© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Der

primäre und sekundäre longitudinale Elastizitätsmodul

und die

thermische Konstante des Letzteren.

Von

Andreas Miller.

(Mit 2 Tafeln.)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

I. Einleitung.

§ 1. In einer früheren Untersuchung[1]) wurde für sechs Metalle, zwei Legierungen und zwei organische Substanzen gezeigt, dass diese Stoffe während der Dehnung ihre Elastizität vorübergehend ändern, dass also ein gespannter Draht unmittelbar nach der Deformation einen anderen longitudinalen Elastizitätsmodul als vor derselben besitzt. Um mich daher leichter verständlich machen zu können, muss ich hier eine unterscheidende Benennung in der Art neu einführen, dass ich den der elastischen Reaktion[2]) vor der Deformation entsprechenden longitudinalen Elastizitätsmodul (E-M) den „primären" (P. E-M) und den der elastischen Reaktion, welche der Deformation folgt, entsprechenden longitudinalen Elastizitätsmodul zum Unterschiede von dem „gewöhnlichen" (E-M) den „sekundären" (S. E-M) nenne.

Meine oben erwähnte Untersuchung hat nämlich ergeben, dass man einen Körper durch mehrmals ununterbrochen wiederholtes An- und Abspannen bei konstanter Temperatur in einen Zustand versetzen kann, in dem er sich vorübergehend wie ein vollkommen elastischer Körper[3]) verhält: Der diesem elastischen Zustande entsprechende sekundäre Elastizitätsmodul ändert sich aber, wie im weiteren Verlaufe dieser Abhandlung gezeigt werden soll, einfach proportional der Temperatur. Er steht somit zur letzteren in wesentlich einfacherer Beziehung, als diejenige ist, welche

---

1) A. Miller, Sitzungsbericht der mathematisch-physikalischen Klasse d. k. bayer. Akademie der Wissenschaften. 1885. Heft 1. S. 9.

NB. In Zukunft soll (1885. Heft 1) vorstehendes Zitat der Kürze halber ersetzen.

2) *Thomson* und *Tait*, Handbuch der theoretischen Physik, deutsche Uebersetzung von Helmholz und Wertheim. Bd. I. 2. Teil. § 658.

3) *Thomson* und *Tait*, Bd. I, Teil 2. § 672.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Herr Prof. *F. Kohlrausch* und *E. F. Loomis* sowohl, als *Pisati* für den gewöhnlichen E-M nachgewiesen haben. Die Zahl, welche die Aenderung des sekundären longitudinalen Elastizitätsmoduls für 1^0 C des Temperaturzuwachses, bezogen auf den S. E-M bei 0^0, angibt, heisse ich die „thermische Konstante" (T. K.) des S. E-M. Damit glaube ich vorläufig den Titel der Arbeit verständlich gemacht und ihr Hauptziel bezeichnet zu haben.

§ 2. Die Grösse, welche man gewöhnlich als longitudinalen Elastizitätsmodul (E-M) bezeichnet, wird aus der ersten Dehnung eines Drahtes berechnet. Dass diese von den nachfolgenden Dehnungen an Grösse verschieden ausfällt, wenn letztere auf die erste ununterbrochen folgen, und die Messvorrichtung die genügende Empfindlichkeit besitzt, mag nachstehende Uebersicht zeigen. Diese Dehnungsversuche wurden bei ein und demselben Metall zum Teil an verschiedenen Tagen, jedenfalls aber mit Unterbrechungen von 5′ bis 40^h angestellt. Dabei war die ständige Belastung für dasselbe Metall konstant. Die Temperatur schwankte innerhalb eines Grades, so dass sie für unseren Fall als ein konstantes Element des Versuches betrachtet werden darf. Sie war die gewöhnliche Temperatur des Arbeitslokales, die zwischen 0^0 und 10^0 C betrug. Die Dehnungen sind in Skalenteilen einer Spiegelvorrichtung — 1 Skalenteil = 2^{mm} — angegeben.

Uebersicht.

Kupfer:		Platina:		Silber:	
Dehnung:		Dehnung:		Dehnung:	
1te	5te	1te	5te	1te	5te
137,6	135,1	51,8	50,9	80,0	78,5
137,0	135,0	51,5	51,0	79,7	78,6
137,6	135,3	51,7	50,9	79,3	78,5
137,2	135,2	51,5	51,0	79,66	78,53 = Mittel
137,1	135,1	51,62	50,95 = Mittel		
137,7	135,1				
137,5	135,0				
137,8	135,0				
137,44	135,10 = Mittel				

Man sieht, dass die 1. Dehnung stets grösser als die 5. ist, und dass man sonach für die physikalische Konstante, welche gewöhnlich als

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

longitudinaler Elastizitätsmodul bezeichnet wird, einen kleineren Wert erhalten muss, als für jene, die ich den sekundären Elastizitätsmodul nenne.

Das Verhältnis:

$$\frac{137{,}44 - 135{,}10}{137{,}44} = 0{,}016; \quad \frac{51{,}62 - 50{,}95}{51{,}62} = 0{,}013; \quad \frac{79{,}66 - 78{,}53}{79{,}66} = 0{,}014;$$

bei obenbezeichneten Metallen ist nahehin konstant.

Zum Unterschiede vom primären und sekundären E-M soll desshalb hier unter „Elastizitätsmodul" (E-M) der gewöhnliche, aus der ersten Dehnung berechnete, verstanden sein. Ganz unrichtig wäre es jedoch aus obiger Uebersicht zu schliessen, die elastische Reaktion, welche der Verschiebung der Moleküle entspricht, sei während der 5. Dehnung grösser als vor der 1.[1]) Allein noch ein Umstand ist hervorzuheben. Während die grösste und kleinste 1. Dehnung bei Kupfer um 0,44 und 0,36 Sktl., bei Silber um 0,36 und 0,34 Sktl., bei Platina um 0,12 und 0,18 Sktl. vom Mittel abweicht, weichen die 5. Dehnungen hievon bezw. nur um die Werte 0,1 und 0,2; 0,03 und 0,07; 0,05 und 0,05 Sktl. ab. Der Elastizitätsmodul (E-M) ist somit selbst bei konstanter Temperatur Schwankungen unterworfen, indes der sekundäre im allgemeinen als konstant betrachtet werden kann (1885. Heft 1).

§ 3. *Wertheim*[2]) hat seine umfangreichen Untersuchungen über den longitudinalen E-M auch auf dessen Aenderung durch die Wärme ausgedehnt. Es scheint jedoch dabei nicht beabsichtiget gewesen zu sein, den gesetzmässigen Zusammenhang beider Elemente der Beobachtung zu ermitteln. Dagegen scheinen die Versuche, welche Pisati[3]) mit Eisen- und Stahldrähten anstellte, auch bezüglich des longitudinalen E-M darauf abgezielt zu haben.

Eingehende Untersuchungen über den zahlenmässigen Zusammenhang der Elastizität mit der Temperatur liegen hinsichtlich der Torsionselastizität vor. *Pisati*[3]), und früher schon Herr Professor *F. Kohlrausch* und

---

1) A. Miller, Wiedemann's Annalen der Physik u. Chemie. Bd. 25. 1885. S. 451.

2) *Wertheim*, Poggendorff's Annalen, Ergänzungsband II. 1848.

3) *G. Pisati*, Gaz. chim. ital. VI. 1876. VII. 1877.

NB. Trotz vielfacher Bemühungen habe ich das Original dieser Abhandlung 3) nicht einsehen können. Meine Kenntnis über diese Arbeit beschränkt sich auf einen Bericht in den Beiblättern Bd. I. 1877.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

F. E. Loomis[1]) haben die Aenderung, welche der Elastizitätsmodul durch die Temperatur erfährt, bestimmt und gefunden, dass sie nicht nur von der Aenderung der Temperatur, sondern auch von deren Höhe abhängig ist. Nach den Resultaten der zuletzt genannten Forscher wächst die Aenderung des E-M für 1^0 C mit der Temperatur, worin sich eine wesentliche Verschiedenheit in dem Verhalten des gewöhnlichen und sekundären E-M der Wärme gegenüber ausspricht.

§ 4. Ich habe mich schon früher beim Eisen mit dem Einfluss der Wärme auf jenes physikalische Element, welches ich jetzt mit dem Namen sekundärer E-M bezeichne, beschäftiget[2]). Die gefundenen Resulsate schienen mir interessant genug, mich der Mühe zu unterziehen, auch das Verhalten anderer Körper nach dieser Richtung zu studieren. Diese Arbeit liess aber auch keinen Zweifel darüber, dass, um ein Verständnis der dabei zutage tretenden Erscheinungen zu gewinnen, vorerst der primäre und sekundäre Elastizitätsmodul bei gewöhnlicher und konstanter Temperatur untersucht werden müsse. Die hierüber von mir erzielten Resultate sind in (1885. Heft 1) niedergelegt.

II. Der Apparat.

§ 5. Es ist derselbe, den ich in einer anderen Abhandlung (1882. Heft 4. § 6) genauer beschrieben habe, und von dem sich dort auch eine vollständige Abbildung befindet. Der Raumersparnis halber werde ich mich hier kurz fassen und auf eine schematische Zeichnung beschränken.

Die Vorrichtung besteht im Wesentlichen in einem ungleichnamigen Hebel DD_1 (Schnellwage) — Fig. 1 —, der an dem eichenen, an beiden Enden in der starken Mauer einer Fensternische eingekeilten Balken A mittels einer sehr starken, eisernen Stange AC aufgehängt ist. Es sind überhaupt alle Teile desselben aus Eisen verfertiget und im Verhältnis

---

1) *F. Kohlrausch* u. *F. E. Loomis,* Poggendorff's Annalen, Bd. 141. 1870.

2) A. Miller, Sitzungsbericht der mathematisch-physikalischen Klasse d. k. bayer. Akademie der Wissenschaften. 1882. Heft 4.

NB. Künftig soll (1882. Heft 4) dieses Zitat ersetzen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

zu den untersuchten Drähten sehr kräftig konstruiert. Unter der Unterstützungsschneide C des Hebels ist senkrecht zu DD_1 ein Stäbchen mit einer Schraube X angebracht, um den Hebelarm DD_1 in's indifferente Gleichgewicht, das er während der Versuche stets besass, bringen zu können. Zu gleichem Zwecke dient auch das an einem Gewinde verstellbare Gegengewicht Z. Bei D befindet sich eine Schneide, an der mittels einer eisernen Doppelstange die Klemme E aufgehängt ist. Die andere Klemme F ist in einem schweren Stein eingelassen, der auf einer sehr dicken Umfassungsmauer ohne Berührung mit dem Bodengebälk aufliegt. Wenn der Draht an den Klemmen scharf umgebogen wird, so genügt ein mittels Schrauben hervorgebrachter, schwacher Druck der Klemmbacken, der eine kaum merkbare Abplattung des Drahtes bewirkt, um letzteren genügend festzuhalten. Q ist ein Belastungsstück — Anfangsbelastung, ständige Belastung —, das während einer Versuchsgruppe beständig an einer Stelle des Hebels bleibt, indes das Belastungsstück P mittels der Kurbel L und der Schraube K langsam und möglichst gleichmässig gehoben und gesenkt werden kann, wodurch abwechslungsweise Spannung und Abspannung des zu untersuchenden Körpers bewirkt wird. Um den Draht wenigstens während kurzer Zeiten keinen erheblichen Temperaturschwankungen auszusetzen, geht er durch ein mit Baumwolle verstopftes Rohr, das wieder mit zwei Blechrohren MM, von denen das äussere in einem dicken Filzmantel eingehüllt, umgeben ist. Diese ebenerwähnte, in der Figur 1 nur in grossen Zügen angedeutete Umhüllung des Drahtes dient nämlich auch dazu, den Draht durch Einleiten von Wasserdampf höheren Temperaturen aussetzen zu können.

Fig. 2 stellt einen Durchschnitt des Blechmantels dar, durch den der Versuchsdraht geht. Der Weg, den der im Gefässe G entwickelte Wasserdampf nimmt, ist aus der Figur 2 ebenfalls leicht zu ersehen. Er steigt im mittleren Raume auf, sinkt im äusseren herab, von wo er durch das Rohr S in's Freie strömt. Der Versuchsdraht geht durch den mittleren Raum, der durch in der Mitte ausgebohrte Korkstöpseln verschlossen ist. In diesen Bohrungen ist der Draht mit Baumwolle umgeben. Hiedurch wird nicht nur ein genügender Abschluss des Raumes gegen aussen hergestellt, sondern auch jeder nennenswerte seitliche Druck auf den Draht, der Fehler erzeugen könnte, vermieden.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ferner ist H ein Thermometer mit Zehntelgradteilung zur Bestimmung der Temperatur des Drahtes. Sehr empfindliche, ebenfalls in Zehntelgrade geteilte Thermometer sind auch bei U und W — Fig 1. — in die Eisenteile des Apparats eingelassen, um die Temperatur derselben anzugeben, die wegen der an den Ablesungen anzubringenden Korrekturen ermittelt werden muss. Die Temperatur des Zimmers wurde stets gemessen. Dasselbe ist indess sehr günstig gelegen, indem es vom direkten Sonnenlichte nur im Hochsommer kurze Zeit beschienen wird; Temperaturschwankungen in demselben innerhalb kurzer Zeit rühren zunächst von den anwesenden Personen, Lampen etc. her.

NN bezeichnet eine vertikale Spiegelskala und R das Ablesungsfernrohr, welches auf dem Spiegel B senkrecht steht. In der durch die Achse von R gelegten horizontalen Ebene befindet sich der Nullpunkt der Skala. Sie wird von einer verstellbaren Lampe beleuchtet. Fernrohr und Skala sind mittels dreier starker, eiserner Träger an einer dicken Kirchenmauer festgemacht. Um den Moment, in welchem P frei hängt oder nur von dem Tischchen I getragen wird, genau zu fixieren, ist ein elektrisches Läutwerk, in dessen Schliessungsbogen die Strecke CI liegt, angebracht.

Die Entfernung des Spiegels B von der Skala NN beträgt 2806 Skalenteile, CD = 35,4 Sktl. Die Länge der Eisenstange U wurde zu 250, jene von W zu 160 Sktl. in Rechnung gezogen. (1 Skalenteil = 2^{mm}). Da 0,1 Skalenteil noch mit ziemlicher Sicherheit geschätzt werden konnte, so werden von dem Apparate Längenveränderungen des Drahtes von $0{,}001^{mm}$ mit entsprechender Sicherheit angegeben.

Vorversuche, welche ich anstellte, überzeugten mich, dass zu einer Befürchtung, es möchte aus einer möglichen, selbst sehr schwachen Durchbiegung des Balkens A eine Fehlerquelle entstehen, kein Grund vorhanden ist. Ich verweise in der Beziehung auf (1885. Heft 1. III. § 10).

III. Beobachtungsweise.

§ 6. Diese ist dieselbe, wie sie in (1885. Heft 1. § 6) für Beobachtungen bei gewöhnlicher Lufttemperatur beschrieben worden ist. Die Versuche wurden hier bei Temperaturen zwischen 0^0 und 100^0 C ausgeführt, und die Beobachtungsweise war auch bei den höheren Tem-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

peraturen die gleiche wie bei niederen. Um sich leicht ein Bild von der Beobachtungsart zu verschaffen, lasse ich eine ausführliche Tabelle über einige aufeinanderfolgende Versuchsgruppen eines Metalls folgen.

Tabelle.

Untersuchte Substanz: **Silber.**

$\pi_1 = 2{,}4633$ kg. $k = 1{,}92$. $d_1 = 1{,}099^m$.

$\pi_2 = 4{,}7406$ kg. $\alpha = 0{,}00001868$. $q = 0{,}3197^{qmm}$. $d = 0{,}638^{mm}$.

N	ν	z	v	t_0 u. t_1	T_0 u. T_1	τ_0 u. τ_1	a_ν	b_ν	c_ν	λ	l	ϱ	δ	Dat.
Ia	1			5,7	6,6	6,5	— 55,8	1,9	— 54,8					$23/_1 84$
	2							2,0	— 54,7				619,2	
	3	7′ 20″	1,3					2,0	— 54,4			28,1		
	4							2,1	— 54,3		14,6			
				5,8										
	5			5,8	6,9	6,7		2,1	— 54,2	647,3				
I	1			97,1	18,8	10,5	102,0	165,0	104,7					$23/_1 84$
	2							165,7	105,0				625,6	
	3	6′ 40″	1,5					166,0	105,3			70,9		
	4							166,2	105,7		36,3			
				97,1										
	5			97,1	19,9	11,1		166,7	105,8	696,5				
II	1			81,5	16,1	10,8	74,0	134,0	72,3					$23/_1 84$
	2							131,3	70,4				596,4	
	3	7′ 0″	1,4					129,0	68,1			87,2		
	4							126,8	66,0		45,4			
				74,5										
	5			73,1	14,2	10,8		124,5	64,0	683,6				

u. s. w.

1) d_1 ist die Länge des geprüften Drahtstückes zwischen den Klemmen;

2) d der mittels einer Mikrometerschraube gemessene Durchmesser und

3) q der Querschnitt des Drahtes.

4) α ist der mittlere thermische Ausdehnungskoëffizient des untersuchten Drahtindividuums bei der konstanten Belastung π_1.

5) Die ständige Belastung des Drahtes zum Geradehalten betrug π_1 kg auf das qmm.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

6) Diese Belastung π_1 wurde successive durch Herabschrauben des Tischchens I auf $\pi_1 + \pi_2$ kg für das qmm vermehrt und durch Hinaufschrauben desselben wieder auf π_1 vermindert. Die Spannung des Drahtes verändert sich also ununterbrochen successive zwischen den Grenzen π_1 und $\pi_1 + \pi_2$. Fünf solche ununterbrochen aufeinanderfolgende „Versuchsreihen" bilden eine Versuchsgruppe".

7) $k = \frac{\pi_2}{\pi_1}$.

8) N ist die Ordnungszahl der Versuchsgruppe und

9) ν jene einer Versuchsreihe.

10) a_1 (d. i. a_ν für $\nu = 1$) ist die Anzahl der Skalenteile, welche unmittelbar vor Beginn der Versuchsgruppe N bei der ständigen Belastung π_1 abgelesen worden ist.

11) b_ν ist die Anzahl der Skalenteile, welche bei der Spannung $\pi_1 + \pi_2$ abgelesen wurde.

12) c_ν ist die Anzahl der bei der beständigen Belastung π_1 abgelesenen Skalenteile vom Ende der 1. Versuchsreihe an, so dass für die einzelnen Reihen $a_{\nu+1} = c_\nu$ ist.

Die Zahlen b_ν und c_ν wurden jedesmal sofort beim Eintreten der Spannungen $\pi_1 + \pi_2$ beziehungsweise π_1 abgelesen.

13) t_0 bedeutet die mittlere Temperatur des untersuchten Drahtes am Anfange, t_1 jene am Ende der Versuchsgruppe.

14) T_0 die Temperatur des unteren Apparatteiles W beim Beginne, T_1 am Ende der Gruppe.

15) Die gleiche Bedeutung hat τ_0 und τ_1 für den oberen Apparatteil U.

16) Die zwischen t_0 und t_1 stehende Zahl ist die für die Zeit zwischen der 4. und 5. Beobachtungsreihe berechnete, mittlere Temperatur t des Drahtes.

17) z die Dauer der Versuchsgruppe in Minuten und Sekunden, mittels einer stellbaren Sekundenuhr gemessen.

18) v ist die mittlere Geschwindigkeit in Skalenteilen, mit welcher der Fernrohrzeiger über die Skala hinwegleitet.

19) In der letzten Rubrik ist das Datum der Versuchsgruppe angegeben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

20) λ ist die aus den Werten b_4, b_5, c_3, c_4, c_5 berechnete mittlere Dehnung des Drahtes, welche für die 4. und 5. An- und Abspannung als gleich angenommen werden durfte. Die in dieser Rubrik eingetragenen Zahlen geben das 1000fache der von π_2 hervorgebrachten Dehnung in mm für 1^m Drahtlänge an.

21) l ist das 1000fache der Verlängerung in mm, welche 1^m des Drahtes bei der Spannung π_1 während einer Versuchsgruppe vorübergehend erfahren hat.

22) $\varrho = \text{kl}$.

23) $\delta = \lambda - \varrho$.

IV. Bestimmung von in § 6 angeführten, nicht direkt messbaren Grössen.

§ 7. Einige Umstände verursacht die Bestimmung der Temperatur des Drahtes. Es lag nahe, den zu prüfenden Körper selbst als thermometrische Substanz zu verwenden. Ich habe auch die Wärmeausdehnungskoëffizienten aller untersuchten Drähte bestimmt und mit Beiziehung dieser und der Zeigerverschiebungen die Temperaturen berechnet. Allein trotz der sorgfältigsten Korrekturen ergaben sich bei einzelnen Substanzen so erhebliche Abweichungen von der gemessenen Temperatur des Raumes, durch den der Draht im Dampfmantel ging, dass mir dieses Verfahren zu unzuverlässig schien, um es hier anzuwenden, obwohl gerade es am sichersten zur Bestimmung der wahren Temperatur des Drahtes führen müsste, wenn der Einfluss der elastischen Nachwirkung desselben mit Sicherheit eliminiert werden könnte.

§ 8. Ich ging nun darauf aus, die mittlere Temperatur des Raumes, durch den der Draht geht, zu bestimmen, da nämlich angenommen werden kann, dass dieser wegen seiner Dünne eine mit jenem gleiche Temperatur besitzt. Da jedoch das Thermometer H, dessen Gefäss in der Mitte des Raumes sitzt, die mittlere Temperatur desselben voraussichtlich nicht angibt, und die Anbringung zweier weiterer Thermometer an den Enden der Röhre wegen der notwendig gleichzeitigen Ablesung fortgesetzt noch zwei Beobachter erfordert haben würde, so beschränkte ich mich darauf, ein für allemal die Abweichung der mittleren Temperatur des Raumes, also

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

auch des Drahtes, von der Temperatur in der Mitte des Raumes zu bestimmen, so dass bei den Versuchen zum Zweck der Ermittelung der Temperatur des Drahtes nur mehr die Angabe des Thermometers H abzulesen war.

Zu dem Zwecke wurden ausser dem Instrumente H in der Röhre auch an jedem Ende derselben ein Thermometer angebracht, das ebenfalls die Ablesung auf $0{,}1^0$ genau gestattete.

Die Angaben dieser Thermometer wurden auf die eines Normalthermometers, das vorher einer genauen Prüfung unterzogen ward, auf graphischem Wege zurückgeführt. Während der Erkaltung des Raumes von 100^0 auf etwa 10^0 C waren gleichzeitige Beobachtungen an den 3 Instrumenten angestellt. Aus den Angaben eines jeden Thermometers wurde die jeweilige wahre Temperatur an den 3 Stellen des Raumes nach einem gleich nachher zu erörterndem Verfahren ermittelt.

Selbst bei den höchsten Temperaturen wich keine derselben an den Enden der Röhre 2^0 C von dem Mittel aus den Temperaturen an den 3 beobachteten Stellen ab, so dass dieses Mittel als die mittlere Temperatur des Raumes betrachtet werden durfte. Nachstehende Tabelle zeigt den Verlauf der Temperatur in der Mitte des Raumes und denjenigen der mittleren Temperatur desselben. Die Differenz f_4 beider Werte wurde graphisch dargestellt.

Tabelle.

Temperatur in der Mitte.	Mittlere Temperatur.	f_4
6,15	6,13	— 0,02
34,70	34,06	— 0,64
42,88	42.05	— 0,83
60,67	59,56	— 1,11
74,36	72,45	— 1,91
81,02	80,02	— 1,00
87,87	89,84	+ 1,97
99,46	98,16	— 1,30

§ 9. Zur Auffindung der wahren Temperatur in der Mitte des Raumes aus den Ablesungen am Thermometer H bedurfte es mehrfacher Korrekturen. Es musste angenommen werden, dass der Quecksilberfaden vom Null-Punkte der Skala an nicht mehr die Temperatur des Gefässes

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

habe. Die nach § 27 des Leitfadens der praktischen Physik von *F. Kohlrausch* berechneten Korrekturen f_1 wurden graphisch dargestellt.

Ferner war das Thermometer H wenig zuverlässig; es wurde nach dem Normalthermometer geaicht und die Differenzen f_2 wurden ebenfalls graphisch so dargestellt, dass noch $0{,}01^0$ C geschätzt werden konnte.

Da das Thermometer H wegen der Grösse seiner Quecksilbermasse der Temperaturabnahme des Raumes nicht folgte, war hiewegen eine weitere Korrektur veranlasst. Bei dieser diente mir das Verfahren des Herrn Prof. *F. Kohlrausch* [1]) zum Vorbilde. Aus dem Newton'schen Erkaltungsgesetze ergibt sich die Korrektur

$$f_3 = -\frac{1}{h} \cdot \frac{\partial(\eta_0 - \eta_1)}{\partial z},$$

worin η_0 und η_1 die Ablesungen am Thermometer H beim Beginn und am Ende einer Versuchsgruppe N, und z die Dauer der letzteren in Minuten bedeutet. Als Mittel aus 7 Beobachtungen unter Zuhilfenahme eines wegen der Kleinheit seiner Quecksilbermasse sehr empfindlichen Thermometers ergab sich die Konstante $\frac{1}{h} = 3{,}20$. Man erhält sonach bei Berücksichtigung der Vorzeichen t_0 und t_1 aus den Formeln:

$$t_0 = \eta_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$
$$t_1 = \eta_1 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

Für die Temperatur t zwischen der Versuchsreihe 4 und 5, die dem λ entspricht, ist zu bemerken, dass sie um $\frac{1}{5}(t_0 - t_1)$ höher liegt als t_1, sonach

$$t = t_1 + \tfrac{1}{5}(t_0 - t_1) \text{ ist.}$$

Die Ablesungen an den 2 Thermometern, deren Behälter in die Apparatteile W und U versenkt waren, also die Grössen T_0, T_1 und τ_0, τ_1 bedurften keiner Korrektur.

§ 10. Die mittlere Geschwindigkeit v, bezogen auf die Sekunde, berechnet sich aus:

$$v = \frac{5}{z}\left[(b_1 - a_1) + (b_5 - a_5)\right],$$

wobei z die mittels einer Sekundenuhr beobachtete Dauer einer Versuchsgruppe N ist.

---

1) *F. Kohlrausch*, Poggendorff's Annalen Bd. 141. 1870. S. 486.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

V. Die Berechnung der Werte λ, l, ϱ und δ.

§ 11. Hinsichtlich der Theorie des Apparates muss ich mir der Raumersparnis wegen gestatten auf [1882. Heft 4. § (8—11)], sowie (1885. Heft 1. V) zu verweisen. Ich werde mich hier darauf beschränken, die Formeln, wie sie sich für die vorliegenden Fälle gestalten, mit den Zahlenwerten der Konstanten des Apparates anzuführen. Zu den in § 6 aufgeführten Bezeichnungen sind für das Folgende noch einige hinzuzufügen:

1) n_0 und n_1 sind die Anzahl von Skalenteilen, welche bei den Temperaturen (t_0, T_0, τ_0) und (t_1, T_1, τ_1) abgelesen worden sind.

2) $n = n_1 - n_0$.

3) l_1 ist die Verlängerung, welche 1^m des Drahtes nach 5 maliger An- und Abspannung bei der Belastung π_1 vorübergehend zeigt, und zwar in Skalenteilen angegeben.

4) λ_1 entspricht genau der in § 6 Ziff. 20 angegebenen Erklärung, nur mit dem Unterschiede, dass die Einheit von λ_1 ein Skalenteil, und das Resultat nicht vertausendfacht ist.

§ 12. Demnach ist:

$$\alpha = \frac{1}{d_1(t_1 - t_0)} \cdot \left[0{,}0063079\,(n_1 - n_0) - 0{,}000\,000\,000\,3\,(n_1^3 - n_0^3)\right]$$
$$- \frac{1}{d_1(t_1 - t_0)}\left[0{,}002\,(T_1 - T_0) + 0{,}003\,(\tau_1 - \tau_0)\right] \quad . \quad . \quad \text{A)}$$

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{d_1\,\alpha}\left[0{,}0063079\,(n_1 - n_0) - 0{,}000\,000\,000\,3\,(n_1^3 - n_0^3)\right]$$
$$- \frac{1}{d_1\,\alpha}\left[0{,}002\,(T_1 - T_0) + 0{,}003\,(\tau_1 - \tau_0)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{B)}$$

$$n = 158{,}533\,d_1\,\alpha\,(t_1 - t_0) + 0{,}3\,(T_1 - T_0) + 0{,}5\,(\tau_1 - \tau_0) \quad . \quad . \quad . \quad \text{C)}$$

wenn das Glied mit dem Faktor $n_1^3 - n_0^3$ in B) vernachlässiget werden darf.

$$l_1 = \frac{1}{d_1}\left[(c_5 - a_1) - n\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{D)}$$

für den Meter in Skalenteilen.

$$\lambda_1 = \frac{1}{d_1} \cdot \frac{1}{2}\left[(b_4 + b_5) - c_4 - \frac{c_3 + c_5}{2}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{E)}$$

für den Meter in Skalenteilen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

In Gl. A), B) und C) ist d_1 in Skalenteilen, in D) und E) in m zu nehmen. Durch Gl. D) und E) ist der Einfluss der Temperatur auf die Beobachtung schon eliminiert. Insbesondere ist dies bezüglich Gl. E) hervorzuheben, weil sie es möglich macht, während der Abkühlung zu beobachten. Das Genauere hierüber findet sich in (1882. Heft 4. § 21). Es soll hier nur darauf aufmerksam gemacht werden, dass die Giltigkeit von E) eine stetige Aenderung der Temperatur während der Dauer der Versuchsgruppe voraussetzt, eine Bedingung, die wenigstens von circa 80^0 C (gegen 0^0) stets sicher erfüllt ist. (Siehe Tabelle § 8.)

§ 13. Aus den Grössen λ_1 und l_1 berechnen sich die in den am Schluss der Abhandlung angehängten Tabellen angegebenen, wirklichen Verlängerungen λ und l pro Meter des untersuchten Drahtes für die Belastungen π_2 und π_1. Die folgenden Formeln liefern das 1000 fache der Verlängerung des Meters in mm.

$$\lambda = \{0{,}0063079 \cdot \lambda_1 - 0{,}000\,000\,000\,3\,[(n_0 + \lambda)^3 - n_0^3]\} \cdot 2 \cdot 1000 \qquad \text{F)}$$

$$l = \{0{,}0063079 \cdot l_1\} \cdot 2 \cdot 1000 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \text{G)}$$

VI. Der primäre und sekundäre Modul.

§ 14. Die Bedeutung und Bestimmung der Grössen ϱ und δ habe ich in (1885. Heft 1. § 18 und § 19) des Näheren erörtert. Hier mag eine kurze Fassung bezüglich dieser Elemente der Versuche gestattet sein. Wenn der Draht 5 mal an- und abgespannt wird, so zeigt er nach den in (1885. Heft 1.) niedergelegten Versuchsergebnissen etwa während der 4. und 5. Deformation selbst bei höheren Temperaturen vorübergehend ein Verhalten, wie ein vollkommen elastischer Körper. Da in diesem elastischen Zustande seine Verlängerung und Verkürzung gleich und zwar λ ist, so ist, wenn wir den Wert des sekundären Elastizitätsmoduls mit E_s bezeichnen:

$$E_s = \frac{\pi_2}{\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \text{H)}$$

Bezeichnet ferner E_p den primären E — M, und ist l_0 die elastische Dehnung, welche der Draht, der schon vor dem Einklemmen in den

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Apparat durch Anwendung verschiedener Ziehlöcher gerade gemacht worden war, durch π_1 erfahren, so hat man:

$$E_p = \frac{\pi_1}{l_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}$$

Unmittelbar nach dem 5maligen An- und Abspannen, wenn der Draht wieder nur mehr unter dem Zuge π_1 steht und dabei eine Verlängerung l gegenüber seinem Zustande vor der wiederholten Deformation zeigt, ist:

$$E_s = \frac{\pi_1}{l_0 + l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{K)}$$

Aus Gl. H) und K) ergibt sich:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{\pi_2}{\pi_1 \lambda - \pi_2 l}$$

und daraus

$$\frac{\pi_1}{l_0} = \frac{\pi_2}{\lambda - \frac{\pi_2}{\pi_1} l} = \frac{\pi_2}{\lambda - kl}.$$

Sonach ist:

$$E_p = \frac{\pi_2}{\lambda - kl} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{L)}$$

oder, wenn

$$kl = \varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{M)}$$

$$E_p = \frac{\pi_2}{\lambda - \varrho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{N)}$$

$$E_p = \frac{\pi_2}{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{O)}$$

wenn

$$\lambda - \varrho = \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{P)}$$

gesetzt wird.

§ 15. Der Unterschied zwischen dem primären und sekundären Elastizitätsmodul, also die Variation des Moduls für einen bestimmten Fall, beträgt:

$$E_p - E_s = \frac{\pi_2}{\lambda} \cdot \frac{\varrho}{\lambda - \varrho} = E_s \cdot \frac{1}{\frac{\lambda}{\varrho} - 1}$$

oder

$$E_p - E_s = \frac{\pi_2}{\delta} \cdot \frac{\varrho}{\lambda} = E_p \cdot \frac{\varrho}{\lambda}.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ferner ist:

$$E_p = E_s \cdot \frac{1}{1 - \frac{\varrho}{\lambda}} \quad \text{und} \quad E_s = E_p\left(1 - \frac{\varrho}{\lambda}\right)$$

Während z. B. für Kupfer von 10^0 C bei einem gewissen elastischen Zustande des Drahtes sich $E_s = 12905$ ergab, betrug $E_p = 13873$; der selbst bei konstanter Temperatur mit der Zeit im allgemeinen veränderliche Unterschied $E_p - E_s$ hatte somit den erheblichen Wert 968.

§ 16. Die Tabellen am Schlusse der Abhandlung lassen entnehmen, dass bei konstanter Temperatur $b_1 - a_1$ die grösste Dehnung ist, indes die Verlängerung $b_5 - a_5$ die im allgemeinen kleinste und gleich den Verkürzungen $b_\nu - c_\nu$ ist. Daraus könnte man verleitet sein, den Schluss zu ziehen, wie dies *Tomlinson*[1]) gethan hat, es nähme der E — M bei fortgesetztem Deformieren zu. Allein das gerade Gegenteil ist richtig. Ich habe mir bereits früher gestattet, einige Bemerkungen[2]) zur eben erwähnten Arbeit zu machen, muss jedoch hier nochmal kurz auf die Frage, ob von der 1. zur 5. An- und Abspannung eine Erniedrigung oder Erhöhung des E — M stattfindet, eingehen, um einer, wie mir scheint, ziemlich allgemein bestehenden Ansicht entgegen zu treten.

Ist nämlich E′ der E — M, welcher dem Zustande des Drahtes während oder nach der 1. Belastung mit $\pi_1 + \pi_2$ entspricht, sowie l′ die Längenzunahme, welche die Längeneinheit des Drahtes bei der ständigen Belastung π_1 nach der 1. Be- und Entlastung zeigt, endlich λ' die Verkürzung der Längeneinheit des Drahtes bei der 1. Entlastung, so hat man unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen:

$$E_p = \frac{\pi_1}{l_0}; \qquad E_s = \frac{\pi_2}{\lambda};$$

$$E_p' = \frac{\pi_1 + \pi_2}{l_0 + l' + \lambda'}; \qquad E_s = \frac{\pi_1}{l_0 + l};$$

wo l die ganze Längenzunahme der Längeneinheit des Drahtes von der 1. bis 5. Be- und Entlastung nach der hier eingeführten Bezeichnung bedeutet. Nun ergibt sich aus den beiden letzten Gleichungen:

---

1) *H. Tomlinson*, Phil. Trans. 1883. p. 1.

2) A. Miller, Annalen d. Physik etc. 1885. Bd. 25. S. 450.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$l_0 = \frac{\pi_1 \lambda - \pi_2 l}{\pi_2}$$

und folglich:

$$E' = \frac{(\pi_1 + \pi_2)\pi_2}{\pi_1 \lambda - \pi_2 (l - l') + \pi_2 \lambda'}$$

Da aber nach den Erfahrungen, welche die Tabellen ausweisen, $\lambda' = \lambda$ genommen werden darf, so ist:

$$E' = \frac{(\pi_1 + \pi_2)\pi_2}{(\pi_1 + \pi_2)\lambda - \pi_2 (l - l')} \quad \text{oder} \quad E' = \frac{\pi_2}{\lambda - \frac{\pi_2}{\pi_1 + \pi_2}(l - l')}.$$

Weil aber bei Metallen stets $l > l'$, so ist:

$$E' > E_s.$$

Der E — M ist also nicht nur nach der 1. Belastung mit π_2 kleiner als vor derselben, sondern weil auch, nahezu

$$E' = \frac{\pi_1}{l_0 + l'},$$

also $E_p > E'$ gesetzt werden darf,

$$E_p > E' > E_s.$$

Während also der Draht fortgesetzt und ununterbrochen Verlängerungen und Verkürzungen ausgesetzt ist, sinkt sein Elastizitätsmodul von der ursprünglichen Höhe E_p vor der Deformation bis zu einer gewissen Grenze E_s herab, in der angelangt, er sich wie ein vollkommen elastischer Körper verhält.

Die Dehnungen nehmen, wie ich schon (1885. Heft 1. § 44) hervorgehoben, nur deshalb scheinbar ab, weil auch π_1 infolge der Aenderung des E — M durch die Deformation eine Verlängerung des Drahtes hervorbringt, die irrtümlich ebenfalls der Belastung π_2 zugeschrieben, durch dieselbe aber nur mittelbar veranlasst wird. Man geht eben bei der üblichen Methode zur Bestimmung des longitudinalen E — M von der für mich zweifellos unrichtigen Ansicht aus, die ständige Belastung π_1 sei auf das Resultat von keinem Einfluss. Und dieser Irrtum wiederum entspringt aus der Vernachlässigung der elastischen Nachwirkung, von der jede Dehnung begleitet ist, oder dem „Nachwirkungsrückstande“, wie ich diese Verlängerung l in (1885. Heft 1. § 18) nannte.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die in den Lehrbüchern der Physik meist enthaltene Vorschrift, mit der Ablesung abzuwarten, bis der Draht seine ursprüngliche Länge wieder angenommen hat, behebt die Mängel nicht, da die successive Längenänderung bei konstanter Spannung nur infolge einer Elastizitätsänderung denkbar ist.

VII. Die Versuche.

§ 17. Die untersuchten Substanzen waren:

1) die einfachen Metalle: Platina, Eisen, Silber, Kupfer, Zink und Blei;
2) die Legierungen: Messing und Neusilber; und
3) die organischen Stoffe: Fischbein und Kautschuk.

Nur den Kupferdraht habe ich als chemisch reinen bezogen. Die übrigen Stoffe waren derart, wie sie im Handel vorkommen. Die nicht organischen Stoffe wurden, ausgenommen Zink und Blei, chemisch analysiert. Das Ergebnis dieser Analyse[1]) lasse ich hier folgen.

Platindraht No. II	97,11 % Platin;
Silberdraht	98,88 % Silber;
Kupferdraht No. II	99,88 % Kupfer;
Eisendraht No. III	99,55 % Eisen;
Messingdraht	68,10 % Kupfer; 31,74 % Zink; 0,16 % Blei;
Neusilberdraht	62,86 % Kupfer; 27,44 % Zink; 0,12 % Blei; 9,58 % Nickel.

Die Versuche schlossen sich zeitlich enge an die in (1885. Heft 1.) beschriebenen an. Es wurden nämlich die in der eben zitierten Abhandlung: „Beitrag zur Kenntnis der Molekularkräfte“ dargelegten Versuche

1) Die Analyse wurde im chemischen Laboratorium unserer Anstalt, der k. Kreis-Realschule München, von meinem sehr verehrten Herrn Kollegen *Max Fuchs*, k. Reallehrer für Chemie und Naturgeschichte, ausgeführt. Ich danke ihm hiemit für seine kollegiale Freundlichkeit und Bemühung bestens.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

bei gewöhnlicher Temperatur ausgeführt, und diesen folgten an den gleichen Individuen die hier behandelten bei höheren Temperaturen.

Der eingespannte Draht ward zuerst bei gewöhnlicher Temperatur geprüft, dann diese auf circa 100^0 C erhöht, auf dieser Höhe etwa 30 Minuten erhalten, der Draht dann wieder geprüft und sodann nach Absperrung des Dampfes die Prüfung von ungefähr 10 zu 10 Graden wiederholt, wodurch die in den am Schlusse der Abhandlung angefügten Tabellen A verzeichneten Versuchsgruppen entstanden. Die letzte Versuchsgruppe, bei wieder vollständig abgekühltem Drahte, wurde in der Regel erst anderentags vorgenommen.

Um zu erfahren, ob nach wiederholten Erwärmungen und Erkaltungen der sekundäre Modul E_s einen anderen Verlauf habe, als bei der ersten Erkaltung, wurde dann der Draht in der Regel an jedem der folgenden 3 Tage bis 100^0 C erwärmt, auf dieser Temperatur wieder etwa 30 Minuten belassen und nachher der Dampf jedesmal abgesperrt. Bei diesen 3 Abkühlungen fanden Prüfungen auf die Elastizität nicht statt, dagegen wurden stets die nötigen Temperatur- und Skalenablesungen gemacht, um den thermischen Ausdehnungskoëffizienten α nach Formel A (§ 12) berechnen zu können.

Erst bei der nächsten, also 5. Erwärmung, respektive der darauf folgenden Erkaltung, wurde der Draht wieder wie früher auf seine Elastizität geprüft. — Tabellen B —. Die ständige Belastung π_1 war für eine Substanz stets die gleiche, weil, wie schon erwähnt, von ihr die Grösse der elastischen Dehnungen abhängig ist. Die Belastung π_2 wurde, wo bei höheren Temperaturen Streckungen zu befürchten waren, entsprechend verkleinert.

§ 18. Die in § 14 ausgeführten Berechnungen beruhen nämlich darauf, dass die Verlängerungen l nur vorübergehend bestehen, somit keine Streckungen enthalten. Es wurden die Drähte vor Beginn der Versuche gestreckt und nachher verhältnismässig nur kleine Belastungen π_2 verwendet. Die zweite Prüfung auf die Elastizität, bei der fünften Abkühlung also, bietet selbstverständlich eine grössere Garantie, dass Streckungen nicht vorhanden sind, als die erste.

Ausserdem wurde am Schlusse der Untersuchung eines Drahtes noch berechnet, wie viel Skalenteile x von der Summe $V = d_1 \Sigma(b_\nu - c_\nu)$ der

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

in den aufeinanderfolgenden Versuchsgruppen entstandenen Nachwirkungsrückständen l bis zum Beginn der letzten Versuchsgruppe N verschwunden waren. Wird nämlich die Kontrolle zwischen den Gruppen N und N_1 vorgenommen, und bezeichnet b den wirklichen Abstand der Zeigerstellungen für den Beginn beider Gruppen und F (= n) die Anzahl der Skalenteile, um welche sich die Zeigerstellung infolge der auftretenden Temperaturdifferenzen $(t_1 - t_0)$, $(T_1 - T_0)$, $(\tau_1 - \tau_0)$ geändert hat, so ist:

$$V + F - b - x = o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad Q),$$

worin F sich aus Gl. C) berechnet. Da $b - F = V - x$, so gibt die erste Differenz den noch bestehenden Rückstand der $E - N$ an.

VIII. Die Tabellen.

§ 19. An das Ende dieser Abhandlung sind die Versuchsergebnisse bei den einzelnen hier durchforschten Substanzen in Tabellen angefügt. Obgleich hiedurch die Arbeit nicht unwesentlich an Umfang zunimmt, glaubte ich dennoch die Versuchsergebnisse wenigstens soweit mitteilen zu sollen, dass sie in den wesentlichsten Punkten eine Kontrolle und etwaige weitere Ausnützung gestatten.

Für jede untersuchte Substanz ergeben sich 2 Tabellen. Die eine, mit A bezeichnet, gibt immer die Versuchsresultate bei der ersten, die andere mit B bezeichnet, bei der fünften Abkühlung an. Diese Tabellen sind der Mustertabelle in § 6 ganz konform angelegt, soweit zulässig, jedoch verkürzt. In den mit B kennbar gemachten Tabellen sind die Rubriken ν, z, (T_0 und T_1), (τ_0 und τ_1) weggelassen. Von den Temperaturen des Drahtes ist nur mehr jene t angegeben, die dem Mittel zwischen $\nu = 4$ und $\nu = 5$ jeder N entspricht. Bei den Tabellen A fehlen ausserdem auch noch die Rubriken l, ϱ und δ, da bei der ersten Abkühlung befürchtet werden musste, es möchten in den beobachteten Werten l auch Streckungen enthalten sein. Wie noch gezeigt werden wird, ist die Befürchtung nicht durchwegs begründet, aber jedenfalls bieten die Tabellen B ein höheres Interesse dar als die Tabellen A. Es wird nochmal daran erinnert, dass die Zahlen λ, l, ϱ und δ das 1000fache der von π_2 kg hervorgebrachten Verlängerungen sind, gemessen in mm, bei einer Drahtlänge von 1^m. Nur bei den organischen Substanzen sind die Verlängerungen in einfachen Skalenteilen angegeben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

IX. Die graphische Darstellung der Versuchsergebnisse.

§ 20. Um einen Ueberblick über die gewonnenen Versuchsergebnisse zu erhalten, habe ich dieselben graphisch dargestellt. (Siehe die angefügten Tafeln.)

Die Temperaturen sind als Abscissen, die zugehörigen Werte von $\lambda' = \frac{\lambda}{\pi_2} = \frac{1}{E_s}$ und $\delta' = \frac{\delta}{\pi_2} = \frac{1}{E_p}$ als Ordinaten aufgetragen. Dem λ' entspricht die Temperatur t, indes t_0 dem δ' zukommt. Dieses Verfahren, welches einen Vergleich der bei den verschiedenen Stoffen gewonnenen Resultaten ermöglichet, wurde bei allen Substanzen, die organischen ausgenommen, eingehalten. Bei letzteren wurde λ und δ selbst aufgetragen.

Die mit A_λ benannte Linie bei jeder Substanz stellt, der Bezeichnung in den Tabellen entsprechend, das Ergebnis der Beobachtung bei der ersten, die mit B_λ bezeichnete jenes bei der fünften Abkühlung dar. B_δ bezieht sich auf die Werte δ', wie A_λ und B_λ auf jene λ'.

In den graphischen Darstellungen finden sich ausser den eben bezeichneten Linien A_λ, B_λ, B_δ noch isolierte Punkte ⊛, die zu diesen Linien gehören und entsprechend mit A_λ, B_λ, B_δ benannt sind. Sie stellen die Ergebnisse der Versuchsgruppen NI^a vor der jeweiligen Erwärmung dar.

X. Die thermische Konstante.

§ 21. Angesichts der Linien B_λ für die Metalle und Legierungen wurde es versucht, die Abhängigkeit des sekundären Elastizitätsmoduls E_s von der Temperatur t durch die Relation:

$$E_s = E_0(1 + \gamma t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad R)$$

darzustellen, worin E_0 denselben Modul bei der Temperatur 0^0 und γ jene Konstante bezeichnet, die ich eingangs (§ 1) mit dem Namen: thermische Konstante des sekundären Elastizitätsmoduls belegte. Der Wert von γ wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt, welche

$$\gamma = \frac{\Sigma t \cdot \Sigma \frac{1}{\lambda} - n \cdot \Sigma \frac{t}{\lambda}}{\Sigma t \cdot \Sigma \frac{t}{\lambda} - \Sigma \frac{1}{\lambda} \cdot \Sigma t^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad S)$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

liefert, worin n die Anzahl der zur Berechnung[1]) des γ benützten Beobachtungspaare von t und λ bedeutet.

§ 22. Zur Berechnung des Wertes γ für die einzelnen Substanzen wurden in der Regel alle Versuchsgruppen N herangezogen. Nur in ganz wenigen Fällen wurde die Versuchsgruppe mit der höchsten, sowie niedrigsten Temperatur t hievon ausgeschlossen, weil λ ganz auffallend von dem allgemeinen Verlauf dieser Grösse abweicht. Obwohl es gegen die Regel ist, solche Werte auszuschliessen, so schien dies hier dennoch angezeigt, da die Abweichung aus einer Fehlerquelle des Apparats oder in dem jeweiligen Zustande des Versuchsobjektes ihre Erklärung findet. Die Berechnung des λ_1 aus Gl. E) setzt eine stetige Aenderung der Temperatur t voraus. Die Erfahrung lehrte nun, dass beim Siedepunkt die Temperatur im Dampfmantel kleinen Schwankungen während der Ablesung unterworfen sein kann. Dies kann bewirken, dass λ zu klein ausfällt. Wenn daher λ der Gruppe N I gleich oder kleiner als jenes der N II sich ergab, so ward es von der Rechnung ausgeschlossen. Was den anderen Fall der Ausschliessung anlangt, so darf nicht übersehen werden, dass die Versuchsgruppe, bei gewöhnlicher Temperatur in der Regel erst am Tage, der dem, an welchem die Erwärmung statt hatte, folgte, ausgeführt wurde. In einem Zeitraume von mindestens 12^h kann die Elastizität sich ganz erheblich ändern. Aus ähnlichen Erwägungen wurde das λ aus N I^a niemals in die Berechnung von γ eingezogen.

§ 23. Aus Gl. R) folgt:

$$\lambda_0 = \lambda(1 + \gamma t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{T)}$$

und

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1 + \gamma t},$$

worin λ_0 der Temperatur 0^0 des Drahtes entspricht. Um zu ersehen, mit welcher Genauigkeit sich der Zusammenhang zwischen t und E_s resp. t und λ durch die Gl. R) darstellen lässt, habe ich aus 3 passend gewählten Beobachtungszahlenpaaren λ und t einen Mittelwert von λ_0 gesucht und sodann für die beobachteten t das λ berechnet. Die be-

---

1) Hiebei hat mich Herr Telegraphen-Assistent *J. Koch* wesentlich unterstützt, wofür ich ihm hiemit danke.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

rechneten und beobachteten Werte von λ in mm nebst ihren Differenzen Δ sind in den folgenden Uebersichten mit aufgenommen. Mit ganz wenigen Ausnahmen findet zwischen diesen Zahlen jene Uebereinstimmung statt, die man nach dem Grade der Genauigkeit der Messung erwarten muss, wenn der Zusammenhang von λ und t in Gl. R) seinen mathematischen Ausdruck finden soll. Es folgen nun die aus den Tabellen B (§ 19) entnommenen Uebersichten. λ', l' ϱ' δ' sind die auf die Belastung $\pi_2 = 1$ reduzierten Werte von λ, l, ϱ und δ der mit B bezeichneten Tabellen (§ 20).

§ 24.

1) **Silber** B. — Berechnet aus N I bis N VII.

$\gamma = -0{,}0007776.$

N	t	λ'	l'	ϱ'	δ'	λ beob.	λ berech.	Δ
Ia	5,8	136,50	3,08	5,93	130,60	—	—	—
I	97,1	146,90	7,66	14,96	131,94	0,6965	0,6969	— 0,0004
II	74,5	144,20	9,58	18,39	125,80	0,6836	0,6839	— 0,0003
III	60,9	142,60	4,62	8,88	133,70	0,6762	0,6763	— 0,0001
IV	45,7	141,40	3,19	4,22	137,20	0,6702	0,6680	+ 0,0022
V	33,8	139,50	4,16	7,97	131,50	0,6612	0,6617	— 0,0005
VI	22,1	138,40	2,72	5,21	133,20	0,6559	0,6555	+ 0,0004
VII	10,7	136,90	2,83	5,42	131,50	0,6488	0,6497	— 0,0009
VIII	7,4	137,50	1,73	3,31	134,20	—	—	—

2) **Platina** II. B. — Berechnet aus N II bis N VII.

$\gamma = -0{,}0003636.$

N	t	λ'	l'	ϱ'	δ'	λ beob.	λ berech.	Δ
Ia	6,3	50,84	0,52	1,13	49,71	—	—	—
I	97,0	51,93	0,84	1,85	50,08	—	—	—
II	71,5	52,16	0,61	1,35	50,81	0,4751	0,4756	— 0,0005
III	59,6	52,02	0,22	0,48	51,54	0,4738	0,4735	+ 0,0003
IV	42,9	51,61	0,55	1,13	50,48	0,4701	0,4706	— 0,0005
V	29,1	51,47	0,42	0,91	50,56	0,4688	0,4682	+ 0,0006
VI	17,6	51,08	0,59	1,29	49,78	0,4653	0,4662	— 0,0009
VII	5,5	50,95	0,01	0,02	50,93	0,4641	0,4642	— 0,0001

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

3) **Kupfer** II. B. — Berechnet aus N I bis N VIII.

$\gamma = -0{,}0009983.$

N	t	λ'	Γ'	ϱ'	δ'	λ beob.	λ berech.	Δ
Ia	10,7	77,20	2,45	5,38	71,82	—	—	—
I	96,9	85,00	6,28	13,76	71,24	0,7563	0,7561	+ 0,0002
II	75,4	82,80	6,27	13,70	69,10	0,7363	0,7385	— 0,0022
III	64,3	81,70	4,21	9,24	72,40	0,7271	0,7298	— 0,0027
IV	50,7	80,80	4,06	8,89	71,90	0,7190	0,7193	— 0,0003
V	40,9	79,90	3,63	7,96	71,94	0,7112	0,7120	— 0,0008
VI	30,5	79,25	2,53	5,53	73,72	0,7052	0,7043	+ 0,0009
VII	22,5	78,45	2,10	4,60	73,85	0,6981	0,6986	— 0,0005
VIII	11,3	77,60	1,72	3,76	73,84	0,6905	0,6907	— 0,0002

4) **Eisen** III. B. — Berechnet aus N II bis N VIII.

$\gamma = -0{,}0003760.$

N	t	λ'	Γ'	ϱ'	δ'	λ beob.	λ berech.	Δ
Ia	7,5	52,51	0,02	0,03	52,48	—	—	—
I	97,2	54,67	1,61	2,48	52,19	—	—	—
II	76,4	54,73	1,82	2,80	51,93	0,8221	0,8220	+ 0,0001
III	66,4	54,46	0,74	1,14	53,32	0,8180	0,8188	— 0,0008
IV	57,5	54,34	0,83	1,28	53,06	0,8162	0,8160	+ 0,0002
V	47,1	54,10	0,79	1,22	52,88	0,8126	0,8128	— 0,0002
VI	36,9	53,84	0,73	1,12	52,73	0,8087	0,8096	— 0,0009
VII	28,6	53,71	0,52	0,78	52,93	0,8067	0,8069	— 0,0002
VIII	19,3	53,54	0,26	0,40	53,14	0,8042	0,8042	± 0,0000
IX	6,9	52,60	0,55	0,85	51,75	—	—	—

5) **Messing** B. — Berechnet aus N I bis N IX.

$\gamma = -0{,}0004726.$

N	t	λ'	Γ'	ϱ'	δ'	λ beob.	λ berech.	Δ
Ia	8,6	93,96	0,57	0,96	93,00	—	—	—
I	96,9	98,14	1,53	2,61	95,53	0,7741	0,7746	— 0,0005
II	80,8	97,29	2,34	3,98	93,31	0,7674	0,7685	— 0,0011
III	66,8	96,89	—1,31	— 2,22	99,11	0,7642	0,7632	+ 0,0010
IV	53,5	95,99	0,96	1,63	94,36	0,7571	0,7583	— 0,0012
V	40,1	95,57	1,79	3,04	92,53	0,7538	0,7549	— 0,0011
VI	33,8	95,25	1,36	2,31	92,94	0,7513	0,7511	+ 0,0002
VII	24,9	95,09	1,31	2,22	92,87	0,7500	0,7480	+ 0,0020
VIII	16,7	94,22	2,08	3,54	90,68	0,7432	0,7450	— 0,0018
IX	8,3	93,96	0,76	1,31	92,65	0,7411	0,7428	— 0,0017

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

6) **Neusilber** B. — Berechnet aus N I bis N V.

$\gamma = -0{,}0006536.$

N	t	λ'	Γ'	ϱ'	δ'	λ beob.	λ berech.	Δ
Ia	7,0	71,55	1,18	0,99	70,56	—	—	—
I	56,3	74,51	1,92	1,58	72,93	0,2645	0,2640	+ 0,0005
II	45,4	73,61	0,82	0,68	72,93	0,2613	0,2620	— 0,0007
III	32,0	73,30	2,73	2,25	71,05	0,2602	0,2597	+ 0,0005
IV	18,7	72,36	3,80	3,15	69.21	0,2568	0,2574	— 0,0006
V	6,9	72,12	1,04	0,87	71,25	0,2560	0,2554	+ 0,0006

§ 25. Bei den Metallen Zink und Blei wurde, da die Linie B_λ es zweifelhaft erscheinen liess, ob Gl. R) anwendbar sei, γ ohne Benützung der Methode der kleinsten Quadrate auf nachfolgende Weise annähernd bestimmt, nachdem bei den übrigen Metallen erprobt worden war, dass γ auf beide Arten berechnet, in der ersten Stelle nicht abweicht. Eine höhere Genauigkeit kann aber von den Versuchsergebnissen bei diesen Metallen überhaupt nicht erwartet werden.

1) **Zink** B. — Berechnet aus N II und N VI ergab sich:

$$\gamma = -\frac{129{,}0 - 105{,}3}{105{,}3\,(71{,}6 - 4{,}3)} = -0{,}0033.$$

N	t	λ'	Γ'	ϱ'	δ'	λ beob.	λ berech.	Δ
Ia	5,5	97,0	37,4	376,6	— 279,6	—	—	—
I	97,2	120,6	56,9	574,2	— 453,6	0,1320	0,1527	— 0,0207
II	71,6	117,9	25,1	253,3	— 135,4	0,1290	0,1358	— 0,0068
III	40,2	105,9	67,3	677,5	— 571,6	0,1159	0,1281	— 0,0122
IV	20,1	100,3	63,1	636,9	— 536,6	0,1097	0,1111	— 0,0014
V	8,8	98,7	37,4	376,7	— 278,0	0,1080	0,1068	+ 0,0012
VI	4,3	96,2	20,2	203,2	— 107,0	0,1053	0,1052	+ 0,0001

2) **Blei** B. — Berechnet aus N III und N V.

$$\gamma = -\frac{86{,}6 - 76{,}7}{76{,}7\,(26{,}9 + 0{,}6)} = -0{,}0047.$$

N	t	λ'	Γ'	ϱ'	δ'	λ beob.	λ berech.	Δ
I	74,1	523,8	104,4	207,1	316,7	0,0923	0,1053	— 0,0130
II	52,8	512,5	6,8	13,6	498,8	0,0903	0,0934	— 0,0031
III	26,9	491,5	32,9	65,3	426,2	0,0866	0,0785	+ 0,0081
IV	12,5	464,8	19,9	39,7	425,1	0,0819	0,0729	+ 0,0090
V	— 0,6	435,3	17,0	33,5	401,8	0,0767	0,0684	+ 0,0083

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

§ 26. Während also der S. E-M (E_s) der in § 24 behandelten Substanzen sich mit der wünschenswerten Genauigkeit durch die Gl. R) darstellen lässt, weisen auch die Uebersichten des § 25 für die dort behandelten Substanzen trotz der nur angenäherten Berechnung von γ noch annehmbare Resultate auf. Der nur einmalige Zeichenwechsel von Δ dürfte seinen Grund zunächst in der nur näherungsweisen Berechnung von γ haben. Die organischen Substanzen folgen, wie die graphischen Darstellungen und Tabellen zeigen, der Gl. R) nicht.

§ 27. Es war noch zu prüfen, ob die Werte l Streckungen enthalten. Zu dem Behufe wurde aus Gl. Q) nach den Tabellen A und B der Wert für x berechnet. Es folgt hierüber eine Uebersicht, worin N die Versuchsgruppe und der Index die Beobachtungreihe ν, innerhalb deren die Kontrolle geübt wurde, bezeichnen. Ferner bedeutet $d_1 \Sigma l$ die innerhalb der beigesetzten N entstandene und x die verschwundene Grösse der elastischen Nachwirkung. Es ist endlich Δ_1 die Differenz dieser Werte, d. h. der noch bestehende Nachwirkungsrückstand, nachdem der Draht über Nacht — ausgenommen die mit * bezeichneten Fälle — nur unter der Belastung π_1 gestanden war. Bezüglich der mit * bezeichneten Δ_1 gibt Rubrik „Dat“ der Tabellen näheren Aufschluss.

Substanz	A				B			
	N	$d_1 \Sigma l$	x	Δ_1	N	$d_1 \Sigma l$	x	Δ_1
Silber . . .	I_1^a — VII_1	17,0	5,4	+ 11,6*	I_1^a — VIII_1	15,6	12,1	+ 3,5
Platina . .	I_1^a — VII_1	2,5	4,4	— 1,9*	I_1^a — VII_1	2,9	4,1	— 1,2
Kupfer . .	I_1^a — VIII_1	24,1	26,0	— 1,9	I_1^a — VIII_1	24,3	18,7	+ 5,6
Eisen . . .	I_1^a — VIII_1	8,4	10,0	— 1,6	I_1^a — IX_1	9,5	8,9	+ 0,6
Messing . .	I_1^a — VIII_1	3,3	8,0	— 4,7	I_1^a — IX_1	7,3	7,2	+ 0,1
Neusilber .	I_1^a — V_1	3,3	5,6	— 2,3*	I_1^a — V_1	4,1	4,5	— 0,4
Zink . . .	I_1 — VI_1	33,2	4,5	+ 28,7	I_1^a — IX_1	30,2	14,2	+ 16,0
Blei . . .	—	—	—	—	—	—	—	—

Die positiven Δ_1 geben den noch bestehenden Nachwirkungsrückstand beim Beginn der Versuchsgruppe, welche den in der Uebersicht bezeichneten zunächst folgt, an. Der negative Wert von Δ_1 ist wohl so zu deuten, dass auch Nachwirkungsrückstand, der schon vor Beginn der Versuchsgruppen entstanden war, verschwunden ist. Aus den positiven Werten von Δ_1 kann noch nicht gefolgert werden, dass $d_1 \Sigma l$ Streckungen enthalte,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

da die Zeit zu kurz gewesen sein konnte, um $\Delta_1 = 0$ werden zu lassen. Der Wert $\Delta_1 : d_1 \Sigma l$ deutet darauf hin, dass der grösste Teil des Rückstandes in verhältnismässig kurzer Zeit verschwunden ist, somit Streckungen selbst beim Auftreten von $+\Delta_1$ nicht wahrscheinlich sind. Nur das Δ_1 bei Zink ist in dieser Hinsicht geeignet, Verdacht zu erregen. Hier waren vermutlich π_1 und π_2 vielleicht auch beide für höhere Temperaturen zu gross gewählt. Daraus mag sich auch der sonst kaum verständliche negative Wert von δ bei diesem Metall erklären. In A herrschen die $-\Delta_1$ gegen mein Erwarten vor. Dies liess sich jedoch hinterher durch den Umstand erklären, dass vor den Versuchen A mit den Drahtindividuen bei gewöhnlicher Temperatur tagsvorher Dehnungsversuche (§ 17) angestellt worden waren. Die Wärme fördert, wie das Entstehen, so auch das Verschwinden des Nachwirkungsrückstandes, d. h. die Drehung der Moleküle. Also kann bei der tagsdarauf folgenden Erwärmung zu den Versuchen A nicht nur die während dieser entstandene, sondern auch der schon vor denselben vorhanden gewesene Nachwirkungsrückstand wenigstens zum Teil verschwunden sein. Vor der Erwärmung zu den Versuchen B dagegen, haben, wie bekannt, 3 Erwärmungen und Erkaltungen stattgefunden, der Draht ruhte somit unter günstigen Umständen lange genug, um in die Versuche B mit wenig oder ohne Nachwirkungsrückstand einzutreten.

§ 28. In der folgenden Uebersicht sind die Werte γ des thermischen Koëffizienten, wie sie sich aus den Tabellen A und B ergeben, zusammengestellt. Aus den Tabellen A sind sie jedoch nicht nach der Methode der kleinsten Quadrate, sondern nach den in § 25 angewendeten Verfahren bestimmt, somit nur als angenähert zu betrachten.

Substanz	γ aus Tab. A	γ aus Tab. B	Δ_2
Silber	— 0,00085	— 0,0007776	+ 0,00007
Platina	— 0,00018	— 0,0003636	— 0,00018
Kupfer	— 0,00120	— 0,0009983	+ 0,00020
Eisen	— 0,00050	— 0,0003760	+ 0.00012
Messing	— 0,00062	— 0,0004726	+ 0,00015
Neusilber	— 0,00054	— 0,0006536	— 0,00011
Zink	— 0,0040	— 0,0033	+ 0,0007
Blei	— 0,0036	— 0,0047	— 0,0011

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Diese Werte weichen im allgemeinen gerade nicht sehr erheblich, aber in verschiedenem Sinne von einander ab. Es spricht sich nicht entschieden aus, ob eine spätere Erwärmung und Erkaltung einen grösseren oder geringeren Einfluss auf die Aenderung des S. E-M. übt als die erste. Insbesonders aber muss hier erwähnt werden, dass die Wahrnehmung von *Pisati*[1]): erst nach mehreren Erwärmungen und Erkaltungen nehme der Elastizitätsmodul bei einer Temperaturänderung einen stetigen Verlauf, wenigstens für den S. E — M. nicht gilt.

XI. Allgemeine Betrachtungen.

§ 29. Wir haben gesehen, dass sich der sekundäre E-M der Metalle und Legierungen proportional der Temperaturzunahme vermindert, wenn die Temperaturänderung stetig verläuft. Das Fischbein zeigt, wie die graphischen Darstellungen nachweisen, mit Zunahme der Temperatur ebenfalls eine stetige Abnahme des E_s, jedoch ist diese stärker als die Temperaturänderung und verläuft vollkommen regelmässig. Hinsichtlich der Kautschuks lehrt die graphische Darstellung, dass sein sekundärer E-M wie der gewöhnliche longitudinale[2]) mit der Temperaturzunahme nicht ab- sondern zunimmt.

§ 30. Im Gegensatz dazu tritt eine Regelmässigkeit im Verlaufe des primären Elastizitätsmoduls E_p so wenig hervor, dass an eine mathematische Darstellung desselben vorerst nicht gedacht werden kann. Wie indes eine genauere Betrachtung der Linien B_δ zeigt, haben die P. E-M (E_p) aller Metalle und Legierungen doch einen gemeinschaftlichen Charakter: sie alle zeigen bei ungefähr 80^0 C ein absolutes Maximum oder doch ein relatives von E_p an, dem dann gegen 0^0 hin andere Maxima folgen. E_p bei 100^0 und bei circa 0^0 sind bei den nicht leicht schmelzbaren Metallen nur wenig verschieden. E_p scheint somit bei diesen Stoffen durch die Erwärmung des Drahtes auf den Siedepunkt eine nicht sehr erhebliche Veränderung zu erfahren. Nachdem aber bei 100^0 Dehnungen (λ) stattgefunden hatten, treten bei sinkender Temperatur in den nun

1) *Pisati,* Beiblätter, Bd. I. 1877. Seite 305.
2) *G. Schmulewitsch,* Poggendorff's Annalen Bd. 144. 1871. Seite 280.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

folgenden Versuchsgruppen erhebliche Aenderungen von E_p auf. Der Wert von E_p schwankt dann um jenen (von E_p), welcher vor der Erwärmung statt hatte, herum, indes E_s stetig steigt. Ein Blick auf die Kurven B_δ zeigt ferner, dass die Elastizität (E_s) während der Dehnung bei 100^0 erniedriget wird, dann bei nur konstanter Belastung π_1 bis zur nächsten Versuchsgruppe steigt (E_p), um während dieser wieder zu sinken, aber nicht mehr auf den früheren Stand, so dass E_s stetig steigen muss.

§ 30. Man wird wohl annehmen dürfen, es messe E_s die gesamte innere Reaktion der elastischen Kräfte, welche durch eine Verschiebung der Moleküle erregt worden ist. Dieser S. E-M scheint aber während einer stetigen Temperaturänderung zunächst von dieser abhängig zu sein. Bei konstanter Temperatur sind bei in nicht zu grossen Zeitintervallen aufeinanderfolgenden Versuchsgruppen, es mögen die Werte von δ noch so verschieden sein, jene von λ als einander gleich zu betrachten. Ich habe dies in einer früheren Untersuchung (1885. Heft 1) für gewöhnliche Temperaturen oft wahrgenommen. (Siehe auch § 2.) Aber auch bei 100^0 habe ich mit Zink und Blei je zwei Versuchsgruppen ausgeführt, zwischen denen der Draht etwa 5 Minuten ruhte, d. h. nur mit π_1 belastet war. Zink ergab in der einen Versuchsgruppe $\lambda = 18{,}2$, in der andern $\lambda = 17{,}7$, Blei sogar jedesmal $\lambda = 14{,}5$ Sktl., indes ϱ Werte zeigte, deren einer das Mehrfache des anderen bei demselben Metalle war.

§ 31. Anders gestalten sich die Verhältnisse für den P. E-M (E_p). Dieser hängt augenscheinlich nicht nur von der Temperatur, sondern auch von der Zeit ab, die seit der vorhergehenden Dehnung verstrichen ist. Dies lehren ebenfalls meine früheren Versuche (1885. Heft 1) bei gewöhnlichen Temperaturen. Auch die Grösse der vorhergegangenen Dehnung dürfte bei dem Vorgange eine Rolle spielen. Der Temperatur muss jedoch der vorwiegende Einfluss zugeschrieben werden.

§ 32. Wenn man die Verlängerung l, als die allein beobachtbare Differenz der elastischen Nachwirkungen, von welchen jede Verlängerung sowohl, als Verkürzung des Drahtes begleitet ist, betrachtet, so wird man kaum irren. Ich habe deshalb schon in der Abhandlung (1885. Heft 1) l mit dem Namen „Nachwirkungsrückstand“ belegt. Nach der *Weber-Kohlrausch*'-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

schen Hypothese soll aber die Nachwirkung oder vielmehr die sie bedingende Aenderung der inneren Reaktion der Molekularkräfte eine Folge der Drehung der Moleküle sein, von welcher deren Verschiebung begleitet ist.

Noch ist die Bekanntschaft mit dem Einflusse von Temperatur, Zeit und Verschiebung auf die Drehung der Moleküle zu gering, um den Verlauf des E_p resp. der Kurven B_δ befriedigend erklären zu können. Allein im Widerspruche mit der *Weber-Kohlrausch'*schen Hypothese steht ihr allgemeiner Charakter nicht.

Nach dem Abkühlungsgesetz nämlich ist im allgemeinen die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Versuchsgruppen N bei höheren Temperaturen kleiner als bei niedrigen, indes die Verschiebungsbeträge mit der Temperatur abnehmen. In den aufeinanderfolgenden Versuchsgruppen während der stetigen Abkühlung wirken sonach Temperatur und Verschiebung in gleichem Sinne auf die Drehung der Moleküle, indem die Grösse ihrer Wirkung immer kleiner wird, dagegen die Zeit wegen der Zunahme ihres Intervalls einen entgegengesetzten Einfluss auf diese Drehung nimmt, indem sie deren Wirkung vergrössert. Dadurch würde das rasche Steigen des E_p zwischen der Gruppe N I und N II, wobei die Zeit kurz, Temperatur und Verschiebung beträchtlich sind, erklärlich Bei den mittleren Temperaturen halten sich diese widerstrebenden Einflüsse ziemlich die Wage, und schliesslich beherrscht bei niederen Temperaturen die Zeit den elastischen Zustand des Drahtes vor jeder Versuchsgruppe.

§ 33. Das hier für den Verlauf von E_p und besonders E_s Aufgestellte darf vorerst nur unter der Voraussetzung als giltig erachtet werden, dass die Versuche angestellt werden, während die Temperatur sich stetig ändert. Untersucht man ein Drahtindividuum bei derselben Temperatur an verschiedenen Tagen unter sonst gleichen Umständen, so findet man häufig wesentlich verschiedene Werte für E_p.

Aus diesem Grunde kann ich auch den Schluss, als habe der E_s des Eisens zwischen 10^0 und 20^0 C ein Maximum, nicht mehr aufrecht erhalten. (1882. Heft 4.) Vermutlich ist auch manche Abweichung der Versuchsresultate verschiedener Experimentatoren über Elastizität mehr

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

solchen Umständen, als einer elastischen Verschiedenheit des untersuchten Materials zuzuschreiben.

Die Elastizität ist selbst bei konstanter Temperatur, wenn das Gleichgewicht der Molekülarkräfte durch Verschiebung einmal gestört worden ist, für lange Zeit beständigen Veränderungen unterworfen. Die Unbeständigkeit, welche in dieser Hinsicht Herr Prof. *Kohlrausch* im Kautschuk beobachtet hat, findet sich nicht nur bei Fischbein in hohem Masse wieder, sondern ist bei Blei und Zink und, wenn auch in verschiedenem Grade, bei den schwerer schmelzbaren Metallen von mir beobachtet worden.

XII. Die thermische Konstante, der Schmelzpunkt und der thermische Ausdehnungskoëffizient.

§ 34. Ordnet man die untersuchten Metalle nach der Höhe ihrer Schmelztemperatur ψ und vergleicht mit dieser Reihenfolge jene der Werte der thermischen Konstanten γ des S. E-M der einfachen Metalle, so zeigt sich, dass beide Reihen im allgemeinen die umgekehrte Ordnung befolgen. Nur Silber und Kupfer, die in beiden Reihen unmittelbar aufeinanderfolgen, hätten zur Herstellung der vollkommenen Uebereinstimmung in der einen ihre Stellungen zu vertauschen. Beachtet man indes, dass die Schmelzpunkte gerade dieser beiden Metalle verhältnismässig nahe beisammen liegen und verschieden hoch angegeben werden, so dürfte dieser Abweichung ein zu grosses Gewicht nicht beizulegen sein.

Dagegen befolgen die thermischen Ausdehnungskoëffizienten α die gleiche Ordnung, wenn man sie ihrer Grösse nach reiht, wie die thermischen Konstanten γ des sekundären E-M der untersuchten einfachen Metalle; jedoch ist dabei dieselbe Einschränkung bezüglich des Silbers und Kupfers wie vorhin nötig. Dies bestätiget die Aufstellung von *Th. Carnelly* [1]): Ueber die Beziehung zwischen den Schmelzpunkten der Elemente und ihren Ausdehnungskoëffizienten durch Wärme. Auch die Aenderung (ϱ) der Elastizität während der Dehnung bei konstanter Temperatur ist im allgemeinen bei den leichter schmelzbaren Metallen grösser als bei den schwerer schmelzbaren.

1) Beiblätter, 1879. Bd. III. Seite 692.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Substanz	ψ	γ	a
Platina	1700	0,0003636	0,00000899
Eisen	1600	0,0003760	0,00001210
Kupfer	1090	0,0009983	0,00001690
Silber	1000	0,0007776	0,00001921
Zink	423	0,0033	0,00002918
Blei	325	0,0047	0,00002924

Diese Uebersicht lässt wohl einen tieferen Zusammenhang [1]) zwischen der Schmelztemperatur und der thermischen Konstanten des S. E-M vermuten.

XIII. Der longitudinale Elastizitätsmodul nach *Wertheim.*

§ 35. Die umfassensten Versuche über den gewöhnlichen longitudinalen Elastizitätsmodul liegen wohl von *Wertheim* — § 3 — vor. In der fraglichen Abhandlung sind auf Seite 104 die Koëffizienten a der Veränderung des E-M für 1^0 C Temperaturänderung zwischen 0 und 100^0 angegeben. Zwar ist ein Vergleich der *Wertheim*'schen Koëffizienten a mit unserem γ, obwohl die Versuche sich auch auf die Dehnungselastizität beziehen, nicht thunlich, weil sich erstere auf den gewöhnlichen E-M und zwar von angelassenen und nicht wie γ auf den S. E-M von ausgezogenen Drähten beziehen. Dann ferner liegen den Bestimmungen von *Wertheim* grosse Temperaturintervalle zu grunde. Indes dürfte doch die folgende Zusammenstellung der Werte γ und a für die Klarlegung des Unter-

1) Hier mag es gestattet sein, auf folgendes aufmerksam zu machen: Herr *F. Kohlrausch* und *E. Loomis* — Poggendorff's Annalen Bd. 141 — haben die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls E von der Temperatur τ für Eisen, Kupfer und Messing zwischen den Temperaturen 0^0 und 90^0 C untersucht und dieselbe durch die Relation: $E = E_0 (1 - a\tau - b\tau^2)$, in welcher E_0 sich auf $\tau = 0$ bezieht, ferner a und b Konstante bedeuten, dargestellt. Die Autoren selbst sind der Meinung, dass sich eine genäherte Giltigkeit der Formel erheblich über die Versuchsgrenzen hinaus unbedenklich annehmen lässt.

Ich war versucht, die Frage zu stellen: Welcher Wert von τ liefert $E = 0$? Denn im Falle der Giltigkeit der Formel bis zum Uebergang des Metalls in den flüssigen Aggregatszustand könnte man hiebei auf den Schmelzpunkt geführt werden. Benützt man die in der oben erwähnten Abhandlung angegebenen Werte der Konstanten a und b, so ergibt die Gl.: $E = 0$ für Eisen $\tau = 1507^0$ C; Kupfer $\tau = 1127^0$ C; Messing 697^0 C.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

schiedes zwischen dem gewöhnlichen E-M aus dem S. E-M manches Interessante enthalten.

Substanz	γ	a
Platina	— 0,0003636	— 0,001079
Eisen	— 0,0003760	+ 0,000825
Messing	— 0,0004726	— 0,000823
Neusilber	— 0,0006536	—
Silber	— 0,0007776	± 0,000000
Kupfer	— 0,0009983	— 0,000823
Zink	— 0,0033	—
Blei	— 0,0047	—

Nicht einmal durchwegs von derselben Ordnung sind die beiderseitigen Werte, von den übrigen Abweichungen ganz zu schweigen. Diese Differenzen werden nicht allein auf die Verschiedenheiten des untersuchten Materials, oder auf den Umstand zurückzuführen sein, dass *Wertheims* Messungen mit dem Kathetometer nicht den Grad der Feinheit haben, den ich durch Anwendung einer Spiegelskala erreichte, sondern sie sind zweifellos zum grössten Teil in der Nichtberücksichtigung der elastischen Nachwirkung (E-N) bei den *Wertheim*'schen Versuchen begründet, denn gerade diese zeigt sich bei meinen Messungen in den höheren Temperaturen als ausschlaggebend. *Wertheim* hat, wie er auf Seite 19 seiner Abhandlung bemerkt, nach 5 bis 10 Minuten, wenn er das Gleichgewicht eingetreten glaubte, die Längenveränderung abgelesen. Aber innerhalb 5 Minuten kann die E-N besonders bei höheren Temperaturen erhebliche Längendifferenzen erzeugen. Ob nicht, was sehr wahrscheinlich ist, in den vermeintlich bleibenden Verlängerungen auch E-N enthalten ist, scheint *Wertheim* nicht geprüft zu haben. Es darf dieser Umstand wohl als ein Zeichen dafür gelten, wie wenig Bedeutung man der damals schon über ein Dezennium entdeckten E-N noch beilegte. *Wertheim* bestimmte seine E-M nicht aus den Verlängerungen, sondern den Verkürzungen bei Wegnahme der Belastung. Ich halte dies wenigstens insolange nicht für ganz richtig, als man nicht sicher ist, dass E-N nicht im Spiele ist.[1]) Diese hält aber zu lange nach, um nach 5 bis 10′ schon eine Entscheidung

1) A. Miller, Wiedemanns Annalen Bd. 25. 1885. S. 450.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

treffen zu können. Eine geringere Zusammenziehung des Drahtes würde einen grösseren E-M ergeben, indes sie doch eine Verminderung der Elastizität anzeigt, sobald E-N vorhanden ist. Und dies ist immer der Fall.

XIV. Vergleich mit den Ergebnissen anderer verwandter Untersuchungen.

§ 36. Ausser den *Wertheim*'schen sind mir noch die Arbeiten von Herrn Prof. *F. Kohlrausch* und *E. Loomis,* sowie jene von *Pisati* über den Einfluss der Wärme auf die Elastizität bekannt. (§ 1). Die erste Arbeit bezieht sich ausschliesslich auf die Torsion, die zweite wie mir scheint, nur zum grösseren Teil. In dieser wurden mit Eisen und Stahl Dehnungsversuche angestellt. Ein Unterschied zwischen primärem und sekundärem Elastizitätsmodul, wie ich ihn einführte, wurde nicht gemacht und der elastischen Nachwirkung keine Berücksichtigung zu teil. Trotz der sonach geringen Vergleichsfähigkeit scheint mir eine Gegenüberstellung der Resultate Interesse genug zu bieten, um hier vorgenommen zu werden.

In der folgenden Uebersicht ist die Aenderung, welche die Elastizität einer Substanz bei der Erwärmung von 0^0 auf 100^0 C erleidet, in Prozenten angegeben. Und zwar ist ΔE_s die Aenderung des sekundären E-M nach Gl. R) — Platina ausgenommen — berechnet. ΔE wurde aus der ersten Dehnung ($\nu = 1$) der Versuchsgruppen (N) bei der niedrigsten und höchsten Temperatur unter Vornahme der nötigen Korrektur abgeleitet. ΔE bedeutet somit die Aenderung des gewöhnlichen, longitudinalen E-M, wobei man sich zu erinnern hat, dass der infolge der E-N allmähliche Eintritt des Gleichgewichts nicht abgewartet, vielmehr sogleich abgelesen wurde. Die weiteren Rubriken geben die Aenderungen des E-M an, wie sie Professor *Kohlrausch* und *Pisati* gefunden haben.

Man sieht aus dieser Uebersicht, dass in Uebereinsimmung mit den Ergebnissen der Forschungen der eben genannten Autoren, wonach der gewöhnliche E-M mit steigender Temperatur stetig fällt, dies auch für den S. E-M (E_s) der Fall ist. Nur bei Kautschuk tritt das Umgekehrte ein, was aber auch für den gewöhnlichen E-M schon konstatiert worden ist.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Substanz	Δ Es, (%)	Δ E (%)	*Kohlrausch* %	*Pisati* %	Bemerkung
Platina	— 1,97*	— 2,4*	—	—	*5° — 100° C
Eisen	— 3,76	— 5,4	— 5,0	— 1,1**	**20° — 100° C
Messing . , .	— 4,73	— 5,8	— 6,2	—	
Neusilber . . .	— 6,54	—	—	—	
Silber	— 7,78	— 9,4	—	—	
Kupfer	— 9,98	— 13,4	— 6,0	—	
Zink	— 33,0	— 39,0	—	—	
Blei	— 47,0	—	—	—	
Fischbein . . .	— 80,7	— 80,9	—	—	
Kautschuk . . .	+ 114***	+ 134***	—	—	***10° — 30° C

Die Grösse der Aenderung des E-M jedoch, welche Herr *Kohlrausch* gefunden hat, steht mit jener des E_s nicht im Einklang. Es gilt dies nicht nur für die Höhe des Prozentsatzes, sondern auch für das gegenseitige Verhältnis derselben bei den einzelnen Substanzen. Die Aenderung ΔE stimmt mit den *Kohlrausch*'schen Werten bei Eisen und Messing ziemlich überein, hinwiederum bei Kupfer eine ganz bedeutende Abweichung besteht. Während Prof. *Kohlrausch* und *Loomis* finden, dass die mittlere Aenderung des E-M mit der Temperatur bei den von ihnen untersuchten Stoffen: Eisen, Kupfer, Messing nur wenig verschieden ist, stellt sich bei meinen Versuchen in Bezug auf E_s ein unverkennbarer Unterschied heraus. So ist ΔE_s für Kupfer $2\,^2/_3$ mal so gross als für Eisen und 2 mal so gross als für Messing. Weil sich die Begriffe des gewöhnlichen und sekundären Elastizitätsmoduls nicht decken, so dürfen die konstatierten Abweichungen auch nicht befremden. Es lässt sich deshalb trotz der Abweichungen nicht einmal ein Schluss ziehen, ob die Torsionselastizität [1]) durch die Wärme eine andere Aenderung als die der Dehnung erfahre. Die Werte ΔE sind ausnahmslos grösser als ΔE_s, welche Thatsache im nächsten § ihre Erklärung finden wird.

§ 37. Ich will hier nicht unterlassen, nochmal darauf hinzuweisen, dass der E-M, wie er sich nach den sonst üblichen Verfahren durch Dehnung ergibt, wohl nur als eine Annäherung an den wirklichen, seiner Definition entsprechenden Wert, ist. Denn die Verlängerung, welche man

1) *Kohlrausch* und *Loomis*, Poggendorffs Annalen Bd. 141. 1870. S. 499.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

bei dem üblichen Verfahren misst, enthält nicht nur die Dehnung λ, die von der Belastungsmehrung (π_2) herrührt, sondern auch die Dehnungsmehrung, welche die ständige Belastung (π_1) dadurch hervorbringt, dass sich während der Verschiebungen die Elastizität des Drahtes vermindert. Diese Aenderung der Elastizität soll nach der *Weber-Kohlrausch*'schen Hypothese durch eine allmähliche Drehung der Moleküle erzeugt werden, von welcher ihre plötzliche Verschiebung begleitet wird; und sie hinwiederum veranlasst die E-N, die allein der direkten Beobachtung zugängig ist. Ich kann deshalb E_s allein als jene Grösse betrachten, welche die innere elastische Reaktion der Molekularkräfte nach der Dehnung misst, indes E_p das Mass derselben vor der Dehnung darstellt. (Weiteres hievon 1885. Heft 1. X.). Daraus erklärt sich auch die Beziehung $\Delta E > \Delta E_s$ in der Uebersicht des § 36, da bekanntlich die E-N mit steigender Temperatur rasch wächst. Daher mag es auch kommen, dass Herr Professor *Kohlrausch* bei höheren Temperaturen eine vermehrte Abnahme der Elastizität findet, die sich bei meinen Versuchen für E_s nicht zeigt.

XV. Der Zahlenwert des sekundären Elastizitätsmoduls.

§ 38. Ich lasse nun eine Zusammenstellung folgen, welche die sekundären Elastizitätsmodul E_s von 10^0 zu 10^0 C für die von mir untersuchten Metalle und Legierungen enthält. Diese Modul sind nach Gl. R) unter Zugrundlegung des in den Uebersichten angeführten thermischen Koëffizienten γ des sekundären E-M berechnet. Die eingeklammerten Zahlen liegen ausserhalb der Versuchsgrenzen.

Temperatur	Platina	Eisen	Neusilber	Kupfer	Messing	Zink	Silber	Blei
0^0 C	19668	18813	13945	13035	10670	10551	7359	2553
10	19597	18742	13854	12905	10620	10203	7302	2433
20	19525	18672	13763	12775	10569	9855	7245	2313
30	19453	18601	13672	12645	10519	9506	7187	2193
40	19382	18530	13580	12515	10468	9158	7130	2073
50	19310	18459	13489	12384	10418	8810	7073	1953
60	19239	18389	13398	12254	10367	8462	7016	1833
70	19167	18318	13307	12124	10317	8114	6959	1713
80	19096	18247	13216	11994	10267	7765	6901	1593
90	19024	18176	(13125)	11864	10216	7417	6844	(1473)
100	18953	18106	(13034)	11734	10166	7069	6787	(1353)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Werte von E_s in dieser Zusammenstellung sind fast durchgehends grösser als die, welche *Wertheim* aus Dehnungen berechnet hat. Nur der Modul des Eisens und Silbers kommt den *Wertheim*'schen fast gleich. Indes ist es bezeichnend, dass auch *Wertheim* aus den Längs- und Querschwingungen — Eisen ausgenommen — höhere Modul als durch seine Dehnungsversuche gefunden hat. Es dürfte nicht allzu gewagt sein, das Sichannähern der von *Wertheim* aus den Schwingungen gefundenen Werte des E-M an die von mir festgestellten Werte von E_s vornehmlich dem Umstande zuzuschreiben, dass bei der Schwingungsmethode die elastische Nachwirkung, wenn überhaupt, wenigstens nicht in dem hohen Masse Einfluss auf die Messung übt, wie er sich in den Dehnungsversuchen bei dem *Wertheim*'schen Verfahren geltend macht.

§ 39. Die bei den Versuchen B und A am Fischbein, sowie bei den Versuchen A am Kautschuk gefundenen Werte von λ sind durch Auftragen der Skalenteile ($1 = 2^{mm}$) graphisch dargestellt. Für Fischbein B sind auch die Werte δ aufgetragen. Auch diese Kurve B_δ stimmt mit den entsprechenden Linien, welche sich für die Metalle ergeben haben, in ihrem Grundcharakter überein. Die A_λ-Kurve für Kautschuk verläuft nicht ganz regelmässig; vielleicht wäre eine B_λ-Kurve für diesen Körper so regelmässig geworden, wie die B_λ-Kurve für Fischbein es ist. (Siehe Tabellen und Tafeln.) Es wurden aus der A_λ- bezw. B_λ-Kurve für Kautschuk und Fischbein die Werte von λ von 10^0 zu 10^0 abgenommen und hieraus die E_s berechnet. Die folgende Uebersicht enthält die Werte von E_s in kg.

Substanz	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Fischbein . .	157	154	142	130	116	102	89	75	62	51	41
Kautschuk . .	—	0,372	0,523	0,793	—	—	—	—	—	—	—

Obwohl diese Zahlen auf grosse Genauigkeit keinen Anspruch erheben können, so ersieht man aus ihnen dennoch, dass, wie bei den Metallen und Legierungen, auch beim Fischbein der sekundäre Elastizitätsmodul mit zunehmender Temperatur abnimmt; und zwar wächst diese Abnahme mit letzterer. Der sekundäre Elastizitätsmodul des Kautschuks dagegen nimmt mit steigender Temperatur sehr rasch zu.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Schluss.

§ 40. 1) Bezeichnet man mit E_p den primären Elastizitätsmodul eines gespannten Drahtes d. h. denjenigen, welchen der Draht vor seiner Dehnung besitzt, und mit E_s den sekundären d. h. den Elastizitätsmodul, welchen er nach seiner bis zum Eintritt eines vollkommen elastischen Zustandes ununterbrochen fortgesetzten Dehnung und Verkürzung besitzt, sowie mit γ die thermische Konstante des Moduls E_s d. h. jene Zahl, welche die Veränderung des letzteren für 1^0 C der Temperaturveränderung angibt, so ist, wenn mit t die Temperatur des Drahtes und E_0 der Wert von E_s bei 0^0 bezeichnet wird, für die hier untersuchten Metalle:

$$E_s = E_0(1 + \gamma t)$$

vorausgesetzt, dass die Temperatur sich stetig ändert.

Die Aenderung des sekundären Elastizitätsmoduls ist somit der Temperatur proportional.

2) Dabei ist für:

Platina	$\gamma = -0{,}0003636$
Eisen	$\gamma = -0{,}0003760$
Silber	$\gamma = -0{,}0007776$
Kupfer	$\gamma = -0{,}0009983$
Zink	$\gamma = -0{,}0033$
Blei	$\gamma = -0{,}0047$
Messing	$\gamma = -0{,}0004726$
Neusilber	$\gamma = -0{,}0006536.$

3) Bei der in § 6 dargelegten Bedeutung von λ und ϱ ist für eine bestimmte Temperatur t

$$E_p = E_s \cdot \frac{1}{1 - \frac{\varrho}{\lambda}},$$

wobei E_p nicht blos, wie E_s, von der Temperatur t, sondern auch von der elastischen Nachwirkung abhängt, mit welcher behaftet der Draht in den Versuch eintritt.

E_p ist also eine unbekannte Funktion auch der Zeit.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

4) Bei Fischbein ändert sich der E_s rascher als die Temperatur, doch in dem gleichen Sinne wie bei den Metallen und Legierungen, die hier untersucht worden sind. Das Entgegengesetzte findet bezüglich E_s bei Kautschuk statt.

5) Bei den untersuchten Metallen und Legierungen macht sich beim ersten Erwärmen und Erkalten ein auffallend unregelmässiger Verlauf von E_s, wie ihn *Pisati* bei seinen Versuchen beobachtet hat, nicht bemerkbar. Dieser Verlauf unterscheidet sich nicht wesentlich von jenem bei der fünften Abkühlung.

6) Die thermische Konstante γ des sekundären Elastizitätsmoduls E_s ist bei den untersuchten Metallen und Legierungen sehr an Wert verschieden. Ordnet man die einfachen Metalle nach dem Werte von γ, so ergibt sich die umgekehrte Reihenfolge, als bei einer entsprechenden Anordnung nach der Höhe ihrer Schmelztemperaturen. Der Schmelzpunkt liegt also um so höher, je kleiner die thermische Konstante γ des sekundären Elastizitätsmoduls ist. Eine Störung dieser Reihenfolge ist nur insoferne vorhanden, als zur vollkommenen Uebereinstimmung die in der Reihe unmittelbar aufeinanderfolgenden Metalle Silber und Kupfer ihre Stellen einfach zu vertauschen hätten.

7) Mit derselben Einschränkung wie in Ziff. 6) gilt auch der Satz: In Bezug auf die Grösse der thermischen Konstanten γ des sekundären Elastizitätsmoduls befolgen die untersuchten Metalle dieselbe Ordnung, wie in Bezug auf den Wert des linearen thermischen Ausdehnungskoëffizienten.

8) Der sekundäre Elastizitätsmodul E_s ist im allgemeinen grösser als der von *Wertheim* durch Dehnung gefundene, gewöhnliche longitudinale; sein Wert liegt indes dem von *Wertheim* durch Schwingungen ermittelten Elastizitätsmodul näher.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabellen A.

Tabelle I.

Untersuchte Substanz: **Platina** II, A.

$\pi_1 = 8{,}3092$ kg. $\varkappa = 0{,}933$. $d_1 = 1{,}093$ m.

$\pi_2 = 7{,}7533$ kg. $a_{55} = 0{,}000009243$.

q $= 0{,}3610$ qmm. d $= 0{,}678$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	Dat.
Ia			12,7	47,0	13,0		
				47,0	13,1		
	1,2			47,0	13,2		
				47,0	13,2		
		8,7		47,0	13,2	390,0	9/2 84
I			88,5	123,1	89,1		
				123,3	89,3		
	1,9			123,8	89,8		
				123,8	89,8		
		97,0		124,0	90,0	392,5	10/2 84
II			76,8	110,5	76,1		
				109,8	75,2		
	1,7			109,0	74,7		
				108,2	74,0		
		76,8		107,5	73,2	390,6	10/2 84
III			57,0	90,8	56,5		
				90,0	56,1		
	1,7			89,8	55,7		
				89,1	55,0		
		60,1		88,8	54,8	390,3	10/2 84
IV			43,2	76,9	43,0		
				76,4	42,7		
	1,7			76,0	42,3		
				75,8	42,0		
		44,2		75,5	41,8	388,1	10/2 84
V			32,9	66,5	32,9		
				66,3	32,7		
	1,6			66,0	32,3		
				65,9	32,1		
		31,6		65,8	32,0	389,3	10/2 84
VI			21,3	55,0	21,4		
				55,0	21,4		
	1,6			55,0	21,3		
				54,9	21,3		
		19,1		54,9	21,3	386,2	10/2 84
VII			13,0	46,8	13,3		
				46,8	13,3		
	1,6			46,8	13,3		
				46,8	13,3		
		11,0		46,8	13,4	386,5	10/2 84

Tabelle III.

Untersuchte Substanz: **Silber.** A.

$\pi_1 = 2{,}4633$ kg. $\varkappa = 2{,}39$, $d_1 = 1{,}099$ m.

$\pi_2 = 5{,}8756$ kg. $a_{50} = 0{,}00001868$.

q $= 0{,}3197$ qmm. d $= 0{,}638$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	Dat.
Ia			—97,0	5,9	— 66,1		
				6,0	— 66,1		
	1,5			6,0	— 66,0		
				6,1	— 66,0		
		6,7		6,1	— 66,0	827,8	19/4 84
I			92,0	174,0	98,1		
				175,1	99,3		
	1,7			177,0	101,0		
				178,3	102,0		
		97,1		178,7	102,7	876,6	20/1 84
II			74,3	149,1	72,0		
				145,9	69,8		
	1,6			143,4	67,4		
				141,1	65,3		
		78,0		139,1	64,0	854,1	20/1 84
III			35,0	108,1	34,1		
				106,7	33,0		
	1,6			105,2	32,9		
				104,1	30,8		
		58,7		102,9	28,9	838,9	20/1 84
IV			11,0	83,2	10,3		
				82,0	9,0		
	1,7			80,8	7,9		
				79,2	6,3		
		43,0		77,8	4,5	829,1	20/1 84
V			—18,9	53,0	— 19,0		
				52,2	— 19,3		
	1,6			51,8	— 19,9		
				51,1	— 20,6		
		26,7		50,3	— 21,0	817,3	20/1 84
VI			—42,1	29,2	— 41,6		
				29,1	— 41,4		
	1,6			29,0	— 41,6		
				29,0	— 41,9		
		13,8		28,9	— 42,0	812,0	20/1 84
VII			—53,6	17,8	— 52,8		
				17,8	— 52,7		
	1,6			17,8	— 52,6		
				17,9	— 52,5		
		8,2		17,9	— 52,3	806,2	20/1 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle II.

Untersuchte Substanz: **Eisen** III. A.

$\pi_1 =$ 9,7784 kg. $\varkappa = 1{,}536$. $d_1 = 1{,}091$ m.

$\pi_2 = 15{,}0197$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}00001246$.

q = 0,3068 qmm. d = 0,625 mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	Dat.
Ia			—27,5	42,9	— 26,8		
				42,9	— 26,8		
	2,8			42,9	— 26,7		
				43,0	— 26,7		
		6,0		43,0	— 26,6	806,0	1/3 84
I			75,1	148,1	76,7		
				148,8	77,0		
	3,3			148,9	77,1		
				149,0	77,2		
		96,9		149,1	77,6	829,1	1/3 84
II			57,1	129,0	57,0		
				128,2	56,1		
	3,3			127,3	55,6		
				126,8	54,8		
		78,9		126,0	54,0	827,5	1/3 84
III			40,0	111,6	39,8		
				110,8	39,0		
	3,2			109,8	38,1		
				109,0	37,2		
		64,7		108,1	36,7	823,6	1/3 84
IV			24,0	95,0	23,7		
				94,1	23,0		
	2,8			93,5	22,2		
				92,9	21,7		
		51,0		92,2	21,0	819,7	1/3 84
V			10,3	81,0	10,3		
				80,8	10,0		
	3,2			80,3	9,8		
				80,0	9,3		
		39,6		79,7	9,0	815,6	1/3 84
VI			— 1,9	68,7	— 1,8		
				68,2	— 2,0		
	2,9			68,1	— 2,1		
				68,0	— 2,2		
		28,8		67,8	— 2,7	811,9	1/3 84
VII			—13,8	56,5	— 13,3		
				56,4	— 13,4		
	2,9			56,3	— 13,6		
				56,2	— 13,7		
		18,9		56,1	— 13,8	807,8	1/3 84
VIII			—29,3	40,0	— 29,0		
				40,0	— 29,0		
	3,3			40,1	— 29,0		
				40,2	— 29,0		
		6,2		40,2	— 28,9	800,2	2/3 84

Tabelle IV.

Untersuchte Substanz: **Kupfer** II. A.

$\pi_1 = 4{,}0585$ kg. $\varkappa = 2{,}192$. $d_1 = 1{,}091$ m.

$\pi_2 = 8{,}8988$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}00001613$.

q = 0,3696 qmm. d = 0,686 m.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	Dat.
Ia			—61,1	— 1,0	— 60,2		
				— 0,9	— 60,2		
	2,7			— 0,9	— 60,2		
				— 0,9	— 60,1		
		7,1		— 0,9	— 60,1	684,0	8/3 84
I			63,1	134,3	68,2		
				135,1	69,2		
	3,0			135,9	69,8		
				136,3	70,3		
		96,9		137,0	70,9	765,0	8/3 84
II			47,9	114,0	48,9		
				113,1	48,0		
	3,1			112,0	47,0		
				111,0	46,0		
		77,6		110,2	45,7	744,3	8/3 84
III			24,7	89,7	26,0		
				89,3	25,7		
	3,1			89,3	25,0		
				88,0	24,3		
		61,6		87,3	23,8	731,1	8/3 84
IV			10,2	74,2	11,2		
				74,0	11,0		
	3,1			73,6	10,8		
				73,0	10,2		
		52,5		72,8	9,9	723,3	8/3 84
V			—10,0	53,0	— 8,8		
				52,8	— 9,0		
	2,8			52,8	— 9,1		
				52,4	— 9,4		
		39,1		52,0	— 9,9	712,4	8/3 84
VI			—28,1	34,0	— 27,0		
				34,0	— 27,0		
	2,8			34,0	— 27,0		
				33,9	— 27,0		
		28,4		33,8	— 27,1	703,6	8/3 84
VII			—42,7	18,8	— 41,3		
				18,9	— 41,3		
	2,7			18,9	— 41,2		
				18,9	— 41,2		
		19,5		18,9	— 41,1	694,2	8/3 84
VIII			—63,1	— 2,3	— 61,9		
				— 2,2	— 61,8		
	2,8			— 2,1	— 61,6		
				— 2,1	— 61,5		
		7,5		— 2,0	— 61,3	686,5	9/3 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle V.

Untersuchte Substanz: **Zink.** A.

$\pi_1 = 0{,}1085$ kg. $\varkappa = 10{,}083$. $d_1 = 1{,}095$ m.

$\pi_2 = 1{,}0942$ kg. $a_{50} = 0{,}00002076$.

q $= 1{,}2096$ qmm. d $= 1{,}241$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	Dat.
I			192,5	205,0	193,3		
				205,1	193,7		
	0,7			205,2	193,9		
				205,2	194,0		
		97,5		205,7	194,3	130,4	9/1 84
II			141,0	155,0	143,7		
				154,3	143,0		
	0,5			153,9	142,4		
				152,6	141,2		
		69,2		152,0	140,0	127,4	9/1 84
III			96,4	110,4	100,0		
				110,6	100,0		
	0,5			110,0	99,9		
				110,0	99,2		
		46,5		109,2	99,1	117,8	9/1 84
IV			56,4	68,8	59,0		
				69,1	59,6		
	0,5			69,3	59,8		
				69,3	59,9		
		25,2		69,3	59,9	108,4	9/1 84
V			34,0	45,1	35,9		
				45,7	36,2		
	0,7			45,8	36,3		
				45,9	36,3		
		12,1		46,0	36,7	109,7	9/1 84
VI			24,1	34,0	25,0		
				34,1	25,3		
	0,5			34,3	25,5		
				34,4	25,6		
		6,7		34,5	25,8	101,7	10/1 84

Tabelle VI.

Untersuchte Substanz: **Blei.** A.

$\pi_1 = 0{,}0889$ kg. $\varkappa = 1{,}982$. $d_1 = 1{,}115$ m.

$\pi_2 = 0{,}1762$ kg. $a = 0{,}00002704$.

q $= 1{,}6879$ qmm. d $= 1{,}466$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	Dat.
I			611,0	622,0	612,0		
				622,0	612,0		
	0,6			623,0	613,5		
				623,0	615,0		
		97,3		624,0	615,0	94,9	31/12 83
II			540,0	549,1	539,9		
				548,0	538,8		
	0,5			547,0	537,0		
				545,0	535,0		
		71,2		543,1	533,0	98,2	31/12 83
III			481,3	489,0	481,0		
				488,2	479,8		
	0,4			487,0	478,7		
				486,2	477,7		
		46,9		485,0	476,7	84,2	31/12 83
IV			432,2	440,0	432,0		
				439,9	431,9		
	0,4			439,5	431,5		
				439,0	431,0		
		28,8		438,3	430,8	83,3	31/12 83
V			370,8	378,4	371,0		
				378,4	371,0		
	0,4			378,4	371,0		
				378,3	371,0		
		6,9		378,3	371,0	80,9	31/12 83
VI			355,8	366,0	358,9		
				366,1	359,1		
	0,7			366,1	359,2		
				366,2	359,2		
		0,2		366,3	359,3	78,2	2/1 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle VII.

Untersuchte Substanz: **Messing.** A.

$\pi_1 = 4{,}6431$ kg. $\varkappa = 1{,}699$. $d_1 = 1{,}092$ m.

$\pi_2 = 7{,}8875$ kg. $\alpha_{55} = 0{,}00001865$

q $= 0{,}6461$ qmm. d $= 0{,}907$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	Dat.
Ia			— 23,3	42,9	— 22,9		
				43,0	— 22,9		
	3,1			43,0	— 22,9		
				43,0	— 22,8		
		6,6		43,0	— 22,8	760,6	20/2 84
I			122,6	191,0	123,8		
				191,3	124,0		
	3,1			191,8	124,2		
				191,9	124,4		
		97,1		192,0	124,8	777,3	20/2 84
II			103,0	169,9	102,3		
				168,8	101,0		
	3,0			167,1	97,8		
				165,8	98,3		
		80,7		164,4	97,1	775,0	20/2 84
III			73,0	139,0	72,2		
				138,0	71,1		
	3,1			137,0	70,1		
				135,9	69,3		
		65,9		135,0	68,2	764,2	20/2 84
IV			50,0	115,3	49,1		
				114,8	48,2		
	3,0			113,6	47,1		
				112,3	46,0		
		51,3		111,4	45,1	759,7	20/2 84
V			27,3	93,0	27,0		
				92,3	26,3		
	2,9			91,7	25,6		
				90,9	25,0		
		38,4		90,1	24,3	757,5	20/2 84
VI			7,9	73,2	7,9		
				72,9	7,3		
	2,6			72,7	7,0		
				72,0	6,8		
		27,2		71,7	6,4	752,1	20/2 84
VII			— 8,5	56,8	— 8,1		
				56,8	— 8,1		
	2,5			56,7	— 8,2		
				56,5	— 8,4		
		18,0		56,3	— 8,6	748,7	20/2 84
VIII			— 30,8	33,9	— 30,2		
				34,0	— 30,1		
	3,2			34,0	— 30,0		
				34,1	— 30,0		
		6,1		34,1	— 30,0	740,6	21/2 84

Tabelle IX.

Untersuchte Substanz: **Fischbein.** A.

$\pi_1 = 0{,}1956$ kg. $\varkappa = 0{,}466$. $d_1 = 1{,}090$ m.

$\pi_2 = 0{,}0950$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}00005$.

q $= 7{,}6698$ qmm. d $= 3{,}125$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ 1)	Dat.
Ia			71,7	127,0	73,1		
				127,7	73,4		
	2,3			128,0	73,9		
				128,0	74,0		
		10,1		128,2	74,2	49,59	22/3 84
I 2)			504,0	641,5	508,0		
				635,7	505,0		
	3,1			629,7	503,7		
				624,7	501,8		
		77,9		619,5	498,0	110,75	22/3 84
II			458,0	558,0	462,0		
				557,0	461,5		
	2,4			556,0	461,5		
				555,0	461,0		
		61,5		553,0	460,0	85,40	22/3 84
III			428,0	509,0	431,0		
				510,0	431,9		
	2,3			510,0	431,9		
				509,0	431,4		
		45,4		508,8	431,3	70,98	22/3 84
IV			402,8	470,1	405,0		
				472,1	406,1		
	2,2			473,0	406,5		
				472,9	407,0		
		31,7		473,0	407,0	66,08	22/3 84
V			386,9	448,0	389,0		
				448,8	389,5		
	1,9			449,0	390,0		
				449,6	390,3		
		22,0		449,8	390,8	54,42	22/3 84
VI			356,8	408,0	358,0		
				408,7	358,7		
	2,4			409,0	358,9		
				409,3	359,6		
		10,7		409,8	359,3	50,20	23/3 84

1) In Skalenteilen.

2) Vor N I fand eine Streckung statt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle VIII.

Untersuchte Substanz: **Neusilber.** A.

$\pi_1 = 4{,}2890$ kg. $\varkappa = 0{,}828$. $d_1 = 1{,}094$ m.

$\pi_2 = 3{,}5497$ kg. $a_{50} = 0{,}00001740$.

q $= 0{,}7344$ qmm. d $= 0{,}967$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	Dat.
Ia			— 21,0	1,4	— 20,4		
				1,4	— 20,3		
	1,5			1,4	— 20,3		
				1,5	— 20,2		
		6,7		1,6	— 20,2	251,1	3/2 84
I			78,0	100,3	(?) 75,2		
				99,5	76,5		
	1,3			98,8	75,3		
				97,7	74,5		
		67,7		96,8	73,5	262,6	3/2 84
II			50,1	72,8	50,0		
				72,1	49,1		
	1,3			71,3	48,5		
				70,8	48,0		
		51,3		70,1	47,3	259,4	3/2 84
III			31,3	54,0	31,0		
				53,3	30,8		
	1,3			53,0	30,2		
				52,3	29,9		
		39,3		52,0	29,5	256,8	3/2 84
IV			4,6	27,1	4,8		
				27,0	4,7		
	1,2			26,9	4,4		
				26,7	4,2		
		22,7		26,5	4,1	257.9	3/2 84
V			— 14,3	8,1	— 14,0		
				8,1	— 14,0		
	1,2			8,1	— 14,0		
				8,1	— 14,0		
		11,4		8,1	— 14,0	254,8	3/2 84

Tabelle X.

Untersuchte Substanz: **Kautschuk.**[1]) A.

$\pi_1 = 0{,}00314$ kg. $\varkappa = 0{,}217$. $d_1 = 1{,}083$ m.

$\pi_2 = 0{,}00068$ kg. $a =$ —.

q $= 47{,}7820$ qmm. d $= 7{,}80$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ[2])	Dat.
I			402	476	402		
				477	404		
	2,7			476	402		
				475	400		
		31,4		475	400	68,7	16/3 84
II			268	412	279		
				413	280		
	2,1			413	282		
				414	282		
		15,8		415	282	122,2	16/3 84
III			202	375	217		
				378	219		
	2,4			378	220		
				380	221		
		10,6		381	222	147,0	17/3 84
IV			208	380	226		
				383	229		
	2,8			384	231		
				386	232		
		12,8		386	233	142,1[3])	18/3 84

1) Die eingeklemmten Enden des Kautschukcylinders waren gehärtet.

2) Skalenteile.

4) Man beachte die Temperatur!

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabellen B.

Tabelle XI.

Untersuchte Substanz: **Platina** II. B.

$\pi_1 = 4{,}1546$ kg. $\varkappa = 2{,}193$. $d_1 = 1{,}093$ m.
$\pi_2 = 9{,}1098$ kg. $\alpha_{55} = 0{,}000009243$. q $= 0{,}36103$ qmm. d $= 0{,}678$mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	l	ϱ	δ	Dat.
I[a]			— 7,7	32,8	— 7,3					
				32,9	— 7,2				452,8	
	1,9			33,0	— 7,2			10,3		
				33,0	— 7,1		4,7			
		6,3		33,0	— 7,1	463,1				16/2 84
I			69,7	111,0	70,0					
				111,3	70,7				456,1	
	1,9			111,7	70,6			16,9		
				111,8	71,0		7,7			
		97,0		112,0	71,0	473,0				16/2 84
II			51,3	92,1	50,7					
				91,2	49,9				462,8	
	1,7			90,4	49,0			12,3		
				89,9	48,3		5,6			
		71,5		89,1	47,7	475,1				16/2 84
III			37,8	78,7	37,3					
				78,1	37,0				469,4	
	1,9			77,7	36,3			4,4		
				77,1	35,9		2,0			
		59,6		76,7	35,3	473,8				16/2 84
IV			24,0	64,8	23,9					
				64,3	23,4				459,8	
	1,7			64,0	23,0			10,3		
				63,7	22,8		4,7			
		42,9		63,2	22,3	470,1				16/2 84
V			12,1	52,9	12,1					
				52,7	12,0				460,5	
	1,7			52,4	11,8			8,3		
				52,1	11,4		3,8			
		29,1		52,0	11,2	468,8				16/2 84
VI			1,8	42,3	1,9					
				42,2	1,9				453,5	
	1,7			42,2	1,8			11,8		
				42,1	1,8		5,4			
		17,6		42,1	1,8	465,3				16/2 84
VII			— 10,2	30,1	— 10,0					
				30,2	— 10,0				463,9	
	1,7			30,2	— 10,0			0,2		
				30,2	— 10,0		0,1			
		5,5		30,2	— 10,0	464,1				17/2 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle XII.

Untersuchte Substanz: **Eisen** III. B.

$\pi_1 = 9{,}7784$ kg. $\varkappa = 1{,}536$. $d_1 = 1{,}091$ m.
$\pi_2 = 15{,}0197$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}00001246$. q $= 0{,}3068$ qmm. d $= 0{,}625$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	l	ϱ	δ	Dat.
Ia			— 26,4	41,3	— 26,3					
				41,7	— 26,2				788,3	
	3,2			41,9	— 26,2			0,4		
				42,0	— 26,2		0,3			
		7,5		42,0	— 26,1	788,7				5/3 84
I			74,5	147,0	75,9					
				147,1	76,2				783,9	
	3,3			147,4	76,2			37,2		
				147,2	76,3		24,2			
		97,2		147,8	76,8	821,1				5/3 84
II			59,0	130,2	59,1					
				129,8	58,1				780,0	
	3,2			128,8	57,3			42,1		
				128,1	56,9		27,4			
		76,4		127,8	56,1	822,1				5/3 84
III			45,7	116,9	45,7					
				116,1	45,0				800,9	
	3,2			115,8	44,7			17,1		
				115,0	44,1		11,1			
		66,4		114,8	43,6	818,0				5/3 84
IV			34,9	105,8	34,9					
				105,3	34,6				797,0	
	3,2			105,0	34,1			19,2		
				104,7	33,9		12,5			
		57,5		104,1	33,3	816,2				5/3 84
V			23,8	94,2	23,8					
				94,0	23,4				794,3	
	3,2			93,7	23,1			18,3		
				93,2	22,9		11,9			
		47,1		93,0	22,4	812,6				5/3 84
VI			11,1	81,3	11,3					
				81,1	11,1				791,9	
	3,2			81,0	11,0			16,8		
				80,9	10,9		11,0			
		36,9		80,7	10,7	808,7				5/3 84
VII			1,2	71,1	1,8					
				71,1	1,7				794,9	
	3,2			71,0	1,3			11,8		
				71,0	1,2		7,8			
		28,6		70,9	1,1	806,7				5/3 84
VIII			— 10,0	59,7	— 9,7					
				59,8	— 9,7				798,2	
	2,9			59,8	— 9,7			6,0		
				59,8	— 9,8		3,9			
		19,3		59,7	— 9,8	804,2				5/3 84
IX			— 28,0	40,9	— 27,3					
				41,0	— 27,3				777,3	
	3,1			41,0	— 27,2			12,8		
				41,1	— 27,2		8,3			
		6,9		41,1	— 27,2	790,1				6/3 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle XIII.

Untersuchte Substanz: **Silber.** B.

$\pi_1 = 2{,}4633$ kg. $\varkappa = 1{,}92$. $d_1 = 1{,}099$ m.
$\pi_2 = 4{,}7406$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}00001868$. q $= 0{,}3197$ qmm. d $= 0{,}638$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	$\grave{\iota}$	ϱ	δ	Dat.
I[a]			— 55,8	1,9	— 54,8					
				2,0	— 54,7				619,2	
	1,29			2,0	— 54,4			28,1		
				2,1	— 54,3		14,6			
		5,8		2,1	— 54,2	647,3				23/1 84
I			102,0	165,0	104,7					
				165,7	105,0				625,6	
	1,55			166,0	105,3			70,9		
				166,2	105,7		36,3			
		97,1		166,7	105,8	696,5				23/1 84
II			74,0	134,0	72,3					
				131,3	70,4				596,4	
	1,44			129,0	68,1			87,2		
				126,8	66,0		45,4			
		74,5		124,5	64,0	683,6				23/1 84
III			49,0	107,4	47,2					
				105,3	45,0				634,1	
	1,37			103,0	43,0			42,1		
				101,0	41,0		21,9			
		60,9		98,9	39,0	676,2				23/1 84
IV			20,0	78,2	19,3					
				77,0	18,7				641,2	
	1,47			76,0	17,0			29,0		
				74,9	16,0		15,1			
		45,7		73,6	14,4	670,2				23/1 84
V			— 1,0	57,0	— 1,0					
				56,3	— 1,8				623,4	
	1,44			55,7	— 2,4			37,8		
				54,8	— 3,2		19,7			
		33,8		54,0	— 3,2	661,2				23/1 84
VI			— 22,3	35,1	— 22,2					
				35,0	— 22,2				631,2	
	1,51			34,8	— 22,8			24,7		
				34,2	— 23,0		12,9			
		22,1		34,0	— 23,3	655,9				23/1 84
VII			— 43,1	14,3	— 42,7					
				14,3	— 42,3				623,1	
	1,42			14,3	— 42,2			25,7		
				14,3	— 42,2		13,4			
		10,7		14,4	— 42,1	648,8				23/1 84
VIII			— 49,6	7,9	— 48,8					
				8,0	— 48,8				636,2	
	1,59			8,0	— 48,8			15,7		
				8,0	— 48,7		8,2			
		7,4		8,1	— 48,7	651,9				24/1 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle XIV.

Untersuchte Substanz: **Kupfer** II. B.

$\pi_1 = 4{,}0585$ kg. $\varkappa = 2{,}192$. $d_1 = 1{,}091$ m.
$\pi_2 = 8{,}8988$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}00001613$. q $= 0{,}3696$ qmm. d $= 0{,}686$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	l	ϱ	δ	Dat.
Ia			— 59,2	1,8	— 57,8					
				2,0	— 57,7				638,9	
	3,2			2,0	— 57,6			47,9		
				2,0	— 57,3		21,8			
		10,7		2,0	— 57,2	686,8				12/3 84
I			67,2	136,0	70,8					
				136,4	71,1				633,8	
	3,4			137,0	71,4			122,5		
				137,2	72,0		55,9			
		96,9		137,8	72,5	756,3				12/3 84
II			46,1	111,7	47,1					
				111,0	46,2				613,9	
	3,2			109,9	45,7			122,3		
				109,1	44,8		55,8			
		75,4		108,0	43,9	736,3				12/3 84
III			28,1	92,1	29,0					
				91,8	28,2				644,9	
	3,2			91,1	27,9			82,2		
				90,5	27,2		37,5			
		64,3		89,9	26,8	727,1				12/3 84
IV			11,0	74,3	11,9					
				74,0	11,4				639,9	
	3,0			73,8	11,1			79,1		
				73,1	10,8		36,1			
		50,7		72,8	10,2	719,0				12/3 84
V			— 5,0	57,4	— 4,1					
				57,7	— 4,2				640,4	
	3,1			57,7	— 4,2			70,8		
				57,2	— 4,4		32,3			
		40,9		57,0	— 4,7	711,2				12/3 84
VI			— 21,2	40,8	— 20,1					
				40,9	— 20,0				656,0	
	3,1			41,0	— 20,0			49,2		
				41,0	— 20,0		22,5			
		30,5		41,0	— 20,0	705,2				12/3 84
VII			— 34,2	27,1	— 33,1					
				27,3	— 33,0				657,2	
	2,9			27,4	— 33,0			40,9		
				27,4	— 33,0		18,7			
		22,5		27,4	— 33,0	698,1				12/3 84
VIII			— 54,2	6,4	— 53,1					
				6,7	— 53,0				657,2	
	3,0			6,8	— 53,0			33,5		
				6,8	— 52,9		15,3			
		11,6		6,9	— 52,8	690,5				13/3 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle XV.

Untersuchte Substanz: **Zink.** B.

$\pi_1 = 0{,}1085$ kg. $\varkappa = 10{,}083$. $d_1 = 1{,}095$ m.
$\pi_2 = 1{,}0942$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}00002076$. $q = 1{,}2096$ qmm. $d = 1{,}241$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	l	ϱ	δ	Dat.
Ia			20,0	32,2	23,0					
				32,8	23,3				— 305,9	
	0,5			33,0	23,7			412,1		
				33,0	23,8		40,9			
		5,5		33,0	23,8	106,2				12/1 84
I			198,0	214,3	203,1					
				215,0	203,7				— 496,3	
	0,6			215,7	204,0			628,3		
				216,0	204,7		62,3			
		97,2		216,2	204,9	132,0				12/1 84
II			159,0	171,2	159,6					
				170,2	158,3				— 148,2	
	0,5			168,9	157,0			277,2		
				167,8	156,0		27,5			
		71,6		166,7	155,1	129,0				12/1 84
III			94,0	108,4	98,1					
				108,8	98,1				— 625,4	
	0,5			108,4	98,0			741,3		
				108,0	97,7		73,6			
		40,2		107,7	97,7	115,9				12/1 84
IV			57,8	71,8	62,0					
				72,1	62,7				— 587,2	
	0,5			72,3	62,7			696,9		
				72,4	62,9		69,1			
		20,1		72,4	63,0	109,7				12/1 84
V			38,5	50,2	40,9					
				50,8	41,2				— 304,2	
	0,5			51,0	41,5			412,2		
				51,0	41,8		40,9			
		8,8		51,2	41,8	108,0				12/1 84
VI			32,0	42,2	33,2					
				42,7	33,7				— 117,0	
	0,4			42,8	33,8			222,3		
				43,0	33,8		22,1			
		4,3		43,0	34,0	105,3				13/1 84
VII			34,0	43,7	34,4					
				43,7	34,7				34,1	
	0,4			43,8	34,7			71,2		
				43,9	34,7		7,1			
		4,3		43,9	34,9	105,3				13/1 84
VIII			36,7	46,1	37,0					
				46,2	37,1				61,8	
	0,4			46,2	37,1			43,1		
				46,3	37,2		4,3			
		5,6		46,3	37,2	104,9				13/1 84
IX			35,9	45,3	36,2					
				45,5	36,3				16,0	
	0,4			45,7	36,5			88,9		
				45,8	36,7		8,8			
		4,9		45,8	36,8	104,9				14/1 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle XVI.

Untersuchte Substanz: **Blei.** B.

$\pi_1 = 0{,}0889$ kg. $\varkappa = 1{,}982$. $d_1 = 1{,}115$ m.
$\pi_2 = 0{,}1762$ kg. $\alpha_{60} = 0{,}00002704$. q $= 1{,}6879$ qmm. d $= 1{,}466$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	l	ϱ	δ	Dat.
I			597,0	605,5	595,2					
				603,8	593,9				55,8	
	0,4			601,2	591,4			36,5		
				599,4	590,2		18,4			
		74,1		598,2	589,0	92,3				2/1 83
II			537,8	545,8	536,9					
				544,8	535,8				87,9	
	0,4			544,0	535,0			2,4		
				542,8	533,8		1,2			
		52,8		541,5	532,8	90,3				2/1 83
III			467,0	474,5	466,7					
				474,0	466,2				75,1	
	0,4			473,6	466,2			11,5		
				473,2	465,2		5,8			
		26,9		473,0	465,2	86,6				2/1 83
IV			428,0	435,8	428,2					
				435,4	428,2				74,9	
	0,4			435,4	428,2			7,0		
				435,7	428,0		3,5			
		12,5		435,2	428,0	81,9				2/1 83
V			392,4	399,8	392,8					
				399,9	393,0				70,8	
	0,6			399,9	393,0			5,9		
				399,9	393,0		3,0			
		— 0,6		400,0	393,0	76,7				3/1 83

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle XVII.

Untersuchte Substanz: **Messing.** B.

$\pi_1 = 4{,}6431$ kg. $\varkappa = 1{,}699$. $d_1 = 1{,}092$ m.
$\pi_2 = 7{,}8875$ kg. $\alpha_{55} = 0{,}00001865$. q $= 0{,}6461$ qmm. d $= 0{,}907$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	l	ϱ	δ	Dat.
Ia			— 26,3	38,3	— 25,8					
				38,3	— 25,8				733,7	
	2,9			38,3	— 25,8			7,6		
				38,4	— 25,7		4,5			
		8,6		38,4	— 25,7	741,1				23/2 84
I			122,9	191,1	124,1					
				191,5	124,3				753,5	
	3,1			191,8	124,7			20,6		
				192,0	124,8		12,1			
		96,9		192,1	125,0	774,1				23/2 84
II			101,9	169,3	102,0					
				168,1	101,0				736,0	
	3,2			167,0	100,0			31,4		
				166,0	98,9		18,5			
		80,8		165,0	97,9	767,4				23/2 84
III			78,0	144,0	77,3					
				143,0	76,1				781,7	
	3,3			141,8	75,1			— 17,5		
				140,9	74,3		— 10,3			
		66,8		140,0	73,1	764,2				23/2 84
IV			52,8	118,3	52,3					
				117,7	51,7				744,2	
	3,1			116,9	50,9			12,9		
				116,0	50,0		7,6			
		53,5		115,3	49,4	757,1				23/2 84
V			37,8	103,2	37,6					
				102,7	36,9				729,8	
	3,1			101,9	36,1			24,0		
				101,1	35,4		14,1			
		44,1		100,4	35,0	753,8				23/2 84
VI			20,0	85,1	20,0					
				85,0	19,9				733,1	
	3,2			84,7	19,4			18,2		
				84,2	19,0		10,7			
		33,8		84,0	18,8	751,2				23/2 84
VII			5,3	70,5	5,8					
				70,3	5,7				732,5	
	2,8			70,1	5,0			17,5		
				70,0	5,0		10,3			
		24,9		69,8	4,9	750,0				23/2 84
VIII			— 8,2	56,7	— 8,0					
				56,4	— 8,0				715,3	
	2,8			56,3	— 8,0			27,9		
				56,2	— 8,1		16,4			
		16,7		56,3	— 8,1	743,2				23/2 84
IX			— 27,4	37,2	— 26,9					
				37,2	— 26,9				730,8	
	2,8			37,3	— 26,8			10,3		
				37,3	— 26,8		6,0			
		8,3		37,4	— 26,8	741,1				24/2 84

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle XVIII.

Untersuchte Substanz: **Neusilber.** B.

$\pi_1 = 4{,}2890$ kg. $\varkappa = 0{,}828$. $d_1 = 1{,}094$ m.

$\pi_2 = 3{,}5497$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}0000174$. q $= 0{,}7344$ qmm. d $= 0{,}967$ mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ	l	ϱ	δ	Dat.
Ia			— 20,0	2,7	— 19,3					
				2,7	— 19,3				250,5	
	1,5			2,7	— 19,3			3,5		
				2,8	— 19,2		4,2			
		7,0		2,8	— 19,2	254,0				6/1 84
I			60,0	82,9	59,4					
				82,0	58,8				258,9	
	1,3			81,2	58,0			5,6		
				80,6	57,2		6,8			
		56,3		79,9	56,8	264,5				6/1 84
II			43,8	66,6	43,5					
				66,0	43,0				258,9	
	1,2			65,2	42,3			2,4		
				64,8	41,8		2,9			
		45,4		64,0	41,0	261,3				6/1 84
III			22,0	44,8	22,0					
				44,3	21,7				252,2	
	1,3			44,0	21,2			8,0		
				43,8	21,0		9,7			
		32,0		43,3	20,7	260,2				6/1 84
IV			— 1,0	21,8	— 0,8					
				21,7	— 0,9				245,6	
	1,3			21,7	— 1,0			11,2		
				21,3	— 1,0		13,5			
		18,7		21,2	— 1,1	256,8				6/1 84
V			— 21,1	1,3	— 20,8					
				1,4	— 20,8				252,9	
	1,2			1,4	— 20,7			3,1		
				1,5	— 20,7		3,7			
		6,9		1,5	— 20,7	256,0				7/1 84

*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Tabelle XIX.

Untersuchte Substanz: **Fischbein.** B.

$\pi_1 = 0{,}0978$ kg. $\varkappa = 0{,}971$. $d_1 = 1{,}090$ m.
$\pi_2 = 0{,}0950$ kg. $\alpha_{50} = 0{,}00005$. q = 7,6698 qmm. d = 3,125 mm.

N	v	t	a_ν	b_ν	c_ν	λ 1)	l 1)	ϱ 1)	δ 1)	Dat.
Ia			7,7	55,0	6,0					
				55,3	6,2				45,88	
	2,3			55,8	6,7			— 0,79		
				56,0	6,9		— 0,82			
		8,8		56,1	7,0	45,09				26/3 84
I			225,0	431,0	240,0					
				437,0	245,0				153,44	
	3,2			446,0	251,0			30,18		
				451,0	254,0		31,09			
		96,9		459,0	260,0	183,62				26/3 84
II			180,0	329,0	183,0					
				323,0	179,0				97,12	
	3,2			313,0	176,0			20,71		
				305,0	173,0		21,33			
		78,4		298,0	170,0	117,83				26/3 84
III			116,0	215,5	118,3					
				214,0	118,0				66,17	
	2,7			212,0	117,0			18,65		
				210,0	116,0		19,21			
		60,0		207,0	115,0	84,82				26/3 84
IV			76,0	152,3	78,4					
				153,0	79,0				55,56	
	2,5			153,0	79,0			11,59		
				152,0	78,7		11,94			
		42,8		151,8	78,3	67,15				26/3 84
V			58,0	125,0	60,2					
				126,1	61,2				54,79	
	2,3			126,3	61,2			5,07		
				126,8	61,5		5,22			
		33,1		126,8	61,9	59,86				26/3 84
VI			49,0	110,1	51,0					
				110,9	51,6				49,74	
	2,6			111,6	52,0			4,91		
				112,0	52,6		5,05			
		23,7		112,3	53,0	54,65				26/3 84
VII			80,7	135,5	84,1					
				136,2	82,9				47,08	
	2,6			136,9	83,0			2,37		
				137,0	83,1		2,44			
		8,9		137,2	83,5	49,45				26/3 84

1) Angabe in Skalenteilen; 1 Sktl. = 2 mm.

10 AUG 1987
BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Zu A. Miller's Abhandlung

Fig 1.

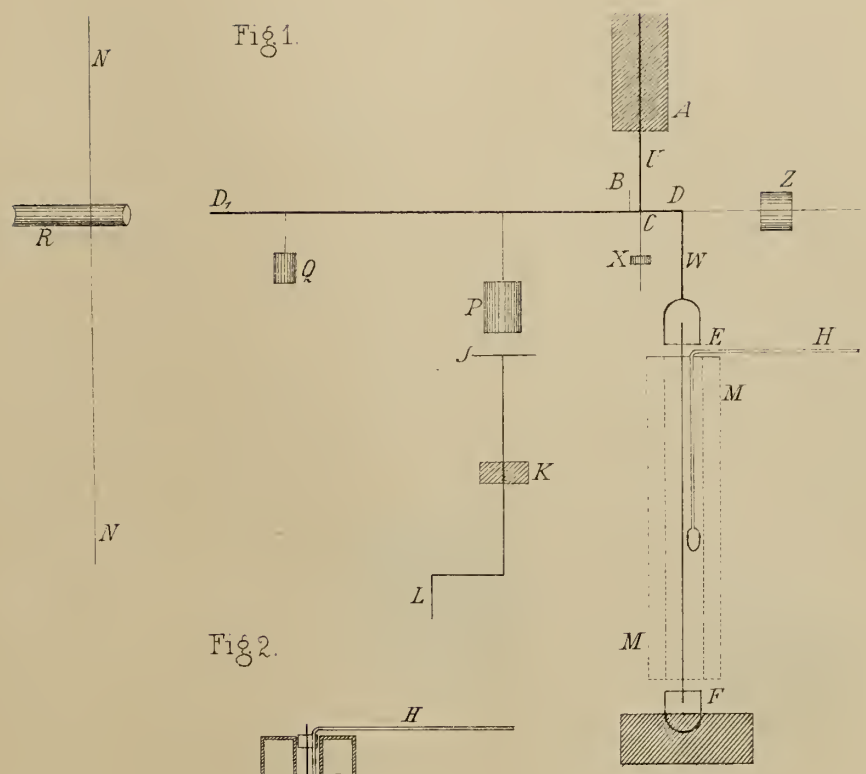
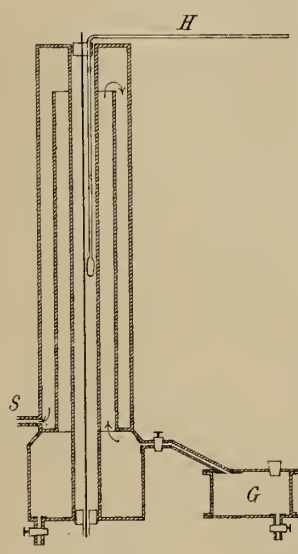


Fig 2.



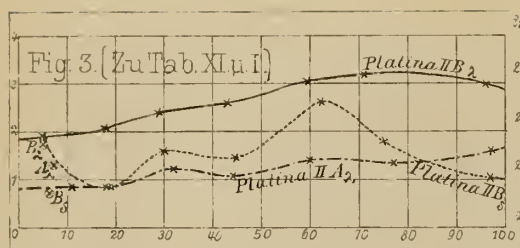
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

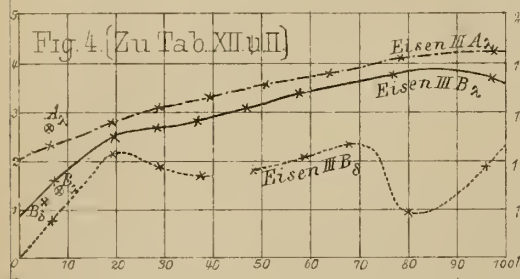
BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

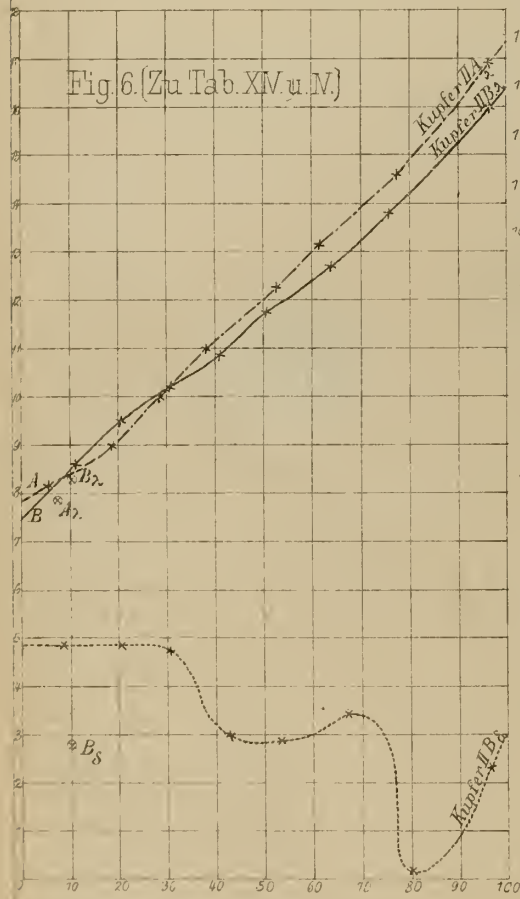
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

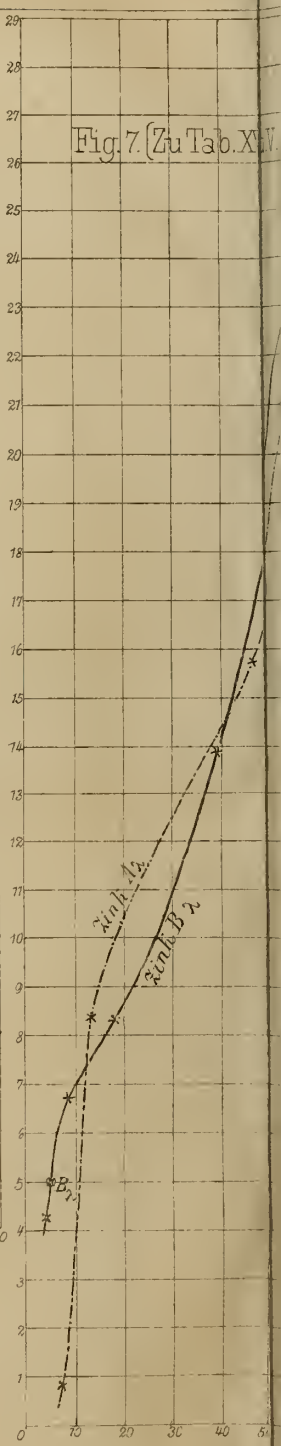
NATURAL HISTORY.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at



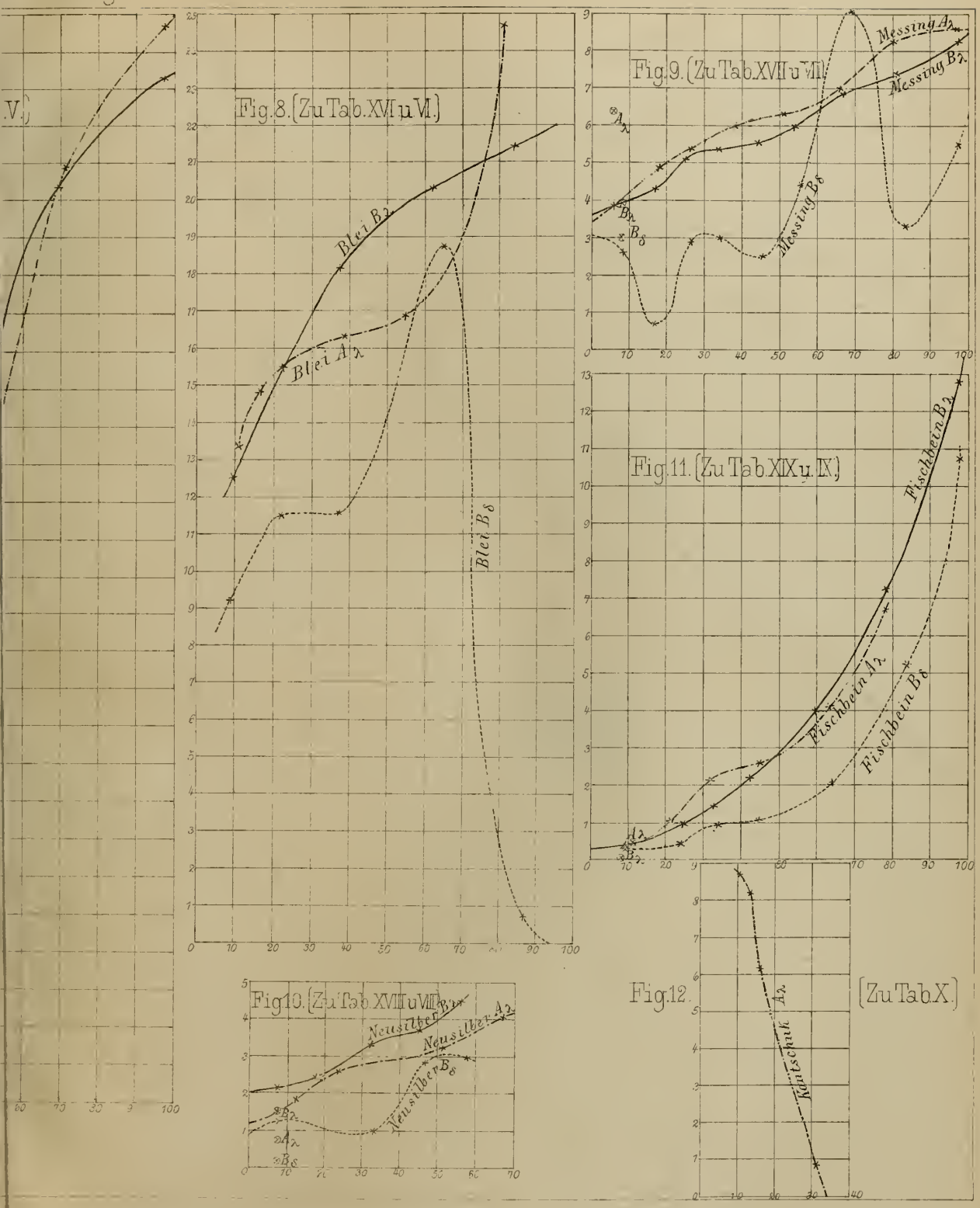






A λ
B λ
B δ

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1886

Band/Volume: 15

Autor(en)/Author(s): Miller Andreas

Artikel/Article: Der primäre und sekundäre longitudinale Elastizitätsmodul und die thermische Konstante des Letzteren. 705-758