©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Archiv für Lagerstättenforschung in den Ostalpen	Sonderband 2 Festschrift O. M. FRIEDRICH	265—286	Leoben 1974

Kritische Betrachtungen zur mathematischen Behandlung von Korngrößenverteilungen

Von Georg WALACH (Leoben)

1. Zusammenfassung
2. Einleitung
3. Allgemeine Ausführungen
4. Darstellung von Korngrößenverteilungen
5. Mathematische Behandlung von Korngrößenverteilungen
   Statistische Momente
   Näherungsformeln
6. Das Problem der „offenen" Verteilungskurven
   Näherungsweise Bestimmung der statistischen Momente bzw. Momentkoeffizienten
   Extrapolierbarkeit unbekannter Quantilmaße
7. Wahl des optimalen Formelsystems

Literaturnachweis

1. Zusammenfassung

Die Abschnitte 2—4 geben einen kurzen Überblick über Bedeutung, Ausführung und Darstellung von Korngrößenanalysen.

Der Abschnitt 5 beschäftigt sich mit der mathematischen Behandlung von Korngrößenverteilungen. Die Definitionsgleichungen der auf statischen Momenten beruhenden Kennzahlen werden in eine äquivalente Form übergeführt, die ihre Berechnung mittels Bürocomputer wesentlich erleichtert.

Im Abschnitt 6 wird das Problem der Kennzahlen sogenannter „offener" Korngrößenverteilungen dargestellt und analysiert. Aufgrund der Ergebnisse dieser Analyse wird schließlich eine einfache Methode zur Bestimmung des optimalen Formelsystems entwickelt, in der nur mehr der Anteil an nicht analysierter Feinfraktion als Parameter auftritt.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

2. Einleitung

Die Korngrößenverteilung ist die wichtigste Eigenschaft klastischer Sedimente, weil sie in enger Beziehung zu jenen physikalischen Kräften steht, die während des Sedimentationsvorganges wirksam waren (G. MÜLLER, 1964, p. 56). Aus diesem Grund nimmt die Korngrößenanalyse seit den Anfängen der modernen Sedimentpetrographie (J. A. UDDEN, 1898, A. ATTERBERG, 1905) eine zentrale Stellung bei jeder Untersuchung klastischer Sedimente ein.

Entsprechend dem Korngrößenbereich klastischer Sedimente, der sich von etwa 1 Mikron (Tone) über 7 Zehnerpotenzen bis zu mehrere Meter großen Geschieben erstreckt, wird die Korngrößenanalyse nach verschiedenen Methoden durchgeführt, die sich in drei Gruppen — Messen, Sieben und Klassieren nach der Fallgeschwindigkeit — einteilen lassen.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich ausschließlich mit der Analytik sandiger Sedimente (Korngrößenbereich größer 0,063 mm). Daher beziehen sich die folgenden Ausführungen vorwiegend auf die wichtigste Methode zur Untersuchung von Sanden — die Siebanalyse.

Ausführliche Darstellungen der Methodik von Korngrößenanalysen findet man bei W. BATEL (1960), G. MÜLLER (1964), E. KÖSTER (1964), R. E. CARVER (1971) u. a., eine zusammenfassende Beschreibung der wichtigsten Korngrößenparameter gibt R. L. FOLK (1966).

3. Allgemeine Ausführungen

Beim Siebvorgang wird das zu analysierende Korngemisch durch eine Reihe übereinander gestapelter Siebe mit steigender Maschenweite hindurchgesetzt. Dadurch wird es in eine Anzahl von „Kornklassen" zerlegt, da auf jedem Siebboden ein Teil des Gemisches als „Korngrößenfraktion" zurückbleibt. Die Kornklassen werden gewogen und repräsentieren in ihrer Gesamtheit die Korngrößenverteilung des Gemisches.

Die eindeutige Charakterisierung der Korngrößenverteilung ist aber erst dann möglich, wenn exakte Benennungsprinzipien bestehen, die eine Einordnung der Korngrößenverteilung in ein feststehendes Schema erlauben. Dieses Schema muß eine quantitative und verbale Korngrößenklassifikation mit der aus ihr abgeleiteten Normsiebreihe und zusätzlich Vereinbarungen über die Benennung von Korngemischen umfassen.

Die ersten Korngrößenklassifikationen wurden von A. ATTERBERG (1905) und C. K. WENTWORTH (1922) entwickelt. Ihr Grundgedanke, die Zuordnung bestimmter Korngrößenbereiche zu den verbalen Begriffen Ton — Schluff — Sand — Schotter und Steine, wurde in der Folge nicht mehr verändert, wenn auch die Grenzen zwischen den einzelnen Bereichen von verschiedenen Autoren modifiziert wurden.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Die modernste Korngrößenklassifikation ist jene nach D. J. DOEGLAS (1968). Neben einer sehr exakten Benennung des Korngemisches ermöglicht sie auch die Charakterisierung jeder Korngrößenverteilung durch drei oder fünf ganzzahlige Werte, was die Erfassung und Verarbeitung großer Datenkollektive durch den Computer ganz wesentlich erleichtert. Da diese Klassifikation mit den in den USA gebräuchlichen Normsiebreihen (Tyler- bzw. ASTM-Norm) übereinstimmt, wird sie international in steigendem Maße angewendet.

Im deutschen Sprachraum ist die Verwendung einer nach der DIN 4022 genormten Klassifikation üblich, die zwar in den Hauptgruppennamen (Ton — Schluff [Silt] — Sand — Schotter [Kies] — Steine) mit der DOEGLAS-Skala übereinstimmt, in den Gruppen aber eine gröbere Unterteilung hat. Auf dieser Klassifikation beruhen die nach der DIN 4187 (Lochsiebe) und der DIN 4188 (Maschensiebe) genormten Siebreihen.

Für die Benennung von Korngemischen schlägt H. FÜCHTBAUER (1969, p. 8) ein Schema vor, welches die Abstufung 10—25—50 % wie folgt in den Gesteinsnamen aufnimmt. Die häufigste Komponente, die in der Regel mehr als 50 % ausmacht, liefert den Gruppennamen (z. B. Sand). Weitere Komponenten werden ihrer Häufigkeit entsprechend hinzugefügt, wie das folgende Beispiel zeigt:

Sand mit 25—50 % Schluff: „stark schluffiger Sand"

Sand mit 10—25 % Schluff: „schluffiger Sand"

Sand mit 0—10 % Schluff: „schwach schluffiger Sand" oder einfach „Sand"

Auch aus Dreieckdarstellungen abgeleitete Benennungskriterien werden von verschiedenen Autoren (H. FÜCHTBAUER, 1959, R. L. FOLK, 1954, u. a.) vorgeschlagen.

4. Darstellung von Korngrößenverteilungen

Die Korngrößenverteilung kann wie alle statistischen Verteilungsfunktionen grundsätzlich auf zwei verschiedene Arten dargestellt werden, die man als „Summenkurve" und „Häufigkeitskurve" bezeichnet (E. WALGER, 1965, p. 978).

Bei der Summenkurve wird jedem auf der Abszisse aufgetragenen Korndurchmesser x_i jener Gewichtsanteil der Gesamtprobe als Ordinate zugeordnet, dessen Körner einen Durchmesser kleiner oder gleich x_i haben.

Bei der Häufigkeitskurve wird der Gewichtsanteil jeder Kornklasse über dem entsprechenden Korngrößenintervall aufgetragen.

Die Häufigkeitskurve geht also durch Differenzenbildung aus der Summenkurve hervor, umgekehrt entsteht durch Summierung aus der Häufigkeits-

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

kurve die Summenkurve. Mathematisch gesehen ist die Häufigkeitskurve die erste Ableitung der Summenkurve oder umgekehrt ist die Summenkurve die Integralkurve der Häufigkeitskurve.

Da die Bestimmung der Häufigkeitskurve meist mit einigem Rechenaufwand verbunden ist und sie außerdem viel empfindlicher auf Fehler des Siebvorganges und der Interpolation reagiert (FÜCHTBAUER, 1969, p. 47), wird in der Praxis überwiegend die Darstellungsform der Summenkurve verwendet.

Mit den Problemen der Bestimmung und Darstellung der Häufigkeitskurve befaßten sich in den letzten Jahren vor allem R. MOSEBACH (1954) und E. WALGER (1965).

Die Skalierung der Koordinatenachsen ist ein Faktor, der die Aussagekraft der graphischen Darstellung entscheidend beeinflußt.

Die Teilung der Ordinatenachse erfolgt bei der Summenkurve in Gewichtsprozent. Da die Häufigkeitskurve die erste Ableitung der Summenkurve darstellt, also die Gewichtsänderung pro Korngrößeneinheit angibt, muß in diesem Falle die Ordinatenteilung in Einheiten des Quotienten „Gewichtsänderung pro Korngrößeneinheit" erfolgen.

Die Teilung der Abszisse ist für beide Darstellungsarten gleich und kann auf drei verschiedene Arten erfolgen.

Eine lineare Abszissenteilung wird heute nur noch selten verwendet, weil sie die relativen Korngrößenänderungen nicht zum Ausdruck bringt und auch Schwierigkeiten bei der Darstellung breiter Korngrößenbereiche verursacht. Es sind aber gerade die relativen Korngrößenänderungen, die von besonderem Interesse sind, weil die Korngrößenverteilung einem logarithmischen Aufbaugesetz folgt. Eine logarithmische Verstreckung der Abszissenteilung löst zwar das Problem der Darstellung breiter Korngrößenbereiche, bringt aber den Nachteil mit sich, daß nun die Korngröße in jedem Teil der Abszisse in einem anderen Maßstab gemessen wird und dadurch die Häufigkeitskurve nicht mehr direkt aus der Summenkurve abgeleitet werden kann (WALGER, 1965, p. 988).

Eine von W. C. KRUMBEIN (1936) vorgeschlagene logarithmische Transformation räumt auch diesen Nachteil aus dem Wege. KRUMBEIN definierte zwei lineare Funktionen als relativierende Korngrößenmaße.

Die erste Definitionsgleichung

$$\phi = -\log_2 \frac{x\ (\mathrm{mm})}{x_0\ (\mathrm{mm})} = -1/\lg 2 \,.\, (\lg\ x/x_0) \qquad (1)$$

$x_0 = 1$ mm

liefert ein relativierendes Korngrößenmaß, welches als WENTWORTH-Skala bezeichnet und in Phi-Graden ausgedrückt wird. Die Phi-Grade sind heute das am häufigsten benützte Korngrößenmaß.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Die zweite Definition

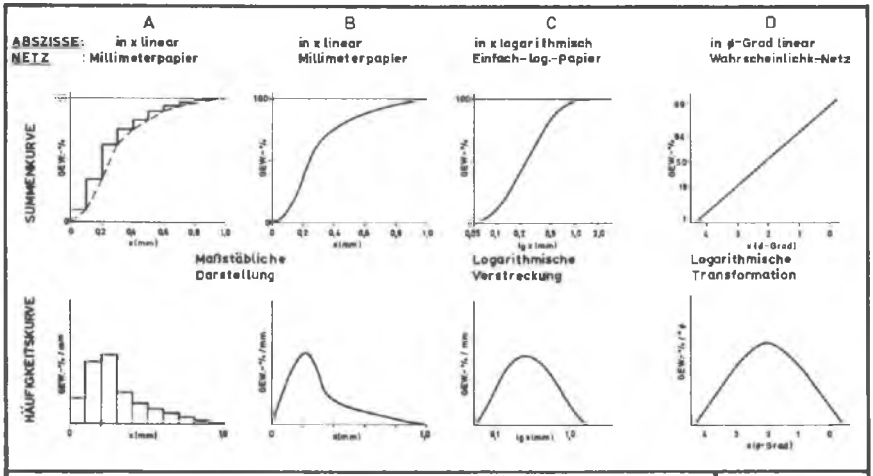
$$\xi = -\lg \frac{x\ (\mathrm{mm})}{x_0\ (\mathrm{mm})} \qquad (2)$$

$x_0 = 2$ mm

bezeichnet KRUMBEIN als ATTERBERG-Skala, weil sie besonders auf die in Deutschland übliche Korngrößenklassifikation Bezug nimmt. Trotz mancher Vorteile wird die Zeta-Skala in Deutschland kaum angewendet.

Nach WALGER (1965, p. 990) sind die Bezeichnungen „Phi-Grade" bzw. „Zeta-Grade" wie Skalenbezeichnungen nach der Art von Grad Celsius oder Grad Fahrenheit aufzufassen, da es sich dabei um Intervallskalen handelt. Genaue Umrechnungstabellen von Millimeter in Phi-Grade und umgekehrt findet man unter anderem bei D. L. INMAN (1952, p. 127).

Die Abbildung 1 zeigt die wichtigsten Darstellungsarten von Korngrößenverteilungen. Die Kurven A (Histogramm) und B (glatter Kurvenzug) haben eine lineare, die Kurven C eine logarithmisch verstreckte Korngrößenteilung, wodurch die relativen Korngrößenänderungen viel besser zum Ausdruck kommen. Die Kurven D schließlich zeigen die Darstellung der Korngrößenverteilung im Wahrscheinlichkeitsnetz, unter Verwendung des relativierenden Korngrößenmaßes der Phi-Skala. Letztere Darstellungsform wurde auch für diese Arbeit gewählt.



Darstellungsarten von Korngrößenverteilungen (modifiziert nach WALGER 1965, Seite 992) — Abb. 1

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

5. Mathematische Behandlung von Korngrößenverteilungen

Die beschriebenen Darstellungsformen der Ergebnisse von Siebanalysen ergeben ein anschauliches Bild der Korngrößenverteilung und ermöglichen eine Beschreibung des Korngemisches. So kann man zum Beispiel ein Sediment aufgrund seiner Kornverteilungs- bzw. Summenkurve unter Berücksichtigung einer festgesetzten Korngrößeneinteilung (z. B. DIN 4022) exakt benennen oder Konvergenzen zwischen Kornsummenkurven verschiedener Aufschlüsse aufzeigen. Sollen aber weiterreichende Aussagen, wie etwa Hinweise auf das Transportmedium oder das Ablagerungsmilieu des Sedimentes formuliert werden, dann ist es in den meisten Fällen notwendig, eine Quantifizierung in der Weise vorzunehmen, daß die Korngrößenverteilung durch Maßzahlen charakterisiert wird.

Im wesentlichen sind es vier Maßzahlen, die für die quantitative Charakterisierung von Häufigkeitsverteilungen verwendet werden. Es sind dies nach L. SACHS (1968, p. 83):

1. Lageparameter, welche das durchschnittliche Verhalten einer Verteilung angeben. Man faßt sie unter dem Sammelbegriff „Mittelwerte" zusammen. Die gebräuchlichsten Mittelwerte sind Modalwert, Median, arithmetischer, geometrischer, harmonischer und vektorieller Mittelwert. Davon ist der arithmetische Mittelwert der bei weitem wichtigste und am besten erforschte.

2. Konzentrationsparameter, welche die Variabilität der Verteilung kennzeichnen. Sie kann man unter dem Sammelbegriff „Streumaße" zusammenfassen; die gebräuchlichsten sind Variationsbreite, mittlere Abweichung, Varianz und Standardabweichung.

3. Formparameter, welche die Abweichung einer Verteilung von der Form der Normalverteilung angeben.

   a) Formparameter erster Art sind Schiefemaße, welche die Abweichung von einer symmetrischen Form berücksichtigen.

   b) Formparameter zweiter Art sind Wölbungsmaße, auch Kurtosis oder Exzeß genannt, welche die Gipfeligkeit (flach-, normal-, hochgipfelig) der Verteilungskurve berücksichtigen.

Die Formulierung dieser, vorerst nur allgemein beschriebenen Maßzahlen, kann zum ersten mathematisch exakt über die sogenannten „statistischen Momente" erfolgen. M. G. KENDALL (1945), G. U. YULE — M. G. KENDALL (1948), E. KREYSZIG (1965) u. a. geben umfassende Darstellungen der mathematischen Theorie dieses Problemkreises. Zum zweiten ist es aber auch möglich, diese Maßzahlen durch bestimmte Punkte der Kornsummenkurve auszudrükken. Mathematisch gesehen stellt diese zweite Gruppe Näherungslösungen dar.
In der Folge werden alle wichtigen statistischen Parameter dargestellt und ihre Vor- und Nachteile diskutiert.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Statistische Momente

Die Berechnung der statistischen Parameter von Korngrößenverteilungen nach der Momentmethode wurde von C. E. VAN ORSTRAND (1925) und C. K. WENTWORTH (1929) eingeführt. W. C. KRUMBEIN — F. J. PETTIJOHN (1938) adaptierten die Methode für die Phi-Skala. Seit der Einführung des Computers erfreut sich diese Methode steigender Beliebtheit.

Nach KREYSZIG (1965, p. 92) bezeichnet man Ausdrücke der Form

$$m_r = \sum_i n_i (x_i - m)^r \tag{3}$$

$r = 1, 2, 3 \ldots \infty$
$i = 1, 2, 3 \ldots k$ (Klassenzahl)

als zentrale Momente vom Grade r einer Verteilung. Mathematisch läßt sich beweisen, daß alle im Rahmen von Korngrößenuntersuchungen auftretenden Verteilungen durch eine Folge von unendlich vielen Zahlen m_r eindeutig festlegbar sind (KREYSZIG, p. 95). Nach D. MARSAL (1967, p. 27) genügen die zentralen Momente vom Grade 1 bis 4, um eine für numerische Zwecke ausreichende Charakterisierung von Korngrößenverteilungen zu erzielen.

Nun lauten die Definitionsgleichungen der verwendeten Parameter:

1. Arithmetischer Mittelwert m:

   Existiert das erste zentrale Moment einer Verteilung, was auf Korngrößenverteilungen immer zutrifft, so hat es den Wert Null, weil m in Analogie zur Mechanik dem Schwerpunkt der Verteilung entspricht und das auf den Schwerpunkt bezogene statische Moment den Wert Null hat.

   $$m_1 = \Sigma n_i (x_i - m) = 0$$
   bzw.
   $$\Sigma x_i n_i - m \Sigma n_i = 0$$

   Mit $\Sigma n_i = 1$ lautet die Definitionsgleichung des arithmetischen Mittelwertes
   $$m = \Sigma x_i n_i \tag{4}$$

2. Varianz s^2 bzw. Standardabweichung s:

   Das zweite zentrale Moment ist die Varianz der betreffenden Verteilung

   $$m_2 = s^2 = \Sigma n_i (x_i - m)^2$$
   $$s^2 = \Sigma (x_i - m)^2 n_i \tag{5}$$

   Die Standardabweichung ist die Quadratwurzel aus s^2 und das Mittel aller Abweichungen von m

   $$s = \sqrt{s^2} \tag{6}$$

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

3. Momentkoeffizient der Schiefe α_3:

Der Momentkoeffizient der Schiefe leitet sich aus dem dritten zentralen Moment

$$m_3 = \Sigma (x_i - m)^3 n_i$$

ab und lautet per Definition

$$\alpha_3 = (\Sigma [x_i - m]^3 n_i)/s^3 \tag{7}$$

4. Momentkoeffizient der Kurtosis α_4:

Er leitet sich aus dem vierten zentralen Moment

$$m_4 = \Sigma (x_i - m)^4 n_i$$

ab und lautet per Definition

$$\alpha_4 = (\Sigma [x_i - m]^4 n_i)/s^4 \tag{8}$$

bzw. in normierter Form

$$\alpha'_4 = \alpha_4 - 3 \tag{9}$$

Für die praktische Arbeit mit einem Kleincomputer sind die Definitionsgleichungen (4) bis (8) ungünstig, weil für die Berechnung der höheren Momentkoeffizienten die Kenntnis des arithmetischen Mittelwertes m vorausgesetzt wird. Wegen der meist beschränkten Speicherkapazität solcher Geräte müßten die Daten zweimal eingegeben werden, womit sich auch der Zeitaufwand für die Durchführung einer Rechenoperation etwa verdoppeln würde.

Zweckmäßigerweise führt man die Definitionsgleichungen in eine äquivalente Form über, die nur eine einmalige Dateneingabe erfordert.

E. F. McBRIDE (1971, p. 118) beschreibt eine Umformung der Definitionsgleichungen, die sich aber, wie weiter unten dargestellt wird, noch weiter vereinfachen läßt. Nebenbei bemerkt, enthalten McBRIDEs Formeln mehrere Fehler, die dazu führen, daß ein von ihm auf Seite 124 dargestelltes praktisches Beispiel vollkommen falsche Resultate liefert.

Der Zweck der vom Auto abgeleiteten Umformung ist darin zu sehen, daß jeder berechnete Parameter in die Berechnung des nächst höheren einbezogen werden kann.

Der arithmetische Mittelwert

$$m = \Sigma x_i n_i \tag{4}$$

bedarf keiner Umformung.

Nun ist die Varianz

$$s^2 = \Sigma (x_i - m)^2 n_i \tag{5}$$

wird der Klammerausdruck ausquadriert

$$s^2 = \Sigma (x_i^2 - 2x_i m + m^2) n_i$$

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

und die Summierung aufgespalten

$$s^2 = \Sigma x_i^2 n_i - 2m \Sigma x_i n_i + m^2 \Sigma n_i$$

so ergibt die Umformung

$$s^2 = \Sigma x_i^2 n_i - 2m^2 + m^2$$

schließlich die neue Formel

$$s^2 = \Sigma x_i^2 n_i - m^2 \tag{10}$$

mit

$$s = \sqrt{s^2} \tag{11}$$

Analog wird bei den folgenden Umformungen der Momentkoeffizienten von Schiefe und Kurtosis vorgegangen.

Momentkoeffizient der Schiefe

$$\alpha_3 = (\Sigma [x_i - m]^3 n_i)/s^3 \tag{7}$$

$$\begin{aligned} s^3 \,.\, \alpha_3 &= \Sigma x_i^3 n_i - 3m \Sigma x_i^2 n_i + 3m^2 \Sigma x_i n_i - m^3 \Sigma n_i \\ &= \Sigma x_i^3 n_i - 3ms^2 - 3m^3 + 3m^3 - m^3 \\ \alpha_3 &= (\Sigma x_i^3 n_i - 3ms^2 - m^3)/s^3 \end{aligned} \tag{12}$$

Momentkoeffizient der Kurtosis

$$\alpha_4 = (\Sigma [x_i - m]^4 n_i)/s^4 \tag{8}$$

$$\begin{aligned} s^4 \,.\, \alpha^4 &= \Sigma x_i^4 n_i - 4m \Sigma x_i^3 n_i + 6m^2 \Sigma x_i^2 n_i - 4m^3 \Sigma x_i n_i + m^4 \Sigma n_i \\ &= \Sigma x_i^4 n_i - 4m (\alpha_3 s^3 + 3ms^2 + m^3) + 6m^2 (s^2 + m^2) - 4m^3 m + m^4 \\ &= \Sigma x_i^4 n_i - 4m\alpha_3 s^3 - 12m^2 s^2 - 4m^4 + 6m^2 s^2 + 6m^4 - 4m^4 + m^4 \\ \alpha_4 &= (\Sigma x_i^4 n_i - 4ms^3\alpha_3 - 6m^2 s^2 - m^4)/s^4 \end{aligned} \tag{13}$$

Näherungsformeln

Neben der mathematisch exakten Momentmethode zur Bestimmung der statistischen Parameter einer Korngrößenverteilung existieren eine Reihe von Näherungsformeln, die im Laufe der Zeit von verschiedenen Autoren, wie P. D. TRASK (1932), W. C. KRUMBEIN (1936), G. H. OTTO (1939), D. L. INMAN (1952), R. L. FOLK — W. C. WARD (1958), R. B. McCOMMON (1962) u. a. m., entwickelt wurden. Alle diese Formeln bauen auf den sogenannnten „Quantilmaßen" auf, welche aus der graphischen Darstellung der Kornsummenkurve abgelesen werden können.

Unter einem Quantilmaß versteht man allgemein den zu einem bestimmten Ordinatenwert (Kornsumme) gehörigen Abszissenwert (Korngröße). So ist zum Beispiel ϕ 50 die zur Kornsumme 50 Gew.% gehörige Korngröße in Phi-Graden. Quantil ist der Übergriff für Quartile, Dezile und Perzentile, welche die Kornsummenkurve in 4, 10 bzw. 100 gleiche Teile zerlegen.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Diese Formeln berücksichtigen nun nicht mehr die gesamte Kornverteilung, sondern einen durch 1, 2, 3 ... n Punkte (Quantile) charakterisierten Zentralbereich der Summenkurve. Je mehr Quantile in einer Formel Berücksichtigung finden und je größer der Bereich der Summenkurve ist, den sie überdecken, desto genauer wird das exakte Ergebnis angenähert. McCOMMON (1962) untersuchte die gebräuchlichsten Formeln für Mittelwert und Streuung (Sortierung) auf den Grad ihrer Annäherung des exakten Ergebnisses und drückte den Annäherungsgrad als „statistischen Wirkungsgrad" (statistical efficiency) in Prozent aus.

Tabelle 1

Die wichtigsten Näherungsformeln der statistischen Parameter Mittelwert, Standardabweichung, Schiefe und Kurtosis (Tab. modifiziert nach FOLK [1966])

Mittelwert		
TRASK (1932)	Median $M_d = \phi 50$ bzw. Q50	64 %
OTTO (1939), INMAN (1952)	$M_\varnothing = (\phi 16 + \phi 84)/2$	74 %
FOLK-WARD (1957)	$M_Z = (\phi 16 + \phi 50 + \phi 84)/3$	88 %
McCOMMON (1962)	$(\phi 10 + \phi 30 + \phi 50 + \phi 70 + \phi 90)/5$	93 %
McCOMMON (1962)	$(\phi 5 + \phi 15 + \ldots + \phi 85 + \phi 95)/10$	97 %
Sortierung (Standardabweichung)		
TRASK (1932)	$S_0 = Q75/Q25$	—
KRUMBEIN (1934)	$QD_\varnothing = (\phi 25 - \phi 75)/1.35$	37 %
OTTO (1939), INMAN (1952)	$S_\varnothing = (\phi 16 - \phi 84)/2$	54 %
FOLK-WARD (1957)	$S_I = (\phi 16 - \phi 84)/4 + (\phi 5 - \phi 95)/6.6$	79 %
McCOMMON (1962)	$(\phi 5 + \phi 15 - \phi 85 - \phi 95)/5.4$	79 %
McCOMMON (1962)	$(\phi 3 + \phi 10 + \phi 20 + \phi 30 - \phi 70 - \phi 80 - \phi 90 - \phi 97)/9.1$	87 %
Schiefe		
TRASK	$S_k = (Q25 \,.\, Q75)/(Q50)^2$	
KRUMBEIN-PETTIJOHN (1938)	$Skq = (\phi 25 + \phi 75 - 2\phi 50)/2$	
INMAN (1952)	$\alpha_{1\varnothing} = (\phi 16 + \phi 84 - 2\phi 50)/(\phi 16 - \phi 84)$	
INMAN (1952)	$\alpha_{2\varnothing} = (\phi 5 + \phi 95 - 2\phi 50)/(\phi 16 - \phi 84)$	
FOLK-WARD (1957)	$Sk_I = (\phi 16 + \phi 84 - 2\phi 50)/2(\phi 16 - \phi 84) + (\phi 5 + \phi 95 - 2\phi 50)/2(\phi 5 - \phi 95)$	
Kurtosis		
KRUMBEIN-PETTIJOHN (1938)	$Kq_a = (\phi 25 - \phi 75)/2(\phi 10 - \phi 90)$	
INMAN (1952)	$\beta_\varnothing = \dfrac{(\phi 5 - \phi 95) - (\phi 16 - \phi 84)}{\phi 16 - \phi 84}$	
FOLK-WARD (1957)	$K_G = \dfrac{\phi 5 - \phi 95}{2.44\,(\phi 25 - \phi 75)}$ bzw. $K'_G = \dfrac{K_G}{K_G + 1}$	

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

In der Tabelle 1 sind die gebräuchlichsten Formeln für Mittelwert, Sortierung, Schiefe und Kurtosis zusammengestellt. Zur Schreibweise der Formeln ist noch eine Bemerkung notwendig. Während es in den USA üblich ist, die Kornsummenkurve als Sieb-Rückstandkurve darzustellen, bevorzugen viele europäische Sedimentpetrographen die Darstellungsform der Durchgangskurve. Diesem Umstand wurde in der Weise Rechnung getragen, daß die Bezeichnung der Quantilmaße im gegenläufigen Sinne erfolgte. Daher entspricht zum Beispiel das Quantil ϕ 5 in dieser Arbeit dem Quantil ϕ 95 in den Formeln der zitierten amerikanischen Autoren. Am Sinn der Formeln ändert sich dadurch nichts.

TRASK (1932) entwickelte die ersten brauchbaren Formeln für Mittelwert, Sortierung und Schiefe. Sie basieren, zum Unterschied von allen anderen Formeln, die sich auf die ϕ-Skala beziehen, auf einer Korngrößenskala in Millimetern. Obwohl ihre Aussagekraft nur gering ist, weil sie nur die inneren 50 % der Kornsummenkurve berücksichtigen, waren sie doch bisher die meistverwendetsten und werden auch heute noch von vielen Sedimentpetrographen angewendet, was wohl mit ihrer einfachen Handhabung zu erklären ist. Von KRUMBEIN (1934) bzw. KRUMBEIN — PETTIJOHN (1938) wurden sie auch für die ϕ-Skala adaptiert.

Sieht man von McCOMMONs Formeln für Mittelwert und Sortierung ab, die trotz ihres höheren statistischen Wirkungsgrades mehr Nachteile als Vorteile bringen, weil sie Quantile in Rechnung stellen, die bei der praktischen Arbeit oft schwer bestimmbar sind (zum Beispiel ϕ 3), ermöglichen die Formeln nach FOLK — WARD die schärfste Aussage, da sie erstens bis zu 5 Quantilen in die Berechnung einbeziehen und zweitens 68 bzw. 90 % der Kornsummenkurve erfassen.

Die Formeln nach OTTO (1939) und INMAN (1952) nehmen mit 2—4 Quantilen und einem Bereich von 68 % der Summenkurve eine Mittelstellung ein.

Nach Ansicht des Autors wird durch eine Kombination von McCOMMONs erster Mittelwertsformel mit den Formeln für Sortierung, Schiefe und Kurtosis nach FOLK — WARD ein Optimum in der Berechnung von Näherungslösungen der statischen Parameter erreicht. Formeln mit höherem statistischem Wirkungsgrad müßten mehr als 90 % der Kornsummenkurve und mehr als 5 Quantile in die Berechnung einbeziehen. Dann wird es aber schon sinnvoller, die statistischen Momente bzw. Momentkoeffizienten zu berechnen.

6. Das Problem der „offenen" Verteilungskurven

Die Methodengrenze der Siebanalyse liegt in der Praxis bei einer Korngröße von 63 µm, günstigenfalls bei 31 µm. Fast alle Sande haben aber größere oder kleinere Anteile pelitischen Materials, über dessen Korngrößenverteilung die Siebanalyse keine Aussagen liefert. In diesem Fall spricht man von sogenann-

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at
ten „offenen" (englisch „open ended") Verteilungs- bzw. Summenkurven. Wohl kann man mit Hilfe der Sedimentationsmethoden auch die Korngrößenverteilung in diesem Bereich bestimmen, doch lassen sich die Ergebnisse von Sieb- und Schlämmanalysen nur schwer verknüpfen, weil jede Methode etwas anderes mißt. Bei der Siebanalyse ist es ein Minimalquerschnitt, der es dem Korn gerade noch erlaubt, die Maschen des Siebes zu passieren. Dagegen ist bei der Schlämmanalyse ein „mittlerer hydraulischer Korndurchmesser" für die Sedimentationsgeschwindigkeit verantwortlich, welcher mit den Abmessungen des Kornes, die beim Siebvorgang wirksam werden, in keinem direkten Zusammenhang steht.

Diese Diskrepanz drückt sich auch in den statistischen Parametern aus. FOLK (1962, 1966), aber auch L. VAN DER PLAS (1962) weisen darauf hin, daß zwar die Einflüsse auf Mittelwert und Sortierung meist vernachlässigbar sind, daß aber die Werte für Schiefe und Kurtosis völlig verfälscht werden.

Ein gutes Beispiel liefern die Untersuchungen von F. P. SHEPARD — R. YOUNG (1961) an Strand- und Dünensanden der texanischen Golfküste. SHEPARD — YOUNG errechneten aus Schlämmanalysen stark negative Schiefewerte (im Mittel — 0.40, mit Spitzenwerten bis — 2.30!). Siebanalysen anderer Autoren, wie C. C. MASON — R. L. FOLK (1958), G. M. FRIEDMAN (1961) oder R. J. MOIOLA — D. WEISER (1968) machten aber deutlich, daß die Feinsande des betreffenden Gebietes in Wirklichkeit Schiefewerte zwischen + 0.15 und — 0.15 besitzen.

Will man also Korngrößenanalysen einer mathematischen Behandlung unterziehen, so muß man sich aufgrund des vorliegenden Probenmaterials entscheiden, ob man Schlämm- oder Siebanalysen durchführen soll. Entscheidet man sich für die Siebanalyse, dann wird man sicher mit dem Problem der „offenen" Verteilungskurven konfrontiert und muß eine geeignete Form der mathematischen Auswertung finden, die diesen Umstand berücksichtigt.

Näherungsweise Bestimmung der statistischen Momente bzw. Momentkoeffizienten

Die statistischen Momente bzw. Momentkoeffizienten einer „offenen" Korngrößenverteilung können erst dann berechnet werden, wenn man eine Annahme über die Verteilung der Feinfraktion getroffen hat.

FRIEDMAN (1961, 1962, 1967) verwendete bei seinen sehr erfolgreichen Untersuchungen zur Unterscheidung rezenter Strand- und Flußsande mit Hilfe der statistischen Parameter eine Annahme, bei der er sich die Feinfraktion in einer Klasse konzentriert dachte und für deren mittlere Korngröße er die Annahmen 4.25 bzw. 6.00 ϕ traf. Obwohl er ausdrücklich auf den fiktiven Charakter der auf diese Weise bestimmten Parameter hinwies (1967, p. 348) und auch durch schrittweise Verschiebung einer Normalverteilung in den Fein-

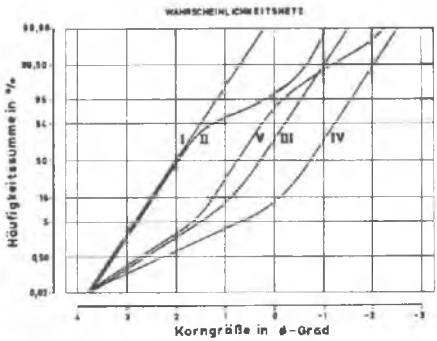
©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

kornbereich die Abhängigkeit der berechneten Parameter vom jeweiligen Feinkornanteil aufzeigte, wurden doch seine Annahmen in der Folge mehrmals falsch interpretiert und als eine Art Allheilmittel angesehen.

So kann man bei McBRIDE (1971, p. 118) folgende Verallgemeinerung lesen, die hier in freier Übersetzung wiedergegeben werden soll:

„Für Proben mit einem Feinanteil kleiner als 8 % sollen bei vorwiegend schluffiger Feinfraktion die Annahmen 4.25 bzw. 4.50 ϕ verwendet werden; enthält die Feinfraktion vorwiegend Ton, soll mit mittleren Korngrößen von 8 bis 10 ϕ gerechnet werden."

Leider ist dieses Problem in so einfacher Weise nicht zu lösen. Das beweist die folgende Untersuchung.



Kurve I: Normalverteilung. $m = 2{,}0000\,\phi$, $s = 0{,}5051\,\phi$, $\alpha_3 = \alpha_4' = 0{,}0000$;

Kurve II: $m = 1{,}8469$, $s = 0{,}7491$, $\alpha_3 = -1{,}1407$, $\alpha_4' = 1{,}5320$;

Kurve III: $m = 0{,}3664$, $s = 0{,}6229$, $\alpha_3 = 0{,}9639$, $\alpha_4' = 1{,}9905$;

Kurve IV: $m = -0{,}6368$, $s = 0{,}7026$, $\alpha_3 = 1{,}3999$, $\alpha_4' = 3{,}9566$;

Kurve V: $m = 0{,}7500$, $s = 0{,}5991$, $\alpha_3 = 0{,}0000$, $\alpha_4' = 2{,}3469$;

Theoretische Kornsummenkurven zur Untersuchung der Annahmen $\bar{x}(<63\mu) = 4{,}25 - 4{,}50 - 5{,}00 - 6{,}00°\phi$	Abb. 2

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Zum Zwecke dieser Untersuchung wurden 5 Kornsummenkurven ausgewählt, die den wichtigsten in der Praxis vorkommenden Kurventypen entsprechen. Zur Verminderung des Rechenaufwandes überdecken sie allerdings nur den Schluffbereich, was aber die Grundsätzlichkeit der später formulierten Aussagen nicht beeinflußt. Sie sind in Abbildung 2 graphisch dargestellt und durch ihre exakten statistischen Parameter charakterisiert.

Jede Summenkurve wurde in 6 Schritten rechnerisch in der Weise nach links verschoben, daß sich eine Variation des Feinkornanteiles von 0 bis 50 % ergab. Zu jedem Schritt wurden die statistischen Parameter für die Annahmen 4.25, 4.50, 5.00 und 6.00 ϕ berechnet. Aufgrund der Ergebnisse dieses Rechenprogramms war es nun möglich, die Änderung der statistischen Parameter jeder Kurve (Ordinatenwert) in Abhängigkeit von der getroffenen Annahme (Scharparameter) und vom Feinkornanteil (Abzissenwert) zu verfolgen und graphisch darzustellen. Aus diesen Diagrammen, die in den Abbildungen 3 (a, b) und 4 (a, b) beispielsweise für die Kurventypen I und IV dargestellt sind, lassen sich folgende Aussagen ableiten:

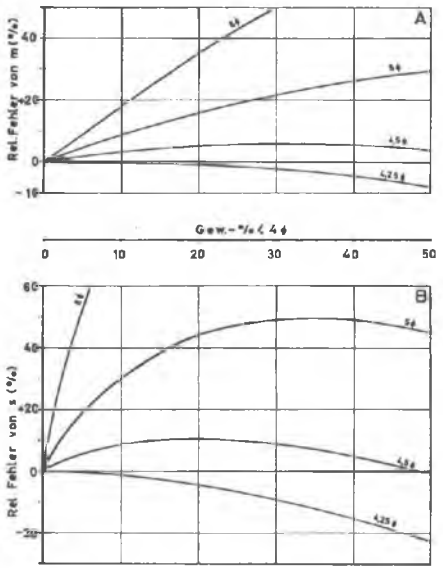
1. Es besteht eine starke Abhängigkeit von der Art der Kornsummenkurve. Für normalverteilte und rechtsschiefe Summenkurven (Typ I und II) ist es möglich, für alle Parameter auch über den von McBRIDE angegebenen Bereich von 8 Gewichtsprozent Feinanteil hinaus eine gute Annäherung der exakten Ergebnisse zu erzielen. Für linksschiefe Summenkurven (Typ III und IV) gilt das nur für die Berechnung von Mittelwert und Sortierung. Die Werte von Schiefe und Kurtosis weichen schon bei 2 bis 3 Gewichtsprozent Feinanteil so stark vom exakten Ergebnis ab, daß auf ihre Berechnung verzichtet werden muß. Symmetrische, flach- oder hochgipfelige Summenkurven nehmen eine Mittelstellung ein, wobei hochgipfelige Kurven (Typ V) ein ähnliches Verhalten wie die linksschiefen zeigen.

2. Die Güte der erzielten Ergebnisse ist sehr stark von der richtigen Wahl des mittleren Korndurchmessers der Feinfraktion abhängig. Schon ein Fehler von 0.25 bis 0.50 ϕ kann zu einer totalen Verfälschung der Ergebnisse führen.

3. Nicht immer ist eine Annahme für alle statistischen Parameter gleich gut. Am Beispiel von Kurventyp IV ist deutlich zu sehen, daß zwar die Annahme von 4.50 ϕ für den mittleren Korndurchmesser der Feinfraktion für den Mittelwert die beste Annäherung ergibt, daß aber für Sortierung und Schiefe die Annahme 5.00 ϕ besser geeignet ist; für die Kurtosis liefert keine Annahme brauchbare Ergebnisse.

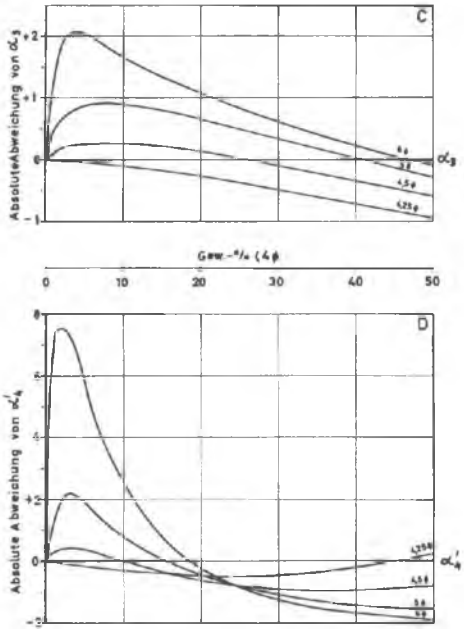
Die Berechung der statistischen Parameter „offener Kornsummenkurven über die Momentformeln kann also dann und nur dann mit einiger Sicherheit erfolgen, wenn der Feinkornanteil einen Wert von 2 bis 3 Gewichtsprozent nicht übersteigt und zusätzlich Informationen über die Verteilung der Feinfraktion

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at



Kurventyp I: m und s in Abhängigkeit vom Feinkornanteil

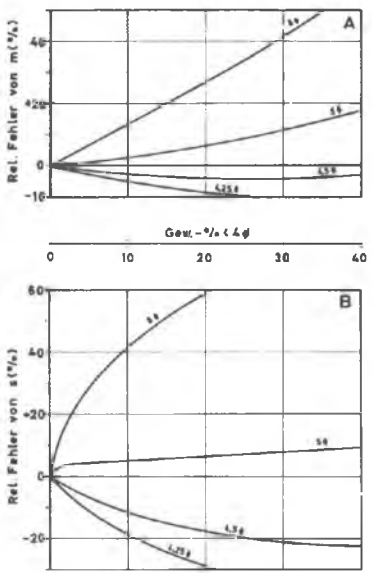
Abb. 3a



Kurventyp I: α_3 und α_4' in Abhängigkeit vom Feinkornanteil

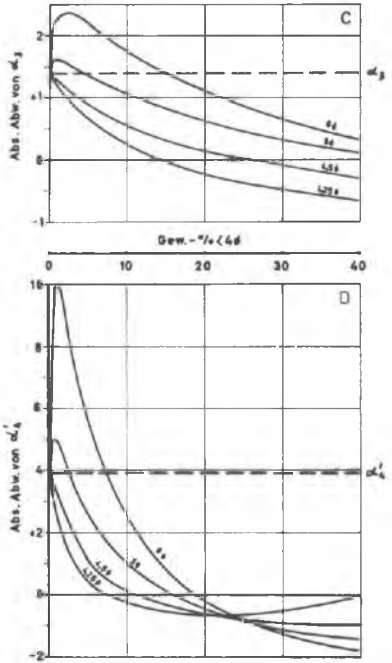
Abb. 3b

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at



Kurventyp IV: m und s in Abhängigkeit vom Feinkornanteil

Abb. 4a



Kurventyp IV: α_3 und α'_4 in Abhängigkeit vom Feinkornanteil

Abb. 4b

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

vorliegen. Besondere Vorsicht ist bei Kornverteilungen mit positiver Schiefe geboten, weil bei solchen Kurven die Werte für Schiefe und Kurtosis schon unter 3 Gewichtsprozent Feinanteil, auch bei exakter Wahl des mittleren Korndurchmessers, beträchtlich verfälscht werden können.

Aufgrund der komplexen Zusammenhänge zwischen Kurventyp, Feinkornanteil und Feinkornverteilung ist es nicht möglich, allgemein gültige Regeln für die Berechnung der statistischen Momente bzw. Momentkoeffizienten „offener" Korngrößenverteilungen zu formulieren. Eine gewisse Unsicherheit muß immer in Kauf genommen werden.

Extrapolierbarkeit unbekannter Quantilmaße

Die auf Quantilmaßen aufbauenden Formeln für die Berechnung der statistischen Parameter sind an und für sich für die mathematische Behandlung „offener Korngrößenverteilungen" besser geeignet als die Momentformeln, weil sie nur einen begrenzten Bereich der Summenkurve in Rechnung stellen. Ist der perzentuelle Anteil des nicht analysierten Feinkornes kleiner als der Ordinatenwert des niedrigsten Quantils, so hat er auf das Ergebnis keinen Einfluß.

Die in Tabelle 1 beschriebenen Formeln erfassen verschiedene Zentralbereiche der Summenkurve. Somit besteht die Möglichkeit, eine dem jeweiligen Feinkornanteil angepaßte Formel in Anwendung zu bringen. Der Nachteil dieser Vorgangsweise ist, daß mit der Einengung des erfaßten Bereiches der Summenkurve auch die Aussagekraft der Ergebnisse reduziert wird.

Damit stellt sich die Frage, ob es vertretbar ist, den erfaßten Bereich durch Extrapolation unbekannter Quantilmaße zu erweitern.

Zur Klärung dieser Frage wurden aus einer praktischen Arbeit des Verfassers (WALACH, 1972) 31 Siebanalysen herausgegriffen, deren nicht analysierter Feinanteil kleiner als 5 Gewichtsprozent ist. Somit lag das Quantil ϕ 5 innerhalb des Analysenbereiches und die Auswertung nach den Formeln von FOLK — WARD war für alle 31 Kornsummenkurven möglich.

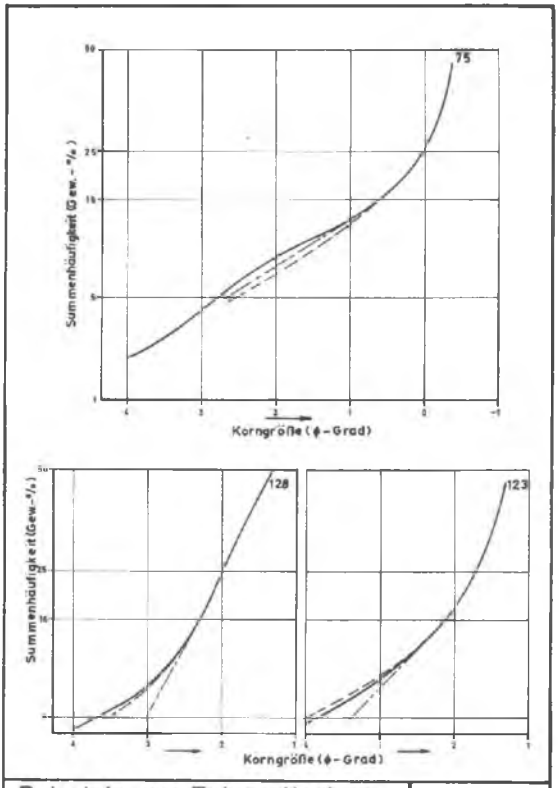
Nun wurden alle Summenkurven künstlich bis zum Quantil ϕ 16 verkürzt, neuerlich das Quantil ϕ 5, diesmal aber durch Extrapolation bestimmt und die statistischen Parameter nach FOLK — WARD berechnet. Ein Vergleich der Ergebnisse zeigte schließlich die Differenzen auf und ermöglichte eine Aussage über die Anwendbarkeit der Extrapolation.

Die Extrapolation wurde auf 2 Arten durchgeführt. Zum ersten wurde die lineare Extrapolation angewendet. Dabei wurde die Summenkurve durch eine Gerade mit der Steigung der Kurve im Punkt ϕ 16 bis zum Schnitt mit dem abszissenparallelen Ordner des Quantils ϕ 5 verlängert. Diese Art der Extrapolation ist bekannt und wird auch allgemein angewendet.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Zum zweiten wurde aber auch ein Versuch mit einer exponentiellen Extrapolation gemacht. Dazu wurde ein spezielles Extrapolationslineal für Exponentialkurven (DIETZGEN 2217—59) verwendet, welches in der Lagerstättenphysik zur Prognostizierung des Förderabfalles erdölfördernder Produktionseinheiten Anwendung findet. Diese Extrapolationsart hat den Vorteil, daß nicht nur die Steigung der Summenkurve im Punkt ϕ 16 Berücksichtigung findet, sondern daß man den Trend der Krümmung eines längeren Kurvenstückes in den Extrapolationsbereich hinein fortsetzen kann.

In Abbildung 5 ist der Extrapolationsvorgang für das Quantil ϕ 5 am Beispiel dreier Summenkurven (Proben 75, 123 und 128) graphisch dargestellt.



Beispiele zur Extrapolierbarkeit unbekannter Quantilmaße — · — linear, — — — exponentiell extrapoliert

Abb. 5

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Mit Hilfe der so erhaltenen Daten war es nun möglich, Kennzahlen zu errechnen, die einen quantitativen Vergleich der beiden Extrapolationsarten erlauben. Als Kennzahlen werden erstens die mittlere Abweichung a der aufgrund der Extrapolation errechneten Parameter von den exakten FOLK — WARD-Werten und zweitens die Variationsbreite b der Abweichungen verwendet, wobei unter Variationsbreite die Differenz zwischen der maximalen positiven und negativen Abweichung verstanden wird. Die Indices 1 (linear) und e (exponentiell) in der folgenden Tabelle weisen auf die Art der Extrapolation hin.

	Kennzahlen (in $^0\phi$)			
Parameter	a_1	b_1	a_e	b_e
Sortierung s_I	—0,034	0,127	—0,004	0,048
Schiefe Sk_I	—0,031	0,103	—0,003	0,039
Kurtosis K'_G	—0,019	0,047	—0,002	0,018

Die berechneten Kennzahlen zeigen nun sehr deutlich die Überlegenheit der exponentiellen Extrapolation. Die mittlere Abweichung a wird gegenüber der linearen Extrapolation etwa auf ein Zehntel reduziert und für alle Parameter in den Bereich der dritten Dezimale verdrängt. Da es üblich ist, die statistischen Parameter nur auf zwei Dezimalen genau anzugeben, ist der Extrapolationsfehler zu vernachlässigen.

Aus der Berechnung kann aber noch ein weiterer Vorteil der exponentiellen Extrapolation abgelesen werden. Die lineare Extrapolation hat die Tendenz, die Werte aller statistischen Parameter zu verkleinern. Das beweisen die deutlich negative mittlere Abweichung und die stark negative Asymmetrie der extremen Abweichungen. Die exponentielle Extrapolation hingegen zeigt nur eine schwach negative mittlere Abweichung und ungefähr symmetrische Extremabweichungen, was darauf hinweist, daß sich bei Betrachtung einer Stichprobe von n Einzelwerten die Abweichungen nahezu ausgleichen werden.

Auch eine für die Sortierung durchgeführte Berechnung der linearen Korrelationskoeffizienten beider Extrapolationsarten (exakter s_I-Wert = Nichtzufallsvariable, extrapolierter s_I-Wert = Zufallsvariable), brachte mit $r_1 = 0.9981$ gegenüber $r_e = 0.9995$ für die exponentielle Extrapolation einen besseren funktionellen Zusammenhang mit den exakten FOLK — WARD-Werten.

Zusammenfassend kann man daher sagen, daß die exponentielle Extrapolation gegenüber der linearen deutliche Vorteile bringt und ein geeignetes Verfahren darstellt, den durch Quantile erfaßten Bereich der Kornsummenkurve zu erweitern und den Weg zu aussagekräftigen Parametern zu eröffnen. Genaugenommen gilt diese Aussage aber nur für das in dieser Arbeit untersuchte Probenmaterial. Ihre Allgemeingültigkeit könnte nur durch ein großes Untersuchungsprogramm an Proben verschiedenster Lokalitäten und Ablagerungsmilieus bewiesen werden.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

7. Wahl des optimalen Formelsystems

Die entwickelten Bewertungskriterien für die Berechnung der statistischen Parameter „offener" Korngrößenverteilungen bieten nun die Möglichkeit, aufgrund der Ergebnisse der Siebanalyse ein optimales Formelsystem für die mathematische Behandlung des Datenmaterials zu wählen.

Wie gezeigt wurde, ist der perzentuelle Anteil an nicht analysierter Feinfraktion der entscheidende Faktor und dies erlaubt die Formulierung des folgenden einfachen Schemas:

Feinanteil (Gew.-%)	optimales Formelsystem
0— 3	Momentformeln mit oder ohne Annahmen nach FRIEDMAN (1967)
3— 5	Formeln nach FOLK — WARD (1958)
5—16	Formeln nach FOLK — WARD mit exponentieller Extrapolation von ϕ 5
16—25	Formeln nach OTTO (1939) bzw. INMAN (1952) mit exponentieller Extrapolation von ϕ 16

Übersteigt der Feinkornanteil 25 Gewichtsprozent, so ist die Grenze der Anwendbarkeit der statistischen Parameter überschritten. Zwar wäre es noch möglich, durch Extrapolation das Quantil ϕ 25 zu bestimmen und die Formeln nach TRASK (1932) anzuwenden, doch ist deren Aussagekraft an und für sich schon so gering, daß sie nicht mehr als einen ersten Hinweis auf die Eigenschaften des untersuchten Sandes liefern können.

Es ist mir eine angenehme Aufgabe, Herrn em. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Otmar Michael FRIEDRICH herzlich zu danken, daß er mir durch seine großzügige Unterstützung diese Arbeit ermöglicht hat.

Herrn a. o. Prof. Dr. phil. Johann Georg HADITSCH danke ich besonders für die zahlreichen Diskussionen und Ratschläge während der Durchführung der vorliegenden Arbeit.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

Literatur

ATTERBERG, A.: Die rationelle Klassifikation der Sande und Kiese. — Chemiker Zeitung, *29*, 195—198, 1905.

BATEL, W.: Einführung in die Korngrößenmeßtechnik. — Springer, 163 pp., 1964.

CARVER, R. E.: Procedures in Sedimentary Petrology — Wiley, New York, 653 pp., 1971.

DOEGLAS, D. J.: Grain-size indices, classification and environment. — Sedimentology, *10*, 83—100, 1968.

FOLK, R. L.: The distinction between grain size and mineral composition in sedimentary rock-nomenclature. — J. Geol., *62*, 344X359, 1954.

FOLK, R. L.: Of skewnesses and sands. — J. Sed. Petr., *32*, 145—146, 1962.

FOLK, R. L.: A review of grain size parameters. — Sedimentology, *6*, 73—93, 1966.

FOLK, R. L. — WARD, W. C.: Brazos River bar: a study in the significance of grain size parameters. — J. Sed. Petr., *27*, 3—26, 1958.

FRIEDMAN, G. M.: Distinction between dune, beach and river sands from their textural characteristics. — J. Sed. Petr., *31*, 514—529, 1961.

FRIEDMAN, G. M.: On sorting, sorting coefficients, and the lognormality of the grain-size distribution of sandstones. — J. Geol., *70*, 737—753, 1962.

FRIEDMAN, G. M.: Dynamic processes and statistical parameters compared for size frequency distribution of beach and river sands. — J. Sed. Petr., *37*, 327—354, 1967.

FÜCHTBAUER, H.: Zur Nomenklatur der Sedimentgesteine. — Erdöl und Kohle, *12*, 605—613, 1959.

FÜCHTBAUER, H. — MÜLLER, G.: Sedimente und Sedimentgesteine. — Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 726 pp., 1969.

INMAN, D. L.: Measures for describing the size distribution of sediments. — J. Sed. Petr., *22*, 125—145, 1962.

KENDALL, M. G.: The advanced Theory of Statistics. — C. Griffin, London, 457 pp., 1945.

KÖSTER, E.: Granulometrische und morphometrische Meßmethoden an Mineralkörnern, Steinen und sonstigen Stoffen. — Enke-Verlag, Stuttgart, 336 pp,. 1964.

KREYSZIG, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. — Vandenhoeck u. Ruprecht, Göttingen, 422 pp., 1965.

KRUMBEIN, W. C.: The probable error of sampling sediments for mechanical analysis. — Amer. Jour. Sci., *27*, 204—214, 1934.

KRUMBEIN, W. C.: Application of logarithmic moments to size frequency distribution of sediments. — J. Sed. Petr., *8*, 84—90, 1936.

KRUMBEIN, W. C. — PETTIJOHN, F. J.: Manual of sedimentary petrography. — D. Appleton-Century Co., 549 pp., 1938.

MARSAL, D.: Statistische Methoden für Erdwissenschaftler. — Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 152 pp., 1967.

MASON, C. C. — FOLK, R. L.: Differentiation of beach, dune, and aeolian flat environments by size analysis, Mustang Island, Texas. — J. Sed. Petr., *28*, 211—226, 1958.

McBRIDE, E. F.: Mathematical treatment of size distribution data. — In R. E. CARVER: Procedures in sedimentary petrology, 109—127, 1971.

McCOMMON, R. B.: Efficiencies of percentile measures for describing the mean size and sorting of sedimentary particles. — J. Geol., *70*, 453—465, 1962.

MOIOLA, R. J. — WEISER, D.: Textural parameters: an evaluation. — J. Sed. Petr., *38*, 45—53, 1968.

©Geol. Bundesanstalt, Wien; download unter www.geologie.ac.at

MOSEBACH, R.: Auswertung und Darstellung von Kornanalysen und Anwendung ihrer Ergebnisse auf petrologische Fragen. — Geologie, *3*, 413—440, 1954.

MÜLLER, G.: Methoden der Sedimentuntersuchung. — Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 303 pp., 1964.

OTTO, G. H.: A modified logarithmic probability graph for the interpretation of mechanical analysis of sediments. — J. Sed. Petr., *9*, 62—76, 1939.

SACHS, L.: Statistische Auswertungsmethoden, Springer, Berlin-Heidelberg, 671 pp., 1968.

SHEPARD, F. P. — YOUNG, R.: Distinguishing between beach and dune sands. — J. Sed. Petr., *31*, 196—214, 1961.

TRASK, P. D.: Origin and environment of source sediments of petroleum. — Houston, Texas, 323 pp., 1932.

UDDEN, J. A.: Mechanical composition of wind deposits. — Augustana Library Publ., *1*, 69 pp., 1898.

VAN DER PLAS, L.: Preliminary note on the granulometric analysis of sedimentary rocks. — Sedimentology, *1*, 145—157, 1962.

VAN ORSTRAND, C. E.: Note on the representation of the distribution of grains in sands. — Comittee on Sedimentation, Natl. Res. Council, 63—67, 1925.

WALACH, G.: Ein Beitrag zur Analytik sandiger Sedimente, dargestellt am Beispiel eines Profiles durch die Westflanke des Österreichischen Beckens. Unveröff. Diss., Mont. Hochschule, Leoben, 1972.

WALGER, E.: Zur Darstellung von Korngrößenverteilungen. — Geol. Rundschau, *54*, 976—1002, 1965.

WENTWORTH, C. K.: A scale of grade and class terms for classifying Sediments. — J. Geol., *30*, 377—392, 1922.

WENTWORTH, C. K.: Method of computing mechanical composition types in sediments. — Bull. Geol. Soc. Am., *40*, 771—790, 1929.

YULE, G. U. — KENDALL, M. G.: An introduction to the theory of statistics. — Griffin, 570 pp., 1948.

Anschrift des Verfassers: Dipl.-Ing. Dr. mont. Georg WALACH
Institut für Erdölgeologie und Angewandte Geophysik, Montanistische Hochschule
A-8700 Leoben

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Archiv für Lagerstättenforschung in den Ostalpen

Jahr/Year: 1974

Band/Volume: SB_2

Autor(en)/Author(s): Walach Georg

Artikel/Article: Kritische Betrachtungen zur mathematischen Behandlung von Korngrößenverteilungen 265-286