

Ueberzuges um das Chlorophyllkorn dadurch, dass Bakterien, welche in ihre unmittelbare Nähe kamen, mit ihren Gesseln an diesem Ueberzuge festklebten und energische Anstrengungen machten, um sich von ihm loszureissen.

Ewart sagt*), dass bei Untersuchungen dieser Art eine einzige positive Beobachtung mehr Werth beansprucht, als eine beliebige Anzahl negativer. So richtig dies ist, wenn über die Identität des untersuchten Objectes kein Zweifel besteht, so wenig trifft es im gegenwärtigen Falle zu. Wenn bei einer grösseren Versuchsreihe unter mehreren hunderten von Chlorophyllkörnern, welche so normal aussehen, wie dies unter den im Versuchstropfen dargebotenen, von den lebenden Zellen so verschiedenen Vegetationsbedingungen überhaupt möglich ist, und die trotzdem keine Sauerstoff-Ausscheidung erkennen lassen, einige wenige, ihnen ähnliche Gebilde sich finden, bei denen dies der Fall ist, so wird jeder exacte Forscher zu dem Ergebnisse gelangen, dass hier besondere Umstände im Spiele sein müssen. Er wird sich aufgefördert fühlen, allen Fehlerquellen auf das Sorgfältigste nachzuspüren. Ewart bleibt der Vorwurf nicht erspart, dass er dies nicht in hinreichendem Masse gethan hat.

Auch bei dieser Nachprüfung bin ich, ebenso wie bei der früheren Untersuchung, von meinem Assistenten, Herrn Dr. R. Kolkwitz, in dankenswerther Weise unterstützt werden.

Berlin, d. 1. März 1898.

Oberflächenspannung und Cohäsion.

Eine mikrophysikalische Studie.

Von

Z. Kamerling.

Mit 2 Figuren.

(Fortsetzung.)

III. Aufsteigen von Wasser in vollkommen benetzten Capillarröhren.

Denken wir uns eine Capillarröhre in Wasser gestellt. In einem bestimmten Augenblick soll der Unterschied zwischen dem Niveau in und ausserhalb der Röhre = h sein.

Der Radius der Röhre sei r .

Denken wir uns jetzt, dass das Wasser in der Röhre um einen sehr kleinen Betrag = e steigt, so können wir uns am leichtesten vorstellen, dass ein Wasservolum = $\pi r^2 e$ von dem Niveau im Behälter entnommen wurde und oben an dem Niveau in der Röhre zugefügt, oder, wenn das Wasser in der Röhre um

*) Botan. Centralblatt. Bd. LXXII. p. 292.

den kleinen Betrag sinkt, dass dieses Volum Wasser $\pi r^2 e$ um die Höhe h gesunken ist.

Das Wasservolum $\pi r^2 e$ hat oben an potentieller Energie gewonnen gegenüber dem Niveau des Wassers im Behälter. Die Menge dieser potentiellen Energie beträgt

$$\pi r^2 e h.$$

Wenn das Wasser in der Röhre e m. M. steigt oder fällt, verschwindet im ersten Fall eine benetzte Oberfläche $2 \pi r e$ unter Wasser, die Oberfläche der Flüssigkeit verkleinert sich um diesen Betrag, im andern Fall wird sie frei, die Oberfläche der Flüssigkeit wird um diesen Betrag vergrößert.

Dies stellt eine potentielle Energiemenge dar $= 2 \pi r e C$.

Bei einer Aenderung des Niveaus in der Röhre geht auf der einen Seite Energie im System verloren, welche auf der anderen Seite wieder erscheint.

Entweder verschwindet potentielle Oberflächenenergie und tritt die potentielle Energie des gehobenen Wassers auf, oder die potentielle Energie des sinkenden Wassers verschwindet und neue Oberflächenenergie tritt auf.

Was die zwei gefundenen Ausdrücke betrifft, so kann

$$\pi r^2 e h \gtrless 2 \pi r e C \text{ sein,}$$

je nachdem $r h \gtrless 2 C$ oder $h \gtrless \frac{2 C}{r}$ ist.

Nimmt man an, dass $h > \frac{2 C}{r}$ ist, so wird also $\pi r^2 e h > 2 \pi r e C$.

Energie geht aber nicht verloren, und so können wir auch schreiben:

$$\pi r^2 e h - 2 \pi r e C - x = 0,$$

worin x eine gewisse Menge Wärme, kinetische Energie darstellt.

Aus dieser Gleichung können wir jetzt voraussagen, ob das Niveau innerhalb der Röhre steigen oder fallen wird, wenn wir uns auf das inductive Gesetz stützen, dass eine Verwandlung irgend einer Form der Energie in Wärme leichter vor sich geht, wie der umgekehrte Vorgang.

In der Gleichung

$$\pi r^2 e h - 2 \pi r e C - x = 0$$

werden also x und $2 \pi r e C$ positiv, $\pi r^2 e h$ negativ. Die Oberflächenenergie im System wird also vermehrt, die potentielle Energie des gehobenen Wassers vermindert, oder einfacher ausgedrückt, das Niveau des Wassers in der Röhre sinkt.

Nehmen wir dagegen den Fall, dass $h < \frac{2 C}{r}$ ist, so wird

$$\pi r^2 e h < 2 \pi r e C \text{ oder}$$

$$\pi r^2 e h + x - 2 \pi r e C = 0.$$

Der Vorgang wird wieder in der Richtung verlaufen, dass Wärmeentwicklung stattfindet, und wir sehen ohne Weiteres ein,

dass bei Steigung des Wassers in der Röhre diese Bedingung erfüllt ist.

Bleibt noch der Fall, dass

$$\pi r^2 e h = 2 \pi r e C.$$

Hier haben wir offenbar die Gleichgewichtsbedingung des Energiesystems vor uns, welche auch einfacher geschrieben werden kann $h = \frac{2 C}{r}$.

Wir kommen also auf diesem Wege zu der uns schon bekannten Thatsache, dass die Steighöhe in vollkommen benetzten Capillarröhren dem Radius umgekehrt proportional ist.

Wenn wir noch einmal zurückkehren zu unserer Gleichung $\pi r^2 e h - 2 \pi r e C + x = 0$ oder einfacher $h - \frac{2 C}{r} + y = 0$, so sehen wir das x (d. h. derjenige Theil der Oberflächenenergie, welche in Wärme umgesetzt wird) für $h = 0$ am grössten und zwar $= 2 \pi r e C$ ist, und von hier ab stetig abnimmt, bis für den höchsten Stand des Wassers in der Röhre $x = 0$ geworden ist.

Wahrscheinlich wird in diesen und ähnlichen Fällen die Geschwindigkeit, womit die Umsetzung der Energie vor sich geht, mit bestimmt durch die relative Grösse von x , derartig, dass die Umwandlung um so schneller stattfindet, ein je grösserer Theil der umgewandelten Energie als Wärme frei wird.

Die bekannte Thatsache, dass das Steigen von Wasser in einer Capillarröhre im ersten Augenblick sehr schnell vor sich geht und nachträglich sich verlangsamt, konnte (neben der gewöhnlich zur Erklärung herangezogenen Reibung) auch hierdurch verursacht werden*).

Die Ableitung für vollständig benetzte Capillarröhren, welche mit dem uns beschäftigenden Problem nur in sehr indirectem Zusammenhang steht, wurde hier hauptsächlich der Einfachheit wegen, zum Vergleich mit einigen, weiter unten folgenden ähnlichen Ableitungen gegeben.

Den Nachweis zu liefern, dass auch für die Depression in nicht benetzten und für die Steigung in unvollkommen benetzten Capillarröhren die bekannten Gleichungen sich mit Umgehung der unklaren Vorstellung des Capillardrucks direct aus der Energetik ableiten lassen, würde uns zu weit führen.

IV. Contraction von Luftbläschen infolge der Oberflächenspannung.

Bekanntlich gelang es Plateau, das mathematische Gesetz

*) Dies kann auch anders ausgedrückt werden, wenn wir das absolute Maasssystem von Ostwald benutzen. Die Kraft $e l^{-1}$, welche das Wasser in Bewegung bringt, wird fortwährend kleiner. Der eine Factor e bleibt gleich, l wird aber stets grösser.

der Abhängigkeit des von gebogenen Oberflächen ausgeübten „Druckes“ vom Radius, experimentell an Seifenblasen zu bestätigen.

Mittelst eines Wassermanometers mass er den „Druck“ im Innern und fand, dass der Ueberdruck dem Radius umgekehrt proportional war.

Bei mikroskopisch-botanischen Untersuchungen bekommt man sehr oft kleine Luftbläschen zu sehen, und es ist ein leichtes, zu constatiren, dass ein bestimmtes Luftvolum mit einer Spannung von einer Atmosphäre sich zusammenzieht zu Bläschen, welche kleiner sind, wie das ursprüngliche Volum. Hier haben wir dieselbe Erscheinung in einfacherer Form vor uns, und wollen wir auch hier untersuchen, ob die Annahme eines mit dem Krümmungsradius wechselnden Druckes nothwendig ist zur Erklärung der in Frage kommenden Erscheinungen, und ob nicht vielmehr diese Erscheinungen sich einfacher unmittelbar aus den Grundgesetzen der Energetik ableiten lassen.

Denken wir uns eine kugelförmige Luftblase mit einer Spannung im Innern von einer Atmosphäre und einem Radius R , welche sich infolge der Oberflächenspannung contrahirt, bis ein Gleichgewichtsstadium erreicht und der Radius $= r$ geworden ist. Die Spannung im Innern kann man jetzt sogleich aus dem Verhältniss zwischen beiden Volumina berechnen, sie ist $\frac{R^3}{r^3}$ oder $\frac{R^3 - r^3}{r^3} + 1$.

Es ist einleuchtend, dass $\frac{R^3 - r^3}{r^3}$ den Ueberdruck darstellt.

Die Bedingung für das Gleichgewicht ist auch hier, dass bei einer sehr kleinen Aenderung von r keine Wärmeproduction stattfindet, dass also die Zunahme oder Verringerung der Oberflächenenergie bei dieser kleinen Aenderung der Verringerung oder Zunahme der Energie der zusammengepressten Luft gleich ist.

Die Energiemenge, die nothwendig ist, um 1 mm³ Quecksilber 76 cm hoch zu heben, nennen wir C_1 ($760 \times 13,6$).

Wenn die Spannung eines Gases $\frac{R^3}{r^3}$ Atmosphären ist, so heisst dies, dass es durch den Druck von $\frac{R^3}{r^3}$ Atmosphären im Gleichgewicht gehalten werden würde, also durch einen Ueberdruck von $\frac{R^3 - r^3}{r^3}$ Atmosphären.

Bei constant bleibendem Drucke können wir uns also, wenn das Volum x mM³ grösser wird, eine Quecksilbermasse x gehoben denken zu einer Höhe $\frac{R^3 - r^3}{r^3} \times 76^0$ m. M. *)

Das stellt eine Energiemenge dar von $x \frac{R^3 - r^3}{r^3} C_1$.

*) Die ganze Energiemenge, welche für die comprimirt Luft verloren geht, würde man in diesem Fall in der vermehrten potentiellen Energie des gehobenen Quecksilbers zurück finden.

In dem uns beschäftigenden Falle ist es leicht einzusehen, dass, wenn der Radius des Bläschens um einen Betrag e^* vermindert wird, der Inhalt sich vermindert von $\frac{4}{3} \pi r^3$ bis zu $\frac{4}{3} \pi (r-e)^3$ also (e^2 und e^3 vernachlässigend) ein Unterschied von $4 \pi r^2 e$.

Die Zu- oder Abnahme der comprimierten Luft an Energie beträgt also bei dieser Aenderung des Radius $4 \pi r^2 e \frac{R^3 - r^3}{r^3} C_1$.

Die Oberfläche verringert sich von $4 \pi r^2$ bis zu $4 \pi (r-e)^2$, also um $4 \pi \times 2 r e = 8 \pi r e$; die Abnahme der Oberflächenenergie beträgt also $8 \pi r e C$.

Für die Gleichgewichtsbedingung bekommen wir also

$$4 \pi r^2 e \frac{R^3 - r^3}{r^3} C_1 = 8 \pi r e C$$

$$(R^3 - r^3) C_1 = 2 r^2 C$$

$$\frac{R^3}{r^3} C_1 - C_1 = \frac{2 C}{r}$$

Für $\frac{R^3}{r^3}$ kann man die Spannung S substituiren, also

$$(S-1) C_1 = \frac{2 C}{r}$$

$$S-1 = \frac{2 C^{**}}{r C_1}$$

Es ist einleuchtend, dass S die totale Spannung in Atmosphären, also $S-1$ den Ueberdruck anzeigt.

Substituirt man die bekannten Werthe $C_1 = 760 \times 13,6$ ungefähr 10000; $C = 8,25$, so bekommt man

$$S = 1 + \frac{2 \times 8,25}{10000 r} \text{ oder } 1 + \frac{0,00165}{r}$$

Für eine in Wasser befindliche Luftblase mit einem definitiven Radius = 1 mM ist $S = 1,00165$, für eine mit einem definitiven Radius = 1 μ wird $S = 2,65$ Atmosphäre.

In den Plateau'schen Versuchen mit Seifenblasen hat man eine innere und äussere Oberfläche, es ist leicht einzusehen, dass da die Formel sich ändern würde

$$S = 1 + \frac{4 C}{r C_1} = 1 + \frac{0,0033}{r}$$

Für einen Radius 13,5 mM beobachtete er einen Ueberdruck von 3 mM***) Wasser also 0,0003 Atmosphäre, totaler Druck 1,0003 Atmosphäre.

Wie zu erwarten war, stimmt dies ziemlich genau überein mit dem aus der gegebenen Formel berechneten Werth von 1,00026.

Man sieht ohne Weiteres ein, dass wir oben mit dem Begriff Differentialquotient operirt haben. Wir können das mathema-

*) e wieder sehr klein gedacht im Verhältniss zu r .

**) Diese Formel wurde, aber ohne Ableitung, schon früher angegeben (Zur Biologie und Physiologie der Zellmembran.)

***) Bosscha, Leerboek der Natuurkunde.

tisch längst begründete Gesetz in anderer Form ausdrücken: „Bei der Comprimirung einer Luftblase infolge der Oberflächenspannung wird ein Gleichgewichtsstadium angestrebt, in dem die Differentialquotienten nach r der Oberflächenenergie und der Energie der zusammengepressten Luft einander gleich sind.“

Was eine Controllirung der aufgestellten Formel für sehr kleine Bläschen betrifft, so ist sie nicht genau zu erreichen.

Als ursprüngliches Volum muss man da immer den Inhalt einer mit Luft von einer Atmosphärenspannung erfüllten Zelle nehmen und dieses Volum ist nicht genau zu bestimmen, dazu kommt dann noch, dass die Blasen, zu denen diese Luft comprimirt wird, natürlich nur annähernd kugelförmig sind, und dass geringe Fehler beim Messen des Durchmessers bei der Berechnung des Volums in der dritten Potenz wiederkehren.

Es ist aber ein leichtes, zu constatiren, dass, wenn das ursprüngliche Volum klein war, das endgiltige Volum unverhältnissmässig kleiner ist, als bei einem grösseren Anfangsvolum.

Diese Thatsache war natürlich *a priori* zu erwarten.

Sehr deutlich aber zeigt sich an diesen kleinen Blasen, dass, wenn man anstatt Wasser Flüssigkeiten nimmt, für die C einen bedeutend kleineren Werth hat, Alkohol z. B., die Contraction nicht soweit geht. Zum Theil dürfte auf diese Thatsache die den Mikroskopikern wohlbekannte Erscheinung zurückzuführen sein, dass Alkohol die Luft aus in Wasser liegenden Präparaten austreibt*). Die Luftbläschen, besonders die kleinen, dehnen sich in dem Maasse, als der Alkohol an Stelle des Wassers tritt, aus; eine Vereinigung (wobei das Volum natürlich grösser wird, als die Summe der ursprünglichen Volumina) wird dadurch verursacht, und die grösseren Bläschen haften nicht so leicht, wie die kleineren. Uebrigens spielt bei diesem Austreiben der Luft auch die verschiedene Benetzbarkeit der Oberfläche für diese zwei Flüssigkeiten eine Rolle.

(Schluss folgt.)

Original-Berichte aus botanischen Gärten und Instituten.

Der botanische Garten der Kaiserlichen Universität
zu Jurjew (Dorpat).

Von
Prof. N. J. Kusnezow.

IV. Botanische Reisen.

Im Sommer 1897 hat Hr. Busch, Directorgehilfe des Gartens, seine vierte Reise in den Kaukasus vollbracht. Wie im

*) Siehe hierüber auch Errera, Comment l'alcool etc.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Botanisches Centralblatt](#)

Jahr/Year: 1898

Band/Volume: [73](#)

Autor(en)/Author(s): Kamerling Z.

Artikel/Article: [Oberflächenspannung und Cohäsion. 439-444](#)