Ueber die Klangfarbe der Tonarten.

Jede Tonart ruht bekanntlich auf der Verbindung dreier Töne von möglichst einfachem Schwingzahlenverhältniss, deren tiefster als Grundton bezeichnet zu werden pflegt. Wählt man als diesen c und gesellt ihm seine grosse Terz e und die Quint g bei, so entsteht das Schema des dur-Akkordes c e g = 1 $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{2}$ = 4 5 6 oder bei der Combination von Grundton, kleiner Terz und Quint c es g = 1 $\frac{6}{5}$ $\frac{3}{2}$ = 10 12 15 für den kleinen Dreiklang (moll). Nun kann, wenn wir die Unterscheidung der in enharmonischer Verwechslung stehenden is und b-Töne zunächst bei Seite lassen, von jedem der zwölf Glieder der chromatischen Skala ausgegangen werden, wonach der Kunst zwölf dur- und ebensoviel moll-Tonarten zur Verfügung stehen. Sofern die Intervalle sämmtlich gleichwerthig wären, sei es von Natur oder mit Hilfe der Fiktion der gleichschwebenden Temperatur, müsste jenes Zahlenverhältniss in jedem Akkord sich genau wiederfinden. Es ergibt sich aber unter Annahme der natürlichen relativen Schwingzahlen und des Verfahrens, die erhöhten und erniedrigten Töne durch Multiplikation der Schwingzahlen der beziehlich nächst tieferen oder höheren Töne mit $\frac{25}{24}$ und $\frac{24}{25}$ in ihren mathematischen Werthen zu bestimmen, folgende Berechnung:

c-dur, $c:e:g = 1:\frac{5}{4}:\frac{3}{2} = 4:5:6$; c-moll, $c:es:g = 1:\frac{6}{5}:\frac{3}{2} = 10:12:15$.
cis-dur, $cis:f:gis = \frac{25}{24}:\frac{4}{3}:\frac{25}{16} = 50:64:75$; cis-moll, $cis:e:gis = \frac{25}{24}:\frac{5}{4}:\frac{25}{16} = 10:12:15$.
d-dur, $d:fis:a = \frac{9}{8}:\frac{25}{18}:\frac{5}{3} = 81:100:120$; d-moll, $d:f:a = \frac{9}{8}:\frac{4}{3}:\frac{5}{3} = 27:32:40$.
dis-dur, $dis:g:ais = \frac{75}{64}:\frac{3}{2}:\frac{125}{72} = 675:864:1000$; dis-moll, $dis : ges \ \ ais = \frac{75}{64} \ \ \frac{36}{25} \ \ \frac{135}{72} = 16875 : 20736 \ \ 25000$.
e-dur, $e:gis:h = \frac{5}{4}:\frac{25}{16}:\frac{15}{8} = 4:5:6$; e-moll, $e:g:h = \frac{5}{4}:\frac{3}{2}:\frac{15}{8} = 10:12:15$.
f-dur, $f:a:c_1 = \frac{4}{3}:\frac{5}{3}:2 = 4:5:6$; f-moll, $f:as:c_1 = \frac{4}{3}:\frac{8}{5}:2 = 10:12:15$.
fis-dur, $fis:ais:cis_1 = \frac{25}{18}:\frac{125}{72}:\frac{25}{12} = 4:5:6$; fis-moll, $fis:a:cis_1 = \frac{25}{18}:\frac{5}{3}:\frac{25}{12} = 10:12:15$.
g-dur, $g:h:d_1 = \frac{3}{2}:\frac{15}{8}:\frac{9}{4} = 4:5:6$; g-moll, $g:b:d_1 = \frac{3}{2}:\frac{9}{5}:\frac{9}{4} = 10:12:15$.
gis-dur, $gis:c_1:dis_1 = \frac{25}{16}:2:\frac{75}{32} = 50:64:75$; gis-moll, $gis:h:dis_1 = \frac{25}{16}:\frac{15}{8}:\frac{75}{32} = 10:12:15$.
a-dur, $a:cis_1:e_1 = \frac{5}{3}:\frac{25}{12}:\frac{5}{2} = 4:5:6$; a-moll, $a:c_1:e_1 = \frac{5}{3}:2:\frac{5}{2} = 10:12:15$.
ais-dur, $ais:d_1:f_1 = \frac{125}{72}:\frac{9}{4}:\frac{8}{3} = 125:162:192$; ais-moll, $ais:des_1:f_1 = \frac{125}{72}:\frac{54}{25}:\frac{8}{3} = 3125:3888:4800$.
h-dur, $h:dis_1:fis_1 = \frac{15}{8}:\frac{75}{32}:\frac{25}{9} = 108:135:160$; h-moll, $h:d_1:fis_1 = \frac{15}{8}:\frac{9}{4}:\frac{25}{9} = 135:162:200$.

Lässt man an Stelle der erhöhten die vertieften Zwischentonarten treten, so entstehen folgende Verhältnisse:

des-dur, $des:f:as = \frac{27}{25}:\frac{4}{3}:\frac{8}{5} = 81:100:120$; des-moll, $des:e:as = \frac{27}{25}:\frac{5}{4}:\frac{8}{5} = 108:125:160$.
es-dur, $es:g:b = \frac{6}{5}:\frac{3}{2}:\frac{9}{5} = 4:5:6$; es-moll, $es:ges:b = \frac{6}{5}:\frac{36}{25}:\frac{9}{5} = 10:12:15$.
ges-dur, $ges:b:des_1 = \frac{36}{25}:\frac{9}{5}:\frac{54}{25} = 4:5:6$; ges-moll, $ges:a:des = \frac{36}{25}:\frac{5}{3}:\frac{54}{25} = 108:125:162$.
as-dur, $as:c_1:es_1 = \frac{8}{5}:2:\frac{12}{5} = 4:5:6$; as-moll, $as:h:es_1 = \frac{8}{5}:\frac{15}{8}:\frac{12}{5} = 64:75:96$.
b-dur, $b:d_1:f_1 := \frac{9}{5}:\frac{9}{4}:\frac{8}{3} = 108:135:160$; b-moll, $b:des_1:f_1 = \frac{9}{5}:\frac{54}{25}:\frac{8}{3} = 135:162:200$.

In cis- und gis-dur werden die einfachen Zahlenverhältnisse hergestellt, wenn beziehlich statt f und c_1 die nicht gebräuchlichen Erhöhungstöne eis und his gesetzt werden. Man erhält cis eis gis $= \frac{25}{24}\ \frac{125}{96}\ \frac{25}{16} = 4\ \ 5\ \ 6$; gis his $dis_1 = \frac{25}{16}\ \frac{375}{192}\ \frac{75}{32} = 4\ \ 5\ \ 6$.

Auch in den moll-Tonarten liessen sich vermittels enharmonischer Verwechslung einige der complicirteren Verhältnisse vereinfachen — es ist aber nicht nothwendig, man sieht schon jetzt, dass selbst unter Festhaltung der reinen Zahlenverhältnisse der ungleichschwebenden Temperatur nur in wenigen Tonarten merkliche Abweichungen vom Grundschema des Dreiklanges vorkommen. Wird die ganze Skala jeder Tonart durchgerechnet, so erscheinen nur zwei Tonarten ganz rein, während fünf an Einer Stelle, zehn an zwei, drei an drei, vier an vier Stellen vom einfachen Intervallverhältniss abweichen. Es ist, wie Drobisch im 90. Band von Poggendorffs Annalen der Physik zeigte, unmöglich, die in der Musik gebräuchlichen Töne so mit rechnerischen Werthen ihrer Intervalle auszustatten, dass jede Tonart eine ganz reine Skala gibt, vielmehr verzichtet man entweder in den meisten Skalen auf Reinheit, um dieselbe in einigen wenigen Tonarten vollkommen zu erreichen, — ungleichschwebende Temperatur, oder es wird jeder Tonart eine gleichförmige Verminderung ihrer Reinheit zugestanden und so eine gleichmässige Vertheilung der musikalischen Abweichungen vorgenommen, welche zur gleichschwebenden Temperatur der praktischen Musik führt. Im letzteren Falle weichen die Skalen sämmtlicher Tonarten am wenigsten von der absoluten Reinheit ab, wenn man das Quinteninterval auf $\frac{43}{74}$ festsetzt. Da nun in der gleichschwebenden Temperatur und an den nach ihr ausschliesslich gestimmten Instrumenten, wie dem Klavier, die oben constatirten Abweichungen vom reinen Dreiklangverhältniss ganz verschwinden, so verliert die Vermuthung, dass der eigenthümliche Charakter, welchen nach dem Urtheil des Künstlers und selbst nach dem Gefühle des Laien jede Tonart hat, in den Abweichungen von der vollkommenen Zahlenrelation begründet sei, bedeutend an Werth, obwohl immerhin stets einiges Gewicht darauf zu legen sein wird. Ausserdem aber scheint mir das beregte Phänomen die grösste Analogie mit der Klangfärbung der Einzeltöne zu haben, und nachdem Helmholtz diese aus der Beimengung der Obertöne erklärt hat, dürfte es nahe liegen, den Charakter der Tonart von der Mischung der letzteren herzuleiten, womit in Uebereinstimmung steht, dass jener Sondercharakter gerade dann am deutlichsten und effectvollsten hervortritt, wenn der Componist den Wechsel der Tonart an eine Modification der Instrumentirung bindet, deren oft magische Wirkung erklärlich wird, wenn man sich erinnert, wie auf die Klangfarbe Form und Material der mitschwingenden Körper von hohem Einfluss ist. Die Höhenverhältnisse der Obertöne in Bezug auf den Grundton bleiben zwar in der Art die nämlichen, dass ihre Schwingzahlen ganzzahlige Vielfache der Schwingzahl jenes werden, aber ihre absolute Höhe hängt von derjenigen des Haupttones ab, so dass für je drei Glieder eines Akkordes je eine bestimmte Reihe derselben erwächst, deren Bestandtheile nach dem Ausgangspunkte jeder einzelnen mehrere jedenfalls höchst mannigfaltig ausgestattete Mischungen bilden. Wie viele Obertöne mitwirken, und welche Ordnungen derselben besonders hervortreten, hängt vornehmlich von den für die Mitschwingung massgebenden Verhältnissen ab, vielleicht auch von Stärke und absoluter Höhe des

Grundtones, sicher sind jedoch im Allgemeinen die dem Grundton näherliegenden Obertöne die wichtigsten, so dass wir uns vorerst auf die vier untersten beschränken und auch diese zunächst nur für die Haupttonarten berechnen wollen.

(Siehe die Beilage.)

J e d e m H a u p t a k k o r d i s t e i n e R e i h e v o n O b e r a k k o r d e n b e i g e m e n g t, wobei die Dreiklangintervalle bald in tieferer, bald in höherer Lage rein oder unrein erscheinen. Lauter reine Akkorde sind nur in I und IV für dur, in I, IV und VI für moll vereinigt. Sonst ist in dur

unrein: der vierte Obertonakkord in VI.
der zweite u. vierte Obertonakkord in III u. V.
der erste und dritte Obertonakkord in II nebst dem Hauptakkord. — In moll:
der erste, dritte u. vierte Obertonakkord in VII nebst dem Hauptakkord.
der zweite Obertonakkord in III,
der zweite und vierte Obertonakkord in V,
der erste und dritte Obertonakkord in II nebst dem Hauptakkord,
der erste, dritte und vierte Obertonakkord in VII nebst dem Hauptakkord.

Sofern man nicht einen Zirkel machen und die Eigenthümlichkeit der Tonart daraus erklären will, dass eben verschiedene Tonarten zu einem gemeinsamen Eindruck zusammentreten, muss freilich immer wieder an die nur in der ungleichschwebenden Temperatur bestehenden, in der üblichen musikalischen Stimmung aber ausgeglichenen Abweichungen der Intervalle von den reinen Zahlenverhältnissen appellirt werden, was wohl auch im letzteren Falle zulässig ist, wenn man bedenkt, dass gerade hier die einzelnen Töne von ihrer naturwahren Lage in einer dem feinen Ohre hinreichend merklichen Weise sich entfernen, um ihren Combinationen einen mannigfaltigen Eindruck zuschreiben zu dürfen. Die verschieden ausgedehnte und in den Gliedern entwickelte Reihe von Obertönen und die mannigfache Lage der reinen oder unreinen Dreiklänge wird der Mischung eine Farbe verleihen, welche im Charakter der Tonart zu Tage tritt. — Endlich könnte man noch an die Unterschiede der absoluten Schwingzahlen denken, zu deren Berechnung ich von $C_2 = 16$ ausgehe, weil ich glaube, nicht zwar, dass die Abweichungen anderer Annahmen völlig irrelevant seien, denn auch kleinere Zahlendifferenzen sind für die feinere musikalische Distinction nicht ohne Werth und Einfluss, sondern dass dieselben Relationen nur in anderen absoluten Ausdrücken sich auch unter Zugrundlegung weniger einfacher Zahlen ergeben. Es handelt sich hier nur um eine Andeutung und zu ihrer Bekräftigung genügt die beispielsweise Berechnung in ein paar Tonarten unter Berücksichtigung des Quinten- (zweiten Oberton-) Akkordes

c 128 } 33,3 ($C_1 = 32$) }
e 161,3 }
g 192 } 30,7 } 64 (C)

g_1 384 } 99 (G = 96) }
h_1 483 }
d_2 574,4 } 91,4 } 190,4 (g = 192) —

c-dur

d 143,6 } 37,2
fis 180,8 } ($D_1 = 35,9$) } 71,6 (D = 71,8)
a 215,2 } 34,4

a_1 430,4 } 111,6
cis_2 542 } (A = 107,6) } 214,6 (a = 215,2)
e_2 645 } 103

d-dur.

c 128 } 24 (G_2) }
es 152 }
g 192 } 40 (E_1) } 64 (C)

g_1 384 } 72 (D) }
b_1 456 }
d_2 574,4 } 118,4 (H) } 190,4 (g)

c-moll.

Die Differenzzahlen und in zweiter Ordnung die Summenzahlen, welche bekanntlich Träger von mehr oder weniger deutlich hervortretenden Combinationstönen werden, treffen nicht immer mit den vollkommenen Schwingzahlen zusammen, und ist die Abweichung gross, wie mannigfach genug, um davon charakteristische Eindrücke auf das Gehör herzuleiten.

Wenn hierdurch besondere Eigenschaften der Tonarten desselben Klanggeschlechtes veranlasst werden, so ist vielleicht noch mehr der Unterschied von dur und moll darauf zurückzuführen, indem je nach der Stellung der grossen und kleinen Terz der drei Akkordglieder eine Anordnung der Combinationstöne zu Stande kommt, welche das Schneidende im moll sehr erklärlich finden lässt.

Bamberg im April 1866.

Theodor Hoh.