7 \xi_3 - 72,5 \xi_4 - 25,3 \Delta + 714,84 \gamma + 321,2 = 0 \text{ (VI)}$$

Die Auflösung dieser Normalgleichungen führt zu folgenden Werthen der Unbekannten, welche gleichfalls in Einheiten der 7. Dezimale des mètre angegeben werden:

$$\begin{aligned}
 \xi_1 &= -14,3 & (\text{mittlerer Fehler} = \pm 12,8) & \text{daher } x_1 = 0,9999846^m \\
 \xi_2 &= -7,3 & (\quad \quad \quad = \pm 12,4) & \quad \quad \quad x_2 = 0,9999853 \\
 \xi_3 &= -7,7 & (\quad \quad \quad = \pm 12,0) & \quad \quad \quad x_3 = 0,9999852 \\
 \xi_4 &= -9,2 & (\quad \quad \quad = \pm 16,3) & \quad \quad \quad x_4 = 0,9999851 \\
 \Delta &= +18,5 & (\quad \quad \quad = \pm 9,7) & \text{oder } \Delta = 0,0000018.5 \\
 \gamma &= -0,057 & (\quad \quad \quad = \pm 2,9) & \quad \quad \quad \gamma = 0.
 \end{aligned}$$

Der mittlere Fehler einer der in der Zusammenstellung angegebenen Längenmessungen (Mittel zwischen den bei hellen und dunklen Schneiden erhaltenen Resultaten) ergab sich zu 38,8. —

Aus diesen Zahlen ergeben sich nun nachstehende Folgerungen:

1) Die Differenzen zwischen den in den verschiedenen Combinationen stattfindenden Schneidenabständen erscheinen in ihrem Maximalbetrage, 0,0000007, kleiner als die den Werthen x_1 , x_2 , x_3 und x_4 zugehörigen wahrscheinlichen Fehler und es wird deshalb ohne reale Einbusse an Genauigkeit gestattet sein, die Schneidenabstände bei „Schwerpunkt oben“ in den verschiedenen Combinationen als unter sich gleich, zu 0,9999850.5^m anzunehmen.

2) In allen Combinationen tritt bei Lage „Firma oben“ im Vergleiche mit der Lage „Firma unten“ eine Vergrößerung des Schneidenabstandes um 0,0000018.5^m ein.

3) Die relative Ausdehnung des Maassstabes und des Pendels ist für eine Temperaturdifferenz von 12,6⁰ C. als absolut verschwindend zu betrachten; die absolute Grösse des Schneidenabstandes ist sonach bei „Firma unten“ 0,9999850.5^m — 0,0001279^m + 0,000017346^m t = 0,9998571.5^m + 0,00001735^m t und bei „Firma oben“ 0,9999869^m — 0,0001279^m + 0,000017346^m t = 0,9998590^m + 0,00001735^m t.

Würde man der Ausgleichung der Längenmessungen gleich von vornherein die Annahme $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_0$ zu Grunde gelegt haben, so hätte man die Resultate

$$\begin{aligned}
 \xi_0 &= -9,7, \quad x_0 = 0,9999850.3 \\
 \Delta &= +18,4 \quad \text{oder } \Delta = +0,0000018.4 \quad \text{und} \\
 \gamma &= -0,315 \quad \text{oder } \gamma = -0,0000000.3,
 \end{aligned}$$

sohin mit den obigen nahezu identische Werthe erhalten.

Legt man sich endlich die Frage vor, in wie weit die in der Zusammenstellung der gemessenen Schneidenabstände zu Tage tretenden

Differenzen von bloß zufälligen Fehlern der microscopischen Einstellungen abhängen, so ergibt sich für die mittleren Fehler in Einheiten der 7. Dezimale:

bei einer einzelnen Einstellung auf die obere helle	Schneide	± 17
„ „ „ „ „ „ obere dunkle	„	± 15
„ „ „ „ „ „ untere helle	„	± 15
„ „ „ „ „ „ untere dunkle	„	± 15
„ „ „ „ „ „ oberen Theilstriche des	Maassstabes	± 11
„ „ „ „ „ „ unteren Theilstriche des	Maassstabes	± 9

Da jede der in der obigen Zusammenstellung vorgetragenen Messungen der Schneidenabstände auf je 6 Einstellungen jeder Schneide und auf je 3 Einstellungen der oberen und unteren Theilstriche beruht, so würde sich hieraus für das arithmetische Mittel je zweier bei heller und dunkler Schneide erhaltenen Messungen der Werth des mittleren Fehlers zu ± 8.6 ergeben. Thatsächlich hat sich jedoch diese Grösse in der oben durchgeführten Ausgleichung zu ± 38.8 herausgestellt, so dass man zu dem Schlusse gelangt, dass noch andere als die rein zufälligen Einstellungsfehler bei den Messungen der Schneidenabstände in's Spiel treten. Entschieden die überwiegendste dieser Fehlerquellen dürfte in den Temperaturdifferenzen zwischen dem Pendel und dem Maassstabe zu suchen sein, worüber unter Anderem auch die nachfolgenden Rechnungsergebnisse weitere Andeutungen enthalten. —

2) Berechnung der Constanten des Metallthermometers.

Bezeichnet x denjenigen Stand des Metallthermometers, welcher einer bestimmten, als Ausgangspunkt angenommenen Temperatur T entspricht, y dagegen die einer Temperaturerhöhung von 1°C. entsprechende Aenderung in der Angabe des Metallthermometers, so ergibt sich der Stand dieses Thermometers bei der Temperatur t zu: $x + (t - T)y = m$. Durch die zahlreichen gleichzeitigen Ablesungen der beiden am Maassstabe befestigten Quecksilberthermometer und des Metallthermometers ist eine Reihe von zusammengehörigen Werthen von t und m bekannt, wodurch es möglich wird, x und y unter Anwendung der Methode der kleinsten

Quadrate zu bestimmen. Für t wurde das Mittel der verbesserten Angaben der Quecksilberthermometer „oben“ und „unten“ angenommen, während sich die Grösse m unter jedesmaliger Berücksichtigung der „genäherten Stände“ als die Differenz: „Lesung an der Theilung des Metallthermometers“ weniger „Lesung am Nullstrich des Maassstabes“ ergibt. — Jede Messung des Schneidenabstandes bei heller oder dunkler Schneide liefert eine Bedingungsgleichung, deren auf diese Weise 128 vorliegen; ebenso gibt jeder Satz von Schwingungsbeobachtungen drei Gleichungen, so dass durch die 55 Sätze noch weitere 165 Bedingungsgleichungen gewonnen werden. Man hat also zur Ermittlung von x und y im Ganzen 293 Fehler-Gleichungen:

$$\begin{array}{r} x + (t_1 - T) y - m_1 = v_1 \\ x + (t_2 - T) y - m_2 = v_2 \\ x + (t_3 - T) y - m_3 = v_3 \\ \vdots \\ x + (t_i - T) y - m_i = v_i \\ \vdots \end{array}$$

Aus diesen ergeben sich die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} 293 x + [t_i - T] y - [m_i] &= 0 \text{ und} \\ [t_i - T] x + [(t_i - T)^2] y - [m_i (t_i - T)] &= 0. \end{aligned}$$

Wählt man T so, dass $[t_i - T] = 0$ also $T = \frac{[t_i]}{293}$ wird, so nehmen diese Gleichungen die einfache Form:

$$x = \frac{[m_i]}{293} \text{ und } y = \frac{[m_i (t_i - T)]}{[(t_i - T)^2]} \text{ an.}$$

Die Ausführung der treffenden Zahlenrechnungen gibt:

$$T = + 14,88^0; \quad x = 7,7884^p \quad y = 0,17834^p.$$

Der mittlere Fehler der einzelnen Gleichung stellt sich zu $\pm 0,047^p = \pm 0,0047^{\text{mm}}$ heraus, wonach für obige Bestimmung der Unbekannten x und y bzw. die mittleren Fehler $\pm 0,0028^p$ und $\pm 0,0008^p$ resultiren. — Sucht man mit den für x und y erhaltenen Zahlen den Stand x_0 des Metallthermometers, welcher der Temperatur von 0^0 entspricht, so ergibt sich dieser Werth zu $x_0 = 5,135^p$.

Die Ablesungen der beiden Beobachtungsserien sind jedoch unter verschiedenen Umständen ausgeführt worden; bei den Messungen der

Schneidenabstände befindet sich der Beobachter längere Zeit hindurch in unmittelbarer Nähe des Pendelapparates und wenn auch der am Stative angebrachte Tuschschirm den Einfluss der Körperwärme des Beobachters einigermassen vermindert, so kann doch nicht behauptet werden, dass derselbe durch diese Vorrichtung gänzlich beseitigt werde. Um dieser Frage näher zu treten, habe ich die beiden Unbekannten, — Nullpunkt und Thermometer-Coefficient, — wiederholt berechnet, indem ich die Ausgleichung für jede Gruppe gesondert durchführte. Die 128 bei den Messungen der Schneidenabstände erhaltenen Metallthermometerlesungen ergaben:

$$T = 14,45^0; x = 7,696^p; y = 0,18003^p; x_0 = 5,095^p.$$

Die zugehörigen mittleren Fehler sind: für die einzelne Beobachtung $\pm 0,042^p$, für $x \pm 0,0038^p$ und für $y \pm 0,0011^p$. —

Die 165 gelegentlich der Schwingungsbeobachtungen gemachten Ablesungen ergaben dagegen:

$T = 15,21^0; x = 7,860^p; y = 0,17551^p; x_0 = 5,187^p$ mit den mittleren Fehlern: $\pm 0,046^p$ für die einzelne Beobachtung, $\pm 0,0036^p$ für x und $\pm 0,0011^p$ für y .

Für den der Temperatur $14,88^0$ entsprechenden Stand ergibt also die 1. Serie den Werth $7,773^p$, die zweite Serie aber $7,798^p$. Die Resultate der beiden Gruppen weichen also unter sich weit mehr ab, als dieses bei den angegebenen mittleren Fehlern nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwarten war. Es ist dieses ein Fingerzeig, dass die Abweichungen nicht in zufälligen Beobachtungsfehlern sondern nur in constant wirkenden Ursachen, welche die eine oder die andere der beiden Beobachtungsserien oder beide zugleich in verschiedenem Sinne beeinflusst haben, ihre Erklärung finden können. — Endlich wäre noch ein weiterer Umstand geltend zu machen: Die vorstehende Ausgleichung setzt voraus, dass nur die Ablesungen am Metallthermometer mit Beobachtungsfehlern behaftet, die Quecksilberthermometerlesungen dagegen absolut richtig seien; dieses ist nun nicht der Fall und wenn man die Rechnung nochmals unter der entgegengesetzten Annahme durchführt, so ergeben sich etwas verschiedene Werthe für y . Es ist nicht schwer zu zeigen, dass beide Lösungen gleiche Resultate geben müssen, wenn man die Grössen 2. Ordnung, — wie dieses gewöhnlich geschieht, — vernachlässigt.

Um eine bessere Uebersicht der Beobachtungsdaten zu erhalten, habe ich ferner die einzelnen Beobachtungen nach den Lesungen der Quecksilberthermometer geordnet und die den Intervallen von $8,5^{\circ}$ bis $9,5^{\circ}$, $9,5^{\circ}$ bis $10,5^{\circ}$ etc. angehörigen, unmittelbaren Beobachtungsergebnisse zu 13 Mittelwerthen vereinigt, welche in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt sind; es handelt sich in jedem Falle darum, eine Gerade zu construiren, welcher sich die gegebenen 13 Punkte so nahe als möglich anschliessen. Bestimmt man die Constanten dieser geraden Linie so, dass die Summe der in die zugehörigen Gewichte multiplicirten Quadrate der Ordinatenfehler ein Minimum werde, so ergeben sich die am Ende der Tabelle beigetzten Resultate.

Mittelwerthe der Angaben der Metall- und Quecksilber-Thermometer.

Bei Messung der Schneidenabstände			Bei den Schwingungsbeobachtungen			In der Gesamtheit der Beobachtungen		
Zahl der Beobacht.	Metall-Thermom.	Quecks.-Thermom.	Zahl der Beobacht.	Metall-Thermom.	Quecks.-Thermom.	Zahl der Beobacht.	Metall-Thermom.	Quecks.-Thermom.
	P	0		P	0		P	0
8	6,713	8,94	2	6,732	8,80	10	6,717	8,91
7	6,865	9,96	4	6,908	9,91	11	6,881	9,94
9	7,067	11,03	10	7,148	11,07	19	7,110	11,04
18	7,201	11,84	23	7,316	12,05	41	7,265	11,955
12	7,457	13,12	24	7,428	12,84	36	7,438	12,94
13	7,621	13,93	28	7,632	13,92	41	7,629	13,93
18	7,833	14,96	11	7,844	14,94	29	7,836	14,95
6	7,972	15,97	5	7,955	15,85	11	7,964	15,91
9	8,155	16,95	6	8,192	17,18	15	8,169	17,04
11	8,315	17,97	13	8,342	18,04	24	8,330	18,01
4	8,573	19,22	7	8,493	19,03	11	8,522	19,10
8	8,657	19,94	20	8,705	19,95	28	8,695	19,95
5	8,838	21,00	12	8,907	21,07	17	8,886	21,05
Bei $14,45^{\circ}$ $x = 7,696P$ $y = 0,1763P$			Bei $15,21^{\circ}$ $x = 7,860P$ $y = 0,1744P$			Bei $14,88^{\circ}$ $x = 7,788P$ $y = 0,1751P$		

Die bei den verschiedenen Berechnungsarten hervortretenden Differenzen gaben mir Veranlassung, mich brieflich an Herrn Professor von Oppolzer zu wenden und ihn um Mittheilung der bei den zahlreichen österreichischen Pendelbestimmungen gewonnenen Resultate über die Bestimmung der Constanten des Metallthermometers zu bitten. Herr Professor

von Oppolzer eröffnete mir hierauf, dass der dem Nullpunkte der Temperatur entsprechende Metallthermometerstand sehr starke Variationen aufweise und dass er sich entschlossen habe, den Temperatur-Coefficienten ausschliesslich nach den bei Gelegenheit der Maassstabvergleiche ausgeführten Ablesungen sowie nach den Ergebnissen einer in Wien eigens für den in Rede stehenden Zweck unternommenen Beobachtungsserie in seine Rechnungen einzuführen. — Die von Herrn Professor Förster bei der Vergleichung mit dem Berliner Normalmaassstab erhaltenen Resultate waren die folgenden:

März 1874: $y = 0,1703^p$ Gewicht (nach Herrn von Oppolzer's Annahme) = 6

Nov. 1874: $y = 0,1733^p$ „ „ „ „ „ = 7

1876: $y = 0,1753^p$ „ „ „ „ „ = 3

Die 1877 in Wien bei einer Temperaturdifferenz von 23^0 ausgeführten Versuche ergaben: $y = 0,1716^p$, welchem Werthe das Gewicht 23 beigelegt wurde. Als definitiver Werth wurde von Professor von Oppolzer das Mittel $y = 0,1720^p$ (mittlerer Fehler = $\pm 0,0007^p$) angenommen. —

Der Vergleich dieses Werthes mit den aus meinen Bogenhausener Beobachtungen gefolgerten Zahlen ergibt eine so ziemlich befriedigende Uebereinstimmung mit den 165 anlässlich der Schwingungsbeobachtungen ausgeführten Beobachtungen, während die 128 gelegentlich der Messung der Schneidenabstände erhaltenen Ablesungen beträchtliche Differenzen in den Werthen von y zur Folge haben. Der Umstand, dass bei den Schwingungsbeobachtungen der Einfluss der Körperwärme des Beobachters nicht die nöthige Zeit findet, um sich geltend zu machen, führt dazu, den aus diesen Beobachtungen abgeleiteten y -Werthen den Vorzug zu geben und den ferneren Rechnungen die Werthe:

Stand des Metallthermometers bei $+ 15,21^0$ C.: $x = 7,860^p$ und

Aenderung der Metallthermometerlesung für 1^0 C. . . . $y = 0,1744^p$

zu Grunde zu legen. Es liegt übrigens in der Natur der Sache, dass die Constante x den Haupteinfluss auf das Endresultat besitzt, während sich die in y zurückbleibende Unsicherheit in demselben in kaum merklicher Weise geltend machen wird. Da nämlich der mittlere Stand des Metallthermometers während der Schwingungsbeobachtungen $7,860^p$ beträgt, so wird die Genauigkeit des Endresultates davon abhängen, wie genau dieser Stand der Temperatur von $15,21^0$ entspricht, während die

4) Darstellung der Schwingungsamplituden als Function der Zeit.

Die Schwingungsdauer des einfachen Pendels wird durch die bekannte Formel:

$$T = \pi \sqrt{\frac{1}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{\alpha^2}{4} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \cdot \left(\frac{\alpha^2}{4}\right)^2 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \cdot \left(\frac{\alpha^2}{4}\right)^3 + \dots \right]$$

ausgedrückt, welche mit Rücksicht auf die geringe Grösse der bei den Versuchen auftretenden Amplituden α auf die beiden ersten Glieder des in Klammern gesetzten Ausdruckes beschränkt werden kann. Der Correction — $T \cdot \frac{\alpha^2}{16}$, welche mit dem Namen der „Reduction auf unendlich kleine Schwingungen“ bezeichnet wird, kommt bei der Berechnung der Pendelbeobachtungen noch eine weitere wichtige Rolle zu; La Place, Poisson, Cellérier und Villarceau haben nachgewiesen, dass ein Theil der in der Bewegung des physischen Pendels auftretenden störenden Einflüsse, — nämlich der von dem Stosse des sich bewegenden Pendels gegen immer neue Lufttheilchen herrührende, mit der Geschwindigkeit der Bewegung veränderliche, eigentliche Luftwiderstand, sowie eine etwa stattfindende wälzende Reibung der Pendelschneide auf ihrer Unterlage, — nur eine Abnahme der Amplituden bewirken, die Schwingungsdauer aber innerhalb der oben angedeuteten Genauigkeitsgrenze nicht direct verändern. Reducirt man demnach die einzelnen Schwingungszeiten mit der jeweilig stattfindenden Amplitude, so erscheint das Resultat überdiess auch von dem Einflusse der eben erwähnten störenden Kräfte befreit. Da nun die Amplituden nur für einzelne Zeitmomente beobachtet werden, so ist es zunächst nothwendig, die jeweilig stattfindende Amplitude als Function der Ordnungszahl der einzelnen Schwingungen oder der Zeit darzustellen. — Bezüglich der störenden Kräfte fehlen uns nicht bloß die nöthigen numerischen Daten, sondern es ist auch über die Form des Luftwiderstandsgesetzes, — über die in demselben auftretenden Potenzen der Geschwindigkeit etc. etc., — a priori nichts bekannt; man ist also darauf angewiesen, eine empirische Formel aufzustellen und die für einzelne Zeitmomente beobachteten Amplituden durch eine Interpolation als Function der Zeit zu entwickeln. Ist t die von einem bestimmten Momente an gezählte Zeit, α aber die zugehörige Amplitude, so hat man demnach in der Gleichung:

$$\alpha = A + Bt + Ct^2 + Dt^3 + \dots$$

die Coefficienten A, B, C, D derartig zu bestimmen, dass die den Zeiten t_i entsprechenden Amplituden mit den wirklich beobachteten Werthen möglichst gut übereintreffen. — Bei den Registrirungsbeobachtungen wurden die Amplituden in der Regel in Zeitintervallen von 3^m , bei den Coincidenzbeobachtungen dagegen zwischen je zwei unmittelbar aufeinander folgenden Coincidenzen d. i. in Zeitintervallen von nahe $2^m 40^s$ beobachtet; in der nach den Vorschriften der Methode der kleinsten Quadrate für jeden einzelnen Beobachtungssatz ausgeführten Berechnung der Constanten A, B, C, D wurde deshalb für die Registrirbeobachtungen die Zeiteinheit zu 3^m , für die Coincidenzbeobachtungen aber zunächst zu $2^m 40^s$ angenommen und erst nachträglich hier ebenfalls die Zeiteinheit von 3^m eingeführt. Für die Beobachtungen bei „vollem Gewicht oben“ wurde die Interpolationsformel bis zur dritten, bei jenen mit „vollem Gewichte unten“ aber nur bis zur zweiten Potenz der Zeit t ausgedehnt. Die nachfolgende Zusammenstellung gibt die den einzelnen Beobachtungssätzen entsprechenden Interpolationsformeln, denen auch die jeweiligen Barometer- und Thermometer-Stände, sowie die hieraus berechneten Luftdichten, — jene bei 760^{mm} Barometerstand und 0^0 Temperatur als Einheit genommen, — beige-
gesetzt sind. Im Interesse der Uebersichtlichkeit wurde ferner der Anfang der Zeitzählung auf jenen Zeitpunkt verlegt, welcher den Amplituden von $60',00$ bzw. $75',00$ entspricht.

Volles Gewicht oben: $\alpha = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$. Zeiteinheit = 3^m .

Astr. Datum 1877	Epoche (Sternzeit)		A	B	C	D	Baro- meter- stand	Thermo- meter- stand	Luft- dichte	Registrirung oder Coincidenz
	h	m	(+)	(—)	(+)	(—)	(mm)	(C ⁰)		
11. Sept.	8	27,51	60,0	5,977	0,4414	0,02623	719,0	16,4	0,893	R
12. "	14	45,62	60,0	5,607	0,4020	0,03427	718,5	20,1	0,881	"
14. "	13	19,99	60,0	5,745	0,4595	0,04155	720,5	20,8	0,881	"
14. "	15	29,95	60,0	5,664	0,4268	0,03026	720,3	20,9	0,881	"
23. "	9	57,23	60,0	6,228	0,4231	0,01690	714,2	10,5	0,905	"
23. "	11	27,98	60,0	5,693	0,4281	0,03834	714,2	11,2	0,903	"
25. "	15	33,20	60,0	5,912	0,4778	0,03783	718,1	12,7	0,903	"
25. "	16	38,39	60,0	5,573	0,4594	0,04614	718,3	12,2	0,905	"
25. "	8	58,82	60,0	5,573	0,5229	0,05898	722,1	8,9	0,920	"
25. "	10	16,94	60,0	5,646	0,5237	0,05581	722,6	10,1	0,917	"
29. "	16	53,35	60,0	5,830	0,5229	0,04365	719,8	13,5	0,902	"
29. "	11	36,94	60,0	5,750	0,4448	0,04799	719,4	12,2	0,906	"

Astr. Datum (1877)	Epoche (Sternzeit)		A (+)	B (-)	C (+)	D (-)	Baro- meter- stand (mm)	Thermo- meter- stand (C°)	Luft- dichte	Registrierung oder Coincidenz
	h	m								
1. Oktbr.	15	36,25	60,0	5,738	0,4999	0,04657	716,0	13,6	0,897	R
1. "	16	40,96	60,0	5,576	0,4681	0,04581	715,6	13,7	0,897	
1. "	10	57,75	60,0	5,943	0,5195	0,04500	713,0	12,3	0,898	
1. "	12	15,92	60,0	5,999	0,4898	0,03638	712,8	12,7	0,896	
11. Sept.	16	50,22	60,0	5,334	0,3864	0,05164	717,1	17,8	0,886	C
12. "	12	37,42	60,0	5,786	0,3709	0,02365	718,7	20,0	0,881	
12. "	13	49,14	60,0	5,541	0,4430	0,03505	718,5	20,1	0,881	
13. "	11	13,34	60,0	5,779	0,4547	0,02758	721,2	19,7	0,885	
14. "	14	29,17	60,0	5,783	0,4269	0,02540	720,3	21,0	0,880	
23. "	14	57,59	60,0	6,025	0,4946	0,02882	712,2	14,6	0,890	
23. "	15	56,53	60,0	5,875	0,4063	0,02073	711,9	14,6	0,889	
23. "	16	57,36	60,0	5,780	0,4056	0,02923	712,2	14,2	0,891	
27. "	14	52,54	60,0	6,645	0,4962	0,01990	723,0	12,0	0,911	
27. "	15	50,84	60,0	5,944	0,4896	0,03318	723,0	11,9	0,912	
28. "	14	44,62	60,0	6,422	0,5136	0,02986	721,6	12,8	0,907	
28. "	15	41,21	60,0	6,001	0,6083	0,05289	721,4	12,9	0,907	

Volles Gewicht unten: $\alpha = A + Bt + Ct^2$. Zeiteinheit = 3^m.

Astr. Datum (1877)	Epoche (Sternzeit)		A (+)	B (-)	C (+)	Baro- meter- stand (mm)	Thermo- meter- stand (C°)	Luft- dichte	Registrierung oder Coincidenz	
	h	m								
11. Sept.	9	40,60	75,0	3,387	0,1388	719,4	17,7	0,889	R	
12. "	9	14,62	75,0	3,475	0,1143	722,1	17,4	0,893		
13. "	13	49,92	75,0	3,497	0,1383	721,6	19,8	0,885		
13. "	16	15,41	75,0	3,639	0,1100	721,2	19,6	0,885		
13. "	9	38,53	75,0	3,426	0,1044	721,9	18,3	0,890		
19. "	14	26,40	75,0	3,418	0,1007	713,3	15,4	0,888		
25. "	14	24,49	75,0	3,536	0,1308	717,8	12,5	0,903		
25. "	11	30,20	75,0	3,637	0,1198	722,8	11,3	0,913		
26. "	16	50,15	75,0	3,592	0,1388	722,3	11,6	0,912		
30. "	12	55,16	75,0	3,583	0,1078	719,2	13,3	0,902		
30. "	15	28,09	75,0	3,494	0,1304	718,5	14,3	0,898		
11. Sept.	10	41,52	75,0	3,564	0,1287	719,2	18,6	0,886		C
12. "	10	21,95	75,0	3,454	0,1113	722,1	18,2	0,891		
13. "	11	34,11	75,0	3,465	0,1012	721,9	19,1	0,888		
13. "	14	46,34	75,0	3,319	0,1052	721,6	19,9	0,885		
13. "	8	44,36	75,0	3,500	0,1224	721,9	17,4	0,893		
15. "	15	01,50	75,0	3,428	0,1122	715,8	21,5	0,873		
19. "	15	18,93	75,0	3,116	0,0522	712,8	15,5	0,888		
19. "	16	30,98	75,0	3,930	0,1498	712,4	14,8	0,889		
26. "	15	41,82	75,0	3,440	0,0970	722,4	12,4	0,909		
27. "	16	49,23	75,0	3,471	0,0797	723,0	11,5	0,913		
28. "	16	39,68	75,0	3,640	0,1059	721,4	12,8	0,907		
29. "	15	23,83	75,0	3,588	0,1505	719,8	13,8	0,901		
30. "	16	50,33	75,0	3,557	0,1359	718,3	14,2	0,899		
1. Oktbr.	14	28,52	75,0	3,564	0,0999	716,2	12,9	0,900		
2. "	14	36,73	75,0	3,642	0,1062	711,9	13,7	0,892		
2. "	16	00,28	75,0	3,417	0,1182	711,7	13,8	0,891		

Bei den Momentanbildern der Coincidenzbeobachtungen fand ich die Ablesung der Amplituden schwieriger, als bei der Registrirung; wohl aus diesem Grunde stimmen auch die Partialresultate bei letzteren Beobachtungen unter sich besser überein, als bei ersteren. Nimmt man die Mittelwerthe der zu den gleichen Potenzen von t gehörigen Coefficienten A, B, C und D so ergibt sich im Mittel aus den Registrirbeobachtungen die Interpolationsformel:

$$\alpha = 60',00 - 5,778 t + 0,4694 t^2 - 0,04073 t^3;$$

die Coincidenzbeobachtungen ergeben:

$$\alpha = 60',00 - 5,910 t + 0,4580 t^2 - 0,03149 t^3;$$

der Gesammtheit aller Beobachtungen aber entspricht der Ausdruck:

$$\alpha = 60',00 - 5,844 t + 0,4637 t^2 - 0,03611 t^3 \dots (a).$$

In ganz ähnlicher Weise ergibt sich für die Pendellage „volles Gewicht unten“ bei den Registrirbeobachtungen:

$$\alpha = 75',00 - 3,517 t + 0,1213 t^2 \text{ und bei den Coincidenzen:}$$

$$\alpha = 75',00 - 3,506 t + 0,1110 t^2,$$

sonach für die Gesammtheit der Beobachtungen:

$$\alpha = 75',00 - 3,512 t + 0,1162 t^2 \dots (b).$$

Als Grenzen, innerhalb welcher diese Interpolationsformeln angewendet werden dürfen, sind nach der Ausdehnung der zu Grunde liegenden Beobachtungen $t = -5,0$ und $t = +5,0$ anzunehmen; innerhalb dieses Intervalles werden die Beobachtungen in sämmtlichen Serien durch die Formeln (a) und (b) befriedigend dargestellt, da die Maximaldifferenzen zwischen den unmittelbaren Beobachtungsergebnissen und der Rechnung niemals $2'$ erreichen. — Die den Werthen $t = -4,5$ bis $t = +0,5$ entsprechenden Amplituden der Formel (a) treffen mit den aus Formel (b) berechneten Amplituden von $t = -5,0$ bis $t = +5,0$ derartig überein, dass beide Reihen innerhalb der Grenzen $99'$ und $57'$ enthalten sind; berechnet man nun innerhalb dieser Grenzen die den Zeiten $-5,0, -4,5, -4,0, -3,5 \dots -0,5, 0,0, +0,5, \dots$ entsprechenden Amplituden α und ihre nach der Zeit genommenen Differentialquotienten $\frac{d\alpha}{dt}$ und reducirt dann auf interpolatorischem Wege die aus der Formel (b) hervorgehenden Werthe von $\frac{d\alpha}{dt}$ auf die Amplituden, welche aus Formel (a) erhalten wurden, so ergibt sich folgende Zusammenstellung:

Amplitude	Differentialquotient $\frac{d\alpha}{dt}$ bei:		Verhältniss beider Differentialquotienten:
	„Schwerpunkt oben“:	„Schwerpunkt unten“:	
93,16	— 11,312	— 4,558	2,482
87,73	10,439	4,272	2,444
82,71	9,620	3,990	2,411
78,10	8,857	3,711	2,387
73,85	8,146	3,435	2,371
69,94	7,490	3,167	2,365
66,35	6,887	2,883	2,389
63,05	6,340	2,603	2,436
60,00	5,846	2,315	2,525

Das Verhältniss der beiden Differentialquotienten hat sohin einen durchschnittlichen Werth von 2,423. Das Verhältniss der Abstände des Schwerpunktes des Pendels vom Aufhängepunkte in beiden Lagen hat dagegen sehr nahe den Werth $\frac{s'}{s} = \frac{0,29554}{0,70458} = \frac{1}{2,384}$; d. h. die Geschwindigkeiten, mit welchen die Amplituden bei den Beobachtungen in beiden Lagen des Pendels bei gleichen Werthen dieser Amplituden abnehmen, sind den zugehörigen Abständen des Schwerpunktes vom Aufhängepunkt umgekehrt proportional. Diese Proportionalität steht im vollen Einklange mit den Ergebnissen der auf die Berücksichtigung der ersten Potenz der störenden Kräfte beschränkten theoretischen Untersuchung der Bewegung des physischen Pendels, wie solche namentlich aus Cellérier's schöner Abhandlung (Mémoires de la Société de Physique de Genève T. XVIII) hervorgehen.

Die Abnahme der Schwingungsamplituden ist durch die Wirkungsweise der störenden Kräfte bedingt; es liegt also nahe, den Versuch zu machen, aus dem auf empirischem Wege gefundenen Gesetze der Amplitudenabnahme auf das der Bewegung zu Grunde liegende Luftwiderstandsgesetz zu schliessen. — Bezeichnet θ die der Zeit t entsprechende Elongation, M die Masse des Pendels, g_1 die um den Auftrieb (poussée, buoyancy) verminderte Beschleunigung der Schwere, s und s' wie oben die Entfernung der Schnitten von dem Schwerpunkte, $l = s + s'$ den gegenseitigen Abstand derselben, J und J' die Trägheitsmomente des Pendels bezüglich der

jeweiligen Schwingungsaxe, pl und ql^2 aber die von der äussern Form des Pendels abhängigen Coefficienten der Glieder erster und zweiter Ordnung in dem Ausdrücke des Luftwiderstandes — $pl \left(\frac{d\Theta}{dt}\right) \pm ql^2 \left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2$ so hat man für die beiden Lagen des Reversionspendels die Bewegungsgleichungen:

$$J \frac{d^2\Theta}{dt^2} + Mg_1 s \sin \Theta + pl \left(\frac{d\Theta}{dt}\right) \mp ql^2 \left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2 = 0 \text{ und}$$

$$J' \frac{d^2\Theta}{dt^2} + Mg_1 s' \sin \Theta + pl \left(\frac{d\Theta}{dt}\right) \mp ql^2 \left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2 = 0.$$

Für das Reversionspendel ist nun sehr nahe:

$$J = M(ss' + s^2) = Msl \text{ und } J' = M(ss' + s'^2) = Ms'l,$$

wonach obige Gleichungen die einfachere Form:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g_1}{l} \sin \Theta + \left(\frac{p}{M}\right) \cdot \frac{1}{s} \frac{d\Theta}{dt} \mp \left(\frac{ql}{M}\right) \cdot \frac{1}{s} \left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2 = 0 \text{ und}$$

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g_1}{l} \sin \Theta + \left(\frac{p}{M}\right) \cdot \frac{1}{s'} \frac{d\Theta}{dt} \mp \left(\frac{ql}{M}\right) \cdot \frac{1}{s'} \left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2 = 0 \text{ oder}$$

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g_1}{l} \sin \Theta + P \frac{d\Theta}{dt} \mp Q \left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2 = 0 \text{ und}$$

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g_1}{l} \sin \Theta + P' \frac{d\Theta}{dt} \mp Q' \left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2 = 0 \text{ annehmen.}$$

Diese Gleichung wurde schon von La Place und Poisson integrirt und zwar unter der Voraussetzung, dass die Glieder 3. Ordnung bezüglich der Amplitude α , sowie jene 2. Ordnung bezüglich P , Q , P' und Q' , welche in α^2 multiplicirt erscheinen, vernachlässigt werden können. Ausser dem wichtigen Resultate, dass für kleine Amplituden, — wie solche in der Praxis der Pendelbeobachtungen vorkommen, — die Schwingungsdauer durch den Luftwiderstand nicht alterirt wird, ergeben sich hiebei für die Differenz zweier unmittelbar auf einander folgender Amplituden α_0 und α_1 die Gleichungen:

$$\alpha_1 - \alpha_0 = - \left(1 - e^{-\frac{\pi}{2} P \sqrt{\frac{1}{g_1}}}\right) \alpha_0 - \frac{4Q}{3} \alpha^2 \text{ und}$$

$$\alpha'_1 - \alpha'_0 = - \left(1 - e^{-\frac{\pi}{2} P' \sqrt{\frac{1}{g_1}}}\right) \alpha'_0 - \frac{4Q'}{3} \alpha'^2$$

Wird endlich noch eine weitere störende Kraft, — die Reibung der Schneide auf ihrer Unterlage, — in Betracht gezogen, welche bei Einhaltung der bisherigen Genauigkeitsgrenze ein constantes Moment in die Bewegungsgleichung einführt, so tritt in den zuletzt angesetzten Gleichungen noch ein weiteres constantes, d. h. von α_0 , bzw. α_0' , unabhängiges Glied hinzu, wonach der Ausdruck für die Differenz zweier unmittelbar aufeinander folgender Amplituden die Form:

$$\alpha_1 - \alpha_0 = A + B\alpha_0 + C\alpha_0^2$$

annimmt, in welcher die Coefficienten A, B und C nothwendig negative Grössen sein müssen. Diese Coefficienten werden ihre Werthe wohl mit der Aenderung der jeweilig stattfindenden Luftdichte ebenfalls ändern; die Amplitudenbeobachtungen lassen indessen innerhalb der vorgekommenen Schwankungen in der Luftdichte keinen derartigen Einfluss hervortreten; derselbe wird vielmehr durch die Beobachtungsfehler maskirt und muss deshalb unberücksichtigt bleiben. —

Die oben in den Formeln (a) und (b) gegebenen Amplitudenwerthe und die aus ihnen berechneten Differentialquotienten $\frac{d\alpha}{dt}$, welch' letztere mit grosser Annäherung als die mit $\left(\frac{180}{T}\right)$ multiplicirten, zugehörigen Werthe der Differenzen $\alpha_1 - \alpha_0$ betrachtet werden können, bieten nun die Mittel, die durchschnittlichen Werthe der obigen Coefficienten auf interpolatorischem Wege zu bestimmen. Nachdem jedoch die vorliegenden Beobachtungen nur ein beschränktes Amplitudenintervall umfassen, habe ich es vorgezogen, vorerst eine ausgedehntere Beobachtungsreihe der Untersuchung zu Grunde zu legen. Eine solche findet sich in dem für die Pendelbestimmungen so überaus wichtigen und werthvollen Werke: „Account of the operations of the great Trigonometrical Survey of India“ Volume V (Details of the Pendulum observations); auf den Stationen Punnae und Moré wurde das im luftverdünnten Raume schwingende, sogenannte unveränderliche Pendel in mehreren, über 22,5^h ausgedehnten Sätzen beobachtet. Wählt man die Zwischenzeit zweier unmittelbar aufeinander folgenden Coincidenzen (4,05^m) zur Zeiteinheit, so gibt schon die bloß aus 3 Coincidenzen berechnete Formel:

$$\alpha = 81,245' e^{-0,0078995 t} - 0,000737' t$$

für die Station Punnae eine fast vollständige Darstellung der Beobachtungen, wie aus folgender Zusammenstellung der Mittelwerthe der 6 mit dem Pendel No. 1821 beobachteten Sätze (pag. 131 mit 133) hervorgeht:

Nummer der Coincidenz	Beobachtete Amplitude	Berechnete Amplitude
2	81,245'	81,245
$48 \frac{2}{6}$	55,852	56,344
$121 \frac{1}{6}$	31,422	31,619
$204 \frac{5}{6}$	16,278	16,278
$230 \frac{2}{6}$	13,207	13,222
$253 \frac{1}{6}$	10,933	10,988
277	9,277	9,050
$299 \frac{5}{6}$	7,625	7,515
$322 \frac{2}{6}$	6,433	6,236
$345 \frac{3}{6}$	5,130	5,130

Das constante Moment der Reibung, — von Herrn Villarceau in seinem interessanten „Mémoire sur les effets du roulement dans la théorie du pendule à reversion“ in die Rechnung eingeführt, — ist also für die englischen unveränderlichen Pendel nahezu unmerklich, denn die einfache Annahme eines der ersten Potenz der Geschwindigkeit proportionalen Luftwiderstandes würde genügen, um die Amplituden innerhalb der Genauigkeit der Beobachtungen darzustellen und nur die überwiegenden Zeichenfolgen in den Differenzen „Beobachtete — Berechnete Amplitude“ deuten darauf hin, dass noch minimale Störungsglieder höherer Ordnung unberücksichtigt geblieben sind. Die Form und das Material der Schneiden sind in den englischen unveränderlichen Pendeln dieselben wie beim Respold-Pendel, nur die Auflagerungsflächen sind im ersten Falle aus Achat, in letzterem aus gut gehärtetem und polirtem Stahl gearbeitet. Wenn nun auch bei letzterem Materiale ein etwas grösserer Reibungswiderstand erwartet werden muss, so tritt derselbe gleichwohl in den Amplitudenbeobachtungen noch nicht hervor, wie aus der Betrachtung der Resultate einer von Herrn Professor von Oppolzer mitgetheilten, eine Zeitdauer von $3^h 14^m$ umfassenden Beobachtungsreihe hervorgeht. In einer „Beitrag zur Ermittlung der Reduction auf den unendlich kleinen Schwingungsbogen“ betitelten und in den Sitzungsberichten der Wiener Academie

veröffentlichten Abhandlung findet nämlich Herr von Oppolzer, dass die unter der Annahme eines zweigliederigen, die erste und zweite Potenz der Geschwindigkeit umfassenden Luftwiderstandsgesetzes erhaltenen Formeln

$$\frac{d\alpha}{dp} = -\alpha\epsilon(1 + \beta\alpha) \quad (p = \text{Schwingungsanzahl})$$

und
$$\epsilon p = \log \text{nat} \frac{\alpha_o(1 + \beta\alpha_p)}{\alpha_p(1 + \beta\alpha_o)}$$

die oben erwähnte, bei „Schwerpunkt unten“ ausgeführte, ein Amplituden-Intervall von 130',4 bis 10',0 umfassende Beobachtungsreihe in höchst befriedigender Weise darstellen.

Die Oppolzer'schen Formeln stimmen mit den oben angesetzten von Poisson überein und ist:

$$B = -\left(1 - e^{-\frac{\pi}{2} p \sqrt{\frac{1}{g_1}}}\right) = -\epsilon$$

$$C = -\frac{4Q}{3} = -\epsilon\beta.$$

Unter der Annahme, dass kein constantes störendes Moment zu berücksichtigen, sohin $A = 0$ ist, ergeben nun die Bogenhausener Beobachtungen

für Schwerpunkt oben:

$$B = -0,057208, C = -0,00070375$$

für Schwerpunkt unten:

$$B' = -0,027351, C' = -0,00024062$$

} Zeiteinheit = 3^m.

Reducirt man den auf pag. 12 der Oppolzer'schen Abhandlung gefundenen, für ein Zeitintervall von 5,7^m geltenden Werth $\epsilon = +0,057664$ auf die Zeiteinheit von 3,0^m, so ergibt sich $\epsilon = +0,0035$; meine Beobachtungen geben $-B' = \epsilon = +0,02735$, was mit Rücksicht auf den Umstand, dass die Luftdichte in Berlin (abs. Höhe = 37^m) jedenfalls 1,05 bis 1,10 mal grösser als in Bogenhausen (abs. Höhe = 528,75^m) gewesen sein dürfte, genügend harmonirt. Für β ergeben die Berliner Beobachtungen: $\beta = +0,008072$ während in Bogenhausen $\beta = \frac{C'}{B'} = 0,008797$ erhalten wurde; B' und C' werden mit grosser Annäherung der Luftdichte proportional sein, wonach β für ein und dasselbe Pendel constant ausfallen müsste; die nahe 0,1 des Werthes des Coefficienten betragende Differenz könnte

dann nur in der geringen Ausdehnung des Bogenhausener Beobachtungsmaterials, — welches nur 6 der in Berlin beobachteten 34 Zeitintervalle umfasst, — ihre Erklärung finden. —

Für kleinere Zeitintervalle werden sich die Amplituden mit einer in manchen Fällen genügenden Genauigkeit durch eine Exponentialgrösse ausdrücken lassen, von welcher Eigenthümlichkeit bei einer späteren Gelegenheit Gebrauch gemacht werden soll. Aus $\frac{d\alpha}{dt} = B\alpha + C\alpha^2$ folgt nämlich:

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = Bdt + C\alpha dt \text{ und hieraus: } \ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = B(t - t_0) + C \int_{t_0}^t \alpha dt$$

Bezeichnet nun α_m einen mittleren Werth der Amplitude innerhalb des in Rede stehenden Zeitintervalles $(t - t_0)$, so wird man setzen können:

$$\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = B(t - t_0) + C\alpha_m(t - t_0)$$

$$\alpha = \alpha_0 e^{(B + C\alpha_m)(t - t_0)}$$

C ist gegenüber B sehr klein, so dass Fehler in α_m geringeren Einfluss haben; bestimmt man also den Exponenten $(B + C\alpha_m)$ aus den Anfangs- und Ende-Amplituden eines gegebenen, nicht sehr ausgedehnten Zeit-Intervalles, so wird die obige Formel die übrigen innerhalb dieses Intervalles stattfindenden Amplituden mit entsprechender Annäherung darstellen.

5) Reduction auf unendlich kleine Bogen.

A. Registrirungsbeobachtungen.

Bezeichnet man mit T_a den Zeitmoment, welcher dem Mittel der beiden mittleren Anfangsmarkirungen. — z. B. der 50. und 51., — entspricht, mit α_a die zugehörige Amplitude und von diesem Momente ausgehend mit

$$t_a - \frac{1}{2}, t_a - \frac{3}{2}, t_a - \frac{5}{2}, \dots \dots \dots t_a - \frac{1}{2} - i$$

$$t_a + \frac{1}{2}, t_a + \frac{3}{2}, t_a + \frac{5}{2}, \dots \dots \dots t_a + \frac{1}{2} + i$$

die den aufeinanderfolgenden Durchgängen entsprechenden, vom Registrirstreifen abgelesenen Zeiten, so hat man für zwei symmetrisch gegen T_a gelegene Durchgänge, wenn T die Schwingungsdauer bedeutet, die Gleichungen:

$$T_a = t_{a-\frac{1}{2}-i} + \left[\frac{1}{2} T \left(1 + \frac{\alpha_a^2}{16} \right) + T \left(1 + \frac{\alpha_{a-1}^2}{16} \right) + T \left(1 + \frac{\alpha_{a-2}^2}{16} \right) \right. \\ \left. + \dots + T \left(1 + \frac{\alpha_{a-i}^2}{16} \right) \right]$$

$$T_a = t_{a+\frac{1}{2}+i} - \left[\frac{1}{2} T \left(1 + \frac{\alpha_a^2}{16} \right) + T \left(1 + \frac{\alpha_{a+1}^2}{16} \right) + T \left(1 + \frac{\alpha_{a+2}^2}{16} \right) \right. \\ \left. + \dots + T \left(1 + \frac{\alpha_{a+i}^2}{16} \right) \right]$$

sohin $2T_a = t_{a-\frac{1}{2}-i} + t_{a+\frac{1}{2}+i} + \frac{T}{16} \left[(\alpha_{a-1}^2 - \alpha_{a+1}^2) + (\alpha_{a-2}^2 - \alpha_{a+2}^2) \right. \\ \left. + \dots + (\alpha_{a-i}^2 - \alpha_{a+i}^2) \right]$

Es ist aber

$$\alpha_{a-i}^2 = \alpha_a^2 - \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} \left(\frac{i}{p} \right) + \frac{1}{2} \frac{d^2(\alpha^2)}{dt_a^2} \cdot \left(\frac{i}{p} \right)^2 - \frac{1}{6} \frac{d^3(\alpha^2)}{dt_a^3} \cdot \left(\frac{i}{p} \right)^3 + \dots$$

$$\alpha_{a+i}^2 = \alpha_a^2 + \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} \cdot \left(\frac{i}{p} \right) + \frac{1}{2} \frac{d^2(\alpha^2)}{dt_a^2} \cdot \left(\frac{i}{p} \right)^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3(\alpha^2)}{dt_a^3} \cdot \left(\frac{i}{p} \right)^3 + \dots$$

daher: $\alpha_{a-i}^2 - \alpha_{a+i}^2 = -2 \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} \left(\frac{i}{p} \right) - 2 \cdot \frac{1}{6} \frac{d^3(\alpha^2)}{dt_a^3} \left(\frac{i}{p} \right)^3 - \dots$

Der in eckigen Klammern stehende Factor von $\frac{T}{16}$ ist sonach:

$$- \frac{2}{p} \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} \cdot \sum_i (i) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{p^3} \frac{d^3(\alpha^2)}{dt_a^3} \sum_i (i^3) - \dots \text{ wobei } p \text{ die in der Zeit-}$$

einheit 3^m enthaltene Anzahl von Schwingungen bedeutet. Man erhält daher:

$$2T_a = t_{a-\frac{1}{2}-i} + t_{a+\frac{1}{2}+i} - \frac{T}{16} \left[\frac{2}{p} \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} \cdot \frac{1}{2} i(i+1) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{p^3} \frac{d^3(\alpha^2)}{dt_a^3} \cdot \left(\frac{i(i+1)}{2} \right)^2 + \dots \right], \text{ und analog:}$$

$$2T_a = t_{a-\frac{1}{2}-(i-1)} + t_{a+\frac{1}{2}+(i-1)} - \frac{T}{16} \left[\frac{2}{p} \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} \cdot \frac{1}{2} (i-1)i + \frac{1}{3} \frac{1}{p^3} \cdot \frac{d^3(\alpha^2)}{dt_a^3} \left(\frac{(i-1)i}{2} \right)^2 + \dots \right]$$

$$2T_a = t_{a-\frac{3}{2}} + t_{a+\frac{3}{2}} - \frac{T}{16} \left[\frac{2}{p} \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{3} \frac{1}{p^3} \cdot \frac{d^3(\alpha^2)}{dt_a^3} \left(\frac{1 \cdot 2}{2} \right)^2 + \dots \right]$$

$$2T_a = t_{a-\frac{1}{2}} + t_{a+\frac{1}{2}}$$

Addirt man diese $(i + 1)$ Gleichungen, so folgt unter Weglassung der 3. Differentialquotienten:

$$2(i + 1) T_a = t_{a - \frac{1}{2} - i} + t_{a - \frac{1}{2} - (i-1)} + t_{a - \frac{1}{2} - (i-2)} + \dots + t_{a - \frac{3}{2}} + t_{a - \frac{1}{2}} \\ + t_{a + \frac{1}{2}} + t_{a + \frac{3}{2}} + \dots + t_{a + \frac{1}{2} + (i-2)} + t_{a + \frac{1}{2} + (i-1)} + t_{a + \frac{1}{2} + i} \\ - \frac{T}{16} \left[\frac{2}{p} \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} \cdot \frac{1}{6} i(i + i)(i + 2) + \dots \right] \text{ und:}$$

$$T_a = \frac{1}{2(i + 1)} \left\{ t_{a - \frac{1}{2} - i} + t_{a - \frac{1}{2} - (i-1)} + \dots + t_{a - \frac{3}{2}} + t_{a - \frac{1}{2}} + t_{a + \frac{1}{2}} + t_{a + \frac{3}{2}} \right. \\ \left. + \dots + t_{a + \frac{1}{2} + (i-1)} + t_{a + \frac{1}{2} + i} \right\} - \frac{T}{96p} \frac{d(\alpha^2)}{dt_a} i(i + 2) - \dots$$

Berechnet man das erste Glied der in T multiplicirten Reihe mit den extremsten in den vorliegenden Beobachtungen stattfindenden Werthen $\alpha_a = 120' i = 60$ und bedenkt, dass $\frac{d(\alpha^2)}{dt_a} = 2B\alpha_a^2 + 2C\alpha_a^3$ ist, so zeigt sich, dass die Correction nur 3 Einheiten der 5. Dezimale erreicht, solin gegenüber der Genauigkeit des arithmetischen Mittels von 100 — 120 Registrirungen (mittlerer Fehler $\pm 0,004^s$) absolut unmerklich erscheint. Für die Endregistrirung ergibt sich ganz dieselbe Folgerung und die Differenz

$$T_e - T_a = \frac{1}{2n} \left[t_{e + \frac{1}{2} + i} + t_{e + \frac{1}{2} + (i-1)} + \dots + t_{e + \frac{1}{2}} + t_{e - \frac{1}{2}} + \dots \right. \\ \left. + t_{e - \frac{1}{2} - (i-1)} + t_{e - \frac{1}{2} - i} - t_{a + \frac{1}{2} + i} - t_{a + \frac{1}{2} + (i-1)} - \dots \right. \\ \left. - t_{a + \frac{1}{2}} - t_{a - \frac{1}{2}} - \dots - t_{a - \frac{1}{2} - (i-1)} - t_{a - \frac{1}{2} - i} \right]$$

oder das arithmetische Mittel der Zeitdifferenzen zwischen der ersten und 2001^{ten} , 2^{ten} und 2002^{ten} , 3^{ten} und 2003^{ten} Schwingung etc. gibt die Dauer von 2000 Schwingungen, an welche nun noch die Reduction auf unendlich kleine Bogen, — entsprechend der zwischen den Zeiten T_a und T_e stattgehabten Amplitudenabnahme anzubringen ist. Für diese Reduction hat man:

$$2000 T = T_e - T_a - \sum_{\alpha_a}^{\alpha_e} \frac{T\alpha^2}{16}$$

In der auf der rechten Seite der Gleichung auftretenden Summe wird man den genäherten Werth $T = 1,0061^s$ anwenden dürfen, während

$\frac{T\alpha^2}{16}$ aus einer mit dem Argument α berechneten, von Bogen-Minute zu Bogen-Minute fortschreitenden Hülftafel zu entnehmen ist. — $\frac{T\alpha^2}{16} = f(t)$ ist aber eine Function der Zeit, welche jedoch innerhalb der Dauer einer Schwingung als unveränderlich angesehen werden kann; es ist dann: $\int_{t_m}^{t_{m+1}} f(t) dt = (t_{m+1} - t_m) f(t_m) = T f(t_m)$, wobei t_{m+1} und t_m die Zeiten zweier aufeinander folgender Durchgänge durch die Verticale bedeuten; man hat also

$$\frac{T\alpha_m^2}{16} = f(t_m) = \frac{1}{T} \int_{t_m}^{t_{m+1}} f(t) dt \text{ und}$$

$$\frac{T}{16} \cdot \sum_{\alpha_a}^{\alpha_e} (\alpha^2) = \sum_{m=a}^{m=e} f(t_m) = \frac{1}{T} \int_{T_a}^{T_e} f(t) dt; \text{ hierin}$$

$$t = T_a + (T_e - T_a)r \text{ gesetzt, gibt:}$$

$$\frac{T}{16} \cdot \sum_{\alpha_a}^{\alpha_e} (\alpha^2) = \frac{T_e - T_a}{T} \int_0^1 f(T_a + (T_e - T_a)r) d r.$$

Wendet man zur Berechnung des Integrals die Formel von Cotes an, und theilt zu diesem Zwecke das Integrationsintervall 0 bis 1 in 4 gleiche Theile, für welche die Anfangs- und End-Werthe Z_0, Z_1, Z_2, Z_3 und Z_4 , der Function $f(T_a + (T_e - T_a)r)$ stattfinden, so folgt:

$$\frac{T}{16} \cdot \sum_{\alpha_a}^{\alpha_e} (\alpha^2) = \frac{T_e - T_a}{T} \left[\frac{7}{90} (Z_0 + Z_4) + \frac{16}{45} (Z_1 + Z_3) + \frac{2}{15} Z_2 \right]$$

und endlich:

$$T = \frac{T_e - T_a}{2000} - \left[\frac{7}{90} (Z_0 + Z_4) + \frac{16}{45} (Z_1 + Z_3) + \frac{2}{15} Z_2 \right].$$

Um die Werthe Z_0, Z_1, \dots zu erhalten, wurden zunächst nach den vorliegenden Amplitudenbeobachtungen (pag. 226 und 227) die den Zeiten $T_a, T_a + \frac{T_e - T_a}{4}, T_a + \frac{2}{4} (T_e - T_a), T_a + \frac{3}{4} (T_e - T_a)$ und T_e entsprechenden Amplituden berechnet, mit welchen sodann die entsprechenden Werthe Z_0, Z_1, \dots aus der oben erwähnten Hülftafel zu entnehmen sind. — So ergibt sich z. B. für die Beobachtung vom 11. September I. F. u. h. bei 110 Anfangs- und Ende-Markirungen:

$T_a = 8^h 10,93^m \alpha = 110,9'$ $Z_0 = 654$ Einheiten der 7. Dezimale der Zeitsecunde

$$T_a + \frac{1}{4}(T_e - T_a) = 8^h 19,32^m \quad 80,0' \quad Z_1 = 340 \quad ,$$

$$T_a + \frac{2}{4}(T_e - T_a) = 8^h 27,70^m \quad 59,7' \quad Z_2 = 190 \quad ,$$

$$T_a + \frac{3}{4}(T_e - T_a) = 8^h 36,10^m \quad 46,0' \quad Z_3 = 115 \quad ,$$

$$T_e = 8^h 44,47^m \quad 35,7' \quad Z_4 = 70 \quad ,$$

solin die Reduction:

$$- \left[\frac{7}{90} (Z_0 + Z_4) + \frac{16}{45} (Z_1 + Z_3) + \frac{2}{15} Z_2 \right] = - 0,0000243.4^s.$$

B. Coincidenzbeobachtungen.

Sind t_j und t_{j+1} die Zeiten zweier aufeinander folgenden Coincidenzen, $\alpha_{j+\frac{1}{2}}$ die dem Mittel der Zeiten entsprechende Amplitude und wird $t_{j+1} - t_j = \tau$ gesetzt, so findet die Gleichung statt:

$$(\tau - 1) T + \sum \frac{T \alpha^2}{16} = \tau$$

wobei das Summenzeichen sich über sämmtliche in dem Zeitintervall $\tau = t_{j+1} - t_j$ auftretenden Amplituden erstreckt. Entwickelt man α^2 nach Potenzen der von dem Zeitpunkte $\frac{t_j + t_{j+1}}{2}$ aus gezählten Zeit, so hat man:

$$\sum (\alpha^2) = (\tau - 1) \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2 + \frac{1}{2} \frac{d^2(\alpha^2)}{dt^2(j+\frac{1}{2})} \cdot \sum \frac{t^2}{p^2},$$

wobei wieder p die Anzahl der auf die Zeiteinheit treffenden Schwingungen bedeutet und t alle Zahlen der Reihe $-\left(\frac{\tau-1}{2}\right), -\frac{(\tau-1)}{2} + 1, -\frac{(\tau-1)}{2} + 2, \dots, +\frac{\tau-1}{2} - 2, +\left(\frac{\tau-1}{2}\right) - 1, +\left(\frac{\tau-1}{2}\right)$ durchläuft; diese Summe ist $\sum t^2 = 2 \cdot \frac{\tau(\tau^2-1)}{4 \cdot 6}$,

daher:

$$\Sigma \frac{T\alpha^2}{16} = \frac{T}{16} (\tau - 1) \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2 + \frac{T}{16} \cdot \frac{d^2(\alpha^2)}{dt_{j+\frac{1}{2}}^2} \cdot \frac{\tau(\tau^2 - 1)}{24p^2};$$

da aber $\frac{d^2(\alpha^2)}{dt^2} = 4B^2\alpha^2 + 10BC\alpha^3$ ist, so ergibt sich:

$$\Sigma \frac{T}{16} \alpha^2 = (\tau - 1) \frac{T}{16} \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2 \left\{ 1 + \frac{B^2}{6p^2} \tau(\tau + 1) + \dots \right\} \text{ und folglich:}$$

$$(\tau - 1)T + (\tau - 1) \frac{T}{16} \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2 \left\{ 1 + \frac{B^2}{6p^2} \tau(\tau + 1) + \dots \right\} = t_{j+1} - t_j = \tau$$

$$T = \frac{\tau}{\tau - 1} - \frac{T}{16} \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2 \left\{ 1 + \frac{B^2}{6p^2} \tau(\tau + 1) + \dots \right\}.$$

$\frac{T}{16} \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2$ ist die Reduction auf den unendlich kleinen Bogen, welche dem zum Mittel der Zeiten gehörigen Schwingungsbogen entspricht; diese Grösse ist mit dem Factor $\left\{ 1 + \frac{B^2}{6p^2} \tau(\tau + 1) + \dots \right\}$ zu multipliciren, um die Schwingungsdauer T vollkommen genau zu erhalten. Der numerische Werth dieses Factors ist 1,0004 für die Beobachtungen mit „Schwerpunkt oben“ und nicht ganz 1,0001 für jene mit „Schwerpunkt unten“; da aber selbst für $\alpha_{+\frac{1}{2}} = 120'$ die Grösse $\frac{T}{16} \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2$ nur den Betrag von 0,0000766 erreicht, so kann der in Rede stehende Factor ohne Einbusse an Genauigkeit auf 1 reducirt werden, wonach

$$T = \frac{\tau}{\tau - 1} - \frac{T}{16} \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2 \text{ wird. —}$$

Jeder einzelne Beobachtungssatz wurde nun, der Anordnung der Beobachtungen entsprechend, der nachfolgend entwickelten Vorschrift gemäss berechnet. Bezeichnet man mit $\tau_0 = (\tau - 1)T$ die in Secunden der Danischewsky-Registrier-Uhr ausgedrückte, auf unendlich kleine Bogen reducirte Zwischenzeit zweier Coincidenzen, mit x die der ersten beobachteten Coincidenz entsprechende Zeit, mit $r_{+\frac{1}{2}} = (\tau - 1) \frac{T}{16} \alpha_{j+\frac{1}{2}}^2$ die für das Zeitintervall zwischen der j^{ten} und $(j + 1)^{\text{ten}}$ beobachteten Coincidenz nöthige Reduction um dasselbe auf unendlich kleine Bogen zu reduciren, so ergeben sich für die beobachteten 8 Coincidenz-Momente folgende Beobachtungsfehler:

$$\begin{array}{rcl}
x & . & \dots \dots \dots - t_0 = v_0 \\
x + \tau_0 + \frac{r_1}{2} & . & \dots \dots \dots - t_1 = v_1 \\
x + 2\tau_0 + \left(\frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2}\right) & . & \dots \dots \dots - t_2 = v_2 \\
x + 3\tau_0 + \left(\frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2} + \frac{r_5}{2}\right) & . & \dots \dots \dots - t_3 = v_3 \\
x + 4\tau_0 + \left(\frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2} + \frac{r_5}{2} + \frac{r_7}{2}\right) & . & \dots \dots \left. \begin{array}{l} \text{Die Coincidenzzeiten } t_4, t_5, \\ t_6, t_7, t_8 \text{ und } t_9 \text{ wurden} \\ \text{nicht beobachtet.} \end{array} \right\} \\
x + 5\tau_0 + \left(\frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2} + \frac{r_5}{2} + \frac{r_7}{2} + \frac{r_9}{2}\right) & . & \dots \dots \dots \\
\left. \vphantom{x} \right\} & & \left. \vphantom{x} \right\} \\
x + 10\tau_0 + \left(\frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2} + \frac{r_5}{2} + \frac{r_7}{2} + \frac{r_9}{2} + \frac{r_{11}}{2} + \frac{r_{13}}{2} + \frac{r_{15}}{2} + \frac{r_{17}}{2} \right. \\
& \left. + \frac{r_{19}}{2}\right) & - t_{10} = v_{10} \\
x + 11\tau_0 + \left(\frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2} + \dots \dots \dots \right. \\
& \left. + \frac{r_{19}}{2} + \frac{r_{21}}{2}\right) & - t_{11} = v_{11} \\
x + 12\tau_0 + \left(\frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2} + \dots \dots \dots \right. \\
& \left. + \frac{r_{19}}{2} + \frac{r_{21}}{2} + \frac{r_{23}}{2}\right) & - t_{12} = v_{12} \\
x + 13\tau_0 + \left(\frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2} + \dots \dots \dots \right. \\
& \left. + \frac{r_{19}}{2} + \frac{r_{21}}{2} + \frac{r_{23}}{2} + \frac{r_{25}}{2}\right) & - t_{13} = v_{13}
\end{array}$$

Da den einzelnen Beobachtungen gleiches Gewicht zukömmt, so hat man die Unbekannten x und τ_0 so zu bestimmen, dass $\Sigma(vv) = \text{Minimum}$ wird, wobei τ_0 in den ohnehin sehr kleinen Gliedern $r_{j+\frac{1}{2}}$ durch einen Näherungwerth ersetzt werden kann. Es ergeben sich dann die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}
8x + 52\tau_0 + \left[7\frac{r_1}{2} + 6\frac{r_3}{2} + 5\frac{r_5}{2} + 4\left(\frac{r_7}{2} + \frac{r_9}{2} + \frac{r_{11}}{2} + \dots + \frac{r_{19}}{2}\right) \right. \\
\left. + 3\frac{r_{21}}{2} + 2\frac{r_{23}}{2} + \frac{r_{25}}{2} \right] \\
- [t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + t_{10} + t_{11} + t_{12} + t_{13}] = 0 \dots \text{(I)} \\
52x + 548\tau_0 + \left[52\frac{r_1}{2} + 51\frac{r_3}{2} + 49\frac{r_5}{2} + 46\left(\frac{r_7}{2} + \frac{r_9}{2} + \dots + \frac{r_{17}}{2} + \frac{r_{19}}{2}\right) \right. \\
\left. + 36\frac{r_{21}}{2} + 25\frac{r_{23}}{2} + 13\frac{r_{25}}{2} \right] \\
- [t_1 + 2t_2 + 3t_3 + 10t_{10} + 11t_{11} + 12t_{12} + 13t_{13}] = 0 \dots \text{(II)}
\end{aligned}$$

Aus der Auflösung dieser beiden Gleichungen ergibt sich endlich:

$$\tau_0 = \frac{1}{420} \left[\left(13 (t_{13} - t_0) + 11 (t_{12} - t_1) + 9 (t_{11} - t_2) + 7 (t_{10} - t_3) \right) - \right. \\ \left. \left(13 \left(r_{\frac{1}{2}} + r_{\frac{25}{2}} \right) + 24 \left(r_{\frac{3}{2}} + r_{\frac{23}{2}} \right) + 33 \left(r_{\frac{5}{2}} + r_{\frac{21}{2}} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + 40 \left(r_{\frac{7}{2}} + r_{\frac{9}{2}} + \dots + r_{\frac{17}{2}} + r_{\frac{19}{2}} \right) \right) \right],$$

während $\tau = \frac{1}{420} \left[13 (t_{13} - t_0) + 11 (t_{12} - t_1) + 9 (t_{11} - t_2) + 7 (t_{10} - t_3) \right]$

die einer Coincidenz entsprechende Zahl der Schwingungen des Uhrpendels ist. Die reducirte Schwingungsdauer T folgt hieraus:

$$T = \frac{1}{420} \cdot \frac{1}{(\tau - 1)} \left[13 (t_{13} - t_0) + 11 (t_{12} - t_1) + 9 (t_{11} - t_2) + 7 (t_{10} - t_3) \right] - \\ \frac{1}{420} \left[13 \left(\frac{T}{16} \alpha_{\frac{1}{2}}^2 + \frac{T}{16} \alpha_{\frac{25}{2}}^2 \right) + 24 \left(\frac{T}{16} \alpha_{\frac{3}{2}}^2 + \frac{T}{16} \alpha_{\frac{23}{2}}^2 \right) \right. \\ \left. + 33 \left(\frac{T}{16} \alpha_{\frac{5}{2}}^2 + \frac{T}{16} \alpha_{\frac{21}{2}}^2 \right) + 40 \left(\frac{T}{16} \alpha_{\frac{7}{2}}^2 + \frac{T}{16} \alpha_{\frac{9}{2}}^2 + \dots + \frac{T}{16} \alpha_{\frac{17}{2}}^2 + \frac{T}{16} \alpha_{\frac{19}{2}}^2 \right) \right],$$

wobei die rechte Seite lauter wirklich beobachtete Grössen enthält, da der Werth T mit vollkommen ausreichender Genauigkeit durch den genäherten Werth 1,006^s ersetzt werden kann, nachdem die Grössen $\frac{\alpha_j^2}{16} + \frac{1}{2}$ niemals den Werth 0,00008 erreichen. — So ergibt sich beispielsweise für die Coincidenzbeobachtungen vom 11. September Nachmittag bei I. F. u. h. (s. oben pag. 201):

$\frac{T\alpha_{\frac{1}{2}}^2}{16} = 611;$	$\frac{T\alpha_{\frac{3}{2}}^2}{16} = 457;$	$\frac{T\alpha_{\frac{5}{2}}^2}{16} = 359;$	$\frac{T\alpha_{\frac{7}{2}}^2}{16} = 309;$	13.689 = 8957
$\frac{T\alpha_{\frac{25}{2}}^2}{16} = 78;$	$\frac{T\alpha_{\frac{23}{2}}^2}{16} = 82.5;$	$\frac{T\alpha_{\frac{21}{2}}^2}{16} = 95;$	$\frac{T\alpha_{\frac{9}{2}}^2}{16} = 248;$	24.539.5 = 12948
<u>689</u>	<u>539.5</u>	<u>454</u>	$\frac{T\alpha_{\frac{211}{2}}^2}{16} = 221;$	33.454 = 14982
			$\frac{T\alpha_{\frac{213}{2}}^2}{16} = 189.5;$	40.1385 = 55400
			$\frac{T\alpha_{\frac{215}{2}}^2}{16} = 164$	<u>92287:420</u>
			$\frac{T\alpha_{\frac{217}{2}}^2}{16} = 136$	Reduction = 219.7
			$\frac{T\alpha_{\frac{219}{2}}^2}{16} = 117.5$	(Einh. d. 7. Dez.)
			<u>1385</u>	

6) Reduction der Schwingungsdauer wegen des Temperatureinflusses.

Die Temperaturveränderungen beeinflussen die Schwingungsdauer in zweifacher Weise: sie bewirken nämlich eine Veränderung der Grösse des Schneidenabstandes und folglich der Länge des mit dem physischen Pendel in Bezug auf die Schwingungsdauer äquivalenten einfachen Pendels; sie ändern ferner auch die Dichte der Luft, also des Mediums, in welchem sich das Pendel bewegt, wodurch die Grösse des sogenannten Auftriebes (poussée) und hiedurch die wirksame Intensität der Schwere (g) modificirt wird. Die letztere Einwirkung, welche durch die Construction und Anwendung des Reversionspendels eliminirt werden soll, wird weiter unten bei Berechnung der Pendellänge in Betracht gezogen werden; es bleibt also vorläufig bloß die der Aenderung der Pendellänge entsprechende Variation der Schwingungsdauer in's Auge zu fassen. Bei der geringen Grösse der durch die Temperaturschwankungen bewirkten Aenderungen der Pendellänge wird es genügen in dem Ausdrücke für T bloß das Hauptglied in Rechnung zu nehmen; man hat dann:

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \text{ daher: } \Delta T = \frac{T}{2l} \Delta l;$$

bezeichnet $\Delta t = t - t_0$ die Differenz der bei einer Schwingungsbeobachtung stattfindenden Temperatur t gegen eine bestimmte Normaltemperatur t_0 , so ist bei der oben (pag. 218) constatirten Gleichheit der Ausdehnungscoefficienten des Pendels und des Maassstabs: $\Delta l = 0,017346^{\text{mm}} \Delta t$, sohin mit genügender Näherung:

$$\Delta T = 0^{\text{s}},00000870 \cdot \Delta t$$

Die Wahl der Normaltemperatur t_0 ist an sich gleichgültig und wurde hiefür $t_0 = 0^{\circ}$ angenommen. Mit den oben (pag. 223) adoptirten Constanten des Metallthermometers hat man, mit m die Angabe des Metallthermometers bezeichnend: $\Delta t = \left(\frac{m - 7,860}{0,1744} \right) + 15,21$ in Celsius-Graden, mithin die an der beobachteten Schwingungsdauer anzubringende Temperatur-Reduction: $-\Delta T = + 0^{\text{s}},00025977 - 0^{\text{s}},00004988 m$.

Mit dieser Correction kann in zweckmässiger Weise die Reduction wegen der Differenz der Schneidenabstände bei „Schwerpunkt oben“ und „Schwerpunkt unten“ verbunden werden; nach pag. 218 ist dieser Abstand in letzterer Lage um 0.0000018.5 grösser als in der ersten; reducirt man also die bei der Lage „Schwerpunkt unten“ beobachteten Schwingungszeiten auf den bei der Lage „Schwerpunkt oben“ stattfindenden Schneidenabstand, so hat man die in ersterer Lage beobachtete Vibrationsdauer um $0^s,0000009.25$ zu vermindern. Man hat dann schliesslich:

Temperatur-Correction der beobachteten Schwingungsdauer

bei „Schwerpunkt oben“ (Firma unten) = $+ 0^s,0002597.7 - 0^s,00004988m$

bei „Schwerpunkt unten“ (Firma oben) = $+ 0^s,0002588.4 - 0^s,00004988m$.

Bei dem zuletzt citirten Coincidenz-Beobachtungssatze vom 11. September Nachmittags für I. F. u. h. wurden beispielsweise folgende Metallthermometerstände beobachtet:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Anfang } m = 8,361 \\ \text{Mitte} \quad \quad 8,380 \\ \text{Ende} \quad \quad \quad 8,341 \end{array} \right\} \text{Mittelwerth } m = 8,3607$$

daher Temperatur-Correction der beobachteten Schwingungsdauer

$$= - 0,0001572.7^s.$$

7) Untersuchung der Uhrgänge.

Wie aus der Zusammenstellung der beobachteten Sterndurchgänge hervorgeht, wurden die einzelnen Zeitbestimmungen gruppenweise ausgeführt, so dass täglich zwei solcher Gruppen, — und zwar Morgens um circa 8^h Sternzeit und Abends um circa 16^h Sternzeit, — beobachtet wurden, wenn die Witterung solches gestattete. Die Resultate sind nun in nachfolgender Tabelle, gruppenweise zu Mittelwerthen vereint, zusammengestellt.

Zusammenstellung der für die Pendeluhrn Mahler und Knoblich erhaltenen Uhr-Correctionen.

Bürgerliche Zeit 1877			Pendeluhr Mahler			Pendeluhr Knoblich		
			Stern-Zeit	Uhr- Correction	Zahl der Sterne	Stern-Zeit	Uhr- Correction	Zahl der Sterne
11. Sept.	^h 3,4 N.	11. Sept.	^h 14,8 ^s + 7,470	6	11. Sept.	^h 13,7 ^s — 26,770	2	
12. "	7,9 V.	11. "	7,3 + 6,610	4	11. "	6,7 — 27,560*	1	
12. "	5,1 N.	12. "	16,5 + 6,193	7	12. "	15,9 — 27,545	2	
13. "	4,9 N.	13. "	16,4 + 5,210	6	13. "	15,3 — 28,305	2	
14. "	8,9 V.	13. "	8,4 + 4,361	7	13. "	8,1 — 28,810	3	
14. "	3,9 N.	14. "	15,5 + 4,096	8	14. "	15,7 — 28,987	3	
15. "	8,8 V.	14. "	8,4 + 3,291	7	14. "	8,1 — 29,580	3	
15. "	4,1 N.	15. "	15,7 + 2,967	10	15. "	15,8 — 29,788	4	
18. "	4,3 N.	18. "	16,1 — 1,394	5	18. "	16,0 — 31,873	3	
19. "	8,8 V.	18. "	8,6 — 2,408	5	18. "	8,8 — 32,025	2	
19. "	3,6 N.	19. "	15,5 — 2,652	9	19. "	15,6 — 32,193	3	
23. "	7,4 V.	22. "	7,5 — 7,350	3	22. "	7,5 — 34,947	3	
23. "	7,2 N.	23. "	19,4 — 7,909	7	23. "	19,35 — 35,410	2	
25. "	4,7 N.	25. "	17,0 — 10,122	6	25. "	16,6 — 36,788	4	
26. "	8,7 V.	25. "	8,7 — 10,825	6	25. "	9,3 — 37,018	4	
26. "	4,2 N.	26. "	16,6 — 11,162	11	26. "	16,2 — 37,304	8	
27. "	7,1 V.	26. "	7,5 — 11,690	3	26. "	7,6 — 37,290*	1	
27. "	4,2 N.	27. "	16,6 — 11,958	14	27. "	16,2 — 37,467	9	
28. "	8,2 V.	27. "	8,7 — 12,632	6	27. "	9,0 — 37,790	5	
28. "	4,0 N.	28. "	16,5 — 12,857	15	28. "	16,1 — 37,769	10	
29. "	7,0 V.	28. "	7,5 — 13,473	3	28. "	7,5 — 38,123	3	
29. "	3,9 N.	29. "	16,5 — 13,700	15	29. "	16,4 — 38,190	9	
30. "	6,9 V.	29. "	7,5 — 14,163	3	29. "	7,5 — 38,510	3	
30. "	4,5 N.	30. "	17,1 — 14,508	10	30. "	16,9 — 38,758	5	
1. Okt.	4,1 N.	1. Okt.	16,8 — 15,261	12	1. Okt.	16,4 — 39,373	7	
2. "	9,3 V.	1. "	10,0 — 15,920*	1	1. "	10,0 — 40,100*	1	
2. "	3,6 N.	2. "	16,4 — 16,003	6	2. "	16,4 — 40,255	6	
3. "	1,4 N.	3. "	14,2 — 16,710*	1	3. "	14,2 — 41,000*	1	
4. "	2,0 N.	4. "	14,85 — 17,590	2	4. "	14,85 — 41,730	2	

Bemerkung: Die mit Sternchen bezeichneten Stünde wurden, — weil auf einem einzigen Sterndurchgang beruhend, — bei der Berechnung des Uhranges nicht berücksichtigt.

Um hieraus den Gang der beiden Pendeluhrn Mahler und Knoblich zu erhalten, wurden stets die nahe auf die gleiche Tageszeit fallenden Gruppenmittel mit einander combinirt und auf diese Weise der stündliche Gang für die entsprechende mittlere Epoche erhalten. Wenn auch die einzelnen Gruppen der Zeitbestimmungen nicht durchweg dieselben Sterne enthalten, so wird dieses doch annähernd der Fall sein und können die in den geraden Aufsteigungen und in den Instrument-Correctionen noch verbleibenden, kleinen Unsicherheiten die Resultate nicht merklich alteriren. Die nachfolgende Zusammenstellung bildet die Grundlage der Ermittlung der Gänge für die Zwischenzeiten, welche in der Folge durch einfache Interpolation mit ersten Differenzen aus dieser Tabelle entnommen wurden.

Stündlicher Gang der Pendeluhrn Mahler und Knoblich.

Bürgerliche Zeit der Epoche			Pendeluhr Mahler			Pendeluhr Knoblich		
			Stern-Zeit der Epoche		Stündl. Gang	Stern-Zeit der Epoche		Stündl. Gang
	h			h	s		h	s
12. Sept.	4,3	V.	11. Sept.	3,65	— 0,0497	11. Sept.	2,80	— 0,0296
13. "	5,1	"	12. "	4,45	0,0411	12. "	3,60	0,0325
13. "	8,4	"	12. "	7,85	0,0458	— "	—	—
14. "	4,4	"	13. "	3,95	0,0482	13. "	3,50	0,0280
14. "	8,8	N.	14. "	20,40	0,0446	14. "	20,10	0,0321
15. "	4,0	V.	14. "	3,60	0,0467	14. "	3,75	0,0332
17. "	4,2	"	16. "	3,90	0,0602	16. "	3,90	0,0289
17. "	8,8	"	16. "	8,50	0,0592	16. "	8,45	0,0253
19. "	4,0	"	18. "	3,80	0,0538	18. "	3,80	0,0136
21. "	8,1	"	20. "	8,05	0,0521	20. "	8,15	0,0309
21. "	5,4	N.	21. "	17,45	0,0526	21. "	17,45	0,0322
24. "	6,0	"	24. "	18,20	0,0485	24. "	18,20	0,0305
24. "	7,9	"	24. "	20,10	0,0475	24. "	20,10	0,0281
26. "	4,5	V.	25. "	4,80	0,0441	25. "	4,80	0,0219
26. "	7,7	N.	26. "	20,10	0,0379	26. "	4,20	0,0068
27. "	4,2	V.	26. "	4,60	0,0332	26. "	9,15	0,0162
27. "	7,7	N.	27. "	20,10	0,0374	— "	—	—
28. "	4,1	V.	27. "	4,55	0,0377	27. "	4,15	0,0126
28. "	7,6	N.	28. "	20,10	0,0369	28. "	20,25	0,0148
29. "	4,0	V.	28. "	4,50	0,0351	28. "	4,35	0,0173
29. "	6,9	N.	29. "	19,50	0,0288	29. "	19,50	0,0161
30. "	4,2	V.	29. "	4,80	0,0329	29. "	4,65	0,0232
1. Okt.	4,3	V.	30. "	4,95	0,0318	30. "	4,65	0,0262
2. "	3,9	"	1. Okt.	4,60	0,0314	1. Okt.	4,40	0,0367
3. "	2,8	N.	3. "	15,60	0,0342	3. "	15,60	0,0317

Was nun die Aenderungen in dem Gange der beiden Pendeluhrn Mahler und Knoblich betrifft, so bieten sich zu ihrer Erklärung folgende Ursachen: 1) die Unvollkommenheiten der Temperatur-Compensation der regulirenden Pendel, 2) die mit der jeweiligen Dichte der Luft veränderliche Grösse des Auftriebes (poussée) und 3) die Veränderlichkeit der Reibung an den Zapfen, Trieben und Zahneingriffen der Uhrwerke. Die beiden ersten dieser Quellen der Störung eines idealen, constanten Ganges lassen sich näher verfolgen, indem man die Grösse des Uhranges durch einen empirischen Ausdruck als Function der Temperatur und des Barometerstandes darzustellen sucht. Diese beiden Elemente können im gegebenen Falle aus den an der Sternwarte ausgeführten stündlichen Barometer-Ablesungen mit wenigstens annähernder Genauigkeit entnommen werden; das Stationsbarometer befindet sich nämlich in demselben Saale, in welchem die Pendelbeobachtungen ausgeführt wurden; die zur Reduction

auf den Eispunkt benützten Ablesungen des am Barometer befestigten Thermometers können also annähernd als die Temperaturen der Luft und der in dem Saale aufgestellten Uhren betrachtet werden, und wenn auch letztere gegen erstere etwas retardiren, — wie dieses auch bei den früher erwähnten Beobachtungen der Quecksilber- und Metall-Thermometer am Pendelapparate hervortritt, — so kann sich hieraus doch keine wesentliche Beeinträchtigung der nachfolgend entwickelten Resultate ergeben. Da ferner für die Nachtstunden von 6^h Abends bis 7^h Morgens keine stündlichen Beobachtungen vorliegen, so wurde für dieses Zeitintervall das arithmetische Mittel der um 6^h Abends und 7^h Morgens beobachteten Temperaturen angenommen; auch diese Annahme kann die Resultate nicht erheblich beeinträchtigen, da die Temperatur, welche im Saale regelmässig ungefähr um 3^h Nachmittags ihr Maximum erreicht, von 6^h Abends an ziemlich gleichmässig fällt, bis sie zu der Jahreszeit, in der die Beobachtungen ausgeführt wurden, nahe um 7^h Morgens auf ihr Minimum herabsinkt. Die zu einem bestimmten Gange gehörige Temperatur, sowie der treffende Barometerstand wurden erhalten, indem aus allen in das einschlägige Intervall der Zeitbestimmungen fallenden stündlichen Beobachtungen das arithmetische Mittel genommen wurde. Es ergaben sich auf diese Weise die folgenden Ausdrücke für den stündlichen Gang

- 1) der Pendeluhr Mahler: $-0,0428^s - 0,00132^s (t - 12,9^u) + 0,000819^s$
($b - 718,3^{mm}$),
- 2) der Pendeluhr Knoblich: $-0,0251^s - 0,00153^s (t - 13,0^u) + 0,001250^s$
($b - 717,15^{mm}$).

Die wirklich beobachteten stündlichen und täglichen Gänge werden durch diese Ausdrücke mit folgenden mittleren Fehlern dargestellt:

- 1) bei Mahler: $\pm 0,0073^s$ bzw. $\pm 0,175^s$
- 2) bei Knoblich: $\pm 0,0081^s$ bzw. $\pm 0,194^s$

Der Betrag dieser mittleren Fehler zeigt, dass die Einflüsse der Temperatur und des Luftdruckes die beobachteten Gang-Aenderungen beider Uhren nur zum kleineren Theile erklären, dass also die Veränderlichkeit der Reibungen in den Uhrwerken als Hauptursache der Schwankungen des Ganges der beiden Uhren betrachtet werden muss. So wünschenswerth es nun erscheinen mag, bei Pendelbeobachtungen über eine Uhr von ganz hervorragend gleichmässigem Gange, — etwa von

gleicher Präcision wie die vortreffliche Pendeluhr Hohwü Nr. 25 der Strassburger Sternwarte, — verfügen zu können, so möge doch die Bemerkung gestattet sein, dass die in anderen, analogen Operationen zur Anwendung gebrachten Uhren, (z. B. die Shelton'sche Uhr bei den indischen Bestimmungen, die Ellicott'sche Uhr bei den Beobachtungen von Herrn Professor Peters, die Bullock'sche Uhr bei jenen von Herrn Professor Albrecht etc.) Schwankungen von mindestens gleicher Grösse aufweisen; auch dürfte nicht zu übersehen sein, dass die Bogenhausener Pendelbestimmung sich auf zahlreiche Vergleichen mit den beiden Hauptuhren der Sternwarte gründet, wodurch die absolute Bestimmung der Schwingungsdauer wesentlich an Sicherheit gewinnt. Der Einfluss der Unsicherheit des Uhranges auf die aus einem einzelnen Beobachtungssatze berechnete Schwingungsdauer lässt sich wie folgt abschätzen: Jede der beiden Hauptuhren gibt ein 24-stündiges Zeitintervall mit nahe gleicher Genauigkeit, welche durch den oben erwähnten mittleren Fehler von $\pm 0,18^s$ characterisirt wird; ein einzelner Beobachtungssatz umfasst eine Dauer von circa 34 Minuten und da der Stérntag aus der Aneinanderreihung von 42,4 solcher Intervalle besteht, so wird jede der Uhren die absolute Dauer eines solchen Beobachtungssatzes mit einer Präcision, welcher ein mittlerer Fehler von $\frac{0,18}{\sqrt{42,4}} = 0,0277^s$ entspricht, ergeben, wonach für die Schwingungsdauer ein mittlerer Fehler von $0,0000138^s$ resultiren würde. Dieses Raisonnement wird sich jedoch günstiger gestalten, wenn man erwägt, dass die Schwankungen im Gange der Uhren nicht so ganz unregelmässig erfolgen, dass vielmehr die Uebergänge zu den extremen Werthen sich nur nach und nach vollziehen; diese Bemerkung gilt ganz besonders für die Mahler-Uhr, bei welcher sich die Gänge in zwei deutlich geschiedene Perioden, — (11. bis 25. September, durchschnittlicher Gang — $0,0496^s$ und 26. September bis 4. Oktober, durchschnittlicher stündlicher Gang — $0,0343^s$) — abtheilen, während bei den Knoblich-Gängen eine solche Scheidung nicht hervortritt. — Weitere Anhaltspunkte zur Beurtheilung des Ganges der beiden Uhren liefern auch die auf pag. 187—189 mitgetheilten Vergleichen mit der Danischewsky'schen Registriruhr, deren Ergebnisse in einer weiter unten folgenden Tabelle zusammengestellt sind: — Um nun auch zu einer vorläufigen Bestimmung über den Gang der Dani-

schewsky-Uhr zu gelangen, wurden die Mittelwerthe aus allen während je eines bürgerlichen Tages ausgeführten chronographischen Uhrvergleichen genommen und aus diesen die relativen Gänge gegen die beiden Hauptuhren berechnet, welche für die in nachstehender Tabelle angegebenen Epochen gelten; für diese Epochen wurden nun die Gänge von Mahler und Knoblich aus den pag. 245 angegebenen Daten berechnet und zu den erhaltenen relativen Gängen hinzu addirt, wodurch sich der absolute Gang der Danischewsky'schen Registriruhr ergab. Die Resultate dieser Rechnungen sind nachfolgend zusammengestellt.

Vorläufiger Gang der Registriruhr Danischewsky (D).

Epoche (Stern-Zeit)	Stündlicher Gang der D-Uhr nach Vergleichung mit		Bemerkung
	Mahler	Knoblich	
	h	s	s
11. Sept.	2,1	- 0,0322	- 0,0305
12. "	0,0	+ 0,0230	+ 0,0201
13. "	0,4	+ 0,0206	+ 0,0247
14. "	1,5	+ 0,0297	+ 0,0286
			15. bis 18. keine Sterne beob.

Contact an der D-Uhr tiefer gestellt.

20. Sept.	14,7	+ 0,0026	+ 0,0100	19. bis 22. keine Sterne beob.
21. "	0,8	- 0,0129	- 0,0105	
22. "	1,7	- 0,0498	- 0,0453	
23. "	1,3	- 0,0235	- 0,0210	
24. "	1,1	- 0,0457	- 0,0433	24. keine Sterne beob.
25. "	2,1	- 0,0349	- 0,0350	
26. "	2,2	+ 0,0018	+ 0,0036	
27. "	3,8	+ 0,0212	+ 0,0225	
28. "	3,9	+ 0,0338	+ 0,0329	
29. "	3,2	+ 0,0419	+ 0,0418	
30. "	2,9	+ 0,0496	+ 0,0505	
1. Okt.	2,4	+ 0,0413	+ 0,0384	

Man ersieht aus dieser Tabelle, dass die Variationen im Gang der Registriruhr ungleich grösser gewesen sind, als bei jeder der beiden Hauptuhren; abgesehen von der Unvollkommenheit der Temperatur-Compensation dürfte die Ursache dieser Schwankungen des Ganges hauptsächlich in der Anordnung des Contactes (Stromschlusses) zu suchen sein. In der Zeit vom 11. bis 15. September zeigen die extremen Werthe eine

Differenz von $0,0619^s$ für den stündlichen oder $1,49^s$ für den täglichen Gang; dann wurde, — da der Stromschluss nicht immer mit der nöthigen Sicherheit erfolgte, — der Contact etwas tiefer gestellt; in der hierauf folgenden Zeit vom 19. September bis 2. Oktober beträgt das Extrem der Gangdifferenzen nahezu $0,10^s$ im stündlichen d. i. $2,40^s$ im täglichen Gang. Ein Zusammenhang der Danischewsky-Gänge mit den Veränderungen in Temperatur und Luftdruck lässt sich nicht erkennen. Unter solchen Verhältnissen wurde es vorgezogen, den Uebergang von der Zeit der Registriruhr auf absolute Sternzeit lediglich unter Zugrundelegung der vor und nach jedem Beobachtungssatze ausgeführten Vergleichen der Danischewsky'schen Registriruhr mit den beiden Pendeluhrn Mahler und Knoblich zu bewerkstelligen. Die nachfolgende Tabelle ist das Resultat der in dieser Beziehung durchgeführten Rechnungen und gibt für jeden Beobachtungssatz die Correction, durch welche die Secunde der Danischewsky-Uhr auf Sternzeit-Secunden reducirt wird.

In Rechnung genommene Gänge der Registriruhr Danischewsky (D) für die Epochen der einzelnen Schwingungsbeobachtungen.

Epoche (Stern-Zeit) (1877)		Werth von 1^s D-Zeit (Einheiten der 7. Dezimale)				
Tag	Stunde	nach Mahler		nach Knoblich		Mittel der absolut. Werthe ($1^s \pm$)
		relat. Werth ($1^s \pm$)	absol. Werth ($1^s \pm$)	relat. Werth ($1^s \pm$)	absol. Werth ($1^s \pm$)	
11. Sept.	16,85	+ 200.0	+ 61.9	+ 148.4	+ 66.2	+ 64.1
"	8,45	+ 113.5	— 19.8	— 21.3	— 105.5	— 62.7
"	9,60	— 39.1	— 171.3	— 29.4	— 114.0	— 142.7
"	10,70	— 46.2	— 177.6	— 140.1	— 224.5	— 201.1
12. Sept.	12,60	+ 275.2	+ 145.8	+ 240.7	+ 155.4	+ 150.6
"	13,80	+ 208.6	+ 80.3	+ 163.3	+ 77.5	+ 78.9
"	14,75	+ 190.0	+ 62.6	+ 220.7	+ 134.6	+ 98.6
"	9,30	+ 211.6	+ 83.8	+ 98.6	+ 11.4	+ 47.6
"	10,40	+ 197.6	+ 69.6	+ 182.5	+ 96.1	+ 82.9
"	11,60	+ 260.8	+ 132.5	+ 153.8	+ 68.0	+ 100.3
13. Sept.	13,80	+ 254.2	+ 125.0	+ 183.9	+ 99.2	+ 112.1
"	14,80	+ 175.8	+ 46.4	+ 140.4	+ 56.2	+ 51.3
"	16,20	+ 84.2	— 45.8	+ 142.8	+ 59.5	+ 6.9
"	8,75	+ 67.9	— 62.9	— 5.4	— 86,8	— 74.9
"	9,65	+ 137.4	+ 7.1	+ 51.9	— 30,0	— 11.5
"	11,25	+ 208.2	+ 78,8	+ 182.6	+ 99,5	+ 89,2
14. Sept.	13,30	+ 348,3	+ 220,2	+ 213,8	+ 129,4	+ 174,8
"	14,50	+ 168,5	+ 41,0	+ 177,4	+ 52,1	+ 66,6
"	15,45	+ 247,6	+ 120,7	+ 161,4	+ 75,3	+ 98,0
15. Sept.	15,00	+ 224,4	+ 87,2	+ 313,0	+ 225,5	+ 156,4
19. Sept.	14,40	+ 125,9	— 22,4	+ 55,4	+ 7,9	— 7,3
"	15,35	+ 322,2	+ 173,9	+ 286,4	+ 238,1	+ 206,0
"	16,55	+ 322,2	+ 173,9	+ 286,4	+ 238,1	+ 206,0

Epoche (Stern-Zeit) (1877)		Werth von 1s D-Zeit (Einheiten der 7. Dezimale)				
Tag	Stunde	nach Mahler		nach Knoblich		Mittel der absolut. Werthe (1s ±)
		relat. Werth (1s ±)	absol. Werth (1s +)	relat. Werth (1s ±)	absol. Werth (1s ±)	
23. Sept.	15,00	+ 8.4	— 130.5	— 25.4	— 111.8	— 121.2
"	16,00	+ 50.7	— 88.2	+ 87.3	+ 0.9	— 43.7
"	16,95	+ 61.7	— 76.9	+ 79.8	— 6.6	— 41.8
"	10,00	+ 124.1	— 12.0	+ 47.3	— 38.0	— 25.0
"	11,45	+ 90.9	— 44.9	— 14.6	— 99.9	— 72.4
25. Sept.	14,40	+ 33.0	— 93.7	— 80.3	— 148.6	— 121.2
"	15,50	— 103.6	— 230.0	— 96.4	— 164.2	— 197.1
"	16,60	— 31.4	— 157.5	+ 41.8	— 25.4	— 91.5
"	9,00	— 36.1	— 156.7	— 122.1	— 175.4	— 166.1
"	10,30	+ 70.5	— 45.9	— 21.4	— 72.5	— 59.2
"	11,50	+ 87.0	— 28.0	+ 87.0	+ 38.1	+ 5.1
26. Sept.	15,75	+ 84.8	— 25.5	+ 121.3	+ 80.2	+ 27.4
"	16,80	+ 172.2	+ 63.3	+ 210.0	+ 170.6	+ 117.0
27. Sept.	14,95	+ 87.7	— 12.3	+ 80.2	+ 38.3	+ 13.0
"	15,90	+ 213.0	+ 112.2	+ 218.3	+ 176.9	+ 144.6
"	16,80	+ 279.2	+ 177.8	+ 281.3	+ 240.2	+ 209.0
28. Sept.	14,75	+ 202.7	+ 99.4	+ 135.1	+ 95.9	+ 97.7
"	15,75	+ 257.8	+ 154.7	+ 303.4	+ 264.0	+ 203.4
"	16,65	+ 321.3	+ 218.2	+ 323.1	+ 289.4	+ 253.8
29. Sept.	15,40	+ 299.5	+ 214.8	+ 263.3	+ 217.7	+ 216.3
"	16,85	+ 166.1	+ 83.0	+ 217.9	+ 172.6	+ 127.8
"	11,60	+ 156.9	+ 66.3	+ 114.8	+ 47.9	+ 57.1
30. Sept.	12,90	+ 295.5	+ 205.2	+ 366.1	+ 298.9	+ 252.1
"	15,45	+ 24.4	— 65.6	+ 108.8	+ 40.5	— 12.6
"	16,85	+ 119.0	+ 29.0	+ 202.0	+ 133.4	+ 81.2
1. Oktbr.	14,50	+ 142.5	+ 54.7	+ 193.5	+ 114.5	+ 84.6
"	15,60	+ 155.1	+ 67.3	+ 231.0	+ 144.9	+ 103.1
"	16,65	+ 150.3	+ 62.5	+ 237.6	+ 149.8	+ 106.2
"	10,95	+ 271.4	+ 182.8	+ 166.7	+ 67.3	+ 125.1
"	12,25	+ 362.4	+ 273.5	+ 288.2	+ 189.0	+ 231.3
2. Oktbr.	14,60	+ 77.2	— 12.2	+ 180.0	+ 81.9	+ 34.9
"	16,00	+ 101.0	+ 11.3	+ 170.0	+ 72.5	+ 41.9

Die Resultate für den Werth einer Danischewsky-Secunde sollten aus den Vergleichen mit der Mahler- und Knoblich-Secunde identisch hervorgehen; die sich ergebenden Differenzen können nur in folgenden drei Ursachen ihre Erklärung finden, nämlich: 1) in einer Veränderlichkeit des Ganges der beiden genannten Hauptuhren innerhalb der zur Ermittlung des Ganges verwendeten Perioden von 24—72 Stunden, 2) in den zufälligen Beobachtungsfehlern der Uhrvergleichen und 3) in einer Veränderlichkeit der absoluten Personalgleichung des Beobachters in der Registrirung der Pendeldurchgänge der beiden Hauptuhren Mahler und Knoblich. Berechnet man aus den Differenzen der von jeder der beiden Hauptuhren gegebenen Secundenwerthe der Dani-

schewsky-Uhr den mittleren Fehler der Reduction, so ergibt sich hiefür der Werth $\sqrt{\frac{135768}{110-55}} = \pm 49.7$ Einheiten der 7. Dezimale der Secunde; für den Mittelwerth des aus beiden Hauptuhren abgeleiteten Secunden-Ganges der Danischewsky-Uhr folgt sohin ein mittlerer Fehler von ± 35.1 Einheiten der 7. Dezimale.

Der Antheil der obenerwähnten zweiten Ursache der auftretenden Differenzen lässt sich numerisch bestimmen; jede einzelne aus 50 — 60 Markirungen bestehende Uhrvergleichung ist nämlich mit einem durchschnittlichen mittleren Fehler von $\pm 0,005^s$ behaftet, was für das Intervall zweier unmittelbar aufeinanderfolgenden Vergleichungen einen solchen von $\pm 0,007^s$ und bei einer durchschnittlichen Dauer eines Intervalles von 50^m einen mittleren Fehler von ± 23.3 Einheiten der 7. Dezimale für den Secundenwerth entziffert. Der gemeinsame Antheil der 1. und 3. der obenerwähnten Fehlerquellen wird also durch einen mittleren Fehler von ± 44.0 Einheiten der 7. Dezimale characterisirt und überwiegt demnach bedeutend die in Betracht gezogene, aus rein zufälligen Markirungsfehlern hervorgehende Unsicherheit. Die auf den Gang der Uhren wirkenden Variationen in dem Zustande der Luft waren während eines Beobachtungstages mitunter nicht ganz unbedeutend und erreichte die innerhalb einer Periode von 24^h stattfindende Schwankung in der Temperatur des Beobachtungsraumes ein Maximum von $5,4^0 C.$, während sich der Luftdruck innerhalb dieses Zeitintervalles bis zu einem Betrage von $3,5^{mm}$ änderte; gleichwohl reicht diese Ursache nicht hin, um den oben gefundenen mittleren Fehler von ± 44.0 Einheiten der 7. Dezimale der Secunde zu erklären, da die Aenderungen in Temperatur und Luftdruck, — wie die pag. 246 gegebenen Ausdrücke zeigen, — auf beide Hauptuhren nahe gleichmässig einwirken. Es bleibt also zur Erklärung der constatirten Gangänderungen nur die Variation der absoluten persönlichen Gleichung und die veränderliche Reibung in den Uhrwerken übrig: letztere wirkt bekanntlich im Wesentlichen nur indirect, — durch Veränderung der Schwingungsamplitude, — auf den Gang ein und genügt es, dass eine Uhr von 18^{mm} normalem Ausschlag diesen um 1^{mm} verändere, um die Schwingungsdauer um $0,0000023^s$ zu variiren. Bezüglich der Schwankungen der absoluten persönlichen Gleichung für zwei aufeinander-

folgende Markirungen geben die nachfolgend zu erwähnenden Versuche einige Anhaltspunkte, nach welchen dieselben wohl kaum mit mehr als $0,0000033^s$ an dem Betrage des oben zu $0,0000044^s$ gewertheten mittleren Fehlers participiren dürften, so dass die Unregelmässigkeiten des Ganges einer der beiden Hauptuhren einem mittleren Fehler von $0,0000029^s$ per Schwingung entsprechen würden. —

8) Aenderung der absoluten Personalgleichung bei Registrirung der Pendeldurchgänge.

Schon während der Ausführung der Registrirbeobachtungen machte sich mir der Eindruck geltend, dass die sehr verschiedenen Geschwindigkeiten, mit welchen das schwingende Pendel am Anfange und am Ende jedes Satzes der Registrirbeobachtungen die Gleichgewichtslage passirt, möglicher Weise einen Einfluss auf die Auffassung und Registrirung dieser Durchgänge ausüben können. Namentlich in den Durchgangsbeobachtungen in der Lage „Volles Gewicht oben“ ist der Unterschied ein sehr bedeutender, da das Pendel bei den hier auftretenden Amplituden am Anfange der Beobachtungsserie sich nahezu 3,5 mal so schnell bewegt, als am Ende des Satzes. Die Thatsache, dass die relative Personalgleichung zweier Beobachter bei den Beobachtungen am Passageninstrumente häufig als mit der Zenithdistanz der Sterne, — d. i. mit ihrer scheinbaren Geschwindigkeit, — veränderlich gefunden wurde, bietet einige Analogie mit dem Falle der Pendelbeobachtungen und wenn man bedenkt, dass die bei den erwähnten Beobachtungen von Sterndurchgängen auftretenden Geschwindigkeitsunterschiede in der Regel weit geringer sind, als bei den Pendeldurchgängen, so möchte nicht zu leugnen sein, dass die oben ausgesprochene Vermuthung eine grosse Wahrscheinlichkeit besitzt. Ich beschloss desshalb, diesen Punkt einer experimentellen Untersuchung zu unterziehen, zu welcher die Einrichtung der als Registriruhr benützten alten Berthoud'schen Pendeluhr der Sternwarte eine bequeme Gelegenheit darbot. Das Pendel dieser Uhr trägt an seinem unteren Ende ein kleines, in ein Stück einer engen Barometerröhre ausmündendes mit Quecksilber gefülltes Gefäss; eine 8^{mm} lange Stahlschneide ist so angebracht, dass sie die aus dem Barometerröhrchen hervorragende Queck-

silberkuppe bei jedem Durchgange des Uhrpendels durch die Gleichgewichtslage berührt und kann der auf diese Weise hergestellte, den Stromschluss bewerkstellende Contact durch eine feine Verticalbewegung der erwähnten Stahlschneide nach Bedarf regulirt werden. Das mit dem Hipp'schen Chronographen verbundene Uhrpendel markirt also auf demselben automatisch seine Durchgänge durch die Verticale, wobei sich eine etwaige Abweichung der Mitte der Schneide von der Gleichgewichtslage des Pendels im Mittel aus je zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden Schwingungen eliminirt. Auf der Mitte der Linse des Pendels wurde nun ein Papierscheibchen festgeklebt und auf demselben eine feine Verticallinie bezeichnet, während dicht vor diesem Striche und unabhängig vom Pendel ein feiner Draht als Index vertical ausgespannt wurde. Hierauf wurde der Cometensucher in einer Entfernung von circa 6^m so aufgestellt, dass sich in demselben die Bilder des Indexstriches und der auf der Pendellinse angebrachten Marke genau deckten, wenn das Uhrpendel sich in Ruhe befand. Die Uhr wurde nun in Gang versetzt und markirte dann auf dem Hipp'schen Chronographen jeden Durchgang ihres Pendels durch die Verticale, während derselbe gleichzeitig durch den im Cometensucher die Bewegung verfolgenden Beobachter mittelst des Signaltasters auf dem sich abwickelnden Streifen des Chronographen registrirt wurde. Nach Anbringung der noch näher anzugebenden Correctionen konnte auf diese Weise angegeben werden, um wie viel der Beobachter die Durchgänge früher oder später markirt, als sie die Uhr selbst automatisch registrirt, und wenn man hiebei das Uhrpendel nach und nach in verschiedenen Amplituden schwingen liess, so musste sich herausstellen, ob die Auffassung und Registrirung der Pendeldurchgänge sich mit der Geschwindigkeit der Bewegung des Pendels ändert oder nicht. — Die einschlägigen Beobachtungen wurden an drei verschiedenen Tagen ausgeführt und umfasst jeder einzelne Satz vier, je den halben Amplitudenwerthen $0^{\circ} 37'$, $1^{\circ} 15'$, $1^{\circ} 52'$ und $2^{\circ} 29'$ entsprechende Beobachtungserien von 50—100 Einzelnregistrirungen. Leider habe ich es unterlassen, den Taster für die Federparallaxe einzuschalten, so dass die Resultate nicht die absolute Personalgleichung, sondern nur ihre Veränderungen darstellen, was indessen für ihre Verwerthung bei der Berechnung der Pendellänge ohne Nachtheil bleibt. Die Feder musste während der Ver-

suche öfters herausgenommen und gereinigt werden, was indessen niemals zwischen den einen Satz bildenden vier Beobachtungserien geschah, so dass die Parallaxe innerhalb jedes einzelnen Satzes keine Aenderung erfahren hat. Um den genauen Zeitpunkt des Durchgangs durch die Verticale zu erhalten, war vor Allem zu ermitteln, bei welcher Elongation der Contact und mit ihm auch die Sekunden-Marke auf den Streifen des Chronographen beginnt. Oefters wiederholte directe Versuche ergaben, dass dieses bei einer Elongation von $2,1^p$ der Scaala der Fall ist und da $1^p = 1,660^{mm}$ und die Scaala $0,765^m$ vom Aufhängungspunkte des Pendels entfernt ist, so entspricht dem Contactbeginne eine Elongation von $15',7$; an der Schneide und Kuppe ausgeführte Messungen ergaben, dass die Länge der Schneide $8,0^{mm}$, der Durchmesser der Kuppe an der Contactstelle aber $2,5^{mm}$ beträgt, — bei einer Entfernung von $1,16^m$ vom Aufhängungspunkte des Pendels würde sich also die dem Contactbeginne entsprechende Elongation zu $15',5$ ergeben.

Setzt man nun in der bekannten Pendelformel $\alpha = a \text{Cos} \left(\frac{t}{T} \pi \right)$ $\alpha = 15',7$, $T = 1$ und a der Reihe nach $= 37',3$, $74',6$, $111',9$, $149',2$, so ergeben sich für t die Werthe $0,362^s$, $0,433^s$, $0,455^s$ und $0,467^s$; bei den halben Am-

plituden: $37',3 (= 5^p)$, $74',6 (= 10^p)$, $111',9 (= 15^p)$, $149',2 (= 20^p)$ beginnt also die Se-

cunden-Marke um $0,138^s$, $0,067^s$, $0,045^s$, $0,033^s$ vor dem Durchgange des Pendels durch die Gleichgewichtslage. Die Messung der Länge einer grössern Anzahl von Secundenmarken, (vom Beginne der Anziehung des Ankers bis zum beginnenden Abfall desselben), welche zur Erlangung einer weiteren Controle obiger Zahlen ausgeführt wurde, ergab eine mit Rücksicht auf den Umstand, dass der Beginn des Ankerabfalls sich nicht sehr scharf erkennen lässt, genügende Uebereinstimmung mit den angeführten Zeitangaben.

Die unmittelbaren Ergebnisse der zur Ermittlung der Variation der persönlichen Gleichung angestellten Beobachtungen sind sammt den auf den Durchgang durch die Verticale mit Hülfe obiger Zahlen reducirten Zeiten, — welche also die Summe von Federparallaxe und absoluter persönlicher Gleichung darstellen, — in der nachfolgenden Zusammenstellung aufgeführt.

Beobachtungen zur Ermittlung der Variation der absoluten persönlichen Gleichung.

Gruppe	Halbe Amplitude = 37,3		Halbe Amplitude = 74,6		Halbe Amplitude = 111,9		Halbe Amplitude = 149,3	
	Directe	Reducirte	Directe	Reducirte	Directe	Reducirte	Directe	Reducirte
	Ablesung		Ablesung		Ablesung		Ablesung	
	s	s	s	s	s	s	s	s
A.	0,207	0,069	0,151	0,084	0,119	0,074	0,105	0,072
	0,288	0,150	0,211	0,144	0,185	0,140	0,166	0,133
	0,293	0,155	0,216	0,149	0,199	0,154	0,186	0,153
	0,216	0,078	—	—	—	—	0,095	0,062
	0,231	0,093	—	—	—	—	0,097	0,064
B.	0,197	0,059	0,121	0,054	0,095	0,050	0,092	0,059
	0,192	0,054	0,114	0,047	0,100	0,055	0,076	0,043
	0,276	0,138	0,203	0,136	0,177	0,132	0,159	0,126
	0,305	0,167	0,198	0,131	0,185	0,140	0,169	0,136
	0,305	0,167	0,224	0,157	0,202	0,157	0,174	0,141
	0,319	0,181	0,219	0,152	0,194	0,149	0,174	0,141
	0,310	0,172	0,226	0,159	0,191	0,146	0,169	0,136
	0,315	0,177	0,218	0,151	0,193	0,148	0,177	0,144
	0,297	0,159	0,230	0,163	0,198	0,153	0,163	0,130
	0,313	0,175	0,217	0,150	0,197	0,152	0,184	0,151
C.	0,323	0,185	0,250	0,183	0,210	0,165	0,196	0,163
	0,288	0,150	0,224	0,157	0,204	0,159	0,195	0,162
	0,318	0,180	0,242	0,175	0,198	0,153	0,189	0,156

Da während der in je einer Horizontal-Zeile stehenden Beobachtungen keine Aenderung an den Federn des Chronographen vorgenommen wurde, so gibt z. B. die erste Zeile die Gleichungen:

$$p_1 = a_1, \quad p_1 + v_2 = b_1, \quad p_1 + v_3 = c_1, \quad p_1 + v_4 = d_1,$$

die 2^{te} $p_2 = a_2, \quad p_2 + v_2 = b_2, \quad p_2 + v_3 = c_2, \quad p_2 + v_4 = d_2$, u. s. w., — wobei $p_1, p_2, p_3 \dots$ die den einzelnen Sätzen entsprechenden Parallaxenwerthe, v_2, v_3 und v_4 aber die zu den treffenden Amplituden gehörigen Veränderungen der persönlichen Gleichung gegenüber dem zur kleinsten Amplitude gehörigen Werthe bezeichnen; die so erhaltenen Gleichungen wurden, — drei verschiedenen Beobachtungstagen entsprechend, — in drei Gruppen A, B, C getheilt, und gruppenweise nach den Vorschriften der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst. Abgesehen von den kein weiteres Interesse bietenden Werthen der Parallaxen, ergab die Rechnung für die Grössen v_2, v_3 und v_4 die nachfolgenden Resultate:

$$\begin{array}{lll} \text{Gruppe A} & v_2 = -0,0043^s & v_3 = -0,0053^s & v_4 = -0,0103^s \\ \text{„ B} & v_2 = -0,0171^s & v_3 = -0,0199^s & v_4 = -0,0289^s \\ \text{„ C} & v_2 = -0,0012^s & v_3 = -0,0117^s & v_4 = -0,0114^s, \text{ sohin} \\ \text{die Mittelwerthe} & V_2 = -0,0075^s & V_3 = -0,0123^s & V_4 = -0,0169^s. \end{array}$$

Die Abhängigkeit der persönlichen Gleichung bei Auffassung und Registrirung der Pendeldurchgänge von der Geschwindigkeit der Bewegung tritt hier ziemlich auffällig, und wenn auch in variabler Grösse, doch stets in demselben Sinne, — eine Beschleunigung der Registrirung mit zunehmender Geschwindigkeit ergebend, — hervor. — Ebenso wird man aus den vorliegenden Beobachtungen auch auf eine Veränderlichkeit der absoluten persönlichen Gleichung für verschiedene Tage schliessen müssen, während andererseits, wie die Berechnung der nach der Ausgleichung noch übrig bleibenden Fehler ergibt, für einen und denselben Beobachtungstag die einer bestimmten Geschwindigkeit der Bewegung entsprechenden Werthe der absoluten persönlichen Gleichung nur unbedeutenden Schwankungen unterliegen. — In der Anwendung auf die vorliegenden Pendelbeobachtungen werden wir zu dem Schlusse geführt, dass die durch Registrirung erhaltenen Schwingungszeiten namentlich in der Pendellage „Volles Gewicht oben“ durchweg zu gross gefunden werden, während ein ähnlicher Einfluss auf die Uhrvergleichungen, — mit Rücksicht auf die constant bleibenden Geschwindigkeiten der Uhrpendel, nur in geringem Grade zu befürchten ist. — Abgesehen von anderen Verhältnissen dürfte in dieser mit der Veränderlichkeit der Geschwindigkeit der Bewegung hervortretenden Variabilität der persönlichen Gleichung ein wohl begründetes Motiv für die Ueberlegenheit der Coincidenzbeobachtungen gegenüber der Bestimmung der Schwingungszeit durch Registrirung der Pendeldurchgänge zu erblicken sein. —

Die Entfernung der auf der Linse des Uhrpendels angebrachten Marke von dem Aufhängepunkte betrug $0,98^m$; die Entfernung der unteren Spitze des Reversionspendels von derjenigen Schneide, mit welcher das Pendel auf dem Support ruht, ist dagegen sehr nahe $= 1,14^m$; die Geschwindigkeit, mit welcher diese Spitze sich bewegt, ist daher gleich $\frac{1,14}{0,98} = 1,16$ mal derjenigen, welche das Uhrpendel bei den in Rede stehenden Versuchen hatte und wenn a die Amplitude des Uhrpendels ist, so ist die der gleichen Geschwindigkeit entsprechende Amplitude des Reversionspendels $A = \frac{a}{1,16}$; die oben gegebenen Werthe von V_2, V_3, V_4 entsprechen also der Reihe nach den Reversionspendel-Amplituden: $32', 2, 64', 3, 96', 5$ und $128', 6$. In der folgenden Berechnung der Länge des

Sekundenpendels wurden die den jeweiligen Schwingungsamplituden entsprechenden V-Werthe bei der nahezu bestehenden Gleichheit der 1. Differenzen mittelst einfacher Interpolation gefunden; so ergibt sich z. B. für die Registrirungs-Beobachtung vom 11. September (I. F. u. h.):

Halbe Amplitude der Anfangsregistrirung	=	111,0' d.h.:	-V = + 0,0145 ^s
„ „ „ Endregistrirung	=	35,7' d.h.:	-V = + 0,0008 ^s
Correction für die Dauer von 2000 Schwingungen:			<u>- 0,0137^s</u>
„ „ „ „ einer Schwingung			- 0,0000068.5 ^s

Der Einfluss dieser Correction auf die Pendellänge ist jedoch minder bedeutend, als man auf den ersten Blick anzunehmen geneigt sein dürfte; derselbe wird sogar verschwinden, wenn die Correctionen der Schwingungszeiten bei „Vollem Gewicht oben“ und „Vollem Gewicht unten“ sehr nahe in einem gewissen von den Entfernungen des Schwerpunktes von den Schneiden abhängigen Verhältnisse stehen. Wie die Formel zur Berechnung der Pendellänge zeigt, ist dieses bei dem österreichischen Reversionspendel der Fall, so oft das Verhältniss der in Rede stehenden Correctionen = 3,4 : 1,4 wird; in den vorliegenden Beobachtungen wird dieses Verhältniss nahezu eingehalten, was zur Folge hat, dass meine Registrirungsbeobachtungen fast ganz das gleiche Resultat für die Pendellänge geben, — man mag die Correction wegen der Abhängigkeit der Personalgleichung von der Geschwindigkeit in Rechnung stellen oder nicht. — Sowie man aber Registrirbeobachtungen mit Coincidenzbeobachtungen combinirt, zeigt sich der Einfluss dieser nur an der erstern Gattung von Beobachtungen anzubringenden Correction in gesteigertem Maasse. —

9) Berechnung der reducirten Schwingungsdauer.

Um die unmittelbar beobachteten Schwingungszeiten für die Berechnung der Pendellänge vorzubereiten, sind also die folgenden in den unmittelbar vorangehenden Paragraphen besprochenen Correctionen zu ermitteln:

1) Die Correction wegen des Uhranges, welche nach den auf pag. 249 bis 250 tabellarisch zusammengestellten Mitteln für den Werth einer Secunde der Danischewsky-Uhr in Rechnung gezogen wurde;

2) die Reduction auf unendlich kleine Schwingungsamplituden, welche nach den im § 5 angegebenen Formeln bewerkstelligt wurde, durch welche Correction auch der Einfluss des Luftwiderstandes auf die Vibrationsdauer eliminirt wird;

3) die Temperatur-Correction, (§ 6), durch welche die Schwingungszeiten auf diejenige Pendellänge reducirt werden, welche dem Repsold-Pendel bei 0° C. in der Lage „Volles Gewicht oben“ zukömmt;

4) endlich ist bei den Registrirungsbeobachtungen die im § 8 dargelegte Correction wegen der Veränderung der absoluten persönlichen Gleichung anzubringen.

Die nachfolgende Zusammenstellung gibt die unmittelbar beobachteten Vibrationszeiten, die Einzelwerthe der vorerwähnten Correctionen und in der letzten Spalte die reducirte Schwingungsdauer an, wobei die Gesamtheit der Beobachtungsserien in 3 Hauptgruppen A, B und C abgetheilt erscheint, von welchen Gruppe A ausschliesslich Coincidenzbeobachtungen, B dagegen nur Registrirungsbeobachtungen umfasst, während C aus Beobachtungen beider Gattungen combinirt ist. —

Gruppe, Combination und Lage	Datum (astr. Zeit)	Unmittelbar beobachtete Schwingungs- dauer	Reductionen in Einheiten der 7. Dezimale				Reducirte Schwingungs- dauer
			Uhrgang	Red. auf unendlich kleine Bogen (—)	Tem- peratur (—)	Per- sonal- Gleich- ung (—)	
A I. F. u. h.	11. Sept.	1,0063041.0	+ 64.1	219.7	1572.7	—	1,0061313
I. F. o. h.	"	1,0062392.5	— 201.1	315.4	1607.8	—	1,0060268
I. F. u. h.	12. Sept.	1,0063134.2	+ 150.6	262.2	1713.4	—	1,0061309
I. F. u. v.	"	1,0063178.7	+ 78.9	232.9	1761.2	—	1,0061264
I. F. o. v.	"	1,0062050.3	+ 82.9	298.3	1590.8	—	1,0060244
I. F. o. v.	"	1,0062063.3	+ 100.3	265.8	1663.1	—	1,0060235
II. F. o. v.	13. Sept.	1,0062135.4	+ 51.3	307.5	1765.6	—	1,0060114
II. F. o. h.	"	1,0062080.7	— 74.9	291.5	1516.0	—	1,0060198
II. F. u. h.	"	1,0063029.1	+ 89.2	167.8	1699.5	—	1,0061251
II. F. u. v.	14. Sept.	1,0063140.3	+ 66.6	209.3	1845.0	—	1,0061153
II. F. o. v.	15. Sept.	1,0062193.4	+ 156.4	293.7	1892.9	—	1,0060163
III. F. o. v.	19. Sept.	1,0061637.9	+ 206.0	247.2	1359.6	—	1,0060237
III. F. o. h.	19. Sept.	1,0061603.5	+ 206.0	256.7	1352.8	—	1,0060200
III. F. u. v.	23. Sept.	1,0063075.0	— 121.2	179.1	1274.3	—	1,0061500
III. F. u. h.	"	1,0062990.3	— 43.7	200.0	1291.9	—	1,0061455
III. F. u. h.	"	1,0062962.0	— 41.8	239.1	1273.7	—	1,0061407
IV. F. o. v.	26. Sept.	1,0061653.4	+ 27.4	274.0	1085.4	—	1,0060321
IV. F. u. h.	27. Sept.	1,0062753.5	+ 13.0	184.8	1038.0	—	1,0061544
IV. F. u. v.	"	1,0062520.5	+ 144.6	204.2	1052.9	—	1,0061408
IV. F. o. h.	"	1,0061379.6	+ 209.0	327.6	1037.5	—	1,0060224

Gruppe, Combination und Lage	Datum (astr. Zeit)	Unmittelbar beobachtete Schwingungs- dauer	Reductionen in Einheiten der 7. Dezimale				Reducirte Schwingungs- dauer
			Uhrgang	Red. auf unendlich kleine Bogen (—)	Tem- peratur (—)	Per- sonal- Gleich- ung. (—)	
		s					s
B I. F. u. h.	11. Sept.	1,0063175.0	— 62.7	243.4	1426.5	68.5	1,0061374
I. F. o. h.	"	1,0062345.0	— 142.7	358.8	1532.5	31.5	1,0060279
I. F. u. v.	12. Sept.	1,0063309.0	+ 99.0	263.5	1773.0	69.0	1,0061302
I. F. o. v.	"	1,0061972.0	+ 47.6	281.8	1517.4	29.5	1,0060191
II. F. o. v.	13. Sept.	1,0062192.5	+ 112.1	322.3	1754.6	31.5	1,0060196
II. F. o. h.	"	1,0062171.5	+ 6.9	336.6	1747.6	33.0	1,0060061
II. F. o. h.	"	1,0062232.0	— 11.5	296.8	1595.7	30.5	1,0060297.5
II. F. u. h.	14. Sept.	1,0063246.5	+ 174.8	273.0	1807.2	73.0	1,0061268
II. F. u. v.	"	1,0063262.0	+ 98.0	287.1	1854.3	71.0	1,0061157
III. F. o. v.	19. Sept.	1,0061993.5	— 7.3	323.7	1348.1	31.0	1,0060283
III. F. u. h.	23. Sept.	1,0062736.5	— 25.0	197.2	914.6	62.5	1,0061537
III. F. u. v.	"	1,0063023.5	— 72.4	250.3	987.4	70.0	1,0061643
III. F. o. h.	25. Sept.	1,0061910.0	— 121.2	317.5	1088.7	31.5	1,0060351
III. F. u. h.	"	1,0063126.0	— 197.1	281.2	1126.1	74.5	1,0061447
III. F. u. v.	"	1,0063049.0	— 91.5	261.4	1100.4	72.0	1,0061524
IV. F. u. h.	"	1,0062841.5	— 166.1	259.4	776.7	74.0	1,0061565
IV. F. u. v.	"	1,0062841.0	— 59.2	260.4	869.2	73.5	1,0061579
IV. F. o. h.	"	1,0061759.0	+ 5.1	323.0	975.2	33.0	1,0060433
IV. F. o. v.	26. Sept.	1,0061528.0	— 117.0	334.1	1064.0	33.0	1,0060214
C IV. F. u. v.	28. Sept.	1,0062661.0	— 97.7	214.2	1106.8	—	1,0061438
IV. F. u. h.	"	1,0062587.7	+ 209.4	206.6	1127.3	—	1,0061463
IV. F. o. h.	"	1,0061478.6	+ 253.8	326.9	1136.3	—	1,0060269
IV. F. o. v.	29. Sept.	1,0061535.3	+ 216.3	301.6	1187.4	—	1,0060263
III. F. u. h.	"	1,0062893.5	+ 127.8	286.5	1190.8	75.5	1,0061468.5
III. F. u. v.	"	1,0062989.5	+ 57.1	254.6	1018.1	73.5	1,0061700
III. F. o. h.	30. Sept.	1,0061589.0	+ 252.1	322.0	1137.3	32.5	1,0060349
III. F. o. v.	"	1,0061986.5	— 12.6	333.2	1238.6	31.5	1,0060371
I. F. o. h.	"	1,0061677.7	+ 81.2	333.2	1241.8	—	1,0060184
I. F. o. v.	1. Okt.	1,0061436.9	+ 84.6	280.9	1089.2	—	1,0060151
I. F. u. v.	"	1,0062713.0	+ 106.1	248.1	1166.0	71.0	1,0061334
I. F. u. h.	"	1,0062786.0	+ 106.2	271.4	1188.9	72.5	1,0061359
II. F. u. v.	"	1,0062553.0	+ 125.1	257.7	1040.5	73.5	1,0061306
II. F. u. h.	"	1,0062524.0	+ 231.3	255.5	1099.1	72.0	1,0061329
II. F. o. v.	2. Okt.	1,0061570.5	+ 34.9	315.2	1191.9	—	1,0060098
II. F. o. h.	"	1,0061673.6	+ 41.9	312.1	1217.6	—	1,0060186

10) Berechnung der Länge des einfachen Secundenpendels.

Wenn ein einfaches Pendel von der Länge l im luftleeren Raume schwingt und wenn hiebei auf den in der Entfernung l vom Aufhängepunkte entfernten materiellen Punkt eine störende Kraft einwirkt, deren Beschleunigung durch eine Function (f) der Geschwindigkeit des in Bewegung befindlichen materiellen Punktes ausgedrückt wird, so ist die Differentialgleichung dieser Bewegung:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \Theta + c \cdot f \left(\frac{d\Theta}{dt} \right) = 0,$$

wobei wie gewöhnlich die Beschleunigung der Schwere mit g und die Zeit mit t , der Elongationswinkel aber mit Θ und durch c eine Constante bezeichnet wird. Bei den Pendelversuchen haben wir es mit einem physischen Pendel zu thun; an die Stelle des materiellen Punktes tritt ein räumlich ausgedehnter Körper und die bewegende Kraft der Schwere wird durch den Auftrieb der Luft vermindert, während die oben erwähnte störende Kraft unter den Namen des Luftwiderstandes wieder als eine Function der Geschwindigkeit betrachtet werden kann. Bezeichnet man nun mit J das Trägheitsmoment der schwingenden Masse bezüglich der Schwingungsaxe, mit s den Abstand des Schwerpunktes des Pendelkörpers von dieser Axe, mit m die Masse des Pendels, mit m_1 aber die Masse eines gleich grossen Volumens der umgebenden Luft, mit s_1 den Hebelarm, an welchem der Auftrieb wirkt und mit C wieder eine Constante, so ist die Differentialgleichung der Bewegung dieses Pendels:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{gms}{J} \left(1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{s_1}{s} \right) \sin \Theta + C \cdot f \left(\frac{d\Theta}{dt} \right) = 0.$$

Unter der Voraussetzung, dass J und C wirklich constant sind, stimmt diese Gleichung in ihrer Form genau mit der für die Bewegung des einfachen Pendels geltenden überein und das physische Pendel identificirt sich dann in seinen Bewegungsphasen vollkommen mit einem einfachen Pendel von bestimmter Länge, so dass die für das letztere geltenden Gesetze unmittelbar auf das erstere übertragen werden können. Was nun zunächst die Grösse C betrifft, so haben, — wie schon früher erwähnt, — die bisherigen Pendelexperimente durch die über die Abnahme der Amplituden angestellten Beobachtungen (vgl. namentlich Oppolzer's „Beitrag zur Ermittlung der

Reduction auf den unendlich kleinen Schwingungsbogen“) nachgewiesen, dass $C \cdot f \left(\frac{d\Theta}{dt} \right) = -\varrho \cdot \frac{d\Theta}{dt} \pm \sigma \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)^2$ gesetzt werden könne, wobei ϱ und σ für ein und dasselbe Pendel und ein und dieselbe Luftdichte constante Grössen von sehr kleinem Betrage sind. Die mathematischen Entwicklungen von Poisson, Cellérier und Oppolzer haben weiter den Nachweis geliefert, dass unter solchen Umständen die Wirkung des Luftwiderstandes direct nur die Amplituden verringert, die Schwingungsdauer aber innerhalb der gegenwärtigen Genauigkeitsgrenzen der Beobachtungen unverändert lässt, so dass durch die mit der jeweiligen Amplitude berechneten Reductionen auf unendlich kleine Bogen auch der Einfluss des Luftwiderstandes volle Berücksichtigung findet. Bezüglich des Werthes von J hat zuerst Bessel in seiner berühmten Abhandlung über die Länge des Königsberger Secundenpendels darauf hingewiesen, dass diese Grösse sich nicht auf das Trägheitsmoment des Pendelkörpers beschränkt, sondern dass hier noch das Trägheitsmoment der mit dem Pendel in Schwingung befindlichen Lufttheilchen in Rechnung zu stellen ist, welch' letztere Grösse von Bessel mit $m_1 K$ bezeichnet wird. Bewegt sich das Pendel innerhalb kleiner Amplituden in einem Medium, dessen Dichte im Vergleiche mit der Dichte des Pendelkörpers sehr gering ist, so ist K für ein und dasselbe Pendel blos von der Amplitude abhängig und da bisher selbst die sorgfältigsten Beobachtungen der Schwingungszeiten blos durch Anbringung der Reduction auf unendlich kleine Bogen in vollständige Uebereinstimmung gebracht werden konnten, so haben Bessel und — seinem Beispiele folgend — alle anderen Pendelbeobachter die Grösse K für ein und dasselbe Pendel als eine Constante angenommen.

Man kann demnach in dem nach obiger Formel zu bewerkstelligenden Uebergange von dem physischen auf das mathematische Pendel, — nachdem die Reduction auf unendlich kleine Bogen unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Amplituden stattgefunden hat, — das Glied $C \cdot f \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)$ fernerhin ausser Betracht lassen; bezeichnet man dann mit m_1^2 das auf eine durch den Schwerpunkt gehende, mit der Aufhängeschneide parallele Axe bezogene Trägheitsmoment des eigentlichen Pendelkörpers, so hat man

$$J = m \left(i^2 + s^2 + \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\delta}{\delta_0} K \right),$$

wobei δ_0 die der Berechnung von m_1 zu Grunde liegende Luftdichte, — (entsprechend einem Barometerstande von 760^{mm} und einer Temperatur von 0^o C.), — δ aber die einem einzelnen vorliegenden Falle zukommende Dichtigkeit der Luft bedeutet. — Die Länge des mathematischen Pendels, dessen Schwingungsdauer T mit der des physischen Pendels übereinstimmt, ist demnach:

$$l = \frac{J}{ms} \cdot \frac{1}{1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{s_1}{s} \cdot \frac{\delta}{\delta_0}} = \frac{s + \frac{i^2}{s} + \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\delta}{\delta_0} \cdot \frac{K}{s}}{1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{s_1}{s} \cdot \frac{\delta}{\delta_0}};$$

die zugehörige Schwingungsdauer aber ist:

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ oder } T^2 = \frac{l}{\lambda}, \text{ wobei } \lambda \text{ die Länge des einfachen Sekundenpendels bedeutet; nach Einsetzung des obigen Werthes von } l \text{ ergibt sich also die zur Ermittlung von } \lambda \text{ führende Relation:}$$

$$\lambda T^2 \left(1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{s_1}{s} \cdot \frac{\delta}{\delta_0} \right) = s + \frac{i^2}{s} + \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\delta}{\delta_0} \cdot \frac{K}{s}$$

Lässt man diese Gleichung für die bei Lage „Volles Gewicht oben“ ausgeführten Reversionspendelbeobachtungen gelten, so ergibt sich für Lage „Volles Gewicht unten“ eine ganz analoge Gleichung:

$$\lambda T'^2 \left(1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{s_1'}{s'} \cdot \frac{\delta'}{\delta_0} \right) = s' + \frac{i'^2}{s'} + \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\delta'}{\delta_0} \cdot \frac{K}{s'},$$

in welcher die sich mit der Schwerpunktlage oder von einem Beobachtungssatze zum andern ändernden Grössen mit Accenten bezeichnet erscheinen. Für das Reversionspendel ist überdiess wegen der vollkommenen Symmetrie der Form $s_1 = \frac{1}{2}(s + s')$; wäre für ein derartiges, im luftleeren Raume schwingendes Pendel genau $T = T'$ so hätte man

$$s' + \frac{i'^2}{s'} = s + \frac{i^2}{s} \text{ sohin: } i^2 = ss'.$$

Die Combination der beiden Gleichungen gestattet nun die Elimination der nicht direct messbaren Grösse i^2 und ergibt:

$$\lambda \left[(T'^2 s' - T^2 s) - \left(T'^2 \frac{\delta'}{\delta_0} - T^2 \frac{\delta}{\delta_0} \right) \cdot \frac{m_1}{m} \frac{s + s'}{2} \right] = s'^2 - s^2 + \frac{(\delta' - \delta)}{\delta_0} \cdot \frac{m_1}{m} K \text{ oder:}$$

$$\lambda \left[(T'^2 + T^2) \frac{s' - s}{2} + \frac{s + s'}{2} \cdot \left[T'^2 \left(1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\delta'}{\delta_0} \right) - T^2 \left(1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\delta}{\delta_0} \right) \right] \right] = (s'^2 - s^2) + \frac{\delta' - \delta}{\delta_0} \cdot \frac{m_1}{m} K \quad \text{und hieraus:}$$

$$\lambda = \frac{s' + s + \frac{\delta' - \delta}{\delta_0} \cdot \frac{m_1}{m} \cdot \frac{K}{s' - s}}{\frac{1}{2} (T'^2 + T^2) + \frac{s + s'}{2(s' - s)} \left[T'^2 \left(1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\delta'}{\delta_0} \right) - T^2 \left(1 - \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\delta}{\delta_0} \right) \right]}$$

Nach dieser Formel sind nun die aus den einzelnen Beobachtungssätzen hervorgehenden Werthe der einer Schwingungsdauer von 1^s Sternzeit entsprechenden Pendellänge berechnet worden. In Folge der auf pag. 218 vorgetragenen Resultate der Messungen der Schneidenabstände wurde hiebei constant $s' + s = 0,9998571.5^m$, nach den Ergebnissen der Schwerpunktbestimmungen aber $s' - s = 0,40894^m$ und $\frac{s' + s}{2(s' - s)} = 1,22250$ angenommen. Für die Grösse $\frac{m_1}{m}$ wurde der Werth $\frac{1}{8,0 \cdot 773,282} = 0,0001616$ in Rechnung gestellt, wobei zu bemerken ist, dass selbst eine Unsicherheit von 0,2 in dem Werthe des specifischen Gewichtes des Pendelkörpers noch keinen Einfluss auf die 7. Dezimale der Pendellänge zu äussern vermag; in dem Factor von K wurde also $\frac{m_1}{m} \cdot \frac{1}{s' - s} = 0,0003953$ gesetzt, während K selbst aus den bei so wenig verschiedenen Luftdichten angestellten Beobachtungen nicht mit Sicherheit bestimmt werden kann und als eine vorläufig noch unbestimmte Grösse im Endresultate verbleibt. Die in Rechnung tretenden Luftdichten sind bereits durch die der Bestimmung von $\frac{m_1}{m}$ zu Grunde liegende Luftdichte bei 0^o C. und 760^{mm} Barometerstand dividirt, so dass die in einer vorhergehenden Zusammenstellung (pag. 226—227) unter der Rubrik „Luftdichte“ angegebenen Zahlen die Werthe $\frac{\delta}{\delta_0}$ und $\frac{\delta'}{\delta_0}$ darstellen. Endlich möge auch noch erwähnt werden, dass die in den einzelnen Gruppen und Combinationen vorkommenden Ergebnisse der Schwingungsbeobachtungen bei „Firma vornen“ (F. v.) und „Firma hinten“ (F. h.), — welche vom theoretischen Standpunkte aus als identisch zu betrachten sind, so dass deren Differenzen nur zufälligen Ursachen zugeschrieben werden können, — in jeder Com-

bination und Schwerpunktsklage (o. oder u.) zu je einem einzigen Mittelwerthe vereinigt in Rechnung gezogen wurden. — Die für die Pendellänge erhaltenen Resultate sind nun nach den 3 früher erwähnten Gruppen (A, B und C) in je 4 Combinationen (I, II, III und IV) in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt.

Ergebnisse der Berechnung.

Gruppe	Combination	Reducirte Schwingungsdauer (T)	Luftdichte δ	Reducirte Schwingungsdauer (T')	Luftdichte δ'	Länge des Pendels von 1 ^s Sternzeit Schwingungsdauer
A	I	^s 1,0061295.0	0,8823	^s 1,0060249.0	0,8883	^m 0,9880667.4 + 0,0000023.5 K
	II	1,0061202.0	0,8825	1,0060158.7	0,8837	0,9880831.1 + 4.8 K
	III	1,0061454.0	0,8900	1,0060218.2	0,8885	0,9880982.5 — 5.9 K
	IV	1,0061476.0	0,9115	1,0060272.7	0,9110	0,9880830.8 — 2.0 K
B	I	1,0061337.8	0,8870	1,0060235.1	0,8910	0,9880770.6 + 15.6 K
	II	1,0061212.5	0,8810	1,0060185.0	0,8867	0,9880765.6 + 22.3 K
	III	1,0061537.9	0,9023	1,0060317.3	0,8955	0,9880755.6 — 26.5 K
	IV	1,0061572.0	0,9185	1,0060323.4	0,9125	0,9880784.7 — 23.5 K
C	I	1,0061346.5	0,8970	1,0060167.7	0,8995	0,9881008.8 + 9.8 K
	II	1,0061317.6	0,8975	1,0060142.1	0,8915	0,9881037.2 — 23.5 K
	III	1,0061584.4	0,9005	1,0060359.9	0,9000	0,9880689.6 — 2.0 K
	IV	1,0061450.5	0,9070	1,0060266.2	0,9040	0,9880811.7 — 11.8 K

Um nun die vorstehend verzeichneten Resultate zu einem Endergebnisse zu combiniren, wird man zunächst in's Auge zu fassen haben, dass die mathematische Entwicklung die Schneiden, um welche das Pendel schwingt, als von jeder Abstumpfung freie, exacte gerade Linien voraussetzt. In Wirklichkeit wird jedoch diese Voraussetzung nicht in aller Strenge erfüllt; das Pendel wird sich keineswegs um eine in ihrer Lage unveränderliche Gerade bewegen, sondern auf einer abgestumpften, cylin-

drischen Schneidenfläche rollen. Schon Bessel hat dem Einflusse dieser Abstumpfung eine mathematische Untersuchung gewidmet und dabei in der IX. Beilage seiner Abhandlung über die Länge des einfachen Secundenpendels zu Königsberg das Resultat erhalten, dass die Einwirkung auf die Schwingungszeit von der Amplitude abhängig erscheint, sobald man annimmt, die Schneiden seien nach einer Kegelschnittlinie abgestumpft. Wäre der Parameter des Kegelschnittes unendlich, d. h. wäre die Schneide durch eine Ebene abgestumpft, so könnte diese Einwirkung sogar nicht unbedeutende Beträge erreichen. Herr Yvon Villarceau hat in neuester Zeit speciell die Einwirkung einer kreiscylindrischen Abstumpfung analytisch untersucht und geht aus dessen interessantem „Mémoire sur les effets du roulement dans la théorie du pendule à reversion“ das Resultat hervor, dass die treffende Correction, wenn man sich auf die Glieder, welche den Radius der Abstumpfung in der ersten Potenz enthalten und überdiess nicht mit einer der sehr kleinen Grössen α^2 oder $(T^2 - T'^2)$ multiplicirt sind, beschränkt, durch die Formel: $\Delta\lambda = +\frac{\varrho - \varrho'}{s' - s} \cdot [\lambda]$, ausgedrückt wird, in welcher $[\lambda]$ den ohne Rücksicht auf die Abstumpfung berechneten Werth der Pendellänge, ϱ und ϱ' aber die den treffenden Schneiden bei den Beobachtungen der Schwingungszeiten T und T' zukommenden Radien der cylindrischen Abstumpfungen bedeuten. Nimmt man an, dass diese Radien der Anordnung der Schneiden in den Combinationen I und II entsprechen, so geht nach der Verwechslung der Schneiden, in den Combinationen III und IV, die Grösse ϱ in ϱ' und ϱ' in ϱ über, so dass sich für die aus letzteren Combinationen berechneten Pendellängen die Correction $\Delta\lambda = -\frac{\varrho - \varrho'}{s' - s} [\lambda]$ ergibt.

Der Mittelwerth der vier aus den einzelnen Combinationen berechneten Pendellängen erscheint demnach von dem Einflusse der cylindrischen Abstumpfung befreit. Auf Grund der in der letzten Zusammenstellung vorgetragenen Partialresultate ergeben sich nun für die drei Gruppen der Schwingungsbeobachtungen nachstehende Werthe der Pendellänge:

A) Coincidenzbeobachtungen: $\lambda = 0,9880828^m + 0^m,0000005.1 K$

B) Registrirbeobachtungen: $\lambda = 0,9880769^m - 0^m,0000003.1 K$

C) Gemischte Gruppe: $\lambda = 0,9880887^m - 0^m,0000007.9 K$

Mittel der 3 Gruppen: $\lambda = 0,9880828^m - 0^m,0000001.9 K$

Der Einfluss von K wird im Mittel der drei Bestimmungen der Pendellänge nahezu aufgehoben; nach Angabe des bereits früher citirten Werkes über die Pendelmessungen in Indien (Appendices pag. 91) hat Sawitsch den Werth des Bessel'schen Coefficienten K für die russischen Reversionspendel von 0.75° Schwingungsdauer zu 1,75 angenommen. Berücksichtigt man jedoch, dass in diesen Pendeln ebenso wie in den gleichfalls von Repsold construirten Meter-Pendeln die Pendelstangen hohle Cylinder sind, deren Innenraum mit der äusseren Luft communicirt, so wird man zu dem Schlusse gelangen, dass diese Annahme entschieden zu klein ist. Bei dem österreichischen Pendel hat die Pendelstange einen äusseren Durchmesser von $43,6^{\text{mm}}$ und eine Wandstärke von 2^{mm} ; der innere Hohlraum besitzt daher ein nahe 5 mal so grosses Volumen als die metallische Wandung und da die in demselben eingeschlossene Luft an der Bewegung theilnimmt, so wird man den Werth $K = 5$ als das möglicherweise stattfindende Maximum betrachten dürfen. Der Einfluss des mit K multiplicirten Gliedes wird also, entsprechend den Werthen $K = 1,75$ und $K = 5$, in den Grenzen $-0,0000003.3^{\text{m}}$ und $-0,0000009.5^{\text{m}}$ eingeschlossen sein; nimmt man das Mittel dieser Zahlen ($K = 3,4$), so ergibt sich die Pendellänge $\lambda = 0,9880822^{\text{m}}$, wobei die mit Rücksicht auf den Coefficienten K bleibende Unsicherheit dieser Bestimmung gegenüber dem Einflusse der Beobachtungsfehler als verschwindend betrachtet werden muss. — Wie schon früher erwähnt, gestatten es die Verhältnisse nicht, aus den vorliegenden Beobachtungen eine sichere Bestimmung der Grösse K zu gewinnen; gleichwohl möchte es erlaubt sein zu bemerken, dass ein Versuch, K aus obigen drei Gleichungen zu berechnen, zufällig auf denselben Werth $K = 3,4$ führt, — wobei allerdings der mittlere Fehler einer solchen Bestimmung mehr als das Doppelte des gesuchten Werthes selbst beträgt. — Betrachtet man $K = 3,4$ als a priori gegeben, so ergeben sich die aus den drei Bestimmungen A, B und C abgeleiteten Werthe von λ wie folgt:

$$\begin{array}{rcll} \lambda = 0,9880845^{\text{m}} & \Delta = + 24 & \text{Einheiten der 7. Dezimale, } \Delta^2 = & 576 \\ = 0,9880759^{\text{m}} & - 62 & \text{,, ,, ,,} & = 3844 \\ = 0,9880860^{\text{m}} & + 39 & \text{,, ,, ,,} & = 1521, \end{array}$$

wonach sich der mittlere Fehler des obigen Mittelwerthes zu $\pm 0,0000031^{\text{m}}$ herausstellen würde. — Bringt man endlich noch die auf pag. 216 gegen-

wärtiger Abhandlung erwähnte Correction von $-0,0000003^m$ wegen der in der verticalen Lage des Maassstabes eintretenden Verkürzung desselben an der Grösse $s + s'$ an, so ergibt sich die Länge des Bogenhausener Pendels von 1^s Sternzeit Schwingungsdauer aus den unmittelbaren Beobachtungen zu:

$$0,9880819^m.$$

11) Reduction auf mittlere Zeit.

Die vorstehend berechnete Pendellänge (λ_s) entspricht einer Schwingungsdauer von einer Secunde Sternzeit; da es aber üblich, die Pendellänge (λ_m) für eine Secunde mittlerer Zeit anzugeben, so ist zunächst noch die Reduction auf diese Zeiteinheit vorzunehmen. Nun hat man die Relation:

$$86400^s \text{ mittlerer Zeit} = 86636,555^s \text{ Sternzeit};$$

eine Schwingungsdauer von 1^s mittlerer Zeit entspricht also einer Vibrationsdauer von

$$T = \frac{86636,555^s}{86400} \text{ in Sternzeit; man hat sonach:}$$

$$1 : T^2 = \lambda_s : \lambda_m \text{ oder: } \lambda_m = \lambda_s \cdot T^2 = 0,9935000^m.$$

12) Correction wegen des Mitschwingens des Pendel-Statives.

Die Fundamentalformeln der Pendelbewegung setzen die Unveränderlichkeit des Aufhängepunktes, beziehungsweise die unveränderliche Lage der Schneide, um welche das Pendel schwingt, voraus; dass die Bewegung des Aufhängepunktes auf die Vibrationsdauer einen modificirenden Einfluss äussert, war allgemein bekannt. Schon Kater und Bessel haben diesem Punkte ihre Aufmerksamkeit zugewendet, indem sie durch Beobachtung eines eigenen Hilfsapparates, — des von Hardy construirten, sogenannten noddy-Pendels, — sich die Ueberzeugung von der Unbeweglichkeit der von ihnen angewendeten Pendel-Supporte zu verschaffen suchten. Bessel ging hierin noch weiter, indem er in seinen Untersuchungen über den Einfluss der Unterlage der Pendelschneide auf die Bewegung des Pendels die in Folge von minimalen Verschiebungen an der Oberfläche des Supports eintretenden oscillatorischen Bewegungen der

Schneide in Betracht gezogen und deren Einwirkung auf die einer gegebenen Vibrationsdauer entsprechende Pendellänge, — die in seiner berühmten Abhandlung mit h bezeichnete Grösse, — direct gemessen hat. Nach diesen so sorgfältig ausgeführten Arbeiten und nachdem Bessel's Abhandlung bereits mehr als dreissig Jahre der Oeffentlichkeit vorgelegen war, möchte es fast befremdlich erscheinen, dass man bei der Anwendung des von Repsold construirten Reversionspendels die Unveränderlichkeit der Lage der Schneide des schwingenden Pendels, als eine über allen Zweifel erhabene Annahme, sowohl den Versuchen als den Berechnungen zu Grunde legte. Es bedurfte des Bekanntwerdens der bedeutenden und mit der sonstigen Genauigkeit der treffenden Beobachtungen in keiner Weise vereinbarlichen Differenz von $0,1820^{\text{mm}}$ zwischen der Bessel'schen und der 1869 von Herrn Professor Albrecht ausgeführten Bestimmung der Berliner Pendellänge, um die Untersuchung über die Veränderungen in der Lage der Schneide auf's Neue in den Kreis der Studien über die Pendelfrage einzuführen. An die mathematischen Entwicklungen, welche Herr Professor Cellérier in den Genfer „Archives des sciences physiques et naturelles“ (Oktoberheft 1875) veröffentlichte, schlossen sich zunächst die von Peirce und Plantamour ausgeführten und in dem Gradmessungsbericht pro 1877 publicirten Untersuchungen an, welche nicht blos die bei den Repsold'schen Reversionspendeln eintretenden Stativschwingungen constatirten, sondern auch Wege angaben, um die zur Berechnung des Einflusses dieser Schwingungen auf die gesuchte Länge des Secundenpendels nöthige Constante zu ermitteln. — Nachdem jedoch zur Zeit der Bogenhausener Pendelbestimmung diese letzteren Arbeiten noch nicht an die Oeffentlichkeit gelangt waren, so suchte ich vorerst ein einfaches Mittel ausfindig zu machen, um die Frage zu entscheiden, ob bei dem von mir benützten österreichischen Reversionspendel wirklich ein Mitschwingen des Statives stattfindet oder nicht. Der Rath meines in der Construction von Instrumenten und in der Anordnung experimenteller Hilfsmittel so erfindungsreichen Freundes Lamont gab mir auch bald ein solches, höchst einfaches Mittel an die Hand. In einer circa $1,2^{\text{m}}$ langen Glasröhre wurde an dem oberen, durch einen Korkstöpsel verschlossenen Ende ein an einem Haken hängender Coconfaden befestigt, welcher an seinem untern Ende ein kleines Gewicht trug und in solcher Weise ein gegen zufällige Luftströmungen

geschütztes Fadenpendel darstellte; diese Röhre wurde nun an dem Bügel des Stativkopfes des Reversionspendels durch eine Klemme befestigt, während das untere Ende derselben sich auf den zur Aufstellung des ganzen Pendelapparates dienenden massiven Pfeiler stützte; ein von einem Universalinstrumente entnommenes Micrometer-Microscop wurde dann auf einem sehr soliden, improvisirten Stative so auf dem Pfeiler aufgestellt, dass man das untere Ende des Fadens scharf beobachten konnte. Sowie nun das Reversionspendel in Schwingung versetzt wurde, so fing auch das vorher in Ruhe befindliche, sehr nahe 1^m lange Fadenpendel an, in mit dem Reversionspendel nahezu isochrone Schwingungen zu gerathen; diese Schwingungen, welche nur durch die mit dem Stativbügel oscillirenden Bewegungen des Aufhängepunktes des Fadenpendels verursacht sein konnten, bewiesen in einfachster Weise das thatsächliche Vorhandensein der fraglichen Stativschwingungen; wurde das Reversionspendel in vorsichtiger Weise, — durch successive, sanfte Berührungen mit dem Barte einer Kielfeder, — nach und nach in Ruhe versetzt, so verminderten sich in gleichem Maasse auch die Amplituden des ein umgekehrtes noddy-Pendel bildenden Fadenpendels, welches in Folge der relativ bedeutenden Einwirkung des Luftwiderstandes in der Glasröhre sehr bald ebenfalls zur Ruhe gelangte.

Es handelt sich jetzt darum, den Einfluss der Bewegung der Schneide auf das bis jetzt für die Länge des Secundenpendels gefundene Resultat zu ermitteln. Indem wir zunächst die Lage „Schwerpunkt oben“ ins Auge fassen und die früher benützten Bezeichnungen, so weit sie hier in Betracht kommen, beibehalten, sollen zwei in der Schwingungsebene des Pendelschwerpunktes liegende Coordinaten-Systeme eingeführt werden, deren Abscissenaxen X und Z unter sich parallel und horizontal verlaufen, während die Ordinatenaxen Y und Y' vertical nach abwärts gerichtet sind. Der Anfangspunkt des ersten Systemes liege in dem Punkte, in welchem die Pendelschneide in der Ruhelage die XY -Ebene schneidet, jener des zweiten aber im Schwerpunkte des schwingenden Pendels; das erste System ist demnach im Raume unveränderlich, das letztere dagegen unter unveränderter Beibehaltung der Richtung der Axen in der XY -Ebene beweglich. Für das erstere seien x_1, y_1 die Coordinaten des Aufhängepunktes, d. h. jenes mit der Zeit veränderlichen Punktes, in

welchem die Schneide die XY-Ebene trifft, x_0, y_0 die Coordinaten des Schwerpunktes, ξ, ν die Coordinaten irgend eines Punktes des Pendels, ξ_1 und ν_1 jene des Aufhängepunktes bezüglich des zweiten Systemes, $M = m(ss' + \beta^2)$ das Trägheitsmoment des Pendels in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende, auf der XY-Ebene senkrechte Axe, $P = mg$ das Gewicht des Pendelkörpers; Q und $-(N + P)$ endlich seien die Componenten der Kraft, mit welcher der Support auf den Aufhängepunkt einwirkt, deren Einführung in die Rechnung also die Aufgabe auf die der Bewegung eines völlig freien Körpers reducirt. Die D'Alembert'schen Gleichungen ergeben dann:

$$m \cdot \frac{d^2 x_0}{dt^2} = m \cdot \frac{d^2 (s \sin \Theta + x_1)}{dt^2} = Q \dots \dots (1)$$

$$m \cdot \frac{d^2 y_0}{dt^2} = m \cdot \frac{d^2 (s \cos \Theta + y_1)}{dt^2} = P - (N + P) = -N \dots \dots (2)$$

Die Gleichung der auf den Schwerpunkt bezogenen Momente aber gibt:

$$\Sigma \left(\nu \frac{d^2 \xi}{dt^2} - \xi \frac{d^2 \nu}{dt^2} \right) dm = + Q \nu_1 + (N + P) \xi_1 = -Qs \cos \Theta - (N + P)s \sin \Theta \dots (3)$$

oder

$$\begin{aligned} M \cdot \frac{d^2 \Theta}{dt^2} &= -m \cdot s \cos \Theta \left[s \left(\cos \Theta \cdot \frac{d^2 \Theta}{dt^2} - \sin \Theta \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)^2 \right) + \frac{d^2 x_1}{dt^2} \right] \\ &\quad + ms \sin \Theta \left[\frac{-P}{m} - s \left(\sin \Theta \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \cos \Theta \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)^2 \right) + \frac{d^2 y_1}{dt^2} \right] \\ &= -ms^2 \cdot \frac{d^2 \Theta}{dt^2} - mgs \sin \Theta - ms \frac{d^2 x_1}{dt^2} \cos \Theta + ms \frac{d^2 y_1}{dt^2} \sin \Theta \end{aligned}$$

oder:

$$(M + ms^2) \frac{d^2 \Theta}{dt^2} = -mgs \sin \Theta - ms \left(\frac{d^2 x_1}{dt^2} \cdot \cos \Theta - \frac{d^2 y_1}{dt^2} \sin \Theta \right) \dots \dots (4)$$

Die Gleichungen (1), (2) und (3) enthalten die 5 Unbekannten Θ, x_1, y_1, Q und N ; so lange also nicht weitere Daten hinzutreten bleibt die Aufgabe unbestimmt. Ist der Aufhängepunkt absolut fest, so wird $x_1 = y_1 = 0$, Gleichung (4) bestimmt dann Θ und die Grössen Q und N ergeben sich aus (1) und (2). In unserem Falle beschreibt dagegen der Aufhängepunkt in Folge der Elasticität des Statives eine schwach gekrümmte Curve, welche zu beiden Seiten der Ruhelage des Aufhängepunktes symmetrisch verläuft und in diesem Punkte eine horizontale Tan-

gente besitzt. Gegenüber x_1 wird also y_1 jedenfalls eine kleine Grösse zweiter Ordnung sein, so dass wir innerhalb der Grenzen der Bewegung $y_1 = 0 \dots (5)$ setzen dürfen. Wüssten wir ferner, dass der horizontale Zug eines Gewichtes P_1 in Folge der Elasticität des Supports und des Statives eine horizontale Verschiebung des Aufhängepunktes im Betrage von η bewirkt, so würden wir zu der innerhalb der Elasticitätsgrenzen geltenden Proportion $\eta : P_1 = x_1 : Q$ geführt und da die Elasticität des Statives den Aufhängepunkt in seine Ruhelage zurückzuführen strebt, erhalten wir die Relation $Q = -\frac{P_1}{\eta} x_1 \dots \dots (6)$, welche, wenn man $\varepsilon = \frac{P_1}{\eta}$ setzt, die Form $Q = -\varepsilon x_1 \dots (7)$ annimmt. — Durch das Hinzutreten der beiden Relationen (5) und (6) oder (7) hört unsere Aufgabe auf eine unbestimmte zu sein und man erhält zur Ermittlung von θ und x_1 aus (1) und (4) die folgenden beiden Differentialgleichungen:

$$s \left(\cos \theta \frac{d^2 \theta}{dt^2} - \sin \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) + \frac{d^2 \cdot x_1}{dt^2} = -\frac{\varepsilon}{m} x_1 \dots \dots (8) \text{ und}$$

$$\left(\frac{M + ms^2}{ms} \right) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \cos \theta \cdot \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -g \sin \theta \dots \dots (9)$$

Vernachlässigt man, x_1 und θ als kleine Grössen erster Ordnung annehmend, in diesen Gleichungen die Glieder 3. Ordnung, so ergeben sich die beiden Relationen:

$$s \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\frac{\varepsilon}{m} x_1 \dots (10) \text{ und}$$

$$l \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -g \theta \dots \dots (11),$$

wobei zu bemerken kömmt, dass in letzterer Gleichung $\frac{M + ms^2}{ms} = l =$ der Länge des einfachen Pendels, das mit dem gegebenen physischen Pendel isochron schwingt, gesetzt wurde. — Peirce hat die Gleichungen (10) und (11) in aller Strenge integrirt und für θ und x_1 Ausdrücke erhalten, welche je aus 2 Summanden bestehen, von welchen der zweite gegenüber dem ersten verschwindend klein ist. (S. Gradmessungsbericht für das Jahr 1877). Verzichtet man auf diese für die Praxis bedeutungslosen Glieder, so führt das folgende Näherungsverfahren rasch zum Ziele.

Die Bewegung des Supports, welcher die Schneide des in Schwingung befindlichen Pendelkörpers trägt, wird ebenfalls eine oscillatorische sein, deren Periode der Vibrationsdauer des Reversionspendels gleich ist und wir können deshalb x_1 als eine blosse Function der Elongation θ betrachten; denkt man sich diese Function nach dem Maclaurin'schen Theorem entwickelt und erwägt, dass diese Entwicklung mit Rücksicht auf die Symmetrie der Bewegung zu beiden Seiten der Gleichgewichtslage nur ungerade Potenzen von θ enthalten kann, so gelangt man zu der Annahme $x_1 = \gamma\theta + \gamma'\theta^3 + \dots$. Innerhalb der den Gleichungen (10) und (11) zukommenden Genauigkeitsgrenzen wird man dann setzen dürfen:

$$x_1 = \gamma\theta \text{ und } \frac{d^2x_1}{dt^2} = \gamma \frac{d^2\theta}{dt^2} \dots \dots (12)$$

Die gleiche Annahme hat auch Herr Professor Cellérier gemacht und deren Zulässigkeit in dem oben erwähnten Mémoire der Archives in eingehender Weise besprochen. Endlich steht diese Supposition auch mit einer Reihe von Versuchen im Einklang, bei welchen Peirce die während der Pendelschwingungen stattfindenden Amplituden der Oscillationen des Pendelsupports direct beobachtet hat (Gradmessungsbericht 1877). Substituirt man die Werthe (12) in die Gleichungen (10) und (11) so ergibt sich:

$$(s + \gamma) \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{\varepsilon}{m} \gamma \theta \dots (13) \text{ und } (1 + \gamma) \frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\theta \dots \dots (14)$$

$$\text{folglich: } \frac{\frac{\varepsilon}{m} \cdot \gamma}{s + \gamma} = \frac{g}{1 + \gamma} \dots \dots (15) \text{ und hieraus}$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{mg}{\varepsilon} \right) \left\{ -1 \pm \sqrt{1 + \frac{\frac{4mg}{\varepsilon}}{\left(1 - \frac{mg}{\varepsilon}\right)^2}} \right\}$$

Von den beiden Werthen der Quadratwurzel entspricht nur der positive der in unserem Falle stattfindenden Bedingung, dass x_1 und folglich auch γ einen sehr kleinen Werth erhalte, und es ergibt sich demnach $\gamma = \frac{mgs}{\varepsilon l} +$ Glieder mit den höheren Potenzen dieser sehr kleinen Grösse. Die Gleichung (14) entspricht aber der Bewegung eines ein-

fachen Pendels von der Länge $(1 + \gamma) = 1 + \frac{mgs}{\epsilon l}$, d. h. die ohne Rücksicht auf das Mitschwingen des Stativs gefundene Pendellänge l muss um die Grösse $\frac{mgs}{\epsilon l} = \eta \cdot \frac{P}{P_1} \cdot \frac{s}{l}$ vergrössert werden, um die richtige Pendellänge zu erhalten. Dieses Resultat stimmt mit dem von Herrn Professor von Oppolzer in seiner Note zu dem Peirce'schen Mémoire erhaltenen vollkommen überein und bewegt sich der vorstehend eingeschlagene Entwicklungsgang auch innerhalb derselben Grenzen der Approximation.

In analoger Weise ergibt sich für die Beobachtungen in der Lage „Schwerpunkt unten“ die Correction der Pendellänge $= \frac{mgs'}{\epsilon l}$. Um die aus diesen Correctionen hervorgehende Verbesserung der Länge des einfachen Secundenpendels zu erhalten, wird man an die auf pag. 262 angesetzten Gleichungen anknüpfen müssen. Abstrahirt man, — was hier gestattet ist, — von den kleinen Unterschieden in den Luftdichten, welche bei den zusammengehörigen Beobachtungen in den beiden Schwerpunktlagen des Pendels stattgefunden haben, lässt überdiess diejenigen Glieder weg, welche bezüglich der sehr kleinen Grösse $\frac{m}{m}$ von der zweiten Ordnung sind und bezeichnet dagegen die Summe aller Glieder erster Ordnung beziehungsweise mit $\frac{A}{s}$ und $\frac{A'}{s'}$, so hat man ohne die Berücksichtigung der Stativschwingungen:

$$T^2 = \frac{(s + s')}{\lambda} \left[1 + \frac{A}{s} \right] \text{ und } T'^2 = \frac{(s + s')}{\lambda} \left[1 + \frac{A'}{s'} \right] \dots (16)$$

Mit Rücksichtnahme auf die Stativschwingungen aber ergibt sich nach Obigen:

$$T^2 = \frac{(s + s')}{\lambda + (\Delta\lambda)} \left[1 + \frac{A_1}{s} + \frac{mgs}{\epsilon(s + s')^2} \right] \text{ und:}$$

$$T'^2 = \frac{(s + s')}{\lambda + (\Delta\lambda)} \left[1 + \frac{A_1'}{s'} + \frac{mgs'}{\epsilon(s + s')^2} \right] \dots (17)$$

In diesen Gleichungen sind λ und A , $\lambda + (\Delta\lambda)$ und A_1 die Unbekannten, von welchen die ersteren den Gleichungen (16), die letzteren aber den Gleichungen (17) entsprechen. Die Elimination von A und A_1 ergibt:

$$sT^2 - s'T'^2 = \frac{(s + s')(s - s')}{\lambda} \dots (18)$$

$$sT^2 - s'T'^2 = \frac{(s+s')(s-s')}{\lambda + (\Delta\lambda)} \left[1 + \frac{mg}{\varepsilon(s+s')} \right] \dots (19)$$

und aus deren Differenz folgt weiter:

$$0 = \frac{1}{\lambda + (\Delta\lambda)} \left[1 + \frac{mg}{\varepsilon(s+s')} \right] - \frac{1}{\lambda} \text{ oder:}$$

$$0 = \frac{mg}{\varepsilon(s+s')} - \frac{1}{\lambda} (\Delta\lambda) \text{ daher:}$$

$$(\Delta\lambda_m) = \frac{mg\lambda_m}{\varepsilon(s+s')} = \eta \cdot \frac{P}{P_1} \cdot \frac{\lambda_m}{s+s'}, \dots (20).$$

Genau das gleiche Resultat würde sich natürlich ergeben haben, wenn man an den auf pag. 263 in dem Ausdrucke für λ auftretenden Schwingungszeiten die einer Aenderung der Pendellänge um γ entsprechenden Correctionen $-\Delta(T'^2) = -\frac{mg s'}{\varepsilon l \lambda}$ und $-\Delta(T^2) = -\frac{mg s}{\varepsilon l \lambda}$ angebracht hätte.

Um nun die zur Berechnung dieser Correction nöthigen numerischen Daten zu erlangen, sind bisher, — abgesehen von anderen, durch die Herrn Faye und Cellérier vorgeschlagenen Methoden, — zwei wesentlich verschiedene Wege betreten worden. Der erste derselben besteht darin, die beiden Constanten η und P_1 durch ein statisches Experiment zu ermitteln. Die Einfachheit des Verfahrens, das herannahende Ende meines Urlaubs und die Rücksicht, dass es nicht zulässig erschien, an einem Apparate, der mir nur leihweise überlassen war, irgendwelche Modification vorzunehmen, bestimmten mich, diesen zuerst von Professor Cellérier vorgeschlagenen und von Peirce betretenen Weg zu wählen und wurden zur Ausführung der Versuche die nachfolgenden Anordnungen getroffen. Der sehr massive und in ausserordentlich solider Weise fundirte Pfeiler, auf welchem der Pendelapparat installirt war, diente in früheren Zeiten zur Aufstellung eines grossen Reichenbach'schen Höhenkreises, an welchem ehemals Circummeridian-Zenithdistanzen gemessen wurden; derselbe war von vier Säulen umgeben, deren obere Enden durch zwei sich unter rechten Winkeln kreuzende, starke, horizontale Eisenschienen verbunden waren; der Kreuzungspunkt dieser Schienen bildete die obere Stütze der grossen Verticalaxe des Instrumentes, deren unteres Ende auf einem in den Pfeiler eingelassenen Lager ruhte. Diese Eisenschienen wurden nun benützt, um an ihnen einen starken Holzträger festzuklemmen,

der an seinem unteren, im Niveau des Pendelsupports befindlichen Ende ein zur Aufnahme der Axe eines Fühlhebels bestimmtes, aus Messing gearbeitetes Lager trug. Der Fühlhebel selbst, dessen Axe der Magnetonadel eines älteren Meierstein'schen Inclinatoriums entnommen war, stützte sich mit seinem kürzern Hebelsarme auf die Seitenfläche des stählernen Pendelsupports, während an dem längeren Arme ein an Coconfäden aufgehängtes, kleines Gewicht wirkte; Suspensionsfaden und Gewichtchen waren in einer oben offenen und an dem Stativkopfe befestigten, unten auf dem Pfeiler aufruhenden Barometerröhre eingeschlossen; das Gewichtchen selbst bestand aus einem mit Quecksilber gefüllten, kurzen Capillarröhrchen und diente die obere Kuppe der Quecksilberfüllung als Zielpunkt, welcher in dem auf dem Pfeiler aufgestellten, bereits früher erwähnten Micrometer-Microscope beobachtet wurde. In der Mitte des Pendelsupports. — da wo derselbe behufs Beobachtung der Schneidenabstände rinnenförmig ausgenommen ist, — wurde eine Saite befestigt, welche über eine von meinem Freunde, Herrn Professor Dr. Carl, mir geliehene Rolle einer Atwood'schen Fallmaschine laufend, durch ein aufgehängtes Gewicht von bekannter Grösse einen horizontalen Zug auf den Pendelsupport ausübte. Das Verfahren, auf Grund der eben geschilderten Vorrichtungen die einer bestimmten Zugkraft entsprechende Ausbiegung des Pendelsupports zu messen, bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung und erübrigt nur noch die Angabe einiger zur Berechnung der Versuchsergebnisse nothwendigen Constanten. Die Messungen der Dimensionen des Fühlhebels ergaben: Länge des kurzen Hebelsarmes = $15,25^{\text{mm}}$, des langen Armes dagegen = $138,75^{\text{mm}}$; zur Bestimmung des Micrometer-Pars-Werthes hat man: Länge der Sehne von 90° Centralwinkel am Verticalkreise des Universalinstrumentes = $147,15^{\text{mm}}$; die Länge des Bogens von 5 Minuten beträgt sohin $0,15133^{\text{mm}}$; dieser Bogen entspricht aber genau $5^{\text{r}} = 5.60^{\text{p}} = 300^{\text{p}}$ der Micrometer-Schraube, wonach für den Pars-Werth $1^{\text{p}} = 0,0005044^{\text{mm}}$ resultirt. Die Versuche zur Bestimmung der Elasticitäts-Constanten wurden in 2 Reihen ausgeführt; bei Serie A war der Contactpunkt des Fühlhebels 27^{mm} hinter und bei Serie B ebenso weit vor der Nuth am Pendelsupport gelegen; die in nachfolgender Tabelle aufgeführten Zahlen sind Mittelwerthe einzelner Beobachtungssätze und entspricht das Gewicht n einem Satze, in welchem n Ablesungen unter Einwirkung des

horizontalen Zuges in alternirender Ordnung zwischen $(n + 1)$ Ablesungen ohne solche Einwirkung eingeschaltet wurden.

Unmittelbare Ergebnisse der Ausführung des Peirce'schen Versuches.

Serie	Zugkraft in Hekto- grammes	Differenz der Micrometer- ablesungen (a)	Gewicht der Beob. (n)	Serie	Zugkraft in Hekto- grammes	Differenz der Micrometer- ablesungen (a)	Gewicht der Beob. (n)	
A	1	^p 25,44	2	A	9	^p 408,58	5	
	2	56,37	3		9	408,49	7	
	3	110,00	2		7	303,55	6	
	4	174,31	2		9	409,78	10	
	5	243,24	2		9	425,69	10	
	6	283,31	2		0,5	8,88	2	
	7	317,51	2		9	453,20	10	
	8	387,89	2		9	448,99	10	
	9	431,28	2		9	450,97	10	
	1	23,91	2		9	414,42	5	
	2	60,10	2		9	393,04	5	
	1	20,35	2		B	9	486,24	10
	3	79,72	2			9	486,75	10
	5	252,30	2			9	479,72	10
5	201,32	2	9	483,50		10		
9	396,27	2	9	478,41		10		

Bezeichnet man nun die einem Zuge von 100 grammes entsprechende Micrometerdifferenz bei Serie A mit ζ' , bei Serie B mit ζ'' , ferner mit p die in Einheiten von 100 gr. gemessene Zugkraft, mit a die Differenz der Micrometerablesungen mit und ohne Einwirkung dieser Kraft und mit σ eine dem Kraftverlust durch Reibung etc. entsprechende, constante Correction der Ablesungsdifferenzen a , so gibt jeder Beobachtungssatz eine mit dem Gewichte n auftretende Fehlgleichung von der Form

$$p\zeta' - \sigma - a = v \text{ oder } p\zeta'' - \sigma - a = v.$$

Bildet man aus den oben angeführten Beobachtungsdaten die den vorstehenden Fehlgleichungen entsprechenden Normalgleichungen, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} - 835 \zeta' - 450 \zeta'' + 163 \sigma + 62994,20 &= 0. \\ + 6992,5 \zeta' &- 835 \sigma - 329357,77 = 0. \\ + 4050 \zeta'' - 450 \sigma - 217315,80 &= 0. \end{aligned}$$

Die Werthe der Unbekannten folgen hieraus:

$$\zeta' = 51,429^p \quad \zeta'' = 57,685^p \quad \sigma = 36,245^p \text{ mit den mittleren Fehlern } \\ \text{bzw. von } 0,588^p, \quad 0,578^p \text{ und } 4,63^p.$$

Nimmt man das der Mitte des Supports entsprechende arithmetische Mittel der Werthe ζ' und ζ'' so ergibt sich die einer Zugkraft von $p_1 = 1$ kgr. entsprechende Ausbiegung des Statives:

$$\eta = 545,57 \cdot \frac{15,25}{138,75} \cdot 0,0005044^{\text{mm}} = 0,030245^{\text{mm}}.$$

Peirce hat für das von ihm untersuchte Repsold'sche Státiv den Werth der einer Zugkraft von 1 kgr. entsprechenden Ausbiegung zu $0,0340^{\text{mm}}$ bestimmt.

Nachdem nun das Gewicht des österreichischen Reversionspendels 6,68 kgr. beträgt, so würde die auf Grund der statischen Bestimmung sich ergebende Correction der Pendellänge den Werth:

$$(\Delta \lambda_m) = + \frac{0,9935000}{0,9998572} \cdot 6,68 \cdot 0,030245^{\text{mm}} = + 0,20075^{\text{mm}}$$

erhalten. —

Die Methode, nach welcher Peirce die Elasticitäts-Constante durch ein statisches Experiment bestimmt, hat mancherlei Anfechtungen erfahren; in erster Linie waren es die Versuche von Plantamour, welche den geltend gemachten Bedenken eine auf direct beobachtete Thatsachen gestützte Grundlage verschafften. Bei diesen von Plantamour in den „Recherches expérimentales sur le mouvement simultané d'un pendule et de ses supports“ mitgetheilten Versuchen wurde die Constante der Elasticität

$\frac{\eta}{P_1}$ sowohl auf statischem Wege, als auch durch directe Messung der Grösse

$$x_1 = \gamma \theta = \frac{mgs \theta}{\epsilon l} = \eta \cdot \frac{P}{P_1} \cdot \frac{s}{s+s'} \cdot \theta \text{ bestimmt; die Resultate der statischen}$$

Methode erwiesen sich hiebei stets grösser, als die Ergebnisse der directen Messung der Grösse x_1 und war die Differenz um so beträchtlicher, je mehr die das Stativ tragende Aufstell-Vorrichtung bezüglich ihrer Festigkeit zu wünschen übrig liess. Der Umstand, dass die in den statischen Versuchen erhaltenen Ausbiegungen mit der Zeitdauer der Einwirkung der Zugkraft wachsen, bis sie endlich, — oft erst nach mehr als einer Minute, — einen fernerhin unveränderlichen Betrag erreichen, dürfte sich durch das successive Nachgeben (tassement) jener Theile der Unterlage, welche nur eine sehr unvollkommene Elasticität besitzen, erklären. Der grosse Mittelpfeiler der Bogenhausener Sternwarte, auf welchem das Pendel

aufgestellt war, bietet zwar ungleich grössere Garantien der Festigkeit, als alle die Vorrichtungen, welche Plantamour benützen konnte, und erreichte die durch die angewendeten Zugkräfte hervorgebrachte Ausbiegung des Statives schon nach wenigen Secunden einen stationären Betrag; gleichwohl ist zu vermuthen, dass auch die von mir angestellten statischen Versuche einen etwas zu grossen Werth der Elasticitäts-Constanten ergeben werden. Ich suchte mir daher noch auf einem andern Wege eine wenigstens angenäherte Controle des gefundenen Werthes der Elasticitäts-Constanten zu verschaffen und kam hiebei auf den Einfall, die Beobachtung der Amplituden des bei der Constatirung der Stativ-Schwingungen benützten Fadenpendels zu diesem Zwecke zu verwenden. Bei der oben erwähnten Art der Festklemmung des obern Endes der das Fadenpendel enthaltenden Glasröhre an den Stativ-Kopf wird dem Aufhängepunkte des Fadenpendels die oscillatorische Bewegung des Statives mitgetheilt; in Folge dessen wird auch das Fadenpendel in Schwingungen gerathen, deren Amplituden mit den Oscillationen des Aufhängepunktes in einem gewissen mathematischen Zusammenhange stehen, dessen Kenntniss die Möglichkeit gewährt, aus den beobachteten Amplituden des Fadenpendels auf jene des Aufhängepunktes zu schliessen.

Für die Bewegung des Fadenpendels ist ausser der Schwerkraft und der Bewegung des Aufhängepunktes noch der Luftwiderstand in Betracht zu ziehen. Um zu ermitteln, nach welchem Gesetze letztere Kraft wirkt, wurde das Fadenpendel für sich allein, — ohne Verbindung mit dem Reversionspendel beobachtet. Für die Schwingungsdauer wurden hiebei folgende Resultate erlangt:

1)	Dauer von 50 Schwingungen aus je 20 Registrirungen:	50,2825 ^s	Sternzeit
2)	„ „ „ „ „ „ „ „	50,2800 ^s	„
3)	„ „ „ „ „ „ „ „	50,2750 ^s	„
		Mittelwerth	50,2792 ^s Sternzeit
	daher Dauer von einer Schwingung	1,00558 ^s	„

Für die Amplitudenabnahme ergaben sich folgende Resultate:

Amplituden.

Zeit	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
s	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
0	9,1	10,0	10,3	10,0	10,3	9,8	10,5	10,0	10,3	10,0
10	7,0	8,5	8,7	8,1	8,5	7,7	8,8	8,6	8,6	8,7
20	5,2	6,7	6,8	6,6	7,0	6,0	7,6	7,0	7,7	6,8
30	4,0	5,0	5,0	5,4	5,7	5,0	6,0	5,6	6,3	5,6
40	3,5	4,1	4,3	4,2	4,4	4,1	4,4	4,6	4,8	4,2
50	2,9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,1	3,4	3,4	4,1	3,3

Werthe von z

0,02476	0,02226	0,02267	0,02131	0,02111	0,02256	0,02087	0,02024	0,01807	0,02153
---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

Versucht man es, die vorstehenden zehn Beobachtungsreihen unter Zuhilfenahme der Methode der kleinsten Quadrate durch einen Ausdruck von der Form $a = a_0 \cdot e^{-zt}$ darzustellen, so erhält man für die Constante z die 10 in obiger Zusammenstellung aufgeführten Werthe, deren Mittel $z = 0,02152$ ergibt, wobei t als in Secunden ausgedrückt angenommen wird; der mittlere Fehler dieses Resultates berechnet sich aus den Abweichungen der Theilresultate zu $\pm 0,00055$.

Innerhalb des bei obigen Beobachtungen auftretenden Amplitudenintervalles erfolgt also die Abnahme der Schwingungsbogen derartig, dass sie durch einen der ersten Potenz der Geschwindigkeit proportional wirkenden Luftwiderstand erklärt wird und es kann daher für die Bewegung des Fadenpendels dieses Gesetz innerhalb obiger Grenzen der weiteren Betrachtung zu Grunde gelegt werden. —

Die Differentialgleichung der Bewegung des Fadenpendels, dessen Aufhängepunkt durch die oben erwähnte Klemmung genöthigt ist, den Oscillationen des Pendelstatives zu folgen, geht aus der früher angesetzten Gleichung (11) hervor, wenn man in derselben auf der rechten Seite noch den Luftwiderstand $= -k \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)$ einführt, wobei die Elongationen des Fadenpendels zum Unterschiede von jenen (θ) des Reversionspendels mit φ bezeichnet werden, während L die reducirte Länge des Fadenpendels bedeutet. Die Differentialgleichung der Bewegung des Fadenpendels lautet sohin:

$$L \frac{d^2\varphi}{dt^2} + k \frac{d\varphi}{dt} + g\varphi = - \frac{d^2x_1}{dt^2} \dots \dots \dots (21).$$

Diese Differentialgleichung zweiter Ordnung ist linear und lässt sich in zwei Summanden $\varphi = \varphi' + \varphi''$ allgemein integrieren, wobei φ' das allgemeine Integral der Gleichung $L \frac{d^2\varphi'}{dt^2} + k \frac{d\varphi'}{dt} + g\varphi' = 0 \dots \dots (22)$, φ'' aber ein particulares Integral der Gleichung:

$$L \frac{d^2\varphi''}{dt^2} + k \frac{d\varphi''}{dt} + g\varphi'' = - \frac{d^2x_1}{dt^2} \dots \dots (23) \text{ ist.}$$

Das allgemeine Integral der Gleichung (22) hat bekanntlich die Form:

$$\varphi' = \left[C_1 \text{Cos } t \sqrt{\frac{g}{L} - \frac{k^2}{4L^2}} + C_2 \text{sin } t \sqrt{\frac{g}{L} - \frac{k^2}{4L^2}} \right] e^{-\frac{kt}{2L}} \dots (24), \text{ wobei}$$

C_1 und C_2 die willkürlichen Constanten bedeuten; die Periode dieser

Schwingungsbewegung ist: $T = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{g}{L} - \frac{k^2}{4L^2}}} = \frac{\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{4gL}}}$; ferner ist:

$\frac{k}{2L} = z$ oder $k = 2L \cdot z$ wobei z die oben ihrem Zahlenwerthe 0,02152 nach gefundene, dem benützten Fadenpendel entsprechende Constante ist. —

In Gleichung (23) ist nun der Werth $\frac{d^2x_1}{dt^2}$ einzuführen; derselbe ist nach (12) und (14) $\frac{d^2x_1}{dt^2} = \gamma \frac{d^2\Theta}{dt^2} = -\gamma \cdot \frac{g\Theta}{l + \gamma}$; innerhalb der bisherigen Genauigkeitsgrenzen wird also Gleichung (23):

$$L \frac{d^2\varphi''}{dt^2} + k \frac{d\varphi''}{dt} + g\varphi'' = + \frac{\gamma g\Theta}{l} \dots \dots (25)$$

Bezeichnet man wie gewöhnlich mit α die der Zeit t entsprechende Amplitude des Reversionspendels, so ist:

$$\Theta = \alpha \text{Cos } t \sqrt{\frac{g}{l}} \dots \dots (26),$$

wobei α wieder als eine durch die früher aus den Beobachtungen über die Amplituden-Abnahme abgeleitete, empirische Formel bestimmte Function der Zeit erscheint; setzen wir für den Augenblick $\alpha = \alpha_0 f(t)$ so wird

$\theta = \alpha_0 f(t) \text{Cost} \sqrt{\frac{g}{l}} \dots$ (27), wobei der Anfangspunkt der Zeitzählung auf den Moment verlegt wird, in welchem $\theta = \alpha_0$, $f(t) = f(0) = 1$ ist. $f(t)$ aber unter der Form $1 + \sum N t^n$ erscheint. Man hat also nunmehr ein particulares Integral der aus (25) und (27) hervorgehenden Differentialgleichung:

$$L \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + k \frac{d\varphi''}{dt} + g\varphi'' = \alpha_0 \gamma \frac{g}{l} \cdot f(t) \text{Cost} \sqrt{\frac{g}{l}} \dots \dots (28) \text{ aufzusuchen.}$$

Obwohl sich nun ein solches particulares Integral bei der eben angegebenen Form von $f(t)$ ohne Schwierigkeit auffinden lässt, so erscheint es doch wünschenswerth, der treffenden Rechnung ohne wesentliche Einbusse an Genauigkeit einen möglichst einfachen Verlauf zu verschaffen. Man erreicht diese Absicht, indem man die Function $f(t)$ in die Form einer Summe von Exponentialgrössen gebracht denkt. Die Amplituden werden nämlich — einer auf pag. 234 gemachten Bemerkung gemäss — innerhalb eines nicht allzu ausgedehnten Intervalles schon durch einen eingliedrigeren Ausdruck von der Form

$$a = \alpha_0 f(t) = \alpha_0 e^{-\zeta t}$$

mit einem genügenden Grade von Annäherung dargestellt werden können.

Substituirt man diesen Ausdruck in Gleichung (28), so ergibt sich endlich:

$$L \cdot \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + k \frac{d\varphi''}{dt} + g\varphi'' = \frac{\gamma g}{l} \cdot \alpha_0 e^{-\zeta t} \text{Cost} \sqrt{\frac{g}{l}} \dots \dots (29)$$

Man erhält ein particulares Integral, indem man:

$$\varphi'' = \left(A \text{Cost} \sqrt{\frac{g}{l}} + B \text{sin} t \sqrt{\frac{g}{l}} \right) \cdot \frac{\gamma g}{l} \alpha_0 e^{-\zeta t} \dots \dots (30)$$

setzt und die Constanten A und B nach den Anforderungen der Gleichung (29) bestimmt. Es ergibt sich auf diese Weise:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{p}{p^2 + q^2} \\ B &= \frac{q}{p^2 + q^2}, \text{ wobei} \\ p &= g \left(\frac{1-L}{l} \right) - 2Lz\zeta + L\zeta^2 \\ q &= 2L(z - \zeta) \sqrt{\frac{g}{l}} \end{aligned} \right\} \dots \dots (31).$$

Das vollständige Integral der ursprünglich vorliegenden Differentialgleichung (21), nämlich $\varphi = \varphi' + \varphi''$ ergibt sich demnach zu:

$$\varphi = \left[C_1 \cos t \sqrt{\frac{g}{L} \left(1 - \frac{L}{g} z^2\right)} + C_2 \sin t \sqrt{\frac{g}{L} \left(1 - \frac{L}{g} z^2\right)} e^{-zt} \right. \\ \left. + \left[p \cos t \sqrt{\frac{g}{l}} + q \sin t \sqrt{\frac{g}{l}} \right] \cdot \frac{1}{p^2 + q^2} \cdot \gamma \cdot \frac{g}{l} \alpha_0 e^{-\zeta t} \right] \quad (32)$$

in welchem Ausdrücke C_1 und C_2 die willkürlichen Integrations-Constanten bezeichnen.

Die Bestimmung der Constanten C_1 und C_2 bietet einige Schwierigkeit; die bei meinen Versuchen stattfindenden Umstände gestatten es jedoch, diese Schwierigkeit gänzlich zu umgehen und zwar ist es gerade die Wirkung des so manches Problem der Mechanik complicirenden Luftwiderstandes, welche im gegebenen Falle die practische Durchführung der Lösung ausserordentlich einfach gestaltet. Der in der Exponentialgrösse e^{-zt} auftretende Coefficient z , welcher gewissermassen als das Maass des auf das Fadenpendel einwirkenden Luftwiderstandes betrachtet werden kann, ist nämlich ziemlich gross und dem in der Exponentialgrösse $e^{-\zeta t}$ vorkommenden Coefficienten ζ je nach der Schwerpunktlage 36 bis 88 mal überlegen. In Folge dessen werden die mit e^{-zt} multiplicirten, die Constanten C_1 und C_2 enthaltenden Glieder mit wachsendem t im Vergleiche zu den übrigen, mit $e^{-\zeta t}$ multiplicirten Gliedern nach und nach verschwindend klein, so dass schon 8—10 Minuten, nachdem das Reversionspendel und durch dieses auch das Fadenpendel in Bewegung gesetzt wurde, jede practisch wahrnehmbare Spur der den Anfangszustand characterisirenden Constanten C_1 und C_2 in dem Integrale (32) verschwunden sein wird. Bezeichnet man die 0,0111^m oberhalb des Schwerpunktes des Fadenpendels mit dem Micrometer-Microscope gemessenen Gesamtschwingungsweiten mit μ so ist $\varphi = \frac{\mu}{2(L - 0,0111)} \dots$ (33) die Amplitude der Fadenpendel-Schwingungen; setzt man ferner:

$$p = V \sin v, \quad q = V \cos v \dots (34), \text{ so ist:}$$

$$V = \sqrt{p^2 + q^2} \text{ und } \operatorname{tg} v = \frac{p}{q} \dots (35), \text{ also}$$

$$p \cos t \sqrt{\frac{g}{l}} + q \sin t \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{p^2 + q^2} \cdot \sin \left(t \sqrt{\frac{g}{l}} + v \right),$$

so gilt 8—10 Minuten nach dem Anfange der Schwingungen die aus (32), (33), (34) und (35) resultirende Gleichung:

$$\frac{\mu}{2(L-0,0111)} = \gamma \cdot \frac{g}{l} \cdot \alpha_0 e^{-\zeta t} \cdot \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2}},$$

welche, da $\alpha_0 e^{-\zeta t} = \alpha$ die jeweilige Amplitude des Reversionspendels ist, schliesslich die Form: $\frac{\mu}{2(L-0,0111)} = \frac{\gamma \cdot g}{\sqrt{p^2 + q^2}} \cdot \frac{\alpha}{l} \dots (36)$ annimmt.

Die unbekannt Grösse γ aber folgt hieraus:

$$\gamma = \frac{\mu \cdot l \cdot \sqrt{p^2 + q^2}}{2g\alpha(L-0,0111)} \dots (37)$$

Nachfolgende Zusammenstellung enthält die bei beiden Lagen des Reversionspendels beobachteten Schwingungsweiten des Fadenpendels, welche in Umgängen (r) und Theilen (p) der Micrometerschraube des Microscops (r = 60 p) angegeben sind.

Ergebnisse der Versuche mit dem Fadenpendel.

Schwerpunkt oben							Schwerpunkt unten						
Nr. der Ablesung	Amplitude d. Reversionspendels (α)		Mittel (α)		Doppelte Amplitude des Fadenpendels (μ_1)		Nr. der Ablesung	Amplitude d. Reversionspendels (α)		Mittel (α)		Doppelte Amplitude des Fadenpendels (μ_1)	
	0	'	0	'	r	p		0	'	0	'	r	p
1	1	48,0	1	41,00	7	04	1	1	32,0	1	30,00	15	51
	1	34,0						1	28,0				
2	1	24,5	1	29,25	6	18	2	1	20,0	1	17,50	13	16
	1	19,0						1	15,0				
3	1	12,5	1	21,75	5	59	3	1	10,0	1	12,50	12	27
	1	19,0						1	10,0				
4	1	12,5	1	15,75	5	25	4	1	10,0	1	07,50	11	48
	1	08,5						1	05,0				
5	1	08,5	1	05,75	4	45	5	1	03,0	1	04,00	11	14
	1	03,0						1	03,0				
6	1	03,0	1	01,00	4	29	6	1	01,0	1	02,00	10	47
	0	59,0						1	01,0				
7	0	59,0	0	57,25	4	11	7	0	59,5	1	00,25	10	21
	0	55,5						0	58,0				
8	0	55,5	0	53,50	3	54	8	0	56,0	0	57,00	9	55
	0	51,5						0	55,0				
9	0	51,5	0	50,25	3	33	9	0	55,0	0	55,50	9	40
	0	49,0						0	52,0				
10	0	49,0	0	48,00	3	28	10	0	52,0	0	51,00	8	50
	0	47,0						0	50,0				
11	0	47,0	0	46,00	3	19	11	0	50,0	0	49,50	8	32
	0	45,0						0	49,0				

Bei der Berechnung dieser Versuche handelt es sich vor Allem um die Festsetzung der Zahlenwerthe der in (37) auftretenden Constanten; die Grössen g , L l und l' ergeben sich aus den in den früheren Paragraphen vorgetragenen Resultaten mit genügender Präcision wie folgt:

$$g = 9,75374^m, \text{ dann aus:}$$

$$(1,00558)^2 \left(\frac{g}{L} - z^2 \right) = \pi^2$$

$$L = 0,99927^m, \text{ ferner aus:}$$

$$\frac{\pi^2}{g} \cdot l = (1,0061)^2; l = 1,0003^m \text{ (Schwerpunkt oben) und aus:}$$

$$\frac{\pi^2}{g} l' = (1,0060)^2; l' = 1,0001^m \text{ (Schwerpunkt unten).}$$

Für z wurde bereits oben der Werth $z = 0,02152$ erhalten. Was nun die Grössen ζ und ζ' betrifft, so handelt es sich bei den vorliegenden Beobachtungen darum, die Amplituden durch eine Exponentialfunction darzustellen und zwar für die Lage „Schwerpunkt oben“ innerhalb des Intervalles $1^041',0$ bis $0^045',0$ und für die Lage „Schwerpunkt unten“ innerhalb des Intervalles $1^030',0$ bis $0^056',0$. Legt man die früher auf pag. 228 gefundenen Ausdrücke von der Form $\alpha = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ zu Grunde, berechnet sodann für die erste Lage 9, für die zweite aber 11 Werthe von α , welche um die früher gewählte Zeiteinheit von $t = 3^m$ von einander abstehen und bestimmt die Constanten α_0 und ζ , α_0' und ζ' unter Beziehung der Methode der kleinsten Quadrate, welche hier als Interpolationsverfahren angewendet wird, so stellen die Ausdrücke:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\zeta t} = 103',75 e^{-0,10734 t} \text{ und}$$

$$\alpha' = \alpha_0' e^{-\zeta' t} = 90',39 e^{-0,04545 t}$$

die Amplituden in den angegebenen Intervallen mit genügender Genauigkeit dar; es ergibt sich nämlich:

„Schwerpunkt oben“		„Schwerpunkt unten“	
Exponentialfunct.	$\alpha = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$	Exponentialfunct.	$\alpha = A' + B't + C't^2$
103,8	105,3	90,4	90,9
93,2	93,1	86,4	86,6
83,7	82,7	82,5	82,5
75,2	73,8	78,9	78,6
67,5	66,3	75,4	75,0
60,7	60,0	72,0	71,6
54,5	54,6	68,8	68,4
48,9	49,9	65,8	65,5
44,0	45,6	62,8	62,8
		60,1	60,3
		57,4	58,1

Für die Secunde als Zeiteinheit ergeben sich demnach die bei Berechnung der Formel (37) in Anwendung zu bringenden Werthe:

$$\zeta = 0,00059633 \text{ für „Schwerpunkt oben“ und}$$

$$\zeta' = 0,00023799 \text{ für „Schwerpunkt unten.“}$$

Ist ferner μ_1 die in Theilen der Micrometerschraube ausgedrückte beobachtete Schwingungsweite (doppelte Amplitude) so ist:

$$\mu = 0,0005044^{\text{mm}} \cdot \mu_1.$$

Für „Schwerpunkt oben“ findet man mit den oben angeführten Zahlenwerthen: $p = 0,010115^{\text{m}}$, $q = 0,13058^{\text{m}}$

$$\sqrt{p^2 + q^2} = 0,13097^{\text{m}};$$

für „Schwerpunkt unten“ aber ergibt sich:

$$p = 0,008474^{\text{m}}, q = 0,132825^{\text{m}}$$

$$\sqrt{p^2 + q^2} = 0,13310^{\text{m}}.$$

Unter der Voraussetzung, dass α und α' in Bogenminuten ausgedrückt sind, nimmt die Gleichung (37) dann die zur numerischen Rechnung verwendete Form an:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= 0,011785^{\text{mm}} \cdot \frac{\mu_1}{\alpha}, \text{ für „Schwerpunkt oben“} \\ \gamma' &= 0,011974^{\text{mm}} \cdot \frac{\mu_1}{\alpha'} \text{ für „Schwerpunkt unten.“} \end{aligned} \right\} (38)$$

Die Berechnung der oben mitgetheilten Beobachtungen ergibt nun folgende Resultate:

	„Schwerpunkt oben“ mm	„Schwerpunkt unten“ mm
1)	—	—
2)	—	—
3)	—	$\gamma' = 0,1234$
4)	—	56
5)	$\gamma = 0,0518$	61
6)	511	50
7)	520	34
8)	517	50
9)	515	51
10)	500	44
11)	511	—
12)	510	—
Mittel	$\gamma = 0,0513^{\text{mm}} (\pm 0,0002^{\text{mm}})$	$\gamma' = 0,1248^{\text{mm}} (\pm 0,0003^{\text{mm}})$

Aus diesen Werthen und aus den Gleichungen:

$$\gamma = \frac{mgs}{\varepsilon l} \text{ und } \gamma' = \frac{mgs'}{\varepsilon l'} \text{ folgt:}$$

$$\frac{mg}{\varepsilon} = 0,1743^{\text{mm}} (\pm 0,0007^{\text{mm}}) \text{ und } \frac{mg}{\varepsilon} = 0,1772^{\text{mm}} (\pm 0,0004^{\text{mm}}).$$

Die beiden, verschiedenen Lagen des Reversionspendels entsprechenden Beobachtungsreihen zeigen also eine genügende Uebereinstimmung; nimmt man für $\frac{mg}{\varepsilon}$ das Mittel beider Resultate, nämlich $\frac{mg}{\varepsilon} = 0,1758^{\text{mm}}$ an, so ergibt sich nach (20) die Correction für das einfache Pendel von 1^s mittlerer Zeit Schwingungsdauer: $(\Delta \lambda_m) = 0,1747^{\text{mm}}$.

Das soeben erhaltene Resultat gründet sich auf die an einem Punkte des Stativkopfes wahrgenommene oscillatorische Bewegung; dieser Punkt war von der innern, der Schwingungsebene parallel laufenden Fläche des Bügels des Stativkopfes 0,015^m entfernt, während die in Mitte der Schneiden-Auflagerungsfläche angebrachte Nuth 0,021^m von der zuerst erwähnten Fläche absteht; wenn also dem gesammten Stativkopfe eine einheitliche oscillatorische Kreisbewegung zukäme, deren Axe sich 0,54^m hinter dem Stativkopfe befindet, so würde die Bewegung des Aufhängepunktes des Fadenpendels mit der Bewegung der Mitte der Pendelschneide vollkommen übereinstimmen, wonach der oben gefundene Werth der Pendel-Correction als exact zu betrachten wäre. Die Voraussetzung einer derartigen einheitlichen oscillatorischen Bewegung des gesammten Stativkopfes ist jedenfalls nur eine angenähert richtige und führt eine Betrachtung der Construction des Statives zu dem Schlusse, dass der Bewegung der Pendelschneide in keinem Falle eine geringere Amplitude zukommen könne, als jenem Punkte des Stativkopfes, dessen Bewegung mittelst des Fadenpendels untersucht wurde. Die Correction der Pendellänge wird demnach jedenfalls grösser als 0,1747^{mm} sein müssen und da andererseits die nach Peirce's Vorgang auf statischem Wege ermittelte Correction in keinem Falle kleiner als der wahre Werth ausfallen kann, so ist durch die ausgeführten Versuche eine untere Grenze = 0,1747^{mm} und eine obere Grenze = 0,2007^{mm} für den gesuchten Correctionswerth $(\Delta \lambda_m)$ gegeben; der Mittelwerth beider Zahlen, nämlich $(\Delta \lambda_m) = 0,1877^{\text{mm}}$ wird sich in jedem Falle um weniger als 0,0130^{mm} von dem wahren Werthe entfernen.

Wenn es mir nicht möglich war, innerhalb der knapp bemessenen Zeit und mit den mir verfügbaren Hilfsmitteln eine genauere Bestimmung dieser Correction zu erlangen, so hat Herr Professor von Oppolzer diesen Mangel dadurch abgeholfen, dass er später durch directe Versuche die Bewegung der Pendelschneide bestimmte. Die Resultate dieser Untersuchungen sind in dem Gradmessungsberichte für die Jahre 1881 und 1882 veröffentlicht worden und ergeben für die mit dem österreichischen Reversionspendel bestimmte Länge des einfachen Pendels von 1^s (mittlerer Zeit) Schwingungsdauer den Correctionswerth ($\Delta\lambda_m$) = 0,1937^{mm}, welcher von dem obigen Mittel 0,1877^{mm} um 0,0060^{mm} abweichende Werth von mir als definitive Correction angenommen wird.

Die Länge des einfachen Pendels von 1^s (mittlerer Zeit) Schwingungsdauer ergibt sich demnach für den Beobachtungspunkt Bogenhausen zu:
0,9936937^m.

13) Reduction auf den Meereshorizont.

Die bisher angebrachten Reductionen waren theils durch die Theorie der Pendelbewegung, theils durch die constructiven Eigenthümlichkeiten des in Anwendung gebrachten Pendel-Apparates bedingt. Um nun die an verschiedenen Orten der physischen Oberfläche der Erde ausgeführten Pendelmessungen unter sich vergleichbar zu machen, wird es nothwendig, die unmittelbar erhaltenen Resultate auf eine gemeinsame Niveaufläche zu reduciren. Diese Reduction von rein geodätischem Character wird gegenwärtig in der unter dem Namen von Young's Regel bekannten Form:

$$\Delta = \Delta' + \Delta'' \dots (1)$$

angebracht, wobei $\Delta' = \lambda_m \cdot \frac{2H}{a} \dots (2)$ und

$$\Delta'' = -\lambda_m \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\delta}{D} \cdot \frac{2H}{a} \dots (3)$$

ist, und a den Radius der als kugelförmig zu betrachtenden Erde, H die absolute Höhe der Beobachtungsstation, D die mittlere Dichte der Erdmasse, δ aber die Dichte der zwischen dem Meeresniveau und der Beobachtungsstation gelegenen Schichte der physischen Erdoberfläche bezeichnet. Derjenige Theil dieser Correction, welcher durch Δ' ausgedrückt wird, entspricht der Abnahme der Intensität der Schwere, welche eintritt, wenn man sich

in der freien Atmosphäre um H über das Meeresniveau erhebt; die älteren Pendelbeobachter, sowie später Bessel und Sabine haben nur diesen Theil in Rechnung genommen und auch in unseren Tagen will Herr Faye die an den unmittelbar gemessenen Pendellängen anzubringende Reduction auf dieses Glied beschränkt wissen.

Um die Bedeutung des zweiten Theiles Δ'' zu erkennen, wird man sich vor Allem der durch die Gesammtheit der Gradmessungen und Pendelbeobachtungen festgestellten Thatsache erinnern, dass die Niveauflächen an der Oberfläche der Erde in erster Näherung als rotationsellipsoidische Flächen oder als damit sehr nahe übereinstimmende Flächen 14^{ter} Ordnung, — von Herrn Professor Bruns in seiner denkwürdigen Abhandlung („Die Figur der Erde“) Sphäroide genannt, — betrachtet werden können, bei welchen jedoch an einzelnen Punkten im Vergleiche mit den Unebenheiten der physischen Erdoberfläche nicht unerhebliche, gegenüber den Dimensionen des Erdkörpers aber nur unbedeutende Abweichungen, — Aus- und Einbiegungen, — vorkommen. Denken wir uns nun eine dieser mit der Meeresfläche im Allgemeinen übereinstimmende Sphäroidfläche construirt, so wird die physische Oberfläche unseres Planeten sich an verschiedenen Punkten um geringe Beträge ober- oder unterhalb von dieser Sphäroidfläche entfernen. Nimmt man ferner an, dass durch eine bestimmte, auf der physischen Erdoberfläche liegende Pendelstation die Normale nach dem Sphäroide gezogen und dann durch deren Fusspunkt eine Tangentialebene an das Sphäroid gelegt werde, so kann man behufs der Attractionsberechnung den Erdkörper als in folgende drei Theile zerfallend annehmen: 1) die oberhalb der Tangentialebene liegende Calotte, 2) die nach Aussen von der Sphäroidfläche begrenzte Hauptmasse der Erde und 3) die nach Abrechnung der Calotte noch übrig bleibende, nach Innen durch die Sphäroidfläche, nach Aussen aber durch die physische Erdoberfläche begrenzte Schaale. So lange H nicht sehr bedeutende Beträge erreicht, wird man die Attraction der Calotte mit grosser Annäherung $= 2\pi\delta H$ setzen können. Die Anziehung der Hauptmasse des Sphäroids wird sich für einen Punkt der Oberfläche ($H = 0$) gegenüber der um H von derselben entfernten Pendelstation im Verhältnisse $1 : \left(1 - \frac{2H}{a}\right)$ verstärken, wodurch eine Vermehrung der

Länge des Secundenpendels im Betrage von $\lambda_m \cdot \frac{2H}{a} = \Delta'$ bewirkt und der erste Theil der oben angesetzten Gesamtcorrection erhalten wird. Die Attraction des dritten Theiles, welcher als eine sphäroidische Schaaale von sehr stark wechselnder Dichte betrachtet werden kann würde eine sehr mühsame mechanische Quadratur erfordern, deren Elemente überdiess, mit Rücksicht auf die in unsern geographischen Kenntnissen noch immer bestehenden Lücken, theilweise gar nicht, theilweise aber nur sehr mangelhaft bekannt sind; es erübrigt unter solchen Verhältnissen nur die Möglichkeit einer sehr rohen Schätzung. Bekanntlich ist nur $\frac{1}{4}$ der Gesamtunteroberfläche Festland, dessen durchschnittliche Höhe etwa zu 400^m angenommen werden kann; denkt man sich dieses Festland gleichmässig über die Meeresfläche vertheilt, so ergibt sich eine Schaaale von 100^m Dicke, deren Gesamtattraction auf die Pendelstation nach Abrechnung der Calotte $= 2\pi\delta \cdot 100$, sohin $\frac{2\pi\delta \cdot 100}{\frac{4}{3}\pi D \cdot a} = 0,000013$ der Attraction des ganzen Erdphäroids betragen würde. Um aus diesem Durchschnittswerthe die für eine Station wirklich stattfindende Vermehrung der Schwerkraft zu erhalten, hätte man denselben mit einem durch die geographische Configuration der Erdoberfläche bedingten, von der Breite φ und Länge ψ des Beobachtungsortes abhängigen Factor $f(\varphi, \psi)$ zu multipliciren. Im Hinblick auf den Umstand, dass die Abstände der entfernteren Massentheilchen des in Rede stehenden Schaaalenstückes von der Pendelstation im Vergleiche mit jenen der Massentheilchen der Calotte sehr bedeutende sind, während andererseits näher liegende Massen mit Rücksicht auf die Richtung der von denselben ausgeübten Attraction nur geringe Vertical-Componenten ergeben, wird dieser Factor $f(\varphi, \psi)$ bei Begründung der Young'schen Regel $= 1$ zu setzen sein. Man vernachlässigt hiemit die von der unregelmässigen Oberflächengestaltung herrührenden kleinen Schwankungen der Attraction der nach Abrechnung der Calotte noch übrig bleibenden, das Sphäroid nach Aussen begränzenden Schaaale; der oben erwähnte durchschnittliche Betrag schlägt sich dann zur Attraction der Hauptmasse des Sphäroids, welche er vermehrt, ohne jedoch auf die gesuchte Grösse der Abplattung einen merkbaren Einfluss zu äussern. — Die Correction der Pendellänge wird bei dieser Schlussfolgerung ausser dem mit Δ' bezeichneten Theile nur noch die Wirkung

der Calotte zu berücksichtigen haben, welche $\frac{2\pi\delta \cdot H}{\frac{4}{3}\pi D \cdot a} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\delta}{D} \cdot \frac{2H}{a}$ beträgt; für die an der Pendellänge anzubringende Reduction auf das Meeresniveau ergibt sich also ausser dem Theile $\Delta' = \lambda_m \cdot \frac{2H}{a}$ noch das weitere Glied

$$\Delta'' = - \lambda_m \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\delta}{D} \cdot \frac{2H}{a}.$$

Dass auch an Küstenorten sowie auf Inseln ähnliche Reductionen der unmittelbaren Beobachtungsergebnisse für die Pendellänge anzubringen sind, dürfte kaum in Zweifel gezogen werden können. Wenn solches bisher nicht geschehen, so wird diese Unterlassung durch den Mangel an sicheren geographischen Daten, sowie durch die Ausdehnung der Rechnungsarbeit wenigstens theilweise entschuldigt. Jedenfalls kann die oben gegebene Form der Reduction = $\Delta' + \Delta''$ nur als eine erste, immer noch sehr verbesserungsbedürftige Annäherung betrachtet werden. Für die Verwerthung der Pendelmessungen zur Untersuchung der Figur der Erde bildet die vorstehend besprochene Reduction eine wichtige Vorfrage, für welche eine entsprechende Lösung gefunden werden muss, ehe ein wirklicher und wesentlicher Erfolg bezüglich des Hauptproblems der Geodäsie erwartet werden kann.

Aber selbst wenn man sich vorläufig mit der Anwendung obiger Reductionsformel begnügen will, bleibt für Pendelstationen von bedeutenderer absoluter Höhe noch eine ganz erhebliche Unsicherheit wegen der mangelhaften Kenntniss des Factors δ zurück. —

Uebersieht man die bisher in die Rechnung eingeführten Zahlenwerthe für die mittlere und für die Oberflächendichte der Erde (vergl. z. B. Fisher's „Physics of the earth's crust“ pag. 20) so ergibt sich, dass der in der Reduction auftretende Factor $\left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\delta}{D}\right)$ zwischen den Werthen 0,708 und 0,612, die Reduction selbst also, in millimètres ausgedrückt, zwischen 0,0002218 H und 0,0001919 H, — wobei H die in mètres angegebene absolute Höhe der Pendelstation bedeutet, — schwankt; für Bogenhausen ist $H = 530^m$, wodurch sich die um $0,0158^{mm}$ differirenden Grenzwerte $0,1175^{mm}$ und $0,1017^{mm}$ ergeben.

Es ist ferner zu beachten, dass H die Erhebung der Station über der Sphäroidfläche bezeichnet, während unsere Nivellements die Höhe über dem durch die Meeresfläche bestimmten Geoid angeben; beide Grössen sind aber keineswegs identisch und wenn die Stationen von einander unabhängigen, von verschiedenen Punkten der Meeresfläche ausgehenden Nivellementszügen angehören, so differiren schon die denselben zu Grunde liegenden Nullpunkte in ihren Abständen von der Sphäroidfläche; bei in verschiedenen Welttheilen gelegenen, durch den Ocean von einander getrennten Pendelstationen wird diese Differenz sich jedenfalls geltend machen, indem sie Werthe von H in die Reduction einführt, welche unter sich im Widerspruch stehen. Um nun einen den bestehenden geognostischen Verhältnissen möglichst entsprechenden Werth der Oberflächendichtigkeit (δ) in der Umgebung von Bogenhausen in die Rechnung einzuführen, habe ich mich an Herrn Oberbergdirector Dr. von Gümbel, den berühmten Vorstand der geognostischen Untersuchung des bayerischen Territoriums, gewendet, welcher meine Anfrage dahin beantwortete, dass für δ der Werth 2,2, mindestens aber 2,1 anzunehmen sei. Setzt man die mittlere Dichte der Erde $D = 5,5$, welche Zahl einen auch von James und Pratt angenommenen Mittelwerth zwischen den einzelnen, durch verschiedene Untersuchungsmethoden erhaltenen Resultaten darstellt und führt den aus dem bayerischen Präcisionsnivellement hervorgehenden Werth $H = 528,75^m$ ein, so ergibt sich:

$$\left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\delta}{D}\right) = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{2,15}{5,5} = 0,707 \text{ und:}$$

$$\Delta = 0,1165^{mm}.$$

Die auf das Niveau des Meeres reducirte Bogenhausener Pendellänge beträgt demnach:

$$\lambda_m = 0,9938102^m.$$

14. Vergleichung mit anderen Reversionspendel-Bestimmungen.

Es dürfte von Interesse sein, das vorstehende Resultat für die Bogenhausener Pendellänge mit einigen anderen in Mittel-Europa ausgeführten Messungen der Intensität der Schwere in Vergleich zu bringen; das zur Stunde vorliegende Material ist indessen noch ziemlich beschränkt. Ueberträgt man das für Bogenhausen gefundene Resultat unter Zuhülfenahme der von Listing („Neue geometrische und dynamische Constanten des Erdkörpers.“ Göttingen 1878) berechneten Formel:

$$l = 993,5721^{\text{mm}} - 2,57735^{\text{mm}} \cos 2 \varphi$$

nach Berlin, so ergibt sich für diesen Punkt: $\lambda' = 0,9941952^{\text{m}}$.

Herr Professor C. F. W. Peters bestimmte im Jahre 1869 mit dem Lohmeier'schen Reversionspendel die Pendellänge für Altona zu $0,9943007^{\text{m}}$ (Astr. Nachr. Nr. 2305—2307 und 2334); die Uebertragung dieses Resultates auf Berlin ergibt für letzteren Punkt die Pendellänge $\lambda' = 0,9942106^{\text{m}}$.

Zahlreiche Reihen trefflicher Pendelbestimmungen für mehrere Punkte der Schweiz hat E. Plantamour geliefert; dieselben sind indessen leider zur strengen Vergleichung noch nicht geeignet, da gegenwärtig noch kein definitives Resultat über die Vergleichung des Pendelmaassstabes mit irgend einem genau bestimmten Normalmaassstabe vorliegt. Das bisher für Genf vorliegende Resultat ergibt $\lambda' = 0,9941995^{\text{m}}$.

Für Berlin liegen, — nachdem für die von Herrn Professor Albrecht ausgeführten Messungen die Correction wegen des Mitschwingens des Stativs noch nicht bestimmt ist, — die drei folgenden an Ort und Stelle durchgeführten Pendelbestimmungen vor:

1) Der im Jahre 1835 durch Bessel gefundene Werth $\lambda = 0,9942317^{\text{m}}$;
 2) das 1869 von Herrn Professor C. F. W. Peters unter Anwendung des von Lohmeier gefertigten Reversionspendels erhaltene Resultat $\lambda = 0,9941860^{\text{m}}$ (Astr. Nachr. Nr. 2334);

3) die von Herrn Ferdinand Anton mittelst des österreichischen Reversionspendels im November und Dezember 1876 gelieferte Bestimmung, für welche mir Herr Professor von Oppolzer brieflich das nach Einrechnung aller Reductionen erhaltene, nahezu als definitiv zu betrachtende Resultat $\lambda = 0,9942014^{\text{m}}$ als Mittel aus drei vollständigen Beobachtungssätzen mit je 4 Combinationen mitzutheilen die Güte hatte. —

Die für Berlin vorliegenden absoluten Bestimmungen weisen also sehr beträchtliche Differenzen auf, deren Aufklärung zukünftigen Untersuchungen überlassen werden muss. Eine auffallende Thatsache scheint zu einer derartigen Untersuchung ganz besonders dringend aufzufordern: die von C. F. W. Peters unter Anwendung des Bessel'schen Pendelapparats wiederholte Bestimmung der Pendellänge zu Königsberg und auf Schloss Güldenstein ergab nämlich im Vergleiche mit den älteren von Bessel und von Schumacher gefundenen Resultaten für ersteren Ort eine um $0,0259^{\text{mm}}$ grössere, für letzteren Ort aber eine um $0,0131^{\text{mm}}$ kleinere Pendellänge, so dass zwischen den älteren und neueren Resultaten kein constanter Unterschied zu bestehen scheint; für Altona und Berlin wurden dagegen die Messungen durch C. F. W. Peters unter Anwendung des Lohmeier'schen Reversionspendels wiederholt (Astr. Nachr. Nr. 2334) und in beiden Fällen, so wie bei den ausgedehnten Beobachtungsreihen des Herrn Anton stellten sich gegenüber den älteren, mit dem Bessel'schen Apparate erhaltenen Resultaten bezw. um $0,0335^{\text{mm}}$, $0,0458^{\text{mm}}$ und $0,0303^{\text{mm}}$ kürzere Pendellängen heraus! Die Details der Vergleichung des österreichischen Pendelmaassstabes mit dem Berliner Normal-mètre sind mir nicht bekannt; wenn man aber in der oben citirten Nummer der Astronomischen Nachrichten liest, dass die beiden in Berlin vorgenommenen Vergleichungen des Lohmeier'schen Pendelmaassstabes für die Temperatur von 0°C . unter sich um $0,044^{\text{mm}}$ differiren, so drängt sich wohl die Ansicht auf, dass ein Theil der oben für die Berliner Pendellänge aufgeführten Abweichungen in der noch nicht mit genügender Präcision vorliegenden Vergleichung der Maassstäbe seine Erklärung finden dürfte. Die Citate aus Bessel's Briefwechsel mit Schumacher, welche Professor Peters in Nr. 2521 der Astronomischen Nachrichten mittheilt, erscheinen wohl kaum geeignet, die eben ausgesprochene Meinung zu widerlegen.

Von entscheidender Wichtigkeit für die Beurtheilung und Verwerthung der Bogenhausener Pendellänge ist die Vergleichung mit dem von Herrn Professor von Oppolzer für die Berliner Pendellänge gefundenen Resultate, da in beiden Fällen ein und derselbe Pendelapparat zur Anwendung gebracht wurde; die Differenz beider Bestimmungen beträgt $\lambda - \lambda' = + 0,0062^{\text{mm}}$ und wenn man bedenkt, dass in dieser Differenz sich die vereinte Wirkung der Unregelmässigkeiten in der Massenvertheilung an

der Erdoberfläche, der dem Listing'schen Werthe der mittleren Abplattung noch anhaftenden Unsicherheit und der zufälligen Beobachtungsfehler ausspricht, so wird man die Uebereinstimmung der Werthe λ und λ' wohl befriedigend finden. Die Annahme, dass die Geoidfläche in Bogenhausen sich um 28^m über jene Sphäroidfläche erhebt, welche das Geoid in Berlin berührt, würde genügen, um die Differenz $\lambda - \lambda'$ auf Null zu reduciren; weit entfernt davon, dieser Folgerung einen thatsächlichen Werth beilegen zu wollen, möchte ich doch hervorheben, dass eine derartige Annahme wenigstens keine Unwahrscheinlichkeit involvirt. —

4.1.84.