Versuch
eines
evidenten Beweises
der
allgemeinen
mechanischen Grundsätze.

von
W. J. G. Karsten.

1768.

Versuch
eines
evidenten Beweises der allgemeinen mechanischen Grundsätze.

Es scheinet fast, daß es leichter sey, die Gränzen solcher Wissenschaften, dergleichen die physisch-mathematischen in ihrem gegenwärtigen Zustande sind, zu erweitern, als den Vortrag ihrer ersten Grundlehren recht evident zu machen. Man hat in der Mechanik seit Galiläi Zeiten ungemein grosse Progressen gemacht, und dies ist vornehmlich durch Hülfe der Differential- und Integralrechnung geschehen. Indessen weis man, daß die Fundamental-Gleichung der ganzen Mechanik $dc = p\,dt$ dem H. Dan. Bernoulli noch nicht so erwiesen zu seyn schien, daß sie verdiene in die Klasse nothwendiger Wahrheiten aufgenommen zu werden.

werden. Ich weis, daß dies grosse Mathematiker veranlasset hat, Beweise zu suchen, wodurch die Nothwendigkeit dieser Gleichung außer Zweifel gesetzt werden möchte, und ich gestehe einem jeden der bisher bekannten Beweise sein Gewicht zu. Mich hat unter allen, die ich gelesen habe, des H. Karstners Beweis in seinen Anfangsgründen der höhern Mechanik am meisten befriediget. Eben dieser Karstnerische Vortrag einer Theorie, worüber ich schon damals, wie sich das angeführte Buch erhielt, verschiedentliche Untersuchungen angestellet hatte, hat mich veranlasset, dieselbe Untersuchung aufs neue vorzunehmen.

2. §.

Es ist so lange noch nicht, daß man angefangen hat, die Statik und Mechanik als besondere Wissenschaften abzuhandeln, und einer jeden derselben ihre bestimmten Gränzen zu setzen. Soviel mir bekannt ist, haben die Herrn de la Hire, Maclaurin, und Karstner die Gesetze des Gleichgewichts fester Körper allererst zur überzeugenden Richtigkeit gebracht, und das giebt der Statik ihre vorzüglichste Schönheit, wenn man wie diese Männer alle Gesetze des Gleichgewichts aus dem Begrif der Pressungen herleitet, ohne die Betrachtung von Zeit, Raum und Geschwindigkeit im geringsten zu Hülfe zu nehmen. Ich habe den Versuch gemacht, beym Vortrag der Theorie von den beschleunigenden Kräften ein Verfahren anzubringen, das demjenigen ähnlich ist, dessen sich obgedachte Geometer mit so glücklichem Erfolg bedienet haben, die Theorie vom Hebel zu beweisen, und ich werde es in der folgenden Abhandlung der churfürstlichen Akademie zur Prüfung vorlegen. Ich setze hiebey die Galiläische Theorie von dem freyen Fall schwerer Körper als bekannt voraus. Durch Betrachtung des Falles schwerer Körper lernt man am besten alle diejeni-

gen

gen Umstände kennen, welche bey bewegenden Kräften und ihren Wirkungen erwogen werden müßen. Das Wort Kraft ist so sehr zweydeutig und wird von vielen Schriftstellern so sehr unbestimmt gebraucht, daß es nicht zu verwundern ist, wenn dies zu allerhand Verwirrungen Anlaß gegeben hat.

Gleichförmig beschleunigende Kräfte.

---

3. §.

Es sey AB die Verticallinie, worinn eine schwere Masse, die hier als ein Punct betrachtet wird, frey herab fällt, und dieser Punct falle in der ersten Secunde von A bis C. Setzt man nun AC = g, so ist am Ende der ersten Secunde des Puncts Geschwindigkeit = 2 g. Man ist gewohnt so zu reden, die Schwere habe den Punct C während der ersten Secunde die Geschwindigkeit 2 g mitgetheilt, und diese Redensart ist der Sache sehr wohl angemessen. Wenn nämlich die Schwere am Ende der ersten Secunde zu wirken aufhörte, so würde der Punct in der zweyten Secunde den Weg = 2 g vermöge seiner Trägheit gleichförmig zurück legen. Die Schwere hat den Punct in diesen Zustand der Bewegung versetzt, denn wenn sie gar nicht gewirkt hätte; so wäre der Punct in dem Zustand der Ruhe geblieben.

4. §.

Von eben dieser Wirkung der Schwere rührt es her, daß die bewegte Masse in der ersten Secunde um den Weg AC = g fortrückt. Zwar hat die Schwere diese Masse eigentlich nicht durch den ganzen Weg AC unmittelbar fortgeschoben, sondern ein Theil dieses Weges ist von dieser Masse, wegen ihrer Trägheit zurück

gelegt

gelegt worden. Hätte die Schwere zu wirken aufgehört, nachdem die erste Helfte der Secunde verflossen war, so hätte die Masse schon die Geschwindigkeit g gehabt, sie hätte in der ersten Helfte den Weg $\frac{1}{4}$ g und in der zweyten Helfte den Weg $\frac{1}{2}$ g zurückgelegt. Daher würde eine besondre Rechnung nöthig seyn, wenn man das, was von der Schwere unmittelbar herrührt, von demjenigen unterscheiden wollte, was der Trägheit zukömmt. Allein es ist bey dieser Untersuchung nicht nöthig soweit zu gehen. Die Masse würde gar nicht von der Stelle gekommen seyn, wenn die Schwere gar nicht gewirkt hätte, und eben die Masse würde auch in der ersten Secunde nicht den ganzen Weg AC zurück gelegt haben, wenn die Schwere nicht während dieser ganzen Secunde ununterbrochen gewirkt hätte. Demnach rührt es doch von der Schwere her, nicht allein, daß die Masse in Bewegung kömmt, sondern auch grade diesen und nicht einen kleinern Weg in der ersten Secunde zurück legt. Und in dieser Bedeutung ist es nicht unrichtig geredet, wenn man sagt, die Schwere treibe die Masse in der ersten Secunde um den Weg AC fort. In eben der Bedeutung soll demnach diese Redensart in der Folge gebraucht werden.

5. §.

Die Masse falle ferner in zwo Secunden bis D, so ist AD = 4 g, und CD = 3 g; wenn man also CE = 2 g nimmt, so ist dies der Weg, um welchen die Masse allein wegen der Trägheit fortgerückt wäre, wenn die Schwere während der zweyten Secunde nicht gewirkt hätte. Aber wegen fortdaurender Wirkung der Schwere rückt die Masse in der zweyten Secunde um das Stück ED = g = AC weiter. Fällt eben die Masse in drey Secunden bis F, so ist F = 9 g und DF = 5 g. Ohne Zuthun der Schwere wäre die Masse in der dritten Secunde um das Stück

DG

DG = 4 g weiter gerückt, wegen der Schwere aber geht die Masse außerdem noch um das Stück GF = ED = AC weiter. Eben so geht es in jeder folgenden Secunde. Das Stück, um welches die Masse wegen fortdaurender Wirkung der Schwere jedesmal weiter rückt, als sie allein wegen der Trägheit gerückt wäre, ist immer von einerley Größe, allemal so groß, als der Weg, durch welchen die Masse in der ersten Secunde fällt.

6. §.

Man muß demnach zweyerley Wirkung der Schwere unterscheiden. Sie bewegt einen Körper entweder wirklich, oder sie drückt ihn gegen einen Widerstand, der die Bewegung hemmet. Beyde Wirkungen sind nur wegen der äußern Umstände unterschieden, unter welchen sich der Körper befindet. Denn eigentlich ist dasjenige, was den Körper bewegt, völlig einerley mit dem, was ihn gegen den Widerstand preßt, der die Bewegung aufhält: und wenn der Körper wirklich sinkt, so wirkt die Schwere in jedem Punkt seines Weges eben so auf ihn, wie sie alsdenn thut, wenn der Körper auf einer horizontalen Tafel ruhig liegt. Eben das, was wir im letzten Fall den Druck nennen, theilt der Masse, nachdem der Widerstand gehoben ist, in einer gewissen Zeit eine gewisse Geschwindigkeit mit, indem sie die Masse von einer gewissen Höhe herab treibt. Diese letztere Wirkung der Schwere heißt ihre **Beschleunigung**, so wie jene Wirkung am füglichsten ihre Pressung, oder ihr Druck heißt. Will man **beschleunigende Kraft** der Schwere, **drückende Kraft** der Schwere sagen, so hat man seine Freyheit, nur muß man nicht vergessen, daß beydes völlig einerley Kraft sey, die nur deswegen verschiedene Namen führt, weil ihre Wirkungen auf diese beyden verschiedenen Arten in die Summe fallen.

7. §.

Die Schwere theilt jeder frey herab fallenden Masse in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeiten mit, und das Stück des Weges, durch welchen die Masse im folgenden Zeittheilchen weiter rückt, als allein wegen der Trägheit geschehen wäre, ist allemal eben so groß, als es im vorhergehenden eben so grossen Zeittheilchen war. In diesem Stück ist nicht jede andre bewegende Kraft der Schwere ähnlich. Es giebt Kräfte, die der bewegten Masse im zweyten Zeittheilchen mehr oder weniger Geschwindigkeit als im ersten eben so grossen Zeittheilchen mittheilen. Diese heißen **ungleichförmig wirkende oder veränderliche Kräfte**, so wie im Gegentheil die Schwere nach der galiläischen Hypothese eine **beständige, oder gleichförmig beschleunigende Kraft** ist.

8. §.

Wenn nun eine andre Kraft V, wie die Schwere eine Masse gleichförmig beschleuniget, so wird die Bewegung dieser Masse nach völlig ähnlichen Gesetzen, wie die Bewegung frey fallender schwerer Körper erfolgen; nur mit dem Unterschied, daß die Kraft V ihrer Masse in einer gewissen Zeit, z. E. einer Secunde eine grössere oder kleinere Geschwindigkeit mittheilt, als ihr die natürliche Schwere in eben der Zeit mittheilen würde. Man nehme für diese Zeit eine Secunde an, eine schwere Masse falle in der ersten Secunde von der Höhe g, und erlange die Geschwindigkeit k, in der Zeit t aber die Geschwindigkeit c. Eine eben so grosse Masse aber gehe von der Kraft V getrieben durch den Weg G in der ersten Secunde fort, und erlange die Geschwindigkeit K, in der Zeit t aber die Geschwindigkeit C; so ist $c = kt = 2gt$, und $C = Kt = 2Gt$. **Nun verhalten sich die**

Be-

Beschleunigungen zwoer Kräfte ohne Zweifel wie die Geschwindigkeiten, die sie gleichen Massen in gleichen Zeiten mittheilen. Wenn demnach die Beschleunigung der Schwere $=\alpha$, die Beschleunigung der Kraft V aber $=A$ ist, so hat man $\alpha : A = 2gt : 2Gt = g : G$, weil t einerley ist. Sind nun s und S die Wege, welche die Masse entweder von der Schwere oder der Kraft V getrieben in der Zeit t durchläuft; so ist $s = gtt$, $S = Gtt$, also auch $s : S = g : G$. Daher verhalten sich die Beschleunigungen der Schwere und der Kraft V, wie die Wege, durch welche einerley Masse entweder von der Schwere, oder der Kraft V getrieben, in einerley Zeit fortrücken würde.

9. §.

Diese Vergleichung der Beschleunigungen zwoer Kräfte hat sehr viele Aehnlichkeit mit der Vergleichung der Geschwindigkeiten zwoer Massen, die sich gleichförmig bewegen. Man hat von der Beschleunigung einer bewegenden Kraft einen bestimmten Begrif, wenn man weis, wie weit eine gegebene Masse wegen der Wirkung dieser Kraft in einer bestimmten Zeit, z. E. einer Secunde fortrückt. Dieser zurückgelegte Weg ist eigentlich die Beschleunigung selbst nicht. Allein wenn die Acceleration einer solchen Kraft = 1 gesetzt wird, vermöge welcher eine Masse in der ersten Secunde einen Fuß fortgetrieben wird; so wird die Acceleration einer andern Kraft 2mal, 3mal größer seyn, u. s. f. welche dieselbe Masse in einer Secunde 2 Fuß, 3 Fuß weit forttreibt. Deswegen werde ich hier durch die Beschleunigung einer Kraft V, die eine gegebene Masse wie die Schwere gleichförmig beschleuniget, den Weg verstehen, durch welchen diese Masse, wegen Wirkung der Kraft V in einer Secunde fortrückt.

Wenn also G die Beschleunigung ist, und s der in der Zeit t von der Masse zurück gelegte Weg, so hat man $G = \frac{s}{tt}$.

10. §.

Dafern die Bewegung einer Masse A, worauf die Kraft V wirkt, von einem Widerstande gehemmet wird, so wird die Kraft V diese Masse gegen den Widerstand auf eine ähnliche Art pressen, wie die Schwere diese Masse gegen einen solchen Widerstand pressen würde. Dieser Druck sey nun so stark als er wolle, so wird man ihn doch allemal mit einem gewissen Gewicht vergleichen können, d. i. mit dem Druck einer gewissen schweren Masse, die auf einer horizontalen Tafel ruhig liegt. Es wird sich ein Gewicht angeben lassen, das die Tafel eben so stark preßt.

11. §.

Eine Kraft V treibt die Masse A nach der Richtung Aa, und eine andre Kraft W treibt eben die Masse A zugleich nach der grade entgegen gesetzten Richtung Aα. Wenn nun die Beschleunigungen beyder Kräfte gleich sind, so bleibt die Masse A in Ruhe. Denn beyde Kräfte würden der Masse A in gleichen Zeiten gleiche und entgegen gesetzte Geschwindigkeiten mittheilen, also kann A gar nicht in Bewegung kommen.

Dafern also zwo Kräfte gleiche Massen gleich stark beschleunigen, so werden sie diese Massen gegen einen Widerstand, der die Bewegung gleich im Anfang hemmet, gleich stark pressen. Der Widerstand thut dasselbe, was jede dieser Kräfte thun würde, wenn sie der andern entgegen gesetzt wäre. Es ist aber offenbar, daß diese Kräfte gegen einander gleich stark drücken.

12. §.

Ungleiche Massen werden von der Schwere gegen einen Widerstand ungleich stark gepreßt, und zwar so, daß der Druck den Massen proportional ist, ob sie gleich bey wirklich erfolgter Bewegung in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeiten erlangen. Auch dies gilt allgemeiner von jeder Kraft, die gleiche Massen gleich stark beschleuniget. **Wenn auf ungleiche Massen solche Kräfte wirken, und die Bewegung durch einen Widerstand gehemmet wird, so verhalten sich die Pressungen, wie die Massen.** Diese ungleichen Massen aber, wenn sie nicht gehindert werden, erlangen in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeiten.

13. §.

Wenn die Beschleunigungen der Kräfte V und W nach den Richtungen Aa und Aα im 11. §. nicht gleich sind, wenn V der Masse A in einer Secunde oder jeder andern Zeit eine größere Geschwindigkeit mittheilt, als W eben der Masse in eben der Zeit mitzutheilen vermögend ist, **so kann A nicht in Ruhe bleiben.** Die Kraft W vermindert nur die von V gewirkte Geschwindigkeit, und die Masse A erlangt in jedem Augenblick eine Geschwindigkeit, die so groß ist, als der Ueberschuß der größern Geschwindigkeit über die kleinere.

Diese Kräfte also werden die Masse A ungleich stark pressen. Und hieraus folgt, wie im 11 §., **wenn zwo Kräfte gleiche Massen ungleich stark beschleunigen, so pressen sie diese Massen gegen einen Widerstand, der die Bewegung hemmet, ungleich stark, und zwar diejenige stärker, welche stärker beschleuniget.**

14. §.

Wenn demnach die Masse A von zwoen Kräften nach entgegen gesetzten Richtungen getrieben wird, und die Masse bleibt in Ruhe; oder welches einerley ist: wenn zwo Kräfte die Masse A nach entgegen gesetzten Richtungen gleich stark drücken, so sind die Accelerationen beyder Kräfte gleich groß, d. i. die Geschwindigkeiten würden gleich seyn, die jede Kraft für sich dieser Masse in einerley Zeit mittheilen würde: auch würden die Räume gleich seyn, durch welche die Masse A in einerley Zeit entweder nach der einen oder der andern Richtung fortgehen würde.

Es fließt hieraus die fernere Folge: wenn zwo Kräfte gleiche Massen gleich stark gegen einen Widerstand pressen, so theilen sie diesen Massen gleiche Accelerationen mit, wenn der Widerstand gehoben wird.

Wenn aber zwo Kräfte gleiche Massen ungleich stark drücken, so wird der stärkere Druck stärker, der schwächere weniger beschleunigen.

15. §.

Der Satz des 12. §. ist auch umgekehrt wahr. Wenn zwo Massen ungleich sind, auf beyde aber solche Kräfte drücken, die den Massen proportional sind, so daß gleiche Theilchen dieser Massen gleiche Pressungen leiden, so erlangen diese Massen, wenn sie nicht gehindert werden, in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeiten.

16. §.

Es sey DE eine ebene horizontale Tafel, auf derselben liegt die Masse A, und ihr Gewicht ist = P. Würde die Tafel plötzlich

lich weggenommen, so würde A in der ersten Secunde um die Tiefe $Aa = g = 15, 625$ Rh. Fuß sinken, und in a die Geschwindigkeit $k = 2g$ erlangt haben. Es sey B eine andre Masse ohne Schwere, die der Masse A gleich ist. Eine Kraft V drücke diese Masse ebenfalls senkrecht gegen DE, so muß B gleichfalls vertical herunter sinken, wenn DE weggenommen wird. Wenn nun V die Masse B gleichförmig beschleuniget, B aber am Ende der ersten Secunde bis b kömmt, und daselbst die Geschwindigkeit $c = 2k$ erlangt, so ist $Bb = 2Aa$ (8. §.) $= 2g$. Aber in eben diesem Fall ist auch $V = 2P$. Dies letztere will so viel sagen: **So lange die horizontale Tafel *DE* die Bewegung hemmet, wird *V* die Masse *B* gegen *DE* doppelt so stark drücken, als die natürliche Schwere eine eben so grosse Masse A gegen gegen *DE* drückt.**

Beweis. Ein Druck, der $= P$ wäre, aber A nach entgegen gesetzter Richtung $A\alpha$ preßte, würde A in Ruhe erhalten. Aber ein Druck $= P$, der B nach entgegen gesetzter Richtung $B\beta$ preßt, hält B nicht in Ruhe. Er würde der Masse B in der Zeit t die Geschwindigkeit $c - k$ (13. §.) $= k$ mittheilen. Nun wird B gegen DE mit einer Kraft $= V - P$ gepreßt, und es ist soviel, als wenn B das Gewicht $V - P$ hätte. Weil dieser Druck der Masse B in der Zeit t nach gehobenem Widerstande die Geschwindigkeit k, und P einer eben so grossen Masse A in eben der Zeit eben die Geschwindigkeit mittheilt; so ist $V - P = P$, (11. §.) folglich $V = 2P$.

17. §.

Wenn die übrigen Voraussetzungen bleiben, aber *B* am Ende der ersten Secunde die Geschwindigkeit $3k$ erlangte, so ist $V = 3P$.

Be-

Beweis. Ein Druck $= P$, der die Masse B nach entgegen gesetzter Richtung Bβ treibt, vermindert wie vorhin den Druck V, so daß B nach Bb nur mit der Gewalt $V - P$ gepreßt wird. Eben die Masse B aber erlangt in der Zeit t die Geschwindigkeit $3k - k$ (13. §.) $= 2k$, also ist $V - P = 2P$ (16. §.) und $V = 3P$.

18. §.

Man siehet leicht, daß aus diesem Satz wieder folge, wenn B am Ende der ersten Secunde die Geschwindigkeit $4k$ erlangte, daß $V = 4P$ seyn müßte. Ueberhaupt aber erhellet daraus die Richtigkeit dieses Satzes: **Dafern $V = nP$ seyn muß, wenn B von V getrieben die Geschwindigkeit nk erlangte; so muß $V = (n+1)P$ seyn, wenn B die Geschwindigkeit $(n+1)k$ in einer Secunde erlangen würde.**

Es ist also allgemein wahr: wenn V der Masse B in der ersten Secunde die Geschwindigkeit nk mittheilt; so ist $V = nP$, oder, wenn der Kraft V Beschleunigung $= n$ g ist, so ist $V = nP$.

19. §.

Wenn eine Kraft V die Masse B gleichförmig beschleunigt, und das Gewicht einer schweren eben so grossen Masse A ist $= P$; so verhält sich $V : P$ wie die Beschleunigung der Kraft V zur Beschleunigung der Schwere.

Beweis. Die Beschleunigung der Schwere sey, wie bisher, $=$ g und die Beschleunigung der Kraft V sey $=$ G. Verhält sich nun $G : g = m : n$, so daß m und n ein paar ganze Zahlen sind, so ist $mg = nG$. Wenn aber eine Kraft X eine Masse $=$ A bewegt, und ihre Beschleunigung $= m$ g ist, so ist $X = mP$ (18. §.)

18. §.) Und wenn eine Kraft Y eine eben so grosse Masse B bewegt, ihre Beschleunigung aber $= n\,G$ ist; so ist $Y = n\,V$. (18. §.) Da nun $m\,g = n\,G$ war, so wird $X = Y$ (11. §.) folglich $m\,P = n\,V$, und $V : P = m : n$, oder $V : P = G : g$. So erhellet die Richtigkeit des Satzes, wenn das Verhältniß $G : g$ ein Rationalverhältniß ist. Daraus läßt sich aber leicht schließen, daß eben dasselbe noch wahr seyn müsse, wenn gleich $G : g$ ein Irrationalverhältniß wäre.

Es sey $G : g > m : n$ und $G : g < m + 1 : n$, so werden sich diese Gränzen, zwischen welchen das Verhältniß $G : g$ fällt, nach Gefallen verengern lassen. Nun mag man diese Gränzen einander so nahe rücken, als man will, so wird allemal das Verhältniß $V : P$ zwischen eben den Gränzen enthalten seyn. Ist nämlich $G > \frac{m}{n}\,g$ und $G < \frac{m+1}{n}\,g$, so ist zugleich $V > \frac{m}{n}\,P$ und $V < \frac{m+1}{n}\,P$, wie groß auch m und n genommen werden. Denn vermöge des geführten Beweises sind $\frac{m}{n}\,g$ und $\frac{m+1}{n}\,g$ die Beschleunigungen der Kräfte $\frac{m}{n}\,P$ und $\frac{m+1}{n}\,P$. Wäre aber einmal $V < \frac{m}{n}\,P$, so wäre $G < \frac{m}{n}\,g$, und wenn einmal $V > \frac{m+1}{n}\,P$ wäre, so müßte $G > \frac{m+1}{n}\,g$ seyn (14. §.) beydes gegen die Voraussetzung. Also ist auch in diesem Fall $G : g = V : P$.

20. §.

Die Proportion $V : P = G : g$ läßt sich auch so ausdrücken $\frac{V}{P} : 1 = G : g$. Wenn man demnach die Beschleunigung der Schwere als die Einheit betrachtet, und mit derselben die Beschleunigung einer jeden andern Kraft vergleicht, so kann man $G = \frac{V}{P}$. setzen, und dies giebt die gewöhnliche Regel.

Man findet die Beschleunigung einer Kraft *V*, welche die Masse *B* bewegt, wenn man diese Kraft durch das Gewicht einer Masse, die eben so groß als *B* ist, dividirt.

Dieser Quotient giebt also nicht eigentlich die Beschleunigung der Kraft V in dem Verstande des 9. §, er drückt vielmehr nur aus, wieviel mal die Beschleunigung der Kraft V größer oder kleiner als die Beschleunigung der Schwere sey.

Weil die Massen verschiedener Körper sich wie ihre Gewichte verhalten, und man die Größe der Masse eines Körpers nicht anders als dadurch ausdrücken kann, daß man anzeigt, wie groß sein Gewicht nahe an der Erdfläche seyn würde; so drückt man die erwiesene Regel auch auf die Art aus: **man müße die Stärke des Drucks *V* durch die Masse *B* dividiren.** Man kann der Kürze wegen diese Sprache beybehalten, in der That aber muß nothwendig das Gewicht der Masse B verstanden werden; und wenn man die Größe der Masse B auf andre Art als durch ihr Gewicht ausdrücken könnte, und wirklich ausdrückte, so würde $\frac{V}{B}$ die Beschleunigung der Kraft V nicht ausdrücken, es wäre denn, daß man statt V ebenfalls eine Masse setzte, die das natürliche Gewicht V hätte. Wenn V durch ein eben so grosses Gewicht P ausgedrückt ist, und M das Gewicht der Masse B an der Oberfläche der Erde seyn würde, so ist bekannt, daß P die absolute Größe der bewegenden Kraft V, und $\frac{P}{M}$ ihre Beschleunigungsgröße genannt werde.

21. §.

Die absolute Größe der beständigen Kraft P ist gegeben, welche die Masse M treibt, man sucht die Größe des Weges s, welchen M in der Zeit t zurück leget, nebst ihrer Geschwindigkeit c nach verflossener Zeit t.

Aufl. Wenn G die Beschleunigung der Kraft P ist, so hat man $s = G\,tt$, (9. §.) und $G = \frac{gP}{M}$ (20. §.) also $s = \frac{gP}{M}\,tt$. Ferner ist $c = 2\,G\,t = \frac{2\,g\,P}{M}\,t$.

Ungleichförmig beschleunigende Kräfte.

22. §.

Es sey die Masse M, welche die veränderliche Kraft P treibt, in der Zeit t durch den Weg AP fortgegangen, und rücke in dem folgenden Zeittheilchen T um das Stück $P\pi$ weiter. Dafern nun die Kraft P in dem Augenblick, da die Masse M in P ankömmt, überall aufhörte zu wirken, so würde dennoch die Masse M einen Theil PQ dieses Weges mit der in P schon erlangten Geschwindigkeit gleichförmig durchlaufen haben, und es ist $Q\pi$ eigentlich der Weg, den die Masse wegen fortdaurender Wirkung der Kraft in der Zeit T noch zurück leget. Wäre die Kraft P während der ganzen Zeit T von eben der Größe geblieben, die sie im Anfang der Zeit T, oder am Ende der Zeit t hatte, so wäre die Masse M in dieser Zeit zwar weiter als Q bis p vorgerückt, und dann wäre $\frac{Qp}{TT}$ ihre Beschleunigung in dem Verstande des 9. §. Allein es ist nun $Q p$ nicht mit $Q \pi$ einerley, weil sich P während der Zeit T verändert hat. Dafern die Kraft P in der Zeit T größer geworden ist, so ist $Q \pi > Q p$, widrigenfalls aber $Q \pi < Q p$. So wie nun bey der ungleichförmigen Bewegung durch die Geschwindigkeit des bewegten Körpers für einen gegebenen Zeitpunct derjenige Weg verstanden wird, den die Masse in der folgenden Secunde durchlaufen würde, wenn die Bewegung von jetzt an sich nicht weiter änderte, und von diesem Augenblick an der Körper bloß vermöge seiner Trägheit fortgienge; so soll hier durch die **Beschleunigung einer veränderlichen Kraft** P für einen gegebenen Zeitpunct derjenige Weg verstanden werden, durch welchen die Masse in der folgenden Secunde weiter als wegen der Trägheit allein fortrücken würde, wenn während dieser Zeitsecunde die Kraft P eben so groß bliebe, als sie im Anfang derselben war. In diesem Verstande wäre also $\frac{Q p}{TT}$ die Beschleunigung der veränderlichen Kraft P für den letzten Augenblick der Zeit t.

23. §.

Es ist eine Gleichung zwischen t und s gegeben, wenn s den Weg bedeutet, den die Masse M, die von der veränderlichen Kraft P getrieben wird, in der Zeit t zurück leget: man sucht die Geschwindigkeit der Masse M nebst der Beschleunigung der Kraft P für jede gegebene Zeit t.

Aufl. Es sey $AP = s$ der in der Zeit t zurück gelegte Weg, und in dem folgenden Zeittheilchen $\triangle t$ sey M von P nach π gerückt, so ist s um das Stück $P\pi = \triangle s$ angewachsen, indem die Zeit t um $\triangle t$ größer geworden ist. Die in P erlangte Geschwindigkeit sey $= c$, und die in π erlangte Geschwindigkeit $= c'$ so ist $c' > c$. Wenn nun PQ der Weg ist, den die Masse M in der

Zeit

Zeit $\triangle t$ mit der Geschwindigkeit c gleichförmig zurück legen würde, so ist $c = \frac{PQ}{\triangle t}$. Aber $PQ < P\pi$ also ist $c < \frac{\triangle s}{\triangle t}$. Hätte die Masse M in P schon die Geschwindigkeit c' und wäre in der Zeit t von P nach q gleichförmig fortgegangen, so müßte $Pq > P\pi$ seyn, und es wäre $c' = \frac{Pq}{\triangle t}$, also $c' > \frac{\triangle s}{\triangle t}$. Zwischen diesen Gränzen c und c' ist also $\frac{\triangle s}{\triangle t}$ allemal enthalten, wie klein auch $\triangle t$ genommen wird. Beyde Gränzen nähern sich einander desto mehr, je mehr $\triangle t$ abnimmt, und werden gleich groß, wenn $\triangle t$ verschwindet. Folglich wird $c = \frac{ds}{dt}$.

In dem Augenblick, da die Masse M in P ankömmt, sey die Kraft, welche diese Masse beschleuniget, $= P$, und weil sich diese Kraft, während der Zeit $\triangle t$ ändert, so sey sie $= P'$ am Ende der Zeit $\triangle t$, in dem Augenblick, da M in π ankömmt. Wenn nun diese Kraft während der Zeit $\triangle t$ keine Aenderung litte, so würde die Geschwindigkeit c in der Zeit $\triangle t$ um das Stück $\frac{2gP}{M}\triangle t$ wachsen (21. §.). Nimmt man aber an, daß P während der Zeit $\triangle t$ wächst, also $P' > P$ ist, so erhellet, daß $\frac{2gP}{M}\triangle t$ kleiner sey, als dasjenige Stück, um welches c in der Zeit $\triangle t$ wächst. Wird nun c' aus c, indem $t + \triangle t$ aus t wird, so ist $c' - c = \triangle c$ eigentlich dasjenige, um welches c während der Zeit $\triangle t$ grösser wird, und es ist $\triangle c > \frac{2gP}{M}\triangle t$, oder $\frac{\triangle c}{\triangle t} > \frac{2gP}{M}$.
Wäre die bewegende Kraft im Anfange der Zeit $\triangle t$ schon $= P'$ gewesen, und hätte sich während dieser Zeit $\triangle t$ nicht geändert, so

wäre c um das Stück $\frac{2gP'}{M}\Delta t$ gewachsen, und es erhellet, wie vorhin, daß $\Delta c < \frac{2gP'}{M}\Delta t$ oder $\frac{\Delta c}{\Delta t} < \frac{2gP'}{M}$ sey. Beyde Gränzen, zwischen welchen das Verhältniß $\frac{\Delta c}{\Delta t}$ fällt, nähern sich einander, wenn Δt abnimmt, und gehen zusammen, wenn Δt verschwindet. Daher ist des Verhältnisses $\frac{\Delta c}{\Delta t}$ Gränze $\frac{dc}{dt} = \frac{2gP}{M}$, und die gesuchte Beschleunigung $\frac{P}{M} = \frac{dc}{2g\,dt}$.

Wenn $P' < P$ wäre, also P während der Zeit Δt abnehme, so würde sich in diesen Schlüssen nichts weiter als der Umstand ändern, daß $\Delta c < \frac{2gP}{M}\Delta t$ und $\Delta c > \frac{2gP'}{M}\Delta t$ seyn müßte. Uebrigens würde daraus eben so wie vorhin $\frac{dc}{dt} = \frac{2gP}{M}$ folgen.

Vom Maas der Kräfte.

24. §.

Wenn es wahr ist, daß auf die Gleichungen des 21 und 23 §. die ganze Mechanik beruhet, so muß auch die Frage, **wie ein paar bewegende Kräfte sich gegen einander verhalten?** aus den bisher vorgetragenen Gründen zulänglich beantwortet werden können. Sind die Kräfte veränderlich, so kann man nur fragen, wie sie sich für einen gegebenen Zeitpunct gegen einander verhalten, und denn ist es eben soviel, als wenn man ein paar beständige Kräfte mit einander vergleicht, so daß die ganze

Ver-

Vergleichung aus dem 21. §. folgt. Es ist soviel, als ob man fragt, wie stark die Kräfte in diesem Augenblick die bewegte Masse gegen einen Widerstand, der von jetzt an die Bewegung hemmete, pressen würden, wenn der Masse in eben dem Augenblick alle schon erlangte Geschwindigkeit genommen wäre. Diese Pressungen verhalten sich, wie die Bewegungen, so die Kräfte ihren Massen in gleichen Zeiten mittheilen würden. Weil nämlich $Mc = 2gPt$, so verhält sich P wie Mc, wenn t einerley ist, und ich sehe nicht ab, daß man einer weitern Vergleichung bewegender Kräfte in der Mechanik bedürfe. Der bekannte ehedem über das Maas der Kräfte so hitzig geführte Streit hat auf die Wissenschaft selbst nach ihrem gegenwärtigen Zustande so wenig Einfluß, daß ich kein Wort davon erwähnen würde, wenn nicht bisher noch fast in allen Handbüchern der Mechanik und Physik die Sache berührt würde. Eben daher werde ich mich auch in keine weitläuftige Prüfung der gegenseitigen Gründe einlassen, sondern nur einige allgemeine Erinnerungen beyfügen, die der Sache vieleicht mehr Licht geben werden, als ich bey den meisten hieher gehörigen Schriftstellern finde.

25. §.

Weil ein jeder bewegter Körper eine Ursache neuer Bewegungen andrer Körper werden, und ihre Bewegungen auf mancherley Art verändern kann; so hat man fast beständig diese Sache so betrachtet, als wenn demselben eine besondere Kraft eigen wäre. Man hielt davor, diese Kraft des Körpers sey desto grösser, je grösser seine Masse und Geschwindigkeit ist, und setzte daher fest, daß die Kräfte solcher Körper sich wie die Producte der Massen in ihre Geschwindigkeiten verhalten müssen. Man verglich also die sogenannten Kräfte zweener Körper deren Massen

M,

M, *m*, und Geschwindigkeiten C, *c*, sind so, wie nach aller Geständniß ihre Bewegungen verglichen werden müssen, und setzte das Verhältniß dieser Kräfte = MC : *mc*.

26. §.

Hiebey ist nun gleich anfangs zu bemerken. daß man schwerlich deutlich werde anzugeben wissen, was das Wort **Kraft** hier recht heißen solle. Sieht man die Geschwindigkeiten C, *c*, womit die Massen M, *m*, jetzt fortgehen, als solche an, die von bewegenden Kräften in gleichen Zeiten den Massen mitgetheilt sind, so hat es seine Richtigkeit, daß diese bewegenden Kräfte sich wie MC : *mc* verhalten. Allein dies sind alsdenn nicht **Kräfte der bewegten Massen**, sie müssen wenigstens in Gedanken davon unterschieden, und die Massen als der leidende Theil betrachtet werden. Man wird antworten: eben dadurch, daß die Masse in Bewegung gesetzt worden, sey ihr auch eine Kraft mitgetheilt, und diese in der Masse nun hervorgebrachte Kraft sey dem MC proportional. In der That aber gründet sich diese Vorstellung auf einen ganz verwirrten Begrif dessen, was in der Mechanik eigentlich Kraft heissen soll. Sie ist von Redensarten des gemeinen Lebens hergenommen, die nicht allemal der Sache selbst genau angemessen sind. Vermöge der sonst allgemein angenommenen ersten Grundsätze der Mechanik kann man einer Masse, die mit der Geschwindigkeit C gleichförmig fortgehet, so wenig eine eigentlich sogenannte bewegende Kraft zuschreiben, so wenig man sie der ruhenden Masse beylegt. Will man aber der bewegten Masse deßwegen eine Kraft zuschreiben, die noch in etwas anders, als in der blossen Trägheit bestehen soll, weil sie den Zustand der Bewegung andrer Körper ändern kann, so muß man aus eben der Ursache der ruhenden Masse gleichfalls eine Kraft beylegen.

Denn

Denn die ruhende Masse kann so gut den Zustand der Bewegung andrer Massen ändern, als es die bewegte thun kann. Zwar redet man im gemeinen Leben so, die bewegte Masse M stosse die ruhende N fort, oder M setze N in Bewegung: allein wenn man die Sache nach richtigen Begriffen beurtheilen will, so muß man wegen dieser Redensarten nicht in der Masse M allein die Ursache der in N hervorgebrachten Bewegung suchen, sondern vielmehr in beyden zugleich, weil beyde undurchdringlich sind. Und warum soll denn die ruhende Masse N nicht auch eine Kraft haben, da sie doch die Bewegung der Masse M verändert, und eben das, was die Schwere thut, wenn ein Körper aufwärts geworfen wird. Wäre N, wie der geometrische Raum durchdringlich, so wäre N nicht in Bewegung gekommen, und M hätte seine Bewegung ungeändert behalten. H. Euler macht in den Memoires de Berlin. A. 1745. p. 21. u. f. eben diese Erinnerungen.

27. §.

Wer inzwischen MC bewegende Kraft nennen will, der hat seine Freyheit, er nennt das **bewegende Kraft**, was eigentlich **Bewegung** heißen sollte. Man hätte vieleicht diese Redensart, wie manche andre ebenfalls nicht so ganz genau richtige, in der Mechanik beybehalten, wenn nicht der H. v. Leibniz darauf verfallen wäre, diese sogenannten bewegende Kräfte auf eine andre Art zu vergleichen, die sich aber doch noch immer auf die Vorstellung gründet, als ob man einem bewegten Körper vorzüglich eine bewegende Kraft zuschreiben müsse, die ein ruhender nicht hat. Man weis, daß nach seiner Lehre das Verhältniß der Kräfte zweener bewegter Körper $= MC^2 : mc^2$ seyn soll, und sein Beweis, womit er in den A. E. des Jahrs 1686. dies zu bestättigen suchte, ist bekannt. Er sieht die Höhen, auf welche vertical aufwärts geworfene Körper steigen, als die Wirkungen, und die bewegten Körper als die Ursachen dieses Steigens auf eine gewisse Höhe an. Bey gleichen Massen sollen sich die Kräfte der Körper wie diese Höhen, und bey gleichen Höhen, wie die Massen verhalten, da es denn seine Richtigkeit hat, daß die Höhen, auf welche die Massen steigen, den Quadraten der Geschwindigkeiten proportional sind, womit sie zu steigen anfangen. Allein es ist nicht abzusehen, warum der Körper deßwegen, weil er diese oder jene Höhe erreicht, eine ihm eigene Kraft besitzen soll. Der Körper steigt vermöge seiner Trägheit, so wie ein ruhender Körper vermöge seiner Trägheit ruhet, und außerdem ist so wenig in dem bewegten, als in dem ruhenden Körper etwas, daß den Namen einer Kraft verdiente.

28. §.

Wenn diese Erinnerungen ihre Richtigkeit haben, so ist die leibnitzische Eintheilung der Kräfte in todte und lebendige A. E. Apr. 1695. p. 149. ganz unverständlich. Körper, die bloß drücken, wie Gewichte, die unterstützt sind, gespannte Federn, u. s. w. sollen eine todte Kraft, bewegte Körper eine lebendige Kraft besitzen, da denn seine Vergleichung von den letztern eigentlich gelten soll. Allein ein bloß drückender schwerer Körper drückt ja nach den sonst allgemein angenommenen Begriffen nicht selbst, sondern das was drückt, muß wenigstens in Gedanken von dem Körper unterschieden werden. Es ist wenigstens etwas anders, als was man sonst Trägheit nennt. Fällt das Hinderniß weg, was den Druck aufhält, so ist wiederum der Körper nicht selbst dasjenige, was ihn bewegt. Eben das, was vorhin drückte, ist zugleich dasjenige, was den Körper nun bewegt. Hört dies einmal auf, den Körper weiter zu beschleunigen, so behält zwar der Körper die letzte Geschwindigkeit, und geht damit vermöge seiner Trägheit gleichförmig fort. Allein man muß nun billig

wei-

weiter fragen, was denn überdem in den Körper hinein gekommen sey, das den Namen einer lebendigen Kraft verdiene? Soll es das Vermögen seyn, den Zustand eines andern Körpers zu ändern, so hat dies der ruhende Körper auch, und es ist dem bewegten nicht allein eigen.

29. §.

Soll die Eintheilung der Kräfte in todte und lebendige noch einigermassen verständlich seyn, so wäre am natürlichsten zu glauben, daß Leibniz durch die **lebendige Kraft** eine wirksame und thätige Kraft, etwas, das wirklich Bewegungen verursacht, verstanden wissen wolle; oder recht metaphysisch zu reden: eine vim agentem, in actu secundo constitutam, und daß **todte** Kraft soviel heißen solle, als vis non agens, vis in actu primo constituta. Fast alle Schriftsteller, sie mögen für oder wider Leibnitzen geschrieben haben, erklären sich auch über diese Eintheilung so, und ich muß gestehen, daß, wie mir deucht, die eigene Leibnitzische Erklärung im Specim. Dyn. a. a. O. p. 149. nicht wohl anders verstanden werden könne. Indessen erklärt sich doch Joh. Bernoulli, der eifrigste Vertheidiger des H. v. Leibniz, darüber ganz anders. Er verstehet durch lebendige Kraft ein blosses **Vermögen** zu handeln, folglich eine vim non agentem, in actu primo constitutam. Dies sagt Bernoulli, selbst in der Diss. de vera notione virium vivarum §. III. Oper. T. III. p. 240. wenn er sich so ausdrückt: Hinc patet, vim *vivam* (quæ aptius vocaretur *facultas agendi*, Gallice *le pouvoir*) esse aliquid reale &c. und eben daselbst im 1. §. vis viva non consistit in actuali exercitio, sed in *facultate agendi*. Diese Erklärung giebt der Streitfrage einen ganz andern Sinn, als die meisten Schriftsteller zum Grunde setzen. Hat Bernoulli die eigentliche Meinung des H. v. Leibniz getroffen, so hätte Leibniz nicht sagen sollen: vis mortua *est* sollicitatio ad motum, sondern vielmehr so, sollicitatio ad motum gignit vim mortuam, und von der vi viva hätte es heißen müssen: est vis cum motu actuali genita. Die todte Kraft ist nun eigentlich gar keine oder vielleicht besser mit Leibniz und Bernoulli zu reden, ein unendlich kleines Vermögen den Zustand andrer Körper zu ändern. Es ist nicht mit dem Druck einerley, sondern es ist etwas, das der Druck als einen Effect hervorbringt. Wenn nun Leibniz ferner sagt: vis est viva ex infinitis vis mortuæ impressionibus nata, so muß man diese Worte so verstehen: wenn nach gehobenem Hinderniß das, was vorhin drückte, z.E. die Schwere, eine Masse wirklich bewegt, so setzt die Schwere in jedem folgenden Augenblick in die Masse ein neues unendlich kleines Vermögen hinein, welches denn in endlicher Zeit ein endliches Vermögen, d. i. die vim vivam erzeuget. Druck und vis mortua sind hier also wie Ursache und Effect unterschieden. Daher hätte Leibniz, seinem eigenen Sinn gemässer seine Worte so fassen müssen: vis est viva ex infinitis viribus mortuis impressis nata. Ich glaube, daß diese Vorstellung wenigstens den Begriffen völlig gemäß sey, die Joh. Bernoulli von der Sache hatte. Er sagt im Discours sur le mouvement Chap. III. Def. II. là *forçe morte* est celle, que reçoit un corps sans mouvement, lorqu' il est sollicité & pressé de se mouvoir &c. Oper. T. III. p. 23. Also ist die pression die Ursache, und die forçe morte die Wirkung. Das schlimste ist, daß Bernoulli so wenig als andre bey einerley Art sich zu erklären geblieben sind. In der Abhandlung de vera notione vir. viv. §. IV. redet er wieder so, als wenn vis mortua und pressio völlig einerley seyn soll. Doch die Schriftsteller, welche auf diesen Unterscheid so sehr dringen, mögen es selbst ausmachen, was die vis mortua eigentlich seyn solle. So viel ist gewiß: nach der Bernoullischen Erklärung der vis vivæ

heißt

heißt die Frage, wie verhält sich die lebendige Kraft einer Masse M zur Kraft der Masse N? eigentlich soviel: Wieviel kann M mehr oder weniger als N ausrichten? Wenn man nun die Höhen, worauf vertical aufwärts geworfene Körper steigen können, die Tiefe der Löcher, welche frey herabfallende Körper in weichen Thon schlagen können, die Anzahl elastischer Federn, welche sie zusammen pressen können, u. s. w. für dasjenige annimmt, was diese den Massen zugeschriebene Facultates ausrichten können; so muß freylich das Verhältniß $MC^2 : mc^2$: daraus folgen. Aber denn ist nicht abzusehen, warum ruhende, ja völlig unbewegliche Körper nicht eben so eine lebendige Kraft besitzen sollen. Man verwechsle die Umstände mit den fallenden harten Kugeln in weichen Thon. Man lasse eine weiche Kugel gegen einen vertical stehenden harten cylindrischen oder prismatischen Pflock fallen, der in Vergleichung mit der Größe der Kugel eine geringe Dicke hat, so wird die Kugel auf demselben, wie auf einem Spieß stecken bleiben. Hat dieser Pflock nicht auch das Vermögen in die anschlagende Kugel ein Loch von bestimmter Tiefe zu bohren, oder ist die Kugel allein die Ursache dieses Erfolges, ohne daß der Widerstand des Pflocks Antheil daran hat? Ich finde bey den harten in weichen Thon schlagenden Kugeln nichts, was in dem Verstande **Kraft** heißen kann, in welchem dies Wort in der Mechanik sonst gebraucht wird, wenn ich ihnen in dem Augenblick der ersten Berührung die Schwere nehme, (wie hier geschehen muß, da die vermeinte Kraft nun in dem Körper wegen der letzten Geschwindigkeit schon befindlich seyn, und die Schwere nicht mehr in Betracht kommen soll). Sie dringen vermöge ihrer Trägheit in den Thon hinein, und der **Druck**, welcher in jedem Augenblick durch die Berührung der folgenden Theile entstehet, vermindert die Bewegung der Kugeln so, wie die Schwere die Bewegung steigender Körper.

30. §.

Wenn nun dies alles, wie ich glaube, seine Richtigkeit hat, so weis ich nicht, ob ich irre, wenn ich behaupte, daß die statische Theorie von Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte überall bey dieser Streitigkeit sehr übel angebracht sey. Diese Lehre läßt sich nur da anwenden, wo von Pressungen die Rede ist, and das sollen die lebendigen Kräfte wenigstens nach der Bernoullischen Erklärung nicht seyn. Es ist gewiß sehr sonderbar, wenn die Diagonale und Seitenlinien eines Parallelograms facultates agendi vorstellen, und die letztern so verglichen werden sollen, wie man Pressungen vergleicht. Daher fällt alles von selbst weg, was aus dieser Theorie sowohl für als wider das leibnitz-bernoullische Kräftenmaas ist geschlossen worden. Ich kenne in der ganzen Statik und Mechanik keine andre Kräfte, als Pressungen, die entweder durch Hindernisse aufgehalten werden, oder die Massen, welche sie pressen, wirklich bewegen, und deren Natur in beyden Fällen einerley ist und bleibt. Aus diesen Begrifen, und dem, was **Trägheit** heißt, läßt sich die ganze Mechanik unvergleichlich herleeiten, und so viel ich einsehen kann, kömmt die ganze hier herrschende Verwirrung darauf an. Von einer **mechanischen Kraft** haben wir einen bloß sinnlichen Begrif, so wie z. E. von einer graden Linie. Daher können wir aus diesem Begrif eigentlich nichts schließen, wir müssen vielmehr die ersten Grundsätze der gesammten Mechanik, so gut wie die ersten geometrischen Grundsätze aus sinnlichen Empfindungen hernehmen. **Druck, Zug, Stoß**, sind die Wörter, die wir im gemeinen Leben da gebrauchen, wo eigentlich von einer bewegenden Kraft die Rede ist, und dies ist allemal etwas **thätiges**. Wir brauchen aber das Wort Kraft auch in unzähligen andern Fällen, wo es ein blosses **Vermögen** bezeichnet. Wir schreiben Geistern

Kräfte

Kräfte zu, dem einen eine größere, dem andern eine kleinere, wenn der eine mehr thun kann als der andre. Diese Kräfte kennen wir noch weniger, als die mechanischen, wir haben eigentlich, wenn wir es aufrichtig heraus sagen wollen, gar keinen Begrif davon. Diese Art Kräfte hat man mit den mechanischen unter ein genus bringen, und auf ähnliche Art, wie die mechanischen Kräfte vergleichen wollen. So etwas, das in diesem so sehr allgemeinen Verstande Kraft heißen soll, hat man einem bewegten Körper auch zugeschrieben. Dies heißt aber, den metaphysischen Begrif einer Kraft mit dem mechanischen verwirren, und die Mechanik in eine eben so dunkle Wissenschaft verwandeln, als viele metaphysische Systeme sind.

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1773

Band/Volume: 8-1773

Autor(en)/Author(s): Karsten Wenceslaus Johann Gustav

Artikel/Article: Versuch eines evidenten Beweises der allgemeinen mechanischen Grundsätze 148-175