

Botanisches Centralblatt.

REFERIRENDES ORGAN

für das Gesamtgebiet der Botanik des In- und Auslandes.

Herausgegeben

unter Mitwirkung zahlreicher Gelehrten

von

Dr. Oscar Uhlworm und Dr. F. G. Kohl

in Cassel.

in Marburg.

Zugleich Organ

des

Botanischen Vereins in München, der Botaniska Sällskapet i Stockholm, der Gesellschaft für Botanik zu Hamburg, der botanischen Section der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur zu Breslau, der Botaniska Sektionen af Naturvetenskapliga Studentsällskapet i Upsala, der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien, des Botanischen Vereins in Lund und der Societas pro Fauna et Flora Fennica in Helsingfors.

Nr. 34.

Abonnement für das halbe Jahr (2 Bände) mit 14 M.
durch alle Buchhandlungen und Postanstalten.

1897.

Die Herren Mitarbeiter werden dringend ersucht, die Manuscripte immer nur auf *einer* Seite zu beschreiben und für *jedes* Referat besondere Blätter benutzen zu wollen.

Die Redaction.

Wissenschaftliche Original-Mittheilungen.*)

Beiträge zur Phytarithmetik.

Von

Prof. Dr. F. Ludwig

in Greiz.

Mit 5 Figuren.

I. Einige weitere Untersuchungen zur Ermittlung der Zahlenverhältnisse der Pflanzen und ihrer Variationsweite.

1. Eberesche, *Pirus Aucuparia*. Die Zahlen der Blätter eines Jahrestriebes geben bei vielen Bäumen gleichfalls Fibonacci-curven.**) Bei *Pirus Aucuparia* wurden nur die Blätter der Kurz-

*) Für den Inhalt der Originalartikel sind die Herren Verfasser allein verantwortlich. Red.

**) Einige vorläufige Zählungen bei der Wintereiche ergaben z. B. Blätter am Jahrestrieb (meist Kurztriebe gezählt):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
—	2	2	2	17	7	9	24	8	14	5	1	10	1	2	1	1	1	—	—	1	1

chen. Da hier das 6. Blättchen mitgezählt wurde, zeigt die Curve einen nach 6 hin verbreiterten Gipfel und gleicht den von Verscheckelt dargestellten asymmetrischen Binomialcurven. (Ber. d. D. B. Ges. XIII. 1895. H. 8. Taf. XXX.)

3. Fiederblatt von *Polemonium coeruleum*, unpaarig gefiedert. Mit Endblättchen und gegenständigen oder abwechselnden Seitenfiederchen. Letztere meist paarweise.

Zahl der Fiederpaare:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Frequenz	—	1	1	—	6	6	15	15	24	34	68	51	26	2	—

(Die Blätter von *Polemonium* zeichnen sich durch einen äusserst widerlichen Geruch aus.)

4. *Helleborus foetidus* besitzt 3 Balgkapseln in der Blüte, in deren jeder um 12 Samen in paariger Anordnung nahe der Naht gebildet werden. Die paarige Anordnung ist auf den ersten Blick an der eigenthümlich bei den ungeraden Zahlen eingeknickten Variationscurve zu ersehen. (S. Fig. 5.)

Zahl der Samen im Kapselfach:

	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Frequenz:	—	5	6	14	35	43	56	26	15	—

II. Variationscurve und Species.

Dass die Variationscurve ein wichtiges diagnostisches Merkmal bei der Unterscheidung der Arten und Rassen abgibt, habe ich bereits an mehrfachen Beispielen dargethan (*Senecio Fuchsii* und *nemoralis* etc.). Hier zwei weitere Beispiele.

Als ich im Sommer d. J. die Zahl der Fiederpaare der Blätter einiger *Vicia*arten durch Schüler des Greizer Gymnasiums zählen liess, ergab sich zunächst bei den Zählungen, dass die *Vicia cassubica*, welche vielfach mit *V. cracca* verwechselt worden war, den Gipfel bei 10 hat, während *V. cracca* denselben bei 9 hat. Die entsprechende Zahlenreihe war für *V. cracca*:

Zahl der Fiederpaare	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Frequenz	—	5	9	14	46	86	33	12	2	—

Die Zählungen für *V. cassubica* ergaben eine zweigipflige Curve mit folgenden Zahlen

4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	4	38	7	15	53	127	90	17	—

Ich vermuthete zunächst, dass hier zwei Rassen vorlägen und behielt das gesammte Material zur Untersuchung. Letztere ergab, dass eine Anzahl Stöcke von *Vicia sepium* (die noch nicht blühte und deren Blätter bei oberflächlicher Betrachtung ja leicht mit denen der *V. Cassubica* zu verwechseln sind) mit gezählt worden waren, letztere ergaben in der That die Zahlen

4	5	6	7	8	mit dem Gipfel bei 6,
2	4	38	7	—	

während für die *Cassubica*-Curve

7	8	9	10	11	12	13	übrig blieb.
—	15	53	127	90	17	—	

Primula officinalis hat nach meinen früheren Feststellungen (Ber. d. D. B. Ges. XIV. 1896. p. 204 ff.) eine fünfzipfelige Variationscurve mit den folgenden Frequenzen der auftretenden Doldenstrahlen des Blütenstandes, während die Tausendcurve für die Zahl der Doldenstrahlen der *Primula elatior* nach meinen diesjährigen Zählungen die darunter stehenden Frequenzen aufweist:

Zahl der Blüten in der Dolde:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Primula officinalis Frequenz bei 1170 Zählungen:

1	13	78	54	237	173	116	188	76	108	56	19
21	10	6	4	5	3	2	—	—	2	—	—

Primula elatior 1000 Zählungen

13	82	190	59	190	111	75	82	47	43	23	9
25	12	12	4	2	5	3	2	1	2	0	1

Die Hauptgipfel und Nachbarzahlen haben also die folgende Frequenz in Procenten:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	13
<i>Primula officinalis</i>	0	1	7	5	20	15	10	16	6	9	2
<i>Primula elatior</i>	1	8	19	6	19	11	8	8	5	4	3

Im Allgemeinen ist also bei *Primula elatior* die Zahl der Doldenstrahlen geringer als bei *Primula officinalis*, der Gipfel bei 3 ist stets höher als der bei 8, umgekehrt bei *Primula officinalis* etc.

Gehen wir auf die Variationen der *Primula*-Dolde noch etwas näher ein, so ergibt sich bezüglich der Blühfolge und Folge der Entwicklung der Blüten die Gesetzmässigkeit, dass beide am häufigsten nach den Zahlen 2 + 1, 3 + 2, 5 + 3, 8 + 5 geregelt sind, d. h. es blühen z. B. bei den 13 strahligen Dolden zuerst die äusseren 8 Blüten auf, später die Inneren oder letztere kommen überhaupt später zur Entfaltung und sind öfter als winzige Anlagen zu erkennen, welche bei schlechter Ernährung überhaupt nicht mehr zur Entwicklung kommen. Die Entwicklung geht also mer genau in der Reihenfolge des weiter unten erörterten Verhinderungsschemas für die Fibonaccireihe vor sich. Durch gute Ernährung bei Cultur würden sich sicherlich Pflanzen mit mehr als 21-strahliger Dolde erzielen lassen, im Freien ist die Zahl der Etappen, die bei günstiger Ernährung durchlaufen werden, eine für beide Arten zwar ungleiche, aber bestimmt geregelte. Bei *Primula elatior* lassen sich, den beiden Hauptgipfeln bei 3 und 5 (8) entsprechend, eine Rasse (auf dürrtigen Wiesen) und eine üppigere Rasse anderer Standorte (besonders in Laubwäldern etc.) unterscheiden. Es deuteten dies auch die ohne Rücksicht auf den Standort gewonnenen Variationen an, bei denen die relativen Gipfelhöhen inconstant sind. Sie gehören zu den Combinationscurven, während die Curve von *Primula officinalis* einen solchen Rassenunterschied nach meinen bisherigen Erfahrungen nicht zu ergeben scheint.

III. Die Multipla der Fibonaccizahlen in den Curven der numerischen Variation der Blütenstände etc.

Bei der statistischen Feststellung der Curven für die numerische Variation der *Papilionaceen*-Blütenstände ergaben bereits die ersten Zählungen neben den Hauptgipfeln bei den Fibonaccizahlen überall ausgeprägte Nebengipfel bei deren Multiplis. Es mögen die folgenden Beispiele dies zeigen.

1. *Lotus uliginosus*-Form an einem Waldgraben bei Greiz. Gipfel bei 8, 10, 5, 13 (nach der Frequenz der Zahlen geordnet).

2. *Lotus corniculatus* am Laagweg bei Greiz: Gipfel bei 5, 6, 3.

3. *Trifolium repens*-Gipfel bei 55, 42 (2×21), 63 (3×21), 68 (2×34), 52 ? (4×13).

Erinnern wir an einige Beispiele bei Compositen, so traten auf bei *Leucanthemum vulgare* die Curvengipfel bei 21, 13, 34, 15 (3×5), 16 (2×8), 26 (2×13), 10 (2×5), 8, 39 (3×13), 24 (3×8), 42 (2×21); bei *Helianthus annuus* nach Arthur Weisse bei 34, 21, 55, 13, 15, 16, 26, 39, (42?).

Stellt man sich die Fibonaccizahlen in den entsprechenden Entfernungen und die zugehörigen Multipla in einer Tabelle dar wie folgt:

1 2 3 . 5 .. 8 13	21	34	55	89
II. 6 10 16	26	42	63	68
III. 6 9 15	24	39	63	84

so ergibt es sich, dass bei den Variationcurven der Compositen, *Papilionaceen* etc. *) fast alle in der Nähe der Hauptzahlen liegenden Multipla in einer Weise vertreten sind, dass man — kennt man nur Hauptgipfel und Umfang der Variation — beinahe die Variationcurve im Voraus zeichnen kann. Bei der Variation (Oscillation) von einer Fibonaccizahl zur anderen werden in den (zuletzt weiten) Zwischenräumen secundäre Haltepunkte durchlaufen, welche eben jene Multipla sind. (Die Variationsmaxima für *Chrysanthemum* sind fettgedruckt, die von *Trifolium* unterstrichen.)

III. Eine neue Darstellung der Näherungswerthe der Kettenbrüche und die Verwandtschaft der phyllotaktischen Hauptreihen.

Jeder ächte Bruch lässt sich bekanntlich in einen Kettenbruch von der Form

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m_1 + \frac{1}{m_2} \dots}$$

verwandeln, mithin auch jeder phyllotaktische Divergenzbruch.

*) Burkil (On some variations in the number of stamens and carpels. — Linnean Soc. Journ. Botany. Vol. XXXI. p. 216—245.) fand in 5700 Blüten von *Stellaria media* für die Staubgefäße Zahlen (von 0 bis 10), deren Curven-darstellung ausser dem Hauptgipfel bei 3 secundäre Maxima bei 5 und 6 ergibt.

Nun lässt sich jeder Kettenbruch der angegebenen Form mit seinen Näherungsbrüchen unter dem geometrischen Bild eines Verzweigungssystems darstellen, dessen Aeste in gleichen Intervallen, aber abwechselnd in den einzelnen Intervallen nach entgegengesetzter Richtung, neue Zweige abgeben, und zwar so, dass die Stammaxe zuerst $m - 1$ Aeste abgibt (etwa nach rechts), im zweiten Intervall m_1 , während die Aeste nur $m_1 - 1$ Zweige (bei der nach links) abgeben. Bei der folgenden Verzweigung geben dann die älteren Aeste (und der Stamm) m_2 , die Zweige $m_2 - 1$ Zweige (nach rechts), dann bezüglich m_3 , $m_3 - 1$ (nach links) ab u. s. w. Numerirt man Aeste und Zweige in der Reihenfolge ihrer Abstammung (vgl. Figuren), so geben die Entfernungen der aufeinander folgenden Glieder einer Zweiggeneration mit den Achsen in ihren Divergenzen die Näherungsbrüche des betreffenden Kettenbruches an. Für die Schimper-Braun'sche Hauptreihe

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \dots$$

(die Reihe des goldenen Schnittes) habe ich dieses Verzweigungsschema im Bot. Centralbl., Bd. LXIV. 1895. Taf. II, Fig. 9, dargestellt ($m = 2$ $m_1 = m_2 = 1$). Vgl. auch Fig. 1 der beifolgenden Figur. Figur 2 der beifolgenden Abbildung stellt das entsprechende Schema für die *Trientalis*reihe

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \dots$$

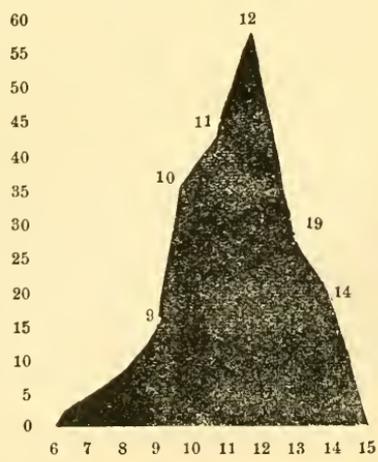
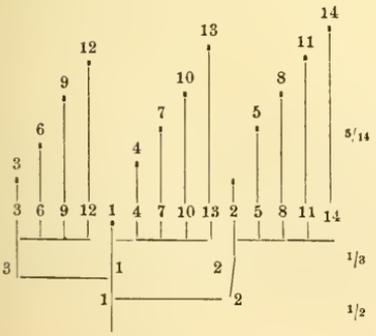
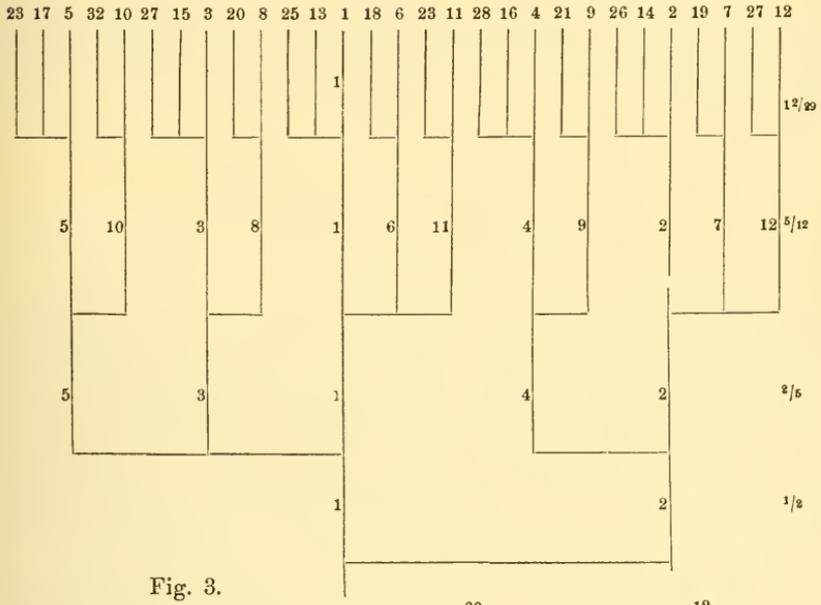
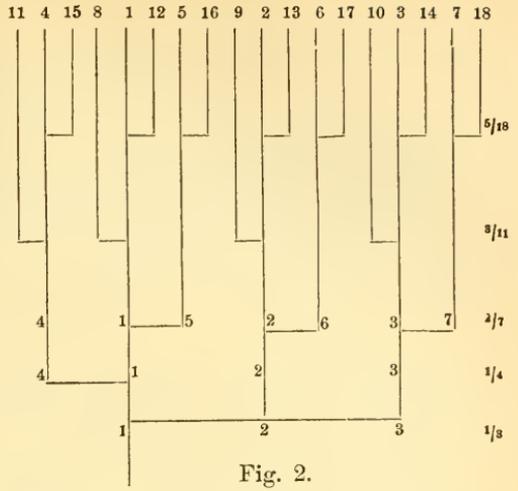
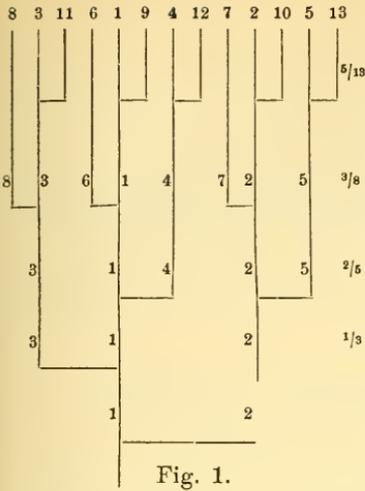
dar, wo $m = 3$ $m_1 = m_2 = m_3 = 1$) ist, und es ist leicht ersichtlich, wie das Gesetz für die übrigen Reihen der Form

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \dots$$

sich gestaltet, deren Zahlen (im Nenner wie im Zähler) durch die Relation $q_n = q_{n-1} + q_{n-2}$ ausgezeichnet sind. Fig. 3 stellt das Vertheilungsschema für die *Imbaubareihe* (nach Fritz Müller bei der *Imbauba* ausschliesslich vertreten):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \dots$$

(mit den Näherungsbrüchen $\frac{1}{2} - \frac{2}{5} - \frac{5}{12} - \frac{12}{29} \dots$) dar, welche mit anderen Reihen der Form



$$\frac{1}{m} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \dots$$

die Relation $q_n = 2q_{n-1} + q_{n-2}$ theilt.

In diese Gruppe von Verzweigungsschematen würden weiter Reihen mit den Theilbrüchen

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \dots$$

der Relation $q_n = 3q_{n-1} + q_{n-2}$, dann mit den Theilbrüchen

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \dots$$

der Relation $q_n = 4q_{n-1} + q_{n-2}$ gehören. Von letzteren stellt Fig. 4 das entsprechende Schema der Bananenreihe (nach Fritz Müller):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \dots \text{ (Näherungswerthe } \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{5}{14} - \frac{21}{59} \dots \text{) dar.}$$

Denkt man sich die ersten Anlagen der in den betreffenden Divergenzen auftretenden seitlichen Organe aus einer Uranlage durch fortgesetzte Theilungen entstanden, so würde zur Erklärung der zuletzt genannten Divergenzreihen das Vermehrungsgesetz des Fibonacci (Kaninchenaufgabe!, Vermehrung der *Melosira arenaria*) nur geringe Modificationen erfordern (wie denn überhaupt jede Divergenz auf besondere Vermehrungsweisen der Uranlagen zurückzuführen wären). In allen Fällen würden die älteren Descendenten der Uranlage sich in gleicher Weise vermehren, die jungen aber während der Reifungsperiode eine um 1 geringere Zahl von Organanlagen produciren. Es wären diese Zahlen der jedesmaligen Descendenten für die Fibonaccireihe 0,1, für die Imbaubareihe und Verwandte 1,2, für die Reihen der Relation $q_n = 3q_{n-1} + q_{n-2}$: 2,3, für die Bananenreihe (hier nach 2 einfachen Theilungen): 3,4.

Es soll hier nur gesagt sein, dass man sich die Glieder der betreffenden Reihen in ihren charakteristischen Zahlen und Divergenzen, wie sie uns in der Natur überall begegnen, so entstanden denken könnte (um ihr Vorkommen jeglichen mystischen Gewandes zu entkleiden), so lange, bis die anatomischen und entwicklungsgeschichtlichen Untersuchungen uns belehrt haben, wie sie wirklich zu Stande gekommen sind.

In den meisten Fällen hat ja in dieser Hinsicht die mechanische Theorie Schwendeners bereits befriedigende Erklärung gegeben (vgl. auch Arthur Weisse: Die Zahl der Randblüten an Compositenköpfchen etc. in d. Jahrb. f. wiss. Bot. Bd. XXX. H. 4. 1897, sowie neue Beiträge zur mech. Blattstellungslehre I. c. Bd. XXVI. Heft 2. 1894 und die darin citirten Hauptarbeiten Schwendeners) und sie wird sicherlich auch die oben angedeuteten Verwandtschaften der phyllotaktischen Reihen mit der Zeit bestätigen, indem sie die bei den einzelnen Arten gegebenen Anfangsbedingungen auffindet, die zu den Divergenzen dieser Reihen führen.

Erklärung der Figuren.

- Fig. 1. Verzweigungsschema zur Darstellung der ersten Näherungswerthe des Braun-Schimper'schen Kettenbruches.
Fig. 2. Dasselbe für den Kettenbruch der *Trientalis*-Reihe
Fig. 3. " " " " " *Imbauba*-Reihe
Fig. 4. " " " " " *Bananen*-Reihe
Fig. 5. Variationscurve für die numerische Variation der Samen in den Kapseln von *Helleborus foetidus*.

Professor Dr. Ed. Russow.

Von

Prof. N. J. Kusnezow

in Jurjew (Dorpat).

Am 11. April d. J. hat unsere Wissenschaft einen grossen und unerwarteten Verlust erlitten. Es starb plötzlich am Herzschlage, nachdem er noch ein paar Stunden vorher in körperlicher und geistiger Frische dagestanden, der Professor der Botanik Dr. Ed. Russow. Sein Tod war ein unerwarteter für alle seine Freunde, da er kaum das 57. Lebensjahr erreicht hat und noch frisch und munter in seiner geliebten Wissenschaft weiter arbeitete.

Edmund August Friedrich Russow ist am 24. Februar 1841 in Reval geboren. Sein Vater, Friedrich Russow, war Ingenieur und Chef der Baucommission in Reval. Er bestimmte seinen Sohn zum Militär-Ingenieurfach, aber als Edmund Russow sein 13. Lebensjahr erreicht hatte, konnte er zum grossen Kummer seiner Eltern, aber zu seiner eigenen Freude wegen Veränderung des Programms der bezüglichen Cadettencorps nicht dort eintreten. — „Nun werde ich Botanik studiren!“, rief der Knabe aus, als seine betrubten Eltern diese Nachricht ihm mittheilten. Von frühester Jugend an zeigte Edmund Russow die grösste Vorliebe für die Natur, und diese Liebe, die sein ganzes Leben vergeistigte, diese Liebe verliess ihn auch in den letzten Stunden seines Lebens nicht. Eine zweite Liebe, mit der ersten eng verbunden, war die Vorliebe für seine Heimath, die Baltischen Provinzen, für das alte Dorpat und alter alma mater dorpatensis. Die

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Botanisches Centralblatt](#)

Jahr/Year: 1897

Band/Volume: [71](#)

Autor(en)/Author(s): Ludwig Friedrich

Artikel/Article: [Beiträge zur Phytarithmetik. 257-265](#)