Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/

Über den

# Einfluss der Bewegung

des

## Fortpflanzungsmittels

auf die

## Erscheinungen der Äther-, Luft- und Wasserwellen.

---

Ein weiterer Beitrag zur allgemeinen Wellenlehre

von

**Christian Doppler,**

o. ö. Professor der Mathematik und praktischen Geometrie, d. z. Director und ordentlichem Mitgliede der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften.

**Mit 3 Tafeln, auf welchen 12 Figuren.**

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/

## §. 1.

»Wenn eine Wellenquelle und ein Beobachter derselben ihren absoluten Ort im Raume nicht ändern, das wellenfortpflanzende Mittel dagegen in einer mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Vergleich kommenden Geschwindigkeit nach irgend einer Richtung in Bewegung begriffen ist, — oder, wenn zwar das Fortpflanzungsmittel der Wellen in absoluter Ruhe, dagegen die Wellenquelle und der Beobachter, ohne ihre wechselseitige relative Lage zu ändern, gemeinschaftlich in einer derartigen Bewegung im entgegengesetzten Sinne begriffen sind: so erleidet im Allgemeinen die Wellenfortpflanzung eine Änderung, die sich theils auf die Geschwindigkeit, mit der diese Wellenbewegung bis zum Beobachter fortgepflanzt wird, theils auf die subjective Intensität derselben, theils endlich auf die Richtung, in der sie dem Beobachter anzukommen scheint, bezieht; — ja es gibt Fälle, wo die Wellenquelle, obwohl fortwährend Wellen aussendend, dennoch für einen gewissen Beobachter so gut wie gar nicht vorhanden ist, indem dieselbe zuweilen, und zwar nicht etwa wegen zu geringer Intensität der Pulsationen, sondern an sich und absolut genommen, alle Einwirkung auf denselben völlig verliert.« — Die Anzahl der unter diesem allgemeinen Satze begriffenen wichtigen Fälle ist bedeutend, und ich werde mich begnügen müssen, um das Mass meines gegenwärtigen Verhabens nicht zu überschreiten, von den tropfbar flüssigen Medien bis auf einige gelegenheitliche Bemerkungen abzusehen, und meine gegenwärtigen Betrachtungen vorzugsweise auf die Expansibilien, nämlich auf die Luft, als Fortpflanzungsmittel des Schalls und auf den Äther als jenes für das Licht zu beschränken.

Wenn es anders für die Wissenschaft von Wichtigkeit ist, die Erklärung der verschiedenen Naturerscheinungen selbst bis auf die scheinbaren Ausnahmsfälle auszudehnen, und eine möglichst vollständige Einsicht in die Vorgänge der Sinnenwelt zu erlangen, so wird man zugestehen müssen, dass Untersuchungen der gegenwärtigen Art weder unnütze sind, noch länger entbehrt werden können.

Die atmosphärische Luft oder vielmehr einzelne Partien derselben sind in fortwährender Bewegung begriffen, — beständigen Strömungen nach allen Richtungen ausge-

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



setzt. Die Ursachen hievon sind grösstentheils bekannt und so zahlreich, dass sie hier füglich nicht wohl aufgezählt werden können, — auch nicht aufgezählt zu werden brauchen.

Dass ähnliche Strömungen auch beim Äther des Weltraums vorkommen, kann nur der bezweifeln, welcher dem Universum einen absolut stereotypen Charakter beilegt. Die Ursachen zu zeitweiligen Äther-Verdichtungen und Verdünnungen sind gewiss nicht minder häufig, wie bei der Luft, und wo diese vorhanden, können Strömungen wohl nicht ausbleiben. Ja für viele Fälle lassen sich nunmehr, wo die Undurchdringlichkeit selbst der Kometenkerne für den Äther durch die Erfahrung nachgewiesen zu sein scheint, mit Nothwendigkeit derlei Strömungen nachweisen. So muss schon jede Bewegung eines Himmelskörpers, besonders eines in geschlossener Bahn sich bewegenden, z. B. eines Planeten oder Doppelsterns u. s. w. nach und nach durch Übertragung ihres eigenen mechanischen Moments auf den umgebenden Äther Strömungen in demselben unfehlbar erzeugen. So ist es nicht bloss wahrscheinlich, sondern fast gewiss, dass z. B. in unserm Sonnensysteme eben so viele Ätherringe um die Sonne rotiren müssen, als Planetenbahnen vorhanden sind. Anfänglich war ihre Geschwindigkeit vermuthlich nur klein, allmälig aber mag sie durch fortwährende Aufnahme von Bewegungsmoment und durch den Einfluss der rotirenden Sonne die mittlere Geschwindigkeit der zugehörigen Planeten erreicht haben.

Von diesem Augenblicke an hört natürlich auch nahezu die rückwirkende Verzögerung der letzteren auf, und da eine solche heut zu Tage nicht wahrgenommen wird, so gestattet dieser Umstand, will man anders nicht die ganze Ursache hievon den präponderirenden Massen der Planeten zuschreiben, einen sicheren Rückschluss auf die bereits zu Stande gekommene Ausgleichung beider. — Schwerlich wird man es demnach bezweifeln können, dass, so wie der Ocean und unsere Atmosphäre von Strömungen in den mannigfaltigsten Richtungen durchfurcht werden, so auch der Äther des Weltraums keine geringere Zahl derselben aufzuweisen habe. Auch scheint es, als müsse man diessfalls annehmen, dass derlei Ätherströmungen, zumal wenn sie ihren Ursprung einer localen zeitweiligen Verdichtung oder Verdünnung verdanken, in eben dem Masse rapider sind, als der Äther die Luft an Feinheit, Beweglichkeit und absoluter Elasticität übertrifft Durch Vermittelung dieses vielfach bewegten Äthers stellen wir nun unsere astronomischen Beobachtungen an, und werden uns demnach auch nicht sehr zu wundern haben, wenn wir hier in einzelnen Fällen Abweichungen von mit Zuversicht erwarteten Resultaten begegnen, die jenen ganz ähnlich sind, welche nach aller Erfahrung beim Schalle den Luftströmungen zugeschrieben werden müssen. — Nach diesen Bemerkungen kehre ich zur weitern Betrachtung und zum Erweis der eingangs-erwähnten Behauptung zurück.

## §. 2.

Die allgemeine Untersuchung über den Einfluss eines bewegten Fortpflanzungsmittels der Wellen auf die verschiedenen Erscheinungen des Schalles und des Lichtes schliesst

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



zwei besondere, ihrer Wirkung nach wesentlich verschiedene Fälle in sich, deren ersterer sich darauf bezieht, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen grösser ist, als die Geschwindigkeit, mit der sich das Mittel fortbewegt, während im zweiten Falle letztere Geschwindigkeit grösser oder höchstens gleich gross mit jener vorausgesetzt werden soll. Der erste Fall, als der in praktischer Beziehung wichtigere, soll noch in gegenwärtigem Paragraphe betrachtet werden, und im nächstfolgenden seine Erledigung finden.

Es sei Fig. 1. $Q$ eine Wellenquelle, $R$ der Ort eines Beobachters, $a$ die Geschwindigkeit, mit der das Medium $M$ sich in angezeigter Richtung fortbewegt, $\alpha$ ferner die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, und zugleich sei $a < \alpha$; — so ist vorerst klar, dass die Wellenerzeugung unter dieser Voraussetzung nicht bloss auf einen bestimmten Raum eingeschränkt ist, wie diess bei einem später in Betracht kommenden Falle sich herausstellen wird, sondern dass sich diese nach allen Richtungen um die Quelle $Q$ herum ins Unendliche erstreckt. Der Beobachter $R$ mag sich demnach an was immer für einem Orte im Raume befinden, so müssen jedenfalls Wellen zu ihm gelangen. — Eben so lässt sich leicht einsehen, dass sich die Zeitdauer zwischen zwei auf einander folgendenn Wellenschläge hiedurch durchaus nicht ändert. In Beziehung auf einen Beobachter, der sich bei $A$ oder bei $B$ befindet, wird man dieses sogleich zugestehen. Denn für einen zwischen $Q$ und $A$ befindlichen Beobachter verkürzen sich zwar die respectiven Wellenlängen und gehen von $\frac{\alpha}{n}$ in $\frac{\alpha - a}{n}$ über, so wie sich für einen Beobachter zwischen $Q$ und $B$ dieselben verlängern und beziehungsweise von $\frac{\alpha}{n}$ in $\frac{\alpha + a}{n}$ übergehen. Allein gerade in demselben Verhältnisse vermindert und vermehrt sich auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, d. h. die kürzern Wellen gelangen mit geringerer Geschwindigkeit, die längeren mit einer grösseren Geschwindigkeit zum Beobachter, und diess zwar im genauen Verhältnisse zu ihrer Verkürzung und Verlängerung. Dividirt man daher, um die Anzahl der in einer Secunde erfolgten Wellenschläge zu finden, die beziehungsweisen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten $(\alpha - a)$ und $(\alpha + a)$ durch die entsprechenden Wellenlängen $\left(\frac{\alpha - a}{n}\right)$ und $\left(\frac{\alpha + a}{n}\right)$, so findet man in beiden Fällen $n$. — Da die beiden so eben erwähnten Fälle gleichsam die beiden Extreme sind, so bedarf es wohl kaum noch eines eigenen Erweises, dass diess auch für jeden Beobachter an irgend einem andern Orte $R$ des Raumes Statt habe. Hieraus lässt sich nun schliessen, dass weder die Tonhöhe noch die Farbe durch Luft- und Äther-Strömungen, in welcher Richtung sie auch Statt finden mögen, irgend eine Änderung erleiden. — Anders verhält sich diess mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schall- und Lichtwellen, mit der Richtung, in der sie beim Beobachter anlangen und endlich mit der Intensität oder Stärke derselben, wie sogleich gezeigt werden soll. — Was zuvörderst die Fortpflanzungsgeschwindigkeit anbelangt, so ist für sich klar, dass diese für einen Beobachter, der sich genau in der Richtung, nach der sich das Medium fortbewegt, befindet, genau um

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



den Betrag der Geschwindigkeit des Mediums sich vermindern oder vermehren muss, je nachdem sich der Beobachter zwischen $A$ und $Q$ oder zwischen $B$ und $Q$ befindet. Sie ist also im ersteren Falle $(\alpha - a)$, im zweiten dagegen $(\alpha + a)$. — Um den Betrag derselben auch für einen seitwärts stehenden Beobachter $R$ zu finden, hat man auf nachfolgende Betrachtung einzugehen.

Es sei Fig. 2 $Q$ der Ort der Wellenquelle, $R$ jener des Beobachters, und zur Feststellung desselben sei $QR = u$ und $\llcorner AQR = \varphi$. Ferner sei der Radius derjenigen sphärischen Welle, die in das Ohr oder Auge des Beobachters gelangt, d. i. $OR = r$; $t''$ die Zeitdauer, während welcher eine von $Q$ oder beziehungsweise von $O$ ausgegangene zu $R$ gelangte Welle daselbst anlangt, die Geschwindigkeit der Wellenfortpflanzung an sich $\alpha$, jene des bewegten Mediums $a$, wobei auch hier wieder $\alpha > a$ vorausgesetzt wird; endlich $\alpha'$ die gesuchte, durch Einfluss des bewegten Mediums modificirte Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, so hat man offenbar wegen:

$$\left\{\begin{array}{l} GR = u \sin.\varphi \\ OG = u \cos.\varphi + at'' \end{array}\right. \quad OR = r = \sqrt{u^2 + a^2 t''^2 + 2\,aut'' \cos.\varphi},$$ und da offenbar

$p = \alpha t''$ ist, durch Gleichstellung sofort:

$\alpha t'' = \sqrt{u^2 + a^2 t''^2 + 2\,aut \cos.\varphi}$; woraus sich

$$(1) \quad t = u\left(\frac{a \cos.\varphi \pm \sqrt{\alpha^2 - a^2 \sin.\varphi^2}}{\alpha^2 - a^2}\right)$$ ergibt; und die weitere Beziehung besteht,

dass $u = \alpha' t''$ und somit $\alpha' = \frac{u}{t''}$ ist, daher man mittels (1) erhält:

$$(2) \quad \alpha' = \frac{\alpha^2 - a^2}{a \cos.\varphi \pm \sqrt{\alpha^2 - a^2 \sin.\varphi^2}}$$; als Werth für die beziehungsweise Geschwindigkeit, mit der die Schall- und Lichterregung bis nach $R$ fortgepflanzt wird.

Für $\varphi = 0$ und $\varphi = 180^0$ findet man beziehungsweise: $(\alpha - a)$ und $(\alpha + a)$, wie es auch zu Folge der gewöhnlichen Erfahrung sein muss. Für $\varphi = 90$ gilt obige Formel: $\alpha' = \sqrt{\alpha^2 - a^2} = \sqrt{(\alpha + a)(\alpha - a)}$, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Licht- und Schallstrahlen für jeden im Perpendikel $PQ$ befindlichen Beobachter ist die mittlere geometrische Proportionale zwischen dem Minimum $(\alpha - a)$ und dem Maximum $(\alpha + a)$ derselben.

Noch dürfte es interessant sein, den Radius $r$ derjenigen Wellen zu kennen, die dem Beobachter je nach seinem Standorte zukommen. Man findet hierfür:

$$(3) \quad p = \alpha u\left(\frac{a \cos.\varphi \pm \sqrt{\alpha^2 - a^2 \sin.\varphi^2}}{\alpha^2 - a^2}\right);$$

Für $\varphi = 0$ und $\varphi = 180^0$ ist also beziehungsweise:

$r = \frac{\alpha u}{\alpha - a}$ und $p = \frac{\alpha u}{\alpha + a}$; für $\varphi = 90^0$ aber $r = \frac{\alpha u}{\sqrt{\alpha^2 - a^2}}$;

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



Es möge einem der späteren Paragraphe vorbehalten bleiben, von diesen und den nächstfolgenden Formeln eine Anwendung auf Akustik, Optik und Astronomie zu machen.

## §. 3.

Um die scheinbare Abweichung oder Aberration des Strahls, veranlasst lediglich durch die Bewegung des Mediums, so wie endlich die Intensität desselben für irgend einen Beobachter zu finden, hat man Nachfolgendes in Betracht zu ziehen.

Vorerst möge jedoch noch ausdrücklich erwähnt werden, dass bei der grossen Unbestimmtheit und Dunkelheit des Begriffes der Richtung eines Lichtstrahls, vermöge der man nicht sagen kann, was denn eigentlich das Massgebende und Bestimmende bei unserm Urtheil über die Richtung eines Lichtstrahls ist, ohne von andern Autoritäten hierüber Widerspruch zu erfahren — es mir gerathen scheint, diesen Theil der Untersuchung lediglich in Bezug auf die Schallerregung hier durchzuführen. Die Richtung eines Strahls beim Schalle sieht man insgemein als gleichgeltend an mit der Richtung, nach welcher die Luftmolekel selbst schwingen. — So lange man, wie diess bis hieher geschah, Beobachter, Quelle und Medium im Zustande der Ruhe betrachtete, war diese Definition eine zureichende. Nun aber, da wir in einer Reihe von Abhandlungen eben jenen Einfluss, den eine Bewegung von Beobachter, Quelle oder Medium auf die Schallempfindungen zu erzeugen vermag, einer genaueren Untersuchung unterziehen, müssen wir auf nachfolgende allgemeine Definition übergehen. Unter der Richtung eines Schallstrahls werden wir nämlich verstehen diejenige Richtung, in der das unmittelbar das Ohr eines Beobachters berührende und schwingende Luftmolekel auf dasselbe einwirkt. — Es ist leicht einzusehen, dass die Bewegung des Mediums, d. i. der Luft, sowohl auf die Richtung, in der wir den Schall vernehmen, als auch auf dessen Intensität einen nicht bloss einfachen, sondern doppelten Einfluss übt. Denn einmal bewirkt schon die blosse Fortbewegung des Mittelpunctes der Welle von $Q$ nach $O$ Fig. 2, dass die bei ruhendem Medium Statt findende Richtung $QR$ in jene von $OR$ übergeht und somit sich in Folge der Bewegung um den Winkel $\psi$ ändert. Zugleich muss sich auch wegen veränderter Entfernung vom Mittelpuncte der Wellen, indem $QR$ in $OR$ übergeht, die Intensität des Strahles ändern. Die Bewegung des Mediums ist aber ferner auch noch Ursache, dass die in der bereits veränderten Richtung $OR$ Fig. 3 schwingenden Luftmolekel, da ihnen zugleich eine fortschreitende Bewegung zukömmt, auf das Ohr eines Beobachters einen solchen Eindruck machen, wie wenn sie in der Richtung und mit der Stärke von $RS$ schwingen würden. — Nach diesen vorläufigen Bemerkungen gehe ich zur Deduction der entsprechenden Formeln selbst über.

Um die scheinbare Abweichung oder Aberration des Strahls für einen Beobachter in $R$, Fig. 2, zu bestimmen, suche man vorerst den Winkel $\psi$, der sich mittels des Dreieckes $ORQ$ finden lässt. Es ist nämlich:

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



$$cos.\,\psi = \frac{\overline{RQ}^2 + \overline{OR}^2 - \overline{OQ}^2}{2\,RQ\,OR},$$ also durch Substitution der oben gefundenen Werthe:

$$(4)\quad cos.\,\psi = \left(\frac{\alpha^2 - a^2\,sin.\,\varphi^2 + a\,cos.\,\varphi\,\sqrt{\alpha^2 - a\,sin.\,\varphi^2}}{\alpha\,(a\,cos.\,\varphi + \sqrt{\alpha^2 - a^2\,sin.\,\varphi^2})}\right) u.$$

Um den weiteren Einfluss des bewegten Mediums auf die Richtung, in der uns die Schallstrahlen anzukommen scheinen, zu ermitteln, wollen wir auf Fig. 3 übergehen. Da es in der Wellenlehre wegen der fast unendlichen Kleinheit der Excursionen der Molekel als erlaubt angesehen wird, die Molekularbewegung mit einer andern auf das Molekel einwirkenden Kraft nach dem Principe des Kräftenparallelogramms zusammenzusetzen, so sei Fig. 3 $RN = v''$ die Geschwindigkeit, mit der das Luftmolekel am Orte seiner Ruhelage schwingt; $RT = a$ die Geschwindigkeit, mit der sich das Medium in angezeigter Richtung bewegt, $RS$ die gesuchte Resultirende, deren Lage gegen den Radius der Welle, d. i. gegen $OR$, durch den zunächst zu bestimmenden Winkel $\pi$ festgestellt wird, so ist sofort der ganze Betrag der Aberration offenbar $\psi \mp \pi$. — Nun findet man auf bekannte Weise:

$$(5)\quad tang.\,\pi = \frac{a\,sin.\,\omega}{v'' - a\,cos.\,\omega} = \frac{a\,sin.\,(\varphi - \psi)}{v''\,a\,cos.\,(\varphi - \psi)};\ \text{und}$$

$$(6)\quad RS = \frac{a\,sin.\,\omega}{sin.\,\pi} = \frac{a\,sin.\,(\varphi - \psi)}{sin.\,\pi}.$$

Bezeichnet man die Geschwindigkeit, mit der die Luftmolekel am Orte $R$ ohne Einfluss der Bewegung von $M$, d. i. in der Entfernung $QR$, von der ruhenden Quelle schwingen, mit $v$, so geht wegen $v'' = \frac{u}{r}\,v$, obiger Ausdruck über in

$$(7)\quad tang.\,\pi = \frac{ar\,sin.\,(\varphi - \psi)}{uv - ar\,cos.\,(\varphi - \psi)}.$$

Da man nun nach Formel (3) und (4) sowohl $r$ wie $\psi$ berechnen kann, aus den bekannten und gegebenen Stücken $\alpha$, $a$, $\varphi$ und $u$; so lässt sich sofort nicht nur nach (7) die Gesammt-Aberration $\Phi = \psi \mp \pi$ leicht ermitteln, sondern der Werth $RS$ gibt auch den Werth der vollständigen objectiven Intensität $J$. Man findet nämlich aus bekannten Gründen

$$(8)\quad J = \left(\frac{a\,sin.\,(\varphi - \psi)}{sin.\,\pi}\right)^2$$

Die Anwendung dieser Formeln auf jeden speciellen Fall unterliegt demnach nicht der geringsten Schwierigkeit. — Eben so begreiflich ist, dass sämmtliche hier abgeleitete Formeln auch auf das Licht ihre ungeschmälerte Anwendung finden würden, falls man beim Äther longitudinale Schwingungen als die Richtung des Lichtstrahls bedingend voraussetzen dürfte.

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



## §. 4.

Ich komme nun zur Betrachtung des zweiten Hauptfalls, der an sich zwar auf nicht minder interessante Ergebnisse führt, in Beziehung auf Anwendung jedoch dem früher besprochenen jedenfalls nachsteht, da er sich auf eine Voraussetzung stützt, die beim Äther oder der Luft wohl schwerlich jemals Statt haben dürfte, wohl aber um so häufiger bei den tropfbaren Flüssigkeiten. Da wir jedoch im gegenwärtigen Aufsatze uns hauptsächlich die Erforschung des wahren Sachverhaltes beim Schalle und beim Lichte zum Vorwurfe gemacht haben, so wird es erlaubt sein, uns hier etwas kürzer zu fassen. Die erwähnte Voraussetzung besteht nun darin, dass die Geschwindigkeit, mit der sich das Medium fortbewegt, jene der Wellenfortpflanzung übertrifft, d. h. dass $a > \alpha$ ist. Ist in Fig. 4 diessfalls $Q$ der Ort der Wellenquelle, und bewegt sich das Medium $M$ in angezeigter Richtung mit einer grösseren Geschwindigkeit, als jene ist, mit der die Fortpflanzung der Wellen vor sich geht: so begreift man leicht, dass sich die Wellenerzeugung nur auf den Winkelraum $UQV$ beschränkt (oder genauer gesprochen, auf den Kegelraum, den der Winkel $UQV$ bei seiner Drehung um die Axe $QU$ beschreibt), und dass somit für jeden ausserhalb desselben befindlichen Beobachter die Wellenquelle so gut wie gar nicht vorhanden ist, befände sich derselbe selbst auch noch so nahe bei einer der Bewegungslinien $UQ$ oder $VQ$. Nur für einen Beobachter innerhalb des Winkelraums findet eine Wahrnehmung von $Q$ Statt, verbunden jedoch mit geringerer oder grösserer Aberration. Die Richtigkeit des Gesagten leuchtet daraus ein, dass die Wellen, während sie unabhängig von der Bewegung des Mediums entstehen, und sich, ohne im Geringsten eine Störung zu erfahren, weiter ausbilden, nichts desto weniger von dem bewegten Mittel mitfortgeführt werden, und diess zwar mit einer Geschwindigkeit, die jene, mit der die Welle sich gegen den Ort der Wellenquelle ausbreitet, übertrifft. Diess verlangt die Voraussetzung, dass $\alpha < a$. — Der Winkel $UQV = 2\varphi$, bestimmt sich mittelst der Gleichung $sin.\varphi = \frac{\alpha}{a}$; woraus sich $\varphi = arc.\,sin.\frac{\alpha}{a}$, und somit $UQV = 2arc.sin.\frac{\alpha}{\alpha}$ ergibt. Da zu Folge der Voraussetzung $\alpha < a$ sein soll, so muss diessfalls $UQV < 180^0$ sein, und nur für den noch zulässigen Grenzwerth $\alpha = a$ erhält man $UQV = 180^0$. Diesem Fall entspricht die Fig. 5, wo also diesseits $AB$ keine Wellenfortpflanzung Statt findet. Ist die Anzahl der in einer Secunde ausgesendeten Wellen sehr gross, so verschmelzen die Tangentialpuncte $a$, $a'$, $a''$, $a'''$... sowohl wie die Durchkreuzungsstellen $b$, $b'$, $b''$, $b'''$... und $c$, $c'$, $c''$, $c'''$... zu einem Systeme stehender Wellen, wie sie in Fig. 6 dargestellt sind. — Bei allen bisher angestellten Betrachtungen ging man von der Voraussetzung aus, dass Beobachter und Wellenquelle ihre relative Lage zu einander nicht ändern und sich zugleich in Ruhe befinden, während das Fortpflanzungsmedium allein in einer fortschreitenden, und zwar geradlinigen Bewegung begriffen ist. Nach rein phoronomischen Grundsätzen lässt sich sofort unter den hier statthabenden Voraussetzungen noch weiter be-

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



haupten, dass ganz dasselbe erfolgen müsse, wenn zwar das Fortpflanzungsmittel der Wellen in absoluter Ruhe, Beobachter und Wellenquelle dagegen, ohne jedoch ihre wechselseitige Lage zu einander im Geringsten zu ändern, in einer gleichen, jedoch entgegengesetzten Bewegung sind. Auch wurde hierbei, wie diess auch beim Schall und Licht wirklich der Fall ist, angenommen, dass diese Bewegung eine gleichförmige sei. In wie ferne die hier gefundenen Resultate eine Abänderung erleiden, wenn diese Bewegung eine gleichförmige, beschleunigte oder abnehmende ist, soll in der Folge noch kurz angedeutet werden. Früher jedoch wollen wir noch dem Umstand einige Aufmerksamkeit schenken, wo die Geschwindigkeit zwar eine gleichförmige, die beschriebene Bahn dagegen des bewegten Mediums oder des Systems von Beobachter und Quelle keine geradlinige ist.

## §. 5.

Nicht nur von der Luft, sondern auch vom Äther lässt sich mit Grund vermuthen, dass dieser wie jene öfters in einer Bewegung begriffen ist, die von einer gradlinigen bedeutend abweicht. Noch viel häufiger dagegen ist zwar die Luft oder der Äther als in Ruhe begriffen vorauszusetzen, während Beobachter und Wellenquelle, ohne ihre wechselseitige Lage zu einander zu ändern, in irgend einer krummlinigen Bahn sich zugleich fortbewegen. Dass der letztere Fall als phoronomischer Gegensatz des ersteren mit diesem zugleich seine Erledigung findet, bedarf bei der ohnediess hier vorliegenden Beschränkung kaum noch einer ausdrücklichen Erwähnung.

Ist die Luft oder der Äther in einer krummlinigen Bewegung begriffen, deren Bahn in den betreffenden Figuren Fig. 7, Fig. 8 und Fig. 9 durch die Linie $AB$ angedeutet ist, so ordnen sich die betreffenden Wellen in einer Weise an, die für den Fall wenn $\alpha > a$ ist, durch Fig. 8, dagegen wenn $\alpha < a$ ist, durch Fig. 8 dargestesllt ist. Ist dagegen $\alpha = a$, so entspricht dieser Anordnung die Fig. 9. — In Fig. 7 bezeichnet $QC$ noch überdiess die Linie, in der sowohl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen als auch die Intensität des Strahls nach Massgabe der Entfernung von der Quelle ein Minimum ist. Zu nicht minder interessanten Ergebnissen gelangt man endlich, wenn die vorausgesetzte Bahn $AB$ eine in sich zurückkehrende oder geschlossene Curve, z. B. ein Kreis ist. Hier zeigt es sich z. B., dass für $\alpha > a$ die Curve $QC$ der kleinsten Fortpflanzungsgeschwindigkeit, die zugleich auch die der gringsten Intensität ist, eine Spirale bildet, deren Pol der anfängliche Ort der Quelle, d. i. $Q$ ist. Eine ausführlichere Discussion dieser verschiedenen Fälle möge jedoch als ausserhalb unsers gegenwärtigen Vorwurfs liegend, hier unterdrückt werden.

Dagegen mögen einer nachherigen Anwendung wegen den wichtigsten der bisherigen Sätze noch diejenigen Modificationen zu Theil werden, wodurch sie auch auf die tropfbaren Flüssigkeiten, als deren gewöhnlicher Repräsentant das Wasser angesehen wird, eine ungeschmälerte Anwendung finden.

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



## §. 6.

Bei der Luft und dem Äther als Fortpflanzungsmittel der Schall- und Lichtstrahlen nehmen ausnahmslos alle Gelehrte an, dass die Forpflanzungsgeschwindigkeit eine gleichförmige sei. Bei tropfbaren Flüssigkeiten, z. B. dem Wasser, dagegen wird diess fast in Abrede gestellt, und obgleich die genaueren Untersuchungen hierüber noch keineswegs geschlossen sind, so stimmen doch die meisten Gelehrten darin überein, dass die Geschwindigkeit, mit der sich die Wasserwellen scheinbar fortbewegen, im Allgemeinen ungleichförmig sei. Nach den schätzbaren und umfassenden Versuchen der Gebrüder Weber ist diese Bewegung eine abnehmende (Sich Geslers physikalisch. Wörterbuch B. 10 pag. 1294), wie wir diess ja schon aus dem Umstande unwiderleglich entnehmen können, dass laut Erfahrung eine in einiger Entfernung vom Mittelpuncte später erzeugte Welle die erstere einholt, was unmöglich wäre, wenn die Geschwindigkeit, mit der dieselbe Welle sich fortpflanzt, beschleunigt wäre *). Auch haben weitere Versuche gezeigt, dass insbesondere die Breite und Höhe der Welle auf das absolute Mass der Geschwindigkeit den bedeutendsten Einfluss äussern. Es sind mehre Gründe vorhanden, die es wahrscheinlich machen, dass das Quadrat des zurückgelegten Weges zu der hiezu verwendeten Zeit in einem constanten Verhältnisse stehe. Dieser wesentliche Unterschied zwischen expansiblen und tropfbaren Flüssigkeiten muss nun auch ein abweichendes Ergebniss der Untersuchung bedingen, und es lässt sich vorhersehen, dass z. B. in Fig. 4 die die stehenden Wellen $UQ$ und $VQ$ repräsentirenden Linien nicht mehr gerade sein werden. Um nun vor Allem die entsprechende Begrenzungscurve der Wellenerregung $VAU$ Fig. 10 zu bestimmen, sei $O^{IV}$ der Mittelpunct derjenigen Welle, die der Zeit $t$ entspricht, der Abstand des Mittelpunctes $O^{IV}Q$ vom Orte der Quelle sei $d$: so ist, wenn $a$ die Geschwindigkeit des bewegten Mediums bedeutet offenbar, $d = at$. Der Radius $r$ des Kreises dagegen ist nach dem Obigen durch den Ausdruck $r = \sqrt{mt}$ gegeben. Zählt man von $Q$ die Abscissen, so ist die Gleichung der genannten Welle offenbar:

$(at-x)^2 + y^2 = mt$; und eliminirt man aus ihr mittelst ihres Differenzials: $2(at-x)a = m$, die Grösse $t$, so findet man sofort:

(9) $y^2 = \frac{m}{a}x + \frac{m^2}{4a^2} = \frac{m}{a}\left(x + \frac{m}{4a}\right)$ als Gleichung der Curve $VAU$ Fig. 10. Es ist diese Curve demnach eine Parabel, die jedoch ihren Scheitel nicht in $Q$, als dem Orte der Quelle, sondern von diesem um $\frac{m}{4a}$ abstehend in $A$ hat. Folgen die Wellen ferner schnell genug

*) Mit diesen von Weber auf dem Wege unmittelbarer Beobachtung gefundenen Ergebnissen steht in directem, aber schwer begreiflichem Widerspruche das Resultat von Cauchy's Calcul. — Cauchy sagt ausdrücklich (siehe Gehler's physikalisches Wörterbuch, B. 10. pag. 1363): »dass die Geschwindigkeit jeder Welle eine beschleunigte sei, und die von einer solchen durchlaufenen Räume sich wie die Quadrate der hiezu verwendeten Zeiten verhalten.« — Wie sollte es da möglich sein, dass eine später erzeugte Welle die früher erzeugte sogar noch überholt?? —

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



auf einander, so bilden sie, wie in Fig. 6, ein System stehender Wellen, in einer Anordnung, wie sie Fig. 11 darstellt.

Wegen $r = \sqrt{mt}$ und $r = \sqrt{u^2 + a^2t^2 + raut \cos. \varphi}$, (S. §. 2), findet sich durch Gleichstellung dieser Werthe:

$$(10)\quad t = \frac{m - 2au \cos. \varphi \pm \sqrt{m^4 - 2aum \cos. \varphi - 4a^2u^2 \sin. \varphi^2}}{2a^2.}$$, und da $a' = \frac{u}{t}$ ist, noch:

$$(11)\quad a^1 = \frac{2a^2u}{m - 2au \cos. \varphi + \sqrt{m^4 - 2aum \cos. \varphi - 4a^2u^2 \sin. \varphi^2}}$$, welches der Ausdruck

für die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Wellen unter obiger Voraussetzung ist.

Wäre dagegen die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Wellen nicht wie oben durch die Zeitgleichung $r = \sqrt{mt}$, sondern durch $r = nt \pm \sqrt{mt}$ gegeben, so erhielte man ein System von stehenden Wellen, wie sie durch Fig. 12 dargestellt sind.

Es scheint zweckdienlich, hier zu bemerken, dass auch bei einer gleichförmigen Geschwindigkeit der sich ausbreitenden Wellen, wenn sich dagegen Wellenquelle und Beobachter nach der Zeitgleichung $r = \sqrt{mt}$ oder $r = nt + \sqrt{mt}$ bewegen, in ganz gleicher Weise Wellensysteme, wie sie in Fig. 11 und Fig. 12 dargestellt sind, erzeugen müssen. Es können demnach auch in der Luft und im Äther derlei Erscheinungen vorkommen, sobald als eine Licht- oder Schallquelle sich mit einer ungleichförmigen Geschwindigkeit in ihrem Mittel bewegt.

Ob endlich solche stehende Wellen, wenn auch vielleicht nicht im Wasser, doch in ausdehnsamen Medien, wie z. B. der Luft und dem Äther, für sich selbst wieder zu einer Quelle neuer Wellen, und dadurch hörbar und sichtbar zu werden vermögen, mag dahingestellt bleiben.

## §. 7.

Die hier angestellten Betrachtungen und gefundenen Resultate gestatten, wie es mir däucht, eine mehrfach nützliche Anwendung, und es ist nicht zu zweifeln, dass sich diese noch bedeutend vermehren wird, sobald man den hier nur in flüchtigen Umrissen angedeuteten Stoff einer umfassenderen und auch noch gründlicheren Untersuchung unterzogen haben wird. Um hiezu einigermassen anzuregen, möge einiger Fälle dieser Art, die mir eben beifallen, hier in Kürze gedacht werden.

1. Anwendung. Wenn man die Oberfläche eines fliessenden Wassers mit einer Spitze (gleichviel von oben oder von unten) berührt, oder bei ruhendem Wasser mit einer solchen Spitze der Länge nach hinfährt, so bildet sich alsogleich ein System von stehenden

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



Wasserwellen, die mit jenen in Fig. 11 dargestellten vollkommen übereinstimmen. Diese Erscheinung, wiewohl fast Jedermann bekannt, wurde gleichwohl erst von Poncelet (S. *Annales de Chemie et Physique, Tom. XLVI.* 5.) zur Sprache gebracht, und von Fechner (S. dessen Repertorium der Experimentalphysik, Bd. I. pag. 102) dem deutschen Publicum mit dem Wunsche bekannt gegeben, dass für diese merkwürdige Erscheinung eine mathematische Erklärung gesucht werden möge. Auch spricht der Verfasser die Absicht aus, sich künftig mit diesem interessanten Gegenstande beschäftigen zu wollen. Ob diess bis jetzt geschehen, weiss ich mit Bestimmtheit nicht zu sagen. — Es bleibt nun dem sachkundigen Leser überlassen, zu entscheiden, ob ich so glücklich war, durch die Betrachtungen des §. 6 eine solche mathematische Erklärung dieser Erscheinung zu bieten.

2. Anwendung. Bekanntlich ist der Einfluss der Luftströmungen auf die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalls und auf dessen Intensität lange Zeit hindurch ein Gegenstand der eifrigsten Untersuchungen und vielfach angestellter Versuche gewesen, und man wird eingestehen, dass man selbst heut zu Tage rücksichtlich beider Puncte nicht einmal in dem einfachsten Falle, wenn nämlich der Beobachter selbst sich in der Windesrichtung befindet, völlig ins Reine gekommen sei, geschweige denn erst, dass man auch jene Fälle in Berücksichtigung gezogen hätte, wo der Beobachter sich seitwärts von jener Windesrichtung befindet. Diese Lücke glaube ich nun durch die Betrachtungen des §. 2 und §. 3 und durch Aufstellung der Formeln (1), (2), (3), (4) — (8) ausgefüllt zu haben, wobei überdiess auf die hier sich unfehlbar einstellende akustische Aberration und einige andere Umstände eingegangen wurde.

3. Anwendung. Es ist schon im Eingange dieser Abhandlung erwähnt worden, dass es für höchst wahrscheinlich, wo nicht für gewiss anzunehmen sei, dass sich im Weltraume Ätherströmungen der mannigfaltigsten Art vorfinden müssen, daher auch zu erwarten steht, dass man in der Folgezeit bei noch sorgsamerer Durchforschung der Himmelsräume auf solche Erscheinungen stossen wird. Aber auch abgesehen von diesen Strömungen des Äthers, bedingt ja schon jede gleichzeitige Bewegung von Lichtquelle und Beobachter einen derartigen Einfluss auf die Beobachtung. Beim Monde und seinem Hauptplaneten, der Erde, ist freilich dieser Einfluss bei einer Geschwindigkeitsdifferenz von kaum 9 Meilen in der Secunde viel zu unbedeutend, als dass wir ihn noch zur Wahrnehmung bringen könnten. Bezüglich der Sonne aber und der Erde verhilft uns die oben angestellte Betrachtung, wenn auch nicht zu einer positiven Erkenntniss, so doch zu einem sichern Ausspruche über das, was nicht Statt haben kann. Es wird bekanntlich von den Astronomen unserer Zeit für sehr wahrscheinlich erachtet, dass unserer Sonne zugleich mit ihren Planeten eine eigene fortschreitende Bewegung im Weltraume zukomme, und erfahrungsgemäss findet eine solche auch bei den meisten übrigen Fixsternen Statt. Es sind sehr triftige Gründe vorhanden, die zu der Anahme berechtigen, dass die absoluten Geschwindigkeiten, mit denen sich diese Himmelskörper bewegen, unter sich höchst verschieden und bei einigen wohl sehr erheblich

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



sein mögen. Wie gross nun diese Geschwindigkeit bei unserer Sonne sei, liess sich bisher nicht einmal ihrer obern oder untern Grenze nach bestimmen. Die oben gepflogenen Betrachtungen aber dürften hier in der That ein Mittel darbieten, zu einer Grenze, welche die Geschwindigkeit der Sonne jedenfalls nicht überschreiten kann, zu gelangen. Die Geschwindigkeit unserer Sonne nämlich kann in keinem Falle so bedeutend sein, dass sie mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in irgend einen Vergleich kommt, da uns sonst die Sonne regelmässig in zwei durch ein halbes Jahr getrennten Zeitpuncten merklich verschieden leuchtend, einmal intensiver, einmal weniger intensiv, erscheinen müsste. Indem nun Schreiber dieses hier zunächst die Absicht gehabt hat, auf Untersuchungen der hier besprochenen Art aufmerksam zu machen, hofft er, dass auch noch Erscheinungen von grösserer Erheblichkeit sich hiedurch erklären lassen werden.

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/



Fig. 1.

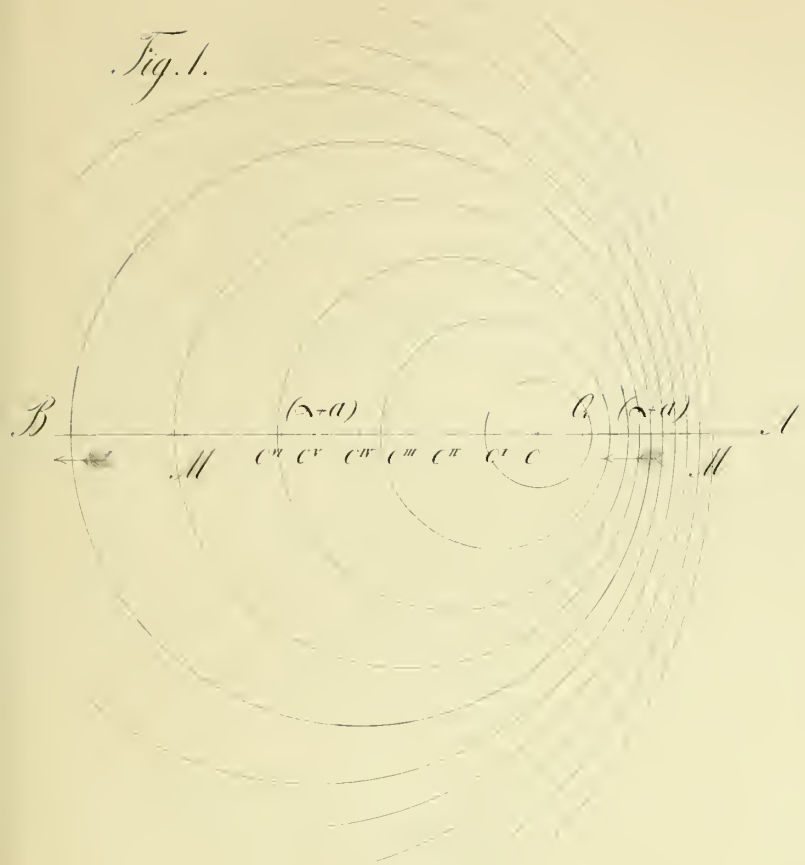



Fig. 2.

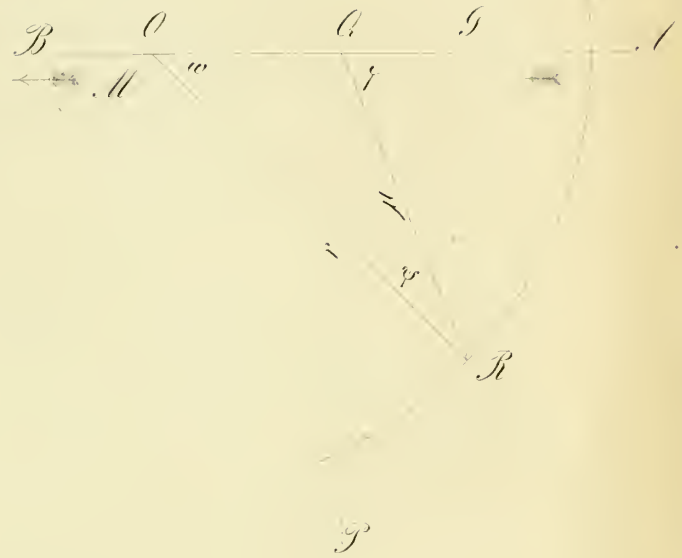



Fig. 3.

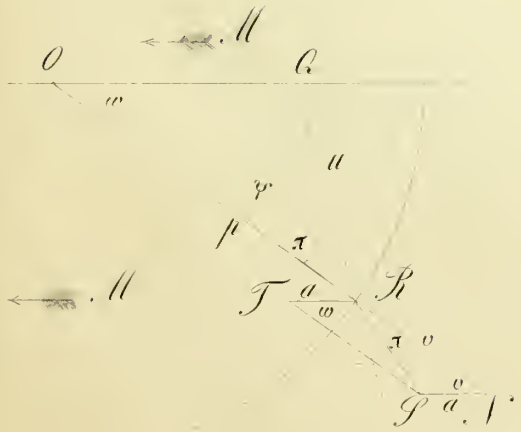
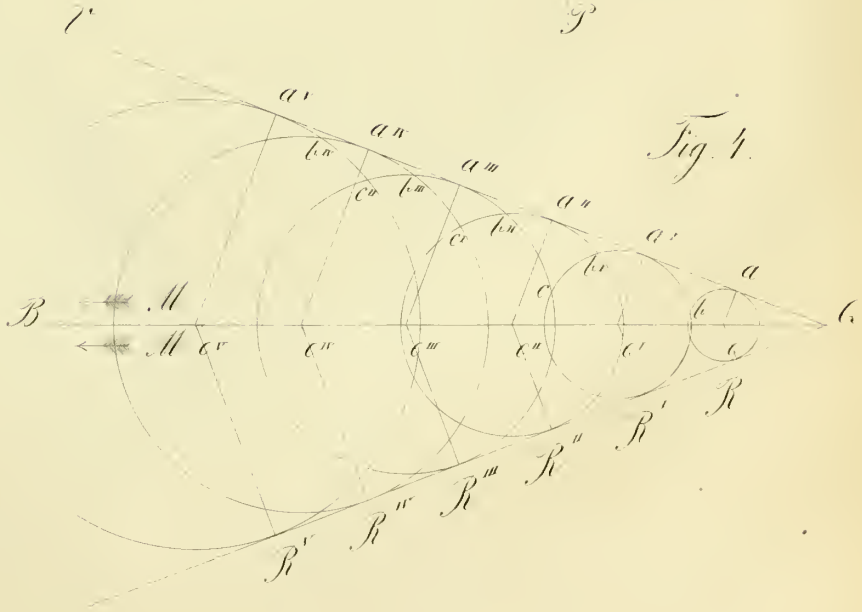


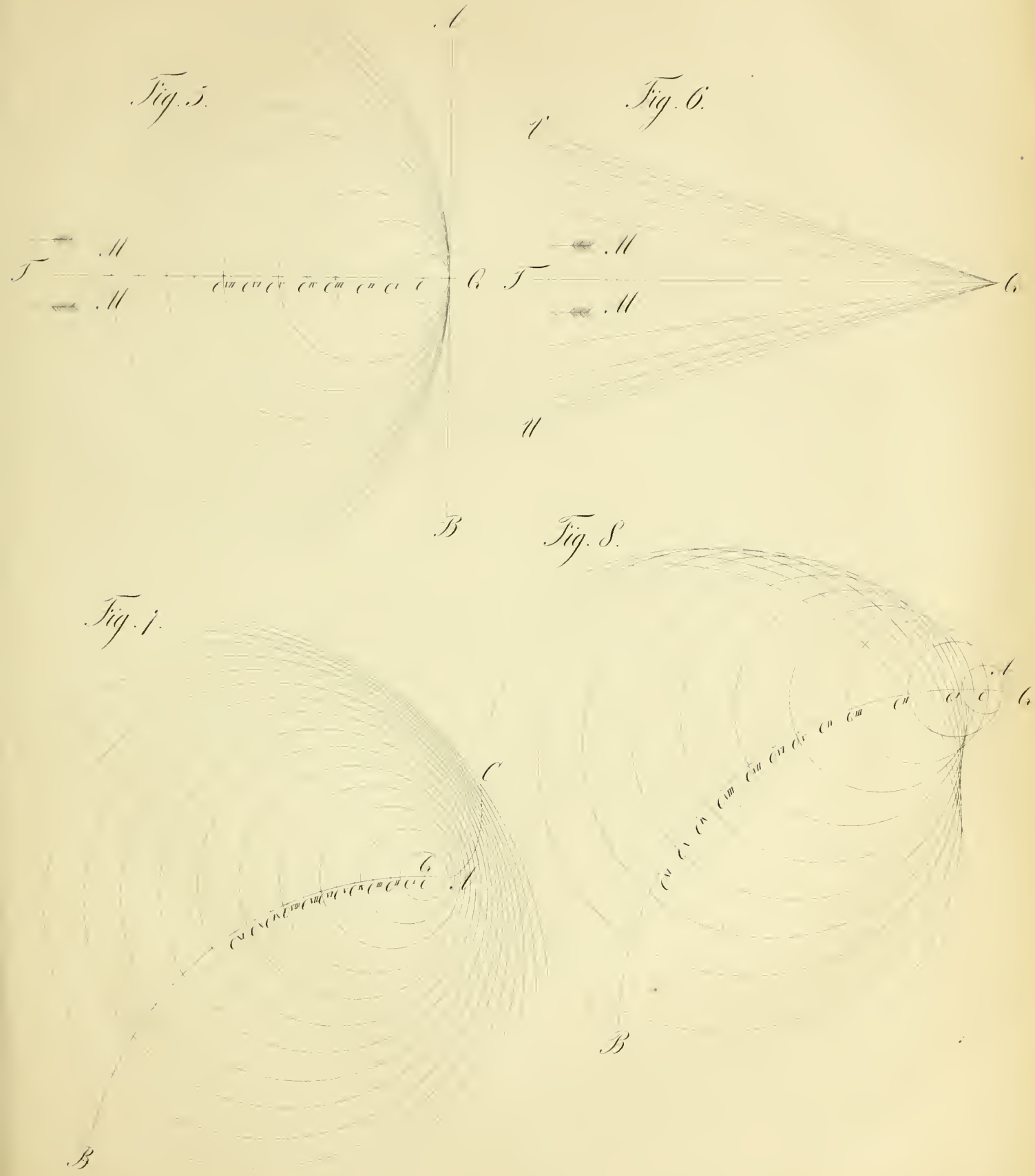

Fig. 4.



Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/

Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/





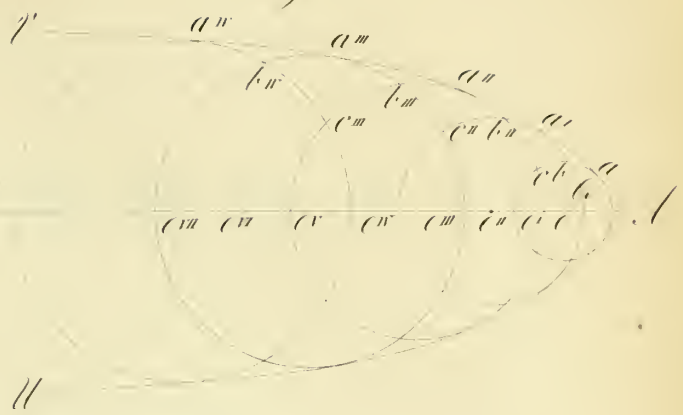
Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/

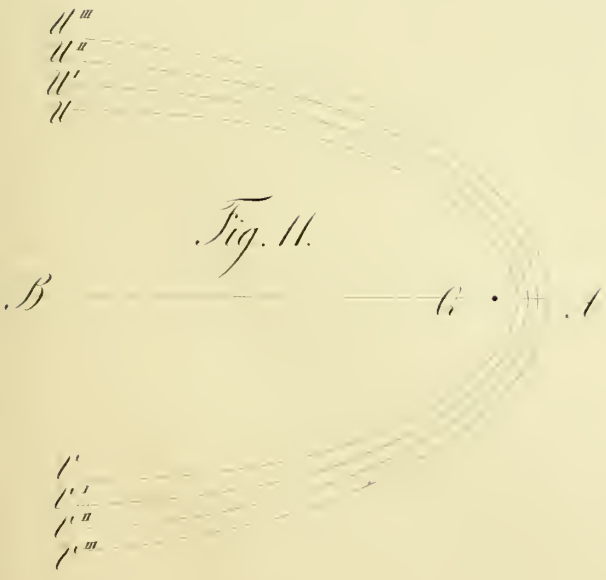
Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/

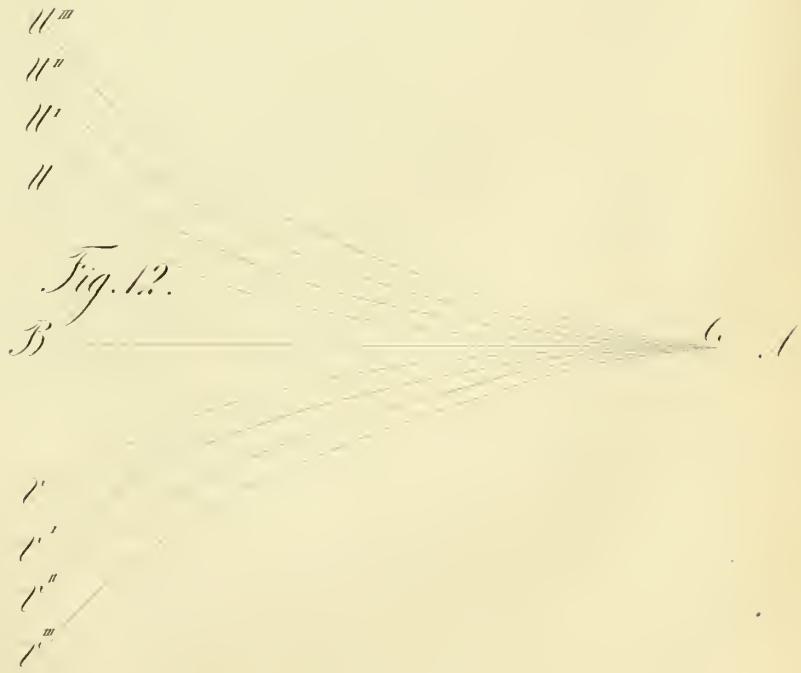


Fig. 9.

Fig. 10.



# ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der königl.- böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften

Jahr/Year: 1847

Band/Volume: 5_5

Autor(en)/Author(s): Doppler Christian Andreas

Artikel/Article: Über den Einfluss des Fortpflanzungsmittels auf die Erscheinungen der Äther-, Luft- und Wasserwellen. 293-306