© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ueber eine Reproduction

der

Siemens'schen Quecksilbereinheit.

Von

Karl Strecker.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ueber eine Reproduction der Siemens'schen Quecksilbereinheit.[1]

Die vorliegende Arbeit habe ich unternommen auf Anregung des Herrn Professor Kohlrausch als einen Theil der im Auftrage der königlich bayerischen Akademie der Wissenschaften im physikalischen Institut zu Würzburg auszuführenden Bestimmung der Quecksilbercapacität des Ohm.

Ich habe mir die Aufgabe gestellt, die Widerstandscapacität einer Anzahl von Glasröhren aus den Dimensionen derselben abzuleiten, und mit Hilfe dieser Röhren, welche ich mit Quecksilber füllte, mehrere Normal-Drahtwiderstände herzustellen. Bei diesen Messungen suchte ich eine Genauigkeit von 0,0001 zu erreichen.

Sowohl bei der Bestimmung der Dimensionen der Röhren, als besonders bei einem Theile der galvanischen Messungen hat sich manches Neue ergeben, was mir mittheilenswerth erschien; namentlich glaubte ich die Erfahrungen, welche ich bei der Vergleichung von Widerständen nach der Kirchhoff'schen Methode des Differentialgalvanometers gemacht habe, etwas ausführlich darstellen zu sollen.

Schliesslich habe ich die Gelegenheit benutzt, die von mir hergestellte Quecksilbereinheit mit den gegenwärtig gebräuchlichen Widerstandseinheiten zu vergleichen, nämlich mit der von Siemens und Halske und der von der British Association ausgegebenen Einheit; hierbei standen mir durch die dankenswerthe Güte der Herren Siemens und Frölich, sowie Lord Rayleigh und Glazebrook Stücke zur Verfügung, welche mit besonderer Sorgfalt bestimmt worden waren.

---

1) Im April dieses Jahres veröffentlichte ich zum Zwecke der Mittheilung auf der elektrischen Conferenz zu Paris eine kurze Notiz über meine Untersuchung, welche damals noch nicht vollendet war, in den Sitzungsberichten der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg 1884. Dieselbe ist auch in Exner's Repertorium der Physik abgedruckt worden.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

I. Berechnung des Widerstandes einer Quecksilbersäule.

§ 1. Die Normalwiderstände, welche zu meiner Untersuchung dienten, waren gebildet durch mit Quecksilber gefüllte dickwandige Glasröhren von kleinem Querschnitt. Die Enden dieser Röhren waren eben und senkrecht zur Achse abgeschliffen; sie wurden mittels durchbohrter Korkstopfen, in den seitlichen Tubulaturen passend geformter, oben offener Gläser befestigt, welche die nöthigen Verbindungen vermittelten.

§ 2. Den Widerstand eines solchen Rohres haben wir nun zu berechnen.

Eine Säule Quecksilber von 0^0, welche den unveränderlichen Querschnitt Q und die Länge L besitzt, deren Endflächen Ebenen und Niveauflächen sind, hat den Widerstand

$$\frac{L}{Q}.$$

Taucht die Glasröhre, in welche die Quecksilbersäule eingeschlossen ist, zum Zwecke der galvanischen Verbindung in weite Gefässe, welche zugleich mit jener mit Quecksilber gefüllt werden, so sind die Endebenen der Quecksilbersäule nicht mehr Niveauflächen[1]), und der Widerstand wird nicht mehr durch die obige Formel ausgedrückt.

Bestimmt man ausserdem den Quecksilberwiderstand zwischen einer Niveaufläche, welche in dem einen angesetzten Elektrodengefässe liegt und vom Rohrende ziemlich weit entfernt ist, und einer ebenso gelegenen Niveaufläche im anderen Elektrodengefäss, so kommt noch die beiderseitige Stromausbreitung zu obigem Ausdruck hinzu.

Die durch beide Ursachen zugleich bedingte Veränderung des Widerstandes der Röhre entspricht an jedem Ende derselben einer Verlängerung um ein Vielfaches des Radius des Endquerschnittes; also ist der ganze Widerstand

$$W = \frac{L + a\,(r_1 + r_2)}{Q}.$$

1) Kirchhoff, Berl. Monatsber. 1880. — Wied. Ann. 11. 1880. pag. 804.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nach Maxwell[1]) liegt a zwischen 0,785 und 0,824; ich habe, wie früher Rink[2]) gethan, den Werth a = 0,80 gewählt.

Lord Rayleigh und Sidgwick[3]) und neuerdings Mascart, Nerville und Benoit[4]) haben den Werth 0,82 für a eingesetzt; die letzteren haben einige Versuche angestellt, welche auf diesen Werth von a ungefähr stimmen.

§ 3. Die letzte Formel setzt noch voraus, dass der Querschnitt der Quecksilbersäule überall der gleiche ist; dies ist aber niemals der Fall, wenn man zur Herstellung der letzteren Glasröhren verwendet, welche meistens einen ganz unregelmässig ändernden Querschnitt besitzen.

Um dieser Veränderlichkeit Rechnung zu tragen, denkt man sich die Glasröhre in gleichlange Abschnitte getheilt, welche man als abgestumpfte Kegel ansehen kann. Bedeutet für einen solchen Kegelstumpf q den mittleren Querschnitt, l die Länge und $l \cdot q$ das Volumen, ferner q_1 und q_2 die Endquerschnitte, so ist der Widerstand des Kegelstumpfes[5])

$$w = \frac{l}{q} \cdot \frac{1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}{3}$$

$$= \frac{l}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{q_1 - q_2}{q_2}\right)^2 \left(1 - \frac{q_1 - q_2}{q_2}\right)\right]$$

Den Ausdruck

$$\frac{1}{12} \cdot \left(\frac{q_1 - q_2}{q_2}\right)^2 \left(1 - \frac{q_1 - q_2}{q_2}\right)$$

eine sehr kleine Grösse, will ich mit K bezeichnen und schreibe

$$w = \frac{l}{q} \cdot (1 + K)$$

§ 4. Um die mittleren Querschnitte aller Rohrabschnitte zu vergleichen, calibrirt man das Rohr mit einem Quecksilberfaden, der im Mittel nahezu die Länge l besitzt.

---

1) Maxwell, Elektr. und Magn. I. § 308. 309.

2) Rink, Verslagen en Mededeelingen d. kon. Akad. van Wetensch. Afdeel. Natuurkunde. II. 11. pag. 299. 1877.

3) Lord Rayleigh and Mrs. Sidgwick, Philos. Transactions I. 1883. p. 173.

4) Mascart, Nerville et Benoit, Résumé d'expériences sur la détermination de l'ohm etc. 1884.

5) W. Siemens, Pogg. Ann. 110. pag. 1. 1860.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Zu diesem Zwecke wurde das zu untersuchende Rohr auf einem in Millimeter getheilten Massstabe befestigt, dessen Theilfehler kleiner als 0,05 mm waren. Dieser Massstab diente dazu, das Rohr in Abschnitte zu theilen und die Länge des Quecksilberfadens zu messen. Letzteres geschah mit Hilfe eines auf den Massstab aufgelegten Spiegels durch Ablesung mit blossem Auge; die Länge λ des Fadens wurde bestimmt, wenn die Mitte des Fadens mit der Mitte eines Rohrabschnittes zusammenfiel, was leicht und mit Genauigkeit mittels einer kleinen Luftdruckvorrichtung erreicht werden konnte.

Bedeutet v das constante Volumen des Quecksilberfadens, dessen veränderliche Länge wir mit λ bezeichnet haben, τ den Querschnitt in der Mitte des Quecksilberfadens und also auch in der Mitte des betreffenden Rohrabschnittes, so ist

$$q = \tau \left(1 + \frac{1}{4} K\right)$$

$$\tau = \frac{v}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda^2}{l^2} \cdot K\right)$$

$$\frac{1}{q} = \frac{\lambda}{v} \left(1 + \frac{\lambda^2 - l^2}{4 l^2} \cdot K\right)$$

und

$$w = l \cdot \frac{\lambda}{v} \left[1 + \left(1 + \frac{\lambda^2 - l^2}{4 l^2}\right) \cdot K\right]$$

Der Widerstand des ganzen Rohrs ohne den Ausbreitungswiderstand berechnet sich also zu

$$W' = \Sigma w = \frac{l}{v} \cdot \Sigma \lambda \cdot \left[1 + \left(1 + \frac{\lambda^2 - l^2}{4 l^2} \cdot\right) K\right]$$

Das Volumen eines Rohrabschnittes ist

$$l \cdot q = l \cdot \frac{v}{\lambda} \cdot \left[1 - \frac{\lambda^2 - l^2}{4 l^2} \cdot K\right]$$

also das Volumen des ganzen Rohrs

$$V = l v \cdot \Sigma \frac{1}{\lambda} \cdot \left[1 - \frac{\lambda^2 - l^2}{4 l^2} \cdot K\right]$$

Demnach wird

$$W' = \frac{l^2}{V} \cdot \Sigma \lambda \cdot \left[1 + \left(1 + \frac{\lambda^2 - l^2}{4 l^2}\right) K\right] \cdot \Sigma \frac{1}{\lambda} \cdot \left[1 - \frac{\lambda^2 - l^2}{4 l^2} \cdot K\right]$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

und unter Vernachlässigung des Gliedes, welches in Bezug auf K von der zweiten Dimension ist:

$$W' = \frac{l^2}{V} \cdot \left\{ \Sigma\lambda \cdot \Sigma\frac{1}{\lambda} + \Sigma\frac{1}{\lambda} \cdot \Sigma\lambda \left(1 + \frac{\lambda^2 - l^2}{4l^2} \cdot K\right) - \Sigma\lambda \cdot \Sigma\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\lambda^2 - l^2}{4l^2} K \right\}$$

§ 5. In den beiden letzten Gliedern dieses Ausdrucks, welche gegen das erste sehr klein sind, setze ich $\Sigma\lambda = nS$, wobei n die Anzahl der Messungen der Fadenlänge, S den mittleren Werth der letzteren bedeutet; statt $\Sigma\frac{1}{\lambda}$ setze ich näherungsweise $\frac{n}{S}$; dann werden die beiden kleinen Glieder

$$= \frac{n}{S} \cdot \left[\Sigma\lambda \left(1 + \frac{\lambda^2 - l^2}{4l^2}\right) K - S^2 \cdot \Sigma\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\lambda^2 - l^2}{4l^2} K \right]$$

$$= \frac{n}{S} \cdot \Sigma\left[K \left(\lambda + \frac{(\lambda^2 - S^2)\ (\lambda^2 - l^2)}{\lambda \cdot 4l^2}\right)\right].$$

Diesen Ausdruck kann man unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung auf die Form bringen

$$\frac{n}{S} \cdot \left[l \cdot \Sigma K + \Sigma K (\lambda - l) \left(1 + \frac{\lambda - S}{l}\right)\right]$$

Von den beiden Theilen des in der eckigen Klammer stehenden Ausdrucks ist der erste nur aus positiven Werthen zusammengesetzt, während der zweite positive und negative Glieder enthält; ausserdem sind die einzelnen Bestandtheile der zweiten Summe an absoluter Grösse weit geringer als die der ersten. Führt man die Rechnung an einem Beispiele aus, so sieht man, dass $\Sigma K (\lambda - l) \left(1 + \frac{\lambda - S}{l}\right)$ noch nicht den hundertsten Theil des in der Klammer stehenden Werthes ausmacht; da der letztere überhaupt sehr gering ist, und nur bei Röhren von wenig gleichmässigem Querschnitt einige Hunderttausendtel des zu berechnenden Widerstandes ausmacht, so darf man den zweiten Summanden aus obiger Klammer weglassen.

§ 6. Damit wird unsere Formel [1])

$$W' = \frac{l^2}{V} \cdot \left[\Sigma\lambda \cdot \Sigma\frac{1}{\lambda} + \frac{nl}{S} \cdot \Sigma K \right]$$

1) Vgl. Maxwell, Elektr. u. Magn. I. § 361. — Matthiessen, Reports of electr. standards. p. 128. Third report 1864.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Dieser Ausdruck ist für die numerische Berechnung noch sehr unbequem; um das Glied $\Sigma\lambda \cdot \Sigma\frac{1}{\lambda}$ umzugestalten, will ich eine Grösse s einführen, welche bis auf einen im Belieben des Rechners liegenden kleinen Betrag der mittleren Fadenlänge $S = \frac{1}{n} \cdot \Sigma\lambda$ gleich ist.

Dann sei

$$\Sigma\lambda = ns + D$$

worin D eine gegen ns kleine Grösse ist. Ferner kann ich schreiben

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\lambda - s}{s}} = \frac{1}{s} \cdot \left[1 - \frac{\lambda - s}{s} + \left(\frac{\lambda - s}{s}\right)^2 - \cdot\cdot\right]$$

Damit wird

$$\Sigma\lambda \cdot \Sigma\frac{1}{\lambda} = \left[ns + D\right] \cdot \frac{1}{s} \cdot \left[1 - \frac{\lambda - s}{s} + \left(\frac{\lambda - s}{s}\right)^2 - \cdot\cdot\right]$$

$$= n^2 \left(1 + \frac{D}{ns}\right) \left(1 - \frac{1}{ns} \Sigma(\lambda - s) + \frac{1}{ns^2} \cdot \Sigma(\lambda - s)^2 - \cdot\cdot\right)$$

$$\Sigma(\lambda - s) = \Sigma\lambda - ns = D$$

$$\Sigma\lambda \cdot \Sigma\frac{1}{\lambda} = n^2 \left(1 + \frac{D}{ns}\right) \left(1 - \frac{D}{ns} + \frac{1}{ns^2} \cdot \Sigma(\lambda - s)^2 - \cdot\cdot\right)$$

$$W' = \frac{n^2 l^2}{V} \left\{1 + \frac{1}{ns^2} \cdot \left[\Sigma(\lambda - s)^2 - \frac{1}{s} \Sigma(\lambda - s)^3 + \frac{1}{s^2} \Sigma(\lambda - s)^4 - \cdot\cdot\cdot\right]\right.$$

$$\left.\left[1 + \frac{D}{ns}\right] - \left(\frac{D}{ns}\right)^2 + \frac{l}{nS} \cdot \Sigma K\right\}$$

Dieser Formel liegt eine Calibrirung zu Grunde, bei welcher man das Rohr in Abschnitte von der constanten Länge l getheilt hatte; indem die Mitte des zur Calibrirung dienenden Quecksilberfadens immer um die Länge l verschoben wurde, mass man die Länge des Fadens in jedem Rohrabschnitt. Der Anfangspunkt für die genannte Eintheilung der Röhre ist durchaus willkürlich; daraus folgt, dass man jede beliebige Strecke der Röhre von der Länge l als Rohrabschnitt ansehen kann; man darf also die obige Formel auch anwenden, wenn die Mitte des Quecksilberfadens nicht um l, sondern um einen beliebigen Theil von l verschoben und in jeder neuen Lage die Länge des Fadens gemessen wird; gefordert ist nur, dass die Punkte, an denen die Rohrquerschnitte verglichen werden,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

durchaus gleichmässig über das ganze Rohr vertheilt seien, und dass man folgerichtig für die Rohrenden, wo eine Messung des Quecksilberfadens unmöglich wird, die Fadenlänge durch Extrapoliren berechnet.

Für die Länge l habe ich 40 mm gewählt, die Mitte des Quecksilberfadens habe ich immer um 10 mm verschoben.

Der Ausdruck K, welcher in der Formel für W vorkommt, enthält die Endquerschnitte der einzelnen Abtheilungen der Röhre; es genügt, hier die Querschnitte umgekehrt proportional zu setzen den Längen λ_1 und λ_2 des Quecksilberfadens, welche beobachtet werden, wenn die Mitte des Fadens mit dem Anfange oder dem Ende eines Rohrabschnittes zusammenfällt. Dadurch wird

$$K = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1}\right)^2 \left(1 - \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1}\right)$$

Die Längen λ_1 und λ_2 liefert die Calibrirung zugleich mit λ, wenn man die Fadenmitte immer um 10 mm verschiebt.

Bei der Berechnung von $l \Sigma K$ darf man sich weitere Vernachlässigungen erlauben, indem man in dem Ausdruck für K den Factor $1 - \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1}$ weglässt und statt $\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1}$ den nahe gleichen Bruch $\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{l}$ setzt. Dann hat man statt $l \Sigma K$ den bequem zu berechnenden Ausdruck

$$\frac{1}{12 \cdot l} \cdot \Sigma (\lambda_1 - \lambda_2)^2$$

welcher dem richtigen Werth von $l \Sigma K$ fast immer genau genug gleich ist.

§ 7. Eine Berechnung der Calibercorrection nach der eben entwickelten Formel ist verhältnissmässig einfach; bei recht guten Röhren ist nur die Summe der Quadrate und Cuben zu ermitteln; bei Röhren von weniger gutem Caliber muss man allerdings bis zu der Summe der sechsten Potenzen fortschreiten, doch ist die Berechnung der Summen höherer Ordnung als der dritten mit nur wenigen Ziffern auszuführen.

Was die bei der Bestimmung der Calibercorrection zu erreichende Genauigkeit betrifft, so hängt dieselbe wesentlich davon ab, ob die gewählte Länge l klein genug ist, um die Voraussetzung zu rechtfertigen, von der wir ausgegangen sind, dass nämlich jedes Stück der Röhre von

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

dieser Länge l als abgestumpfter Kegel betrachtet werden kann. Man darf nicht sehr kurze Quecksilberfäden nehmen, weil man sonst die Aenderungen der Fadenlänge nicht genau genug beobachten kann; deshalb habe ich l nicht kleiner als 40 mm genommen.

Von der Wahl dieser Länge abgesehen wird man durch grosse Anzahl der Messungen von λ jedenfalls eine sehr grosse Genauigkeit erreichen können. Bei meinen Röhren betrug die Anzahl der gemessenen Fadenlängen 120 bis 150; ich glaube, aus angestellten Versuchen schliessen zu dürfen, dass die bei der Calibrirung gemachten Beobachtungsfehler nur einen Einfluss von wenigen Hunderttausendteln auf das Resultat haben. Etwas Anderes ist die Frage, ob bei allen meinen Röhren die Länge von 40 mm für l ausreichend klein war, um die Calibercorrection richtig zu bestimmen. Ich werde darauf später zurückkommen.

§ 8. Ich setze zur Abkürzung

$$C = 1 + \frac{1}{n s^2} \cdot \left[\Sigma (\lambda - s)^2 - \frac{1}{s} \Sigma (\lambda - s)^3 + \frac{1}{s^2} \Sigma (\lambda - s)^4 - \cdot \cdot \right] \cdot$$

$$\cdot \left[1 + \frac{D}{n s} \right] - \left(\frac{D}{n s} \right)^2 + \frac{l \Sigma K}{n S}$$

und habe dann

$$W' = C \cdot \frac{n^2 l^2}{V} = C \cdot \frac{L^2}{V}$$

Das Volumen der Röhre wird durch Wägung der Masse Quecksilbers gefunden, welche das Rohr bei einer gemessenen Temperatur gerade füllt; ist diese Masse $= M$, die Dichtigkeit des Quecksilbers bei der beobachteten Temperatur $= D$, so ist

$$W' = C \cdot \frac{L^2 D}{M}$$

Um auch den Ausbreitungswiderstand richtig hinzuzufügen, hat man zu berücksichtigen, dass in diesem Ausdrucke für W' statt des Querschnitttes Q

$$\frac{M}{L D}$$

steht; wir haben also den gesammten Widerstand der Quecksilberröhre

$$W = C \cdot \frac{L D}{M} \cdot [L + a (r_1 + r_2)]$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ist der specifische Leitungswiderstand des Quecksilbers nicht $= 1$, sondern $= \sigma$, so ist

$$W = \sigma \cdot C \cdot \frac{LD}{M} \cdot [L + a(r_1 + r_2)]$$

Um den Widerstand W als die in Metern ausgedrückte Länge einer Säule Quecksilbers von 0^0 und von 1 qmm Querschnitt zu erhalten, hat man in diese Formel L und r in Metern und M in Grammen einzusetzen und als Einheit des specifischen Widerstandes denjenigen des Quecksilbers bei 0^0 zu nehmen.

II. Normalröhren.

§ 9. Herstellung der Normalröhren. Bei der Auswahl meiner Röhren nahm ich darauf Rücksicht, sowohl solche von möglichst constantem Querschnitt, als auch solche von weniger gutem Caliber zu verwenden; ich wählte schliesslich fünf Röhren, von denen zwei sehr gut, eine von mittlerer und zwei von geringer Güte des Calibers waren. Die Längen der Röhren betrugen 1,2 und 1,5 m, die Querschnitte zwischen 0,5 und 3,5 qmm. Die Widerstände verhielten sich ungefähr wie 1 : 3 : 4 : 7 : 9.

Die Enden dieser Röhren wurden mit Schmirgel und Terpentinöl auf einer Kupferscheibe eben und senkrecht zur Achse abgeschliffen; ich benutzte dazu die Drehbank, auf der ich zunächst die Kupferscheibe genau eben und senkrecht zur Drehungsachse abdrehte; dann wurde die parallel der Achse in festen Lagern eingeklemmte Glasröhre sanft gegen die rotirende Kupferscheibe gedrückt, während die letztere fortwährend mit einem dünnen Brei von Schmirgel und Terpentinöl benetzt wurde.

Um zu prüfen, ob die Endflächen hinreichend eben geschliffen seien, drückte ich ein Plättchen aus mattem Glase mit ganz wenig Fett auf das Rohrende; wo sich die Glasflächen berührten, wurde das Plättchen durchsichtig. Das Schleifen wurde so lange fortgesetzt, bis die Probe mit dem Glasplättchen zeigte, dass die Endflächen fast genau eben, jedoch noch schwach convex seien; denn ein Vortreten der Ränder gegen die Rohrmitte würde zu Fehlern bei der Längenmessung und Volumbestimmung der Röhren Veranlassung gegeben haben. Grosse Sorgfalt wurde verwendet, den inneren Rand der Glasröhren beim Schleifen nicht ausspringen zu lassen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ausmessung der Dimensionen der Normalröhren.

§ 10. Messung der Rohrlänge. Die Länge der Quecksilbersäule, welche ein Rohr aufnahm, konnte nicht unmittelbar gemessen werden. Man durfte nicht den an einer beliebigen Stelle gemessenen Abstand der beiden Endflächen für diese Länge setzen, da ja diese Flächen nicht genau Ebenen und nur nach dem Augenmass senkrecht zur Achse geschliffen waren.

Ich kittete nun 1,5 mm dicke, runde Milchglasplättchen, welche die Grösse der Endflächen besassen und eben waren, auf die letzteren; wenn man den Abstand der Ränder der aufgekitteten Plättchen auf zwei diametral gegenüberliegenden Seiten der Röhre mass, so lieferte das arithmetische Mittel einen richtigen Werth für die Länge der Quecksilbersäule, welche das Rohr aufnahm.

Die Abstände der Plattenränder wurden gemessen mit Hilfe eines 2 m langen Glasmassstabes, der auf dem grössten Theil seiner Länge in cm getheilt war und an jedem Ende eine 10 cm lange Theilung in mm trug. Dieser Massstab, ein Spiegelglasstreifen von 8 cm Breite und 1 cm Dicke, wurde mit der Theilung nach unten auf die Röhre gelegt, durch untergeschobene Holzklötzchen und Keile dafür gesorgt, dass die Röhre gerade lag und die Theilung des Massstabes auf ihrer ganzen Länge berührte. Die Abstände der Ränder der Milchglasplättchen von den nächstgelegenen Theilstrichen des Massstabes wurden mit einem Mikroskope mit Ocularmikrometer gemessen; das letztere theilte 1 mm des Massstabes in Zehntel und man konnte sicher noch 0,02 mm schätzen. Zugleich überzeugte man sich, dass die Dicke der Kittschicht, welche die Plättchen mit den Röhren verband, so gering war, dass man sie bei der angewandten schwachen Vergrösserung gar nicht wahrnehmen konnte.

Bei jeder Messung wurden beide Ränder jedes Plättchens auf den Massstab eingeschätzt. Nachdem in einer Lage der Röhre drei Messungen ausgeführt worden, drehte man dieselbe um 180° und wiederholte die dreimalige Messung. Die zusammengehörigen Bestimmungen lieferten auf etwa 0,03 mm dieselben Werthe.

Die Abstände derselben Plattenränder, gemessen in zwei um 180° verschiedenen Lagen des Rohrs, unterschieden sich höchstens um 0,05 mm.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Dicke der Milchglasplättchen wurde mit dem Sphärometer bestimmt. Es zeigte sich, dass die mit Hilfe der äusseren Plattenränder bestimmte Rohrlänge ein wenig grösser ausgefallen war, als die mit Hilfe der inneren Ränder ermittelte; doch betrug der Unterschied immer weniger als 0,04 mm.

Schliesslich wurde der benutzte Glasmassstab mit einem Normalmeter verglichen, das von der Normalaichungscommission in Berlin ausgegeben und mit einem Verzeichniss der Theilfehler versehen war. Die Vergleichung geschah unter Anwendung des oben benutzten Mikroskopes mit Ocularmikrometer, indem der Glasmassstab mit der Theilung nach unten auf den Normalstab gelegt wurde.

Die Genauigkeit, mit welcher die Rohrlänge gemessen wurde, ist nach dem eben Gesagten grösser als 0,05 mm.

§ 11. Ausbreitungswiderstand. Um die Werthe von r_1 und r_2 zu erhalten, berechnet man aus M, L und D den mittleren Radius des Rohrs und benutzt die durch die Calibrirung bekannten Verhältnisse des mittleren Querschnittes zu den Endquerschnitten. Ist r der mittlere Radius, λ_a und λ_z die erste und die letzte der gemessenen Längen des Quecksilberfadens, $S = \frac{1}{n} \Sigma \lambda$ die mittlere Länge desselben, so ist

$$r = \sqrt{\frac{M}{L \cdot D \cdot \pi}}$$

$$a\,(r_1 + r_2) = a\,r \cdot \left(\sqrt{\frac{S}{\lambda_a}} + \sqrt{\frac{S}{\lambda_z}}\right)$$

Der Ausbreitungswiderstand beträgt für meine Röhren zwischen 0,6 und 2 mm; da der Faktor a bis auf etwa 3% bekannt ist, wird man die in Frage kommenden Grössen bis auf 0,02 bis 0,06 mm genau bestimmen können.

Das in der Formel für W stehende Product

$$L \,.\, [L + a\,(r_1 + r_2)]$$

wird also im äussersten Fall um 0,0001 unsicher sein.

§ 12. Auswägung der Röhren. Die Bestimmung der Masse der Quecksilberfüllung einer Röhre wurde auf folgende Art und Weise ausgeführt, welche mir auch erlaubte, jedesmal nach dem Gebrauche

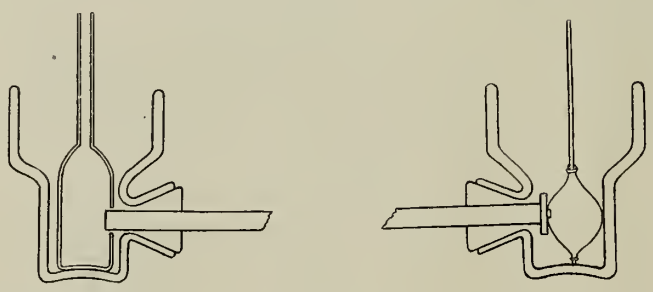
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

eines Normalrohres dasjenige Quecksilber zu wägen, welches zur Herstellung des Widerstandes gedient hatte.

Das sorgfältig gereinigte und getrocknete Glasrohr war mit Hilfe zweier durchbohrter Korke in den seitlichen Oeffnungen der beiden oben offenen Glasgefässe befestigt, welche zur Aufnahme der Elektroden dienten. In das eine dieser Gefässe wurde Quecksilber eingegossen, welches dann langsam durch die Röhre strömte und auch das andere Elektrodengefäss anfüllte.

Um den Quecksilberinhalt des Rohrs zu wägen, verschloss man (nach Entfernung der Elektroden aus den Endgefässen) das eine Ende des gefüllten Rohrs unter Quecksilber mit einem ebenen Eisenplättchen, das an einer Feder befestigt war (vgl. Fig.), und saugte das in dem anderen Elektrodengefäss befindliche Quecksilber aus. Dabei war nicht zu vermeiden, dass aus dem offenen Rohrende eine kleine Menge Quecksilber mit fortgenommen wurde; um diese zu ersetzen, hob man vorsichtig das

Fig. 1.



verschliessende Eisenplättchen am anderen Ende ein wenig, damit etwas Quecksilber nachfliessen konnte, doch nur so viel, dass an dem freien Rohrende ein Meniscus entstand. Nun wurde auch das Endgefäss, in welchem sich das verschliessende Eisenplättchen befand, von Quecksilber entleert, darauf der am offenen Rohrende befindliche Meniscus mit einer ebenen Glasplatte weggedrückt, und über dieses Rohrende ein Gefäss geschoben, das zur Aufnahme des Quecksilbers diente; dieses Gefäss war aus Glas gefertigt und hatte eine seitliche Oeffnung, die gerade gross genug war, das Rohrende durchzulassen.

Nachdem das Gefäss über das offene Rohrende geschoben und in seiner Stellung durch etwas weiches Papier, das man in das Elektroden-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

gefäss einschob, befestigt worden war, hob man das verschlossene Ende der Röhre ein wenig in die Höhe, entfernte die Eisenplatte und liess die Quecksilberfüllung langsam in das zum Auffangen bestimmte Gefäss fliessen; der letzte im Rohr bleibende grössere Tropfen wurde durch vorsichtiges Blasen herausgebracht. Nun hafteten noch manchmal ganz winzige Quecksilbertröpfchen im Rohr nahe den Enden; dieselben konnte man mit Hilfe eines feinen Drahtes leicht herausschaffen und der grösseren Menge zufügen.

Die beschriebenen Operationen waren leicht und bequem auszuführen; von etwa 30 Entleerungen der Röhre, welche ich auf diese Weise vornahm, misslangen nur zwei; anfänglich hatte die Schliessfeder eine andere Gestalt, welche weniger günstig war, so dass die Versuche öfter fehlschlugen.

§ 13. Das Quecksilber wurde in dem Gefäss gewogen, in dem es aufgefangen worden. Ich benützte dazu eine sehr gute Rüprecht'sche Wage, welche auf 1 mg einen Ausschlag von 1 mm gab und sehr constante Einstellungen lieferte.

Der Gewichtsatz bestand aus vergoldetem Messing und war vor diesen Wägungen calibrirt und mit einem 100 g-Stück der Normalaichungscommission in Berlin verglichen worden. Alle meine Wägungen waren Doppelwägungen.

War das gefundene scheinbare Gewicht einer Quecksilbermasse in Grammen gleich M, so wurde zur Reduction auf den leeren Raum davon abgezogen

$$M \,.\, 0{,}054 \text{ mg.}$$

Von der Bestimmung der Temperatur des Quecksilbers wird weiter unten (§ 14) die Rede sein.

Nachdem ich vorgängig etwa 30 Auswägungen meiner fünf Röhren vorgenommen hatte, um die Uebereinstimmung der Resultate zu prüfen, habe ich im Laufe der späteren Widerstandsbestimmungen nochmals ebenso viele Wägungen ausgeführt. Die Resultate all dieser Bestimmungen mitzutheilen, dürfte wenig Zweck haben; ich will vielmehr eine Tabelle geben, welche ein Urtheil über die Genauigkeit derselben ermöglicht.

Die erste wagrechte Zeile dieser Tabelle enthält die Grösse der vorkommenden Abweichungen der Einzelbestimmungen vom Mittel in Zehn-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

tausendteln des Ganzen; die senkrechten Spalten geben für jedes Rohr an, wie viele der Bestimmungen seines Quecksilberinhalts [reducirt auf eine gemeinschaftliche Temperatur] Abweichungen zeigen, welche innerhalb der in der obersten Zeile gegebenen Grenzen liegen.

Rohr-Nr.	0,0-0,25	0,26-0,50	0,51-0,75	0,76-1,00	1,0-1,3	1,3-1,6	1,8	Summe
1	6	1	0	2	0	0	0	9
2	11	2	1	0	0	1	1	16
3	4	5	1	0	0	1	0	11
4	6	4	2	0	0	0	0	12
5	8	1	2	2	0	0	0	13
Summe	35	13	6	4	0	2	1	61

Ich verfolgte ursprünglich den Zweck, durch die Wägung der Quecksilbermasse, welche die Füllung einer Röhre gebildet und zur Herstellung eines Widerstandes gedient hatte, mich gegen etwaige Veränderlichkeit dieser Masse zu sichern; die angegebene Tabelle zeigt, dass eine solche Veränderlichkeit nicht vorhanden ist; die beobachteten Differenzen der Einzelwerthe vom Mittel, von denen $\frac{4}{5}$ kleiner als 0,00005 und nur $\frac{1}{20}$ grösser als 0,0001 sind, lassen sich durch Beobachtungsfehler erklären. Man darf also, wie Andere bereits gethan haben, die Masse Quecksilbers, welche das Rohr bei einer gegebenen Temperatur aufnehmen kann, als eine Constante des Rohrs ansehen. Deshalb habe ich der Berechnung der Widerstände der Röhren die Mittelwerthe aus sämmtlichen Massenbestimmungen zu Grunde gelegt; die einzelne Wägung nach jeder Widerstandsbestimmung dient dann nur zur Controle.

Von den drei Fällen, in welchen die beobachtete Abweichung vom Mittel die Grösse von 0,0001 übersteigt, entfällt einer auf die vorgängige Auswägung der Röhren, wobei noch keine Widerstandsmessungen vorgenommen wurden, einer wurde bei Untersuchungen von untergeordneter Bedeutung beobachtet (§ 35), und nur der dritte trifft eine Bestimmung von Wichtigkeit (§ 42. 1. 2). Ich werde die Messungen, bei denen die grossen Abweichungen wahrgenommen wurden, besonders hervorheben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die der Berechnung der Widerstände der Normalröhren zu Grunde liegenden Mittelwerthe für die Massen der Quecksilberfüllungen sind ohne Zweifel auf einige Hunderttausendtel richtig.

§ 14. Temperaturbestimmung. Um die Temperatur des Quecksilbers zu bestimmen, welches in einer Röhre enthalten war, brachte ich die letztere in ein Wasserbad, welches aus einem 1,6 m langen, 10 cm breiten und 10 cm hohen Troge aus Zinkblech bestand, der auf den Seiten und am Boden mit Filz umhüllt war und mit einem Holzdeckel geschlossen wurde. Das Wasser stand im Troge so hoch, dass alle mit Quecksilber gefüllten Theile der Röhre und der Elektrodengefässe von Wasser umgeben waren und es auch während der beim Entleeren der Röhre nöthigen Manipulationen blieben.

In dem Deckel des Wasserbades befanden sich zwei Löcher, in welchen Thermometer befestigt wurden; wenn der Deckel auf dem Bade lag, waren die Gefässe der beiden Thermometer in gleicher Höhe mit der Quecksilberröhre.

War die Temperatur des Bades längere Zeit hindurch constant geblieben, so wurde das Mittel aus den Angaben dieser Thermometer als die Temperatur des im Rohre befindlichen Quecksilbers angesehen; die beiden Thermometer stimmten immer bis auf Theile von $0^0,1$ überein. Die Aenderung der Temperatur betrug nie mehr als wenige Hundertelgrade in der Viertelstunde.

Ich benutzte mehrere sogenannte Normalthermometer, vier von O. Wiegand in Würzburg (im Februar 1882) verfertigte, welche in Zehntelgrade getheilt waren, und eines von Geissler in Bonn (seit 1873 in Gebrauch), welches Fünftelgrade zeigte; bei allen konnte man noch $0^0,02$ mit Sicherheit schätzen. Die Nullpunkte dieser Thermometer bestimmte ich häufig; ausserdem verglich ich die Thermometer unter einander und zwei derselben mit dem Luftthermometer bei 10^0 und 20^0; die letztere Vergleichung war auf mindestens $0^0,05$ genau, so dass die auf das Luftthermometer bezogenen Angaben meiner Quecksilberthermometer als auf $0^0,05$ bis $0^0,08$ richtig anzusehen sind; $0^0,11$ bedeutet ein Zehntausendtel des Widerstandes.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

§ 15. Reinigung des Quecksilbers, specifischer Widerstand und Dichtigkeit desselben. Das Quecksilber reinigte ich auf folgende Weise:

Eine grössere Menge des Metalls wurde mit 5%iger Salpetersäure und darauf mit Wasser gewaschen, indem es aus feinen Oeffnungen in kleinen Tröpfchen durch eine etwa 1,5 m hohe Schicht der Waschflüssigkeit fiel; dann wurde es unter mässigem Erwärmen getrocknet und in einen Destillationsapparat gebracht.

Dieser war dem von L. Weber[1]) beschriebenen continuirlich arbeitenden Apparate nachgebildet; er besass oberhalb des Siedegefässes einen seitlichen Ansatz mit Hahn, um den Apparat mit der Luftpumpe verbinden zu können; das Gefäss, in dem sich das Destillationsproduct sammelte und aus dem es in eine untergesetzte Glasflasche ausfloss, war möglichst klein genommen. Nachdem eine grössere Menge Quecksilber destillirt worden, entfernte ich den Rückstand, reinigte den Apparat und brachte das Product der ersten Destillation nochmals in denselben. Erst nach dieser Wiederholung der Destillation wurde das Quecksilber als rein angesehen.

Dieses Quecksilber zeigte immer das gleiche Leitungsvermögen, einerlei ob es frisch destillirt oder ob es schon Monate lang in Glasflaschen aufbewahrt worden, einerlei ob es luftfrei oder mit Luft geschüttelt war. Die hierzu gehörigen Versuche sollen weiter unten ihre Stelle finden (§ 35. 36).

Um indess jede Unsicherheit, welche in dieser Beziehung entstehen konnte, zu vermeiden, zog ich es vor, zu definitiven Messungen nur Quecksilber zu verwenden, welches noch nicht gebraucht worden war.

Von der Bestimmung des specifischen Widerstandes des Quecksilbers bei Temperaturen zwischen 0^0 und 20^0 wird ebenfalls weiter unten die Rede sein (§ 37). Ich will hier nur angeben, dass ich denselben innerhalb der genannten Grenzen bei der Temperatur t (nach dem Luftthermometer) zu

$$\sigma_t = 1 + 0{,}000900\,t + 0{,}00000045\,t^2$$

1) Leonh. Weber, Carl's Repertorium 15. pag. 52. 1879.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

bestimmt habe, und dass diese Formel meine Beobachtungen bis auf wenige Hunderttausendtel genau wiedergibt.[1])

Die Dichtigkeit des Quecksilbers berechnete ich aus den Regnault-schen Zahlen und den von Wüllner[2]) angegebenen Temperaturcoefficienten.

§ 16. Normaltemperatur. Sämmtliche Messungen wurden bei Temperaturen zwischen 8^0 und 17^0 angestellt. Ich reducire alle Angaben auf 10^0 C, gemessen nach dem Luftthermometer.

Für diese Temperatur ist

$$W_{10} = 1{,}00904 \cdot C \cdot \frac{13{,}5713 \cdot L_{10}}{M_{10}} \cdot [L_{10} + a\,(r_1 + r_2)]$$

und für irgend eine andere Temperatur t zwischen 0^0 und 20^0 (unter Berücksichtigung der Ausdehnung des Glases)

$$W_t = W_{10} \cdot \frac{\sigma_t}{\sigma_{10}} = W_{10} \cdot [1 + 0{,}000892\,(t - 10) + 0{,}00000045\,(t^2 - 100)]$$

wofür bei kleinen Temperaturintervallen auch genügt

$$W_t = W_{10} \cdot [1 + 0{,}00090\,(t - 10)]$$

§ 17. Resultate der Ausmessung der Dimensionen der Normalröhren. Die Constanten meiner fünf Röhren, bezogen auf die Normaltemperatur von 10^0 C (nach dem Luftthermometer), sind in der nachfolgenden Tabelle vereinigt. Die beigefügte Zeichnung gibt die Querschnittsänderungen der Röhren; die letzteren selbst sind als Abscissenachsen gedacht und die Querschnitte als Ordinaten aufgetragen. Wo der Rohrquerschnitt gleich dem mittleren Querschnitt ist, wird dies durch eine kurze horizontale Linie angezeigt; der mittlere Querschnitt ist bei allen Röhren durch die gleiche Grösse ausgedrückt. Die Abscissenachsen, welche auf der Figur nicht angegeben sind, würden für jede der fünf Kurven 63 mm von der dem mittleren Querschnitt entsprechenden Horizontalen entfernt sein.

Die Röhren No. 3 und No. 5 sind von gutem Kaliber, No. 4 von mittlerer, No. 1 und No. 2 von geringer Güte; beim Berechnen der

1) Die in meiner früheren Mittheilung angegebenen Werthe für specifischen Widerstand und Temperaturcoefficienten sind nach dem Quecksilberthermometer bestimmt.

2) Wüllner, Pogg. Ann. 153. p. 440. 1874.

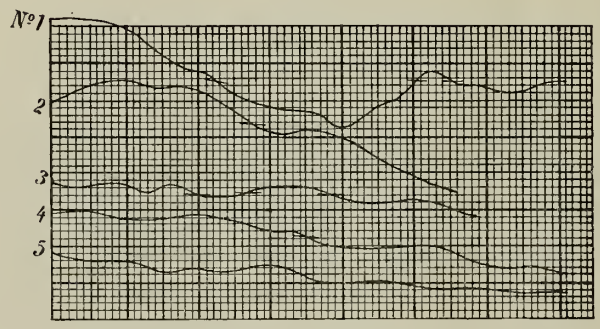
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Mittelwerthe sollen die Zahlen, welche durch Messungen mit den Röhren 3 und 5 erhalten wurden, das dreifache Gewicht, und die von Rohr 4 herrührenden das doppelte Gewicht bekommen, wie die mit Hilfe von No. 1 und No. 2 bestimmten.

Tabelle I.

No.	C	L_{10}	M_{10}	$a(r_1 + r_2)$	W_{10}
		m	g	m	$\frac{m}{mm^2}$, Hg von 0^0
1	1,00464	1,51017	88,5200	0,00195	0,35490
2	1,00692	1,20673	20,1113	0,00098	0,99921
3	1,00051	1,23409	15,2109	0,00086	1,37275
4	1,00225	1,50994	12,2647	0,00070	2,55252
5	1,00066	1,50582	9,6908	0,00063	3.20763

Fig. 2.



III. Drahtwiderstände.

§ 18. Die Widerstände der fünf Quecksilberröhren wurden in Neusilberdraht copirt; von jeder Röhre stellte ich drei Copien her, wozu ich zwei verschiedene Sorten Neusilberdraht benutzte.

Die eine Sorte wurde gewählt, weil sie schon 1879 aus der Fabrik bezogen worden war; sie hatte freilich einen specifischen Widerstand von nur 0,18 und einen grossen Temperaturcoefficienten; die Aenderung ihres Widerstandes mit der Temperatur zwischen 0^0 und 20^0 wird dargestellt durch die Formel

$$w_t = w_0 (1 + 0{,}000666\, t - 0{,}0000008\, t^2).$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die andere Sorte ist erst im April 1883 bezogen worden (Obermaier in Nürnberg), hatte einen grossen specifischen Widerstand, 0,41, und den mittleren Temperaturcoefficienten bei 10^0 von nur 0,000247.

Die Einrichtung der Widerstandsrollen war die folgende: Durch eine Holzbüchse, 15 cm hoch und 5 cm im Durchmesser, wurden die Elektroden aus dickem Kupferdraht geführt; dieselben wurden mit Guttapercha eingekittet und durch einen aufgeschraubten Holzdeckel festgehalten. Der untere Theil der Holzbüchse war hohl und auf einer längeren Strecke auf geringeren Umfang eingedreht. Auf die letztere Strecke wurden die Widerstandsdrähte bifilar aufgewickelt, nachdem sie in die unteren Enden der Kupferelektroden eingelöthet worden waren; die Stelle, an der der Draht geknickt wurde, ist mit einem Seidenfaden an ein kleines Messingschräubchen angebunden, welches in die Holzbüchse eingesetzt ist. Durch den Deckel der Büchse geht eine Durchbohrung, welche gestattet, ein Thermometer in das Innere der Widerstandsrolle einzuführen. Ueber das Ganze wird ein Glas übergekittet.

Der Elektrodendraht ist ca. 3 mm dick; sein Widerstand beträgt pro Centimeter 0,00003 QE. Auf den Elektroden wird der Widerstand der Rollen durch Feilstriche abgegrenzt.

§ 19. Diese Widerstandsrollen wurden nur in Wasserbädern gebraucht; die letzteren besassen folgende Gestalt:

Ein cylindrisches Gefäss aus Zinkblech von 10 cm Höhe und 13 cm Halbmesser, an Boden und Seiten mit Filz überzogen, war zur Aufnahme von drei Widerstandsrollen bestimmt. Der Deckel dieses Gefässes enthielt drei 5 cm weite Oeffnungen, durch welche die Widerstandsrollen hindurchgesteckt wurden, und besass nach oben einen 4 cm hohen Rand, auf welchen ein zweiter Deckel aufgesetzt werden konnte; der Raum zwischen beiden Deckeln wurde, soweit er nicht von den oberen Enden der Widerstandsrollen und den Elektroden in Anspruch genommen war, sorgfältig mit Filz ausgefüllt.

Durch die Mitte beider Deckel ging eine Durchbohrung, welche dazu diente, ein Thermometer in das Wasserbad einzuführen; den grossen Oeffnungen des unteren Deckels entsprachen kleinere Oeffnungen des oberen, welche erlaubten, auch in das Innere der Widerstandsrollen Thermometer zu bringen. Der Boden der Widerstandsbüchsen befand sich 2 cm hoch

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

über dem Boden des Wasserbades. Die Stellen der Elektroden, wo die Widerstände der Rollen durch Feilstriche begrenzt waren, befanden sich noch innerhalb des Filzdeckels, etwa 2—3 cm vom Rande entfernt; nur die äussersten Enden der Elektroden ragten aus der Umhüllung des Bades hervor.

Solche Bäder wurden nur verwendet, wenn das im Gefässe befindliche Wasser nahe die gleiche Temperatur hatte, wie die umgebende Luft. Die Widerstandsrollen wurden immer mehrere Stunden vor den Messungen in die Bäder gebracht. Die Temperatur des Wassers hielt sich sehr constant; sie änderte sich gelegentlich einmal in $^3/_4$ Stunden um $0^0,1$, meistens aber nur um wenige Hundertelgrade in derselben Zeit. Ich hielt es deshalb für erlaubt, die Temperatur im Innern der Widerstandsrollen gleich der des umgebenden Wassers zu setzen, wenn die letztere nahe gleich der Lufttemperatur im Beobachtungsraume war.

§ 20. Die letztere Annahme ist nicht mehr gestattet, wenn die Temperatur des Bades von der der umgebenden Luft erheblich verschieden ist; die Temperatur der in dem Widerstandsgefäss eingeschlossenen Luft ist dann um einige Zehntelgrade von der des Bades verschieden, da die dicken Kupferdrähte einen erheblichen Wärmeaustausch zwischen dem Innern der Gefässe und der umgebenden Luft vermitteln. Bei den Versuchen, welche ich in dieser Richtung anstellte, erhielt ich das Wasserbad halbe oder ganze Tage lang constant auf einer Temperatur, welche 10^0 bis 15^0 höher war, als die der umgebenden Luft; dabei blieb die Temperatur im Innern der mit Luft oder Petroleum gefüllten Widerstandsbüchsen $0^0,3$—$0^0,7$ gegen die Temperatur des Bades zurück.

Will man Fehler dieser Art in der Temperaturbestimmung vermeiden, so dürfte es keineswegs zweckmässig sein, den Widerstandsrollen möglichst dicke Kupferelektroden zu geben; bei sehr dicken Drähten wird der Vortheil des grossen galvanischen Leitungsvermögens durch den Nachtheil des grossen Wärmeleitungsvermögens bedeutend überwogen.

Das Umgeben der Widerstandsdrähte mit Paraffin statt mit Luft wird keinen Vortheil bieten.

Sind die Temperaturen des Bades und der umgebenden Luft verschieden, so muss man die Widerstandsdrähte (wie bei den Siemens'schen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Normalen) direct mit Flüssigkeit (Petroleum) umgeben und die Temperatur dieser Flüssigkeit, nicht diejenige des äusseren Bades messen.

Dieses Verfahren habe ich bei Bestimmung der Temperaturcoefficienten eingeschlagen; die ausführliche Beschreibung desselben wird weiter unten folgen (§ 38).

IV. Methoden der galvanischen Widerstandsvergleichung.

Vergleichung von nahe gleichen Widerständen; Copirung der Widerstände der Normalröhren.

§ 21. Die Vergleichung der Copien mit den Quecksilberröhren wurde nach der Methode vorgenommen, welche F. Kohlrausch vor Kurzem beschrieben hat.[1])

Ich benutzte dazu das Differentialgalvanometer, welches Herrn Prof. Kohlrausch zu seinen Messungen gedient hatte; im Verlaufe meiner Untersuchung wickelte ich dasselbe von Neuem und mit Sorgfalt, so dass ich Gleichheit der Wirkungen beider Hälften auf die Nadel bis auf 0,0001 und Gleichheit der Widerstände (von je 760 QE.) bis auf etwa 9 QE. erreichte; einen Widerstand von der letzteren Grösse, der aus demselben Kupferdraht wie das Galvanometer bestand und bifilar gewickelt war, fügte ich der Zuleitung zum Galvanometer bei und erreichte fast völlige Gleichheit der Widerstände beider Hälften.

Das Galvanometer enthielt zweimal 3000 Windungen in 68 Lagen; die Isolirung der beiden Galvanometerzweige war eine sehr vollkommene. Die Empfindlichkeit des Instrumentes war so gross, dass ein Strom von einem Daniell'schen Element in $2 \cdot 10^7$ QE., welcher durch eine Galvanometerhälfte ging, bei dem Skalenabstand von 3,5 m einen Ausschlag von 1 mm hervorbrachte.

Der Rheostat, den ich als Nebenschliessung zu dem grösseren der zu vergleichenden Widerstände verwandte, war ein älterer Siemens'scher Stöpselrheostat, dessen Korrektionen sehr gering waren; seine Normaltemperatur lag nach meiner Messung bei 11^0; sein Temperaturcoefficient war nach meinen Bestimmungen = 0,0003. Da dieser Rheostat nur bei

1) F. Kohlrausch, Berl. Monatsber. 1883. pag. 465. — Wied. Ann. 20. pag. 76. 1883.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Temperaturen zwischen 8^0 und 17^0 benutzt wurde, die wichtigeren Messungen zudem zwischen 8^0 und 14^0 ausgeführt wurden, so habe ich eine Korrektion der am Rheostaten abgelesenen Widerstände auf richtige Quecksilbereinheiten unterlassen.

Der Rheostat konnte mittels eines sechsnapfigen Commutators sowohl ausser jeder Verbindung gebracht, als auch durch einfaches Umlegen des Stromwenders dem einen oder dem andern der zu vergleichenden Widerstände nebengeschaltet werden.

Um Erwärmung meiner Quecksilber- und Drahtwiderstände durch den Strom zu vermeiden, verwendete ich nur schwache Ströme, meist 1 Daniell oder 1 Smee in einem Stromkreise von 2 bis 8 QE. Ging ein solcher Strom etwa eine Minute lang ununterbrochen durch die zu vergleichenden Widerstände (Quecksilber und Neusilber), so änderte er das Verhältniss derselben um mehrere Zehntausendstel; bei einer Dauer des Stromes von 8 sec. betrug die Aenderung noch 0,0001 bis 0,0003; diese Veränderungen verschwanden nach Unterbrechung des Stromes in einigen Minuten wieder. Bei meinen Messungen wurde der Strom nur für Augenblicke geschlossen, auf etwa 0,1 bis 0,2 sec., während 5 min., der Dauer einer Bestimmung, etwa 20—30 mal. Die durch einmaligen kurzdauernden Stromschluss hervorgerufene Erhöhung der Temperatur und damit Aenderung des Widerstandes des Quecksilbers und des Neusilbers war jedenfalls so gering, dass sie nicht mehr bemerkt werden konnte; auch das häufigere Aufeinanderfolgen der Stromschlüsse hatte keinen bemerkbaren Einfluss, was ich durch öfter angestellte Kontrolbestimmungen nachwies.

§ 22. Die bei den Messungen nöthigen Stromleitungen wurden aus gewöhnlichem übersponnenem Kupferdraht hergestellt. Diejenigen Verbindungen von Drähten unter sich und mit den Commutatoren, welche während der verschiedenen Messungen nicht geändert werden sollten, waren durch Verlöthen hergestellt; die Löthstellen wurden zum Schutze gegen Quecksilber mit Schellack oder Collodium überzogen. Die auswechselbaren Verbindungen waren durch Kupfer- und Messingklemmen hergestellt; erstere wurden da verwendet, wo das Auftreten thermoelektrischer Kräfte zu Fehlern Veranlassung geben konnte.

Für die Drähte, welche die zu vergleichenden Widerstände mit dem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Commutator im Hauptstromkreis verbinden, hat F. Kohlrausch [1]) die Bedingung angegeben, dass die Summe der Widerstände des einen Paares derselben gleich sei der Summe der des anderen; diese Bedingung wurde sorgfältig erfüllt, ausserdem auch darauf geachtet, dass die Widerstände dieser Verbindungsdrähte nicht zu gross wurden gegen die zu vergleichenden Widerstände, und dass durch die Art, wie diese Drähte geführt wurden, sowohl eine Aenderung ihres Widerstandsverhältnisses durch Temperaturschwankungen im Beobachtungsraume, als auch eine Fernewirkung des Stromes auf die Nadel des Galvanometers ausgeschlossen waren.

Die Stromzuleitungen zu dem Normalrohr wurden durch die angesetzten weiten Endgefässe vermittelt; in das in letzteren enthaltene Quecksilber tauchten je zwei Platinbleche und ein Platindraht, der auf dem grössten Theil seiner Länge mit einem dünnen Glasröhrchen umgeben war und nur unten in einer kurzen Spitze heraustrat; dieser Draht bildete die Verbindung des Quecksilberrohrs mit dem Galvanometer. Die beiden Platinbleche versahen das eine die Verbindung mit dem Commutator des Hauptstromkreises, das andere die mit dem Rheostaten, wenn derselbe dem Quecksilberrohr zum Nebenschluss gegeben werden sollte.

Diese sechs Platinelektroden waren in die aufgeschlitzten Enden von sechs dicken Kupferdrähten eingeklemmt, von denen je drei an einem Brettchen befestigt waren; die beiden Brettchen konnte man auf die Ränder des langen Wasserbades auflegen, und die Kupferdrähte waren so gebogen, dass dann die Platinelektroden in das Quecksilber der Endgefässe der Normalröhre eintauchten.

§ 23. Es genügt wohl auch, zwei solche Platinbleche, resp. Drähte für jedes Endgefäss zu nehmen, indem man die Abzweigung zum Rheostaten mit der Zuleitung des Hauptstromes oder mit der Abzweigung zum Galvanometer vereinigt; man hat dann nur an der beobachteten Differenz der zu vergleichenden Widerstände eine geringe Correction anzubringen. Ist nämlich Hg der Widerstand des Quecksilberrohrs, δ die Summe der beiden kleinen Widerstände, welche auf jeder Seite zwischen

1) F. Kohlrausch, l. c. pag. 470.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

dem Elektrodengefäss und der Stelle liegen, wo die Abzweigung zum Rheostaten sich befindet, ist R' der bei dieser Verbindungsart beobachtete Widerstand, welcher dem Quecksilberrohr als Nebenschluss gegeben werden muss, so ist der bei streng richtiger Verbindung einzuschaltende Nebenschluss

$$R = R' \left(1 - \frac{\delta}{Hg}\right)$$

Die weiter unten (§ 39) anzuführenden Werthe der Copien meiner Normaleinheiten sind zum Theil in dieser Weise corrigirt; die betreffenden Zahlen sind durch Sternchen gekennzeichnet. Die Correctionen waren meist unbeträchtlich; sie betrugen in 5 Fällen bis 0,00002, in 2 Fällen 0,00017 des Widerstandes. Eine Messung indess musste wegen zu hohen Betrages dieser Correction verworfen werden; deshalb fehlt in der genannten Tabelle einer der Werthe für eine Copie des Rohrs No. 1. Später habe ich diese Unsicherheit durch Zufügen des dritten Platinbleches vermieden.

§ 24. Die Drahtwiderstände wurden auf folgende Weise in die Aufstellung eingefügt: an die Stellen der Elektroden, wo die Widerstände der Rollen abgegrenzt waren, wurden Kupferklemmen angesetzt, welche je zwei 6 cm lange Stücke (ca. 0,7 mm starken) Kupferdraht trugen. Wenn die Widerstandsrollen in das Wasserbad gesetzt wurden, befanden sich die Kupferklemmen noch innerhalb des mit Filz ausgefüllten Raumes zwischen den Deckeln des Bades, während die Enden der Elektroden und die der angeklemmten Drahtstücke aus der Umhüllung hervorragten. Die Enden der Elektroden dienten zur Verbindung im Hauptstromkreis, während die dünneren Kupferdrähte die Abzweigungen zum Galvanometer und zum Rheostaten vermittelten.

§ 25. Der Gang einer Messung nach dieser Methode war der folgende:

Zunächst wurde das Quecksilberrohr durch Korkstopfen in den Endgefässen befestigt, die Korke selbst und die benachbarten Glastheile (zum Schutze gegen das Eindringen des Wassers in die Elektrodengefässe) mit Collodium überzogen; darauf füllte man die Röhre mit Quecksilber und setzte sie in das oben (§ 14) beschriebene Wasserbad ein. Dann wurde

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

der erwähnte 1 m lange Holzdeckel mit den beiden Thermometern auf das Bad gelegt, die Brettchen mit den Elektroden an die passenden Stellen gebracht und der noch offene Theil des Wasserbades mit Glasscheiben gedeckt. Die mit dem Quecksilberrohr zu vergleichenden Drahtwiderstände waren schon mehrere Stunden vorher in das für sie bestimmte Wasserbad (§ 19) gebracht worden, in dem sich ebenfalls ein Thermometer befand. Nachdem nun alle nöthigen Verbindungen hergestellt worden, überliess man die ganze Aufstellung mindestens eine Viertelstunde lang der Ruhe; dann wurden die galvanischen Messungen ausgeführt, und schliesslich auf die oben (§ 12. 13) beschriebene Weise der Quecksilberinhalt des Rohrs bestimmt.

Die Genauigkeit der Vergleichung nach dieser Methode war eine sehr grosse; jede einzelne Messung war mindestens auf 0,0001 sicher.

Als Beispiel gebe ich nachstehend eine vollständige Copirung.

Copirung des Rohrs No. 5.

Thermometer, corrig.		No. der Copie	Commutator im Hauptstr.	Rheostat im Nebenschluss			$W - Hg = \frac{Hg \cdot W}{R}$	
Normalrohr	Copie			Temper.	Widerstand in QE. R	bei	$\frac{1}{R}$	$\frac{Hg \cdot W}{R}$
10,80 10,77	10,57	1	I	12°,5	3650	Copie (= W)	0,000274	0,00038
			II		5000	Normalrohr (= Hg)	0,000200	
		2	II		2240	Copie	0,000446	0,00705
			I		1085	„	0,000921	
		3	I		1705	Copie	0,000586	0,00362
10,81 10,79	10,59		II	12°,5	8600	„	0,000116	

Temperatur des Quecksilbers, bezogen auf das Luftthermometer 10°,79
„ der Copien „ „ 10°.58

Wägung der Quecksilberfüllung (als Controlbestimmung anzusehen).

Scheinbares Gewicht gegen Messing . . 9,6904 g } bei 10°,79
Absolutes Gewicht (vgl. § 13) . . . 9,6899 g }
Absol. Gew., reducirt auf 10° (vgl. Tab. I) 9,6910 g

Widerstand des Quecksilberrohrs nach Tab. I bei 10°,79 = 3,20991 QE.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Widerstände der Copien:

	bei $10^0,58$	bei $10^0,00$
No. 1	3,20991 + 0,00038 = 3,21029	3,20907
No. 2	3,20991 + 0,00705 = 3,21696	3,21575
No. 3	3,20991 + 0,00362 = 3,21353	3,21307

Vergleichung von stark ungleichen Widerständen; Herstellung von Normaleinheiten.

§ 26. Von den Copien meiner Normalröhren habe ich eine Anzahl von Normaleinheiten abgeleitet. Die Vergleichung der letzteren mit den Copien geschah nach der Methode des Differentialgalvanometers, welche von Kirchhoff[1]) herrührt, aber von demselben nur kurz beschrieben worden ist. Durch dieses Verfahren wird das Verhältniss zweier Widerstände unter Eliminirung sämmtlicher Uebergangswiderstände mit grosser Schärfe bestimmt. Angesichts der Bedeutung, welche in Folge dessen der Methode zukommt, möge es mir gestattet sein, bei der Mittheilung meiner Erfahrungen über dieselbe etwas länger zu verweilen.

Bei der genannten Methode werden die beiden Galvanometerhälften den zu vergleichenden Widerständen zu Nebenschliessungen gegeben und in dieselben Nebenschliessungen zwei Rheostaten eingefügt. Seien die Widerstände der Galvanometerhälften gleich und $= G$; die beiden zu vergleichenden Widerstände seien W und w, und $W = n\,w$. Die Rheostatenwiderstände, welche in die Nebenschliessung zu W eingeschaltet werden, mögen mit R, die im Nebenschluss zu w mit r bezeichnet werden. Seien i_1 und i_2 die Intensitäten in den beiden Galvanometerzweigen, I die Intensität des unverzweigten Hauptstromes, so ist

$$i_1 = I \cdot \frac{W}{W + G + R}$$

$$i_2 = I \cdot \frac{w}{w + G + r}$$

Wenn $i_1 = i_2$ ist, so bleibt die Nadel in Ruhe; dann ist $W : w = G + R : G + r$. Einen der Rheostatenwiderstände darf man willkürlich

1) G. Kirchhoff, Berl. Monatsber. 1880. p. 601. — Wied. Ann. 13. p. 410. 1881.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

wählen; nehme ich r einmal = o und einmal = r, so erhalte ich zwei Gleichungen

$$W : w = G + R_0 : G$$

und

$$W : w = G + R_0 + R : G + r$$

also auch

$$W : w = R : r = n$$

Der Widerstand r bleibt nun noch so zu wählen, dass die Empfindlichkeit der Methode ein Maximum wird. Bei der Bestimmung, welche die Gleichung

$$W : w = G + R_0 + R : G + r$$

lieferte, war

$$i_1 = i_2 = I \cdot \frac{w}{w + G + r}$$

Wird nun einer der Rheostatenwiderstände R und r um einen Bruchtheil geändert, so sind die Intensitäten i nicht mehr gleich; man beobachtet dann am Galvanometer einen Ausschlag, welcher proportional ist der Differenz

$$i_1 - i_2 = I w \cdot \left[\frac{1}{w + G + r(1 + \delta)} - \frac{1}{w + G + r}\right],$$

und r ist nun so zu wählen, dass der beobachtete Ausschlag der Galvanometernadel ein Maximum wird. Differenzirt man den Inhalt der Klammer nach r, so erhält man

$$-\frac{1 + \delta}{[w + G + r(1 + \delta)]^2} + \frac{1}{[w + G + r]^2}$$

und indem dies = Null gesetzt wird

$$r = G + w$$

Wenn G gegen die zu vergleichenden Widerstände W und w gross ist, so hat man also

$$r = G$$

zu wählen, um eine möglichst grosse Empfindlichkeit zu erreichen. Zu demselben Resultate bin ich auch auf experimentellem Wege gelangt. — Bei meinen Messungen war G = 760, r = 700 QE.

§ 27. Extraströme. Um mit der angegebenen Methode eine grosse Genauigkeit erreichen zu können, musste man ein Differential-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

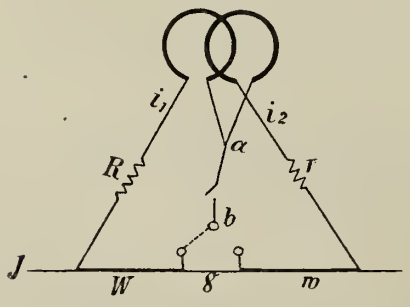
galvanometer von sehr vielen Windungen verwenden; dies brachte aber einen Uebelstand mit sich, welcher den durch Anwendung eines Multiplicators von grosser Windungszahl erstrebten Zweck zu vereiteln drohte.

In den beiden Zweigen des Differentialgalvanometers entstehen beim Schliessen und Oeffnen des Stromes durch wechselseitige und Selbstinduction elektromotorische Kräfte, und zwar werden in jeder Galvanometerhälfte zwei elektromotorische Kräfte von entgegengesetztem Vorzeichen und nicht ganz gleicher Grösse inducirt; in jedem Zweige bleibt also die Differenz dieser beiden Kräfte übrig, und die beiden übrig bleibenden Kräfte (in jedem Zweig eine) sind einander gleich. Da nun jeder Galvanometerzweig durch den Widerstand, dessen Nebenschluss er bildet, zu einem Stromkreise geschlossen ist, so erzeugen die beiden gleichen inducirten elektromotorischen Kräfte Ströme, deren Intensitäten den Widerständen der Stromkreise, also auch den zu vergleichenden Widerständen umgekehrt proportional sind. Für das Verhältniss 1 : 1 heben sich die Wirkungen auf die Nadel auf, aber schon bei 1,2 : 1 ist der Inductionsstoss deutlich merkbar.

Ich versuchte, die störende Induction zu compensiren, indem ich eine unifilar gewickelte Drahtrolle in die eine Nebenschliessung einschaltete, dann auch einen Eisenstab in die Rolle einlegte, u. dgl. m. Alle diese Versuche führten indess zu umständlichen Operationen und gaben nicht genügende Sicherheit für die Richtigkeit der Messung.

§ 28. Aenderung der Kirchhoff'schen Methode. Ich musste deshalb zu einer Aenderung der Aufstellung greifen; durch dieselbe wird die Kirchhoff'sche Anordnung in eine Brückencombination verwandelt.

Fig. 3.



Die beiden zu vergleichenden Widerstände W und w sind durch den Widerstand γ, welcher der Bequemlichkeit wegen klein gegen W und w gewählt werden mag, verbunden; die beiden Galvanometerdrähte, welche an die einander zugewandten Enden der zu vergleichenden Widerstände angesetzt werden sollen, werden von a an gemein-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

sam geführt. und das gemeinsame Ende der beiden Drähte wird mit Hilfe eines dreinapfigen Commutators einmal an das eine und dann an das andere Ende von γ angesetzt. Die gemeinschaftliche Strecke ab (die Brücke) enthält einen Unterbrecher.

Ist der letztere offen, und wird der Hauptstromkreis geschlossen, so befinden sich die beiden Galvanometerhälften hinter- und gegeneinander im Nebenschluss zu $W + \gamma + w$; dann bleibt, Gleichheit der Wickelung beider Galvanometerzweige vorausgesetzt, die Nadel in Ruhe. Wird nun der Unterbrecher in ab geschlossen, so erfolgt kein Ausschlag der Nadel, wenn die Widerstände der Nebenschliessungen, in denen sich die Galvanometerzweige befinden, sich verhalten wie die zu vergleichenden Widerstände, d. h. einmal wie $W : w + \gamma$ und einmal wie $W + \gamma : w$. Wir bestimmen also auf diese Weise

$$W + \gamma : w = \frac{R}{r} = n_1$$

$$W : w + \gamma = \frac{R'}{r} = n_2$$

Setzt man $\frac{n_1 + n_2}{2} = n$, so hat man hieraus

$$W : w = \frac{1}{r} \cdot \left[\frac{R + R'}{2} + \frac{R - R'}{2} \cdot \frac{n - 1}{n + 1}\right]$$

Der Verbindungswiderstand γ wird vollständig eliminirt; man kann ihn aus den gegebenen Gleichungen ebenfalls berechnen zu

$$\gamma = \frac{R - R'}{r} \cdot \frac{w}{n + 1}$$

γ betrug bei meinen Vergleichungen meist 0,00024 bis 0,00036, in mehreren Fällen jedoch bis 0,015 QE; je grösser man γ nimmt, desto umständlicher werden Beobachtung und Rechnung.

§ 29. Das Differentialgalvanometer, welches ich benutzte, war das oben (§ 21) beschriebene von zweimal 3000 Windungen; ich habe schon hervorgehoben, dass die Wirkung der beiden Galvanometerzweige auf die Nadel fast gleich war; die geringe Ungleichheit von etwa 0,0001 compensirte ich durch zwei Drahtwindungen, welche verschiebbar auf dem Gestell des Galvanometers angebracht waren. Um noch geringere

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ungleichheiten der beiden Galvanometerzweige — hervorgerufen durch Verziehen des Holzes, Aenderungen des magnetischen Meridians, welche auf die Wirkung der Correctionswindungen von Einfluss waren — zu eliminiren, diente ein Commutator, der die beiden Galvanometerzweige in Bezug auf die zu vergleichenden Widerstände vertauschte.

Die beiden Rheostaten, welche in die Nebenschliessungen der zu vergleichenden Widerstände eingeschaltet waren, befanden sich der Gleichheit der Temperatur wegen in einem gemeinschaftlichen Kasten; ich hatte nämlich in den Siemen'schen Stöpselrheostaten, von dem schon weiter oben die Rede war (§ 21), noch eine Widerstandsrolle von 700 QE. eingesetzt, welche ebenfalls durch Stöpselung aus- und eingeschaltet werden konnte. Der Draht, aus dem diese Rolle bestand, hatte denselben Temperaturcoefficienten, wie die Widerstände des Rheostaten.

Der Siemens'sche Rheostat lieferte Widerstände von 0,1 bis 11111 QE. Ich führte drei Calibrirungen desselben aus, zwei bei 12^0 und eine bei 23^0, welche sehr gut übereinstimmten und keine Verschiedenheit in den Temperaturcoefficienten der Widerstände des Rheostaten erkennen liessen. Ich nahm aus den drei Bestimmungen das Mittel und berechnete eine für alle Temperaturen gültige Correctionstabelle. Die Fehler, mit denen in Folge der vorhandenen geringen Unsicherheit der Calibrirung die Widerstandsvergleichung behaftet sein kann, betragen höchstens 0,00003.

Die von mir angefertigte Correctionstabelle stimmte fast genau überein mit derjenigen, welche Herr Prof. Kohlrausch zwei Jahre vorher festgestellt hatte. Man brauchte also auch nicht zu fürchten, dass die neue Tabelle in Folge späterer Aenderungen des Rheostaten unbrauchbar würde.

§ 30. Bestimmung von r. Der Widerstand r wurde häufig mit einem ihm nahe gleichen Widerstand aus dem Siemens'schen Rheostaten verglichen; ich benutzte dazu sowohl die Wheatstone'sche Brücke, als auch ein anderes Verfahren, welches ich nun beschreiben will.

Vergleicht man nach der Methode, welche ich eben auseinandergesetzt habe, zwei nahe gleiche Widerstände, so erhält man

$$\frac{W}{w} = \frac{R + R'}{2r}$$

indem das zweite Glied der rechten Seite unserer Formel aus § 28 ver-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

schwindet; kann man ausserdem W und w ohne Widerstand verbinden, so wird die Gleichung noch einfacher, weil dann $R = R'$ ist.

Nachdem diese Bestimmung ausgeführt ist, vertauscht man die beiden Rheostaten in den Nebenschliessungen mit einander, so dass nun r sich neben W und R neben w befindet; nun bestimmt man

$$\frac{W}{w} = \frac{2r}{R_1 + R_1'}$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man durch Division

$$\frac{(R + R')(R_1 + R_1')}{4r^2} = 1$$

$$r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(R + R')(R_1 + R_1')}$$

Bei der Vorrichtung, welche ich zu dieser Bestimmung von r gebrauchte, waren W und w ohne Widerstand verbunden; also hatte ich die einfachere Formel

$$r = \sqrt{R \cdot R_1}$$

anzuwenden.

Bestimmungen dieser Art führte ich zu verschiedenen Zeiten aus. Die Resultate stimmten vollkommen mit denen, welche ich durch Anwendung der Wheatstone'schen Brücke erhielt. Die Genauigkeit, welche erreicht werden kann, ist sehr gross; 7 Bestimmungen, welche ich innerhalb 6 Tagen anstellte, lieferten für r Werthe zwischen 700,10 und 700,14. Dieser Widerstand änderte sich aber langsam mit der Zeit, so dass es nöthig war, denselben bei jeder Messung von Neuem zu bestimmen; die Veränderungen betrugen indess nur einige Zehntausendtel des Ganzen in einem Zeitraum von mehreren Monaten.

§ 31. Der Stromschlüssel, welchen ich bei diesen Messungen gebrauchte, bestand aus einem federnden Brettchen, in welchem zwei amalgamirte Kupferdrähte befestigt waren. Die letzteren tauchten beim Niederdrücken der Holzfeder in zwei Quecksilbernäpfe. Die beiden Unterbrechungsstellen, welche ich mit Hilfe dieser Einrichtung erhielt, befanden sich im Hauptstromkreis und in der Brücke, und die Stellung der eintauchenden Kupferdrähte sowie die Menge des Quecksilbers in den Näpfen war so gewählt, dass zuerst der Hauptstrom und unmittelbar

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

darauf die Brücke geschlossen wurde; die umgekehrte Folge fand beim Oeffnen des Stromkreises durch Loslassen des federnden Brettchens statt.

§ 32. Nachstehend gebe ich eine vollständige Vergleichung zweier Widerstände nach dieser Methode. Der Commutator A, B vertauschte die beiden Galvanometerhälften; derjenige, dessen Stellungen durch 1, 2 bezeichnet sind, ist der dreinapfige Commutator der Figur in § 28, und der Commutator a, b vertauscht bei der Bestimmung von r die Rheostaten in den Nebenschliessungen. Die in den Nebenschliessungen den Galvanometerzweigen zugefügten Widerstände sind in der mit „Rheostaten" überschriebenen Spalte enthalten.

Bestimmung von r.

Commutatoren		Rheostaten		R	r
A	a	5,98	0		
	b	13,26	0		
	b	716,72	r	703,46	$r = \sqrt{703,46 \,.\, 696,87}$
	a	702,85	r	696,87	$= 700,156$
B	a	0,98	0		
	b	8,28	0		
	b	711,67	r	703,39	$r = \sqrt{703,39 \,.\, 696,89}$
	a	697,87	r	696,89	$= 700,131.$

$$r = 700,14.$$

Vergleichung der Copie No. 1 des Normalrohrs No. 5 (vgl. § 25) mit der Normaleinheit No. 6.

Temperatur von W u. w.	Commutatoren		Rheostaten		R		
11°,09	A	1	1715,56	0			
	A	2	1716,52	0			
	B	2	1718,54	0			
	B	1	1717,44	0			
	B	1	3967,19	700,14	2249,75	2250,20	
	B	2	3969,19	700,14	2250,65		$R = 2250,69$
	A	2	3967,24	700,14	2250,72	2250,20	$R' = 2249,71$
11°,09	A	1	3965,24	700,14	2249,68		

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$\frac{R+R'}{2} = 2250{,}20; \quad \frac{R-R'}{2} = 0{,}49; \quad \frac{W}{w} \text{ näherungsweise } = 3{,}21$$

$$\frac{W}{w} = \frac{1}{700{,}14} \cdot \left(2250{,}20 + 0{,}49 \cdot \frac{2{,}21}{4{,}21}\right) = 3{,}21443$$

gemeinschaftliche Temperatur von W und w $= 11^0{,}09$. Die Temperaturcoefficienten sind gleich.

W (nach § 25) bei $10^0{,}00$ $= 3{,}20907$ QE.

w (Normaleinheit No. 6) bei $10^0{,}00 = \frac{3{,}20907}{3{,}21443} = 0{,}99833$ QE.

§ 33. Prüfungen. Zur Prüfung der abgeänderten Methode verglich ich drei Widerstände, welche nahe gleich 1 QE. waren, auf drei verschiedene Arten mit einander:

1. Nach der Methode von Kohlrausch mit übergreifendem Nebenschluss.
2. Nach der ungeänderten Kirchhoff'schen Methode.
3. Nach der in eine Brückencombination verwandelten Kirchhoff'schen Methode.

Die drei verglichenen Einheiten seien mit I, II, III bezeichnet; es wurde gefunden:

	Methode 1.	Methode 2.	Methode 3.
I : II	1,00149	1,00151	1,00149
II : III	1,00181	1,00172	1,00183
I : III	1,00331	1,00339	1,00335

Ausserdem wurden mehrmals nach der mit 3 bezeichneten Methode drei ungleiche Widerstände a, b, c mit einander verglichen und folgende Verhältnisse gefunden:

	a : b	1,85926	1,38217	1,86163	1,85955
beobachtet:	c : a	1,25595	2,76582	1,25393	1,25304
	c : b	2,33532	3,82319	2,33433	2,33026
berechnet	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{a}$	2,33514	3,82283	2,33435	2,33009

Die Zahlen der letzten Zeile, welche durch Multiplication der in den beiden ersten Zeilen stehenden Grössen erhalten worden sind, sollten mit den Werthen der dritten Zeile identisch sein; die Abweichungen betragen weniger als 0,0001, finden aber grösstentheils im gleichen Sinne statt. Man könnte wohl vermuthen, dass hier ein einseitiger Fehler vor-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

liegt, der in der Methode oder in den verwendeten Instrumenten begründet ist.

Ich habe noch eine grosse Anzahl von Messungen nach dieser Methode ausgeführt, welche etwas anders angeordnet waren. Ich verglich nämlich drei Paare von Einheiten (meine Normaleinheiten) mit den Copien der Quecksilberröhren nach folgendem Schema: Bedeutet C die Copie und I_a. I_b die zu einem Paare gehörigen Einheiten, so bestimmte ich die Verhältnisse $\frac{C}{I_a}$ und $\frac{C}{I_b}$ nach der Kirchhoff'schen Methode und dann $I_a : I_b$ mit übergreifendem Nebenschluss. Aus $C : I_a$ und $C : I_b$ konnte nochmals $I_a : I_b$ berechnet werden. Solcher Sätze von je drei Vergleichungen erhielt ich zwölf. Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen für dieselben Verhältnisse $I_a : I_b$ betrugen meist mehrere Hunderttausendtel und gingen sogar bis zu 0,00013 hinauf. Da bei dieser Anordnung einseitige Fehler in den Bestimmungen nach der Kirchhoff'schen Methode die Werthe von $C : I_a$ und $C : I_b$ auf gleiche Weise beeinflussen, im Quotienten daher verschwinden müssten, so hat man einen Massstab für die Genauigkeit an den Differenzen zwischen beobachteten und berechneten Werthen des Verhältnisses $I_a : I_b$; dieselben zeigen, dass der Fehler einer Bestimmung nach dieser Methode etwa die Hälfte des beobachteten grössten Unterschiedes zwischen dem beobachteten und dem berechneten Werthe für $I_a : I_b$ beträgt, d. i. etwa 0,00007.

Die oben bemerkten Differenzen zwischen beobachteten und berechneten Werthen desselben Verhältnisses, welche grösstentheils in demselben Sinne ausfielen und deshalb zur Vermuthung eines einseitigen Fehlers in der Methode veranlassten, betragen bis 0,00008; jede derselben ist die Summe der Fehler von drei Einzelbestimmungen, deren jeder 0,00007 ausmachen kann; man wird also die Ursache der Erscheinung, dass der grösste Theil jener Differenzen dasselbe Vorzeichen hat, nicht in einem einseitigen Fehler der Methode als vielmehr in der zufälligen Combination der Fehler der Einzelbestimmungen zu suchen haben.

Nach dem Gesagten glaube ich die Genauigkeit einer einzelnen Messung nach der abgeänderten Kirchhoff'schen Methode auf 0,0001 angeben zu dürfen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

§ 34. Commutator. Um bei meinen Widerstandsvergleichungen rasch von einer der angewandten Methoden zur andern übergehen zu können, verwendete ich einen Commutator, welcher mir erlaubte, durch eine einzige Drehung, ohne Aenderung eines Drahtes, die Aufstellung zur Vergleichung mit übergreifendem Nebenschluss in die zur Vergleichung nach der Kirchhoff'schen Methode zu verwandeln. Ich will mich begnügen, den Zweck dieses Commutators anzugeben und die Einfachheit seiner Handhabung hervorzuheben; eine Beschreibung würde zuviel Raum beanspruchen.

V. Hilfsbestimmungen.

§ 35. Einfluss der Art der Aufbewahrung und des Gebrauches des Quecksilbers auf das Leitungsvermögen des letzteren.

Ich verglich wiederholt, meist ohne Wägung des Quecksilberinhaltes, das Normalrohr No. 3 mit einer seiner Copien. Ich fand für den Widerstand der letzteren, wenn ich den des Rohrs aus Tab. I entnehme, fast unverändert dieselben Zahlen, obgleich ich gebrauchtes und ungebrauchtes, frisch destillirtes und längere Zeit aufbewahrtes Quecksilber zur Füllung der Röhre verwendete. Folgendes sind die Beobachtungen:

29./30. Juni 1883.

Quecksilberfüllung des Normalrohrs.	Widerstand der Copie bei 17°.
Destillat vom 19. Februar 83, ungebraucht	1,38325 QE.
dasselbe Quecksilber aus dem Rohr ausgesaugt und wieder eingefüllt	1,38325
Wiederholung desselben	1,38315
Destillat vom 28. Juni 83, ungebraucht	1,38317
aus derselben Flasche wie voriges, ungebraucht	1,38317
dieselbe Füllung, nachdem das Rohr 5 St. im Wasserbad gestanden	1,38315
nach weiteren 13 St.	1,38317
gleich nachher	1,38322
Destillat vom 20. Febr. 83, ungebraucht	1,38318
8. August 1883.	
Destillat vom 1. Aug. 83, ungebraucht	1,38317
aus derselben Flasche, ungebraucht	1,38315
Destillat vom Febr. 83, ungebraucht	1,38325
Destillat vom 25. Juni 83, ungebraucht	1,38310 [1])

1) Bei dieser Bestimmung wurde der Quecksilberinhalt des Rohrs No. 3 um 0,00016 geringer gefunden, als in Tab. I angegeben. Vgl. § 13.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Später füllte ich das Rohr No. 2 mit Quecksilber, indem ich das frische Destillat unmittelbar aus dem Destillationsapparat in das eine Endgefäss des Rohrs einfliessen liess; nachdem ich die drei Copien des Rohrs mit letzterem verglichen hatte, entleerte ich das Rohr auf die gewöhnliche Weise und wiederholte die Manipulationen des Einfüllens und Entleerens 10 mal. Als das Quecksilber zum elften Mal in das Rohr eingefüllt worden war, wiederholte ich die Vergleichung. Die Resultate sind:

Copie	Widerstände der Copien bei 10°	
	ungebrauchtes Hg	gebrauchtes Hg
No. 1	1,00052	1,00057
No. 2	0,99907	0,99911
No. 3	0,99747	0,99754

Im Juni 1884 verglich ich das Rohr No. 4 mit seinen Copien, indem ich Quecksilber verwandte, welches im März desselben Jahres destillirt worden war; auf der Oberfläche des Metalls hatten sich Spuren eines schwärzlichen Häutchens gebildet, und ich wünschte zu erfahren, ob dies einen Einfluss auf das Leitungsvermögen habe. Nach dem älteren Destillat verwandte ich ganz frisch destillirtes Metall. Die Widerstände der Copien waren bei 15°:

Copie	Altes Destillat	Frisches Destillat	
No. 1	2,56752	2,56741	2,56744
No. 2	2,56844	2,56844	2,56855
No. 3	2,56757	2,56759	2,56761

§ 36. Luftgehalt des Quecksilbers. Schliesslich verglich ich noch das Leitungsvermögen von völlig luftfreiem, im Vacuum zum Sieden erhitzten Quecksilber mit demjenigen des mit Luft geschüttelten Metalls auf folgende Weise:

An die Enden eines Rohrs von etwa 0,6 qmm Querschnitt und 15 cm Länge waren Erweiterungen angeblasen, durch deren Wände einige Platindrähte als Elektroden führten; die eine Erweiterung stand durch

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

eine Röhre in Verbindung mit einem kleinen cylindrischen Glasgefäss, das zur Aufnahme von Quecksilber diente, die andere setzte sich fort in eine Glasröhre, mittels deren man die ganze Vorrichtung mit der Quecksilberluftpumpe verbinden konnte.

Zunächst wurde nun Quecksilber, welches in einer Glasflasche stark mit Luft geschüttelt worden, in den Apparat gebracht und der Widerstand des Quecksilbers, welches die enge Röhre erfüllte, mit dem eines Neusilberdrahtes verglichen. Darauf pumpte ich die Luft aus dem Apparat aus, erhitzte das Quecksilber in dem am einen Ende der engen Röhre befindlichen Gefäss zum Sieden und schmolz das Metall luftfrei im Apparat ein. Nachdem ich nun die enge Röhre wieder mit dem Quecksilber angefüllt hatte, verglich ich abermals den Quecksilberwiderstand mit dem Neusilberdraht; nach Anbringung der wegen Temperaturänderungen nöthigen Correctionen blieb ein Unterschied von 0,00004 des Ganzen.

Die angeführten Zahlen beweisen, dass das Quecksilber in allen Fällen merklich dasselbe Leitungsvermögen hatte; die beobachteten geringen Differenzen, welche einer kleinen Vergrösserung des Leitungsvermögens durch den Zutritt der Luft entsprechen würden, lassen sich schon durch die Annahme eines Fehlers in der Temperaturbestimmung von $0^0,02$ bis $0^0,04$ völlig erklären.

Lenz[1]) findet einen ganz entschiedenen Einfluss des Zutrittes der Luft zum Quecksilber; er beobachtet dabei eine Abnahme des Leitungsvermögens. Seine Wahrnehmungen haben mich zu dem grösseren Theile der eben mitgetheilten Versuche veranlasst, deren Resultat mit dem seinigen nicht übereinstimmt. Auch Mascart, Nerville und Benoit[2]) haben keinen merklichen Unterschied im Leitungsvermögen des luftfreien und des mit Luft gemischten Quecksilbers gefunden.

§ 37. Veränderlichkeit des Leitungsvermögens des Quecksilbers mit der Temperatur. Zur Bestimmung der Temperaturcoefficienten des Quecksilbers verwendete ich ein Glasrohr, dem ich eine für meine Aufstellung passende Gestalt gab. Das Rohr, von ca. 15 cm Länge und 1,1 QE. Widerstand, war U-förmig gebogen; an seine

1) R. Lenz, Etudes électrométrologiques I. 1884.
2) Mascart, Nerville und Benoit, l. c.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Enden waren Erweiterungen angeblasen, in deren jede drei Glasröhren mündeten, welche als Elektroden dienten; diese sechs Röhren, von verhältnissmässig grossem Durchmesser, liefen parallel und nahe neben einander und waren etwa 12 cm lang; nahe den oberen offenen Enden derselben waren Platindrähte durch die Glaswände durchgeschmolzen, welche die Verbindung zwischen dem Quecksilber und den kupfernen Leitungsdrähten der Aufstellung vermittelten. Die ganze Vorrichtung kam auf ein kleines Drahtgestell zu stehen, so dass die Biegung des Widerstandsrohres nach unten, die sechs Elektrodenröhren senkrecht nach oben verliefen. Darauf wurde Quecksilber eingegossen, bis die erwähnten Platindrähte vollständig in das Metall eintauchten. Die offenen Enden der sechs Röhren wurden mit kleinen Korken verschlossen.

Den Widerstand dieses Rohrs verglich ich bei verschiedenen Temperaturen mit einem Neusilberdraht von geringem Temperaturcoefficienten, dessen Widerstand dem des Quecksilberrohrs bei etwa 10^0 gleich war, nach der Methode des übergreifenden Nebenschlusses. Das Verhältniss der verglichenen Widerstände zu den Widerständen des Rheostaten, der als Nebenschluss diente, wurde mit der erforderlichen Genauigkeit bestimmt.

Die Resultate der einzelnen Messungen sind folgende:

Ist der specifische Widerstand des Quecksilbers bei $0^0 = 1$, so ist derselbe, wenn die Temperaturen mit dem Luftthermometer gemessen werden, bei

$10^0 =$	1,00901	1,00903
	1,00905	
15^0		1,01361
20^0		1,01818

Die Werthe der letzten Spalte lassen sich bis auf 0,000015 genau darstellen durch

$$\sigma_t = 1 + 0{,}000900\,t + 0{,}00000045\,t^2$$

und auf 0,00004 genau durch

$$\sigma_t = 1 + 0{,}000907\,t.$$

Unter Uebergehung der älteren Untersuchungen über die Abhängigkeit des specifischen Widerstandes des Quecksilbers von der Temperatur will ich zum Vergleich mit meinen Zahlen die Resultate einiger Bestimmungen aus den letzten zwei Jahren anführen; ich werde mir dabei er-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

lauben, die meistens angegebenen scheinbaren Coefficienten um den Betrag der Ausdehnung des Glases zu vermehren.

		absol. mittl. Coeff. bei 10^0	15^0
[1]) 1882.	Siemens und Halske	0,000889	0,000908
[2]) 1883.	Lord Rayleigh & Sidgwick (bei ca. 7^0)	0,000869	
[3]) 1884.	Lenz und Restzoff	0,000884	0,000893
[4])	Mascart, Nerville und Benoit	0,000895	0,000906
	Strecker	0,000909	0,000914

Nur die Beobachtungen von Lenz und Restzoff und die meinigen beziehen sich auf das Lufttthermometer; die anderen Zahlen sind mit einer Unsicherheit[5]) behaftet, welche leicht so viel betragen kann, als die Zahlen obiger Tabelle unter einander abweichen.

§ 38. Veränderlichkeit des Leitungsvermögens des Neusilbers mit der Temperatur. Auch für die von mir verwendeten beiden Sorten von Neusilberdraht habe ich die Temperaturcoefficienten bestimmt. Von jeder Sorte wurde ein Stück von etwa 1 QE. mit den Enden in starke Kupferelektroden eingelöthet; dicht an den Verbindungsstellen von Neusilber und Kupfer wurden an die Elektroden je zwei dünnere Kupferdrähte angesetzt, welche die Abzweigung zum Galvanometer und die zum Rheostaten bildeten, so dass von dem Kupferdraht sehr wenig zu dem zu messenden Widerstand gehörte. Die Neusilberdrähte selbst wurden auf Stramincarton aufgenäht und in Form eines aufgeschnittenen Cylindermantels gebogen. Die sechs Elektrodendrähte wurden durch einen Kork hindurchgesteckt und mit Siegellack befestigt; vermittelst dieses Korkes wurde die ganze Vorrichtung in ein Glas gesetzt, welches so weit mit Petroleum gefüllt war, dass der Widerstandsdraht völlig untertauchte; der Kork diente zugleich als Verschluss dieses Glases. Durch einen Rührer aus zwei concentrischen Ringen, dessen Stiel

1) Siemens und Halske, Reproduction de l'unité de résistance etc. 1882. — Elektrotechn. Ztschr. 1882. Nov. pag. 408.

2) Lord Rayleigh and Mrs. Sidgwick, l. c.

3) R. Lenz und N. Restzoff, Etudes électrométrologiques. II. 1884.

4) Mascart, Nerville und Benoit, l. c.

5) R. Lenz und N. Restzoff, l. c. pag. 4. 5.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

durch den Kork hindurch ging, konnte die Flüssigkeit innerhalb und ausserhalb des Cylindermantels, welchen der aufgenähte Neusilberdraht bildete, in Bewegung versetzt werden. In gleicher Höhe mit dem Neusilberdraht befand sich das Gefäss eines Thermometers, das ebenfalls von dem verschliessenden Kork getragen wurde. Dieses Glas mit dem Drahtwiderstande wurde in ein weites Wasserbad oder in Eis gesetzt; unter allen Umständen aber wurde nur die Temperatur des Petroleums gemessen.

Ich verglich die beiden Widerstände, welche bei mittlerer Temperatur einander gleich waren, mit einander nach der Methode des übergreifenden Nebenschlusses bei 0^0, 10^0 und 20^0. Um die nöthige Genauigkeit zu erreichen, bestimmte ich die Grösse der erforderlichen Nebenschliessungen in jedem Falle kurz vor der definitiven Messung; zu der letzteren wurde erst geschritten, wenn ich mich überzeugt hatte, dass die Temperaturen der Petroleumbäder während der zu einer Beobachtung nöthigen Zeit bis auf wenige Hundertelgrade constant blieben; kurz vor und sofort nach jeder galvanischen Messung wurden nach tüchtigem Rühren die Thermometer abgelesen und aus beiden Ablesungen für dasselbe Thermometer die Mittel genommen.

Die für dieselben Drahtstücke aus mehreren Messungen erhaltenen Coefficienten stimmen sehr gut überein. Die für 10^0 berechnete Veränderung des Widerstandes ist danach bis auf mindestens 0,00002 des ganzen Widerstandes sicher bekannt.

Ich habe darauf von der Drahtsorte, welche den grossen Temperaturcoefficienten besitzt, eine grössere Anzahl von Stücken untersucht, welche von der Drahtrolle theils vor, theils während und theils nach Anfertigung meiner Drahtwiderstände genommen worden waren; diese Drähte besassen bis auf 1% denselben Coefficienten.

Für die eine Drahtsorte von stark veränderlichem Leitungsvermögen habe ich den ersten und den zweiten Temperaturcoefficienten ermittelt, für die zweite Sorte habe ich die Bestimmung eines mittleren Coefficienten für ausreichend gehalten. Die Zahlen habe ich bereits oben (§ 18) angegeben.

Auf die kleinen durch Kupfer gebildeten Theile der Widerstände meiner Rollen (vgl. § 18) wurde genügende Rücksicht genommen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

VI. Resultate der galvanischen Messungen.

§ 39. Ich gebe nun die Resultate meiner Widerstandsvergleichungen, welche für die Beurtheilung der Genauigkeit, welche in meinen Messungen erreicht worden ist, von Wichtigkeit sind.

Von meinen fünf Röhren besass ich im Ganzen 15 Copien, von jeder Röhre 3, wovon je eine aus dem Neusilberdraht mit kleinem Temperaturcoefficienten, zwei aus der älteren Sorte angefertigt waren.

Diese 15 Copien theilte ich in drei Reihen, so dass jede Reihe von jeder Röhre eine Copie enthielt, und dass die Glieder einer und derselben Reihe aus derselben Drahtsorte bestanden.

Von jeder Reihe von Copien leitete ich ein Paar von Normaleinheiten ab; ich habe oben (§ 33) das Schema angegeben, nach dem ich bei diesen Vergleichungen verfuhr; ein Paar von Normaleinheiten wurde mit einer Copie einer Röhre in dasselbe Wasserbad (§ 19) gebracht; die Copie wurde mit jeder der Einheiten und dann die letzteren unter einander verglichen.

Für die Copirung eines Normalrohrs und für die Vergleichung einer Copie mit einer Normaleinheit habe ich bereits Beispiele mitgetheilt (§ 25. 32).

Die definitiven Vergleichungen wurden folgendermassen vorgenommen:

16.—18. Januar 1884. Vergleichung der 15 Copien mit den Normalröhren.

23.—29. Januar. Vergleichung der Copien mit den Normaleinheiten.

30. Januar bis 2. Februar. Wiederholung der am 16.—18. Januar ausgeführten Copirung.

Während sämmtlicher Messungen lagen die beobachteten Temperaturen zwischen $9^0,6$ und $11^0,2$. Alle angegebenen Widerstände sind auf die Normaltemperatur von 10^0 reducirt.

Der erste Theil der nachfolgenden Tabelle enthält die Resultate beider Copirungen; ich habe der Berechnung der Werthe der Normaleinheiten die Mittel aus den Resultaten der Copirung zu Grunde gelegt; die grösste vorkommende Abweichung eines einzelnen Werthes für den Widerstand einer Copie vom Mittel beträgt 0,00005.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Der zweite Theil enthält die Werthe, welche ich für meine Normaleinheiten erhalten habe; wegen der Berechnung der Mittelwerthe vergleiche man die Bemerkung zu Tabelle I.

Tabelle II.

Widerstände der Copien der Normalröhren bei 10° in QE.

	Rohr-No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5
Erste Reihe	0,35820 0,35821	1,00053 1,00052	1,37470 1,37476	2,55879 2,55858	3,20904* 3,20907*
Zweite Reihe	0,35821**	0,99907* 0,99906*	1,37705 1,37708	2,55984 2,55966	3,21573 3,21575
Dritte Reihe	0,36061 0,36062	0,99733** 0,99733*	1,37880 1,37892	2,56388 2,56363	3,21313 3,21307

* und ** corrigirte Werthe nach § 23. Die Correctionen betrugen bei den mit * bezeichneten Werthen bis 0,00002, bei den mit ** bezeichneten 0,00017 des Widerstandes.

Widerstände der Normaleinheiten bei 10° in QE.

	v. d. 1. Reihe der Copien abgeleitete Normaleinheiten		v. d. 2. Reihe der Copien abgeleitete Normaleinheiten		v. d. 3. Reihe der Copien abgeleitete Normaleinheiten	
	No. 6	No. 7	No. 10	No. 11	No. 24	No. 26
abgeleitet von						
Rohr-No. 1	0,99820	0,99647	0,99659	1,00403	0,99901	1,00273
2	0,99809	0,99640	0,99649	1,00382	0,99898	1,00268
3	0,99837	0,99658	0,99673	1,00422	0,99926	1,00300
4	0,99815	0,99643	0,99659	1,00398	0,99913	1,00286
5	0,99833	0,99651	0,99662	1,00404	0,99920	1,00299
Mittel	0,99827	0,99650	0,99663	1,00406	0,99916	1,00291

Eine (etwa 50 Tage) nach diesen Messungen angestellte Vergleichung einer Siemens'schen Doseneinheit mit drei Normaleinheiten, welche durch unabhängige galvanische Messungen bestimmt worden sind, nämlich No. 7.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

10. 26 ergab, dass die Werthe dieser Einheiten bis auf 0,0001 genau in den Verhältnissen zu einander standen, welche durch die Mittelwerthe der vorigen Tabelle angegeben werden.

§ 40. Um die Bedeutung des zweiten Theiles dieser Tabelle besprechen zu können, müssen wir die Entstehung der einzelnen Werthe dieser Tabelle vor Augen haben.

Die Zahlen einer und derselben wagrechten Zeile sind von demselben Rohr abgeleitet und es liegen ihnen dieselben Copirungen der Röhre zu Grund. Gemeinsam sind ihnen also die Fehler, welche bei der Calibrirung und Längenmessung der Röhre, bei der Bestimmung der Masse der Quecksilberfüllung und etwa bei der Füllung der Röhre zum Zwecke der Copirung gemacht worden sind.

Dem ersten Zahlenpaar einer Zeile, ebenso dem mittleren und dem letzten, liegt derselbe für die Copie der Normalröhre gefundene Werth zu Grund; ein solches Paar von Zahlen hat also ausser den schon genannten Fehlern noch diejenigen gemeinsam, welche bei der Copirung der Röhre in der Temperaturbestimmung und bei den galvanischen Messungen gemacht worden sind.

Auf jede besondere Zahl kommen die Fehler, welche bei der Vergleichung der Copien mit den Normaleinheiten nach der modificirten Kirchhoff'schen Methode begangen worden sind.

Auf diese Weise setzen sich die Abweichungen der in einer und derselben senkrechten Spalte stehenden Zahlen zusammen; dieselben betragen bis 0,0004. Sucht man für die Zahlen der wagrechten Zeilen (d. i. für die von demselben Rohr abgeleiteten Werthe) die mittlere Abweichung der Einzelwerthe vom Mittel, so erhält man folgende Beträge:

	Mittel-Einzelwerthe
1. Zeile	+ 0,00008
2. Zeile	+ 0,00019
3. Zeile	— 0,00010
4. Zeile	+ 0,00006
5. Zeile	— 0,00003

Diese Zahlen stellen ungefähr die Fehler dar, welche bei der Bestimmung der Dimensionen und der Calibercorrection der Normalröhren gemacht worden sind.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ich glaube, dass die hauptsächlichste Fehlerquelle die Bestimmung der Calibercorrection ist. Für die Röhren No. 3 und 5, deren Querschnitt sich verhältnissmässig wenig ändert, dürfte die Länge des zur Calibrirung benutzten Quecksilberfadens wohl klein genug sein; aber es scheint, als ob die Röhren No. 1. 2. 4 so sehr veränderlichen Querschnitt besitzen, dass man mit den angewandten Mitteln noch immer ein zu kleines C erhält.[1]) Die mit den beiden guten Röhren No. 3 und No. 5 gemessenen Widerstände stimmen durchschnittlich auf etwa 0,00007 überein, während die am meisten abweichenden Werthe (durch No. 2 und No. 3 erhalten) durchschnittlich um 0,0003 von einander verschieden sind.

Angesichts der geringeren Zuverlässigkeit der mit Rohr-No. 2 (wo die Calibercorrection wahrscheinlich am unsichersten ist) bestimmten Werthe darf man dieselben bei Beurtheilung der Genauigkeit der Endresultate wohl ausser Acht lassen und annehmen, dass die Mittelwerthe für die Normaleinheiten auf 0,0001 richtig bestimmt sind.

§ 41. Fügt man die eben angegebenen Beträge als Correctionen den Werthen der Tabelle der Normaleinheiten zu, so entsteht eine neue Tabelle, in der die Zahlen einer senkrechten Spalte nur noch höchstens um 0,00015 von einander abweichen. Die Hälfte dieser Grösse stellt also ungefähr den Betrag der Fehler dar, welche bei den galvanischen Messungen begangen worden sind.

Die Zufügung dieser Correctionen zu Einzelwerthen sehe ich an als eine Reduction auf den Mittelwerth meiner Bestimmungen der Quecksilbereinheit; dieser Mittelwerth ist derselbe, welcher den Mittelwerthen der Tabelle der Normaleinheiten zu Grunde liegt.

Indem ich dieselben procentischen Beträge den von einander völlig unabhängig berechneten Widerständen der Normalröhren in der letzten Spalte der Tabelle I zufüge, erhalte ich die auf eine und dieselbe mittlere Einheit bezogenen Zahlen:

---

1) Man vergleiche darüber Mascart, Nerville und Benoit, l. c. p. 48., wo durch Versuche nachgewiesen wird, dass durch Wahl eines kürzeren Quecksilberfadens ein grösseres C erhalten wird.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Reducirte Widerstände der Normalröhren

	W_{10}	
No. 1	0,35493 $\frac{m}{mm^2}$,	Hg von 0°
2	0,99940	„
3	1,37261	„
4	2,55267	„
5	3,20754	„

Die mittlere Einheit, auf welche diese Zahlen bezogen sind, ist auf 0,0001 richtig.

Diese Einheit liegt den Messungen des folgenden Abschnittes zu Grunde.

VII. Vergleichungen der Einheit der British Association und der von Siemens und Halske ausgegebenen Einheit mit der von mir hergestellten Quecksilbereinheit.

§ 42. Die zur Vergleichung gelangenden Stücke waren:

Ein Widerstand von Neusilberdraht, welcher von Herrn Glazebrook, Cavendish Laboratory, Cambridge, zu

0,99937 B.-A.-U. bei 17°,7 C

Mittel aus zwei Bestimmungen am 2./2. und 4./2. 1884. Temperatur-Coefficient 0,000294

bestimmt war und:

Zwei Widerstände aus Neusilberdraht, welche von der Telegraphenbauanstalt Siemens und Halske in Berlin als:

1.. { 1,00025 S. E. bei 20° C Mittel aus 10 Best. zwischen 19./3. und 16./10. 1883.
1,00038 „ „ „ „ 2 „ „ 15./2. und 21./2. 1884.

Temp.-Coeff. 0,00033

und

2.. { 1,99972 S. E. bei 20° C Mittel aus 5 Best. zwischen 17./3. und 25./10. 1883.
1,99971 „ „ 1 „ am 16./2. 1884.

Temp.-Coeff. 0,00035

ausgegeben wurden. Ich wähle für meine Vergleichungen die Werthe aus den neuesten Bestimmungen, indem ich annehme, dass kleine zeitliche Aenderungen der Widerstände vorliegen könnten.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ausser diesen untersuchte ich noch 4 Siemens'sche Einheiten in der gewöhnlichen Dosenform.

Im Folgenden theile ich die Resultate aller einzelnen Vergleichungen mit.

Die Messungen wurden am 11.—17. März 1884 bei Temperaturen zwischen $9^0,0$ und $10^0,5$ angestellt.

1. Die Einheit der British Association, ausgedrückt durch die Länge einer Quecksilbersäule von 0^0 und 1 qmm Querschnitt ist gleich:

1,04898 m	aus der	Vergleichung	mit Rohr-No. 2 [1])	
1,04887 m	„	„	„	No. 3
1,04891 m	„	„	„	No. 5
1,04904 m	„	„	„	

2. Die von Siemens und Halske ausgegebene Einheit ist ebenso gleich:

1,00010 m	aus d.	Vergleichung	d. Rohrs	No. 2	[1]) mit 1 ··
1,00003 m	„	„	„	No. 3	mit 1 ··
1,00010 m	„	„	„	No. 5	mit 1 ··
1,00012 m	„	„	„		mit 1 ··
1,00017 m	„	„	„	No. 3	mit 2 ··
1,00030 m	„	„	„	No. 5	mit 2 ··
1,00034 m	„	„	„		mit 2 ··

Die mitgetheilten 11 Messungen sind Vergleichungen der oben beschriebenen Stücke, des Widerstandes der British Association und der Siemens'schen Normalrollen 1 ·· und 2 ··, mit meinen Quecksilberröhren.

Durch Vergleichung der beiden Siemens'schen Normalrollen fand ich, dass die Widerstände derselben nicht genau in dem Verhältnisse standen, welches ich aus den Angaben der Firma für meine Beobachtungstemperatur (10^0) berechnete. Halte ich für die Rolle 1 den Werth 1,00038 S. E. bei 20^0 C fest, so wäre nach meinen Messungen der Widerstand von 2 bei 20^0 C

---

1) Bei der zu dieser und der ersten unter 2. folgenden Messung gemeinschaftlich gehörigen Auswägung der Röhre No. 2 wurde der Quecksilberinhalt um 0,00018 kleiner gefunden, als in Tabelle 1 angegeben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

	2,00007 S. E.
	2,00017 „
im Mittel	2,00012 S. E.

Unter derselben Voraussetzung lässt sich auch aus den mitgetheilten Vergleichungen der beiden Rollen mit Quecksilberröhren der Widerstand von 2·· berechnen zu

2,00009 S. E. bei 20° C.

Die Vergleichung der vier Doseneinheiten, zum Theil mit Quecksilberröhren, zum Theil mit Normaleinheiten, ergab folgende Resultate:

Doseneinheit	Angabe der Firma		meine Bestimmung richtig bei
No. 2705	Dez. 1882. richtig bei	15°,6	15°,3
2706	„ „	16°,1	16°,1
2707	„ „	17°,1	17°,0
2674	Febr. 1884 „	19°,5	19°,4

Die Uebereinstimmung der von Siemens und Halske ausgegebenen Einheit und meiner Quecksilbereinheit befriedigt vollständig.

3. Endlich habe ich durch directe Vergleichung das Verhältniss der Einheit der British Association zu der von Siemens und Halske ausgegebenen Einheit gefunden wie folgt:

$$\frac{\text{B. A.}}{\text{S. E. (Berlin)}} = \left.\begin{matrix}1{,}04895\\1{,}04881\end{matrix}\right\}\ \text{Vergleichung mit } 1\cdot\cdot$$

$$\left.\begin{matrix}1{,}04864\\1{,}04867\end{matrix}\right\}\ \text{Vergleichung mit } 2\cdot\cdot$$

Resultate:

$$\left.\begin{matrix}1\ \text{B. A.} &= 1{,}04894\\ 1\ \text{S. E. (Berlin)} &= 1{,}00017\end{matrix}\right\}\ \frac{\text{m}}{\text{mm}^2},\ \text{Quecksilber von } 0^0.$$

$$1\ \text{B. A.} = 1{,}04877\ \text{S. E. (Berlin).}$$

Zum Vergleich gebe ich einige Zahlen aus den in der letzten Zeit angestellten Untersuchungen über denselben Gegenstand:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Einheit der British Association ist nach:

		$\frac{m}{mm^2}$, Hg von 0^0	S. E. (Berlin)
[1]) 1882:	Lord Rayleigh und Sidgwick	= 1,04809	= 1,04860
[2]) 1884:	Ròiti	= 1,04859	= 1,04862
[3])	Mascart, Nerville und Benoit	= 1,04850	= 1,04847
	Strecker	= 1,04894	= 1,04877

Hierzu ist zu bemerken, dass Ròiti zur Vergleichung der B.-A.-Einheit mit $\frac{m}{mm^2}$, Hg von 0^0 einen von mir bestimmten Drahtwiderstand benutzte.

---

1) Lord Rayleigh and Mrs. Sidgwick, l. c.

2) Ròiti, Determinazione della resistenza elettrica di un filo in missura assoluta, Nuovo Cimento, Ser. 3. vol. 15. 1884.

3) Mascart, Nerville et Benoit, l. c.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nachtrag.

Nach Beendigung der vorstehenden Arbeit war es mir durch die Güte der Herren Geh. Reg.-Rath Dr. W. Siemens und Dr. Frölich ermöglicht, im Laboratorium der Telegraphenbauanstalt von Siemens und Halske in Berlin einige meiner Drahtwiderstände mit den Siemens'schen Quecksilberröhren zu vergleichen.

Ehe ich auf die Resultate meiner Messungen eingehe, will ich darauf hinweisen, dass die Formeln, nach denen Siemens und Halske die Widerstände ihrer Normalröhren berechnen, sich in zwei Punkten nicht unbeträchtlich von den meinigen unterscheiden.

Der Ausbreitungscoefficient an den Enden der Quecksilberröhren ist dem Radius der Röhre proportional $= a \,.\, r$; Siemens und Halske setzen $a = 1$, während ich $a = 1{,}6$ nahm.[1]) Die Wahl des einen oder des anderen Werthes bedingt einen Unterschied von mehreren Zehntausendteln in den berechneten Widerständen.

Ausserdem haben Siemens und Halske für die Aenderung des specifischen Widerstandes des Quecksilbers mit der Temperatur etwas andere Werthe gefunden als ich; setzt man den Widerstand einer mit Quecksilber gefüllten Glasröhre bei $0^0 = 1$, so ist der Widerstand bei t^0 (scheinbare Aenderung in Glas) nach Siemens und Halske[2])

$$\sigma_t = 1 + 0{,}0008523\, t + 0{,}000001356\, t^2$$

nach Strecker

$$\sigma_t = 1 + 0{,}0008915\, t + 0{,}00000045\, t^2$$

Die nach diesen beiden Formeln berechneten σ_t zeigen bei etwa $21^0{,}5$ den grössten Unterschied mit 0,00032, während sie für etwa 40^0 gleich gross werden.

Um zu erfahren, wie genau die gegenwärtig im Gebrauche der Wissenschaft und Technik befindlichen, von Siemens und Halske aus-

---

1) Vgl. § 2 der vorstehenden Abhandlung.

2) Siemens und Halske, l. c.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

gegebenen Widerstandseinheiten mit der von mir hergestellten Einheit übereinstimmen, wird man diese beiden Unterschiede nicht weiter berücksichtigen, wie ich auch in der mitgetheilten Abhandlung gethan habe.

Meine neuerdings angestellten Vergleichungen, über welche ich jetzt berichten will, geben eine gute Bestätigung der am Schlusse meiner Abhandlung mitgetheilten Vergleichungen; ich fand nämlich, wenn ich für die Siemens'schen Quecksilberröhren die von der Firma angegebenen Capacitäten für 0^0 ansetze und die Aenderung des Widerstandes nach der Siemens'schen Formel berechne, dass

1 S. E. (gegenwärtig im Gebrauch) $= 1{,}00027 \frac{m}{mm^2}$, Quecksilber von 0^0 (Strecker) ist.

Indess scheint es mir von Interesse zu sein, zu untersuchen, welches das Verhältniss der Siemens und Halske'schen Einheit zu der meinigen ist, wenn man von den Dimensionen der Normalröhren ausgehend dieselbe Formel für die Berechnung der Widerstandscapacitäten und dieselbe Formel für die Aenderung des specifischen Widerstandes des Quecksilbers mit der Temperatur anwendet.

So lange es sich nur um das Verhältniss der beiden Einheiten, nicht um den richtigen absoluten Werth der Quecksilbereinheit handelt, brauchen wir uns nicht für die Richtigkeit der einen oder der anderen Formel zu entscheiden. Im vorliegenden Fall, wo die Ausbreitungswiderstände nur einen sehr geringen Theil der gesammten Widerstände ausmachen, erhalten wir bis auf 0,0001 dasselbe Resultat, ob wir durchgehends die Siemens'schen oder durchgehends meine Formeln anwenden. Es genügt also hier, wenn wir allen Berechnungen dieselben Formeln zu Grunde legen; die Wahl der Formeln selbst bleibt unserer Willkür überlassen. Ich werde der Einfachheit wegen die in meiner Abhandlung angegebenen Formeln (§§ 8. 16. 37) nehmen; nach diesen werden im Folgenden auch die Widerstände der Siemens'schen Normalröhren berechnet.

Ich gehe nun zur Beschreibung der angestellten Messungen über.

Am 29. Oktober bis 4. November 1884 führte ich im physikalischen Institut zu Würzburg die Vergleichung von fünf meiner Normaleinheiten (No. 6. 10. 11. 24. 26) unter einander und mit Rohr No. 2 aus. Die Methode der Vergleichung war die Kohlrausch'sche des übergreifenden Nebenschlusses. Die fünf Röhren wurden jede mit jeder verglichen, um

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

möglicherweise vorkommende spätere Veränderungen der Widerstände genau nachweisen zu können; bei der Vergleichung mit Rohr No. 2 wurde dem letzteren der auf das Mittel meiner Bestimmungen der Quecksilbereinheit reducirte Werth

$$W_{10} = 0{,}99940$$

nebst der Reductionsformel

$$W_t = W_{10}\,[1 + 0{,}000892\,(t - 10) + 0{,}00000045\,(t - 10)^2]$$

zu Grunde gelegt; die Beobachtungstemperaturen lagen zwischen $11^0{,}1$ und $11^0{,}5$. Bei diesen wie den folgenden Messungen wurden die Angaben der Quecksilberthermometer auf das Luftthermometer bezogen.

Am 17.—22. November 1884 nahm ich die Messungen im Siemens-schen Laboratorium vor, wobei mich Herr Sittig in dankenswerther Weise unterstützte. Die befolgte Methode war die der Wheatstone'schen Brücke. Ich verglich wieder meine fünf Rollen jede mit jeder, und dann No. 26. 24. 11 mit der Summe der Siemens'schen Quecksilberröhren No. 17 und No. 124, No. 10 und No. 6 mit Rohr No. 122; die Beobachtungstemperaturen lagen zwischen 14^0 und 16^0. Die Capacitäten der Quecksilberröhren bei 0^0 sind (nach meiner Formel berechnet)

Rohr No. 17 bei 0^0	0,34403	Q.E.
No. 122	1,01381	„
No. 124	0,73833	„

Die Resultate der Vergleichungen sind folgende:

1. Vergleichung der Einheiten No. 6. 10. 11. 24. 26 untereinander; die Tabellen geben die beobachteten Differenzen in Hunderttausendteln der Quecksilbereinheit; die erste senkrechte Spalte jeder Tabelle enthält die Minuenden, die erste wagrechte Zeile den Subtrahenden.

bei 10^0:

gemessen in Würzburg, 29./X. — 4./XI. 84

	No. 26	— 24	— 6	— 10
No. 11	86	461	573	733
26		374	490	650
24			119	277
6				159

gemessen in Berlin, 17./XI. — 22./XI. 84

	No. 26	— 24	— 6	— 10
11	83	471	582	739
26		379	493	654
24			116	267
6				157

*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Widerstände der fünf Rollen wurden gefunden durch Vergleichung mit Quecksilberröhren zu:

bei 10^0:

	Würzburg $\frac{m}{mm^2}$, Hg von 0^0 (Strecker)	Berlin S. E. (nach der Umrechnung)	Differenz	
No. 11	1,00415	1,00499	0,00084	Vergleichung mit der Summe der Röhren No. 17 und No. 124.
26	1,00324	1,00418	0,00094	
24	0,99949	1,00046	0,00097	
6	0,99837	0,99905	0,00068	Vergleichung mit Rohr 122.
10	0,99679	0,99747	0,00068	
No. 11 + 26 + 24	3,00688	3,00963	Vergleichung mit No. 17 + No. 124.	
No. 6 + 10	1,99516	1,99652	„ „ No. 122.	

1 S. E. (nach der Umrechnung)

$= 0{,}99909 \frac{m}{mm^2}$, Hg von 0^0; Vergleichung mit No. 17 + 124

$= 0{,}99932$ „ „ „ „ No. 122

Mittel 0,99920 „ „

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1886

Band/Volume: 15

Autor(en)/Author(s): Strecker Karl Georg Bernhard Christian

Artikel/Article: Ueber eine Reproduction der Siemens'schen Quecksilbereinheit. 367-420