Elemente
der
Helligkeits-Messungen am Sternenhimmel.

Eine von der mathematisch-physikalischen Klasse der Königlichen Societät der Wissenschaften zu Göttingen am 14. Februar 1835

gekrönte Preisschrift

des

Professor und Conservator Dr. Steinheil

in München.

Die mathematisch-physikalische Klasse der Königl. Societät der Wissenschaften in Göttingen hatte sich veranlasst gesehen, ihre schon früher gestellte Preisfrage, „über neue Mittel, die verschiedenen Grade des Lichtes der Fixsterne zu messen," unter dem 22. Dez. 1832 zu wiederholen. Am 14. Februar 1835 wurde nachstehender, mit dem Motto:

„Nur gleichartige Eindrücke sind vergleichbar,"

eingesendeter Abhandlung der mathematische Hauptpreis zuerkannt und dem Verfasser den Statuten gemäss beliebige Publikation seiner Arbeit anheimgestellt.

Vorwort.

Einer sehr gelehrten und sehr verehrten Königlichen Societat lege ich beifolgend meinen Versuch der Lösung ihrer Preisaufgabe „die relativen Helligkeiten der Gestirne zu messen," mit der Bitte um Nachsicht vor.

Ich glaube die Aufgabe, zwei verschieden helle Lichtpunkte in ihren Lichtmengen gegeneinander zu messen, durch den Satz allgemein aufgefasst zu haben, dass man die Intensitäten — den Abstand je zweier nächster Lichtstrahlen auf der Retina — messbar ändern müsse, ohne die Lichtquantität zu ändern, weil nur dadurch gleichartige Erscheinungen — gleiche Intensitäten — hervorgebracht werden können, und nur solche vergleichbar sind.

Dass die Mittel, welche ich dazu vorgeschlagen und in Ausführung gebracht habe, die zweckmässigsten seyen, bin ich weit entfernt zu behaupten. Vielleicht lehrt uns die Zukunft bessere kennen.

Doch reichen diese, wie aus den Prüfungen hervorgeht, aus, zwei Lichtpunkte auf etwa $\frac{1}{000}$ Theil ihrer absoluten Lichtmengen richtig zu vergleichen; welche Genauigkeit im Verhältniss zu den atmosphärischen Störungen, denen dieses Phänomen unterworfen ist, sehr gross erscheinen, und jedenfalls viele brauchbare und interessante Bestimmungen zulassen wird, bis das Bedürfniss noch grösserer Genauigkeit fühlbar werden dürfte. Ueber diesen Punkt hinaus, hat man mehr mit der Natur des Gesichtssinnes, als gegen Instrumentalfehler zu kämpfen, weil die Retina nicht in allen Punkten gleich empfindlich ist, und sich auch in ihrer Empfindlichkeit temporäre Unterschiede zeigen. Möge vorläufig dieses Resultat den Wünschen einer Königl. Societät genügen.

Was die Darstellung betrifft, so glaubte ich den Absichten einer löblichen Societät zu entsprechen, wenn ich durch Gegenwärtiges bloss die Möglichkeit genauer Helligkeitsvergleichungen aller Art begründe und faktisch nachweise, dass dieses erlangt sey; den Weg aber, welchen eine erschöpfende Behandlung des Gegenstandes einschlagen dürfte, nur im Allgemeinen bezeichne, und hierin von Beobachtung am Himmel vorläufig nur so viel aufnehme, als beispielsweise erforderlich scheint.

Das Hauptaugenmerk war auf eine strenge Prüfung der Messinstrumente gerichtet. Durch eigens in diesem Sinne angestellte Beobachtungsreihen hoffe ich die Facta geliefert zu haben, welche eine sichere Beurtheilung dessen herbeiführen werden, was von diesen Hülfsmitteln zu erwarten steht.

Aus diesen Beobachtungen ging zugleich eine nähere Kenntniss der Eigenthümlichkeit dieser Art von Messungen hervor, es zeigten sich die Täuschungen und störenden Einflüsse, vor welchen sich der Beobachter zu schützen hat, es ergaben sich die geeignetesten Beobachtungs- und Reduktionsmethoden, — alles in Rückwirkung auf die Messinstrumente und deren nöthige Abänderungen, was vor dem Beginnen definitiver Bestimmungen unerlässlich schien.

So ist Gegenwärtiges nur als Vorarbeit zu betrachten, die eine gründliche Behandlung des Gegenstandes möglich machen, und durch die bereits erlangten Erfahrungen erleichtern soll.

Ich glaube, die Societät wird die Gründe billigen, welche mich bestimmten, einen Theil der Prüfung der Instrumente an künstlichen Sternen vorzunehmen. Die Vorzüge, welche dadurch erlangt werden, sind in der Abhandlung selbst entwickelt, und werden durch das Resultat, was sie herbeiführten, zur Entschuldigung beitragen, dass ich von dem wörtlichen Sinne der Preisaufgabe hierin abgewichen bin. —

Die historischen Nachrichten über die bisherige Behandlung des Gegenstandes glaube ich um so mehr übergehen zu dürfen, da gerade die Preisaufgabe beweiset, dass das Bisherige von geringem Erfolge war.

Hier also handelte es sich darum, eine neue unbefangene Ansicht des Problems zu gewinnen, die schwerlich aus historischem Studium

hervorgegangen wäre. Möge daher dieser erste Schritt in unbetretenem Felde einer Königl. Societät genügen! Möge er wenigstens durch die Folgen, die er herbeiführen kann, nicht ohne Interesse für die Wissenschaft bleiben.

Elemente

der

Helligkeits-Messungen am Sternenhimmel.

Wir wollen vorerst klar aufzufassen suchen, was man eigentlich unter Maass der Helligkeiten versteht, und damit verlangt.

Dazu müssen wir uns Rechenschaft geben über die Art der Einwirkung des Lichtes auf den Gesichtssinn.

Die uns umgebende Welt spendet dem Auge in allen Richtungen Eindrücke zu, welche, ausser der Richtung, unter sich verschieden sind, weil wir sie von einander trennen können. Dieses Unterscheiden beruht aber abgesehen von Position entweder auf Unterschied in der Farbe oder auf Unterschied in der Intensität der Empfindung, die man Licht nennt. In gegenwärtigem Falle haben wir bloss letztere zu berücksichtigen, da bereits Fraunhofer die Farben in Bezug auf ihre eigenthümliche Intensität untersuchte.

Nun ist es aber ein Erfahrungssatz, dass die Empfindnng der Lichtintensität um so stärker wird, je grösser die Anzahl der gleichzeitig von demselben Punkte auf das Auge wirkenden Lichteindrücke ist. Das Gesetz aber, in welchem die Empfindung über In-

tensität mit der Anzahl dieser, unter sich gleichen Lichteindrücke stehen mag, ist uns völlig unbekannt.

Die Intensität des Lichtes eines Objektes hängt also von der Anzahl der, in einen gewissen Raum zusammengedrängten, Lichtelemente ab. In diesem verschiedenen, also ungleichförmigen Zustande zweier Lichtmengen ist aber keine Vergleichung derselben möglich, weil ein Maass für die Empfindung fehlt.

Soll eine messbare Vergleichung daher ausführbar werden, so wird man darauf ausgehen müssen, die Intensitäten zu ändern, ohne eine Aenderung der Lichtmengen, die hier verglichen werden sollen, zu bewirken.

Man wird also die Helligkeiten gewissermaassen in ihre Licht-Elementartheile zu zerlegen haben. Dann können die kleinsten Theile aller ursprünglich verschiedenen Intensitäten gleich werden. Die Lichtmengen unterscheiden sich also nur noch in der Anzahl solcher gleichförmiger Lichtelemente, und die Verschiedenheit der Intensität — diese Ungleichförmigkeit der Eindrücke — die ein Hinderniss der Vergleichung war, ist eliminirt.

Das Messen der Lichtmengen besteht dann bloss in einem Abzählen dieser nun gleichartigen Theile gegeneinander, was durch Messinstrumente bewirkt werden kann.

Nun ist zu bemerken, dass es zweierlei Arten gibt, die Intensität von einem Objekt für das Auge zu ändern.

Denken wir uns einen Punkt als selbstleuchtendes Objekt, so wird dieser nach allen Richtungen Licht spenden. Betrachten wir die Pupille oder Oeffnung des Auges als Theil einer Sphäre, welche diesen Punkt umgiebt, so wird das Auge um so mehr Licht empfangen, je grösser der Angulärwerth der Pupille, auf dieser Sphäre gemessen, ist.

Es kann daher das Auge, sowohl durch Vergrösserung seiner Oeffnung, als durch Näherrücken an den leuchtenden Punkt, d. h. Verkleinern der Sphäre, mehr Licht empfangen und folglich den Punkt intensiver sehen. Wir müssen uns daher über die Entfernung der Objekte und über das Oeffnungsmaass des Auges erklären, wenn wir Lichteindrücke miteinander vergleichen wollen.

Die Aenderung Ersterer fällt für Fixsterne weit unter die Grenze der Wahrnehmung, allein die Oeffnung des Auges hängt sowohl von der Intensität des Lichteindruckes als auch von dem Willen des Beobachters ab, so dass wir zu künstlichen konstanten Oeffnungsmaassen des Auges schreiten müssen. In dieser Beziehung möchte das Objektiv eines guten Fernrohres den Vorzug verdienen.

Das Fernrohr giebt uns aber auch zugleich ein höchst einfaches Mittel, alle Arten von Lichteindrücken gleichartig zu machen, so dass es hier unentbehrlich ist.

Nach dem bisher Gesagten wird man leicht begreifen, dass die Vergleichung der Gesammthelligkeit zweier Objekte keine Schwierigkeit mehr hätte, wenn von beiden eine gewisse Quantität Licht, die durch das Oeffnungsmaass des Auges oder Objektives bestimmt ist, in einer Fläche gleichmässig ausgebreitet werden könnte; man wäre nämlich alsdann im Stande, derjenigen Fläche, welche durch das Licht des helleren Objektes gebildet wird, eine um so grössere Ausdehnung zu geben bis die Grundhelligkeit beider Flächen gleich wäre, was sehr scharf beobachtet werden kann, indem das Aneinandergrenzen beider (wie schon Fraunhofer bemerkte,) dann verschwindet oder möglichst unsichtbar wird; hätte man also erlangt, dass die beiden Flächen gleich hell erleuchtet sind, so gäbe das Grössenverhältniss derselben zu einander ein Maass der Helligkeitsmengen der Objekte, von welchen die beiden Lichtmengen kamen.

Die scheinbaren Helligkeiten der Objekte verhalten sich also dann zu einander wie die Flächen von gleicher Intensität der Erleuchtung.

Bemerkt man jetzt, dass die unter sich und mit der optischen Axe eines Fernrohres parallelen Lichtstrahlen welche das Objektiv treffen, nach dem Eintritte durch dasselbe einen doppelten Lichtkegel bilden, dessen nahe gemeinschaftlicher Scheitel der Brennpunkt des Fernrohres ist, und ferner, dass das Okular in verschiedenen Stellungen gegen den Brennpunkt eigentlich auf die optische Axe rechtwinklichte Durchschnitte dieser Lichtkegel zeigt, so sieht man leicht wie auf diese Weise, blos durch Verstellung des Okulares gegen den Brennpunkt, das Bild eines jeden Sternes in eine beliebig grosse Lichtfläche verwandelt werden könne.

Da nun jeder dieser Kegeldurchschnitte oder jede Lichtfläche, die das Fernrohr, nach demselben Objekte gerichtet, zeigen kann, genau gleich viel Lichtstrahlen enthält, so wird die Intensität dieser Flächen um so kleiner, je grösser der Durchschnitt ist und man sieht auf den ersten Blick, dass man nicht erst die Durchmesser dieser Lichtscheiben zu messen hat, sondern dass diese den Verstellungen des Okulares gegen den Brennpunkt des Objektives selbst proportional sind.

Eine ausführliche auf Rechnung gestützte Entwickelung dieses Gegenstandes siehe in Beilage V.

Wird durch Verstellen des Okulares auf diese Weise das Bild eines Sterns in eine Lichtscheibe verwandelt, so ist diese nicht unbedingt gleichmässig und homogen.

Sehr kleine Verstellungen des Okulares erzeugen einen gewissermaassen sternartigen strahligen Lichtkreis, etwa demjenigen ähnlich, welcher für das freie Auge entsteht, wenn es ein entferntes Licht so betrachtet, als läge es dem Auge nahe.

Erst bei einiger Entfernung, etwa $\frac{1}{10}$ der Brennweite, wird die Lichtscheibe im Innern gleichmässig. Sie ist aber stets von einem helleren Rande begrenzt, an welchen sich nach innen ein dunkler concentrischer Ring anschliesst.

Das Verhältniss der Breite dieser Ringe zum Durchmesser der Lichtscheiben bleibt ungeändert, man mag letztere vergrössern oder verkleinern. Aendert man die Gestalt der Oeffnung des Objektives, so nimmt auch die Lichtfläche so wie deren Begrenzungen, dieselbe an. Je intensiver die Erleuchtung der Lichtflächen ist, desto deutlicher und zahlreicher werden diese hellen und dunklen parallelen Grenzlinien.

Der blosse Anblick führt auf die Vermuthung, dass das der dunklen Grenze mangelnde Licht nach der helleren Begrenzung hinaus abgelenkt sey; und in der That hat auch diese Erscheinung keinen andern Grund, als die Beugung des eintretenden Lichtes am Rande des Objektives. Da die Winkel der Ablenkung vom Objektivrande aus gemessen für verschiedene Sterne gleich sind, so affiziren sie auch niemals die Helligkeit des innern Theils der Lichtfläche, und sind folglich ohne nachtheiligen Einfluss auf die Vergleichungen selbst.

Die Wahl des Okulares ist zur Hervorbringung solcher Lichtflächen sehr wesentlich. Starke Vergrösserungen, wo der austretende Lichtbüschel einen kleineren Durchmesser als 0.'''4 hat, müssen vermieden werden, weil die geringsten Mängel in der Glasmasse der Okularlinse oder Staub auf ihrer Oberfläche die Homogenität der Lichtflächen stört.

Aber auch sehr schwache Okulare dürfen nicht angewendet werden, weil man dann, namentlich in dem Falle, wo im Brennpunkte des Okulars ein matt geschliffenes Glas angebracht ist, Gefahr läuft, dass das Auge nicht den ganzen austretenden Lichtbüschel aufzunehmen vermag, was auf die Helligkeitsmessungen direkten Einfluss hätte.

Man wird selten, besonders mit starken Fernröhren diese Lichtflächen ruhig sehen. Dasjenige, was bei der Betrachtung eines Sterns im Bilde als Zittern erscheint, wird ausser dem Bilde zu einem periodischen Wallen, und einem auffallenden momentanen Aendern der Helligkeit der Lichtfläche. Diese Erscheinung ist hier noch störender als in der ortsbestimmenden Astronomie.

Die Perioden der Helligkeitsänderung dauern oft mehrere Sekunden, so dass man nur unsicher das Mittel der verschiedenen Helligkeiten schätzt. Solche atmosphärische Zustände müssen bei Beobachtungen dieser Art ganz vermieden werden. Es finden sich auch in unsern Gegenden ($\varphi = 48^0$), wenn gleich nicht häufig, Nächte wo die Luft so vollkommen gleiche Temperatur angenommen hat, dass die Sterne in einer Höhe von 30′ über dem Horizonte schon ohne Wallen durch Fernröhre erscheinen. Unter ähnlichen Umständen wird man in einer Stunde mehr abmachen können, als ohne diese in vielen Tagen. Ueberhaupt muss man hier in der Wahl der Witterung äusserst vorsichtig seyn, weil oft Beobachtungen ganz entstellt werden, wenn sich nur die leichtesten Cirrhi, die bei Nacht gar nicht zu erkennen sind, über die Gestirne ausbreiten.

Wir haben also durch das einfache Mittel der Verstellung des Okulars erlangt, aus jedem Lichtpunkte eine, mit Ausschluss der Begrenzung, gleichmässig erleuchtete Fläche zu bilden, und können durch dasselbe Mittel über die Intensität der Erleuchtung messbar disponiren. Es ist folglich dadurch erreicht, ursprünglich ungleichartige Eindrücke gleichartig zu machen, ohne an der hier zu bestimmenden Funktion — der Lichtmenge — etwas Wesentliches zu ändern. Es ist daher der Fall, „die Lichtmengen zweier durchmesserloser Punkte miteinander zu vergleichen," auf den zurückgeführt, „zwei Flächen von veränderlicher Intensität der Erleuchtung zu vergleichen." Dass Letzteres in aller Schärfe möglich ist, soll gezeigt werden.

Wir wollen zuerst dieses Messungsmittel für die Helligkeit der Sterne in seiner einfachsten Anwendung betrachten. Wir werden dabei auf Mängel und Störungen aufmerksam werden, deren Hebung zweckmässigere Apparate und Beobachtungsmethoden fodern, und in dieser Ordnung des Ideenganges sollen sie auch hier besprochen werden.

Wenn man mittelst eines Fernrohres, dessen Okular in der optischen Axe auf beiden Seiten des Brennpunktes bedeutend zu verstellen ist, jeden Stern in eine Lichtscheibe von verschiedener Intensität der Erleuchtung verwandlen kann, so muss man, um diese Lichtflächen unter sich in Intensität zu vergleichen, einen konstanten Gegenstand der Vergleichung haben. Dieses Objectum comparationis kann aber sehr verschieden seyn. Denn man kann dazu die Erleuchtung des Himmelsgrundes wählen, die Lichtflächen der Sterne aber mit diesem vergleichen; oder man kann einen Spiegel in der Art im Gesichtsfelde des Okulares erleuchten, dass die Sternflächen mit seiner Helligkeit zu vergleichen sind, oder man kann endlich, was das Zweckmässigste ist, eine Lichtfläche des einen Sternes, direkt mit der eines Andern vergleichen.

Je nachdem man nun das Eine oder das Andere dieser Vergleichungsobjekte wählt, entstehen andere Apparate und andere Vergleichungsmethoden.

Jedes Fernrohr ohne alle weitere Vorrichtung kann also benützt werden, Sterne in Helligkeit mit dem Himmelsgrunde und durch diesen unter sich zu vergleichen. Man kann dabei wie in Beilage IV. Abth. a entwickelt und durch Beispiele erläutert ist, eine gewisse Distinktion der Lichtfläche auf dem Grunde als Maass der Vergleichung wählen, und wird stets nahe zu übereinstimmende Werthe erhalten.

Diese Vergleichungsart wird jedoch nie grosse Zuverlässigkeit

verschaffen, weil die eigentliche Vergleichung — der Grad des Unterscheidens vom Grunde — Gedächtnisssache werden muss, indem man beide Sterne nicht zugleich sehen kann. Auch ist das Resultat von mehreren Einflüssen abhängig. Es wird 1. der eigentliche Scheitel des Lichtkegels nicht mit dem Brennpunkte zusammenfallen, wenn der Stern einen sichtbaren Durchmesser hat. Es wird 2. durch die Verstellung des Okulares auch die Helligkeit des Grundes, auf welchem der Stern erscheint, geändert.

Wie diese Grössen eliminirt und berücksichtigt werden können, ist ebenfalls Beilage IV. Abth. a und Beilage V. ausführlich angegeben. Man erhält aber so 3. die Vergleichung beider Sterne abhängig von der Helligkeit des Himmelsgrundes, die verschieden seyn kann für die Orte beider Sterne. Man muss daher entweder die Intensitäten des Grundes kennen, wozu Beilage IV. Abth. b die Mittel näher entwickelt, oder die Helligkeit des Grundes durch Verengen des Objektives, wie Beilage II. p. t angegeben ist, eliminiren, oder endlich je 2 Sterne stets nur in gleicher Höhe miteinander vergleichen.

Indessen ist das Indirekte dieses Verfahrens eben so wenig bequem, als sicher in den Resultaten. Man erlangt grössere Sicherheit durch Anwendung des erleuchteten Spiegels im Gesichtsfelde. Dieser Apparat ist in Beilage I. ausführlich beschrieben und Tab. I. abgebildet. Beobachtungen mit demselben sind Beilage IV. Abth. b aufgenommen. Sie zeigen, dass man mit grosser Genauigkeit den Punkt erkennt, in welchem 2 Flächen gleich hell sind. Die Unsicherheit jeder einzelnen Schätzung der Art beträgt nicht über $\frac{1}{38}$ der gesammten Helligkeit, diese mag gross oder klein seyn. Auf diese Weise kann man also die Intensität der Lichtscheiben der Sterne wohl hinreichend genau vergleichen, allein das Resultat ist wieder abhängig von der Helligkeit des Himmelsgrundes, da man mittelst des Spiegels stets die Summe der Helligkeit des Sterns und Grundes beobachtet. Die Bestimmung ist überdies abhängig von der Unveränderlichkeit

der Erleuchtung des Spiegels während 2 Vergleichungen. Aber weder die Anwendung der Argand'schen Lampe — deren Helligkeit durch den geringsten Luftzug, wie durch die verschiedenen Neigungen des Fernrohres geändert werden kann, — noch das durch Benützung des kleinen Prisma's herbeigeführte Bild eines sehr hellen Sterns, der auf dem Spiegel zur Lichtfläche verwandelt wird, sind in dieser Beziehung völlig genügend, letzteres namentlich wegen zu wenig Lichtes, wenn helle Sterne miteinander verglichen werden sollen.

Die Anwendung des Apparates ist also mehr auf Vergleichung von Lichtflächen im Bilde, wo sich nicht mehrerlei Helligkeiten mengen, beschränkt. Zur Vergleichung der Sterne aber wird ein Messungsmittel wünschenswerth erscheinen, welches sowohl die Helligkeit des Himmelsgrundes eliminirt, als auch unabhängig ist von der Veränderlichkeit der Vergleichungsmire. Letzteres zu erlangen, werden wir ein Instrument zu konstruiren haben, durch welches die Möglichkeit gegeben ist, die Lichtflächen zweier Sterne direkt miteinander zu vergleichen. Die Helligkeit des Grundes ist aber wohl dadurch am leichtesten zu eliminiren, dass die Bilder des Grundes für beide Sterne nicht im Gesichtsfelde getrennt neben einander, sondern durchsichtig übereinander zu liegen kommen, weil sich dadurch beide Helligkeiten zu einer gemeinsamen Grundhelligkeit, gleich für beide Sterne, vereinigen werden*).

Wir wollen nun die Grundbedingungen feststellen, welchen ein Instrument, was dieses leistet, entsprechen muss.

1. Das Instrument muss zwei miteinander zu vergleichende Sterne, gleichviel welches auch ihr Angulärabstand seyn mag, zugleich

---

*) Dieser Satz bedarf wohl kaum besonderer Nachweisung, wenn man beachtet, dass das Verhältniss der Helligkeit zweier Sterne, die sich sehr nahe stehen, nicht geändert wird, welches auch die Erleuchtung sey, die der Himmelsgrund annimmt.

nebeneinander im Gesichtsfelde zeigen, ohne dass die Helligkeit dieser Sterne Funktion des Abstandes wird.

2. Das Bild eines jeden Sternes muss unabhängig vom andern durch Verlängerung und Verkürzung in Lichtflächen zu verwandeln seyn.

3. Das Oeffnungsmaass (Objektivfläche) jedes Sternes muss messbar geändert werden können.

4. Das Instrument muss hinreichende Lichtstärke besitzen, um auch auf die kleineren Sterne angewandt zu werden.

Diesen Bedingungen genügt mit Ausnahme der letztern, die ich in späteren Untersuchungen zu verwirklichen hoffe, der Prismenphotometer, welcher in Beilage II. beschrieben, Tab. II. und III. nach der Natur auf drei rechtwinklichten Projektionsebenen $\frac{1}{2}$ der wahren Grösse abgebildet ist.

Aus Gründen, die in Beilage III. umständlich entwickelt sind, gab ich zur Prüfung des Instrumentes künstlich hervorgebrachten Sternen den Vorzug vor wirklichen. Die Resultate dieser Prüfungen sind in Beilage IV. Abth. c angegeben, und werden zum Schlusse berechtigen, dass der Photometer zur Bestimmung der Lichtquantitäten der Fixsterne völlig geeignet sey *).

---

*) Einer negativen Erfahrung muss ich hier noch erwähnen, die für die ortsbestimmende Astronomie von einiger Wichtigkeit werden dürfte.

Man kann nämlich zwei ungleich intensive Lichtpunkte durch Aendern der Flächenintensität, (siehe Beilage V.) d. h. durch Aenderung der Objektivöffnungen nicht in Helligkeit miteinander vergleichen. Der hellere Stern erscheint stets, wenn auch sein wahrer Durchmesser weit unter der Grenze der Sichtbarkeit liegt, als scharf begrenztes Lichtscheibchen. Durch Vermehren der Intensität des Lichtes (vermittelst des Erleuchtungsspiegels) kann dieser scheinbare Durchmesser bedeutend vergrössert werden, ohne dass sich der wahre Durchmesser ändert. Wird nun derjenigen Objektivhälfte, welche diesen helleren Stern zeigt, durch successives Verdecken immer mehr und mehr

Da man sonach im Besitze eines sichern Messungsmittels für die Helligkeiten der Sterne ist, drängt sich die Frage auf, in welcher Weise die Beobachtungen am Sternenhimmel anzuordnen seyen, um zur völligen Kenntniss dieses Gegenstandes zu führen.

Es scheint eine grosse Analogie zwischen den Helligkeits- und Ortsbestimmungen am Himmel zu bestehen.

Wir sehen die Helligkeiten der Sterne, wie ihre Positionen, in beständigem periodischem Wechseln begriffen.

Ein Theil dieser Aenderungen hängt direkt von der täglichen Bewegung ab, ein Theil ist eigenthümlicher Natur wie bei den Posi-

---

Licht entzogen, so vermindert sich keineswegs der scheinbare Durchmesser. Im Gegentheil wird er dadurch immer grösser, die Begrenzung wird undeutlicher, bis sich bei sehr kleiner Oeffnung des Objektives, das Bild in einen schwachen Lichtnebel auflöst. Eine Vergleichung der Helligkeit dieses Lichtnebels mit dem Bilde des andern Sterns, der als glänzender Punkt erscheint, ist natürlich völlig unausführbar. Die Grösse des scheinbaren Durchmessers wächst sonach mit der Intensität des Lichtes, und ist ausserdem abhängig von der Oeffnung des Objektives. Hieraus folgt aber auch, dass man die scheinbaren Durchmesser vermindern könne, wenn man die Intensität des Lichtes vermindert; und wirklich haben Beobachtungen dieses bestätigt.

Der Stern δ Cygni, dessen Durchmesser Staatsrath Struve mit seinem grossen Refraktor grösser als 1″ bestimmte, erschien hier durch einen Fraunhofer'schen Tubus von vorzüglicher Güte als scharf begrenztes Lichtscheibchen. Als aber zur Verminderung der Intensität des Lichtes ein über der Lampe schwach geschwärztes Glas zwischen Auge und Okular gebracht wurde, konnte seine Grösse bis zum durchmesserlosen Lichtpunkte vermindert werden. Dasselbe Mittel gab eben so überraschende Resultate über das Trennen sehr naher Doppelsterne.

Ich führe dieses nur an, weil daraus zu ersehen ist, dass aus diesem Grunde die Durchmesser aller Planeten, die Durchmesser von Sonne und Mond etc. entschieden zu gross bestimmt sind.

Wieviel diese Grösse als Funktion der Intensität etc. betrage, werde ich durch eine, eigens diesem Zwecke gewidmete Untersuchung andern Orts entwickeln.

tionen. Diese Analogie in der Erscheinung wird zum Schlusse berechtigen, dass auch eine Analogie in der Behandlung geeignet sey. In der That kömmt es bei beiden Klassen von Erscheinungen im Allgemeinen darauf an, die mittleren Werthe und die periodischen Abweichungen ihrer Grösse nach als Funktion der Zeit kennen zu lernen. Man wird folglich auch hier, wie es in der ortsbestimmenden Astronomie geschieht, darauf ausgehen müssen, Normalbestimmungen zu erlangen, also Helligkeits-Fundamentalsterne zu wählen, um mittelst dieser theils die übrigen zu bestimmen, theils die atmosphärischen Zustände zu eliminiren. Da hier die Helligkeit, was in der Astronomie die Position, ist, so wird man die Lichtfundamentalsterne von sehr verschiedener Helligkeit wählen müssen. Da es aber vor Allem darauf ankömmt, die Helligkeit der Sterne als Funktion der Zenitdistanz kennen zu lernen, um daraus etwa nach Laplace*) die von Atmosphäre befreiten Helligkeiten kennen zu lernen, so möchte es geeignet seyn, etwa 3 Gruppen von Zenitalsternen, die nahe 120° in A. R. auseinanderliegen und eine 4te Gruppe, dem Weltpole möglichst nahe, als Fundamentalsterne auszuwählen. Wenn jede dieser Gruppen 4 bis 5 sehr verschieden helle Sterne enthielte, würde man zu jeder Zeit in verschiedener Höhe hinreichende Vergleichungspunkte haben. Bei der Wahl dieser Sterne müsste man berücksichtigen: 1. Dass jede Gruppe an ihrem hellsten Sterne und von diesem aus die Uebrigen leicht aufzufinden wären, 2. dass bei keinem dieser Sterne ein anderer Stern von einiger Helligkeit nahe steht, weil sonst beim Umgestalten in Lichtflächen diese ineinander greifen können, 3. dass keiner der Lichtfundamentalsterne ein (unerkannt?) veränderlicher Stern ist. Ein solcher wäre zu diesem Zwecke unbequem.

Sterne, welche diesen Bedingungen entsprechen, möchten folgende seyn:

---

*) Mécanique céleste. Livr. X. Chap. III.

Sterngruppen.		Namen und Bezeichnungen der Sterne.	Position für 1800		Grössenschätzungen.
			α	δ	
I.	1	α Polaris	13° 1	88. 2	2. 3
	2	δ Ursae minoris	279. 1	86. 6	4.
	3	Piazzi No. 177	9. 0	87. 9	7.
	4	Anon. (Z.) Hardings Charten	287.	86. 0	8. 9
II.	1	α Lyrae (Wega)	277. 5	38. 6	1.
	2	γ Lyrae	282. 9	32. 4	3.
	3	λ Piazzi	283. 1	31. 9	6.
	4	Piazzi XVII^{h}. No. 290 . . .	283. 6	33. 3	7.
	5	Anon. Hardings Charten . .	283. 5	32. 1	9.
III.	1	α Aurigae	75. 5	45. 8	1.
	2	η Aurigae	73. 1	40. 9	4.
	3	12. Piazzi V^{h}. No. 5	75. 4	46. 2	6.
	4	Anon. Hardings Charten . .	75. 5	45. 1	9.
IV.	1	γ Ursae majoris	175. 8	54. 8	2.
	2	χ Ursae majoris	173. 9	48. 9	4.
	3	Anon. Hardings Charten . .	171. 0	55. 9	5.
	4	Anon. ditto	174. 9	55. 5	7.

Diese Sterne wären unter sich, so oft es die atmosphärischen Umstände gestatteten, zu vergleichen; erst wenn die Bestimmungen grosse Zuverlässigkeit erlangt hätten, dürfte man durch sie, die Helligkeit anderer Sterne, den periodischen Wechsel der veränderlichen Sterne, die Helligkeiten der Planeten, Nebelflecken und Kometen etc. etc. bestimmen.

Sind die Himmelskörper in Helligkeit sehr verschieden, so ist eine direkte Vergleichung mit besonderer Schwierigkeit verknüpft.

Für Fälle, wo in der Natur keine Zwischenstufen der Helligkeit existiren, muss man seine Zuflucht zu indirekten Wegen nehmen. Der Vollmond lässt sich z. B. mit Venus im grössten Lichte, oder den hellsten Fixsternen nur mit grosser Unsicherheit vergleichen, und eine direkte Vergleichung zwischen Sonne und Mond ist geradezu unmöglich.

Um zur Kenntniss ihres Helligkeitsverhältnisses zu gelangen, möchte man am schicklichsten die Erleuchtung der Atmosphäre durch den Einen und dann durch den Andern dieser Himmelskörper wählen.

Den Unterschied der Erleuchtung des Himmels, z. B. um Mittag in der Gegend des Nordpols, kann man mit der durch den Vollmond um Mitternacht (zur Zeit der Aequinoktien) durch Zuziehung der konstanten Helligkeit eines Sternes (etwa des Polarsterns) vergleichen, und daraus mit Rücksicht auf die Entfernungen dieser Himmelskörper ihr Helligkeitsverhältniss ableiten. Allein diese Bestimmung wird immer zu den schwierigsten gehören.

Es handelt sich jetzt noch um die Form, welche man den definitiven Messungen zu geben hat, um sie mit dem bisherigen Sprachgebrauch von Grössenklassen in nahe Uebereinstimmung zu bringen. Würde man dieses unterlassen, so führte man die Gefahr herbei, dass alle bisherigen Grössenschätzungen die wie jede Beobachtung einen reellen Werth, und ich möchte sagen, ein historisches Recht haben, unbenützt blieben. Eine Reduktion der Messungen auf den früheren Sprachgebrauch hat aber noch den Vortheil, dass sie uns jetzt die Bedeutung des Sprachgebrauches kennen lehrt, also zeigt, welche Helligkeitsunterschiede z. B. zwischen 1ster und 2ter, 2ter und 3ter Grösse, u. s. f. bestehen, folglich diesen Schäzungen den Werth von Messungen giebt, bis genauere Bestimmungen vorhanden sind. Dieser Vortheil darf nicht ohne Noth aufgeopfert werden, um so mehr, da sich eine höchst einfache Relation zwischen Messung und Grössenklasse herstellen lässt.

Wir wollen vorerst die Grössenklasse nicht von der Helligkeit, sondern unmittelbar von der Beobachtung selbst abhängig machen.

Denken wir uns Sterne verschiedener Grössenklassen durch Verstellen der Objektive des Photometers in gleich helle, also nur im Durchmesser verschiedene Lichtscheiben verwandelt, so gibt die Messung durch das Photometer Zahlenwerthe, welche diesen Durchmessern der Lichtscheiben proportional sind.

Wir wollen nun diese, den Durchmessern der Lichtscheiben proportionale Zahlen für Sterne verschiedener Grössenklassen mit d_0, d_1, d_2 u. s. f. bezeichnen, so gibt eine Vergleichung der Sterne d_0 mit d_1

$$\frac{d_0}{d_1}$$

und wenn man eben so in einer zweiten Beobachtung d_0 zur Vergleichungsmire für den Stern d_2 macht

$$\frac{d_0}{d_2}.$$

Sey die Grössenklasse, welcher der Stern d_1 angehört, durch: k_1, die Grössenklasse, welcher der Stern d_2 angehört, eben so durch: k_2 bezeichnet. Es bedeute ferner e die Basis irgend eines Logarithmensystemes, α, β aber, willkührliche konstante Grössen, welche durch die Beobachtung zu bestimmen sind, so setzen wir
für die erste Beobachtung

$$\left(\frac{d_0}{d_1}\right) \alpha = e^{k_1 \cdot \beta}$$

für die zweite Beobachtung

$$\left(\frac{d_0}{d_2}\right) \alpha = e^{k_2 \cdot \beta}$$

Diese beiden Gleichungen enthalten blos die beiden Unbekannten α und β, welche sich folglich aus ihnen bestimmen lassen. Sey der Bequemlichkeit der Rechnung wegen e die Basis der Brigg'schen Logarithmen, also

$$e = 10$$

so werden obige Gleichungen tabulär und geben:

$$\left.\begin{aligned} \log\left(\frac{d_0}{d_1}\right) + \log \alpha &= k_1 \cdot \beta \\ \log\left(\frac{d_0}{d_2}\right) + \log \alpha &= k_2 \cdot \beta \end{aligned}\right\} \text{I.}$$

woraus folgt:

$$\beta = \frac{\log\left(\frac{d_0}{d_1}\right) - \log\left(\frac{d_0}{d_2}\right)}{k_1 - k_2}$$

$$\log \alpha = \frac{k_2 \,.\, \log\left(\frac{d_0}{d_1}\right) - k_1 \,.\, \log\left(\frac{d_0}{d_2}\right)}{k_1 - k_2}$$

Diese Werthe von α und β entsprechen den angenommenen Grössenklassen k_1 und k_2 vollkommen. Untersucht man nun aber, was sich ergibt, wenn α und β successive aus je 2 Sternen anderer Grössenklassen abgeleitet wird, z. B. aus:

$$\frac{d_0}{d_1} \text{ und } \frac{d_0}{d_3} \text{ oder aus } \frac{d_0}{d_2} \text{ und } \frac{d_0}{d_6} \text{ u. s. f.}$$

so findet man stets nahe dieselben Werthe für α und β.

Daraus folgt aber, dass die angenommene Relation zwischen Messung und Grössenklasse der in den Schätzungen liegenden Gesetzmässigkeit für alle Grössenklassen zugleich nahe entspricht; daher die Werthe von α und β aus Messungen, die alle Grössenklassen involviren, nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet werden dürfen.

Um aber sowohl in den Beobachtungen, als in den Schätzungen der Grössenklassen genauere Bestimmungen zu erhalten, wird man nicht einzelne Vergleichungen berechnen, sondern Normal-Werthe durch das arithmetische Mittel aus vielen Messungen und Schätzungen von Sternen erster, zweiter, dritter Grösse u. s. f. bilden.

Beispielsweise mögen hiezu einige vorläufige Vergleichungen dienen; ich bemerke jedoch ausdrücklich, dass diese Werthe weder genau genug bestimmt, noch zahlreich genug sind, um ein zuverlässiges Resultat zu liefern; ich benütze sie also blos, um die Rechnung zu erläutern.

Name und Bezeichnung des Gestirns.	Grösse.		Mittelwerthe; Normalbestimmungen.	
	Lichtflächen-Durchmesser.	Grössen-Schätzung.	Messung.	Schätzung.
α Canis majoris (Sirius) . . .	3. 15	1		
α Lyrae (Wega)	2. 82	1		
α Bootis (Arcturus)	2. 52	1		
α Can. min. (Procyon) . . .	2. 11	1		
α Aurigae (Capella)	1. 91	1		
α Virginis (Spica)	1. 88	1		
β Orionis (Rigel)	1. 70	1		
α Orionis (Beteugeuze) . . .	1. 60	1		
α Leonis m. (Regulus) . . .	1. 58	1		
α Cygni (Deneb)	1. 58	1	2. 085	1. 000
α Tauri (Aldebaran)	1. 46	1		
α Scorpii (Antares)	1. 22	1		
γ Orionis (Bellatrix)	1. 15	2		
γ Cassiop.	1. 04	3	1. 2175	1. 750
η Ursae maj.	1. 01	2. 3		
α Polaris (Cynosurus)	1. 00	2. 3		
β Polaris (Cocab)	0. 90	3		
χ Orionis (Saiph)	0. 90	3		
β Cassiop.	0. 86	2. 3		
α Cephei (Alderamin)	0. 85	3		
α Hydrae (Alphard)	0. 81	2		
α Cassiop. (Schedir)	0. 75	3	0. 885	2. 688
η Aurigae	0. 57	4		
ε Aurigae	0. 56	4		
ρ Aurigae (Hädus primus) . .	0. 39	4		
δ Polaris (Jldun)	0. 37	3	0. 474	3. 750
Piazzi XVIII^h. 227. 24 Urs. min.	0. 201	6. 7		
Piazzi 0^h. 177. Ursae min. . .	0. 130	7		
Piazzi XX^h. 424. 24 Hev. . . .	0. 106	5. 6	0. 1456	6. 333
Anon. (Z.) Polaris	0. 0658	7. 8		

Diese 5 Normalbestimmungen für die Schätzung der Grössenklassen und die entsprechenden, beobachteten Lichtflächendurchmesser geben folgende Bedingungsgleichungen:

$$0 = 0.\ 31911 - \log(\alpha) + \beta$$
$$0 = 0.\ 08547 - \log(\alpha) + 1.\ 750 \cdot \beta$$
$$0 = 0.\ 05306 - \log(\alpha) + 2.\ 688 \cdot \beta$$
$$0 = 0.\ 32422 - \log(\alpha) + 3.\ 750 \cdot \beta$$
$$0 = 0.\ 83684 - \log(\alpha) + 6.\ 330 \cdot \beta$$

welche Gleichungen, nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt, geben:

$$0 = 0.\ 80954 + 5.\ 000 \log(\alpha) - 15.\ 518 \cdot \beta$$
$$0 = 6.\ 18685 + 15.\ 518 \log(\alpha) - 64.\ 419 \cdot \beta$$

woraus folgt:

$$\log(\alpha) = 0.\ 53946; \quad \alpha = 3.\ 4630.$$
$$\log(\beta) = 9.\ 35408; \quad \beta = 0.\ 22598.$$

Aus I folgt aber

$$k_{(n)} = \frac{\log\left(\frac{d_0}{d_n}\right) + \log(\alpha)}{\beta}$$

und durch Substitution obiger Zahlenwerthe wird

$$k_{(n)} = \frac{\log\left(\frac{d_0}{d_n}\right)}{0.\ 22598} + 2.\ 3872. \quad \Big\} \text{ II.}$$

welcher Ausdruck die Normalbestimmungen folgendermaassen darstellt:

Rechnung k′	Beobachtung k	Rechn. — Beob. k′ — k =
0.9751	1. 000	— 0. 0249
1.6330	1. 750	— 0. 1170
2.6220	2. 688	— 0. 0660
3.8218	3. 750	+ 0. 0718
6.0905	6. 330	— 0. 2395
* 7.6164	7. 5(:)	+ 0. 1164

Offenbar würde die Uebereinstimmung zwischen Schätzungen und Beobachtungen grösser ausgefallen seyn, wenn die Normalbestimmungen, wie es sich eigentlich gehört hätte, auf einer grossen Anzahl von Messungen und Schätzungen beruhten.

Wir wollen jedoch diese Bestimmungen benutzen, um einige vorläufige Folgerungen daraus zu ziehen, die in späteren genaueren Beobachtungen ihre Berichtigung finden mögen.

Aus der Gleichung II. ergiebt sich:

$$\log\left(\frac{d_0}{d_n}\right) = 0.\ 53946 - 0.\ 22598\ (k_n) \quad \Big\}\ \text{III.}$$

Dieser Ausdruck lehrt die Verhältnisse der Durchmesser von Lichtflächen kennen, wie sie bestimmten Grössenklassen entsprechen, und giebt somit also die Relation zwischen Lichtmengen und Grössenklassen. Setzt man in demselben successive

$$k_{(n)} = 1 = 2 = 3 \text{ u. s. f.}$$

so ergiebt sich für:

$k_{(n)}$	d′ relat. Durchmesser der Lichtflächen.	d'^2 Helligkeit oder Lichtmenge.
1.	13. 487	181. 9
2.	8. 015	64. 24
3.	7. 764	22. 69
4.	2. 831	8. 015
5.	1. 6826	2. 831
6.	1. 0000	1. 000

Dieses sind also die Lichtmengen, welche den normalen ganzen Grössenklassen entsprechen. Eine figürliche Darstellung dieser Flächenverhältnisse ist auf Tab. I. entworfen.

Aus obiger kleiner Tabelle ersieht man zugleich, dass sich die Helligkeit einer Grössenklasse stets durch Multiplikation der Helligkeit der nächst kleinern mit dem Faktor 2. 831 ergiebt, oder mit andern Worten, dass:

2. 831 Sterne 6ter Grösse so hell sind als ein Stern 5ter Grösse
2. 831 „ 5ter „ „ „ „ „ „ „ 4ter „
2. 831 „ 4ter „ „ „ „ „ „ „ 3ter „

u. s. f. oder wenn man diesen Faktor $2.831 = m^2$ setzt, dass man hat:

$$k_{(1)} = m^2\ k_{(2)} = m^4\ k_{(3)} = m^6\ k_{(4)} = m^8\ k_{(5)} \ldots = m^{2(n-1)}\ k_{(n+1)}$$
$$k_{(2)} = m^2\ k_{(3)} = m^4\ k_{(4)} = m^6\ k_{(5)} \ldots = m^{2(n-2)}\ k_{(n+1)}$$
$$k_{(3)} = m^2\ k_{(4)} = m^4\ k_{(5)} \ldots = m^{2(n-3)}\ k_{(n+1)}$$
$$k_{(4)} = m^2\ k_{(5)} \ldots = m^{2(n-4)}\ k_{(n+1)}$$
$$\vdots$$
$$k_{(n)} \ldots = m^2\ k_{(n+1)}\ ^{*)}$$

*) Dieses Gesetz ist nothwendige Folge der Relation, welche wir zwischen Grössenklasse und Helligkeit willkührlich annehmen.

Wären alle Fixsterne in Wirklichkeit gleich helle Sonnen, unter sich in gleichen Abständen, also die Helligkeitsverschiedenheiten nur optisch, so repräsentirten die verschiedenen Potenzen von m umgekehrt die Entfernungen, in welchen diese Himmelskörper stehen.

Unter dieser Hypothese gleicher Vertheilung der Sterne im Raume hat Staatsrath Struve in seinem „Catalogus novus stellarum duplicium" aus Abzählungen aller vorhandenen Sterne der einzelnen Grössenklassen, deren Normalhelligkeiten abgeleitet, und gefunden:

Grössenklasse	VI.	V.	IV.	III.	II.	I.
Helligkeit	1.00	2.93	6.61	14.11	29.59	61.73

Unsere Messungen haben jedoch ergeben:

Grössenklasse	VI.	V.	IV.	III.	II.	I.
Helligkeit	1.00	2.83	8.01	22.69	64.24	181.90

woraus folgen würde, dass die Helligkeitsunterschiede nicht blos optisch sind, weil das Gesetz, welches aus den Messungen abgeleitet, ein Anderes ist, als das aus den Abzählungen hervorgegangene.

Die Fixsterne sind also entweder nicht nahe gleich hell und gleichmässig im Raume vertheilt, oder es findet eine Extinction des Lichtes statt.

Letzteres wird wahrscheinlicher, wenn man beachtet, dass jede

---

Da unsere Annahme aber die Schätzungen in nahe Uebereinstimmung mit den Messungen bringt, so liegt diese Gesetzmässigkeit auch nahe in den Schätzungen selbst, oder ist unbewusst bei der Bildung von Grössenklassen nahe befolgt worden.

Grössenklasse von Sternen dem Auge sehr nahe gleich viel Licht zusendet, der Himmel aber dennoch dunkel erscheint; woraus schon Olbers auf Extinction des Lichtes im Raume oder auf eine endliche Anzahl von Sternen schloss.

Wenn wir uns, Obiges nachzuweisen, die Sterne jeder Grössenklasse auf Oberflächen von Sphären gleichmässig vertheilt denken, welche Sphären durch Halbmesser beschrieben sind, die umgekehrt den Durchmessern der Lichtscheiben 1ster, 2ter, 3ter Grösse u. s. f. proportional sind, so verhalten sich die Flächen dieser Sphären wie die Quadrate der Abstände oder nach dem Frühern umgekehrt, wie die Helligkeiten der entsprechenden Grössenklasse. Denn, setzt man wie oben den Helligkeitsfaktor

$$m^2 = 2.\ 831,$$

so ergiebt sich die Summe der Helligkeiten aller Sterne nach einzelnen Grössenklassen in Glieder abgetheilt

$$\Sigma = \text{Const.} \left\{ 1 + (m^2) + (m^2)^2 + (m^2)^3 + \ldots\ldots (m^2)^{(n-1)} \right\}$$

oder in Zahlen ausgedrückt:

$$\Sigma = \text{Const.} \left\{ 1 + 2{\cdot}831 + 8{\cdot}015 + 22{\cdot}69 + 64{\cdot}26 + 181{\cdot}9 + \ldots \right\}$$

die unmittelbare Abzählung aller Sterne aus Hardings Charten ergibt aber nach Grössenklassen geordnet

$$\Sigma = \text{Const.} \left\{ 1 + 3 + 9 + 22 + 69 + 280 + \ldots \right\}$$

welche Werthe mit Ausschluss der 6ten Grössenklasse, wo Täuschungen in der Schätzung sehr erklärlich sind, beinahe vollkommen mit unsern Helligkeitsverhältnissen übereinstimmen, und daher zeigen, dass jede Grössenklasse von Sternen uns gleich viel Licht zusendet. Dieses gilt jedoch nur bis zu den teleskopischen Sternen, wo überhaupt Relationen statt finden können, die von obigen sehr abweichen. Die nähere Untersuchung dieses Gegenstandes wird aber bis zum Besitze genauerer Bestimmungen verschoben bleiben müssen.

Wir wollen hier noch auszumitteln suchen, welche Grössenklasse von teleskopischen Sternen gewisse Fernröhre als Grenze ihrer Sehkraft zeigen können. Nimmt man an, dass die Sehkraft eines guten Auges ihre Grenze bei dem Erkennen eines Sternes 6ter Grösse finde, und dabei die Oeffnung des Auges 3''' betrage, so werden durch Fernröhre noch Sterne zu erkennen seyn, deren Lichtflächen sich umgekehrt wie die Durchmesser der Objektive weniger dem Lichtverluste durch dieselben verhalten. Der Lichtverlust durch ein Fraunhofer'sches Fernrohr ist circa $\frac{1}{5}$ Oeffnung zu setzen. Demzufolge stehen gleich helle Lichtscheiben ein und desselben Sternes mit freiem Auge und durch Fernröhre von den Oeffnungen

12''' 24''' 36''' 48''' 60''' 120''' gesehen,

im Durchmesserverhältniss von:

3 : 9·6 : 19·2 : 28·8 : 38·4 : 48·0 : 96·0

oder wie:

1 : 3·2 : 6·4 : 9·6 : 12·8 : 16·0 : 32·0

und hieraus berechnen sich nach II. die den Oeffnungen entsprechenden Grössenklassen, wie folgt:

Grössenklasse $k_{(0)}$	6.000	8.235	9.567	10.90	11.33	12.65
Objektiv-Oeffnung	3'''	12'''	24'''	48'''	60'''	120'''

Man wird nicht vergessen, dass diese Kraft der Fernröhre für sehr schwache Vergrösserungen, wo das Auge volles Licht erhält, berechnet ist. Stärkere Vergrösserungen bewirken, dass man noch kleinere Sterne unterscheidet; doch involviren diese Unterschiede wohl nur Theile einer Grössenklasse. Es wird also im Allgemeinen anzunehmen seyn, dass unsere grössten Fernröhre uns unter den Sternen

die das freie Auge nicht mehr erkennt, noch eben solche Helligkeitsunterschiede zeigen, wie sie das unbewaffnete Auge überhaupt an Fixsternen sieht.

Zum Schlusse dieser Betrachtungen, die hier nur Beispielsweise angeführt werden, und die, bis definitive Bestimmungen vorhanden sind, uns wenigstens näherungsweise mit den von der Zukunft zu erwartenden Resultaten bekannt machen können, möge hier noch eine vorläufige Vergleichung des Arcturus mit dem Vollmonde, und des letzteren mit der Sonne, Raum finden.

Den 18. Mai 1829. Zur ersten dieser Vergleichungen mit dem Beleuchtungsspiegel wurde das Fernrohr von 34''' Oeffnung, wenn es nach dem Monde gerichtet war, successive mit 3 Blendungen verengt, deren Durchmesser waren:

		Th.
I.	=	71. 51
II.	=	40. 86
III.	=	29. 23

38. 58 = 1 Pariser Linie.

Dagegen wurde dem Objektive, nach Arcturus gerichtet, volles Licht, 34''', gelassen, und das Okular verstellt, bis die Flächen gleich hell erschienen. Diess war in derselben Ordnung für die Okularverstellungen von

9.'''4.
13. 8.
26. 5.
} Brennweite = 504'''

hiermit ergab sich, da der Durchmesser des Mondes 31.1, das Durchmesserverhältniss der gleich hellen Lichtflächen von Arcturus und Mond, wie:

1 : 212.7	aus	I.
: 202.5	„	II.
: 184.6	„	III.
1 : 199.93		

oder in Einheiten wie oben:

$$\text{Arcturus} = 2{\cdot}52$$
$$\text{Vollmond} = 503{\cdot}83$$

woraus die Grössenklasse des Mondes nach II.

$$k_{(n)} = -9{\cdot}571$$

folgen würde.

Sonne und Vollmond wurden mit Zuziehung ihrer Entfernungen etc., dadurch verglichen, dass beobachtet wurde, wieviel beide in derselben Lage die Atmosphäre bei α Polaris erleuchteten.

Das Fernrohr auf α Polaris bei Tage gerichtet, musste 5''' 0 herausgezogen werden, um den Lichtkreis nicht mehr vom Himmelsgrunde unterscheiden zu können. Bei Mondlicht aber betrug die Verlängerung 203''' mit Rücksicht auf Aenderung des Grundes. Daraus folgt, dass die Tagesbeleuchtung 1648mal grösser als die Monderleuchtung war, und es wird das Durchmesserverhältniss gleich heller Flächen von Mond und Sonne, beide auf gleiche Entfernung reduzirt, wie

$$1 : 16433$$

d. h. die Sonne ist 270 Millionen mal heller als der Mond, beide in gleichem Abstand vom Auge.

Mit Zuziehung obiger Constanten wird demnach die Grössenklasse der Sonne

$$k_{(n)} = -28 \cdot 22$$

Vergleicht man nun Sonne und Arcturus unter der hypothetischen Voraussetzung, dass beides gleich helle Sonnen sind, und keine Extinction des Lichtes statt finde, so müsste Arcturus eine Entfernung von

$$3286500$$

Sonnenabständen haben, um diesem Helligkeitsverhältnisse zu ent-

sprechen. Diese Entfernung gibt eine jährliche Parallaxe des Arcturus von

0.″ 125 Bogensekunden

die allerdings bis jetzt unter der Grenze der Erkenntniss durch Beobachtung liegen würde.

Dieses Resultat will ich keineswegs verbürgen; denn es sind die Grenzen seiner Zuverlässigkeit unbekannt. Vielleicht wird man zu grösserer Sicherheit gelangen, wenn man statt dieses indirekten Weges der Helligkeitsvergleichung von Sonne und Sternen durch den Mond, die Sterne mit einem Reflexbilde der Sonne auf einer kleinen Kugel vergleicht. Bezeichnet φ den Winkel, unter welchem die Sonne erscheint, ψ aber den Winkel, unter welchem ihr Reflexbild auf der Kugel vom Halbmesser r in dem Abstande a erscheint, so ist, wenn der Beobachter zwischen Sonne und Kugel steht, nahe zu:

$$\frac{\psi}{\varphi} = \frac{r}{2a - r}$$

Die Helligkeit der Sonne verhält sich also zur Helligkeit ihres Reflexbildes:

$$= 1 : m \left(\frac{r}{2a - r}\right)^2$$

wo der Factor m durch den Lichtverlust bestimmt wird, der beim Reflex auf der Oberfläche der polirten Kugel statt findet. Diesen auszumitteln schlage ich vor, das Reflexbild einer Stahlkugel mit dem Reflex dieses Reflexes auf einer zweiten Kugel durch das Photometer zu vergleichen. Der Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung wird der durch Reflex erzeugte Lichtverlust seyn.

Indessen ist ein Uebelstand dieser Methode, der Vergleichung von Sonne und Sternen, — dass die Kugeln entweder sehr weit entfernt, wodurch sie den Luftzitterungen unterworfen, oder ausnehmend klein seyn müssen. Bei 200 Fuss Abstand der Kugel dürfte ihr Durchmes-

ser nur 0‴.027 betragen, um nahe gleich helles Reflexbild mit Arcturus zu zeigen, wenn obige Bestimmung richtig ist. Eine so kleine Kugel ist aber nicht mehr auszuführen.

Man müsste daher staublose Quecksilbertropfen statt Stahlkugeln anwenden, und ihren Durchmesser mikroskopisch bestimmen, oder was bequemer scheint, den Stern mit dem Reflexbild eines Sonnes-Reflexes auf einer zweiten Stahlkugel vergleichen.

Beilage I.

Beschreibung eines Okularapparates zur Vergleichung der Helligkeit erleuchteter Flächen.

Hiezu Tab. I.

Schon im Jahre 1823 hat Fraunhofer einen Okularapparat bekannt gemacht, welcher ihm diente, die Intensität der Helligkeiten verschiedener Farben zu bestimmen. Sein Messungsmittel beruht auf Verstellung einer kleinen Lampe gegen einen Spiegel, der das Gesichtsfeld halbirt, und von der Lampe erleuchtet wird. Indessen sind die Variationen, welche das Licht der Lampe namentlich durch die Verstellungen erleidet, so beträchtlich, dass ein anderer Apparat zu unserm Zwecke wünschenswerth erscheint. Ich habe daher hier von Fraunhofer nur das Vergleichungsmittel — den Spiegel, welcher das Gesichtsfeld halbirt, beibehalten, dagegen statt der verstellbaren Lampe, eine Objektivlinse angebracht, deren Oeffnung messbar verkleinert werden kann. Dadurch ist man im Stande, die Intensität des Bildes, welches das Objektiv auf den Spiegel bringt, beliebig zu ändern. Es ist aber oft vortheilhafter, andere Bilder als das einer Lampe zur Vergleichung in das Gesichtsfeld zu bringen. Daher habe ich dem Apparate die Einrichtung gegeben, welche Tab. I. Fig. 1 und 2 im Durchschnitt $\frac{1}{2}$ der wirklichen Grösse zeigt.

Dem terrestrischen Okulare wurde vor dem astronomischen der Vorzug gegeben, weil ersteres vollkommner geblendet ist und auch der Abstand der Bilder von der nächsten Linse grösser wird.

Bei demjenigen astronomischen Doppelokular, wo das Bild vor die Linsen fällt, was hier allein angewandt werden kann, sind die

kleinsten Körper oder Fehler der Politur der Collectivlinse, durch den Spiegel erleuchtet, sichtbar.

Dieses ist nicht der Fall bei dem terrestrischen.

Der grössere Lichtverlust kömmt nicht in Betracht, da es nur auf Unterschiede der Helligkeit ankömmt. Der Lichtbüschel ist bei doppelten Objectiven klein genug, um stets ganz von der Pupille aufgenommen zu werden. Der Stahlspiegel ist gegen die optische Axe 45° geneigt und so gestellt, dass sein Rand, der das Gesichtsfeld halbirt, in die Brennweite des Okulares gebracht werden kann.

Vor dem kleinen Objektive, welches gehörig geblendet, gegen den Spiegel verstellbar und in eine cylindrische Hülse eingeschraubt ist, ist ein doppelter Schuber in einem weitern Cylinder angebracht. Jede Hälfte des Schubers hat eine quadratische Oeffnung von der Grösse des Objektives. Beide Schuber werden durch dieselbe Schraube, welche zur Hälfte ein rechtes, zur Hälfte ein linkes dreifaches Gewinde hat, zugleich bewegt, so dass der eine aufwärts, der andere eben so viel abwärts geht, und daher bewirkt wird, dass der Mittelpunkt der quadratischen Oeffnung, diese mag nun vergrössert oder verkleinert seyn, stets von der Axe des kleinen Objektives getroffen wird.

Der todte Gang der Mikrometerschraube, die eine in 100 Theile getheilte Trommel trägt, ist auf das Sorgfältigste aufgehoben. Die ganzen Umgänge der Schraube sind auf die Seitenkante des einen, der Index auf die Seitenkante des andern Schiebers aufgetragen.

So misst die Skala in Verbindung mit der Trommel unmittelbar den diametralen Durchmesser der quadratischen Oeffnung des kleinen Objektives, Skala und Trommel zeigen = 0, wenn die Schuber geschlossen sind; die Helligkeiten ein und desselben Bildes werden sich daher verhalten wie die Quadrate der unmittelbaren Ablesungen.

Die cylindrische Hülse, in welcher sich die Schuber bewegen, hat eine doppelte Bestimmung. Es kann die Argandische Lampe, welche Fig. 3 zeigt, in dieselbe geschoben werden, so dass nun der Mittelpunkt der Flamme vor den Mittelpunkt des Objektives zu stehen kömmt. In dieser Hülse lässt sich die Lampe vermittelst eines Hebels drehen; damit sie bei allen Neigungen des Fernrohres vertical bleibe, und ihre Stellung gegen das kleine Objektiv nicht ändere. Es kann aber auch der kleine von 1° zu 1° getheilte Kreis, der ein Prisma trägt, statt der Lampe eingeschoben werden. Da nun dieser Kreis mit dem Prisma um die Axe des kleinen Objektives, und der ganze Okularapparat um die darauf rechtwinklichte Axe des grossen Objektives gedreht werden kann, so ist klar, dass man das Bild jedes beliebigen Objektes auf den Spiegel und somit im Gesichtsfelde neben das Hauptbild bringen kann, ohne dass die Helligkeit des Spiegelbildes von der Lage des Objektes gegen die Hauptaxe abhängig wäre, weil die Reflexionswinkel sowohl am Prisma als am Spiegel konstant 45° betragen. Man kann sonach jedes gewünschte Objekt zur Helligkeitsübertragung für das Hauptbild wählen, oder umgekehrt, wenn das grosse Rohr konstant auf eine matte Fläche gerichtet bleibt, alle andern Objekte mit dieser in Helligkeit vergleichen, siehe Beilage IV. b. Die Berichtigung des Stahlspiegels im Brennpunkte des Okulares erfodert besondere Aufmerksamkeit. Wenn die Axe des kleinen Schuberobjektives, die durch den Spiegel rechtwinklicht abgelenkt wird, nicht genau mit der Axe des Okulares zusammen fällt, so bekömmt das Auge nicht alles Licht der quadratischen Schuberöffnung, im Falle man ihr die möglichst grösste Oeffnung giebt. Dieses, so wie die Abweichungen einer Coincidenz der Axen, lassen sich dadurch leicht bemerken, dass man die Lagen der Lichtbüschel gegeneinander in einiger Entfernung vom Augenorte des Okulares betrachtet, indem man das Auge in die Verlängerung der optischen Axe des Okulares bringt.

Ist der Spiegel berichtiget und es fällt Licht sowohl von unten in das Okular herein, als durch den Quadratschuber von der Seite, so erscheinen die austretenden Lichtbüschel concentrisch; der des Okulares als Kreisfläche, der des Schubers durch den Spiegel als Quadrat in dieser Kreisfläche.

Treffen aber die Mittelpunkte des Quadrates und der Kreisfläche nicht zusammen, so muss dies durch Veränderung der Stellung des Spiegels bewirkt werden. Deshalb ist der Spiegel in eine cylindrische Hülse gefasst, welche sich in der Okularröhre drehen und in der Richtung der Okularaxe verschieben lässt.

Durch diese beiden Correctionen kann man stets durch Versuche die Coincidenz der Axen bewirken, ohne die Neigung des Spiegels zu ändern.

Eben so erfordert die Reinigung der Glasflächen von Staub und Schmutz die grösste Aufmerksamkeit, denn die Beobachtungsmethode setzt voraus, dass jeder Theil des Objektiv's und Prisma's gleichen Helligkeitswerth habe, was nicht mehr der Fall ist, wenn die Flächen stellenweise getrübt sind.

Beilage II.

Beschreibung des Prismenphotometers zur Vergleichung der Helligkeit von Sternen, und Andeutung eines andern Princips zur Elimination der Helligkeit des Grundes.

Der Okularapparat, welcher in Beilage I. beschrieben ist, zeigt die in Helligkeit miteinander zu vergleichenden Objekte stets unabhängig von einander.

Man muss, da beide Objektive in optischer Kraft so sehr verschieden sind, also keine direkte Comparation möglich ist, stets bei Vergleichung entweder das Hauptbild oder das Spiegelbild zur Uebertragung der Helligkeit benützen, um mit dieser konstanten Helligkeit successive andere zu vergleichen.

Wären beide Fernröhre in optischer Kraft nahe gleich, beide mit Messapparat, — zur Verengung der Objektive sowohl als zur Verstellung derselben gegen das Okular, — versehen, so würde man keiner Zwischenbeobachtung bedürfen, sondern ein Bild diente dem andern direkt zur Vergleichung.

Aber man sieht leicht, dass auf diese Weise die Messung der Helligkeiten der Sterne von der Helligkeit des Grundes, auf welchem sie erscheinen, abhängig würde.

Denken wir, um uns diess anschaulich zu machen, 2 für sich gleich helle Sterne auf sehr verschieden hellem Grunde, so zeigte obiger Apparat in der einen dunkeln Hälfte des Gesichtsfeldes den Stern sehr hell, während der andere Stern auf dem hellen Grunde in der andern Hälfte des Gesichtsfeldes nur schwach erschiene.

Wollte man nun durch Verstellen der Objektive, beide Sterne in

Lichtflächen verwandeln, die gleich hell sind, so dass der Rand des Spiegels unsichtbar wird, so müsste der Stern im dunkeln Theile so hell gelassen werden, als der Grund und Stern des andern Theils zusammen sind, was ohne Rücksicht auf die Helligkeit des Grundes natürlich ein falsches Resultat geben würde. Man müsste also damit beginnen, das Objektiv, welches den hellen Grund zeigt, zu verengen, bis der Grund für beide Objektive gleich ist, d. h. bis die Grenze des Spiegels verschwindet. Jetzt erscheinen die Sterne, obschon sie, wie wir voraussetzten, gleich hell sind, in Licht sehr verschieden. Werden aber nun die Objektive gegen das gemeinschaftliche Okular verschoben, und somit die Sterne in Lichtflächen verwandelt, so wird man finden, dass gleichen Objektivverstellungen beider Sterne auch gleiche Grundhelligkeit der Sternflächen entsprechen, und nur die Grösse dieser Sternflächen verschieden ist. Der Grund hiervon ist Beilage V. entwickelt.

So geben allerdings die Oeffnungsmaasse der Objektive das Verhältniss der Helligkeiten des Grundes, die Objektivverstellungen aber das Verhältniss der Helligkeiten der Sterne.

Allein die Methode ist nicht bequem, weil man die Helligkeit des Grundes bestimmen muss, ohne diese nöthig zu haben, und für den Stern nicht möglichst genau, weil sie theils von der ersten Bestimmung abhängig ist, theils, oft bei sehr verminderter Lichtmenge vorgenommen werden muss, daher eine direkte Elimination des Einflusses des Grundes vorzuziehen ist.

Diese erlangt man durch das Princip der doppelten Bilder.

Das in Tab. II. und III. abgebildete Instrument ist darauf gegründet:

Fig. 1, 2 und 3 sind die ortographischen Projektionen des Instrumentes auf drei rechtwinklichten Coordinaten - Ebenen. Bei

Fig. 3 ist der Okularstutzen heraus geschraubt, um die Einrichtung der Objektivschuber möglichst deutlich zu zeigen.

Das Objektiv ist diametral zerschnitten. Jede Hälfte bewegt sich mittelst eines Schubers in der Richtung der optischen Axe, und kann mit der Schraube, die als Griff dient, fest geklemmt werden. Scalen längs der Einschnitte, in welchen sich die Schuber bewegen, geben in Verbindung mit den Nonien auf den Schubern, das Maass der Verschiebung in Pariser Linien.

Die Okularröhre ist ebenfalls mit ähnlicher Scala versehen Fig. 1.

Vor jeder Objektivhälfte ist ein doppelter Schuber, mit halb linkem, halb rechtem Gewinde bewegt und mit einer in 100 Theile getheilten Trommel versehen, angebracht. Die Einrichtung dieses Schubers ist aus der Zeichnung Fig. 3 und 1 deutlich zu ersehen. Vor die Mitte dieser Schuber ist gegen das Objektiv zu eine Lamelle gelegt, welche den Schnitt der Objektive deckt, und, bei grossen Objektivverstellungen die parallaktische Einwirkung des einen Prisma auf die Objektivhälfte des andern unmöglich macht.

In das cylindrische Rohr schraubt sich der würfelförmige Körper, auf welchem der Krèis befestigt ist.

In dem Würfel ist ein rechtwinklichtes Glasprisma mit Correctionsschrauben angebracht, welches derjenigen Hälfte des Objektives Licht zusendet, die in Fig. 1 über der Ebene des Papieres liegt.

In Fig. 2 sieht man in dem Würfel die runde Oeffnung, welche das Licht senkrecht auf die Zeichnungsebene einfallen lässt. Das Prisma nimmt die linke Hälfte dieser Oeffnung ein. Man sieht durch dasselbe in der Figur die Spiegelung der Objektivschuber, welche auf 100 + 45 Trommeltheile geöffnet sind.

Diese Oeffnung zeigt die Seitenansicht des Schubers auf Fig. 1.

Ueber dem Kreise ist das äussere Prisma wie Fig. 1 zeigt, angebracht. Dieses sendet der andern Objektivhälfte, die also in Fig. 1 unter der Papierebene in Fig. 2 rechts liegt, Licht zu. Da der Kreis im Centrum durchbrochen ist, in der cylindrischen Weite des Objektives, so sendet dieses Prisma seiner Objektivhälfte in allen Lagen Licht zu, weil dieses stets neben dem Prisma im Würfel vorbei, durch seinen Schuber auf seine Objektivhälfte fällt.

In Fig. 2 sieht man ebenfalls durch das obere Prisma die Spiegelung seiner Objektivschuber, und das Licht fällt hier ebenfalls senkrecht auf die Papierebene ein.

Hier sieht man auch das Spiegelbild der Lamelle, welche vor die Objektivschuber gestellt ist, in der Oeffnung des Würfels die eine Hälfte, in dem obern Prisma die andere Hälfte.

In dieser Lage zeigen nun beide Prismen dasselbe entfernte Objekt, etwa einen Stern, zugleich im Gesichtsfelde, allein dieser erscheint wegen der Verstellung der Objektive in rechtwinklichte Dreieckflächen verwandelt, da die Sternfläche immer die Form des Objektives, also hier ein rechtwinklichtes Dreieck, annimmt.

Diese beiden Lichtflächen sind aber nicht gleich gross und nicht gleich hell, weil die Oeffnungsmaasse und die Objektivstellungen verschieden sind.

Wird nun der Kreis mit dem äusseren Prisma gedreht, ohne das Prisma des Würfels zu bewegen, so erscheinen successive neben dem Bilde durch letzteres alle Objekte, welche in der Ebene des Kreises liegen, durch das äussere Prisma, und man sieht, dass die Verstellung des Kreises gleich ist dem Angulärabstand der Objekte, welche beide Prismen zeigen. Da nun der Reflexionswinkel für beide Prismen, welche auch ihre Stellung gegeneinander seyn mag, stets 45° beträgt, so ist klar, dass auch die Helligkeit der Bilder durch diese

Operation nicht geändert wird. Der Angulärabstand zweier Objekte mag daher seyn, welcher er wolle, so können die Bilder dieser Objekte im Gesichtsfelde nebeneinander gebracht werden, wenn man den Kreis in diejenige Ebene bringt, welche durch die beiden Objekte und das Auge des Beobachters gelegt werden kann.

Um dieses mit Leichtigkeit auszuführen, dient das Stativ.

Dieses hat 3 Axenbewegungen. Die Vertikalaxe ist auf dem Fussgestelle befestigt und geht durch die Säule. Letztere trägt einen gabelförmigen Kopf, auf welchem die Horizontalaxe ruht. Diese kann durch Schrauben, die auf Backen drücken, wie man in Fig. I. und III. sieht, fest geklemmt werden.

Durch den Würfel der Horizontalaxe geht rechtwinklicht die dritte Axe, die an ihrem einen Ende das festgeschraubte Instrument, an der Büchse des andern Endes aber das Gegengewicht für dasselbe trägt, und mittelst einer Schraube, die man in Fig. 1 von der Seite, in Fig. 3 von oben sieht, geklemmt werden kann. Diese Axe ist parallel mit den in das Würfelprisma einfallenden Hauptstrahlen, welche in Fig. 1 durch punktirte Linien angezeigt sind. Ein in der Verlängerung dieser Axe befindliches sehr entferntes Objekt wird daher in der Mitte des Gesichtsfeldes bleiben, während man das Instrument um diese dritte Axe dreht.

Sollen nun 2 Sterne, deren Abstand im grössten Kreise $= \pm \psi$ ist, zugleich in's Gesichtsfeld gebracht werden, so stellt man zuerst den Kreis auf $\pm \psi$; dann richtet man die dritte Axe durch Drehung um die Vertical- und Horizontalaxe auf den einen dieser Sterne, welches durch Visiren längs des Gegengewichtes hin erleichtert wird. Ist nun dieser Stern im Gesichtsfelde, so dreht man das Instrument um die dritte Axe, bis man, über die Ebene des Kreises hin visirend, auch den zweiten Stern erblickt. Nun ist der Kreis in der Ebene,

die durch das Auge und die beiden Sterne geht, und sie werden daher beide im Gesichtsfelde seyn.

Bei den Prüfungen dieses Instrumentes an künstlichen Sternen war die Nähe der Objekte so gross, dass deren Bild nicht in die Mitte der Verstellbarkeit der Objektivschuber fiel. Um dieses bewirken zu können, wurde der cylindrische Hauptkörper des Photometers durch Einschrauben einer gleich weiten Röhre um 35‴ verlängert. Diese Abänderung ist in der Zeichnung nicht berücksichtigt.

Sollte das Instrument in grossem Maasse ausgeführt werden, was zur Bestimmung der Helligkeiten kleiner Sterne unerlässlich scheint, so müsste man statt Vertical- und Horizontalaxe, Stunden und Deklinationsaxe anbringen, um mittelst Einer Axendrehung die Bilder im Gesichtsfelde zu erhalten.

Auch das Aufsuchen würde durch 2 kleine Fernröhre, die mit den Prismen fest verbunden sind, und parallel mit den einfallenden Hauptstrahlen gestellt wären, sehr bequem werden. Statt der Prismen könnte man im Grossen eben so gut Planspiegel, die 45° gegen die optische Axe geneigt würden, anbringen.

Beilage III.

Beschreibung des Apparates zur Prüfung der Instrumente.

Wir haben in Beilage V. gezeigt, dass das Photometer das Verhältniss der absoluten Lichtmengen zweier Sterne misst. Indessen ist obige Theorie, wie bereits bemerkt wurde, nicht streng richtig, und daher auch der Fall denkbar, dass alle Angaben des Photometers von einem konstanten Fehler behaftet seyen.

Wären die Angaben des Photometers nicht das Maass der absoluten Lichtmengen, sondern nur proportionale Werthe, so dass z. B. alle gefundenen Helligkeitsverhältnisse mit dem Faktor m multiplizirt werden müssten, um den in der Natur Bestehenden gleich zu werden, so könnte dieses m nicht aus Beobachtungen an Sternen abgeleitet werden *).

Um eine vollständige Prüfung des Instruments zu erlangen, ist man daher genöthigt, genau bekannte Lichtmengen durch das Photometer miteinander zu vergleichen, d. h. zu künstlichen Sternen überzugehen.

In dieser Beziehung eignen sich Lichtreflexe auf polirten Stahlkugeln ganz vorzüglich. Bringt man eine polirte Stahlkugel in dunklen Raum, in welchen blos durch eine kleine Oeffnung Tageslicht einfallen kann, so reflektirt sich das Bild dieser Oeffnung, als sehr heller Lichtpunkt, ohne sichtbaren Durchmesser auf der Kugel.

---

*) Eben so wenig als alle 3 Correctionen eines Passageninstrumentes durch Sterndurchgänge allein zu bestimmen sind.

Es ist dieser Reflex durch ein Fernrohr betrachtet einem Fixsterne so ähnlich, dass man glauben könnte, das Fernrohr nach dem Himmel gerichtet zu haben. Aendert man die Oeffnung, durch welche das Licht einfällt, so ändert sich auch dem proportional die Grösse des Bildes auf der Stahlkugel.

Allein der Angulärwerth, unter welchem das Reflexbild erscheint, bleibt stets unter der Grenze des Erkennens eines Durchmessers. Daher ändert man scheinbar mit der Oeffnung für das einfallende Licht die Intensität des Reflexbildes.

Auf diese Weise hervorgebrachte künstliche Sterne sind völlig frei von Beugung des Lichts, was durch kleine Oeffnungen nie zu vermeiden gewesen wäre. Sie verschaffen den Vortheil, dass man niemals undulirende Bilder hat, und sind, wenn die gehörige Vorsicht getroffen wird, von konstantem Helligkeitsverhältniss zu einander.

Zwei nahe gleiche Stahlkugeln, auf welchen ungleich grosse scheinbar verschieden intensive Reflexe hervor gebracht werden, sollen uns daher als Mittel zur strengen Prüfung des Instrumentes dienen.

Bei der Construktion eines Apparates dieser Art muss man im Auge behalten, dass die Reflexionskraft zweier polirter Kugeln aller Vorsicht ungeachtet nie völlig gleich seyn wird.

Eben so unmöglich ist es, zwei Kugeln auszuführen, die völlig gleichen Durchmesser haben.

Auch setzt die Methode voraus, dass beide Oeffnungen, durch welche Licht auf beide Kugeln fällt, gleich und gleichmässig erleuchtet seyen, was ebenfalls nicht mit aller Schärfe zu bewirken ist.

Zur Elimination dieser auf das Helligkeitsverhältniss einwirkenden Umstände wird man daher den Apparat so bauen müssen, dass

sowohl die Kugeln als die Oeffnungen ihre wechselseitigen Lagen tauschen können.

Der Apparat, welchen ich bauen liess, und der auf Tab. III. perspektivisch abgebildet ist, hat daher folgende Einrichtung bekommen.

In einem parallelopipedischen Kasten von 24″ Länge, 16″ Breite und 12″ Höhe, dessen eine kleinste Seitenwand fehlt, sind die beiden nahe gleichen Stahlkugeln von 6‴. 44 Par. Durchmesser angebracht.

Sie stehen auf Stützen gekittet, welche sich in den Boden des Kastens cylindrisch einstecken und können miteinander verwechselt werden.

Der Abstand der Kugeln beträgt etwa 8″. Genau über den Kugeln sind 2 gleiche 48‴ lange und 30‴ weite cylindrische Röhren in dem Deckel des Kastens befestigt. Der Kasten und die Röhren sind innen gut geschwärzt, die Röhren haben überdiess Blendungen zum Abhalten des Seitenlichtes und, von der offenen Seite des Kastens herein, schiebt sich in seiner ganzen Weite ebenfalls ein geschwärzter Schuber, welcher blos 2 vor die Kugeln passende rund ausgedrehte Blendungen trägt. Durch diese Oeffnungen erscheinen die Reflexe der Stahlkugeln auf vollkommen dunklem Grund, und es können sich vermöge einer Zwischenwand die Bilder einer Kugel nicht zugleich verkleinert auf der Andern spiegeln.

Ueber die obern cylindrischen Röhren passen ausgedrehte Büchsen genau; sie lassen sich um die Axen der Röhren drehen. Das Centrum dieser Büchsen ist 24‴ weit durchbrochen, und auf ihrer Oberfläche ist eine cylindrische Vertiefung eingedreht, in welche die 4 Blendungen passen, die uns bereits zur Prüfung des Okularapparates dienten.

Jede dieser Büchsen hat seitlich zwei 49‴ hohe Stützen. Zwi-

schen diesen sind Glasspiegel von 94''' Länge und 42''' Breite, welche cylindrische Zapfen in der Mitte ihrer Längenseiten haben, eingelegt, und mit Sätteln geklemmt.

Die Spiegel können sonach um diese Axen und um die Axen der Röhren gedreht, d. h. nach jedem Punkte gerichtet werden. Die Rückseite der Spiegelgläser ist mit vollkommen gut gespanntem weissem Zeichnungspapier bezogen, was an den Dickenkanten der Spiegel festgeleimt ist.

Die Spiegel, wie deren Belegung von Papier auf der foliirten Seite sind von demselben Stücke genommen.

Dieser Einrichtung zufolge können sowohl die Spiegelebenen als die Papierebenen genau parallel gestellt werden.

Die Spiegel sollen zur Erleuchtung der Kugeln dienen, wenn der Himmel völlig rein oder gleichmässig ist. Die Papierflächen aber, wenn unter vorüberziehenden Wolken oder bei grösserer Helligkeit beobachtet werden soll.

Die Erleuchtung, welche man durch die Spiegel auf das Blaue des Himmelsgrundes gerichtet, erlangt, ist nicht gleichmässig, weil die Intensität, wie wir Beilage IV. Abth. B. durch Beobachtungen gezeigt haben, Funktion der Zenithdistanz ist.

Doch kann man die Veränderlichkeit in einiger Höhe über dem Horizonte für einen Bogen, der etwa 8° nicht übersteigt, als den Höhenunterschieden proportional annehmen, woraus folgt, dass wenn beide Axen beider Spiegel nach demselben Punkt gerichtet sind, concentrische Flächen am Himmelsgrunde den Quadraten ihrer Durchmesser proportionale Lichtmengen haben, also kein konstanter Fehler durch die ungleichmässige Erleuchtung des Himmelsgrundes entsteht.

Um aber die verschiedene Lichtabsorbtionskraft beider Spiegel,

beider Kugeln, und die Ungleichheit der Abstände beider Blendungen von den Mittelpunkten ihrer Kugeln zu eliminiren, muss jede Blendung mit jeder Helligkeit und jeder Kugel gleich oft verglichen werden.

Nimmt man nun an, wie es bei unserm Apparate der Fall ist, dass die Helligkeiten (Spiegel) nicht vertauscht werden können, so müssen die übrigen Elemente statt ihrer wechseln.

Sey z. B. die Helligkeit des nördlichen Spiegels = H_1
des südlichen = H_2.

Eben so seyen die Blendungen durch
B_1
B_2
und die Kugeln durch k_1
k_2
bezeichnet, so muss zu stehen kommen:

Lagen.	In Norden.	In Süden.
1.	H_1 B_1 k_1	H_2 B_2 k_2
2.	B_1 k_2	B_2 k_1
3.	B_2 k_2	B_1 k_1
4.	B_2 k_1	B_1 k_2

Durch diese 4 Lagen ist obige Bedingung erfüllt, indem jede Blendung und jede Kugel mit jeder Helligkeit zweimal verglichen ist.

Allein man würde durch diese Vergleichungen ein Resultat erhalten, welches afficirt ist von dem Unterschiede in der Lichtkraft beider Hälften des Photometers, ferner, affizirt von den veränderlichen Abständen der Objektivhälften des Photometers von den Stahlkugeln.

Ehe wir nachweisen, dass sich alle diese störenden Einwirkungen ausgleichen, wenn bei jeder der obigen 4 Stellungen die beiden Hälften des Photometers ihre Lagen gegen die beiden Reflexe tauschen, müssen wir die Lokalität der Beobachtung angeben.

Der Helligkeitsapparat ist vor dem östlichen Fenster eines völlig verdunkelten Zimmers, welches genau nach den Weltgegenden orientirt, angebracht. Das Photometer steht in einem gegen Westen an dieses gränzenden Zimmer in gleicher Höhe über den Fussboden; auch dieses Zimmer ist so weit verdunkelt, dass man nach dem Aufenthalt von $\frac{1}{2}$ Stunde in demselben nur gerade mit Mühe im Stande ist, an dem Endpunkte des Objektiv-Schubers das Photometer abzulesen.

Der Abstand der Prismen des Photometers von den Kugeln beträgt 2589‴ Par. Die Ebene des ersten Vertikals trifft in die Mitte zwischen beide Kugeln, und theilt das Photometer der Länge nach in 2 Hälften, wovon die nördliche die A-Seite ist.

Der Beobachter steht stets nördlich oder südlich vom Instrumente, je nachdem in derselben Ordnung, die A-Seite des Photometers den nördlichen oder südlichen Stern zeigt, weil das Photometer, um die Coincidenz der Bilder im Gesichtsfelde zu bewirken, von dem ersten Vertikal aus, circa 15° nördlich oder südlich in der Ebene des Meridians geneigt werden muss.

In dieser nahe senkrechten Stellung des Photometers, das Okular nach oben, sieht man leicht, dass die Abstände der Kugeln von beiden Objektivhälften, um den Abstand der Prismen d. i. 26‴ verschieden sind. Auch ist der Winkel des mittleren einfallenden Centralstrahles für das Prisma B stets um 35′ aus demselben Grunde grösser, als für das Prisma A. Durch eine Verstellung der Objektivschuber gegen das Okularbild wird aber ebenfalls der Abstand von den Kugeln geändert; stellt man daher das Okular in der Weise, dass beide Objektivschuber in der Mitte ihrer Verstellbarkeit sind, wenn die Sterne im Bild als Lichtpunkte erscheinen, und vergleicht nun stets in symmetrischen Lagen über und unter dem Bilde die Lichtflächen auf gleiche Helligkeit, so eliminiren sich alle diese, auf das Helligkeitsverhältniss einwirkenden Umstände, wenn das Prisma A beide Sterne gleich oft zeigt, d. h. wenn die Lage der Prismen gegen die Sterne gewechselt wird.

Man eliminirt also alle von dem Instrumente und seiner Aufstellung herrührenden Einflüsse auf das Helligkeitsverhältniss beider Sterne, wie sie von einem Punkte aus betrachtet erscheinen müssten, durch das Wechseln der Prismen.

Aus dieser Betrachtung in Verbindung mit den Combinationen, durch welche die Einflüsse des Apparates eliminirt werden, geht nun folgende Regel der Elimination aller Fehler hervor.

1. Man vergleicht beide Lichtflächen, gleich oft, und in relativgleichen Abständen über und unter dem Bilde.

2. Man wechselt die Lage der Prismen und wiederholt dieselben Beobachtungen.

3. Man wechselt die Kugeln und wiederholt die Beobachtungen.

4. Man wechselt die Prismen und wiederholt die Beobachtungen.

5. Man wechselt die Blendungen und wiederholt die Beobachtungen.

6. Man wechselt die Prismen und wiederholt die Beobachtungen.

7. Man wechselt die Kugeln und wiederholt die Beobachtungen.

8. Man wechselt die Prismen und wiederholt die Beobachtungen.

Das aus diesen 8 zusammenhängenden Vergleichungen abgeleitete Helligkeitsverhältniss muss genau stimmen mit demjenigen, was durch Rechnung aus den Oeffnungen und Abständen beider Blendungen folgt.

Letzteres wollen wir jetzt entwickeln:

Sey der Abstand des Auges im Mittel von beiden Kugeln $= a$, der kleinste senkrechte Abstand der Blendungen von den Kugeln $= b$, der Halbmesser der Kugeln im Mittel $= r$, der Winkel, unter welchem eine Blendung, vom Centro der Kugel aus betrachtet, erscheint $= 2X$, der Winkel, Auge, Centrum der Kugel, Centrum der Blendung $= \varphi$, der Winkel, Centrum der Kugel, Auge, unterste Grenze des Lichtreflexes $= \psi$, so dass also dieser Strahl von demjenigen Grenzpunkte der Blendung herkömmt, welcher dem Auge am nächsten ist. Der Winkel dieses Strahles an der Grenze der Blendung mit dem Centrum der Kugel sey: $= \rho$, so hat man die Relation:

$$\operatorname{Sin} \psi = \frac{r}{a + r} \operatorname{Sin} \left(\frac{\varphi - X + \rho + \psi}{2} \right)$$

Ebenso hat man für den Strahl, welcher von der entferntesten Grenze der Blendung kömmt:

$$\operatorname{Sin} \psi' = \frac{r}{a + r} \cdot \operatorname{Sin} \left(\frac{\varphi + X + \rho' + \psi'}{2} \right)$$

Ferner ergibt sich die Relation:

$$\operatorname{Sin} \psi = \frac{c + r}{a + r} \operatorname{Sin} \rho$$

$$\operatorname{Sin} \psi' = \frac{c + r}{a + r} \operatorname{Sin} \rho'$$

hier ist

$$c + r = \frac{b + r}{\operatorname{Cos} X}$$

Setzt man nun:

$$\frac{\Delta'}{4} = 2X + (\rho' - \rho) + (\psi' - \psi)$$

$$\frac{\Sigma}{4} = 2\varphi + (\rho' + \rho) + (\psi' + \psi)$$

so wird für die ψ und ρ

$$\left.\begin{aligned}
\operatorname{Sin}\left(\frac{\psi' - \psi}{2}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{\psi' + \psi}{2}\right) &= \frac{r}{a+r} \operatorname{Sin}\left(\frac{\Delta}{4}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{\Sigma}{4}\right) \\
\operatorname{Sin}\left(\frac{\psi' + \psi}{2}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{\psi' - \psi}{2}\right) &= \frac{r}{a+r} \operatorname{Sin}\left(\frac{\Sigma}{4}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{\Delta}{4}\right) \\
\operatorname{Sin}\left(\frac{\rho' - \rho}{2}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{\rho' + \rho}{2}\right) &= \frac{a+r}{c+r} \operatorname{Sin}\left(\frac{\psi' - \psi}{2}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{\psi' + \psi}{2}\right) \\
\operatorname{Sin}\left(\frac{\rho' + \rho}{2}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{\rho' - \rho}{2}\right) &= \frac{a+r}{c+r} \operatorname{Sin}\left(\frac{\psi' + \psi}{2}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{\psi' - \psi}{2}\right)
\end{aligned}\right\} \text{I.}$$

Um aus diesen Gleichungen den Zahlwerth von $\psi' - \psi$ abzuleiten, ist es vortheilhafter, den Weg der successiven Näherung einzuschlagen.

Indem ψ und ρ in vorliegendem Falle sehr klein sind gegen φ und X, wird man zur ersten Annäherung diese vernachlässigen können.

Man beginnt also die Rechnung nach den Ausdrücken, wozu 4 Zifferstellen hinreichend sind:

$$\left.\begin{aligned}
\psi' - \psi &= \frac{2 \,.\, r \;\; \mathrm{Sin}}{(a + r)\;\mathrm{Sin}_1''} \left(\frac{X}{2}\right) \mathrm{Cos}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\
\psi' + \psi &= \frac{2 \,.\, r \;\; \mathrm{Sin}}{(a + r)\;\mathrm{Sin}_1''} \left(\frac{\varphi}{2}\right) \mathrm{Cos}\left(\frac{X}{2}\right) \\
\rho' - \rho &= \frac{(a + r)}{(c + r)} (\psi' - \psi) \\
\rho' + \rho &= \frac{(a + r)}{(c + r)} (\psi' + \psi)
\end{aligned}\right\} \text{II.}$$

Diese Werthe in die Gleichungen (I.) gesetzt, geben mit fünfstelligen Tafeln schon sehr genäherte Summen und Differenzen der ψ und ρ, welche zur abermaligen Verbesserung von $\frac{\Delta}{4}$ und $\frac{\Sigma}{4}$ benutzt werden. Nun rechnet man mit siebenstelligen Tafeln nochmals nach den Ausdrücken (I.), und eine zweite Wiederholung bloss für $\mathrm{Sin}\,\frac{\psi' - \psi}{2}$, gibt $\psi' - \psi$ mit der Genauigkeit der Tafeln. Hat man so den Winkel gefunden, unter welchem eine Blendung erscheint, so ergeben sich die Werthe für die übrigen Blendungen weit rascher, weil man durch die nahe Proportionalität zwischen den X und $\psi' - \psi$

interpoliren kann, folglich gleich von sehr genäherten Werthen ausgeht. In vorliegendem Falle sind die Zahlenwerthe folgende:

$$a = 2598'''$$
$$b = 122.3$$
$$r = 3.22$$

Die Durchmesser der 4 Blendungen, welche wir benutzten, sind aber:

$$\text{I.} = 19.'''940$$
$$\text{II.} = 15.350$$
$$\text{III.} = 11.777$$
$$\text{IV.} = 7.071$$

Damit findet man, wenn man die X mit den Zahlen der angehörigen Blendungen bezeichnet

$$X_1 = 4^\circ\ 32'\ 29.''21$$
$$X_2 = 3\ \ 29\ \ 56.51$$
$$X_3 = 2\ \ 41\ \ \ 9.38$$
$$X_4 = 1\ \ 36\ \ 48.29$$

Der Winkel φ ist für alle Blendungen gleich, und man kann annehmen:

$$\varphi = 90^\circ$$

Damit ergibt sich auf obige Weise, wenn man die Winkel mit den Zahlen der Blendungen bezeichnet:

$$\psi'_1 - \psi_1 = 14.''30369$$
$$\psi'_2 - \psi_2 = 11.02167$$
$$\psi'_3 - \psi_3 = 8.461032$$
$$\psi'_4 - \psi_4 = 5.082778$$

und wir finden das scheinbare Verhältniss der Durchmesser der Lichtreflexe auf den Stahlkugeln durch Division dieser Werthe ineinander, wie folgt:

$$\frac{\psi'_1 - \psi_1}{\psi'_2 - \psi_2} = \frac{\text{I.}}{\text{II.}} = 1 \cdot 297778$$

$$\frac{\psi'_1 - \psi_1}{\psi'_3 - \psi_3} = \frac{\text{I.}}{\text{III.}} = 1 \cdot 690537$$

$$\frac{\psi'_1 - \psi_1}{\psi'_4 - \psi_4} = \frac{\text{I.}}{\text{IV.}} = 2 \cdot 814147$$

$$\frac{\psi'_2 - \psi_2}{\psi'_3 - \psi_3} = \frac{\text{II.}}{\text{III.}} = 1 \cdot 302639$$

$$\frac{\psi'_2 - \psi_2}{\psi'_4 - \psi_4} = \frac{\text{II.}}{\text{IV.}} = 2 \cdot 168434$$

$$\frac{\psi'_3 - \psi_3}{\psi'_4 - \psi_4} = \frac{\text{III.}}{\text{IV.}} = 1 \cdot 664647$$

Man wird vielleicht noch einiges Bedenken hegen, ob die scheinbaren Durchmesser der Lichtreflexe als Maass der Helligkeitsmengen dienen können, da offenbar die Reflexionskraft der Stahlkugel für grössere Reflexwinkel selbst grösser ist, daher die untere Grenze eines Reflexbildes schwächer als die obere seyn wird.

Der Bogen, welchen ein Reflexbild auf der Kugeloberfläche einnimmt, ist jedoch so klein, dass man die Helligkeits-Zu- und Abnahme von seinem Mittel aus proportional setzen kann, woraus, wie wir früher schon bei Gelegenheit der Intensität des Himmelsgrundes erwähnten, folgt; dass zwei Lichtreflexe, deren Mittelpunkte coincidiren, sich in Lichtmengen cet. par. verhalten, wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

Dass diese Annahme durch die elliptische Gestalt der Reflexe keine Modifikation erleidet, ist aus mathematischen Gründen bekannt, da das Axenverhältniss des grössern und kleineren Reflexes dasselbe bleibt.

Im Verfolge der Messungen an diesem Apparate hat sich ergeben, dass die Aufstellungsart der Kugeln nicht sicher genug ist. Beim Umtauschen ihrer Lagen konnte man die Ueberzeugung nicht gewinnen, dass ihre Mittelpunkte die Lagen im Raume gewechselt haben. Um dieses zu bewirken, machte ich folgende Verbesserung an dem Apparate.

Ich befestigte jede der Kugeln auf einem kleinen metallenen Schuber, der auf der Vorderseite rechtwinklicht darauf eine Blendung trägt, die grösser als die Kugel selbst, und nur an derjenigen Stelle in einer Weite von 1‴. 5 durchbrochen ist, wo auf der Kugel das Reflexbild erscheint.

Diese Schuber wurden so ausgeglichen, dass sowohl der kleinste Abstand der Mittelpunkte der Kugel von der untern Schuberfläche, als dieser Punkt von dem Ende des Schubers für beide Kugeln völlig gleich war.

Durch das Festkitten der Kugeln ist erlangt, dass das Reflexbild stets genau auf derselben Stelle ihrer Oberfläche entsteht.

In dem Kasten wurde nun eine massive hölzerne Querleiste in der Art befestigt, dass die Mittelpunkte der Kugeln senkrecht, und in gleichen Abständen unter die Mittelpunkte der Blendungen zu stehen kamen, wenn die Schuber an der Hinterseite den Vorsprung der Querleiste und auf der einen Seite rechtwinklicht aufgeschraubte Lamellen tangirten. Erst später wurde auch eine Veränderlichkeit in den Auflagspunkten der Blendungen bemerkt und, wie bereits in den Beobachtungen angezeigt ist, gehoben.

Sollte die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung noch weiter getrieben werden, was jedoch kaum nach den vorliegenden Datis nöthig scheint, so wäre es erforderlich, einen ähnlichen Apparat der grösseren Festigkeit wegen von Metall auszuführen, wobei es das Hauptaugenmerk bleiben müsste, dass die Mittelpunkte der Kugeln und Blendungen ihre Lagen im Raume mit aller Schärfe wechseln.

Beilage IV.

Beobachtungen und deren Resultate.

Abtheilung A.

Helligkeits - Schätzungen.

Man sollte kaum erwarten, dass die Helligkeiten zweier Sterne durch Umwandeln in Lichtflächen, ohne weitere Vergleichungsmittel so übereinstimmend zu schätzen wären, als es der Versuch nachweiset.

Die Operation einer solchen Vergleichung besteht in Folgendem:

Man richtet ein Fernrohr nach irgend einem Sterne, verstellt das Okular gegen den Brennpunkt, bis die Lichtscheibe im Innern homogenes Licht annimmt, und misst diese Okularverstellung in irgend einem Maasse, etwa Pariser Linien. Man sucht nun dem Gedächtnisse die Distinktion dieser Lichtscheibe auf dem Himmelsgrunde einzuprägen, während man das Fernrohr nach einem andern Sterne richtet.

Hier wird man auf der Stelle beurtheilen können, ob die Lichtfläche dieses zweiten Sternes von der des Ersteren verschieden intensiv ist, und dem gemäss die Okularstellung ändern, bis, so weit das Gedächtniss reicht, kein Unterschied mehr bemerkt wird.

Eine abermalige Messung der Okularstellung gegen den Brennpunkt gibt in Verbindung mit der Erstern nahe zu (siehe Beilage V.),

das Durchmesserverhältniss der, für gleich intensiv geschätzten Flächen, und somit das Gesuchte.

Um nachzuweisen, welcher Sicherheit dieses Verfahren fähig ist, wähle ich einige Vergleichungen von Regulus mit Procyon, da die Uebereinstimmung in dieser Reihe nahe das Mittel hält zwischen den besten und schlechtesten Vergleichungen dieser Art, deren seiner Zeit sehr viele angestellt wurden.

Man wird jedoch nicht vergessen, dass die Uebereinstimmung der Beobachtungen unter sich keine Controle gegen konstante Fehler liefert; und dass die Beobachtungen hier nur der Vollständigkeit des Entwickelungsganges wegen als erster roher Versuch der Vergleichung durch Lichtflächen aufgenommen sind.

Das benützte Fernrohr hat 42 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung. Die Vergrösserung ist 50mal, die Okularstellungen in Pariser Linien.

Die Lage des Bildes = 2.''' 3

Okularstellung		25. März 1829 Sternzeit.
A Procyon.	B Regulus.	
36.''' 0	30.''' 0	9h 35'
52. 0	40. 0	37
60. 5	45. 2	38
48. 0	36. 0 gut	40
{36. 0	28.}	42
{37. 0	28.}	44
{28. 0	19. 0}	46
{27. 0	19. 2}	47
36. 0	28. 5 gut	49
60. 5	46. 5	50
23. 5	19. 0	51
16. 5	13. 5	9 51

Da das Bild 2.'''3 liegt, so müssen alle Okularstellungen um diese Grösse vermindert werden, wenn sie für den Nullpunkt gelten sollen. Dann ergibt sich das Durchmesserverhältniss der gleich hellen Lichtflächen von Procyon und Regulus, $\frac{A'}{B'} = x$, wie folgt:

Stern-zeit.	x	Abweich. vom Mittel.
9^h 35	1.217	+ 0.121
37	1.319	+ 0.019
38	1.357	— 0.019
40	1.356	— 0.018
42	1.311	+ 0.027
44	1.350	— 0.012
46	1.539	— 0.201
47	1.462	— 0.124
49	1.286	+ 0.052
50	1.317	+ 0.021
51	1.269	+ 0.069
51	1.268	+ 0.070
9 44	1.338	± 0.063
		$= \pm \frac{1}{21}$

Da es jedoch wegen des scheinbaren kleinen Durchmessers aller Fixsterne nicht gewiss ist, ob das Bild als Scheitel beider Lichtkegel anzunehmen ist, so wird man besser thun, aus allen Beobachtungen die Correktion des Nullpunktes $= \Delta$ und das Durchmesserverhältniss x zugleich abzuleiten. Man hat dazu die Bedingung:

$$x = \frac{A_1 + \Delta}{B_1 + \Delta}, \quad = \frac{A_2 + \Delta}{B_2 + \Delta}, \quad = \frac{A_3 + \Delta}{B_3 + \Delta} \quad \text{u. s. f.}$$

also durch Elimination:

$$x = \frac{A_1 - A_2}{B_1 - B_2}, \quad = \frac{A_2 - A_3}{B_2 - B_3}, \quad = \frac{A_3 - A_4}{B_3 - B_4} \quad \text{u. s. f.}$$

$$\Delta = \frac{A_1 - xB_1}{x - 1}, \quad = \frac{A_2 - xB_2}{x - 1}, \quad = \frac{A_3 - xB_3}{x - 1} \quad \text{u. s. f.}$$

woraus folgt:

$x = 1.600$	$(x-1)\Delta = -4.'''02$
1. 635	-1.36
1. 360	$+0.20$
1. 438	$+0.98$
1. 111	-0.85
0. 914	$+2.02$
1. 325	-2.02
1. 346	-1.53
1. 273	-1.85
	-1.51
1. 334	-0.994
	$\Delta = -2.976$

Es liegt daher der Scheitel der Lichtkegel, wie er aus allen Beobachtungen folgt, nicht genau im Bilde. Denn für dieses ist:

$$\Delta = -2.3.$$

Würde man das Helligkeitsverhältniss als unveränderlich während der ganzen Beobachtungsreihe annehmen, so könnten nach den Vor-

schriften, welche Beilage V. giebt, eine weit grössere Anzahl von Bestimmungen für x abgeleitet werden.

Man sieht, dass bei dieser Art der Beobachtung es eigentlich die Intensität der Erleuchtung des Himmelsgrundes ist, mit welcher die Lichtflächen der Sterne verglichen wurden. Wollte man daher die Beobachtungen richtig reduziren, so müsste man erstens das Verhältniss der Helligkeiten des Himmelsgrundes an denjenigen Stellen kennen, wo Regulus und Procyon zu beigesetzten Zeiten standen, zweitens wissen, in welchem Verhältniss die Helligkeiten des Grundes durch die Okularverstellungen geändert wurden, drittens aber versichert seyn, dass man die Helligkeiten der Scheiben stets den Helligkeiten des Grundes proportional geschätzt hat.

Allein Letzteres bleibt hier ungewiss, und somit auch die absolute Vergleichung beider Helligkeiten.

In Abtheilung B. dieser Beilage wird gezeigt werden, wie die Helligkeit des Himmelsgrundes zu messen ist, es wird ferner gezeigt werden, in welchem Verhältnis die Okularverstellungen die Helligkeiten des Grundes ändern, endlich aber auch, dass man bei der Schätzung gleicher Helligkeit jedesmal einen aliquoten Theil der gesammten Lichtmenge fehlt.

Aus Letzterem folgt nun, dass, wenn man die Lichtflächen bis zu dem Punkte an Intensität schwächt, wo sie nicht mehr von dem Himmelsgrunde zu unterscheiden sind, diese alsdann eine Intensität haben, welche der des Himmelsgrundes proportional ist.

Es wird daher auch die Methode brauchbar, auf gleiche Helligkeit mit dem Grunde einzustellen. Namentlich zur Vergleichung kleiner Sterne wird sie mit obenbemerkten Rücksichten zu genauen Resultaten führen, und, ihrer grossen Einfachheit wegen, sehr zu empfehlen seyn.

Ich führe hier einige Schätzungen dieser Art Beispielsweise an, welche zeigen, dass man den Punkt des Verschwindens sehr genau erkennt. Es wurde sowohl bei Verlängerung als Verkürzung des Fernrohres beobachtet, und ergab sich:

Bezeichnung der Sterne.	Vom Bilde aus		Mittelwerthe	
	Verlängerung +	Verkürzung —	+	—
δ Polaris	22.'''2	18.'''0		
	22. 0	20. 5		
	19. 0	22. 5		
	24. 0	21. 0		
	20. 5	19. 5		
	23. 5	22. 5		
	23. 5	24. 5	22. 1	21. 2
Piazzi XVIII^h. 227 .	11. 5	—		
	13. 5	14. 5		
	13. 7	15. 1		
	14. 5	16. 3	13. 3	15. 3
Piazzi 0^h. 177 . .	11. 0	11. 5		
	10. 0	10. 0	10. 5	10. 7
δ Polaris	30. 0	33. 5		
		29. 5		
		26. 5	30. 0	29. 8
ϑ Draconis . . .	64. 5	61. 5		
	67. 5	61. 5		
	65. 5	75. 5		
	67. 0	64. 5		
	74. 5	66. 5	67. 8	65. 9
δ Polaris	36. 5	41. 5		
	37. 0	52. 0		
	48. 5	41. 5	40. 7	45. 0
	779. 9	785. 2		

Während der Beobachtung ging der Mond unter, daher der Himmelsgrund immer dunkler wurde.

Obige Beobachtungen scheinen im Widerspruch mit der in Beilage V. entwickelten Theorie. Denn bei Verkürzungen des Fernrohres soll die Helligkeit des Grundes (Flächenintensität) grösser werden, als bei Verlängerung; wird aber in beiden Lagen der Stern dem Grunde gleich, oder nur um ein Proportionales von ihm verschieden gemacht, so folgt daraus, dass die Summe aller Einstellungen bei Verkürzung kleiner seyn müsste, als die Summe bei Verlängerungen. Dagegen geben die Beobachtungen in beiden Stellungen gleiche Summen.

Dieser scheinbare Widerspruch findet Erklärung in dem benützten Okulare, und lehrt so empirisch ein höchst bequemes Mittel kennen, wie der Einfluss der Flächenintensität völlig eliminirt werden könne.

Das zu diesen Beobachtungen benützte Okular hat nämlich eine sehr schwache Vergrösserung, so dass der austretende Lichtcylinder selbst bei Verlängerung diametral noch 2''' misst. Das Auge empfing daher stets volles Licht, oder mit andern Worten, der Himmelsgrund blieb bei allen Okularverstellungen gleich hell, weil der durch Verkürzung bewirkte grössere Durchmesser des Lichtcylinders nie vom Auge aufgenommen werden konnte.

Es beweisen diese Beobachtungen also faktisch, dass man die Helligkeits-Aenderung des Grundes trotz der Okularverstellungen völlig vermeiden könne, wenn das Maass der Flächenintensität grösser als die Oeffnung der Pupille des Auges ist, d. h. wenn man zu solchen Vergleichungen ein sehr schwaches Okular benützt *).

---

*) v. Saussure und v. Humboldt haben Messungen mit einer Vorrichtung, welche sie Cyanometer nannten, angestellt, um die Intensität der Zenitalbeleuchtung als Funktion der Höhen und der geographischen Breite zu bestimmen. —

Ich glaube, dass in dieser Beziehung genauere Bestimmungen zu erlangen wären, wenn man statt Pigmenttafeln ein Fernrohr von hinreichender Lichtstärke

anwenden würde, und aus den Verstellungen des Okulares, bis die Lichtflächen bestimmter Sterne dem Himmelsgrunde gleich sind, auf Durchsichtigkeit der Luft und Erleuchtung derselben schlösse. Durch dieses Mittel habe ich die Helligkeitsänderung der Erleuchtung des Himmels, in der Gegend des Poles während der Dämmerung, als Funktion der Zeit bestimmt; vielleicht können solche Beobachtungen später Aufschluss über das Gesetz der Maassenabnahme der Luft in hohen Regionen geben.

Abtheilung B.

Helligkeitsmessungen mit dem Okularapparate.

Der Okularapparat ist, wie wir bereits angeführt haben, hauptsächlich zur Vergleichung unbegrenzter erleuchteter Flächen unter sich, bestimmt.

Er wird uns namentlich dazu dienen, die Intensitäten der Erleuchtung des Himmelsgrundes als Funktion der Zeitdistanz und der Lage des hauptsächlich leuchtenden Gestirnes zu finden, um damit durch Einstellen der Sterne auf die Helligkeit des Grundes ein Maass für diese selbst zu erhalten. Bevor man denselben jedoch zu Messungen am Himmel anwendet, muss nachgewiesen werden, dass seine Angaben frei sind von konstanten Fehlern, oder im Fall solche vorhanden wären, müssten diese ihrer Natur und Grösse nach erkannt und bei Messungen berücksichtigt werden.

Es scheint eine solche Prüfung um so unerlässlicher, da man aus theoretischen Gründen weiss, dass nicht alle Stellen eines achromatischen Objektives in aller Schärfe gleichviel Licht hindurch lassen.

Es wird nämlich von denjenigen Lichtstrahlen, welche mit der optischen Axe parallel einfallen, von den sphärischen Objektivflächen,

um so mehr Licht durch Reflexion verloren, je grösser der Abstand des einfallenden Strahles vom Centrum des Objektives ist.

Diesem Verluste aber wirkt die kleinere Dicke des Objektives am Rande als in der Mitte zum Theil entgegen; auch könnten Abweichungen in der Form der Objektivschuber, oder ihre quadratische Form, Abweichungen der Mikrometerschrauben und Trommeln, und konstante Fehler erzeugen.

All diess zu untersuchen habe ich 4 kreisrunde Blendungen von verschiedenen Durchmessern, die ich sorgfältig bestimmte, sowohl concentrisch als excentrisch vor das grosse Objektiv gebracht, und nun mit dem Okularapparate, der dieselbe erleuchtete Fläche als das grosse Fernrohr zeigte, auf gleiche Helligkeit des Spiegels mit der andern Hälfte des Gesichtsfeldes eingestellt.

Wenn die oben erwähnten Abweichungen unter der Grenze der Wahrnehmung, selbst für wiederholte Beobachtungen, liegen, so müssen, indem auf gleiche Helligkeit von Spiegel und Grund eingestellt wird, die Oeffnungsmaasse des grossen Objektives bei allen Veränderungen proportional seyn den durch die Objektivschuber am kleinen Objektive gebildeten; also müssen auch die Durchmesser der kreisrunden Blendungen proportional seyn den Oeffnungsangaben der Schubertrommeln.

Die auf oben beschriebene Weise angestellten Messungen sind:

Blendungen.	Trommel-Angabe		Abweichung vom Mittel.	Quadrate der Fehler.	Summe der Quadrate der Fehler.
	einzelne Einstellung.	Mittel.			
Blendung I.	85. 0		— 4. 8	23. 40	
	84. 5		— 4. 3	18. 49	
	78. 0		+ 2. 1	4. 41	
	83. 7		— 3. 5	12. 25	
	74. 0		+ 6. 1	37. 21	
	86. 0		— 5. 8	33. 64	
	80. 0		+ 0. 1	0. 01	
	81. 5		— 1. 3	1. 69	
	77. 0		+ 3. 1	9. 61	
	80. 2		— 0. 0	0. 00	
	80. 5		— 0. 3	0. 09	
	84. 6		— 4. 4	19. 36	
	80. 6		— 0. 4	0. 16	
	76. 0		+ 4. 1	16. 81	
	82. 0		— 1. 8	3. 24	
	80. 0		+ 0. 1	0. 01	
	78. 0		+ 2. 1	4. 41	
	78. 0		+ 2. 1	4. 41	
	78. 0		+ 2. 1	4. 41	
	76. 0		+ 4. 1	16. 81	
	82. 0		— 1. 8	3. 24	
	77. 0		+ 3. 1	9. 61	
	79. 0		+ 1. 1	1. 21	
	82. 0	80. 15	— 1. 8	3. 24	228. 06

Blendungen.	Trommel-Angabe		Abweichung vom Mittel.	Quadrate der Fehler.	Summe der Quadrate der Fehler.
	einzelne Einstellung.	Mittel.			
Blendung II.	119. 8		— 2. 26	5. 11	
	122. 5		— 4. 96	24. 60	
	115. 0		+ 2. 54	6. 45	
	116. 0		+ 1. 54	2. 37	
	118. 5		— 0. 96	0. 92	
	115. 0		+ 2. 54	6. 45	
	118. 0		— 0. 46	0. 21	
	118. 5		— 0. 96	0. 92	
	118. 0		— 0. 46	0. 21	
	117. 8		— 0. 26	0. 07	
	113. 0		+ 4. 54	20. 61	
	118. 0		— 0. 46	0. 21	
	117. 0		+ 0. 54	0. 29	
	119. 5		— 1. 96	3. 84	
	116. 0		+ 1. 54	2. 37	
	120. 0		— 2. 46	6. 05	
	114. 5		+ 3. 04	9. 24	
	118. 5		— 0. 96	0. 92	
	116. 7		+ 0. 84	0. 71	
	118. 5	117. 54	— 0. 96	0. 92	92. 47
Blendung III.	146. 0		+ 0. 26	0. 07	
	149. 0		— 2. 74	7. 51	
	144. 0		+ 2. 26	5. 11	
	144. 0		+ 2. 26	5. 11	
	148. 5		— 2. 24	5. 02	
	147. 0		— 0. 74	0. 55	
	144. 0		+ 2. 26	5. 11	
	148. 0		— 1. 74	3. 03	
	148. 0		— 1. 74	3. 03	
	149. 0		— 2. 74	7. 51	
	147. 0		— 0. 74	0. 55	
	147. 5		— 1. 24	1. 54	
	146. 0		+ 0. 26	0. 07	
	146. 0		+ 0. 26	0. 07	
	146. 1		+ 0. 16	0. 03	
	144. 7		+ 1. 56	2. 43	
	144. 2		+ 2. 06	4. 20	
	144. 5		+ 1. 76	3. 10	
	147. 0		— 0. 74	0. 55	
	144. 6	146. 26	+ 1. 66	2. 76	57. 35

Blendungen.	Trommel-Angabe		Abweichung vom Mittel.	Quadrate der Fehler.	Summe der Quadrate der Fehler.
	einzelne Einstellung.	Mittel.			
Blendung IV.	184. 5		— 0. 76	0. 58	
	183. 8		— 0. 06	0. 00	
	182. 9		+ 0. 84	0. 71	
	184. 2		— 0. 46	0. 21	
	185. 5		— 1. 76	3. 10	
	182. 0		+ 1. 74	3. 03	
	183. 0		+ 0. 74	0. 55	
	182. 2		+ 1. 54	2. 37	
	183. 0		+ 0. 74	0. 55	
	182. 0		+ 1. 74	3. 03	
	185. 0		— 1. 26	1. 59	
	185. 0		— 1. 26	1. 59	
	183. 0		+ 0. 74	0. 55	
	184. 3		— 0. 56	0. 31	
	185. 3		— 1. 56	2. 43	
	184. 7		— 0. 96	0. 92	
	186. 0		— 2. 26	5. 11	
	183. 0		+ 0. 74	0. 55	
	183. 0		+ 0. 74	0. 55	
	183. 0		+ 0. 74	0. 55	
	184. 0		— 0. 26	0. 07	
	181. 0		+ 2. 74	7. 51	
	183. 5		+ 0. 24	0. 06	
	183. 7		+ 0. 04	0. 00	
	186. 1		— 2. 36	5. 57	
	186. 2		— 2. 46	6. 05	
	185. 9		— 2. 16	4. 67	
	180. 9		+ 2. 84	8. 07	
	182. 8		+ 0. 94	0. 88	
	183. 0	183. 74	+ 0. 74	0. 55	61. 71

Im Mittel aus mehreren Beobachtungen ergab sich der Okularschuber geschlossen für die Trommelangebe:

$$= 240.\ 85$$

also sind die Durchmesser der Schuberöffnungen für die 4 Blendungen:

$$S_1 = 160.70$$
$$S_2 = 122.31$$
$$S_3 = 94.59$$
$$S_4 = 57.11$$

Das Gewicht dieser 4 Bestimmungen ist in derselben Ordnung

$$P_1 = 1.263$$
$$P_2 = 2.163$$
$$P_3 = 3.487$$
$$P_4 = 7.292$$

Hieraus folgen die wahrscheinlichen Fehler dieser Resultate:

$$\varepsilon_1 = \pm 0.424 = \pm \tfrac{1}{379}$$
$$\varepsilon_2 = \pm 0.324 = \pm \tfrac{1}{380}$$
$$\varepsilon_3 = \pm 0.255 = \pm \tfrac{1}{370}$$
$$\varepsilon_4 = \pm 0.177 = \pm \tfrac{1}{323}$$

Der wahrscheinliche Fehler jeder einzelnen Beobachtung aber findet sich:

$$\varepsilon'_1 = \pm 2.079 = \pm \tfrac{1}{77}$$
$$\varepsilon'_2 = \pm 1.450 = \pm \tfrac{1}{85}$$
$$\varepsilon'_3 = \pm 1.091 = \pm \tfrac{1}{83}$$
$$\varepsilon'_4 = \pm 0.967 = \pm \tfrac{1}{59}$$

also im Mittel

$$\pm \tfrac{1}{76}$$

nahe zu gleich für verschiedene Helligkeiten.

Man kann also $\frac{1}{38}$ der Helligkeit noch unterscheiden.

Die Unsicherheit in der letzten Beachtungsreihe ist grösser, weil absichtlich, nicht auf gleiche Helligkeit mit dem Spiegel, sondern abwechselnd im Zeichen auf kleine Unterschiede eingestellt wurde.

Die Durchmesser der 4 Blendungen fanden sich im Mittel aus zahlreichen Messungen, siehe Beilage III.

I. = 19.'''940
II. = 15. 350
III. = 11. 777
IV. = 7. 071

Der 0-Punkt der Mikrometertrommel wurde zu:

Th.
240. 85

angenommen. Mit diesem ergaben sich die Durchmesser der quadratischen Oeffnungen:

S_1 = 160. 70
S_2 = 123. 31
S_3 = 94. 59
S_4 = 57. 08

Setzt man die Correction des 0-Punktes für: S_1, S_2, S_3 etc. = a

den Faktor aber, welcher

I. = S_1 + a
II. = S_2 + a
III. = S_3 + a
IV. = S_4 + a

macht = x, so hat man

$$0 = a - x\,(19.\,940) + 160.\,70$$
$$0 = a - x\,(15.\,350) + 123.\,31$$
$$0 = a - x\,(11.\,777) + 94.\,59$$
$$0 = a - x\,(7.\,071) + 57.\,08$$

Sucht man aus diesen Gleichungen nach der Methode der kleinsten

Quadrate die wahrscheinlichsten Werthe von x und a, so ergibt sich:

$$\left.\begin{array}{l} 0 = a\,(4) \quad - x\,(54.138) + 435.68 \\ 0 = a\,(54.138) - x\,(821.93) + 6614.8 \end{array}\right\}$$

woraus folgt:

$$\begin{array}{rcl} & & \text{Th.} \\ a & = & +\,0.06 \\ \log x & = & 0.90591 \end{array}$$

Mit diesen Werthen wird nun:

Blendung.		S.		B — S.
I.	160. 56	160. 76	± 0. 42	— 0. 20
II.	123. 60	123. 37	± 0. 32	+ 0. 23
III.	94. 83	94. 65	± 0. 26	+ 0. 18
IV.	56. 94	57. 14	± 0. 18	— 0. 20

Die Uebereinstimmung liegt innerhalb der Grenzen des wahrscheinlichen Fehlers; es steht daher der unmittelbaren Anwendung des Apparates nichts entgegen.

Als Beispiel der Anwendung dieses Apparates führe ich hier die Bestimmung der Intensität der Erleuchtung des Himmelsgrundes bei Tage an.

Es hat die Kenntniss dieses Elementes für die Helligkeitsmessungen besonderes Interesse, weil man dadurch in Stand gesetzt ist, mit jedem Fernrohre ohne irgend andere Hülfsmittel, Helligkeitsvergleichungen der Sterne unter sich anzustellen, indem man die durch Okularverstellung hervorgebrachten Lichtflächen der Sterne direkt mit dem Himmelsgrunde vergleicht.

Das Instrument wurde so gestellt, dass die optische Axe, in der, durch die Sonne geführten Vertikalebene lag (das Objektiv war von der Sonne abgewandt), und eine konstante Neigung von + 3.° 5 behielt. Dabei war die Oeffnung des grossen Objektives durch eine vorgelegte Blendung so weit vermindert, dass die Helligkeit, welche man dem Spiegel mittelst des kleinen Prisma's geben konnte, bei voller Oeffnung des Quadratschubers, grösser war als die des direkt gesehenen Himmelsgrundes.

Nun wurde der kleine Kreis am Okularapparat, der das Prisma trägt, in dieser Vertikalebene successive auf verschiedene Höhen eingestellt, und durch den Quadratschuber gleiche Erleuchtung des Spiegels mit dem durch das grosse Fernrohr direkt gesehenen Himmelsgrundes bewirkt. Je heller daher der Himmelsgrund derjenigen Stelle war, welche das kleine Prisma auf dem Spiegel des Okulares zeigte, desto mehr muss die quadratische Oeffnung verschlossen werden.

Sie war völlig geschlossen für die Trommelangabe

$$\begin{array}{r} = 141.\ 30 \\ 30 \\ 25 \\ \hline 141.\ 28 \end{array}$$

In jeder Höhe des Kreises wurden 4 Einstellungen gemacht, so ergab sich:

W. Z. 1830 Aug. 4.	Höhen-angabe des Kreises.	Trommelangaben. 1.	2.	3.	4.	Mittel.	Schu-beröff-nung.
6h 18	5°5	71.0	71.5	70.5	72.0	71.3	70.0
	20.5	60.0	57.0	54.0	56.0	56.7	84.6
	45.5	18.5	26.0	19.0	14.0	19.4	121.9
	60.0	— 14.0	— 6.0	— 8.0	— 7.0	— 8.8	150.1
	75.0	— 14.0	— 16.0	— 16.0	— 15.0	— 15.2	156.5
6.35	90.0	— 3.0	— 10.0	1.0	— 4.0	— 4.0	145.3
6.38	105.0	15.6	17.0	16.0	15.0	15.9	125.4
39	120.0	31.6	30.0	35.0	32.0	32.1	109.2
41	135.0	57.0	57.0	55.0	58.0	56.8	84.5
42	150.0	74.0	79.0	82.0	80.0	78.8	62.5
48	165.3	96.5	95.5	98.0	101.0	97.9	43.4
53	9.5	74.0	72.0	74.0	72.0	73.0	67.3
55	20.0	57.0	59.0	56.0	57.0	57.3	84.0
56	30.0	49.0	45.0	47.0	46.0	46.7	94.6
57	45.0	18.0	19.5	24.0	22.0	21.3	120.0
6.58	60.0	5.0	— 3.0	0.0	3.0	1.2	140.1
7. 0	75.0	— 10.0	— 3.0	— 4.0	— 5.0	— 5.5	164.8
1	90.0	1.0	— 4.0	3.0	— 8.0	— 2.0	143.3
2	105.0	19.0	15.0	17.0	16.0	16.7	124.6
5	120.0	41.0	39.0	39.0	38.0	39.2	102.1
6	135.0	60.0	60.5	59.0	59.0	59.6	81.7
7	150.0	80.0	77.0	80.5	77.0	78.6	62.7
8	165.0	95.0	99.0	96.5	101.0	97.9	43.4
10	9.5	76.0	69.0	69.0	73.0	71.2	70.1
11	45.5	28.0	27.0	27.0	23.0	26.2	115.1
13	90.0	11.0	3.0	12. gut	11.0	9.2	132.1
14	120.0	34.0	39.0	37. gut	41.0	37.7	103.6
16	135.0	59.9	64.0	62.0	61.0	61.5	79.8
18	165.0	89.0	89.0	88.0	89.5 gut	88.8	52.5
19	90.0	20.0	19.0	19.5	19.0	19.3	122.0
7.22	80.0	16.0	14.0	22.0	20.0	18.0	123.3

W. Z. 1830 Aug. 12	Höhenangabe des Kreises.	Trommelangaben.					Schuberöffnung.
		1.	2.	3.	4.	Mittel.	
4h 55	7. 0	11. 5	10. 0	11. 0	9. 5	10. 5	
5. 1	90. 0	60. 0	65. 0	66. 5	64. 7	64. 1	
4	15. 0	1. 0	0. 0	2. 0	2. 0	1. 2	
6	75. 0	61. 5	60. 0	61. 5	61. 0	61. 0	
9	30. 0	90. 9	85. 0	87. 0	86. 0	87. 0	
13	60. 0	62. 0	63. 0	65. 0	62. 5	63. 1	
16	45. 0	71. 0	72. 1	72. 3	71. 0	71. 6	
18	90. 0	65. 2	65. 0	68. 1	63. 2	65. 4	
21	105. 0	76. 0	75. 3	74. 3	74. 2	74. 9	
24	120. 0	94. 5	95. 2	93. 1	93. 5	94. 1	
26	135. 0	9. 0	6. 1	6. 3	7. 7	7. 3	
29.5	140. 0	7. 0	9. 0	9. 5	8. 5	8. 5	
5. 31.0	164. 0			Sonne			
Das grosse Fernrohr erhält eine andere Blendung.							
5. 50	7. 0	80. 3	87. 2	84. 4	82. 2	82. 0	
51	15. 0	69. 2	68. 0	69. 5	72. 0	69. 7	
51.5	30. 0	42. 5	45. 0	45. 6	43. 0	44. 0	
52	45. 0	16. 2	17. 0	20. 0	17. 2	17. 6	
53	60. 0	3. 0	0. 0	0. 5	5. 0	2. 1	
55	75. 0	86. 0	88. 0	88. 0	86. 5	87. 1	
56	90. 0	97. 0	98. 0	94. 0	96. 0	96. 3	
5. 57	80. 0	90. 0	92. 0	93. 5	92. 5	92. 0	

W. Z. 1830 Aug. 12.	Höhenangabe des Kreises.	Trommelangaben. 1.	2.	3.	4.	Mittel.	Schuberöffnung.
Folgende Beobachtungen sind von einem andern Beobachter M. angestellt.							
4h 51	7. 0	6. 5	8. 2	10. 5	10. 3	8. 9	
59	90. 0	66. 0	67. 0	61. 0	68. 0	65. 5	
5. 3	15. 0	6. 1	8. 0	5. 0	5. 4	6. 1	
3	75. 0	62. 0	62. 2	71. 6	65. 3	65. 3	
9	30. 0	90. 9	87. 5	91. 9	89. 5	89. 9	
11	60. 0	73. 8	67. 6	70. 8	70. 4	70. 6	
14	45. 0	82. 6	85. 3	77. 8	78. 4	81. 0	
18	90. 0	69. 4	72. 3	72. 0	71. 8	71. 4	
20	105. 0	77. 2	79. 0	78. 9	79. 5	78. 7	
23	120. 0	2. 2	2. 8	0. 8	4. 2	2. 5	
25	135. 0	10. 5	8. 2	11. 5	7. 2	9. 8	
28.5	140. 0	13. 6	14. 8	14. 3	15. 8	14. 6	
34.0	158. 0	123. 6	125. 5	123. 2	128. 4	125. 2	
5. 35.7	155. 0	121. 4	122. 5	118. 8	118. 0	120. 2	
Wie oben andere Blendung vor dem grossen Fernrohre.							
5h 39.5	7. 0	81. 6	82. 2	82. 0	87. 0	83. 2	
40.5	15. 0	70. 8	74. 1	74. 3	74. 5	73. 4	
42	30. 0	47. 0	52. 0	53. 1	47. 6	49. 9	
43	45. 0	25. 6	24. 8	27. 5	22. 2	25. 0	
44	60. 0	12. 6	12. 8	13. 5	16. 0	13. 7	
45	75. 0	10. 8	12. 4	5. 0	6. 2	8. 6	
46	90. 0	14. 0	14. 4	8. 8	13. 8	12. 5	
5. 48	80. 0	10. 5	16. 0	9. 8	7. 6	11. 0	

Nimmt man in den ersten zwei Beobachtungsreihen vom 4. August, die grösste Schuberöffnung, d. i. die kleinste Helligkeit des Grundes als Einheit an, so ergeben sich die verschiedenen Intensitäten der Erleuchtung des Himmelsgrundes für beigesetzte Höhen, wie folgt:

Höhen.	Durchmesser gleichheller Flächen.	Helligkeit des Himmelsgrundes.
5° 5	2. 236	4. 998
20. 0	1. 851	3. 425
45. 0	1. 284	1. 648
60. 0	1. 043	1. 087
75. 0	1. 000	1. 000
90. 0	1. 077	1. 160
105. 0	1. 248	1. 557
120. 0	1. 433	2. 054
135. 0	1. 852	3. 430
150. 0	2. 504	6. 270
165. 3	3. 606	13. 003
9. 5	2. 181	4. 758
20. 0	1. 748	3. 054
30. 0	1. 552	2. 408
45. 0	1. 223	1. 497
60. 0	1. 048	1. 098
75. 0	1. 000	1. 000
90. 0	1. 024	1. 049
105. 0	1. 178	1. 388
120. 0	1. 435	2. 058
135. 0	1. 797	3. 228
150. 0	2. 341	5. 482
165. 0	3. 383	11. 441
	u. s. f.	

Diese Beobachtungen sollten nun wohl mit einer Theorie der Erscheinung verglichen werden; eine solche ist aber bis jetzt nicht bekannt gemacht, sie hier zu entwickeln übersteigt jedoch die Grenzen, die wir gegenwärtiger Schrift setzten. Wir begnügen uns daher, diese Erscheinung im Allgemeinen durch eine figürliche Darstellung, siehe Tab. IV. Fig. 2, zu veranschaulichen.

Man sieht, dass die Curve, welche die Beobachtungen bei verschiedenen Höhen und Sonnenabständen verbindet, aus zwei einwirkenden Ursachen hervorgeht. Die Eine macht die Intensitäten des Himmelsgrundes zur Funktion der Zenitdistanz, die Andere, zur Funktion des Abstandes vom leuchtendem Objekte.

Erstere scheint konstanter Natur zu seyn und direkt mit der Anzahl der Lufttheilchen zusammen zu hängen, die ein Gesichtsstrahl bestimmter Neigung trifft; Letztere ist sehr veränderlich und von dem Zustand der Durchsichtigkeit der Luft bedingt. Bisweilen, wenn der Himmelsgrund recht klar und durchsichtig ist, stört diese zweite Ursache die Gesetzmässigkeit der Ersteren so wenig, dass erst bei bedeutender Annäherung an die Sonne selbst die Helligkeit des Grundes zu wachsen beginnt. Bisweilen aber, namentlich bei dunstiger Luft, erstreckt sich die Intensitätsvermehrung des Grundes im Sonnenvertikal von der Sonne aus auf Bogen bis 60° und darüber, so dass die dunkelste Stelle des Himmels auf 30 und 40° Zenitdistanz fällt.

Diese Erscheinung deutet auf fremdartige Theile, die in der Atmosphäre verbreitet sind (Wasserdunst, nicht Wassergas) und von der Sonne erleuchtet werden. In wieferne bei dieser Erleuchtung aber die Sonnenstrahlen dioptrisch, und in wiefern sie katoptrisch wirken, darüber haben wir Aufschluss von einer Theorie des Phänomenes zu erwarten.

In Abth. A. dieser Beilage haben wir am Schlusse Helligkeitsschätzungen angeführt, bei welchen sich der Einfluss der Flächenin-

tensität eliminirte. Um über dessen Existenz und Uebereinstimmung mit der, Beilage V., gegebenen Theorie einen faktischen Beleg zu liefern, wollen wir hier zum Schlusse noch Messungen mit dem Okularapparate anführen, welche bei verschiedenen Okularstellungen vorgenommen sind, und die Veränderlichkeit der Grundhelligkeit aus dieser Ursache genügend zeigen.

Das Objektiv des Fernrohres wurde mit einer willkührlichen Blendung verengt, hierauf nach einer gleichmässig erleuchteten Fläche gerichtet, und nun die Trommel des Okularapparates bewegt, bis der Spiegel gleich hell erschien mit der andern Hälfte des Gesichtsfeldes. Hierauf das Okular verstellt und abermals mit der Trommel der Spiegel auf gleiche Helligkeit gebracht, u. s. f. So ergaben sich für beigesetzte Okularstellungen die Angaben der Mikrometertrommel, im Mittel aus je 10 Einstellungen:

Okular-stellung.	Trommel-angabe.
	Th.
1.'''2	175. 40
3. 0	175. 60
12. 0	174. 44
24. 0	176. 85
36. 0	178. 64
60. 0	182. 39
72. 0	182. 96
108. 0	185. 81
144. 0	188. 37
163. 5	191. 60

Der Quadratschuber ist geschlossen für:

Th.
241. 70

Dieser Werth bestimmt die Oeffnungsdurchmesser der Schuber.

Werden die Beobachtungen mit dem Ausdrucke verglichen, welcher die Aenderung der Flächenintensität gibt, wie sie in diesem Falle ist, nämlich

$$\frac{z}{z'} = \frac{(a + A'_1)}{(a + A_1)} \quad \Big\} \text{ siehe Nr. V. Beilage V.}$$

so wird:

Beobachtung. Oeffnungs-Durchmesser.	Rechnung.	
	$F\frac{z}{z'}$	R — B.
66. 30	67. 23	+ 0. 93
66. 10	66. 99	+ 0. 89
67. 26	65. 81	— 1. 45
64. 85	64. 30	— 0. 35
63. 06	62. 87	— 0. 19
59. 31	60. 17	+ 0. 86
58. 74	58. 92	+ 0. 18
55. 89	55. 42	— 0. 47
53. 33	52. 32	— 1. 01
50. 10	50. 78	+ 0. 68

wo aus dem Zeichenwechsel der Unterschiede zu ersehen ist, dass die Beobachtungen durch die angenommene Funktion genügend dargestellt werden.

Abtheilung C.

Helligkeitsmessungen mit dem Prismenphotometer.

Copie der Originalbeobachtungen.

Helligkeitsvergleichungen der Lichtreflexe auf Stahlkugeln.

Die mit A überschriebene Columne enthält die Ablesungen desjenigen Objektivschubers am Photometer, dessen Prisma in dem Würfel des Instrumentes angebracht ist. Die Columne B, die Ablesungen des andern Schubers.

Wegen Mangel an Licht konnte der Nonius der Schuber nicht abgelesen werden. Als Index der Ablesung wählte ich das dem Okulare zunächst liegende Ende der Schuber selbst, da diese Grenze leicht zu sehen war. Die Zehntel-Linien sind geschätzt.

Wenn bloss eine oder die andere Columne Zahlenwerthe enthält, so ist der andere Schuber stets an die Grenzen seiner Verschiebbarkeit über und unter dem Bilde geführt.

Es beträgt diese Grösse:

für A . . . . . 93.'''149
für B 93. 146

im Mittel aus beiden Lagen also:

93.'''147 ± 0.'''004

Es sind stets, wo es nicht ausdrücklich anders angegeben ist, beide Lichtflächen über, und beide Lichtflächen unter dem Bilde auf gleiche Helligkeit eingestellt, und in der Mitte des Gesichtsfeldes so aneinander gebracht, dass die Hypotenusen beider Dreiecke aneinander grenzen.

Die Intensität der Erleuchtung war stets so gering, dass die Beugungslinien, welche die Dreiecke begrenzen, nur sehr schwach zu sehen waren.

Die Helligkeit des Grundes im Gesichtsfelde war zu verschiedenen Zeiten sehr verschieden, je nachdem mehr oder weniger Licht in das Zimmer gelassen wurde, in welchem das Instrument aufgestellt war.

Sehr oft wurden die Einschnitte für die Schuber mit einem schwarzen Tuche während der Beobachtung gedeckt, um das Gesichtsfeld dunkler, die Distinktionen der Lichtscheiben also grösser zu erhalten *).

Oft wurde auch der Augendeckel vom Instrumente abgeschraubt, da man durchaus keine Spur von Staub auf der Okularlinse dulden darf, daher man nach wenigen Beobachtungen das Glas wieder abwischen muss.

Bisweilen wurden auch die Lichtflächen nachdem sie durch die Okularverstellungen gleiche Intensität angenommen hatten, durch die Schuber, welche die Oeffnungen der Objektivhälften verengen, gleich gross gemacht, dieses ist in den Beobachtungen durch die Worte: „Bei gleich grossen Lichtflächen," bemerkt. Wo an einer Beobachtung ein + steht, bedeutet dieses, dass die Beobachtung nicht von mir, sondern einem andern Beobachter St. angestellt ist.

---

*) Da sich hierbei durchaus kein Unterschied im Urtheil über gleiche Helligkeit beider Flächen zeigte, so ist diess als faktischer Beleg zu betrachten, dass das Photometer die Helligkeiten des Grundes eliminirt.

A.	B.	Anmerkung.
85.7	102.0	Den $\frac{14}{10}$ Morgens Bl. I. und III.
38.3	24.6	
89.5	109.1	
34.5	18.2	
		Prismen gew.
34.5	43.9	
96.8	81.3	
34.1	43.1	
102.7	85.2	
		Kugeln gew.
106.2	85.3	
28.2	37.5	
101.3	84.1	
27.3	39.6	
		Prismen gew.
38.2	22.3	
86.4	107.4	
38.3	21.9	
88.2	109.0	
		Blendung gew.
96.8	82.8	
22.8	40.8	
100.4	85.8	
21.0	41.2	
		Prismen gew.
40.6	22.7	
87.1	104.5	
40.1	17.6	
91.2	107.8	
		Kugeln gew.
89.5	108.7	
38.3	16.0	
86.6	104.3	
40.4	18.7	
		Prismen gew.
27.9	41.4	
108.6	89.6	
21.6	37.8	Himmel ganz heiter.
108.8	91.4	
		Bild beid. Sterne
63.2	62.8	
62.8	62.8	
62.8	62.2	

A.	B.	Anmerkung.
16.0	47.3	Den $\frac{14}{10}$ Nachmittags Bl. I. und IV.
109.2	78.8	
16.0	47.0	
109.2	78.7	
16.0	46.8	
109.2	78.9	
		Prismen gew.
47.2	16.0	
79.9	109.1	
46.6	16.0	
78.9	109.1	
46.4	16.0	
79.5	109.1	
		Kugeln gew.
78.7	109.1	
47.9	16.0	
78.5	109.1	
46.4	16.0	
79.7	109.1	
48.0	16.0	
		Prismen gew.
16.0	45.5	
109.2	78.3	
16.0	47.1	
109.2	78.6	
16.0	46.7	
109.2	80.2	
		Blendung gew.
79.9	109.1	
46.0	16.0	
78.3	109.1	
44.7	16.0	
80.1	109.1	
45.1	16.0	
		Prismen gew.
109.2	77.8	
16.0	45.0	
109.2	79.1	
16.0	45.3	
109.2	79.3	
16.0	44.5	
		Kugeln gew.
16.0	44.3	

A.	B.	Anmerkung.
109.2	78.3	
16.0	44.0	
109.2	78.6	
16.0	45.0	
109.2	79.2	
		Prismen gew.
79.8	109.1	
45.4	16.0	
79.8	109.1	
45.8	16.0	
81.0	109.1	Himmel ganz heiter.
46.9	16.0	
27.8	16.0	Den $\frac{14}{10}$ Nachmittags Bl. I. und II.
99.8	109.1	
26.8	16.0	
100.2	109.1	
		Prismen gew.
109.2	100.7	
16.0	25.4	
109.2	99.8	
16.0	22.9	
		Kugeln gew.
16.0	22.9	
109.2	99.3	
16.0	25.2	
109.2	98.8	
		Prismen gew.
100.2	109.1	
27.8	16.0	
99.3	109.1	
28.0	16.0	
		Blendung gew.
16.0	25.4	
109.2	98.8	
16.0	26.3	
109.2	98.2	
		Prismen gew.
98.0	109.1	
27.9	16.0	
99.7	109.1	
29.4	16.0	

A.	B.	Anmerkung.
29.2	16.0	Kugeln gew.
95.5	109.1	
27.5	16.0	
98.8	109.1	
		Prismen gew.
109.2	98.8	
16.0	25.0	
109.2	97.9	Himmel ganz heiter.
16.0	31.0	
	32.8	Den $\frac{21}{10}$ Morgens Bl. III. und IV.
	89.9	
	33.2	
	89.9	
		Prismen gew.
91.9		
34.7		
93.0		
36.6		
		Kugeln gew.
35.6		
89.6		
34.8		
89.6		
		Prismen gew.
	89.9	
	32.8	
	88.8	
	34.7	
		Blendung gew.
37.5		
91.7		
35.9		
90.3		
		Prismen gew.
	92.7	
	35.4	
	90.3	
	33.8	
		Kugeln gew.
	33.9	
	91.7	

A.	B.	Anmerkung.
	33.2	
	91.7	
		Prismen gew.
92.0		
34.8		
91.2		
36.4		nur dünne Cirrhi.
42.6		Den $\frac{30}{10}$ 34 Morgens. Bl. II. und IV.
84.7		
42.3		
85.4		
41.7		
85.7		
		Prismen gew.
	85.1	
	41.1	
	85.0	
	40.8	
	83.7	
	40.2	
		Kugeln gew.
	40.2	
	82.7	
	41.3	
	81.2	
	41.9	
	84.6	
		Prismen gew.
85.0		
41.1		
84.1		
41.6		
84.3		
41.2		
		Blendung gew.
	39.0	
	83.8	
	39.0	
	84.3	
	38.8	
	83.8	

A.	B.	Anmerkung.
83.3		Prismen gew.
43.0		
85.5		
39.6		
84.3		
39.5		
		Kugeln gew.
40.9		
83.9		
41.4		
83.5		
40.6		
84.1		
		Prismen gew.
	82.6	
	39.7	
	82.9	
	40.2	
	82.2	vorüberziehende
	39.4	Nebelwölkchen.
	25.3	
	96.1	
	24.9	
	94.7	
	25.1	
	98.2	
		Prismen gew.
97.2		
26.3		
97.7		
29.8		
98.9		
27.1		
		Kugeln gew.
27.3		
102.0		
95.3		
26.6		
98.3		
28 3		
100.0		

A.	B.	Anmerkung.
	98.7	Prismen gew.
	23.3	
	97.8	
	22.9	
	97.7	
	24.3	
		Blendung gew.
29.3		
98.2		
29.2		
96.8		
26.1		
97.8		
		Prismen gew.
	79.7	
	27.2	
	99.0	
	28.6	
	99.7	
	27.8	
		Kugeln gew.
	28.8	
	98.1	
	25.7	
	97.8	
	27.3	
	98.9	
		Prismen gew.
98.3		
26.3		
104.0		
26.6		
99.2		
23.8		ganz heiter.
35.8		Den $\frac{10}{10}$ Nachmittags. Bl. I. und III.
91.6		
35.7		
91.0		
38.6		
92.7		

A.	B.	Anmerkung.
	93.2	Prismen gew.
	34.0	
	90.3	
	35.1	
	90.6	
	32.7	
		Kugeln gew.
	32.6	
	89.7	
	31.5	
	91.7	
	33.9	
	90.3	
		Prismen gew.
90.3		
35.8		
91.3		
35.2		
91.9		
33.5		
		Blendung gew.
	31.1	
	91.1	
	34.4	
	91.3	
	31.9	
	91.3	
		Prismen gew.
91.3		
33.4		
92.2		
35.3		
90.7		
34.0		
		Kugeln gew.
32.1		
91.7		
31.9		
91.3		
33.8		
90.8		
		Prismen gew.
	93.2	

A.	B.	Anmerkung.
	32.7	
	90.5	
	33.7	
	92.0	
	36.3	ganz heiter.
35.4		Den $\frac{11}{10}$ 34. Bl. I. und III.
87.8		
35.1		
89.7		
35.7		
89.3		
		Prismen gew.
	89.2	
	33.5	
	86.2	
	36.6	
	87.4	
	35.5	
		Kugeln gew.
	35.3	
	88.2	
	34.4	
	89.9	
	33.4	
	88.5	
		Prismen gew.
88.2		
37.3		
88.2		
37.4		
88.1		
35.2		
		Blendung gew.
	36.1	
	89.5	
	35.8	
	90.8	
	36.3	
	87.8	

A.	B.	Anmerkung.
88.4		Prismen gew.
35.7		
89.6		
35.3		
89.3		
36.4		
		Kugeln gew.
37.7		
89.9		
36.4		
88.8		
34.6		
89.9		
		Prismen gew.
	87.6	
	35.3	möglichst sorgfältig eingestellt. Leichte Cirrhi. Spiegel noch parallel.
	90.8	
	34.0	
	90.7	
	36.4	
16.0	34.5	Den $\frac{1}{11}$ 34.
109.2	89.5	
	90.5	Bei gleich grossen Lichtflächen und folgenden Lagen der Dreiecke gegeneinander in der Mitte des Gesichtsfeldes.
	90.4	
	91.0	
16.0	36.2	
	35.2	
	35.8	
	36.1	
	35.0	
	33.5	
	35.1	
	33.9	
	34.6	
	34.5	
	33.9	

A.	B.	Anmerkung.
	33.6	
109.2	89.7	
	91.6	
	91.7	
	89.3	
	90.5	
	90.2	
	90.6	
	87.2	
	91.5	
	36.2	
	33.2	
	35.0	
	33.1	
	34.8	
	34.1	
	37.0	
	36.9	
	34.0	
	34.2	
	33.6	
109.2	91.6	
	89.2	
	88.8	
	89.0	
	88.7	
	89.1	
	90.6	
	88.4	
	89.5	
	88.5	
16.0	35.0	
	37.2	Der Mittelpunkt der Berührung war immer Mittelpunkt des Gesichtsfeldes.
	33.7	
	33.8	
	35.2	

A.	B.	Anmerkung.
		Der Punkt a Mitte des Gesichtsfeldes.
	35.3	
	33.8	
		Das Auge auf unendliche Entfernung gest.
	36.5	
	36.3	
	37.0	
	37.8	
	37.5	
		Auge möglichst nahe.
	34.5	
	35.5	
	31.0	
	30.2	
	33.4	
	34.1	
109.1	88.2	
	89.0	
	85.5	
	88.3	
		Auge auf unendliche Entfernung gestellt.
	89.3	
	90.6	
	90.5	
	89.3	
	91.7	
		Nachmittags. Wenn man das grosse Bild fixirt, erscheint die kleine Fläche heller, wenn man die kleine fixirt die grosse heller, sobald auf gleiche Helligkeit eingestellt ist.
90.2		Das Grosse fix.
92.3		

A.	B.	Anmerkung.
92.3		
90.2		
90.6		
		Das Kleine fix.
88.8		
86.3		
87.3		
89.2		
86.0		
88.2	+	
88.3	+	
88.8	+	
89.3	+	
86.2	+	
87.8	+	
		Das Grosse fix.
91.3	+	
89.8	+	
91.0	+	
90.6	+	
90.3	+	
91.5	+	
		Das Grosse fix.
35.4	+	
36.1	+	
36.2	+	
36.8	+	
36.3	+	
37.5	+	
		Das Kleine fix.
36.3	+	
37.3	+	
37.4	+	
37.3	+	
36.6	+	
37.6	+	
38.3	+	
		Das Grosse fix.
36.7	+	
34.8	+	
36.3	+	
36.8	+	

A.	B.	Anmerkung.
36.5	+	
36.7	+	
		Das Kleine fix.
37.1	+	
37.8	+	
37.7	+	
36.5	+	
36.6	+	
37.6	+	
39.0	+	
35.8	+	
36.7	+	DasAuge ermüd.
		Das Kleine fix.
37.3	+	Den $\frac{2}{11}$ 34 Morgens Bl. I. und III.
37.2	+	
36.7	+	
35.6	+	
38.4	+	
90.1	+	
91.3	+	
90.8	+	
90.9	+	
89.5	+	
90.0	+	
		Prismen gew.
91.5	+	
90.0	+	
92.5	+	
91.8	+	
91.5	+	
91.5	+	
37.0	+	
38.2	+	
38.8	+	
37.7	+	
38.0	+	
35.4	+	
		Das Grosse fix.
37.4	+	

A.	B.	Anmerkung.
	38.2	+
	37.0	+
	36.3	+
	89.8	+
	89.8	+
	89.8	+
	90.0	+
	89.5	+
		Prismen gew.
91.3	+	Das Grosse fix.
91.1	+	
90.6	+	
90.5	+	
38.5	+	Das Grosse fix.
36.1	+	
37.7	+	
36.5	+	
		Kugeln gew.
36.9	+	Das Grosse fix.
36.8	+	
35.6	+	
36.0	+	
37.2	+	Das Kleine fix.
36.6	+	
35.0	+	
36.8	+	
91.2	+	Das Kleine fix.
93.7	+	
91.8	+	
90.5	+	
93.3	+	Das Grosse fix.
90.2	+	
90.5	+	
91.8	+	
		Prismen gew.
90.6	+	Das Gr. fix.
91.3	+	
94.8	+	
91.2	+	
89.4	+	Das Kl. fix.
91.4	+	
90.2	+	

A.	B.	Anmerkung.
	91.3	+
	35.7	+ Das Gr. fix.
	35.3	+
	35.0	+
	36.0	+
	35.6	+ Das Kl. fix.
	35.9	+
	34.4	+
	34.3	+
		Blendung gew.
36.3	+	Das Grosse fix.
38.6	+	
38.5	+	
37.3	+	
37.3	+	Das Kleine fix.
38.6	+	
37.6	+	
35.8	+	
89.7	+	Das Grosse fix.
90.3	+	
90·9	+	
88.6	+	
90.1	+	Das Kleine fix.
92.0	+	
89.9	+	
90.2	+	
		Prismen gew.
	90.2	+ Das Gr. fix.
	93.0	+
	89.2	+
	89.3	+
	89.4	+ Das Kl. fix.
	87.1	+
	92.8	+
	87.3	+
	36.3	+ Das Gr. fix.
	36.8	+
	36.1	+
	36.3	+
	36.2	+ Das Kl. fix.
	36.9	+
	36.0	+

A.	B.	Anmerkung.
	35.3	
		Kugeln gew.
	33.9	+ Das Gr. fix.
	32.6	+
	36.3	+
	36.1	+
	35.3	+ Das Kl. fix.
	35.4	+
	35.5	+
	35.6	+
	90.5	+ Das Gr. fix.
	87.7	+
	89.0	+
	87.8	+
	89.6	+ Das Kl. fix.
	87.6	+
	89.9	+
	89.7	+
		Prismen gew.
89.8	+	Das Grosse fix.
89.4	+	
91.3	+	
90.8	+	
89.3	+	Das Kleine fix.
91.7	+	
90.4	+	
91.7	+	
34.0	+	Das Grosse fix.
34.3	+	
36.4	+	
36.2	+	
37.2	+	Das Kleine fix.
38.2	+	
36.8	+	
37.2	+	
36.9		Das Grosse fix.
36.0		
36.3		
33.8		Das Kleine fix.
38.1		

A.	B.	Anmerkung.
36.3		
39.5		
38.8		Das Grosse fix.
90.7		
32.7		Gr. fix.
35.7		Kl. fix.
33.0		Gr. fix.
36.2		Kl. fix.
32.8		Gr. fix.
34.0		Kl. fix.
94.2		Gr. fix.
89.6		Kl. fix.
89.6		Gr. fix.
88.1		Kl. fix.
90.6		Gr. fix.
87.8		Kl. fix.
88.2	+	Gr. fix.
88.4	+	Kl. fix.
91.2	+	Gr. fix.
90.6	+	Kl. fix.
94.4	+	Gr. fix.
90.8	+	Kl. fix.
34.8	+	Gr. fix.
37.2	+	Kl. fix.
35.6	+	Gr. fix.
36.3	+	Kl. fix.
35.2	+	Gr. fix.
36.8	+	Kl. fix.
		Prismen gew.
	35.2	+ Gr. fix.
	35.2	+ Kl. fix.
	34.8	+ Gr. fix.
	36.2	+ Kl. fix.
	33.8	+ Gr. fix.
	35.2	+ Kl. fix.
	91.0	+ Gr. fix.
	90.8	+ Kl. fix.
	90.7	+ Gr. fix.
	90.6	+ Kl. fix.
	91.6	+ Gr. fix.

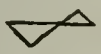
A.	B.	Anmerkung.
	90.4	+ Kl. fix.
		Kugeln gew.
	90.0	+ Gr. fix.
	90.7	+ Kl. fix.
	92.4	+ Gr. fix.
	90.3	+ Kl. fix.
	91.8	+ Gr. fix.
	90.4	+ Kl. fix.
	33.9	+ Gr. fix.
	35.7	+ Kl. fix.
	35.8	+ Gr. fix.
	34.4	+ Kl. fix.
	33.1	+ Gr. fix.
	34.2	+ Kl. fix.
		Prismen gew.
38.6	+	Gr. fix.
38.3	+	Kl. fix.
36.2	+	Gr. fix.
38.3	+	Kl. fix.
35.4	+	Gr. fix.
37.1	+	Kl. fix.
93.3	+	Gr. fix.
91.6	+	Kl. fix.
93.7	+	Gr. fix.
93.3	+	Kl. fix.
94.5	+	Gr. fix.
92.0	+	Kl. fix.
		Blendung gew.
	88.9	+ Gr. fix.
	92.4	+ Kl. fix.
	91.8	+ Gr. fix.
	89.6	+ Kl. fix.
	91.2	+ Gr. fix.
	89.3	+ Kl. fix.
	34.0	+ Gr. fix.
	36.7	+ Kl. fix.
	35.5	+ Gr. fix.
	35.2	+ Kl. fix.
	33.2	+ Gr. fix.
	35.1	+ Kl. fix.
		Prismen gew.
34.7	+	Gr. fix.

A.	B.	Anmerkung.
34.2	+	Kl. fix.
32.2	+	Gr. fix.
34.9	+	Kl. fix.
34.3	+	Gr. fix.
35.1	+	Kl. fix.
91.2	+	Gr. fix.
91.5	+	Kl. fix.
91.7	+	Gr. fix.
92.2	+	Kl. fix.
90.8	+	Gr. fix.
91.6	+	Kl. fix.
89.9	+	Gr. fix.
91.7	+	Kl. fix.
		Kugeln gew.
92.1	+	Gr. fix.
91.3	+	Kl. fix.
92.8	+	Gr. fix.
90.5	+	Kl. fix.
91.1	+	Gr. fix.
93.3	+	Kl. fix.
34.2	+	Gr. fix.
35.9	+	Kl. fix.
32.3	+	Gr. fix.
35.5	+	Kl. fix.
35.9	+	Gr. fix.
37.1	+	Kl. fix.
		Prismen gew.
	30.0	+ Gr. fix.
	37.8	+ Kl. fix.
	35.1	+ Gr. fix.
	36.2	+ Kl. fix.
	34.2	+ Gr. fix.
	34.7	+ Kl. fix.
	92.8	+ Gr. fix.
	90.9	+ Kl. fix.
	92.2	+ Gr. fix.
	90.0	+ Kl. fix.
	92.4	+ Gr. fix.
	90.3	+ Kl. fix.
	91.3	+ Gr. fix.
	88.3	+ Kl. fix.

A.	B.	Anmerkung.
	92.9	+ Gr. fix.
	91.6	+ Kl. fix.
	91.3	+ Gr. fix.
	89.7	+ Kl. fix.
	31.7	+ Gr. fix.
	36.9	+ Kl. fix.
	34.3	+ Gr. fix.
	34.3	+ Kl. fix.
	35.7	+ Gr. fix.
	36.9	+ Kl. fix.

Werden die Lichtflächen in der Mitte des Gesichtsfeldes genau übereinander gerichtet und man betrachtet alsdann in einiger Entfernung vom Okular in der Verlängerung der optischen Axe die austretenden Lichtbüschel, so erscheinen diese als zwei helle Punkte, etwa 1''' über der letzten Fläche des Okulars.

Das Prisma A, welches den hellern Stern in Norden zeigt, erscheint hier südlich von der Okularaxe aus, der andere helle Punkt liegt nördlich. Der Abstand beider beträgt etwa $\frac{8}{10}$'''. Diess war, als der Schuber A ganz oben stand, B aber auf gleiche Helligkeit eingestellt war. Darauf wurde B ganz unten hin-gebracht, die Bilder wieder zum Decken gebracht. Nun scheint der kleine Punkt nicht mehr in unveränderlichem Abstand vom südlichen, sondern bewegt sich gegen Osten, wenn

A.	B.	Anmerkung.
		das Auge gegen Westen geht, d. h. sein Bild liegt höher über dem Okular. Jetzt wird auch der Schuber A ganz unten hin, die Bilder zum Decken gebracht. Die Abstände der Punkte sind jetzt konstant, dasselbe findet statt, wenn beide Schuber ganz oben stehen. Werden die Lichtflächen im Gesichtsfelde so nebeneinander gebracht, dass sie in der Mitte desselben ein Quadrat bilden, so fallen die Punkte ganz zusammen. Dasselbe findet noch mit Ausnahme einer kleinen Parallaxe statt, wenn die Schuber auf derselben Seite gleiche Helligkeit zeigen.
		Zeigt ein Schuber das Bild des Sterns, der andere die Lichtfläche, so findet für die Lichtbüschel die grösste Parallaxe statt.
		Im Gesichtsfelde aber erscheint Lichtfläche und Stern in unveränderter Stellung zu einander, wenn man mit dem Auge Schwankungen macht. Stelle ich die Dreiecke so nebeneinander
		
		so ist der Abstand der Lichtpunkte 1''' gross. Die Helligkeiten der Lichtflächen können aber vom Augenort aus miteinander verglichen werden, und es zeigt sich kein angebbarer Helligkeitsunterschied, wenn man die Bilder miteinander im Gesichtsfelde hin und her bewegt.
		Matt geschliffen Glas im Brennpunkte des Okulars.
		In die Mitte zwischen beide Flächen fixirt.
		Gleich grosse Flächen.
	35.6	Den $\frac{3}{11}$ 34 Morgens. Bl. I. und III.
	91.8	
		Prismen gew.
90.2		
35.8		
		Kugeln gew.
36.3		
93.6		
		Prismen gew.
	94.3	
	36.6	
		Blendung gew.
35.0		
88.7		
		Prismen gew.
	91.2	
	34.0	
		Kugeln gew.
	34.9	
	89.2	
		Prismen gew.
87.8		
35.3		
		Ohne Mattglas.
35.5		
90.1		

A.	B.	Anmerkung.
		Prismen gew.
	89.9	
	33.8	
		Kugeln gew.
	31.0	
	89.2	
		Prismen gew.
89.7		
33.4		
		Blendung gew.
	33.2	
	90.2	
		Prismen gew.
91.7		
36.6		
		Kugeln gew.
34.4		
90.3		
		Prismen gew.
	90.7	
	37.8	
		Wird die Kugel, welche das hellere Bild zeigt mit ihrer Stütze gegen das Instrument geneigt, so stellt sich der Schuber, der das entgegengesetzte Bild zeigt, auf:
32.5		
29.2		
29.7		
		Wird die Kugel vom Instrumente abgebogen, so zeigt sie aber
34.0		
34.8		
35.8		

A.	B.	Anmerkung.
		Berichtigte Kugelaufstellung.
		Ungleich grosse Flächen.
	35.0	Den $\frac{4}{11}$ 34. Bl. I.
	87.8	und III.
	36.1	35.55
	90.1	88.95
		Prismen gew.
90.2		
34.4		
91.2		90.70
34.9		34.65
		Kugeln gew.
36.2		
87.3		
36.5		36.35
89.6		88.45
		Prismen gew.
	87.5	
	33.4	
	88.3	87.90
	34.3	33.85
		Blendung gew.
35.6		
90.9		
34.9		35.25
91.4		91.15
		Prismen gew.
	93.1	
	32.3	
	89.7	91.40
	34.2	33.25
		Kugeln gew.
	35.1	
	89.2	
	32.2	33.65
	90.3	89.75
		Prismen gew.
90.1		
36.7		
91.1		90.6
37.7		37.2

A.	B.	Anmerkung.
35.0	+	
35.9	+	
36.8	+	
92.5	+	
91.7	+	35.90
91.3	+	91.83
		Prismen gew.
	90.9	+
	90.9	+
	92.2	+
	35.8	+
	34.5	+ 91.33
	35.2	+ 35.17
		Kugeln gew.
	34.2	+
	34.0	+
	34.8	+
	91.3	+
	91.3	+ 34.33
	91.3	+ 91.30
		Prismen gew.
92.7	+	
92.0	+	
90.8	+	
35.5	+	
35.8	+	91.83
36.3	+	35.87
		Blendung gew.
	31.7	+
	32.2	+
	32.7	+
	90.3	+
	89.2	+ 32.20
	88.9	+ 89.47
		Prismen gew.
90.3	+	
90.4	+	
89.5	+	
35.2	+	
34.3	+	90.07
35.5	+	35.00
		Kugeln gew.
35.7	+	

A.	B.	Anmerkung.
36.0	+	
36.9	+	
92.1	+	
92.9	+	36.20
91.0	+	92.0
		Prismen gew.
	88.0	+
	89.3	+
	89.3	+
	33.9	+
	33.8	+ 88.87
	33.8	+ 33.83
		Ungleich grosse Bilder, sorgfältig eingestellt.
	35.4	Den $\frac{6}{11}$ 34.
	87.4	
	34.4	
	89.3	
	34.8	34.85
	88.3	88.33
		Prismen gew.
90.9		
36.1		
90.9		
34.6		
90.1		35.67
36.3		90.63
		Kugeln gew.
37.2		
91.3		
35.9		
89.1		
36.6		36.57
88.0		89.47
		Prismen gew.
	87.9	
	34.3	
	89.9	
	34.0	

A.	B.	Anmerkung.
	88.8	34.07
	33.9	88.87
		Blendung gew.
36.2		
89.3		
36.8		
91.1		
34.6		35.87
91.3		90.57
		Prismen gew.
	88.2	
	33.3	
	88.7	
	34.8	
	89.3	33.70
	33.0	88.73
		Kugeln gew.
	34.8	
	90.6	
	33.3	
	90.6	
	35.4	34.50
	90.1	90.43
		Prismen gew.
92.1		
35.6		
88.3		
35.7		
90.3		35.50
35.2		90.23
		Ungleich grosse Bilder, nur flüchtig eingestellt.
	33.3	
	34.6	
	34.4	
	90.9	
	89.5	34.1
	89.6	90.0

A.	B.	Anmerkung.
		Prismen gew.
89.2		
89.8		
88.7		
36.2		
36.3		35.77
34.8		89.23
		Kugeln gew.
35.3		
33.9		
35.1		
89.0		
89.9		34.77
89.8		89.57
		Prismen gew.
	89.0	
	89.3	
	90.1	
	32.3	
	33.7	89.47
	33.5	33.17
		Blendung gew.
35.8		
35.2		
37.3		
90.4		
91.4		36.10
91.0		90.93
		Prismen gew.
	90.2	
	91.2	
	90.6	
	34.7	
	33.9	90.67
	35.6	34.73
		Kugeln gew.
	36.2	
	35.3	
	34.5	
	91.7	
	89.9	35.33
	90.9	90.83

A.	B.	Anmerkung.
		Prismen gew.
91.2		
91.3		
90.2		
36.2		
37.0		90.90
35.5		36.23
		Gleich grosse Bilder.
	34.3	Den $\frac{7}{11}$ 34. Bl. I. und III.
	35.4	
	33.8	
	89.7	
	92.5	34.50
	91.2	91.13
		Prismen gew.
92.4		
92.6		
93.6		
36.3		
36.3		92.87
37.0		36.53
		Kugeln gew.
36.6		
36.3		
37.5		
90.5		
90.5		36.80
88 7		89.90
		Prismen gew.
	91.3	
	90.4	
	91.2	
	34.5	
	32.6	90.97
	33.7	33.60
		Blendung gew.
35.7		
35.0		
34.1		
89.6		

A.	B.	Anmerkung.
91.2		34.93
89.9		90.23
		Prismen gew.
	92.2	
	91.7	
	91.3	
	33.0	
	34.0	91.73
	31.8	32.93
		Kugeln gew.
	33.9	
	34.1	
	34.7	
	89.2	
	89.5	34.23
	88.6	89.10
		Prismen gew.
92.4		
91.8		
91.1		
33.0		
35.5		91.77
34.3		34.27
		Matt geschliffenes Glas. Ungleich grosse Flächen.
36.2		Den $\frac{7}{11}$ 34. Bl. I. und III.
34.8		
36.9		
87.3		
86.8		35.97
88.7		87.60
		Prismen gew.
	90.6	
	89.7	
	89.0	
	35.2	
	33.5	89.77
	34.3	34.33

A.	B.	Anmerkung.
		Kugeln gew.
sehr	34.8	
gut	35.6	
	36.3	
	89.1	
	90.1	35.57
	90.6	89.93
		Prismen gew.
91.1		
90.8		
90.2		
36.7		
35.1		90.70
34.2		35.33
		Blendung gew.
	32.8	
	33.8	
	32.7	
	91.6	
	90.3	33.10
	91.5	91.13
		Prismen gew.
89.9		
91.8		
91.6		
35.7		
33.3		91.10
34.2		34.40
		Kugeln gew.
35.8		
35.5		
34.2		
90.8		
94.3		35.17
91.3		92.13
		Prismen gew.
	92.4	
	91.9	
	90.3	
	32.7	
	33.6	91.53
	32.9	33.07

A.	B.	Anmerkung.
	33.8	Kugeln gew.
	34.1	
	34.1	
	92.1	
	91.6	34.00
	90.4	91.37
		Prismen gew.
91.2		
90.2		
90.3		
35.8		
34.9		90.57
35.3		35.33
		Kugeln gew.
35.4		
34.7		
35.0		
90.7		
91.7		35.03
90.6		91.00
		Prismen gew.
	89.9	
	91.8	
	90.9	
	34.9	
	34.3	90.87
	34.7	34.63
		Blendung gew.
37.4		
35.7		
37.2		
91.3		
88.1		36.77
88.2		89.20
		Prismen gew.
	89.1	
	88.3	
	87.4	
	34.6	
	34.6	88.27
	31.7	33.63
		Kugeln gew.
	35.2	

A.	B.	Anmerkung.	A.	B.	Anmerkung.	A.	B.	Anmerkung.
	35.3			93.1	+			Seit dem Wechseln der Blendungen war St. nicht im Stande, die Flächen deutlich zu sehen.
	34.2			91.2				
	89.9			92.0	+			
	90.2	34.90		36.1				
	87.3	89.19		37.1	+			
		Prismen gew.		34.3	91.48			
89.8				35.0	35.62			Von jetzt sind auch die Lagen der Blendungen genau rectificirt.
88.8					Blendung gew.			
87.6			38.0					
38.5			39.2	+				
37.2		88.73	38.3					
36.7		37.47	39.0	+				Beobachter in Nord.
			89.7					
			88.5	+			35.0	Den $\frac{10}{11}$ 34.
			90.6		38.62		36.7	+ Bl. I. u. III.
	35.7	Den $\frac{9}{11}$ Nachmittags.	89.8	+	89.65		35.2	
	36.6	+ Bl. I. u. III.			Prismen gew.		35.8	+
	34.6			90.7			90.4	
	36.7	+		89.4	+		90.3	+
	89.9			89.9			89.0	35.68
	92.3	+		89.7	+		90.3	+ 90.00
	90.6	35.90		33.3				Prismen gew.
	91.0	+ 90.95		36.1	+	91.7		
		Prismen gew.		35.3	89.92	92.1	+	
92.3				36.1	+ 35.20	91.2		
92.0	+				Kugeln gew.	90.2	+	
89.3				33.8		91.3		
90.5	+			36.2	+	90.3	+	
36.8				35.2		38.1		
37.9	+			35.5	+	37.3	+	
38.2		91.02		91.2		37.5		
38.1	+	37.75		90.0	+	37.8	+	
		Kugeln gew.		89.2	35.18	37.3		91.13
35.9		sehr gut		89.7	+ 90.02	37.1	+	37.52
39.9	+				Prismen gew.			Kugeln gew.
36.1		gut	89.2			36.7		
36.8	+		90.0	+		38.0	+	
89.3			90.4			39.3		
93.7	+		90.9	+		37.5	+	
90.2		gut 37.18	35.5		90.12	91.4		
91.8	+	91.25	38.2	+	36.65	91.3	+	
		Prismen gew.	35.7		Nebelwolken. v.	90.9		38.12
	89.6		37.2	+	2^h 15′ bis 3^h 30′.	91.6	+	91.30

A.	B.	Anmerkung.
	89.8	Prismen gew.
	90.7	+
	92.3	
	91.2	+
	91.7	
	91.9	+
	36.7	
	35.4	+
	36.3	
	34.5	+
	36.3	91.27
	34.9	+ 35.68
38.2		Blendung gew.
37.2		
36.2		
90.0		
91.9		
91.9		
89.6	+	
90.5	+	
90.1	+	
36.2	+	
35.3	+	36.72
37.2	+	90.67
	31.3	Prismen gew.
	33.9	+
	33.7	
	34.1	+
	89.2	
	90.6	+
	92.0	33.25
	90.9	90.68
	90.1	Kugeln gew.
	90.1	+
	90.3	
	91.1	+
	31.2	
	33.3	+
	32.1	
	33.1	+
	33.1	90.40
	35.0	+ 32.97

A.	B.	Anmerkung.
35.0		Prismen gew.
36.2	+	
34.9		
34.5	+	
91.6		sehr gut
91.3	+	
91.4		35.15
92.1	+	91.60
91.4		91.38
91.5	+	35.50
91.0		sehr gut
91.6	+	
35.1		
35.3	+	
36.7		zu hell
34.9	+	
	33.1	Prismen gew.
	33.7	+
	33.0	
	34.4	+
	90.9	unsicher
	90.6	+
	90.0	33.55
	91.2	+ 90.68
		Beobachter in Süden.
		Nebel.
		Fortsetzung Nachmittags.
		Kugeln gew.
	90.7	
	90.6	+
	88.6	
	90.7	+
	32.4	
	34.5	+
	35.0	
	36.2	+ 90.15
	34.8	34.78
36.7		Prismen gew.
37.0	+	

A.	B.	Anmerkung.
36.5		
36.2	+	
89.8		
91.2	+	
90.0		36.60
90.6	+	90.40
	88.3	Blendung gew.
	90.2	
	91.4	
	36.1	
	34.7	
	36.4	
	37.3	+
	35.4	+
	36.1	+
	92.2	+
	88.5	+ 90.30
	91.2	+ 36.00
90.9		Prismen gew.
90.5	+	
90.2		
91.0	+	
36.3		
36.4	+	
37.0		90.65
37.2	+	36.72
35.6		Kugeln gew.
37.0	+	
35.3		
36.5	+	
90.8		
91.7	+	
91.5		36.10
92.1	+	91.52
	89.9	Prismen gew.
	91.0	+
	89.5	
	90.8	+
	34.4	
	36.3	+ 90.30
	35.1	35.45
	36.0	+ Nebel.

Die Verstellungen der Schuber von Grenze zu Grenze wurden auf sehr verschiedene Weise gemessen und es ergab sich:

A.	B.
20.'''630	113.'''980
113. 790	20. 830
122. 780	29. 840
29. 625	122. 980
29. 645	113. 970
122. 800	20. 830
19. 500	29. 825
112. 630	123. 010
19. 500	19. 220
112. 630	112. 350

Resultate der Beobachtungen an Lichtreflexen.

Die Richtigkeit der Angaben des Photometers zu untersuchen, wurden Lichtreflexe auf Stahlkugeln, also bereits bekannte Lichtmengen mittelst des Photometers verglichen.

Die Vorschriften hiezu sind in Beilage III. gegeben. Dort ist gezeigt, dass, wenn jeder durch eine bestimmte Blendung bewirkte Winkel mit jeder Helligkeit der Spiegel und jeder Kugel, in jeder Lage der Prismen gleich oft verglichen wird, sich alle Einflüsse des Instrumentes und des Apparates auf die Bestimmung heben, dass folglich die Resultate der Messungen alsdann innerhalb der Grenzen des zufälligen Fehlers mit den, durch Rechnung abgeleiteten Werthen, stimmen müssen.

Jede vollständige Bestimmung fodert demnach acht zusammengehörige Vergleichungen. In beiliegenden Beobachtungen ist dieses stets berücksichtigt.

Um die Uebereinstimmung der Beobachtungen besser beurtheilen zu können, sind nicht bloss die Endresultate nach der Beilage V. gegebenen Vorschrift aus Σ A und $\Sigma \Delta$ B, abgeleitet, sondern es ist auch jede vollständige Bestimmung für sich reduzirt worden. Auf diese Weise ergab sich aus beiliegenden Beobachtungen:

Datum 1831.	Verglichene Blendungen.	Mittelwerthe der Beobachtungs-Reihe.	Rechnung.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe: R—B.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe: Wahrscheinliche Fehler.	Einzelne vollständige Vergleichungen: aus 8 Beobachtungen.	Abweichungen von: Mittel.	Abweichungen von: Rechnung.	Bemerkungen.
Den 14. Oktober.	Blend. I. u. II.	1. 2900	1.2978	$+\frac{1}{166}$	$\pm\frac{1}{222}$	1. 2855	+ 0.0044	+ 0.0123	Die für die kleineren Beobachtungs-Reihen angesetzten wahrscheinlichen Fehler, sind nicht aus diesen selbst abgeleitet, sondern genommen wie sie sich aus 600 einzelnen Beobachtungen für diesen Fall ergeben.
						1. 2913	— 0.0014	+ 0.3065	
						1. 2883	+ 0.0016	+ 0.0095	
						1. 2946	— 0.0047	+ 0.0032	
	Blend. I. u. III.	1. 7131	1.6905	$-\frac{1}{76}$	$\pm\frac{1}{222}$	1. 7141	— 0.0010	— 0.0236	
						1. 7112	+ 0.0019	— 0.0206	
						1. 7162	— 0.0031	— 0.0257	
						1. 7101	+ 0.0030	— 0.0196	
	Blendung I. und IV.	2. 8110	2.8141	$+\frac{1}{827}$	$\pm\frac{1}{666}$	2. 8347	— 0.0247	— 0.0206	
						2. 8144	— 0.0034	— 0.0003	
						2. 8100	+ 0.0010	+ 0.0011	
						2. 8443	— 0.0033	— 0.0302	
						2. 8007	+ 0.0003	+ 0.0134	
						2. 8142	— 0.0032	— 0.0001	
						2. 8218	— 0.0108	— 0.0077	
						2. 7831	+ 0.0279	+ 0.0310	
						2. 7756	+ 0.0354	+ 0.0385	
Den 21. Oktober.	Blend. III. u. IV.	56.'''132	55.956	$-\frac{1}{318}$	$\pm\frac{1}{222}$	56.'''488	— 0.356	— 0.732	Von hier an ist die Verstellung des einen Schubers statt des Quotienten aus beiden angesetzt, weil sie für den andern konstant ist und 93.'''147 beträgt.
						55. 838	+ 0.294	+ 0.118	
						56. 425	— 0.293	— 0.469	
						55. 775	+ 0.357	+ 0.181	
Den 30. Oktober.	Blendung II. u. IV.	43. 225	42.956	$-\frac{1}{166}$	$\pm\frac{1}{766}$	42. 863	— 0.638	+ 0.093	Sämmtliche Resultate weichen mehr von der Rechnung ab, als der wahrscheinliche Fehler erwarten lässt. Die Abweichung von I. und III. ist am grössesten, wesshalb diese Bestimmung wiederholt wird.
						43. 113	+ 0.112	— 0.157	
						43. 825	— 0.600	— 0.869	
						42. 888	+ 0.337	+ 0.068	
						42. 712	+ 0.513	+ 0.244	
						43. 138	+ 0.087	— 0.182	
						43. 856	— 0.631	— 0.900	
						42. 962	+ 0.263	— 0.006	
						43. 675	— 0.450	— 0.719	

Datum 1834.	Verglichene Blendungen.	Mittelwerthe der Beobachtungs-Reihe.	Rechnung.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe R—B.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe Wahrscheinliche Fehler.	Einzelne vollständige Vergleichungen aus 8 Beobachtungen.	Abweichungen von Mittel.	Abweichungen von Rechnung.	Bemerkungen.
Den 30. Oktober.	Blendung II. u. III.	71. 839	71.507	$-\frac{1}{313}$	$\pm\frac{1}{385}$	71. 188	+ 0.651	+ 0.319	
						70. 113	+ 1.726	+ 1.394	
						71. 637	+ 0.202	+ 0.130	
						72. 550	— 0.711	— 0.043	
						72. 125	— 0.286	— 0.618	
						71. 475	+ 0.364	— 0.032	
						73. 000	— 1.161	— 1.493	
						71. 050	+ 0.789	+ 0.457	
						72. 575	— 0.736	— 1.068	
	Blendung I. u. III.	57. 413	55.099	$-\frac{1}{24}$	$\pm\frac{1}{320}$	58. 075	— 0.662	— 2.976	Dieser auffallend grosse Fehler, bei unter sich so übereinstimmenden Beobachtungen, liess mich vermuthen, dass ich im Bewusstseyn des Zeichens der Correktion, in der Schätzung einen konstanten Fehler im entgegengesetzten Sinne begangen habe, daher die folgende Wiederhlung.
						57. 800	— 0.387	— 2.701	
						58. 125	— 0.712	— 3.026	
						57. 388	+ 0.025	— 2.289	
						57. 000	+ 0.413	— 1.901	
						57. 112	+ 0.301	— 2.013	
						57. 438	— 0.025	— 2.339	
						56. 725	+ 0.688	— 1.626	
						57. 050	+ 0.363	— 1.951	
Den 31. Oktober.	Blendung I. u. III.					52. 813	+ 0.494	+ 2.605	Diese Beobachtungsreihe hat einen fast eben so grossen konstanten Fehler im entgegengesetzten Zeichen. Der Grund davon muss nachgewiesen werden. Es wurden daher folgende Untersuchungen angestellt.
						53. 100	+ 0.207	+ 1.999	
						52. 812	+ 0.495	+ 2.287	
						53. 338	— 0.031	+ 1.761	
						53. 637	— 0.330	+ 1.462	
						53. 625	— 0.318	+ 1.474	
						53. 075	+ 0.232	+ 2.021	
						53. 925	— 0.618	+ 1.174	
						53. 438	— 0.131	+ 1.661	

Ich untersuchte

1. ob die Lage und Grösse der Bilder gegeneinander im Gesichtsfelde einen wesentlichen Einfluss auf die Helligkeitsschätzungen

hat. Die Beobachtungen vom 1. November gaben jedoch für beigesetzte Stellungen im Gesichtsfelde:

 = 54.'''88

 . . = 54. 97

 . = 55. 40

 . . = 55. 53

 . = 54. 27

also hat die Grösse und Lage dieser Lichtflächen gegeneinander keinen entschiedenen Einfluss auf das Urtheil über gleiche Intensität;

2. ob die Entfernung, in welcher man sich die Lichtfläche denkt und demnach das Auge stellt (denn die Lichtflächen bleiben für alle Verstellungen des Auges scharf begrenzt), einen grossen Einfluss hat.

Das Auge auf unendliche Entfernung gestellt ergab:

= 53. 14 aus 10 Beobachtungen

dagegen möglichst nahe, etwa auf 27''' Abstand fixirt, gab:

= 53. 85 aus 10 Beobachtungen

also keinen erheblichen Unterschied;

3. ob ein Hin- und Herschwanken des Auges die Helligkeiten bedeutend ändert.

Allein die Untersuchung über die Lage der austretenden Lichtbüschel, wie sie am Fernrohre diktirt, in den Beobachtungen aufgenommen ist, zeigt, dass auch in dieser Beziehung kein gegründetes Bedenken zu hegen sey, indem bei Hin- und Her-

schwanken des Auges stets ein oder das andere Bild plötzlich verschwand, ohne vorher schwächer zu werden.

4. Ob die Richtung, welche man dem Auge nach einem bestimmten Punkte des Gesichtsfeldes gibt, Einfluss hat. Hier zeigte sich nun die auffallende Erscheinung, dass, wenn beide Flächen wirklich gleich hell sind, und man die Mitte der einen fixirt, die andere Fläche heller scheint, und umgekehrt. 10 Beobachtungen ergaben:

das grössere Bild fixirt = 91. 12
das kleinere Bild fixirt = 87. 52

also einen sehr erheblichen Unterschied. Es wurde daher untersucht

5. ob diese Erscheinung auch für andere Beobachter statt finde.

Aus einzelnen Vergleichungen des Beobachters St. ergibt sich:

das grosse Bild fixirt = 54. 50
das kleine Bild fixirt = 50. 85

d. i. ein ähnlicher Unterschied wie bei mir.

6. Um zu entscheiden, ob sich aus dieser Erscheinung die grossen Abweichungen der einzelnen Beobachtungsreihen erklären lassen, wurden vollständige Vergleichungen der Blendungen I. und III. angestellt, wobei abwechselnd stets die eine oder andere Fläche fixirt ist.

Zwei vollständige Vergleichungsreihen von St. ergaben für

	(1)	(2)
Grosse Fläche fixirt	54.128	57.301
Kleine Fläche fixirt	53.945	54.989
Mittel	54.036	56.145
Rechnung	55.099	55.099
R — B. =	$+\frac{1}{51}$	$-\frac{1}{54}$

wo die Abweichungen fast eben so gross sind als bei den früheren Beobachtungen. Nun wurde endlich

7. im Brennpunkt des Okulares ein matt geschliffenes Planglas angebracht, damit das aus dem Photometer austretende Licht parallel in's Auge gelange, folglich auf der Retina ein wirkliches Bild der Lichtflächen hervorbringe.

Zwei vollständige Beobachtungsreihen vom 3. November geben:

B.	Rechnung.	R — B.
1.6787	1.6905	$+\frac{1}{143}$
1.6705	1.6905	$+\frac{1}{85}$

also ebenfalls viel zu grosse Abweichungen, als dass sie von zufälligen Beobachtungsfehlern herrühren könnten.

Alle bisherigen Untersuchungen erklären daher obige grosse Differenz zwischen den einzelnen Beobachtungsreihen noch nicht. Ich habe sie hier blos angeführt, weil sie Aufschluss über die Eigenthümlichkeit dieser Art von Messungen geben, und daraus Regeln abzuleiten sind, die der Beobachter befolgen muss. Die grosse Differenz in den Beobachtungen des 30. und 31. Oktobers hat also diesen Untersuchungen zufolge keinen subjektiven Grund, und kann eben so wenig im Instrument selbst liegen.

Es wurde daher der Kugelapparat geprüft und untersucht, ob eine geringe Verstellung der Kugeln möglich ist, und welchen Einfluss auf die Messungen sie hat. Die Kugeln sind, wie man aus der Beschreibung des Apparates weiss, auf dünnen Säulen von Holz aufgekittet, welche in einen 5‴ langen cylindrischen Zapfen auslaufen, der in ein ähnliches Loch im Boden des Kastens passt. Durch das öftere Umtauschen der Kugeln mit ihren Stützen hat sich aber der Schluss des Zapfens vermindert, so dass die Kugelstützen Spielraum

haben. Den Einfluss dieser Schwankung untersuchte ich empirisch auf folgende Art.

Wird die Kugel, welche das hellere Bild zeigt, mit ihrer Stütze möglichst viel gegen das Photometer hin geneigt, so stellt sich der Schuber, der das entgegengesetzte Bild gleich hell zeigt, auf:

30.''' 5.

Wird die Kugelstütze dagegen vom Instrumente möglichst stark hinweg gebogen, so stellt sich derselbe Schuber bei gleicher Helligkeit auf:

34.''' 9

woraus sich ein Unterschied von

4.''' 4

ergibt. Es kann daher der Unterschied für eine Bestimmung über und unter dem Bilde

8.''' 8

betragen, ohne Rücksicht auf die andere Kugel zu nehmen, deren Neigen im entgegengesetzten Sinne 4''' bewirken kann. Der möglichst grösste Unterschied in der Helligkeitsvergleichung von I. und III. kann daher durch Verstellen der Kugeln

12.''' 8

werden. Er beträgt aber in den Beobachtungen vom 30. und 31. Oktober

4.''' 1

d. i. nicht einmal $\frac{1}{3}$ hiervon; kann also dadurch erklärt werden.

Diesem Mangel wurde durch die Einrichtung welche bei der Beschreibung des Kugelapparates schliesslich angegeben ist, auf das Sorgfältigste abgeholfen, so dass man die Ueberzeugung erlangte, die Centra der Kugeln tauschen ihre Stellung auf $\frac{1}{100}$ Linie sicher. Hierauf wurden die Bestimmungen von I. und III. wiederholt, und es ergab sich:

Datum 1834.	Verglich. Blend.	Mittelwerthe der Beobachtungs-Reihe.	Rechnung.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe: R—B.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe: Wahrscheinliche Fehler.	Einzelne vollständige Vergleichungen aus 8 Beobachtungen.	Abweichungen von Mittel.	Abweichungen von Rechnung.	Bemerkungen.
D. 4. Nov.						54.675	+ 0.216	+ 0.424	
						54.912	— 0.021	+ 0.187	
						54.863	+ 0.028	+ 0.236	
		54.891	55.099	+ $\frac{1}{265}$	± $\frac{1}{622}$	55.113	— 0.222	— 0.014	
Den 6. November.	Blendung I. und III.					54.35	+ 0.21	+ 0.75	
						54.55	+ 0.01	+ 0.55	
						54.34	+ 0.22	+ 0.76	
						54.71	— 0.15	+ 0.39	
						54.55	+ 0.01	+ 0.55	
						54.68	— 0.12	+ 0.42	
						54.58	— 0.02	+ 0.52	
						54.76	— 0.20	+ 0.34	
		54.563	55.099	+ $\frac{1}{101}$	± $\frac{1}{783}$	54.55	+ 0.01	+ 0.55	
						55.20	— 0.02	— 0.10	
						54.85	+ 0.33	+ 0.25	
						55.11	+ 0.07	— 0.01	
						55.65	— 0.47	— 0.55	
						55.30	— 0.12	— 0.20	
						55.69	— 0.51	— 0.59	
						55.08	+ 0.10	+ 0.02	
						54.74	+ 0.44	+ 0.36	
		55.182	55.099	— $\frac{1}{592}$	± $\frac{1}{783}$	55.02	+ 0.16	+ 0.08	
						56.46 +	— 0.41	— 1.36	Diese Beobachtungsreihe ist von St. angestellt.
						56.62 +	— 0.57	— 1.52	
						56.00 +	+ 0.05	— 0.90	
						56.16 +	— 0.11	— 1.06	
						56.40 +	— 0.35	— 1.30	
						55.78 +	+ 0.27	— 0.68	
						55.80 +	+ 0.25	— 0.70	
						55.91 +	+ 0.14	— 0.81	
		56.047 +	55.099	— $\frac{1}{68}$	± $\frac{1}{783}$	55.29 +	+ 0.76	— 0.19	
Den 7. November.						56.25	— 0.04	— 1.15	
						56.64	— 0.43	— 1.54	
						56.11	+ 0.10	— 1.01	
						55.99	+ 0.22	— 0.89	
						56.38	— 0.17	— 1.28	
						55.89	+ 0.32	— 0.79	
						56.16	+ 0.05	— 1.06	
						56.49	— 0.28	— 1.39	
		56.214	55.099	— $\frac{1}{49}$	± $\frac{1}{783}$	56.02	+ 0.19	— 0.92	

Datum 1831.	Vergleich. Blend.	Mittelwerthe der Beobachtungs-Reihe.	Rechnung.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe: R—B.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe: Wahrscheinliche Fehler.	Einzelne vollständige Vergleichungen: aus 8 Beobachtungen.	Abweichungen von: Mittel.	Abweichungen von: Rechnung.	Bemerkungen.
Den 7. November.	L. und III. Blendung	55.888	55.099	— $\frac{1}{261}$	± $\frac{1}{783}$	55.362	+ 0.525	— 0.263	Bei diesen 2 Beobachtungs - Reihen war das matt geschliffene Glas im Brennpunkte des Okulares angebracht.
						56.300	— 0.412	— 1.201	
						56.525	— 0.637	— 1.426	
						55.375	+ 0.513	— 0.276	
						56.300	— 0.412	— 1.201	
						56.375	— 0.487	— 1.276	
						54.938	+ 0.950	+ 0.151	
						55.875	+ 0.013	— 0.776	
						55.937	— 0.049	— 0.838	
		54.603	55.099	+ $\frac{1}{111}$	± $\frac{1}{783}$	54.175	+ 0.428	+ 0.914	
						54.850	— 0.247	+ 0.249	
						54.538	+ 0.065	+ 0.561	
						54.937	— 0.334	+ 0.162	
						55.000	— 0.397	+ 0.099	
						54.675	— 0.072	+ 0.424	
						54.488	+ 0.115	+ 0.611	
						54.537	+ 0.066	+ 0.562	
						54.225	+ 0.378	+ 0.874	
Den 9. November.		54.410	55.099	+ $\frac{1}{56}$	± $\frac{1}{622}$	54.60	— 0.20	+ 0.50	
						54.44	— 0.03	+ 0.66	
						54.38	+ 0.03	+ 0.72	
						54.21	+ 0.20	+ 0.89	
		53.802 +	55.099	+ $\frac{1}{46}$	± $\frac{1}{622}$	53.60 +	+ 0.20	+ 1.50	Diese Beobachtungsreihe ist von dem Beobachter St. angestellt. Der Unterschied zwischen mir und St. findet in den Originalbeobachtungen darin seine Erklärung, dass St. zum Wechseln der Blendungen das dunkle Zimmer verliess, worauf er, durch die äussere Helle geblendet, von da an die Helligkeit anders schätzte, und selbst klagte, dass er nicht deutlich sehe.
						53.80 +	+ 0.00	+ 1.30	
						53.92 +	— 0.12	+ 1.18	
						53.89 +	— 0.09	+ 1.21	
Aus sämmtlichen Reihen		55.154	55.099	— $\frac{1}{1002}$	± $\frac{1}{2117}$				

Hier sind die Abweichungen von der Wahrheit zwar kleiner, als vor dem 4. November, allein bei keiner einzigen Beobachtungsreihe innerhalb des wahrscheinlichen Fehlers.

Das Mittel aus sämmtlichen 66 vollständigen Bestimmungen stimmt zwar bis auf eine geringe Abweichung mit der Wahrheit, aber ebenfalls nicht innerhalb der Grenzen des wahrscheinlichen Fehlers.

Diese Abweichung des Mittels jeder Reihe für sich, und die Veränderlichkeit in dieser Abweichung deutet aber offenbar auf eine noch bestehende Veränderlichkeit im Apparate der Kugeln; wäre ein erheblicher konstanter Fehler, so würden die Zeichen der Abweichungen nicht wechseln, und der Mittelwerth läge weiter von der Wahrheit ab. Da aber ferner jeder beträchtliche Fehler, im Instrumente oder in der Schätzung des Beobachters, auch die Uebereinstimmung der Resultate der einzelnen vollständigen Vergleichungen einer Reihe entstellen würde, so weiset hier das Resultat deutlich nach, dass der Fehler im Kugelapparate liegen müsse. Ein solcher fand sich auch wirklich.

Die metallenen Blendungen, welche die Grösse der Lichtreflexe auf den Kugeln bedingen, sind, wie aus der Betrachtung der Abbildung des Apparates zu ersehen, unter den Beleuchtungsspiegeln in Holz eingedreht. Sie passten anfangs sehr genau in ihre Vertiefungen; allein das Holz, der Luft und Sonne ausgesetzt, schwand, so dass die Blendungen nicht mehr hinein gingen. Ich war daher genöthigt, sie ausdrehen zu lassen, wobei sie einen Spielraum von etwa 0.'''7 erhielten. Die Zeit, wo dies geschah, fällt zwischen den 20. und 30. Oktober.

Diese Verschiebbarkeit der Blendungen wurde dadurch gehoben, dass ich 3 messingene Punkte in die Holzfassung einschlagen, und die Blendungen in diese genau eindrehen liess.

Hierauf beobachtete ich wieder nach jeder Einstellung, mit dem Beobachter St. abwechselnd.

Zu bemerken ist, dass St. stets die Ablesungen und das Aufschreiben meiner Beobachtungen übernahm, so dass ich um keinen Zahlenwerth wusste. Dasselbe besorgte ich für St.

Bei nachfolgenden und allen Beobachtungen seit dem 4. wurde das Auge immer auf die Grenze zwischen beide Lichtflächen fixirt, als lägen sie in der Ebene des Tisches, auf welchem das Instrument stand. Es ergab sich:

Datum 1834.	Vergleich. Blend.	Mittelwerthe der Beobachtungs-Reihe.	Rechnung.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe: wirklicher Fehler R—B.	Der ganzen Beobachtungs-Reihe: wahrscheinlicher Fehler.	Einzelne vollständige Vergleichungen: aus 8 Beobachtungen.	Abweichungen von Mittel.	Abweichungen von Rechnung.	Bemerkungen.
Nov. 9. 22h 9 bis 23h 7	Blendungen I. und III.	55.172	55.099	$-\frac{1}{765}$	$\pm\frac{1}{663}$	55.237	— 0.065	— 0.138	
						55.588	— 0.416	— 0.489	
						55.025	+ 0.147	+ 0.074	
						54.838	+ 0.334	+ 0.261	
10.		55.234 +	55.099	$-\frac{1}{437}$	$\pm\frac{1}{530}$	54.875 +	+ 0.359	+ 0.224	
						55.237 +	— 0.003	— 0.138	
						55.325 +	— 0.091	— 0.226	
						55.500 +	— 0.266	— 0.401	
2h 5 bis 4h 0		55.091	56.099	$+\frac{1}{6887}$	$\pm\frac{1}{663}$	55.375	— 0.284	— 0.276	
						54.850	+ 0.241	+ 0.249	
						55.350	— 0.259	— 0.251	
						54.788	+ 0.303	+ 0.311	
		55.088	55.099	$+\frac{1}{5009}$	$\pm\frac{1}{530}$	55.225 +	— 0.137	— 0.126	
						54.588 +	+ 0.500	+ 0.511	
						55.600 +	— 0.512	— 0.501	
						54.937 +	+ 0.151	+ 0.162	
		55.131	55.099	$-\frac{1}{1721}$	$\pm\frac{1}{852}$				
		55.161 +		$-\frac{1}{889}$	$\pm\frac{1}{749}$				
		55.146	55.099	$-\frac{1}{1172}$	$\pm\frac{1}{1128}$				

Zu obiger Rechnung ist das Gewicht benützt, wie es sich aus diesen Beobachtungen selbst ergab.

Hier stimmt das Endresultat endlich innerhalb der Grenzen des zufälligen Beobachtungsfehlers mit dem durch Rechnung abgeleiteten Werthe, den wir als die Wahrheit annehmen können. Die Grenze dieser Sicherheit noch weiter, als auf den $\frac{1}{1200}$sten Theils des Durchmessers der kleineren Lichtfläche, oder den 600sten Theil ihrer Lichtmenge auszudehnen, möchte vorläufig unnöthig seyn, wenn man bedenkt, was am Himmel erst innerhalb dieser Grenze geschehen kann.

Zur Uebersicht dessen, was das Instrument unter eben so günstigen atmosphärischen Zuständen erwarten liesse, als die künstlich herbei geführten waren, setzen wir hier noch die mittleren und wahrscheinlichen Fehler an.

Aus 267 Einstellungen bei Verkürzung des Fernrohres wird der mittlere Fehler jeder Einstellung der Durchmesser der kleineren Lichtfläche als Einheit betrachtet

$$= \pm \frac{1}{93}$$

der einer Einstellung bei Verlängerung des Fernrohres aus 264 Einstellungen aber

$$= \pm \frac{1}{80}.$$

Man stellt also sehr nahe auf beiden Seiten des Bildes gleich sicher ein.

Da jede Bestimmung eines Helligkeitsverhältnisses wenigstens eine Vergleichung über und eine unter dem Bilde verlangt, so wird der mittlere Fehler jeder Bestimmung (siehe Beilage V.)

$$= \pm \frac{1}{63}$$

und wenn man mit Bessel denjenigen Factor, welcher den mittleren

Fehler zum wahrscheinlichen macht = 0.845 setzt (siehe Fundamenta Astronomiae S. 18), so wird der wahrscheinliche Fehler jeder solchen Bestimmung

$$= \pm \frac{1}{74}$$

d. i. nahe $\frac{1}{37}$ der kleineren Lichtmenge, ganz übereinstimmend mit dem was bei Flächenhelligkeit der Okularspiegel gab.

Allein jede vollständige Vergleichung zweier Sterne setzt voraus, dass in beiden Lagen der Prismen gleich oft beobachtet sey.

Es wird daher der wahrscheinliche Fehler, wenn er

bei 2 Einstellungen $= \pm \frac{1}{73}$

für eine vollständige Vergleichung

bei 4 Einstellungen $= \pm \frac{1}{100}$
bei 8 Einstellungen $= \pm \frac{1}{150}$
bei 12 Einstellungen $= \pm \frac{1}{183}$
u. s. f.

Man kann daher in kurzer Zeit eine sehr genaue Helligkeitsvergleichung erlangen, wenn nur unter den günstigsten atmosphärischen Zuständen, so wie sie dieser wahrscheinliche Fehler voraussetzt, beobachtet wird.

Es möchte mir schliesslich gestattet seyn, hier einige Worte der Entschuldigung beizufügen, dass ich durch weitläufige Anführung aller Schwierigkeiten, die sich der Uebereinstimmung von Rechnung und Beobachtung entgegensetzten, den Leser ermüdet habe.

Manche werden darin vielleicht bloss eine gutmüthige Naivetät sehn, weil ich das Ganze durch die wenigen Worte eben so hätte abmachen können. „Anfangs stimmten die Beobachtungen nicht, weil sich eine nachtheilige Veränderlichkeit im Kugelapparate der Erkenntniss entzog.“

Gewiss hängt die Beurtheilung dessen, was, obschon es Umweg ist, noch Interesse hat, von der Stufe des Schreibenden und Lesenden ab, und wird daher oft für beide verschieden seyn. Indessen ist es in vielen Zweigen der Naturforschung, ich möchte sagen, Sitte geworden, ohne Schwierigkeit nur Lösung zu finden oder wenigstens zu geben, und von Resultaten nur anzuführen, was zur Bestätigung der priorisch aufgestellten Idee beiträgt. —

Vor solcher Auswahl des Gefundenen und solcher Sitte halte ich es für Pflicht mich zu bewahren, selbst auf die Gefahr hin, in den entgegengesetzten Fehler zu verfallen; denn Letzteres schadet wenigstens der Sache nicht, sondern bloss der Eigenliebe des Forschers, und diese wird Jeder gerne opfern, wenn er dadurch auch nur ein Wort der Wahrheit mehr erlangt.

Beilage V.

Theorie der Helligkeitsvergleichungen der Fixsterne.

Theorie

der Lichtflächen, die in einem Fernrohre, welches nach Fixsternen gerichtet ist, durch Verstellen des Okulares gegen den Brennpunkt des Objektives entstehen.

Das Mittel, welches ich zur Umwandlung des Fixsternbildes in Lichtflächen vorgeschlagen habe, bringt, wie ich später zeigen werde, kein eigentliches Bild auf der Retina des Auges hervor, weil die Lichtstrahlen in diesem Falle das Okular entweder divergent oder convergent verlassen, daher der Durchschnitt je zweier nächster Strahlen entweder hinter oder vor die Retina fallen wird.

Die Theorie der Fernröhre ist nur für den Fall entwickelt, wo Axenstrahlen unter sich parallel das Okular verlassen, weil bisher nur dieser Fall von praktischem Interesse war.

Die Helligkeitsvergleichungen beruhen aber gerade auf einem Sehen ausser dem Bilde, wir müssen daher die Theorie davon entwickeln.

Nimmt man an, die Intensität aller einzelner Lichtstrahlen sey für sich gleich, so wird die Intensität eines Bildes, von dem Ab-

stande je zweier nächstliegender unter sich gleicher Lichtstrahlen bedingt.

Sey der Abstand eines, mit der Axe des Fernrohrs parallel einfallenden Lichtstrahles von dieser $= x$, so ist unsre Aufgabe, dessen Abstand von der Axe auf der Retina $= y$ als Funktion der Okularverstellung auszudrücken.

Von dieser Grösse y, welche den Abstand je zweier nächster Strahlen auf der Retina bezeichnet, hängt also die Intensität der Lichtfläche ab. Wir wollen zur näheren Betrachtung dieses Gegenstandes die Eulerschen Bezeichnungen wählen. Das Okular des Photometers besteht aus zwei Linsen, das Bild des Okulars liegt vor beiden Gläsern. Wir nehmen im Augenorte eine vierte Glaslinse an, welche das Auge verstellt. Die Dicken aller Glaslinsen setzen wir mit Euler $= 0$. Es bezeichne:

p die Brennweite des Objektives
q die Brennweite der Collectivlinse
r die Brennweite der Okularlinse
s die Brennweite des Auges, (wofür wir eine vierte Linse setzten).

Eben so bezeichnen

$$a, b, c, d$$

die Abstände der Linsen von den respectiven Bildern,

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta$$

die respectiven Vereinigungsweiten, so hängen diese Grössen in solcher Weise von einander ab, dass man nach Euler hat

$$\rho = x \cdot \frac{b \cdot c \cdot d}{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma}$$

wo ρ den Abstand von der Axe bezeichnet, in welchem der Lichtstrahl die vierte Linse trifft.

Wir wollen nun die Bedeutung der Abstände und Vereinigungsweiten obigem Instrumente anpassen, und diese veränderlichen Grössen durch die konstanten Brennweiten eliminiren.

Wir setzen statt b, A, wo A den Abstand des Collectivglases vom Brennpunkt des Objektives bezeichnet, also wird

$$\rho = \frac{x \,.\, c \,.\, d}{\alpha \,.\, \beta \,.\, \gamma} \,.\, A$$

nun ist aber allgemein

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q}$$

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\delta} = \frac{1}{s}$$

und wir setzen den Abstand der beiden Okularlinsen von einander

$$= \Delta_1$$

den Abstand des Auges von der Okularlinse:

$$= \Delta_2$$

Dem zufolge ist:

$$\frac{1}{\beta} = \frac{(A - q)}{(A \,.\, q)}$$

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{(c - r)}{c \,.\, r}$$

$$c = (\Delta_1 - \beta)$$

$$d = (\Delta_2 - \gamma)$$

nun ist aber

$$\rho : \delta = y : (\delta - s)$$

Man findet also:

$$\frac{\rho}{y} = \frac{\delta}{\delta - s} \quad \Big\} \text{ I.}$$

und durch Substitution

$$\rho = \frac{x}{\alpha} \left\{ \frac{(A - q)(\Delta - r) - A\,q}{q\,r} \right\{ \frac{s\,\delta}{(\delta - s)} \quad \Big\} \text{ II.}$$

Die Division von II. durch I. gibt.

$$y = -\frac{x\,.\,s}{\alpha\,.\,q\,.\,r} \Big\{ A\,(q + r - \Delta) - q\,(r - \Delta) \Big\} \text{ III.}$$

Für einen gewissen Werth von A muss $y = 0$ werden, wo nämlich das Bild des Sternes oder der Durchschnitt des Lichtstrahls mit der Axe in die Ebene der Retina fällt. Es wird aber $y = 0$ für

$$A\,(q + r - \Delta) - q\,(r - \Delta) = 0$$

Also

$$A = \frac{q\,(r - \Delta)}{(q + r - \Delta)}$$

Zählen wir nun die Verstellungen des Okulares von diesem Werthe von A, der $y = 0$ macht, und setzen dafür A, so wird:

$$A_1 = A - \frac{q\,.\,(r - \Delta)}{(q + r - \Delta)}$$

Also:

$$A_1\,(q + r - \Delta) = A\,(q + r - \Delta) - q\,(r - \Delta)$$

welcher Werth in die Gleichung III. substituirt, gibt:

$$y = -\frac{x}{\alpha}\left(\frac{q + r - \Delta}{q\,.\,r}\right) s\,.\,A_1 \quad \Big\} \text{ IV.}$$

In diesem Ausdrucke sind alle Grössen ausser A_1 konstant.

Die Veränderung der Intensität des Lichtes y ist also der Oku-

larverstellung A_1 vom Bilde aus proportional, es mag A_1 positive oder negative Werthe bekommen.

Der Abstand des Auges von dem Okular $= \Delta_2$ ist aus der Rechnung gegangen. Diess beweist, dass er ohne Einfluss auf die Intensität des Lichts, oder den Werth von y ist. Auch die Verstellung des Auges, um nah oder fern deutlich zu sehen, ist ohne Einfluss auf den Werth von y, wenn man das Auge als Glaslinse betrachtet, weil die Brennweite unveränderlich ist.

Nimmt man jedoch an, dass der Abstand der Cornea von der Retina für nah und fernes deutlich Sehen unveränderlich ist, so hat allerdings eine Verstellung des Auges in diesem Sinne Einfluss auf y.

Bei dem Photometer eliminirt sich dieser, weil die Augenverstellung beide Bilder zugleich trifft.

Giebt man A einen konstanten Werth, so wächst y dem x proportional.

Sey

$$m \cdot x = X$$

die Oeffnung des Objektives, so wird die Grösse des Bildes auf der Retina

$$= m \cdot y$$

es ist also

$$m \cdot y = X \cdot \text{Const.}$$

d. h. die Grösse des Bildes auf der Retina ist bei konstanter Okularstellung und Vereinigungsweite des Objektives der Objektivöffnung proportional, bis auf Grössen von der Ordnung des Unterschiedes zwischen Tangenten und Bogen, die wir vernachlässigt haben.

Die Objektivöffnung hat also keinen Einfluss auf die Lage je zweier nächster Lichtstrahlen oder die Intensität der Erleuchtung der Lichtflächen, wenn alles Licht von einem unendlich entfernten Punkt

kömmt, sondern sie bedingt blos die Grösse dieser Flächen.

Die Okularverstellungen sind immer in Theilen der Vereinigungsweite α des Objektives zu verstehen.

Für unendlich entfernte Gegenstände wird $\alpha = p$ gleich der Brennweite des Fernrohres, also die Gleichung IV.

$$y = -x \,.\, s \,.\, A_1 \left(\frac{q + r - \Delta}{p \,.\, q \,.\, r}\right).$$

Die Annahme von mehr als zwei Linsen im Okulare würde in dieser Gleichung nur andere konstante Grössen herbeigeführt haben.

Theorie der Flächenintensität.

Hat das Bild, nach welchem das Fernrohr zeigt, einen scheinbaren Durchmesser, so treffen auch Strahlen ausser der Axe in den Raum y.

Hier ist also nicht mehr der Abstand je zweier nächster Strahlen in der Axe Maass der Intensität allein.

Man denke sich das Gesichtsfeld im Brennpunkte des Okulares bis auf eine unendlich kleine Oeffnung in der Axe verdeckt, so werden wir hier die Helligkeit dieses Punktes zu bestimmen haben. Was von diesem kleinen Theile in der Axe gilt, gilt auch aus bekannten optischen Gesetzen sehr nahe für die daneben liegenden, so dass wir jedes Bild als aus einer gewissen Zahl solcher, aneinanderstossender Punkte zusammengesetzt betrachten können.

Da nun von jedem Punkte des Objektives ein Lichtstrahl durch diese Oeffnung treten wird, das Okular aber wie eine Loupe bei der Betrachtung dieses Lichtpunktes dient, so ist offenbar diese Intensität Funktion der Objektivöffnung und des Abstandes des Objektives vom Brennpunkte des Okulares.

Welches aber auch die Stellung des Okulares gegen den Brennpunkt des Objektives seyn mag, so wird das Licht, welches durch

die kleine Oeffnung des Gesichtsfeldes getreten ist, als Lichtcylinder das Okular verlassen, weil der Scheitel des Lichtkegels Brennpunkt des Okulares ist, sich folglich auf der Retina in einem Punkte vereinigen. Hier ist also der Durchmesser des aus dem Okulare austretenden Lichtcylinders das Maass der Intensität.

Um diese Intensität von der eines leuchtenden Punktes zu unterscheiden, wollen wir sie Flächenintensität nennen.

Sey der Durchmesser des Lichtcylinders in irgend einer Stellung des Okulares

$$= Z$$

für eine andere Stellung des Okulares

$$= Z'$$

so ist

$$Z = \frac{x}{(\alpha + A_1)} m$$

Eben so ist

$$Z' = \frac{x'}{(\alpha' + A'_1)} m' \qquad \text{V.}$$

wo x und x′ die Oeffnungen der Objektive, m und m′ von der Vergrösserung der Okulare abhängige Faktoren, A und A′ aber die Verstellungen der Okulare gegen die Vereinigungsweiten α und α' der Objektive bezeichnen.

Man sieht, dass für grössere Z als die Oeffnung des Auges ist, keine Flächenintensitätsänderung mehr statt findet, weil dann das Auge nicht mehr alles Licht aufzunehmen vermag.

Flächenintensitätsänderungen für das Auge finden daher nur statt, so lange kein Z grösser als die Augenöffnung wird. Ist in beiden Verstellungen dasselbe Okular benutzt, so wird:

$$m' = m$$

dieselbe Objektivöffnung macht

$$x' = x$$

daher wird das Verhältnis der Flächenintensität in diesem Falle:

$$\frac{Z}{Z'} = \frac{(\alpha' + A'_1)}{(\alpha + A_1)} \quad \Big\} \; V'.$$

Bleibt aber $A \cdot \alpha$ und m in beiden Beobachtungen gleich, so wird

$$\frac{Z}{Z'} = \frac{x}{x'} \quad \Big\} \; VI.$$

Hieraus geht hervor, dass sich die Flächenintensität desselben Fernrohres bei ungeänderter Okularstellung wie die Quadrate der Objektivöffnungen verhalte.

Hat man daher Flächen in Helligkeit miteinander zu vergleichen, so ist es am Geeignetsten, die Flächenintensität durch Aendern der Objektivöffnung zu modifiziren, und aus dem Verhältniss dieser Aenderung auf die Helligkeitsmengen kleinster Theile gegeneinander zu schliessen.

Hat man dagegen verschieden intensive Lichtpunkte in Helligkeit miteinander zu vergleichen, so muss man die Intensitäten zwei nächst liegender Strahlen durch Verstellung des Okulares gegen den Brennpunkt des Objektives ändern, bis die Intensitäten gleich sind, wobei die Okularverstellungen das Maass der Helligkeitsmengen werden. Nur aus dem Unterscheiden dieser beiden Arten von Aenderung der Intensität ist eine Lösung unserer Aufgabe hervorgegangen.

Bei dem Photometer wird die Flächenintensität dadurch eliminirt, dass die Helligkeit, welche der Grund annimmt, die Summe beider Grundhelligkeiten ist. Wir haben also bloss den Ausdruck IV. zur Bestimmung der Intensität zweier erleuchteter Punkte anzuwenden.

Wir nehmen an, wie es bei Anwendungen des Photometers am Himmel stets der Fall ist, dass die leuchtenden Objekte gegen die Dimensionen des Instruments unendlich entfernt seyen.

Die beiden Objektive des Photometers sind durch diametrales Zerschneiden ein und desselben Objektives entstanden. Die Bilder beider Objektivhälften werden durch dasselbe Okular betrachtet.

Sey die Intensität, welche die A-Seite des Photometers zeigt

$$= y$$

die Intensität des Bildes, welches die B-Seite zeigt

$$= y'$$

so ist

$$y = \frac{x}{a} (q + r - \Delta) \frac{s}{q \cdot r} \cdot A_1$$

$$y' = \frac{x'}{a'} (q + r - \Delta) \frac{s}{q \cdot r} \cdot B_1$$

Wird nun auf gleiche Helligkeit beider Flächen eingestellt, so ist

$$y = y'$$

Substituirt gibt

$$\frac{x}{a} \cdot \frac{(q + r - \Delta)}{q \cdot r} s \cdot A_1 = \frac{x'}{a'} \cdot \frac{(q + r - \Delta)}{q \cdot r} s \cdot B_1$$

oder

$$\frac{x}{a} A_1 = \frac{x'}{a'} B_1$$

daher nach obiger Bemerkung über die Construction des Instrumentes

$$A_1 x = B_1 x'$$

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{x'}{x}$$

Eben so ist für eine zweite Beobachtung an denselben Gestirnen, nur für andere Okularstellungen:

$$\frac{A_2}{B_2} = \frac{x'}{x}$$

daher ist

$$\frac{x'}{x} B_1 = A_1$$

$$\frac{x'}{x} B_2 = A_2$$

also auch

$$A_1 - A_2 = \frac{x'}{x} (B_1 - B_2)$$

folglich auch

$$\left. \frac{A_1 - A_2}{B_1 - B_2} = \frac{x'}{x} \right\} \text{VII.}$$

In diesem Ausdrucke ist der Anfangspunkt von A und B eliminirt, d. h. man findet das Helligkeitsverhältniss zweier Sterne, ohne die Lage des Bildes zu kennen, aus den Differenzen der Verstellungen beider Objektivschuber, unabhängig von dem Maass, in welchem diese Differenzen gemessen sind, wenn es nur für beide Schuber gleich ist.

Man wird $\frac{x'}{x}$ um so genauer bestimmen, je grösser die Differenzen der Okularverstellungen sind. Es ist daher auch vortheilhafter, je zwei aufeinander folgende Vergleichungen auf entgegengesetzten Seiten des Bildes vorzunehmen.

Stellt man das Okular des Photometers in der Weise, dass die Lage des Bildes in die Mitte der Verstellbarkeit der Objektivschuber zu liegen kömmt, so werden die Bilder über und unter dem 0-Punkte in gleichen Abständen, also bei gleichen Intensitäten verglichen, was in mehrerer Beziehung das Vortheilhafteste scheint.

Wird nun derjenige Objektivschuber, welcher den helleren Stern zeigt, stets an die beiden Grenzen seiner Verschiebbarkeit gebracht, so ist die Grösse dieser Verstellung ein für allemal mit grosser Genauigkeit zu bestimmen, man hat also dann bei jeder Vergleichung nur den andern Schuber abzulesen.

Man wird sich nicht mit 2 Vergleichungen, die hinreichen zur Elimination des 0-Punktes, begnügen, da die Sicherheit um so grösser wird, je mehr Vergleichungen vorgenommen werden.

Die Zahl der Vergleichungen wird man immer gerade wählen, damit so viele Bestimmungen über als unter dem 0-Punkte liegen.

Seyen diese der Reihe nach bezeichnet durch

A_1	B_1
A_2	B_2
A_3	B_3
A_4	B_4
.	.
.	.
.	.
A_{2n}	B_{2n}

so wird, wenn die A-Seite den helleren Stern zeigt, nach oben Gesagtem in aller Schärfe:

$$A_1 = A_3 = A_5 \ldots A_{2n-1}$$
$$A_2 = A_4 = A_6 \ldots A_{2n}$$

für die B-Seite aber nahe zu:

$$B_1 = B_3 = B_5 \ldots B_{2n-1}$$
$$B_2 = B_4 = B_6 \ldots B_{2n}$$

Man wird daher den wahrscheinlichsten Werth des Verhältnisses $\frac{x'}{x}$ finden, wenn man jedes B, welches mit einer ungeraden Zahl bezeichnet ist, mit allen B vergleicht, welche durch gerade grössere Zahlen bezeichnet sind, und umgekehrt.

Sind daher 2 n Beobachtungen angestellt, so können n . n unter sich um Kleinigkeiten verschiedene Werthe von $\triangle B$ abgeleitet werden, und das arithmetische Mittel aus diesem $n^2 \triangle B$ giebt, in Verbindung mit $\triangle A$ den wahrscheinlichsten Werth von $\frac{x'}{x}$

Folgende kleine Tabelle zeigt für beigesetzte Anzahl von Helligkeitsvergleichungen die entsprechende Anzahl der möglichen Combinationen dieser Beobachtungen:

Vergleich.	Combinat.
2	1
4	4
6	9
8	16
10	25
⋮	⋮
2n	n^2

Wäre die Anzahl der Vergleichungen ungerade, also

$$n + (n + 1)$$

so wird die Zahl der Combinationen

$$n\,(n + 1)$$

Man findet also den wahrscheinlichsten Werth des Verhältnisses

$$\frac{x'}{x} = \frac{\Sigma \Delta A}{\Sigma \Delta B} \quad \Big\} \text{ VIII.}$$

wo

$$\begin{aligned}
\Sigma \Delta A = {} & (A_1 - A_2) + (A_2 - A_3) + (A_3 - A_4) \ldots + A_{2n-1} - A_{2n} \\
& + (A_1 - A_4) + (A_2 - A_5) \\
& + (A_1 - A_6) \\
& \quad \vdots \\
& + (A_1 - A_{2n}) + (A_2 - A_{(2n-1)}) + A_3 - A_{(2n-1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma \Delta B = {} & (B_1 - B_2) + (B_2 - B_3) + (B_3 - B_4) \ldots + B_{2n-1} - B_{2n} \\
& + (B_1 - B_4) + (B_2 - B_5) \\
& + (B_1 - B_6) \\
& \quad \vdots \\
& + (B_1 - B_{2n}) + (B_2 - B_{(2n-1)}) + (B_3 - B_{(2n-2)})
\end{aligned}$$

dieser Werth von $\frac{x'}{x}$ ist jedoch noch abhängig von Unterschieden der beiden Hälften des Photometers.

Ist die Lichtabsorption oder die Brennweite der einen Hälfte von der andern verschieden, so bewirkt diess, dass man nach VIII. nicht das in der Natur bestehende $\frac{x'}{x}$ sondern:

$$\frac{m\,x'}{x}$$

findet. Um m zu eliminiren, hat man daher nöthig, bei verwechselter Lage der Prismen gegen die Sterne die Beobachtungsreihe zu wiederholen. In dieser Lage aber findet man:

$$\frac{x'}{m\,x}$$

daher

$$\sqrt{\left(\frac{m\,x'}{x}\right)\left(\frac{x'}{m\,x}\right)} = \frac{x'}{x} = \sqrt{\left(\frac{\Sigma\triangle A}{\Sigma\triangle B}\right)\left(\frac{\Sigma\triangle B'}{\Sigma\triangle A'}\right)}\,^{*)}$$

wofür man mit Vernachlässigung der zweiten und höheren Potenzen des Unterschiedes beider Beobachtungsreihen das arithmetische Mittel

$$\frac{x'}{x} = \frac{1}{2}\left\{\frac{\Sigma\triangle A}{\Sigma\triangle B} + \frac{\Sigma\triangle B'}{\Sigma\triangle A'}\right\} \quad \text{IX.}$$

setzen kann.

Man bestimmt $\Sigma\triangle B$ in einer für die Rechnung bequemern Form, wenn man die Mittel nicht aus allen Combinationen der Beobachtungen untereinander, sondern für die beiden Grenzen bildet. Dann wird

$$\Sigma\triangle B = (B_1 + B_3 + B_5 + \ldots B_{n-1})$$
$$- (B_2 + B_4 + B_6 + \ldots B_n \quad)$$

Ist der mittlere Fehler der einen Grenze $= m$, der der andern $= m'$, der Faktor aber, welcher m zum wahrscheinlichen Fehler macht $= \alpha$, der für m' aber $= \alpha'$, so ist der wahrscheinliche Fehler in der Bestimmung von $\Sigma\triangle B$

$$= \sqrt{\alpha^2 m^2 + \alpha'^2 m'^2}$$

Ist die Anzahl der Beobachtungen und der mittlern Fehler für beide Grenzen gleich, so wird der wahrscheinliche Fehler von $\Sigma\triangle B$

$$= \alpha\, m \sqrt{2}.$$

---

*) Weil B und A ihre Lagen gegen die Sterne gewechselt haben.

Wenn also in jeder Lage der Prismen n Vergleichungen d. i. (n — 1) Bestimmungen erhalten wurden, so ist der wahrscheinliche Fehler der Endbestimmung unter obiger Voraussetzung

$$= \frac{\alpha m \sqrt{2}}{\sqrt{2\ (n-1)}} = \frac{\alpha m}{\sqrt{(n-1}}$$

d. i. gleich dem wahrscheinlichen Fehler einer Grenze dividirt durch die Quadratwurzel aus der Anzahl der in einer Prismenlage erhaltenen Bestimmungen.

Die Theorie, welche wir hier entwickelt haben, gilt in dem einen Falle für Axenstrahlen, in dem andern (Flächenintensität) für unendlich kleine Bilder. Für diese beiden ist sie bis auf Grössen von der Ordnung der Dicken der Glaslinsen, aber nicht strenge richtig.

Für Strahlen, die mit der Axe parallel sind, aber in einiger Entfernung vom Mittelpunkte des Objektives einfallen, wird y einen etwas verschiedenen Werth erhalten können. Denn die Rechnung hat Tangenten mit Bogen verwechselt, es ist der Einfalls- und Brechungswinkel, daher auch der Lichtverlust durch Reflexion, es sind endlich die Dicken der Glaslinsen, also die Lichtabsorption für solche Strahlen anders, als für Centralstrahlen.

Aus denselben Gründen wird auch das, was wir von Flächenintensität gesagt haben, kleine Abweichungen von der Proportionalität erleiden.

Dazu kömmt noch, dass die Empfindlichkeit der Retina an verschiedenen Stellen verschieden seyn kann, und auch, wie ich für mehrere Personen durch Beobachtungen nachgewiesen habe, wirklich verschieden ist.

Es würde daher selbst ganz streng durchgeführte Verfolgung des Lichtstrahls (durch trigonometrische Rechnung) nicht zur gewünschten Kenntniss dieser kleinen Abweichungen führen. Hier scheint die Beobachtung selbst der einzige Weg. Diese Schlüsse haben mich veranlasst, die Instrumente einer ziemlich genauen empirischen Untersuchung zu unterwerfen, wie Beilage IV. nachweiset; allein oben erwähnte Abweichungen müssen kleiner seyn, als die Grenze der Unsicherheit in den Resultaten, zu welchen ich gelangt bin, weil diese innerhalb der Grenzen des zufälligen Fehlers mit der Annahme der Proportionalität stimmen.

Eine weitere Verfolgung dieses Gegenstandes mag also dem weitern Bedürfnisse noch grösserer Genauigkeit überlassen bleiben.