Eben dieses Autors
Abhandlung
Von der
Abbildung der Gegenstände
durch
sphärische Spiegel.

Wenn die Strahlen eines Gegenstandes auf *einen sphärischen* Spiegel fallen, so prellen sie dergestalt zurück, daß sie sich an einem Orte wiederum versammeln, und daselbst ein Bild vorstellen, das mehr oder minder verzogen, daß ist, dem Gegenstande mehr oder minder ähnlich ist.

Die Versuche belehren uns weiter, daß die Gegenstände durch dergleichen Spiegel entweder vergrößert oder verkleinert, entweder aufrecht oder verkehrt, entweder vor dem Spiegel in der Luft, oder in und gleichsam hinter dem Spiegel erscheinen; und endlich, daß dieselben öfters nur an wenig Oertern gesehen werden können.

Die erhabenen Spiegel stellen nämlich alle Gegenstände verkleinert, aufrecht und hinter oder in dem Spiegel vor; und die hohlen Spiegel haben diesen Vorzug vor den erhabenen, daß sie die Gegenstände so wohl vergrößern als verkleinern, und sowohl vor als dem Spiegel, so wohl aufrecht als verkehrt vorstellen können; je nachdem die Entfernung des Gegenstandes von dem Spiegel, in Ansehung des Durchmessers derjenigen Kugel beschaffen, nach welchem der Spiegel ausgehöhlet worden.

Bey beyden Gattungen von sphärischen Spiegeln hängt aber die Aehnlichkeit des Bildes mit dem Gegenstande von derjenigen Lage ab, in welcher sich der Gegenstand in Ansehung des Spiegels befindet: und da die Vorstellung desto deutlicher wird, je ähnlicher das Bild dem Gegenstande ist, so entsteht hier die sehr wichtige Frage:

Wo und in welcher Lage man einem sphärischen Spiegel einen gewissen Gegenstand vorsetzen solle, damit die Vorstellung am deutlichsten werde, oder damit das Bild dem Gegenstand am ähnlichsten erscheine?

Da aber diese Richtung oder Lage des Gegenstandes in Ansehung des Spiegels auf unendlich viele Arten verändert werden kann, theils nach Beschaffenheit der Schiefe, nach welcher der Gegenstand dem Spiegel ausgesetzt wird, theils auch in Ansehung der Winkel, unter welchen die Strahlen auf die Oberfläche des Spiegels fallen, so werden auch bey der hier vorgelegten Frage unendlich viele Auflösungen Statt finden.

Wir können also ganz füglich noch eine Bedingung hinzusetzen, und, außer der Deutlichkeit der Vorstellung, eine bestimmte Verhältniß der Größe des Bildes zu der Größe des Gegenstandes fordern. Also daß der **vorgelegte Gegenstand durch den Spiegel nicht nur deutlich, welches einzig und allein nur von der Aehnlichkeit abhängt, sondern auch noch überdas**

nach

nach einer beliebigen Verhältniß vergrößert oder verkleinert abgebildet werde.

Die Beantwortung dieser Frage scheint mir um so viel mehr von einer Erheblichkeit zu seyn, weil von derselben der nützliche Gebrauch, den man von den sphärischen Spiegeln noch unstreitig hoffen kann, gänzlich abhängt, und dieser Gebrauch meines Wissens noch von keinem Mathematiker vollständig auseinander gesetzt und gelehrt worden ist.

Ich werde demnach in den folgenden Aufgaben die Beantwortung gegenwärtiger Frage abfassen, und dieselbe aus den ersten Gründen und ganz bekannten Gesetzen der Zurückprellung der Strahlen herleiten. Ich werde nämlich für einen jeden vorgelegten Fall diejenige Lage des Gegenstandes zu bestimmen trachten, damit derselbe durch den Spiegel nicht nur deutlich, sondern auch nach *einer* beliebigen Verhältniß vergrößert oder verkleinert abgebildet erscheine.

Da man ferner durch die Versuche schon belehret worden, daß die durch die sphärischen Spiegel hervorgebrachten Vorstellungen nur an wenigen und gewissen Orten sichtbar sind, so wird es auch zu meinem gegenwärtigen Endzweck gehörigen, in einem jeden Fall diese Oerter anzuzeigen, und aus denselben denjenigen zu bestimmen, in welchem das Aug das ganze Bild anschauen kann.

Schließlich werde ich die gefundenen allgemeinen Bestimmungen und Vorschriften auf einige besondere Fälle anwenden und zeigen, wie durch Hülfe sphärischer Spiegel eine Gattung von Instrumenten angegeben werden könne, dadurch man Gemählde oder sonst andere Gegenstände betrachten kann, und welche dem Auge als weit entfernte Landschaften eine nicht unangenehme Empfindung verursachen würden.

Erste

Erste Aufgabe.

Wenn ein leuchtender Punkt seine Strahlen auf die Mitte eines sphärischen Spiegels wirft, so soll man den Ort bestimmen, wo diese Strahlen, nachdem sie von dem Spiegel zurück geworfen worden, wiederum zusammen kommen, und das eigentliche Bild des leuchtenden oder strahlenden Punkts vorstellen.

Auflösung. (1. Fig. N. 1.)

MAN stelle uns den Durchschnitt eines sphärischen Hohlspiegels vor, und C sey der Mittelpunkt seiner Krümmung. Ferner sey O der Ort des strahlenden Punkts, und J der Ort des Bildes.

Man setze die Entfernung des strahlenden Punkts O von der Mitte A des Spiegels — — — — $OA = a$.

Den halben Durchmesser seiner sphärischen Krümmung $OC = c$.

Und den Winkel, welchen die gerade Linie OA mit der Axe AC des Spiegels macht: — — : — $OAC = \xi$.

Und es erhellt aus dem bekannten Gesetze der Strahlenprellung daß der Einfallungswinkel dem Reflexionswinkel gleich sey, oder daß der auffallende Strahl OA von dem Spiegel, nach der Richtung AJ, dergestalt zurück geworfen werde, daß der Winkel $CAJ = CAO$ und folglich auch der Winkel $CAJ = \xi$ sey: das Bild J muß sich also nothwendig irgendwo in dieser geraden Linie AJ befinden.

Um jetzt diesen Ort J zu finden, so betrachte man noch einen zweyten Punkt des Spiegels *a*, welcher dem Mittelpunkt A sehr nahe sey; weil wir nämlich hier nur diejenigen Strahlen zu erwägen haben, welche auf die Mitte des Spiegels fallen.

Man ziehe den halben Durchmesser Ca und setze den sehr kleinen Winkel AC$a=\omega$.

Da nun ebenfalls der in a auffallende Strahl Oa also nach aJ zurück geworffen wird, daß der Winkel CaJ $=$ CaO werde, und sich folglich das Bild J auch in dieser geraden Linie aJ befinden muß; so wird nothwendig derjenige Punkt J, in welchem sich diese beyden geraden Linien AJ und aJ durchschneiden, der gesuchte Ort der Abbildung des strahlenden Punkts O seyn. Man setze demnach den Winkel CaO $=$ CaJ $=\eta$ und weil AK$a=\eta+\omega=\xi+J$, so wird der sehr kleine Winkel bey $J=\eta-\xi+\omega$ seyn. Hernach da ALa $=\xi+\omega=\eta+O$ so wird der sehr kleine Winkel bey $O=\xi-\eta+\omega$ seyn, folglich $J+O=2\omega$.

Man ziehe aus a die gerade Linie ap auf AO
und aus A die gerade Linie Aq auf aJ senkelrecht.
Und weil der sehr kleine Zirkelbogen A$a=c\omega$
und die Winkel aAO $=90°-\xi$; AaJ $=90°-\eta$ sind,
so wird $ap=c\,\omega\cos\xi$: A$q=c\,\omega\cos\eta$.

Oder ziemlich genau A$q=c\,\omega\cos\xi$, weil nämlich die Winkel ξ und η einander fast gleich sind.

Da nun $ap=Oa\times O=a.O=c\,\omega\cos\xi$, so wird $O=\frac{c\cos\xi}{a}\omega$; folglich $J=2\omega-\frac{c\cos\xi}{a}\omega$.

Und da auf eine ähnliche Art Aq $=$ AJ $\times J=c\,\omega\cos\xi$, so erhält man AJ $=\frac{a\,c\cos\xi}{2a-c\cos\xi}$.
Daraus also der Ort des Bildes J auf den zurück geworfenen Strahl AJ erkannt wird.

Wo also auch immer der strahlende Punkt O befindlich ist, so wird allemal der Ort seines Bildes J auf folgende Art bestimmet:

Man zieht die gerade Linie OA, und macht auf der andern Seite, und in eben derselben Fläche des Winkels OAC, einen Winkel CAJ jenem OAC gleich; auf diesem Schenkel Aj wird nachmals eine Entfernung Aj, so $= \frac{OA.\ AC.\ cos\ OAC.}{2OA - AC.\ cos\ OAC}$ ist abgestochen; da dann der Punkt j den gesuchten Ort des Bildes giebt.

Zusätze und Folgen.

1. Da $2\,OA.\ JA = AC.\ (OA + AJ)\ cos\ OAC$,

folglich $\frac{OA.\ AJ}{OA + AJ} = \frac{1}{2} AC\ cos\ OAC$ ist,

so erhellet ganz deutlich, daß die beyden Oerter O und J, der leuchtende Punkt nämlch und sein Bild, mit einander dergestalt verwechselt werden können, daß wenn in J hinwiederum ein strahlender Punkt gesetzt würde, in O alsdann das Bild desselben fallen würde.

2. Wenn der Spiegel hohl geschliffen ist, so wie wir es hier in der Auflösung und der darzu gehörigen Figur voraus gesetzt haben; so wird das Bild eines jeglichen leuchtenden Punkts allezeit vor den Spiegel fallen, so lange $a > \frac{1}{2}\ c\ cos\ \xi$ ist, und $2a - c\ cos\ \xi$ eine positive Größe bleibt.

Wenn aber $a <$ ist als $\frac{1}{2}\ c\ cos\ \xi$, so wird dieses Bild nothwendig hinter dem Spiegel erscheinen müssen, weil nämlich in diesem Fall die für die Entfernung AJ gefundene Formul negativ wird.

3. Da nun bey den erhabenen Spiegeln der halbe Durchmesser ihrer Krümmungen c als eine negative Größe betrachtet werden muß; so wird auch der für die Entfernung AJ heraus gebrachte Ausdruck beständig negativ bleiben: und das Bild eines jeglichen leuchtenden Punkts wird folglich hinter den erhabenen Spiegeln erscheinen.

4. Wenn der Winkel J dem Winkel O gleich wäre, und die Strahlen durch die Reflexion keinen Abgang litten, das ist: wenn dieselben gar alle zurück prellten, so würde das Bild in J eben so hell erscheinen, als der leuchtende Punkt O selbsten.

Je mehr aber der Winkel J den Winkel O der Größe nach übertrift, desto schwächer wird das Licht des Bildes, also daß diese Verminderung der Helligkeit wie die Quadrate der Winkel zunimmt.

Da nun ziemlich genau $Aq = ap$ ist, und sich also die Winkel O und J umgekehrt verhalten, wie die Entfernungen OA und JA; so wird die Helligkeit eines jeglichen leuchtenden Punkts in O zur Helligkeit desselben Bildes in J seyn, wie OA^2 zu AJ^2, das ist, diese Helligkeiten werden sich verhalten wie die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpuncte des Spiegels.

Anmerkung.

Wenn alle von dem Spiegel zurück geworfene Strahlen wiederum genau in einem einzigen Punkt J zusammen kämen, so würde daselst der leuchtende Punkt O auf das allerdeutlichste abgebildet werden, eben so, wie wir es bey den gemeinen ebenen Spiegeln wahrnehmen. Da sich aber diese zurück geworfenen Strahlen wegen der sphärischen Krümmung des Spiegels nicht in einem einzigen Punkt

ver-

vereinigen, sondern die sogenannte caustische Linie ausfüllen; so muß die Abbildung des Gegenstandes nothwendig einer Undeutlichkeit unterworfen seyn; und dieser Grad der Undeutlichkeit wird desto größer seyn, je weiter der Punkt a von der Mitte A des Spiegels entfernet, das ist, je ein größerer Theil der Zirkelbogen Aa von seiner Peripherie ist.

Außer dieser Undeutlichkeit, welche eigentlich nur von denjenigen Punkten des Spiegels hervor gebracht wird, so mit dem Mittelpunkte der Krümmung C und dem Gegenstande O in einer ebenen Fläche liegen, giebt es noch eine zweyte Undeutlichkeit bey der Abbildung des Gegenstandes, welche diejenigen Strahlen verursachen, so außer dieser Ebene ACO auf den Spiegel fallen. Diese letztere Undeutlichkeit wird aber desto merklicher, je größer man den Winkel CAO annimmt: denn sie würde gänzlich verschwinden, wenn das Bild J genau in die verlängerte gerade Linie OC fiele; weil nämlich alsdann alle zurückgeworfene Strahlen die Fläche AOC nach dieser geraden Linie OC durchschneiden. Nun wäre, wenn sich der Ort J würklich in dieser verlängerten Linie OC befände,

$$AJ = \frac{ac}{2a\cos\xi - c}. \text{ *)}$$

*) Um in diesem Fall die Entfernung AJ zu finden, so verlängere man AC, (1. Fig. N. 1.) und ziehe OD auf AC senkelrecht; man mache ferner OE = OC, so wird, weil AO = a; Ac = c, und die Winkel OAC = CAJ = ξ.
AD = $a\cos\xi$; CD = DE = $a\cos\xi - c$; AE = $2a\cos\xi - c$.
Da endlich der Winkel OEC = OCE = ACJ, so sind die beyden Dreyecke AOE und AJC einander ähnlich, folglich

AE: AO = AC: AJ, das ist:

$2a\cos\xi - c : a = c : AJ$

Also $AJ = \frac{ac}{2a\cos\xi - c}$.

Da wir aber gefunden haben: — — $AJ = \frac{a\,c\cos\xi}{2a - c\cos\xi}$, so sieht man deutlich, daß dieser Ausdruck von jenem um so viel weniger verschieden ist, je kleiner der Winkel ξ angenommen wird.

Es muß also nothwendig eine allzugroße Oefnung des Winkels $CAO = \xi$ vermieden werden, wenn die Vorstellung durch die in den verschiedenen Flächen sich ausbreitenden Strahlen nicht undeutlich gemacht werden soll.

Zweyte Aufgabe.

Wenn ein leuchtender Punkt die ganze Oberfläche eines sphärischen Spiegels bestrahlet, so soll man die Richtungen aller zurückgeworfenen Strahlen bestimmen.

Auflösung. (I. Fig.)

Laßt uns wiederum einen Hohlspiegel betrachten: der Mittelpunct seiner sphärischen Krümmung sey in C, und dieser ihr halber Durchmesser $CA = c$, A sey die Mitte des Spiegels, und in O der strahlende Punkt: man setze die Entfernung $OA = a$ und den Winkel $OAC = \xi$.

Man betrachte diejenige ebene Fläche, welche zwischen den drey Punkten O, C und A begriffen ist: und da der Hohlspiegel diese Ebene nach einem Zirkelbogen MAN senkelrecht durchschneidet; so lasset uns hier erstlich die Richtungen der von diesem Bogen MAN zurückgeprellten Strahlen bestimmen.

Man ziehe, um die Untersuchung zu erleichtern, die gerade Linie OC, welche nämlich durch den Ort des strahlenden Punkts O und den Mittelpunkt C des Spiegels geht.

Man

Man mache ferner den Winkel $CA\Omega = CAO = \xi$, so wird die gerade Linie $A\Omega$ die Richtung des in der Mitte A des Spiegels zurückgeworfenen Strahls seyn, und welche die verlängerte gerade Linie OC in B durchschneiden wird, also daß, wie eben gezeigt worden, $AB = \frac{ac}{2a\cos\xi - c}$ sey.

Es sey die Entfernung $OC = d$ und der Winkel $DCA = \theta$, so wird in dem Dreyeck OCA, weil $OA = a$; $CA = c$ und $OAC = \xi$ ist, $d = \sqrt{(aa + cc - 2ac\cos\xi)}$ und $\tang\theta = \frac{a\sin\xi}{a\cos\xi - c}$ seyn, oder

$\sin\theta = \frac{a\sin\xi}{d}$, folglich $\cos\theta = \frac{a\cos\xi - c}{d}$.

Oder umgekehrt, wenn wir c, d und θ als bekannt annehmen, so wird

OA das ist $a = \sqrt{(cc + dd + 2cd\cos\theta)}$: $\tang\xi = \frac{d\sin\theta}{c + d\cos\theta}$.

$\sin\xi = \frac{d\sin\theta}{a}$ und $\cos\xi = \frac{c + d\cos\theta}{a}$;

Da nun $AB = \frac{ac}{2a\cos\xi - c}$, so wird, wenn wir für $\cos\xi$ seinen Werth $\frac{c + d\cos\theta}{a}$ schreiben, $AB = \frac{ac}{2d\cos\theta + c}$ seyn.

Und weil $OA : OC = AB : BC$, so erhalten wir für die Richtung des in der Mitte des Spiegels zurück geworfenen Strahls.

$$BC = \frac{dc}{2d\cos\theta + c}$$

Wenn wir nun für die Größe des Spiegels MAN den Winkel $ACM = ACN = \omega$ setzen, und die in den äußersten Punkten M und N zurückgeprellten Strahlen MP NQ der geraden Linie OCD in P und Q begegnen, so werden wir auf eine ganz ähnliche Art für die Richtungen dieser äußersten Strahlen

CP =

$$CP = \frac{dc}{2d\cos(\theta + \omega) + c} \text{ und } CQ = \frac{dc}{2d\cos(\theta - \omega) + c}$$

heraus bringen; also daß sich alle von dem ganzen Bogen MAN zurückgeworfenen Strahlen durch die Entfernung PQ = CP — CQ ausbreiten.

Um nun auch zweytens die Richtungen der übrigen Strahlen zu bestimmen, welche nämlich von den übrigen Punkten des Spiegels zurück geworfen werden, so wird hierzu keine weitere Untersuchung vonnöthen seyn: denn ich sage, und man wird es sogleich einsehen, daß alle diese Strahlen die Fläche AOC nach der eben bestimmten Entfernung PQ durchschneiden müssen.

Um sich hiervon auf das deutlichste zu überzeugen, so stelle man sich vor, der halbe Durchmesser des Spiegels CA drehe sich um die gerade Linie ACD, als um eine unbewegliche Axe, dergestalt, daß der Winkel DCA = θ beständig einerley Werth beybehalte so wird der Punkt A auf der Oberfläche des Spiegels einen Zirkelbogen $aA\alpha$ beschreiben, und alle von diesem Zirkelbogen $aA\alpha$ zurückprellende Strahlen werden mit dem zurückgeworfenen Strahl AB in dem einigen Punkt B der Axe OD zusammen fließen, und daselbst eine Gattung von einem Bilde vorstellen.

Imgleichen wenn wir auch einen jeglichen andern Punkt m des Bogens MAN auf der Fläche des Spiegels um die gerade Linie OD herum führen, so wird derselbe gleichfalls einen Zirkelbogen beschreiben, und alle von diesem Zirkelbogen zurückgeworfenen Strahlen werden mit dem in dem Punkte m zurückgeworfenen Strahl in einem gemeinschaftlichen Punkt p zusammen kommen, welcher, wie wir eben gesehen haben, zwischen den beyden Punkten P und Q und auf der geraden Linie PQ liegt.

Folg-

Folglich fließen gar alle von dem ganzen Spiegel zurückgeprellte Strahlen in unendlich viele Punkten zusammen, welche aber alle an einander hangen, und die zwischen den beyden äußersten Punkten P und Q enthaltene grade Linie PQ ausfüllen; also daß es nunmehro sehr leicht ist, die Richtung eines jeden zurückgeworfenen Strahls zu bestimmen.

Zusätze und Folgen.

1. Alle von der ganzen Oberfläche des Spiegels zurück geworfene Strahlen laufen folglich nach ihrer Vereinigung in PQ wiederum von einander, nicht aber, als wenn sie aus einem einzigen Punkte ausliefen, und in welchem Punkte sich das Bild des leuchtenden Punkts befände, sondern vielmehr eben so, als wenn in PQ unendliche viele Bilder zerstreuet wären, die durch die Zusammenfließung jeglicher neben einander laufenden Strahlen entstanden sind.

2. Die Zerstreuung aller dieser Bilder wird desto beträchtlicher, je größer der Spiegel in Ansehung seines halben Durchmessers ist. Denn wenn dieser halbe Durchmesser CA, so wir c genannt haben, gar unendlich groß ist, und folglich der Spiegel selbsten unter die ebenen Spiegel gezählet werden kann, so verschwindet die Weite der Zerstreuung PQ gänzlich, und alle Strahlen kommen nach der Zurückprellung genau in dem einigen Punkt B zusammen, wo folglich eine vollkommene deutliche Vorstellung des strahlenden Punkts geschehen muß, so wie wir es auch wirklich bey den gemeinen Spiegeln wahrnehmen.

3. Der Ort B wird aber sehr leicht aus dem halben Durchmesser des Spiegels $CA = c$, der Entfernung des leuchtenden Punkts O von der Mitte des Spiegels $OA = a$, und dem Einfallungs-

winkel OAC $= \xi$ erkannt: denn, da auch der Winkel CAB $= \xi$ ist, so wird die Entfernung dieses Orts B von der Mitte des Spiegels

$$AB = \frac{ac}{2a\cos\xi - c}.$$

Wenn also der halbe Durchmesser der sphärischen Krümmung des Spiegels, das ist c, unendlich mal größer ist, als die Entfernung des strahlenden Punkts OA $= a$, so wird, wie bey den ebenen gemeinen Spiegeln, AB $= -a$ seyn.

Wenn aber gleich dieser halbe Durchmesser c sehr groß ist, der strahlende Punkt O wäre aber gleichfalls sehr weit entfernt, so würde der Ort des Bildes B nichts destoweniger sehr ungewiß seyn, je nachdem nämlich $2a\cos\xi$ größer oder kleiner ist als C. Dieses ist auch die wahre Ursache, warum die ebenen Spiegel, wenn dieselben auch noch so vollkommen eben scheinen, die sehr weit entfernten Gegenstände dennoch sehr undeutlich abbilden, also daß man zum öftern nicht den geringsten Anschein einer Aehnlichkeit bemerken kann.

4. Wenn man demnach von der Güte eines ebenen Spiegels urtheilen will, so darf man denselben nur gegen sehr weit entlegene Gegenstände richten, und wenn diese Gegenstände in demselben Spiegel, ihrer Entfernung ungeachtet, deutlich, das ist ohne Zerstreuung und Verdrehung, erscheinen, welches dennoch sehr selten geschehen wird, so ist der Spiegel unstreitig der beste, das ist nach einer vollkommen ebenen Fläche polieret. Auf diese Weise werden folglich alle Fehler eines Spiegels am leichtesten erkannt, ob man gleich durch die Betrachtung näherer Gegenstände keinen derselben wahrnehmen kann.

Anmerkung.

Die sphärischen Spiegel, wenn dieselben nur sorgfältig auf- oder in der Oberfläche einer Kugel geschliffen werden, sind zwar von diesem Fehler der gemeinen Spiegel frey, hingegen sind dieselben andern Unvollkommenheiten unterworfen, welche insonderheit daher rühren, weil ihre Figur selbsten es nicht zuläßt, daß alle von einem Punkte ausgeflossene Strahlen nach der Zurückprellung wieder in einem einigen Punkte zusammen kommen.

Wir haben gezeiget, daß dieser Fehler desto unleidlicher wird, je schiefer der Gegenstand dem Spiegel ausgesetzet worden, und je größer man den Durchmesser der Fläche des Spiegels in Ansehung des Durchmessers seiner Krümmung annimmt, oder je ein größerer Theil der Oberfläche der ganzen Kugel die Fläche des Spiegels ist. Welche Sorge man aber auch anwenden wollte, um diesen Fehler der sphärischen Spiegel zu verringern, so würde derselbe dennoch unleidlich bleiben, wenn es die sehr kleine Oefnung unserer Pupille zuließe, daß gar alle zurückgeprellte Strahlen in unsere Augen einfallen könnten. Da die Pupille aber nur sehr wenige Strahlen durchläßt, so erhalten wir diesen sehr großen Vortheil, daß alle übrige Strahlen, so sehr dieselben auch von der Richtung jener wenigen abweichen, der Vorstellung dennoch nicht schaden: zumal wenn wir das Auge irgendwo in der verlängerten geraden Linie AB zum Exempel in Ω halten, daselbst wir nämlich unter allen zurückgeprellten Strahlen nur diejenigen auffangen können, deren Richtungen dieser geraden Linie $AB\Omega$ am nächsten sind.

Unter diesen Strahlen werden uns aber diejenigen, so von dem Bogen $aA\alpha$ zurück prellen, ein Bild B vorstellen, dessen Entfernung von der Mitte des Spiegels $AB = \frac{ac}{2a\cos\xi - c}$ ist, und ob uns gleich die anderen Strahlen, welche von dem Bogen MAN zurück geworfen werden, ein weiteres Bild J in der Entfernung: $AJ = \frac{a c \cos \xi}{2a - c \cos \xi}$ zugleich vorstellen, so wird unser Gesicht dennoch diesen Unterschied kaum merken, theils weil diese beyden Bilder nach einerley Richtung in unsre Augen fallen, theils auch, weil dieselben nicht sehr weit von einander entfernt sind, zumalen wenn ξ ein nicht allzugroßer Winkel ist.

Auf eine ähnliche Art erhellet auch, daß wir ebenfalls keine beträchtliche Undeutlichkeit in der Vorstellung werden zu befürchten haben, wenn wir auch das Auge an einem jeglichen andern Orte, zum Exempel in der verlängerten Linie M*p* halten: denn wir werden hier gleichfalls den leuchtenden Punkt erblicken, theils als wenn sich derselbe in *p*, theils auch, als wenn sich derselbe an einem mehr entfernten Orte dieser Linie *mp* befände, wo nämlich der in einem dem *m* sehr nahen Punkte zurück geworfene Strahl dieselbe durchschneidet. Da aber dieser zweyte Ort von dem Punkt *J* kaum verschieden seyn kann, der Spiegel müßte denn ein sehr beträchtlicher Theil einer Kugel seyn, so wird auch diese doppelte Abbildung die Vorstellung des leuchtenden Punkts nicht hindern.

Wir werden folglich nicht viel von der Wahrheit abweichen, wenn wir aus allem dem vorhergehenden diesen Schluß ziehen, daß wir allemal den strahlenden Punkt O durch den Spiegel an demjenigen Orte J erblicken werden, welchen wir in der Auflösung der vorhergehenden Aufgabe bestimmet haben; wir mögen nämlich das Auge halten wo wir wollen, wenn wir nur zwischen den beyden verlängerten äußersten Strahlen MP und NQ bleiben.

Der Grad der Undeutlichkeit aber, mit welcher diese Vorstellung in J verbunden ist, hängt, wie gezeiget worden, von der Verhälthältniß des Durchmessers des Spiegels zu dem Durchmesser seiner sphärischen Krümmung ab; also daß diese Undeutlichkeit der Vorstellung völlig als verschwindend angesehen werden kann, wenn dieser Durchmesser sehr klein in Ansehung jenes ist, oder wenn der Spiegel ein sehr kleiner Theil der ganzen Kugelfläche ist.

Dritte Aufgabe.

Man soll die Beschaffenheit und den Ort einer strahlenden Fläche bestimmen, welche durch einen gegebenen sphärischen Spiegel betrachtet, sich selbsten vollkommen ähnlich, und nach einer gegebenen Verhältniß vergrößert oder verkleinert erscheine.

Auflösung.

Es sey

O ein Punkt der zu bestimmenden Fläche,

$OA = x$ die Entfernung desselben von der Mitte A eines Hohlspiegels.

$AC = c$ der halbe Durchmesser dieses Spiegels und

$OAC = \phi$ der Winkel, den die Entfernung OA mit der Axe des Spiegels AC macht.

Nun haben wir in der Auflösung der ersten Aufgabe gezeiget, daß wenn man den Winkel CAJ dem Winkel $CAO = \phi$ gleich macht, und die drey Schenkel AO, AC, und AJ in einer Ebene liegen, hernach aber auf diesem AJ die Entfernung:

$AJ = \frac{c \cos \phi}{2x - c \cos \phi} \cdot x = \frac{c \cos \phi}{2x - c \cos \phi} \cdot AO$ absticht; der Punkt J alsdenn der Ort des Bildes von dem Punkte O seyn werde. Wenn wir demnach für jegliche Punkte O der zu bestimmenden Fläche die Größen x und ϕ als veränderlich betrachten, so ist offenbar, daß das Bild der strahlenden Fläche ähnlich seyn werde, wenn eine jede Entfernung AJ zu einer jeden Entfernung AO beständig eine und eben dieselbe Verhältniß beybehält.

Es sey also N. 1. diese beständige Verhältniß oder

$$AJ : AO = n : 1.$$

folglich $\frac{c \cos \Phi}{2z - c \cos \Phi} = n$:

Und diese daher entstandene Gleichheit zwischen z und Φ

$$(n+1)\ c \cos \Phi = 2nz$$

wird uns die Lage aller Punkte der verlangten Fläche anzeigen, das ist, davon die durch den gegebenen Hohlspiegel vorgestellte Abbildung der gesuchten Fläche vollkommen ähnlich ist.

Dritte Figur.

Die gefundene Gleichheit zeigt uns aber an, daß alle Punkten der verlangten Fläche in der Oberfläche einer Kugel liegen, welche durch die Mitte A des Spiegels geht, und dessen *Mittelpunkt* in der Axe des Spiegels liegt.

Diese Kugel wird nämlich durch die Umwendung einer halben Zirkellinie AQPE um ihren Durchmesser AE, welcher $= \frac{n+1}{2n} c$, und von der Mitte des Spiegels an gerechnet, auf der Axe desselben genommen worden ist, erzeuget.

Das Bild dieser Kugelfläche wird nachmals wiederum eine Kugelfläche seyn, welche durch eine ähnliche Herumdrehung der halben Zirkellinie $Aqpe$ um ihren Durchmesser Ae, so $= \frac{n+1}{2} c$ ist, entsteht.

Und

Und ein jeglicher Theil PQ der strahlenden Kugelfläche AQPE wird durch einen ähnlichen Theil pq der abgebildeten Kugelfläche Aqpe vorgestellet werden.

Zusätze und Folgen.

1. Wenn also ein Gegenstand durch einen sphärischen Hohlspiegel deutlich, das ist, sich selber ähnlich, vorgestellt werden soll, so muß derselbe nothwendig einen Theil einer Kugelfläche ausmachen, welche die Mitte des Spiegels berühret. Alsdann wird aber das Bild dieses Gegenstandes ebenfalls ein ähnlicher Theil einer auf eine ähnliche Art beschriebenen Kugelfläche seyn, deren Durchmesser sich zu jenes Durchmesser verhält, wie $n : 1$ das ist

wie $c \cos\phi : 2x - c \cos\phi$.

oder wenn wir $\phi = 0$ setzen, und den Durchmesser ersterer Kugelfläche $x = d$ nennen, wie $c : 2d - c$.

2. Es erhellet auch, daß diese beyden Flächen, der Gegenstand PQ nämlich und das Bild pq, dergestalt mit einander verwechselt werden können, daß wenn hinwiederum der Gegenstand die Fläche pq einnimmt, desselben Bild die erstere Fläche PQ einnehmen würde.

3. Die Größen des Gegenstandes und des Bildes verhalten sich wie die Durchmesser der Kugelflächen, davon dieselben Theile sind.

4. Da $\frac{Ae}{AE} = n$ so wird $n + 1 = \frac{AE + Ae}{AE}$, folglich:

$Ae = \frac{AE + Ae}{2\,AE} \cdot c$, und $Ae . AE = \frac{1}{2}\, c\,(AE + Ae)$.

Wenn also der Durchmesser AE der einen sphärischen Fläche PQ gege-

gegeben ist, so wird der Durchmesser der andern sphärischen Fläche pq seyn:

$$Ae = \frac{c.\ AE}{2\,AE - c} \text{ und die Vergrößerung } n = \frac{c}{2\,AE - c}.$$

Die Zahl n wird nämlich anzeigen, um wie viel das Bild größer ist, als der Gegenstand.

5. Wenn $AE = \frac{1}{2}c$ angenommen wird, so wird die Entfernung Ae unendlich groß, also daß das Bild unendlich weit entfernet, und folglich auch unendlich groß sey.

Wenn $AE < \frac{1}{2}c$ ist, so wird $Ae = \frac{-c.\ AE}{c - 2\,AE}$ und $n = \frac{-c}{c - 2AE}$ seyn; das ist das Bild wird hinter dem Spiegel aufrecht vorgestellt werden.

Wenn aber $AE > \frac{1}{2}c$ ist, so bleibt $Ae = \frac{c.\ AE}{2\,AE - c}$ und $n = \frac{c}{2\,AE - c}$; nämlich das Bild wird vor dem Spiegel und verkehrt erscheinen.

6. Hernach wenn $AE = c$ ist, so wird auch $Ae = c$ und $n = 1$; die Größe des Bildes wird nämlich in diesem Fall mit der Größe des Gegenstandes genau übereinkommen.

Hingegen wird der Gegenstand durch den Spiegel verkleinert vorgestellt werden, wenn $AE > c$ ist; und vergrößert, wenn $AE < c$ ist.

7. Alles dieses gilt nur von den Hohlspiegeln; mit den erhabenen Spiegeln hat es aber folgende Beschaffenheit: Weil man für diesen den halben Durchmesser $AC = c$ negativ, das ist $AC = -c$ setzen muß, so wird:

Ae

$$Ae = \frac{-c.\,AE}{2\,AE + c} \text{ und } n = \frac{-c}{2\,AE + c}$$

das ist, das Bild wird allemal aufrecht hinter den erhabenen Spiegeln erscheinen, und kleiner seyn als der Gegenstand. Die Entfernung des Bildes hinter dem Spiegel aber wird allezeit kleiner seyn als $\frac{1}{2}$ c oder als der vierte Theil des Durchmessers der sphärischen Krümmung des Spiegels.

Anmerkung.

Die Hohlspiegel haben demnach diesen Vorzug vor den erhabenen Spiegeln, daß sie die Gegenstände so wohl vergrößert, als auch verkleinert, so wohl hinter als auch vor dem Spiegel vorstellen können, je nachdem der Durchmesser derjenigen Kugelfläche, davon der Gegenstand einen Theil ausmacht, entweder größer oder kleiner ist, als der vierte Theil des Durchmessers des Spiegels.

Damit aber Jedermann, oder vielmehr diejenigen, welche ein gutes Gesicht haben, das Bild mit der gehörigen Schärfe sehen können, so ist nach den Grundsätzen der Optik vonnöthen, daß die Strahlen des Bildes parallel in das Auge fallen: dieses geschieht nun, wenn das Bild unendlich weit von dem Auge entfernet ist; oder, weil wir das Auge nicht sehr weit von dem Spiegel halten können, so werden wir zu eben diesem Endzweck gelangen, wenn wir den Gegenstand also dem Spiegel entgegen setzen, daß das Bild in eine unendlich große Entfernung von dem Spiegel falle.

Wir müssen folglich den Gegenstand nach der Oberfläche einer Kugel ausbreiten, dessen Durchmesser dem vierten Theil des Durchmessers der sphärischen Krümmung des Spiegels gleich ist. An welchem Orte man aber alsdann das Auge zu halten habe, damit wir den ganzen Gegenstand deutlich übersehen können, soll in der folgenden Aufgabe untersucht werden.

Vierte Aufgabe.

Man soll eine ebene Figur durch einen Hohlspiegel deutlich vorstellen: und den Ort des Auges bestimmen, wo diese Figur ganz zu sehen ist.

Auflösung.

Es stelle uns AC die Axe des Hohlspiegels MAN vor: Man theile den halben Durchmesser desselben Hohlspiegels AC$=c$ in E in zwey gleiche Theile, und beschreibe auf der Hälfte AE$=\frac{1}{2}c$ die halbe Zirkellinie EOA.

So wird diejenige Kugelfläche, welche durch die Herumdrehung dieser halben Zirkellinie EOA um ihren Durchmesser AE entstanden ist, durch den Spiegel gleichfalls als eine Kugelfläche erscheinen, dessen Durchmesser aber unendlich groß ist, und dessen jegliche Punkte folglich von dem Spiegel unendlich weit entfernet sind.

Die vorgelegte ebene Figur muß demnach dergestalt ausgebreitet werden, damit sie so viel als möglich mit einem Theil der Kugelfläche EOA überein komme: folglich muß auch die Figur selbsten in Ansehung des Durchmessers der Kugelfläche klein genug seyn, damit der Theil der Kugelfläche PQ, den sie einnimmt, von einer ebenen Fläche wenig unterschieden sey.

Es stelle nun POQ diese vorgelegte ebene Figur vor, welche also durch den Spiegel MAN gesehen werden soll, und deren Ort auf der Kugelfläche nach Belieben angenommen werden kann.

Man merke sich insonderheit die Mitte O der Figur, und man ziehe aus derselben gegen die Mitte des Spiegels A die gerade Linie OA.

Man

Man nenne den Winkel EAO $= \xi$, so wird die Entfernung AO $= \frac{1}{2}\, c.\, cos \xi$ seyn: und weil auch der Winkel POE $= \xi$ ist, so erhellet hieraus, welchergestalt die ebene Figur POQ geleget werden müsse, damit sie einen Theil der Kugelfläche EOA ausmache: es muß nämlich der Winkel POE $= \xi$ genommen werden.

Nun mache man auf der andern Seite des Winkels EAO $= \xi$, und in eben derselben Fläche einen Winkel EAΩ, der jenem EAO gleich ist; und da das Auge, wie gezeiget worden, in dieser geraden Linie AΩ gehalten werden muß, so sey Ω der Ort des Auges, und A$\Omega = f$ die Entfernung dieses Orts von der Mitte des Spiegels; das Auge wird aber an diesem Orte den Punkt O in einer unendlich großen Entfernung nach der Richtung ΩA in o erblicken.

Damit wir nun einen deutlichen Begriff von der ganzen Vorstellung erlangen, so fehlet uns noch zu bestimmen, erstlich was für einen großen Theil der Kugelfläche EOA das Auge an diesem Orte Ω überschauen wird, um hernach diesen Theil mit der Größe der vorgelegten Figur vergleichen zu können: und dann zweytens, unter welchem Winkel dieser Theil der Kugelfläche gesehen wird, um von der Vergrößerung der Figur urtheilen zu können.

Da nun hierbey die Größe des Spiegels in Betrachtung kömmt, so wollen wir den Winkel ACM $=$ ACN $= \omega$ setzen, also daß der Bogen AM $=$ AN $= c\omega$ sey: man erinnere sich aber, daß dieser Winkel ω allemal sehr klein zu seyn pfleget.

Man ziehe die geraden Linien MΩ und NΩ, welche nämlich diejenigen Richtungen sind, nach welchen die äußersten Punkten des sichtbaren Theils der Kugelfläche gesehen werden. Wenn man demnach die geraden Linien MQ und NP dergestalt ziehet, daß der Winkel CMQ $=$ CMΩ und der Winkel CNP $=$ CNΩ sey, so wird POQ derjenige Theil der Kugelfläche seyn, welcher dem Auge in Ω unter dem Winkel $M\Omega N$ sichtbar ist, und folglich mit der Größe der vorgelegten Figur verglichen werden muß; daraus dann gar leicht die Entfernung des Auges $A\Omega = f$ bestimmt werden kann, also daß das Auge die ganze vorgelegte Figur zu sehen im Stande sey.

Wenn wir nun die Hälfte des Winkels $M\Omega N$, das ist: $A\Omega M = A\Omega N = \phi$ setzen, und den Bogen $AM = AN$ als sehr klein betrachten, so wird $\phi = \frac{c\,\omega\,cos\,\xi}{f}$, und dann ferner $OQ = OP = \frac{1}{2}c\,\phi$, *) also daß auch der Winkel $OAP = OAQ = \phi$ sey; der Theil PQ wird folglich durch den Spiegel von dem Auge in Ω unter einem eben so großen Winkel gesehen werden, als wenn das Auge in der Mitte des Spiegels gehalten würde, und die Figur PQ unmittelbar ansähe.

Da

*) Daß $OQ = OP = \frac{1}{2}c\,\phi$ sey, wird folgender Gestalt gezeiget:

Da der Winkel $AGM = CA\Omega + A\Omega G = \xi + \phi$.

so wird $CMG = AGM - ACM = \xi + \phi - \omega$.

also auch $CMQ = \xi + \phi - \omega$.

Es ist aber $AHM = CAH + ACM = \xi + \omega$.

Weil nun der Bogen AM sehr klein ist, so wird es erlaubet seyn, denselben auch als einen Theil der Zirkellinie AOE zu betrachten: wenn man also aus dem Mittelpunkt dieses Kreises γ die gerade Linie γM ziehet, so wird dieselbe $\gamma M = \gamma A = \frac{1}{4}c$ seyn. Ferner, da der Bogen $AM = c\,\omega$ ist, so wird der Winkel $A\gamma M = 4\,\omega$ seyn; folglich der Winkel an der Peripherie $AOM = 2\,\omega$ und der Winkel $HOM = \xi + \omega - 2\,\omega = \xi - \omega$. Der Winkel HOM aber von jenem $HMQ = CMQ = \xi + \phi - \omega$ abgezogen, giebt den Winkel $OMQ = \phi$; welcher ein Winkel an der Peripherie ist, und auf dem Bogen OQ steht; sein Centralwinkel ist folglich $O\gamma Q = 2\,\phi$. Da nun endlich der halbe Durchmesser $= \frac{1}{4}c$ ist, so wird der Bogen OQ selbsten $= \frac{1}{2}c\,\phi$ seyn, welchem der andere Bogen OP gleich ist.

Da nun die Hälfte des sichtbaren Theils der Kugelfläche $OP = OQ = \frac{cc}{2f}\,\omega \cos\xi$ ist, so wird hinwiederum aus der gegebenen Größe der Figur POQ die Entfernung des Auges Ω von der Mitte des Spiegels durch diese Formul berechnet: $f = \frac{cc\,\omega \cos\xi}{2.OP}$, und der Winkel unter welchem diese Figur gesehen wird, ist:

$$M\Omega N = 2\phi = \frac{4.OP}{C}.$$

Ueberhaupt wird der sichtbare Theil der Kugelfläche POQ desto größer seyn, je näher man das Auge dem Spiegel hält.

Was aber die eigentliche Vergrößerung anbetrift, so sey γ der Mittelpunkt der Kugelfläche AOE, und also $A\gamma = \frac{1}{4}c$. Wenn man folglich das Ange in γ hielte, und die Figur POQ unmittelbar anschauete, so würde dieselbe unter einem Winkel gesehen werden, dessen Hälfte $= 2\phi$ ist. Folglich würde dieselbe Figur in einer jeglichen anderen Entfernung, zum Exempel k gleichfalls unmittelbar betrachtet, unter einem Winkel gesehen werden, dessen Hälfte $= \frac{c}{4k} \cdot 2\phi = \frac{c\phi}{2k}$ ist. Da die Figur nun durch den Spiegel betrachtet, unter einem Winkel, der $= 2\phi$ ist, erscheint; so wird das Bild desto größer seyn, je mehrmal der Winkel ϕ den Winkel $\frac{c\phi}{2k}$ übertrift, das ist die verlangte Vergrößerung der Figur wird durch diesen Bruch $\frac{2k}{c}$ angedeutet werden, in so fern man nämlich dieselbe in Ansehung einer gewissen bestimmten Entfernung k beurtheilet, welche bey den Microscopien ungefähr 8 Zoll angenommen zu werden pfleget.

Zusätze und Folgen.

1. Bey dieser Vorstellung sind vornehmlich 2 Stücke zu beobachten, die Vergrößerung des Gegenstandes oder der Figur, welche durch den Spiegel betrachtet wird; und das sichtbare Feld (campus apparens) oder die Größe desjenigen Theils der Figur, welchen das Auge durch den Spiegel sieht.

2. Die erstere, nämlich die Vergrößerung wird, wie bey den Microscopien, durch die Formul $\frac{2k}{c}$ beurtheilet. Wenn also der halbe Durchmesser des Spiegels c sehr klein ist, so könnte derselbe Spiegel gar füglich die Stelle eines Vergrößerungsglases vertreten: wenn sonsten in diesem Fall ein Ort für das Auge übrig bliebe. Wenn aber dieser halbe Durchmesser c viele Zolle oder gar etliche Schuhe lang ist, so können dem Auge durch den Spiegel allerley Gegenstände von ferne gleichsam als Gemählde abgebildet werden; und dieselben werden dem Gesichte eine nicht unangenehme Empfindung verursachen; wenn man die Gegenstände nur also dem Spiegel entgegen setzet, wie in der gegenwartigen Aufgabe gezeiget worden.

3. Was aber zweytens das sichtbare Feld anbetrift, so haben wir die Größe derjenigen Figur, welche das Auge in der Entfernung $\Omega A = f$ vom Spiegel sieht, durch diese Formul ausgedrückt: $PQ = \frac{cc}{f} \omega \cos \xi$; welche, da $AM = c\omega$, und $AO = \frac{1}{2} c \cos \xi$ ist, in folgende verwandelt wird:

$$PQ = \frac{2\, AM.\, AO}{A\Omega}$$

Das

Das ist, die Hälfte des sichtbaren Feldes wird seyn:

$$OP \text{ oder } OQ = \frac{AM.\ AO}{A\Omega}.$$

Das sichtbare Feld wird also desto größer seyn, oder man wird eine desto größere Figur sehen können,

Erstlich: je größer der halbe Durchmesser des Spiegels ist: und zwar wird das sichtbare Feld wie das Quadrat dieses Durchmessers cc zunehmen.

Zweytens; je kleiner der Winkel EAO, oder je näher der Gegenstand der Axe AE des Spiegels ist. Endlich

Drittens: je kleiner die Entfernung des Auges von der Mitte des Spiegels $A\Omega = f$ ist.

Anmerkung.

1. Aus dem Vorhergehenden erhellet, daß die Vorstellung der Figur POQ desto deutlicher sey, je näher dieselbe dem Punkte E geleget worden, oder je kleiner der Winkel $EAO = \xi$ ist. Es sind nämlich in diesem Falle die beyden oben für den Ort des Bildes gefundenen Ausdrücke:

$$AJ = \frac{ac\cos\xi}{2a - c\cos\xi} \text{ und } AB = \frac{ac}{2a\cos\xi - c}$$

sehr wenig von einander unterschieden; folglich würde es wohl am allerbesten seyn, wenn man diesen Winkel ξ gar $= 0$ machen könnte; da diese Lage aber der wirklichen Ausübung zuwider ist, weil alsdann kein Ort für das Auge übrig bliebe: so ist man genöthiget, die Figur POQ allemal so weit von dem Orte E zu entfernen, bis der gedoppelte Winkel $OA\Omega$ einen hinlänglichen Raum zwischen dem Auge und der Figur übrig läßt, damit die Strahlen der Figur ungehindert auf den Spiegel fallen, und von demselben wieder zurück nach dem Auge prellen können.

2. Man

2. Man nehme (V Fig.) den Winkel $\xi = 30^\circ$ an, und setze, wie bisher $AC = c$ den halben Durchmesser des Hohlspiegels MAN, so wird $AE = \frac{1}{2}c$; $AO = \frac{1}{4}c\sqrt{3}$; ferner $OE = DE = \frac{1}{4}c$, folglich auch $CD = \frac{1}{4}c$ und $DO = AO = \frac{1}{4}c\sqrt{3}$.
Also der Winkel $ADO = 30^\circ$, und der Winkel $ABO = 60^\circ$.

Die Figur oder dasjenige Gemählde, welches wir durch den Spiegel MAN besehen wollen, muß demnach auf der geraden Linie BD in o senkelrecht aufgespannt werden, also daß die Entfernung $DO = \frac{1}{4}c\sqrt{3}$ sey; wenn wir hernach durch die Mitte des Spiegels A die gerade Linie $A\Omega$ jener BC parallel ziehen, so wird man, wo man nur auch immer das Auge in dieser Linie $A\Omega$ hält, einen Theil des vorgesetzten Gemähldes sehen, dessen Größe PQ durch diese Formul $PQ = \frac{AO}{A\Omega} \cdot MN$ erkannt wird. Die Vergrößerung dieses Gemähldes wird aber in Ansehung einer bestimmten Entfernung k durch den Bruch $\frac{2k}{c}$ angedeutet. Hieraus fließt folgende Vorschrift um ein dergleichen catoptrisches Instrument zu verfertigen.

Angabe eines katoptrischen Bilderkastens.

Fünfte Figur.

Es sey

A der Ort und die Mitte eines gegebenen Hohlspiegels MAN, AC die Axe, und der halbe Durchmesser seiner sphärischen Krümmung. Man mache:

Erstlich CD gleich dem vierten Theil dieses halben Durchmessers AC.

Zweytens, die Winkel ADB und OAD gleich 30 Graden; so wird:

Drit-

Drittens: muß der Punkt O, wo sich diese beyden Schenkel DB und AO durchschneiden, derjenige Ort seyn, wo die Mitte des Gemähldes oder des Gegenstandes hinkömmt: die Fläche des Gemähldes muß aber die Fläche ADB nach der geraden Linie DB senkelrecht durchschneiden.

Viertens: ziehe man AΩ dieser geraden Linie DB parallel; so wird man, wo man auch immer das Auge in dieser geraden Linie AΩ hält, allemal einen Theil des vorgesetzten Gegenstandes durch den Spiegel erblicken; welcher Theil desto größer seyn wird, je näher man das Auge nach der Mitte des Spiegels rückt.

Noch ist hierbey zu bemerken, daß, da die auf der Axe des Spiegels perpendikulär gezogene Linie AB mit der geraden Linie BD einen Winkel bey B von 60 Graden macht, $AB = AO = BO = DO = \frac{1}{2} BD$ seyn werde; also daß man hinwiederum den Ort des Spiegels sehr leicht bestimmen kann, wenn der Ort des Gegenstandes oder das Gemählde PQ gegeben ist.

Zweyte Angabe eines katoptrischen Bilderkastens.

Lasset uns für ξ einen halben rechten Winkel annehmen, oder $\xi = 45°$ setzen.

Es sey wiederum (VI Fig.) AC die Axe des Hohlspiegels und auch zugleich der halbe Durchmesser seiner sphärischen Krümmung.

Man mache $A\gamma$ gleich dem vierten Theil dieses halben Durchmessers und durch γ ziehe man die gerade Linie $O\gamma\Omega$ auf AC perpendikulär.

Man mache ferner $\gamma O = \gamma\Omega = \gamma A$, und setze in dem Punkt O die Mitte desjenigen Gemähldes, welches durch den Spiegel betrachtet werden soll.

Das Gemählde selbsten werde aber auf einer Fläche gespannt, welche die Fläche ΩAO senkelrecht nach der geraden Linie PQ durchschneidet; (diese gerade Linie PQ stehet auf ΩO perpendikulär.)

Endlich stelle man das Auge irgendwo in der geraden Linie AΩ, da man dann die Figur PQ durch den Spiegel entweder ganz oder nur zum Theil erblicken wird, je nachdem man das Auge von dem Spiegel mehr oder minder entfernet.

Schließlich ist noch anzumerken, daß, wenn man das Auge genau in dem Punkte Ω hält, man alsdann ein Gemählde wird betrachten können, das just so groß ist, als die Fläche des Spiegels; nämlich PQ wird in diesem Fall = MN seyn können.

Je weiter man aber das Auge von diesem Punkt Ω entfernet, desto kleiner muß dasjenige Gemählde seyn, welches durch den Spiegel ganz gesehen werden soll.

J. H.

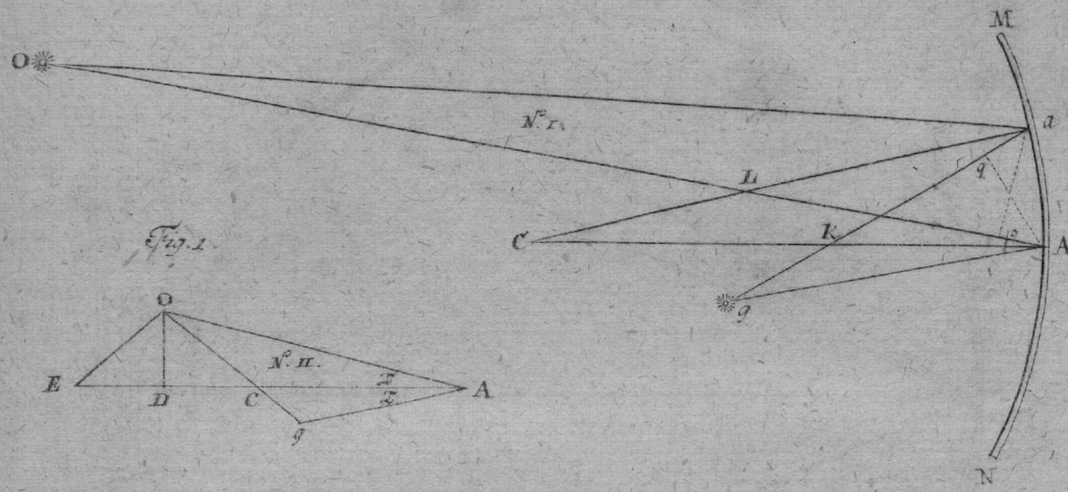


Fig. 1.

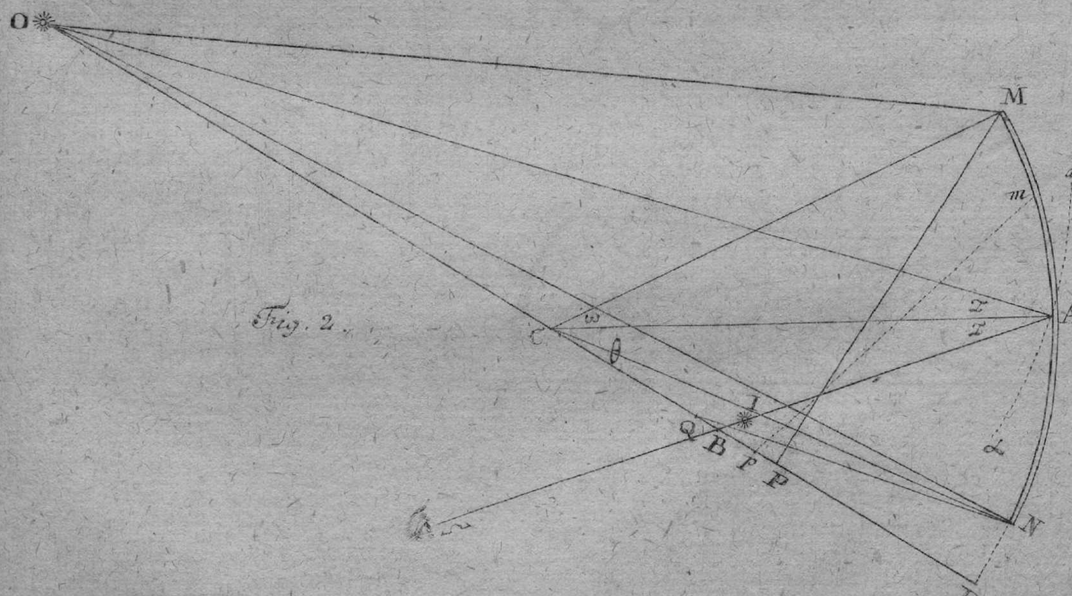


Fig. 2.

Fig. 3.

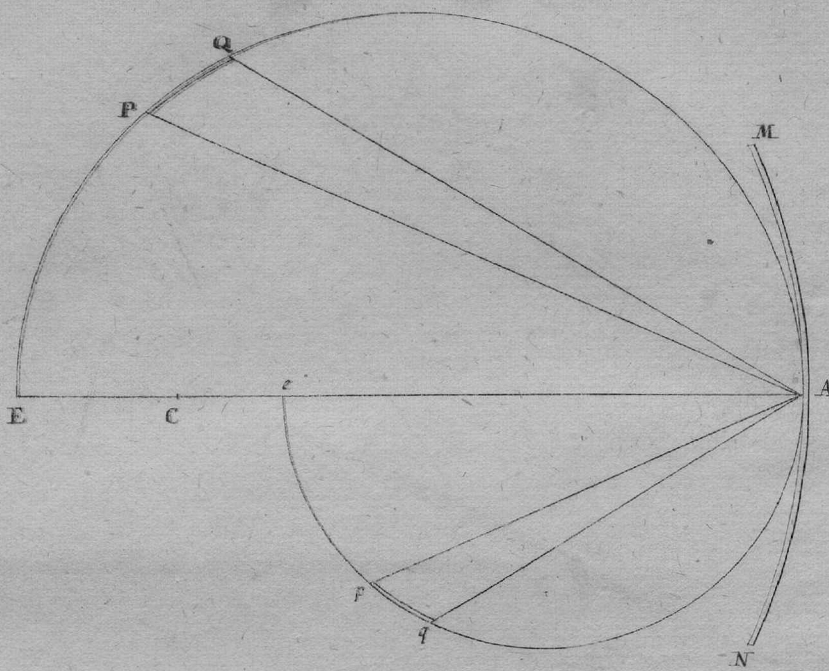
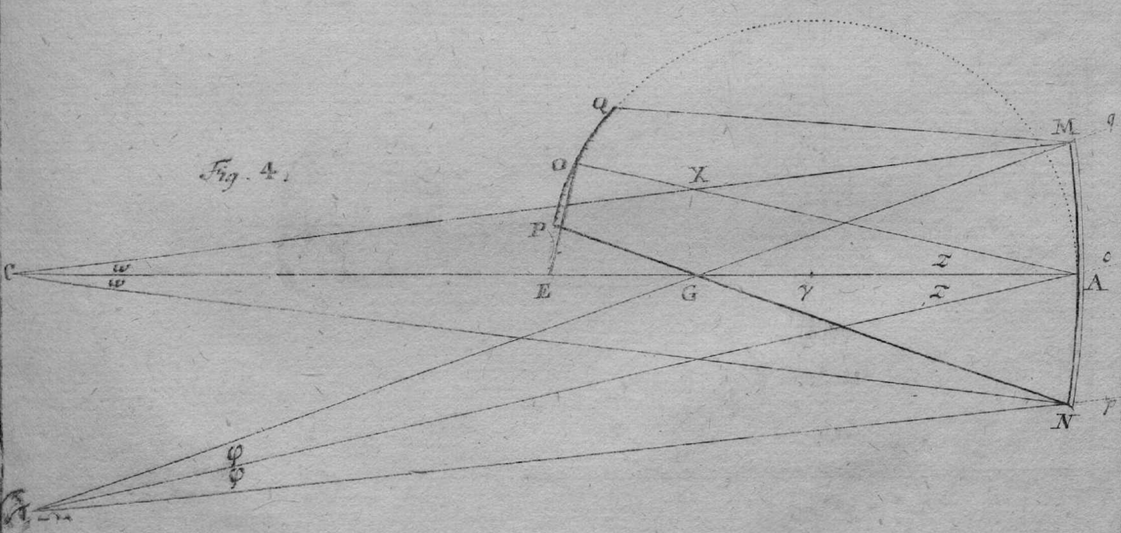


Fig. 4.



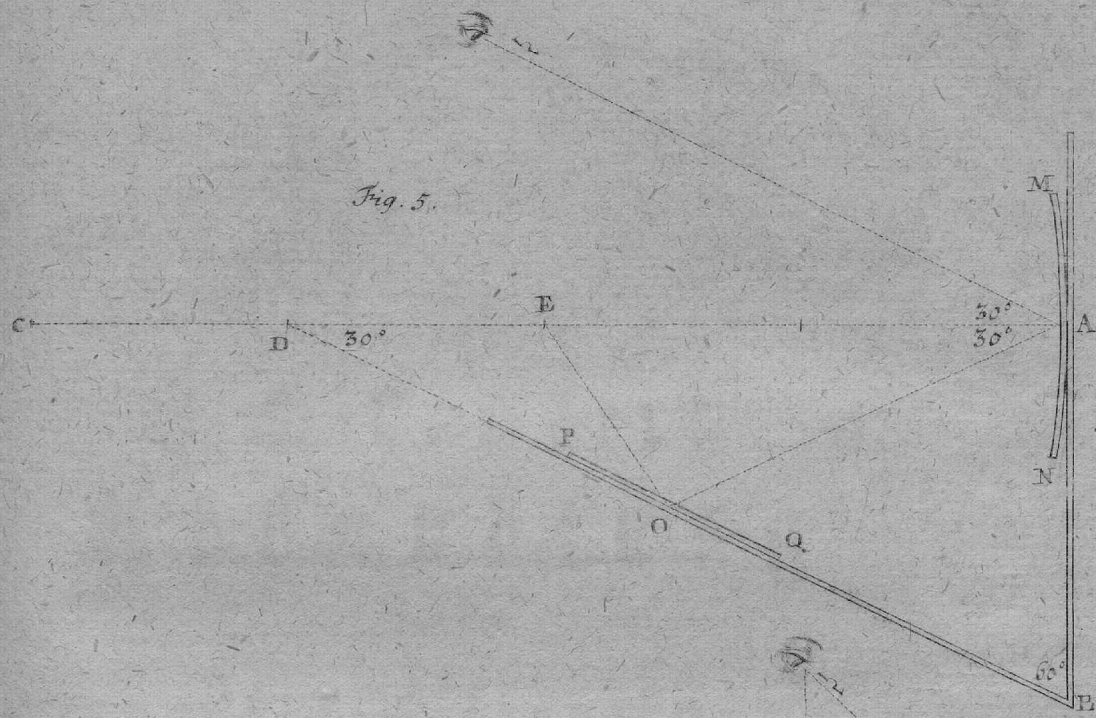
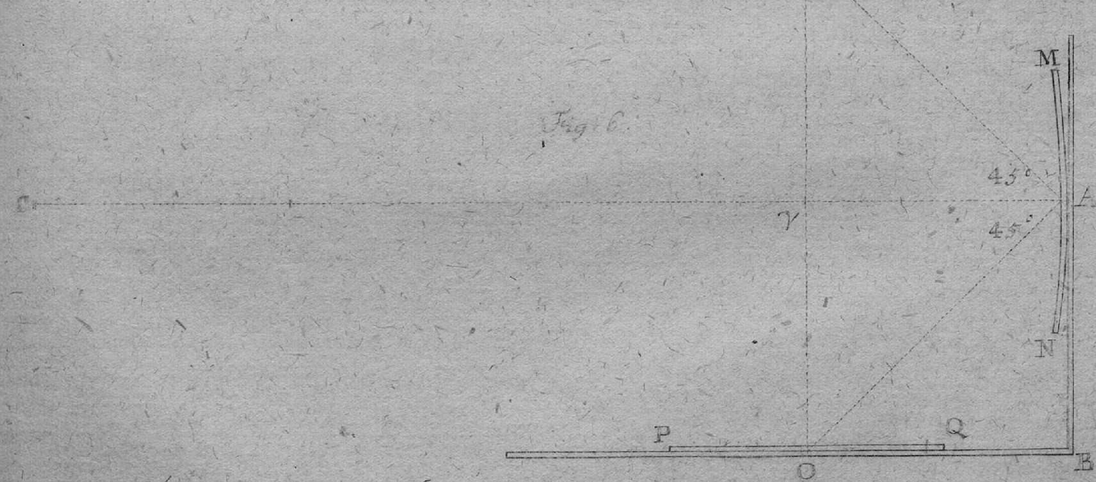


Fig. 5.
M
E
C
D
30°
30°
30°
A
P
N
O
Q
60°
B


M
Fig. 6.
45°
C
A
γ
45°
N
P
Q
O
B