

## METEORITENSTUDIEN II.<sup>1</sup>

# ÜBER DIE ORIENTIRUNG DER SCHNITTLÄCHEN AN EISENMETEORITEN

MITTELST

## DER WIDMANNSTÄDTEN'SCHEN FIGUREN.

VON

**DR. ARISTIDES BREZINA,**

CUSTOS AM K. K. HOF-MINERALIENCABINETE.

(Mit 4 Tafeln und 11 Holzschnitten.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 31. MÄRZ 1881.)

Die eigenthümlichen Figuren, welche polirte, mit Säuren, insbesondere Salpetersäure, geätzte Schnittflächen der meisten Eisenmeteoriten zeigen, und welche durch Widmannstädten am Eisen von Hraschina (Agram) entdeckt wurden, verdanken bekanntlich ihre Entstehung einem schaligen Aufbau nach den vier Flächenpaaren eines Oktaeders, längs welcher papierdünne, gegen Säuren widerstandsfähige Lamellen von Taenit oder Bandeisen von der Zusammensetzung  $\text{Fe}_3\text{Ni}$  die dickeren (meist 1—1.5<sup>mm</sup> dicken) Platten von Kamaeit oder Balkeneisen (aus  $\text{Fe}_{14}\text{Ni}$  oder ähnlichen Mischungen bestehend) einhüllen.

Dass die Lamellensysteme, welche die Widmannstädten'schen Figuren entstehen lassen, wirklich nach den Flächen eines Oktaeders gerichtet seien, wurde von der Zeit angefangen nicht mehr bezweifelt, wo es zum ersten Male ausgesprochen war; so viel ich finden kann, hat zuerst Schweigger<sup>2</sup> im Jahre 1813 die Vermuthung geäußert, dass die Widmannstädten'schen Figuren bei passend gerichteten Schnittflächen eine Gesetzmässigkeit erkennen lassen dürften; drei Jahre später hat Wollaston<sup>3</sup> am Meteor Eisen von Bemdego die Beobachtung gemacht, dass dieses Eisen nach den Flächen des Oktaeders gebrochen werden könne, sowie dass die Verwitterung längs derselben Flächen in das Innere des Eisens eindringe; im selben Jahre, nur kurze Zeit nach der Beobachtung Wollaston's, fanden Schweigger und Leonhard nach des Ersteren Mittheilung<sup>4</sup> durch Messung der Winkel zwischen den Balkensystemen desselben Meteor Eisens, dass auch die Widmannstädten'schen Figuren aus Durchschnitten von Lamellen parallel den Oktaeder- und Würfelflächen gebildet

<sup>1</sup> I. Brezina, Über die Reichenbach'schen Lamellen in Meteor Eisen. Diese Denkschriften, Bd. XLIII, S. 13. 1881.

<sup>2</sup> Schweigger, Über Meteorsteine. Schweigger's Journal, Bd. VII, S. 173, 1813.

<sup>3</sup> Wollaston, Observations and experiments on the mass of native iron found in Brasil. Phil. Trans. for 1816, S. 281.

<sup>4</sup> Schweigger in Schweigger's Journal, Bd. XIX, S. 479, 1816.

seien, letzteres offenbar irrigerweise; denn da sie für die Winkel dreier oktaëdrischer Lamellensysteme durch Messung Winkel von  $60^\circ$  und  $120^\circ$  fanden, die Schnittfläche also einer vierten Oktaëderfläche nahe parallel ging, so müsste eine hexaëdrische Lamelle sehr nahe mit der Spur eines der ersteren drei Oktaëdersysteme zusammenfallen; es ist desshalb höchst wahrscheinlich, dass jene weiteren, als Würfellamellen gedeuteten, nachdem sie nahe senkrecht zu je einer der drei oktaëdrischen gerichtet waren, zum Theile der vierten, sehr flach einfallenden Oktaëderfläche angehört haben, zum Theile aber kurze undeutliche Rudimente der ersteren drei Lamellen gewesen sein mögen, wie ja solche insbesondere bei Eisen mit grösserer Balkenbreite sehr häufig auftreten; unsomehr, als Lamellen parallel den drei Höhenlinien des gleichseitigen Dreieckes bisher an keinem Meteoreisen weiter beobachtet sind.

Die Entstehung der Widmannstädten'schen Figuren aus oktaëdrischen Lamellen ist so evident, dass später keine zahlenmässigen Beweise dafür aufgesucht wurden; Rose<sup>1</sup> erwähnt nur beiläufig die Orientirung der Schnittfläche und Deutung ihrer Lamellenspuren an der grossen Elbogener Eisenmasse in der Wiener Sammlung, und Tschermak<sup>2</sup> bestimmt das krystallographische Zeichen einer Schnittfläche des Eisens von Ilimaë mit Hilfe dieser Lamellenspuren und weist nach, dass sich aus der so gefundenen Lage der Fläche die sonstigen Winkel (der Reichenbach'schen Lamellen und der Ätzzlinien des Balkeneisens) in genügender Übereinstimmung mit der Messung berechnen lassen.

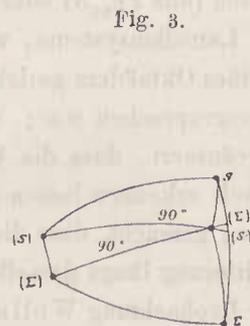
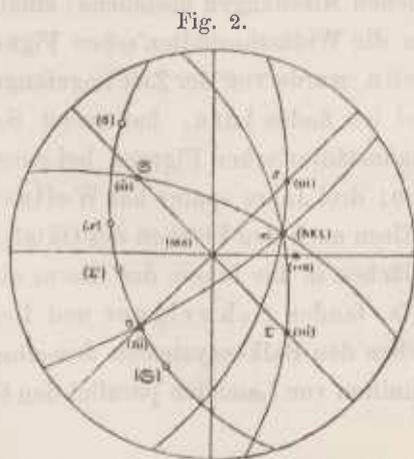
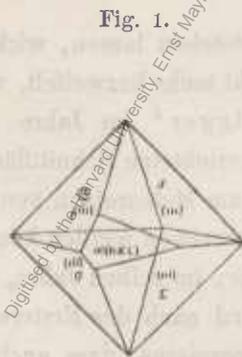
In der vorhergehenden Arbeit habe ich für eine Reihe von Schnittflächen die gegenseitige Lage und die relative Breite der oktaëdrischen Lamellensysteme berechnet und mit der Messung verglichen; hier will ich nun die Aufgabe im Allgemeinen lösen, eine jede Schnittfläche mit Hilfe der Widmannstädten'schen Figuren krystallogomisch zu bestimmen.

### 1. Winkel der Spuren der Oktaëderflächen auf einer beliebigen Fläche ( $hkl$ ).

Der Winkel, den auf einer Fläche  $\alpha(hkl)$  Fig. 1 die Spuren zweier Oktaëderflächen, z. B.  $s(111)$  und  $\mathfrak{S}(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  mit einander bilden, ist offenbar gleich dem Winkel der beiden Zonenaxen  $[s\alpha] = [(111)(hkl)]$  und  $[\alpha\mathfrak{S}] = [(hkl)(\bar{1}\bar{1}\bar{1})]$ .

Verzeichnen wir die Pole der Flächen  $s$ ,  $\mathfrak{S}$ ,  $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ ,  $\Sigma(1\bar{1}\bar{1})$  und  $\alpha$  in einer stereographischen Projection Fig. 2, so sind die mit  $[\sigma]$ ,  $[s]$ ,  $[\Sigma]$  und  $[\mathfrak{S}]$  bezeichneten Punkte die Pole der Zonen  $[\sigma\alpha]$ ,  $[s\alpha]$ ,  $[\Sigma\alpha]$  und  $[\mathfrak{S}\alpha]$ ; diese vier Pole liegen natürlicherweise selbst wieder in einer Zone, deren Pol  $\alpha$  sein muss. Der Bogenabstand zweier solcher Zonenpole auf der Sphäre, z. B.  $[s][\Sigma]$  ist dann gleich dem gleichliegenden Winkel der beiden Kanten  $s\alpha$  und  $\Sigma\alpha$ .

Ebenso ist leicht einzusehen, dass dieser Bogenabstand  $[s][\Sigma]$  dem Supplemente des Winkels  $s\alpha\Sigma$  in gleichnamigen sphärischen Dreiecke gleich sein müsse; denn bezeichnen wir mit  $[[\Sigma]]$  und  $[[s]]$  Fig. 3 die



<sup>1</sup> Rose, Beschreibung und Eintheilung der Meteoriten etc. Berl. Akad. Abhandl. 1863, S. 23.

<sup>2</sup> Tschermak, Ein Meteoreisen aus der Wüste Atacama. Diese Denkschriften, Bd. XXXI, S. 187. 1871.

Punkte, in denen die verlängerten Kreisbogen  $[\Sigma]x$  und  $[s]x$  den Bogen  $s\Sigma$  treffen, so sind  $s[s] = x[s] = x[\Sigma] = \Sigma[\Sigma] = 90^\circ$ , weil  $[s]$  und  $[\Sigma]$  die Pole der Zonen  $sx$  und  $x\Sigma$  sind; aus demselben Grunde sind  $[s]xs = sx[[s]] = [\Sigma]x\Sigma = \Sigma x[[\Sigma]] = 90^\circ$ ; und weil  $x$  der Pol der Zone  $[s][\Sigma]$ , folgt auch  $[s][\Sigma]x = x[s][\Sigma] = 90^\circ$ .

Aus der doppelten Rechtwinkeligkeit des Dreieckes  $[s]x[\Sigma]$  folgt  $[s][\Sigma] = [s]x[\Sigma]$ ; ferner ist  $[s]x[\Sigma] = [[s]]x[[\Sigma]]$  als Gegenwinkel; somit wird

$$s\Sigma = sx[[s]] - [[s]]x[[\Sigma]] + [[\Sigma]]x\Sigma = 90^\circ - [s]x[\Sigma] + 90^\circ = 180^\circ - [s][\Sigma].$$

Diese Beziehungen sind namentlich dann von Wichtigkeit, wenn ein Meteoriten mehrere geätzte Schnittflächen besitzt, und der Zusammenhang zwischen den Figuren der verschiedenen Flächen hergestellt werden soll.

Für die Berechnung des Winkels, den im tesseralen Krystallsysteme auf einer gegebenen Fläche  $(hkl)$  die Schnittlinien zweier Flächen  $(efg)$  und  $(mno)$  mit einander einschliessen, oder für den Winkel  $\alpha$  der Zonenachsen  $[(efg)(hkl)] = [pqr]$  zu  $[(hkl)(mno)] = [uvw]$  besitzen wir drei Formeln:

Die Tangentenformel von Bravais <sup>1</sup>

$$1. \quad \text{tg } \alpha = \text{tg } [pqr][uvw] = \frac{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}{pu + qv + rw},$$

worin  $[pqr]$  und  $[uvw]$  die auf gewöhnliche Weise durch kreuzweise Multiplication und Subtraction aus  $(efg)(hkl)$ , beziehungsweise  $(hkl)(mno)$  berechneten Zonensymbole sind, und wobei  $(hkl)$  der Bedingung genügen muss:

$$2. \quad h = qw - rv; \quad k = ru - pv; \quad l = pv - qu,$$

das heisst, wenn die mittelst der Zonenregel

$$\begin{array}{ccc} p & q & r \\ \times & \times & \times \\ u & v & w \end{array}$$

aus  $[pqr]$  und  $[uvw]$  zurückberechneten Indices der Fläche  $(hkl)$  einen gemeinschaftlichen Theiler haben, so darf durch denselben nicht abgekürzt werden, wogegen es gleichgiltig ist, ob, wenn eines der Symbole  $[pqr]$  oder  $[uvw]$  einen solchen besass, dadurch gekürzt wurde oder nicht, weil, wenn ein solcher vorhanden war, er sowohl in erster Potenz im Nenner von 1, als auch in  $(hkl)$ , also unter dem Wurzelzeichen des Zählers, in zweiter Potenz erscheint, sich somit in Zähler und Nenner aufhebt.

Die Cosinus-Formel von Liebisch <sup>2</sup>

$$3. \quad \cos \alpha = \frac{pu + qv + rw}{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2} \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$$

verlangt keine Rücksicht auf einen gemeinschaftlichen Theiler und ist um eine kreuzweise Multiplication und Subtraction kürzer (nämlich die zur Ermittlung des gemeinschaftlichen Theilers notwendige Zurückberechnung von  $(hkl)$ ), dagegen verlangt sie um einen Logarithmus mehr.

Eine andere Cosinus-Formel, von Tschermak, <sup>3</sup> ist in den ursprünglichen Flächenindices ausgedrückt:

$$4. \quad \cos \alpha = \frac{EM + FN + GO}{\sqrt{E^2 + F^2 + G^2} \sqrt{M^2 + N^2 + O^2}},$$

worin

$$\begin{aligned} 5. \quad E &= e(h^2 + k^2 + l^2) - h(he + kf + lg); & M &= m(h^2 + k^2 + l^2) - h(hm + kn + lo) \\ F &= f(h^2 + k^2 + l^2) - k(he + kf + lg); & N &= n(h^2 + k^2 + l^2) - k(hm + kn + lo) \\ G &= g(h^2 + k^2 + l^2) - l(he + kf + lg); & O &= o(h^2 + k^2 + l^2) - l(hm + kn + lo). \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Bravais, Études cristallographiques. Journ. Ec. polyt. Bd. XX, Cah. 34, S. 141. 1851.

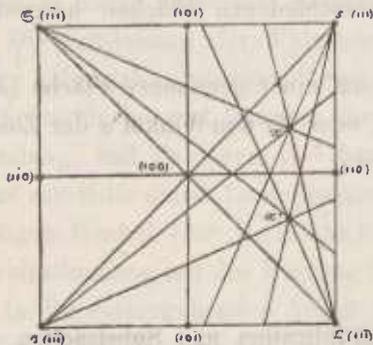
<sup>2</sup> Liebisch, Zur analytisch-geometrischen Behandlung der Krystallographie. Zeitsch. f. Kryst. Bd. I, S. 144. 1877.

<sup>3</sup> Tschermak, Das Krystallgefüge des Eisens etc. Sitzungsab. d. Wiener Akad. Abth. 1, Bd. LXX, S. 455. 1874.

Man überzeugt sich leicht, dass für das praktische Rechnen die Bravais'sche Formel die weitaus bequemste ist; für die Discussion des Ganges der Winkel bei unbestimmt gelassenem  $(hkl)$  ist sie ihrer Einfachheit wegen von vorneherein geboten.

Wir haben nun, um für eine beliebige Fläche  $(hkl)$  die Winkel zwischen den Spuren der Oktaëderflächen zu finden, in die Gleichung 1. für  $(efg)$  und  $(mno)$  alle Combinationen der Flächen  $(111)$ ,  $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  und  $(1\bar{1}\bar{1})$  einzusetzen.

Fig. 4.



Nehmen wir in der gnomonischen Projection Fig. 4, welche bei der vorwiegenden Verwendung von Zonen, Zonenaxen und deren gegenseitigen Winkeln am bequemsten ist, da sie erstere als Gerade darstellt, die gegebene Fläche  $x(hkl)$  als im Raumtheile  $(100)$   $(110)$   $(111)$  gelegen an, und ziehen die Zonen  $\sigma x$ ,  $\Sigma x$ ,  $\sigma x$  und  $\Sigma x$ , zu denen die betreffenden Kanten oder Oktaëderspuren senkrecht stehen, so sehen wir, dass dieselben in der Reihenfolge  $\sigma x$ ,  $\Sigma x$ ,  $\Sigma x$  und  $\sigma x$  aufeinanderfolgen, wenn  $\Sigma x$  die rückwärtige Verlängerung von  $\Sigma x$  oder die Zone zur Gegenfläche von  $\Sigma$  bedeutet — was natürlicherweise nur auf den Sinn des Fortschreitens in der Zone Bezug hat; wir bekommen somit, wenn wir zuerst die vier Winkel zwischen anliegenden Zonenaxen ansetzen, die Combinationen:

Tabelle I.

Signatur	Oktaëderflächen		Winkeltangente
	$(efg)$	$(mno)$	
$\sigma \Sigma$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(111)$	$\text{tang } \alpha_1 = \frac{h+k}{l^2+hk} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$\Sigma \sigma$	$(111)$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$\text{tang } \alpha_2 = \frac{k+l}{h^2+kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$\Sigma s$	$(111)$	$(111)$	$\text{tang } \alpha_3 = \frac{h-k}{hk-l^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$s \sigma$	$(111)$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$\text{tang } \alpha_4 = \frac{k-l}{h^2-kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$\sigma \Sigma$	$(111)$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$\text{tang } \alpha_5 = \frac{h+l}{k^2+hl} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$s \Sigma$	$(111)$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$\text{tang } \alpha_6 = \frac{h-l}{hl-k^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$

Alle Winkel sind hierbei spitz angenommen, mit Ausnahme von  $\alpha_6$ , der, wie wir sehen werden, einmal durch den Werth  $90^\circ$  hindurehgeht; die Summen  $h+k$ ,  $k+l$ , etc. in den Zählern sind die durch Rückberechnung von  $(hkl)$  entstandenen gemeinschaftlichen Theiler.

Wir überzeugen uns leicht, dass es genügt, die Verhältnisse eines Raunaechtundvierzigstels zu betrachten, also etwa des Raumes  $(100)$   $(110)$   $(111)$ , wofür alle Indices positiv und  $h > k > l$ , weil sich die Verhältnisse dieses Raumes entweder symmetrisch oder identisch wiederholen; läge  $x'$  Fig. 4 im Raumtheile  $(100)$   $(110)$   $(111)$ , so wäre es mit  $x$  bezüglich der Ebene  $(001)$  oder der Zone  $[(100)$   $(110)]$  symmetrisch, und es müsste sich, wie auch die Figur veranschaulicht, die Vertheilung der Zonen von  $x'$  zu der von  $x$  wie Bild und Spiegelbild verhalten; es müssten also die gleichen Winkel, nur in entgegengesetzter Reihenfolge aneinanderliegen.

Dies zeigt sich auch aus den Formeln Tab. I; denn wenn  $x$  das Zeichen  $(hkl)$  hat, so ist  $x'$   $(h\bar{k}l)$  und wir bekommen durch Negativsetzen von  $l$  die Winkel:

Tabelle II.

$\sigma \mathfrak{E}$	$\text{tang } \alpha_1' = \frac{h+k}{l^2+hk} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } \alpha_1$	$\mathfrak{E} \sigma$
$\mathfrak{E} \Sigma$	$\text{tang } \alpha_2' = \frac{k-l}{h^2-kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } \alpha_4$	$\sigma s$
$\Sigma s$	$\text{tang } \alpha_3' = \frac{h-k}{hk-l^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } \alpha_3$	$s \Sigma$
$s \sigma$	$\text{tang } \alpha_4' = \frac{k+l}{h^2+kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } \alpha_2$	$\Sigma \mathfrak{E}$

also dieselben Winkel in umgekehrter Reihenfolge;  $\alpha_5$  und  $\alpha_6$  brauchen wir natürlicherweise nicht mehr zu berechnen, da sie nur die Summen je zweier der vier ersteren sind.

Wir sehen auch aus Tabelle II, dass auf der neuen Schnittfläche  $(h\bar{k}l)$  von den Oktaëderspuren Winkel  $\sigma \mathfrak{E}$ ,  $\mathfrak{E} \Sigma$ ,  $\Sigma s$  und  $s \sigma$  gebildet werden, welche auf der früheren Schnittfläche  $(hkl)$  von den Spuren  $\mathfrak{E} \sigma$ ,  $\sigma s$ ,  $s \Sigma$  und  $\Sigma \mathfrak{E}$  eingeschlossen werden.

Haben wir daher für eine Fläche  $(hkl)$  die von den Oktaëderspuren  $\mathfrak{E}(111)$ ,  $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ ,  $s(111)$ ,  $\Sigma(111)$  mit einander gebildeten Winkel berechnet, so finden wir die Winkel, welche die entsprechenden Spuren auf  $(h\bar{k}l)$  einschliessen, wenn wir an die Stelle von  $\mathfrak{E}$ ,  $\sigma$ ,  $s$ ,  $\Sigma$  in der berechneten Winkeltabelle  $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ ,  $\mathfrak{E}(1\bar{1}\bar{1})$ ,  $\Sigma(11\bar{1})$ ,  $s(111)$  setzen; und wir sehen sofort, dass diese letzteren aus den ersteren auf dieselbe Weise hervorgehen, wie das Zeichen  $(\bar{h}kl)$  der neuen Schnittfläche aus demjenigen  $(hkl)$  der alten hervorgegangen ist, nämlich durch Negativsetzen des Vorzeichens des dritten Index  $l$ .

Wäre  $\alpha''$  etwa im Ramntheile  $(100)$   $(1\bar{1}0)$   $(1\bar{1}\bar{1})$  gelegen, so wäre es mit  $\alpha$  symmetrisch bezüglich einer quaternären, zu  $(100)$  senkrechten Symmetrieaxe oder bezüglich der combinirten Symmetrieebenen  $(011)$  und  $(0\bar{1}\bar{1})$ , sein Zeichen würde  $(h\bar{k}\bar{l})$  und wir hätten

Tabelle III.

$\sigma \mathfrak{E}$	$\text{tang } \alpha_1'' = -\frac{h-k}{hk-l^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } (180^\circ - \alpha_3)$	$s \Sigma$
$\mathfrak{E} \Sigma$	$\text{tang } \alpha_2'' = -\frac{k+l}{h^2+kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } (180^\circ - \alpha_2)$	$\Sigma \mathfrak{E}$
$\Sigma s$	$\text{tang } \alpha_3'' = -\frac{h+k}{l^2+hk} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } (180^\circ - \alpha_1)$	$\mathfrak{E} \sigma$
$s \sigma$	$\text{tang } \alpha_4'' = -\frac{k-l}{h^2-kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } (180^\circ - \alpha_4)$	$\sigma s$

Also alle Winkel supplementär solchen des ersten Falles, welche in umgekehrter Reihenfolge geordnet sind, und da uns die Fig. 4 zeigt, dass die stumpfen Supplementärwinkel im entgegengesetzten Sinne aufeinanderfolgen, wie ihre Spitzen, so ist die umgekehrte Folge der Supplemente gleich der directen der ursprünglichen Winkel.

Wir sehen wiederum, dass auf  $(h\bar{k}l)$  die Spuren von  $\mathfrak{E}(111)$   $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$   $s(111)$  und  $\Sigma(111)$  dieselben Winkel mit einander bilden, welche auf  $(hkl)$  von  $\Sigma(111)$   $s(111)$   $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$   $\mathfrak{E}(111)$  eingeschlossen wurden; und ebenso können wir uns überzeugen, dass wenn in  $(hkl)$  eine Vertauschung der Indices vor sich geht, an allen Oktaëdersymbolen dieselbe Vertauschung vorgenommen werden muss, um jene Oktaëderflächen daraus zu erhalten, deren Spuren auf der Fläche  $(hkl)$  sich so verhalten, wie die Spuren der ursprünglichen Oktaëderflächen auf der neuen Schnittfläche.

Zwischen den sechs Winkeln  $\alpha_1 \dots \alpha_6$  finden die folgenden, mittelst der Tangentenformeln in Tabelle I verificirbaren Relationen statt:

$$6. \quad \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 180^\circ; & \alpha_5 = \alpha_3 + \alpha_4; & \alpha_6 = \alpha_2 + \alpha_3, \\ \text{somit auch } & \alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_6 = 180^\circ = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_5. \end{cases}$$

## 2. Untersuchung des Ganges der Schnittwinkel.

Die sechs Winkel  $\alpha_1 \dots \alpha_6$  wurden für eine grosse Anzahl von möglichst gleichmässig über den ganzen Raum vertheilten Flächen ( $hkl$ ), nach Zonen mit constantem  $\frac{k}{l}$  geordnet, berechnet und in die Tabelle IV (auf folgender Seite und am Schlusse des Aufsatzes) zusammengestellt, um aus den gemessenen Winkeln rasch die angenäherte Position der betreffenden Schnittfläche ermitteln zu können. Die Winkel  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  und  $\alpha_6$  stehen in der 4., 7., 10., 13., 14. und 15. Colonne der Tabelle, während die erste Colonne das Zeichen ( $hkl$ ) angibt. Von den Werthen der übrigen Columnen wird weiter unten die Rede sein. Von den Winkeln  $\alpha$  wurden  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5$  und  $\alpha_6$  stets,  $\alpha_3$  zuweilen aus den Indices berechnet, und erstere mittelst der Relationen  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_5 = 180^\circ$ ,  $\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_6 = 180^\circ$  geprüft, sodann  $\alpha_3$  mittelst  $\alpha_3 = \alpha_5 - \alpha_4$  entweder abgeleitet, oder wo es direct berechnet war, geprüft. So oft dabei irgend ein Fehler den Betrag einer Minute überstieg, wurde die Rechnung wiederholt, um etwa vorhandene grössere Fehler aufzufinden; dann wurden die Minuten auf Zehntel-Grade umgerechnet, nachdem die Erfahrung diess als hinreichend ergibt, da der Krystallbau der Meteoriten niemals bis auf so kleine Grössen genau ist; es wurde desshalb auch die Prüfung der Decimalstelle in den Fällen unterlassen, wo der Winkel in die Mitte zwischen zwei um  $0^\circ 1$  verschiedene Werthe fiel, so dass die Decimalstelle bis zu  $0^\circ 2$  unsicher sein kann.

Die Betrachtung der Formeln in Tabelle I und des Verlaufes der Winkel  $\alpha$  in Tabelle IV lässt folgende Gesetzmässigkeiten erkennen:

1. Die vier Winkel  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  und  $\alpha_4$  liegen für jede im Dreiecke (100) (110) (111) gelegene Fläche ( $hkl$ ), wofür also  $h > k > l > 0$ , in der Reihenfolge  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  aneinander. Diess leuchtet zwar durch Betrachtung der Projectionen Fig. 2 und Fig. 4 sofort ein (indem die vier Winkel  $\alpha_1$  bis  $\alpha_4$  innerhalb des genannten Raumes ihr Vorzeichen nicht ändern), doch mag noch ein anderer einfacher Beweis dafür angeführt werden.

Bekanntlich<sup>1</sup> liegen zwei Flächen ( $epg$ ) und ( $mno$ ) auf gleicher oder entgegengesetzter Seite einer Zone [ $pqr$ ], je nachdem die Summen

$$ep + fq + gr \quad \text{und} \quad mp + nq + or$$

gleiches oder entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Stellen wir daher für jede der Oktaederflächen (Köpfe der 2. bis 5. Verticalcolonne in Tabelle V) das Zeichen [ $pqr$ ] ihrer Zone zur Fläche ( $hkl$ ) her (2. Horizontalreihe) und berechnen dann für die den seitlichen Eingang der Tabelle bildende Oktaederfläche ( $efg$ ) (1. Verticalcolonne) den Ausdruck  $ep + fq + gr$ , so finden wir mittelst der Bedingung  $h > k > l > 0$ , dass alle solchen Summen innerhalb des betrachteten Raumtheiles, wofür  $h > k > l > 0$ , ihr Zeichen nicht verändern, dass also in diesem ganzen Raumtheile die gegenseitige Lage der Oktaederflächen bezüglich ihrer Zonen zu ( $hkl$ ) dieselbe bleibt, somit auch eine Vertauschung zweier Winkel nicht vorkommen kann.

Tabelle V.

	(111)	( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	(111)	(111)
	[ $l-k, h-l, k-h$ ]	[ $-l-k, h-l, k+h$ ]	[ $-l+k, -h-l, k+h$ ]	[ $l+k, -h-l, k-h$ ]
( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	$2l-2h < 0$	—	$2k+2h > 0$	$2l+2h > 0$
( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	$2l-2h < 0$	$-2k-2h < 0$	—	$2l+2h > 0$
( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	$-2h+2l > 0$	$-2l-2h < 0$	$-2l-2h < 0$	—
(111)	—	$-2l+2h > 0$	$-2l+2h > 0$	$2k-2h < 0$

<sup>1</sup> v. Lang, Lehrbuch der Krystallographie. Wien 1866, S. 38.

Tabelle IV.

1.		2.		3.		4.		5.		6.		7.		8.		9.		10.		11.		12.		13.		14.		15.						
(hkl)	$\sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_1$	$\Sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_2$	$\Sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_3$	$\sigma=(111)$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	(hkl)	$\sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_1$	$\Sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_2$	$\Sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_3$	$\sigma=(111)$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	(hkl)	$\sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_1$	$\Sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_2$	$\Sigma=(1\bar{1}\bar{1})$	$\alpha_3$	$\sigma=(111)$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$		
1 0 0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	90°0	90°0	1 0 0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	90°0	90°0	1 0 0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	90°0	90°0		
10 1 0	9339 r°	84°8	9339 r°	5°7	8909 r°	83°7	8909 r°	5°7	89°1	89°4	60 3 2	9290 r°	87°2	9159 r°	4°8	9087 r°	87°1	9290 r°	87°2	9159 r°	4°8	9087 r°	87°1	9290 r°	87°2	9159 r°	4°8	9087 r°	87°1	9290 r°	87°2	9159 r°	4°8	
9 1 0	9346 r°	84°3	9346 r°	6°4	8867 r°	82°9	8867 r°	6°4	89°3	89°3	30 3 2	9440 r°	84°6	9206 r°	9°5	9064 r°	84°0	9440 r°	84°6	9206 r°	9°5	9064 r°	84°0	9440 r°	84°6	9206 r°	9°5	9064 r°	84°0	9440 r°	84°6	9206 r°	9°5	
8 1 0	9372 r°	83°6	9372 r°	7°2	8835 r°	82°0	8835 r°	7°2	89°2	89°2	16 3 2	9042 r°	80°5	9285 r°	17°4	9038 r°	78°3	9042 r°	80°5	9285 r°	17°4	9038 r°	78°3	9042 r°	80°5	9285 r°	17°4	9038 r°	78°3	9042 r°	80°5	9285 r°	17°4	
7 1 0	9404 r°	82°9	9404 r°	8°2	8792 r°	80°6	8792 r°	8°2	88°8	88°8	13 3 2	9729 r°	78°7	9335 r°	23°1	9035 r°	75°5	9729 r°	78°7	9335 r°	23°1	9035 r°	75°5	9729 r°	78°7	9335 r°	23°1	9035 r°	75°5	9729 r°	78°7	9335 r°	23°1	
6 1 0	9446 r°	82°0	9446 r°	9°6	8735 r°	78°8	8735 r°	9°6	88°4	88°4	11 3 2	9979 r°	77°1	9379 r°	24°5	9037 r°	72°7	9979 r°	77°1	9379 r°	24°5	9037 r°	72°7	9979 r°	77°1	9379 r°	24°5	9037 r°	72°7	9979 r°	77°1	9379 r°	24°5	
5 1 0	9501 r°	80°7	9501 r°	11°5	8655 r°	76°2	8655 r°	11°5	87°7	87°7	8 3 2	9883 r°	74°7	9452 r°	29°9	9053 r°	67°6	9883 r°	74°7	9452 r°	29°9	9053 r°	67°6	9883 r°	74°7	9452 r°	29°9	9053 r°	67°6	9883 r°	74°7	9452 r°	29°9	
4 1 0	9578 r°	79°0	9578 r°	14°4	8537 r°	72°2	8537 r°	14°4	86°6	86°6	8 3 2	9914 r°	73°8	9483 r°	32°1	9063 r°	65°5	9914 r°	73°8	9483 r°	32°1	9063 r°	65°5	9914 r°	73°8	9483 r°	32°1	9063 r°	65°5	9914 r°	73°8	9483 r°	32°1	
3 1 0	9689 r°	76°7	9689 r°	19°4	8345 r°	64°6	8345 r°	19°4	84°0	84°0	7 3 2	9933 r°	73°2	9505 r°	33°7	9073 r°	63°8	9933 r°	73°2	9505 r°	33°7	9073 r°	63°8	9933 r°	73°2	9505 r°	33°7	9073 r°	63°8	9933 r°	73°2	9505 r°	33°7	
2 1 0	9765 r°	75°4	9765 r°	23°3	8203 r°	58°2	8203 r°	23°3	81°5	81°5	6 3 2	9985 r°	70°8	9595 r°	39°8	9121 r°	56°3	9985 r°	70°8	9595 r°	39°8	9121 r°	56°3	9985 r°	70°8	9595 r°	39°8	9121 r°	56°3	9985 r°	70°8	9595 r°	39°8	
2 1 0	9850 r°	73°4	9850 r°	29°2	8010 r°	48°2	8010 r°	29°2	77°4	77°4	5 3 2	9985 r°	68°9	9628 r°	44°8	9175 r°	48°3	9985 r°	68°9	9628 r°	44°8	9175 r°	48°3	9985 r°	68°9	9628 r°	44°8	9175 r°	48°3	9985 r°	68°9	9628 r°	44°8	
5 3 0	9913 r°	72°2	9913 r°	35°0	7856 r°	37°9	7856 r°	35°0	72°9	72°9	4 3 2	9999 r°	68°5	9692 r°	46°0	9191 r°	46°0	9999 r°	68°5	9692 r°	46°0	9191 r°	46°0	9999 r°	68°5	9692 r°	46°0	9191 r°	46°0	9999 r°	68°5	9692 r°	46°0	
1 6 18	9923 r°	72°0	9923 r°	36°0	7832 r°	36°0	7832 r°	36°0	72°0	72°0	9 6 1	9995 r°	68°0	9716 r°	47°7	9215 r°	42°3	9995 r°	68°0	9716 r°	47°7	9215 r°	42°3	9995 r°	68°0	9716 r°	47°7	9215 r°	42°3	9995 r°	68°0	9716 r°	47°7	
3 2 0	9943 r°	71°6	9943 r°	38°7	7775 r°	31°0	7775 r°	38°7	69°7	69°7	4 3 2	9975 r°	67°0	9703 r°	50°8	9264 r°	33°9	9975 r°	67°0	9703 r°	50°8	9264 r°	33°9	9975 r°	67°0	9703 r°	50°8	9264 r°	33°9	9975 r°	67°0	9703 r°	50°8	
4 3 0	9970 r°	71°1	9970 r°	43°2	7699 r°	22°6	7699 r°	43°2	65°8	65°8	3 8 5 1	9966 r°	66°7	9777 r°	51°7	9281 r°	30°8	9966 r°	66°7	9777 r°	51°7	9281 r°	30°8	9966 r°	66°7	9777 r°	51°7	9281 r°	30°8	9966 r°	66°7	9777 r°	51°7	
5 4 0	9982 r°	70°9	9982 r°	45°7	7666 r°	17°7	7666 r°	45°7	63°4	63°4	7 6 4	9934 r°	66°4	9812 r°	54°0	9324 r°	21°1	9934 r°	66°4	9812 r°	54°0	9324 r°	21°1	9934 r°	66°4	9812 r°	54°0	9324 r°	21°1	9934 r°	66°4	9812 r°	54°0	
10 9 0	9996 r°	70°6	9996 r°	50°5	7627 r°	8°5	7627 r°	50°5	59°0	59°0	10 9 6	9914 r°	65°8	9829 r°	55°1	9346 r°	15°3	9914 r°	65°8	9829 r°	55°1	9346 r°	15°3	9914 r°	65°8	9829 r°	55°1	9346 r°	15°3	9914 r°	65°8	9829 r°	55°1	
1 1 0	9999 r°	70°5	9999 r°	54°7	7614 r°	0°0	7614 r°	54°7	54°7	54°7	13 12 8	9903 r°	65°6	9838 r°	55°7	9359 r°	11°9	9903 r°	65°6	9838 r°	55°7	9359 r°	11°9	9903 r°	65°6	9838 r°	55°7	9359 r°	11°9	9903 r°	65°6	9838 r°	55°7	
1 0 0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	90°0	90°0	3 19 26	9896 r°	65°5	9845 r°	56°1	9366 r°	9°7	9896 r°	65°5	9845 r°	56°1	9366 r°	9°7	9896 r°	65°5	9845 r°	56°1	9366 r°	9°7	9896 r°	65°5	9845 r°	56°1	
128 16 8	9264 r°	86°6	9264 r°	4°0	9000 r°	86°2	9264 r°	4°0	89°3	90°3	3 3 2	9864 r°	65°2	9864 r°	57°4	9397 r°	0°0	9864 r°	65°2	9864 r°	57°4	9397 r°	0°0	9864 r°	65°2	9864 r°	57°4	9397 r°	0°0	9864 r°	65°2	9864 r°	57°4	
64 8 1	9397 r°	83°7	9397 r°	8°1	8877 r°	81°9	8877 r°	8°1	88°2	90°0	1 0 0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	9120 r°	90°0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	9120 r°	90°0	9120 r°	90°0	9120 r°	0°0	9120 r°	90°0	9120 r°	90°0	9120 r°	90°0	
60 8 1	9432 r°	83°3	9432 r°	8°6	8861 r°	81°4	8861 r°	8°6	88°1	89°9	60 5 4	9489 r°	85°4	9167 r°	8°5	9095 r°	85°1	60 5 4	9489 r°	85°4	9167 r°	8°5	9095 r°	85°1	60 5 4	9489 r°	85°4	9167 r°	8°5	9095 r°	85°1	60 5 4	9489 r°	85°4
30 8 1	9939 r°	78°5	9939 r°	17°1	8610 r°	70°7	8610 r°	17°1	84°4	87°8	41 5 4	9520 r°	83°4	9195 r°	12°4	9092 r°	82°8	41 5 4	9520 r°	83°4	9195 r°	12°4	9092 r°	82°8	41 5 4	9520 r°	83°4	9195 r°	12°4	9092 r°	82°8	41 5 4	9520 r°	83°4
20 8 1	9801 r°	75°1	9801 r°	25°4	8395 r°	58°4	8395 r°	25°4	79°5	83°9	41 5 4	9520 r°	83°4	9195 r°	12°4	9092 r°	82°8	41 5 4	9520 r°	83°4	9195 r°	12°4	9092 r°	82°8	41 5 4	9520 r°	83°4	9195 r°	12°4	9092 r°	82°8	41 5 4	9520 r°	83°4
14 15 7	9926 r°	72°5	9926 r°	35°4	8207 r°	41°8	8207 r°	35°4	72°3	76°9	26 5 4	9687 r°	80°0	9255 r°	19°1	9102 r°	78°6	26 5 4	9687 r°	80°0	9255 r°	19°1	9102 r°	78°6	26 5 4	9687 r°	80°0	9255 r°	19°1	9102 r°	78°6	26 5 4	9687 r°	80°0
14 8 1	9930 r°	72°4	9930 r°	35°5	8201 r°	41°1	8201 r°	35°5	72°1	76°6	18 5 4	9833 r°	76°4	9355 r°	26°6	9132 r°	73°4	18 5 4	9833 r°	76°4	9355 r°	26°6	9132 r°	73°4	18 5 4	9833 r°	76°4	9355 r°	26°6	9132 r°	73°4	18 5 4	9833 r°	76°4
13 17 6	9946 r°	72°0	9946 r°	37°4	8173 r°	37°4	8173 r°	37°4	70°6	74°9	13 14 5	9933 r°	73°2	9423 r°	33°6	9183 r°	67°9	13 14 5	9933 r°	73°2	9423 r°	33°6	9183 r°	67°9	13 14 5	9933 r°	73°2	9423 r°	33°6	9183 r°	67°9	13 14 5	9933 r°	73°2
12 6 2	9957 r°	71°7	9957 r°	38°9	8157 r°	34°7	8157 r°	38°9	69°4	73°6	13 14 5	9933 r°	73°2	9423 r°	33°6	9183 r°	67°9	13 14 5	9933 r°	73°2	9423 r°	33°6	9183 r°	67°9	13 14 5	9933 r°	73°2	9423 r°	33°6	9183 r°	67°9	13 14 5	9933 r°	73°2
11 8 2	9972 r°	71°5	9972 r°	40°9	8154 r°	30°6	8154 r°	40°9	67°6	71°5	11 17 5	9970 r°	71°5	9475 r°	37°4	9219 r°	64°6	11 17 5	9970 r°	71°5	9475 r°	37°4	9219 r°	64°6	11 17 5	9970 r°	71°5	9475 r°	37°4	9219 r°	64°6	11 17 5	9970 r°	71°5
10 8 1	9996 r°	70°7	9996 r°	46°9	8097 r°	18°0	8097 r°	46°9	62°4	65°0	7 5 4	9995 r°	69°7	9538 r°	41°7	9268 r°	60°2	7 5 4	9995 r°	69°7	9538 r°	41°7	9268 r°	60°2	7 5 4	9995 r°	69°7	9538 r°	41°7	9268 r°	60°2	7 5 4	9995 r°	69°7
65 5 6	9999 r°	70°5	9999 r°	49°6	8093 r°	12°2	8093 r°	49°6	59°9	61°7	9 5 4	9999 r°																						

2. In jeder der von (100) zur betreffenden Fläche ( $hll$ ) laufenden Zonen fällt  $\alpha_4$  stetig ohne Maximum von  $90^\circ$  bis zu immer niedrigeren Endwerthen, welche von  $70^\circ 5'$  in ( $h10$ ) bis  $60^\circ$  in ( $h11$ ) abnehmen.

3. Winkel  $\alpha_2$  nimmt ohne Maximum von  $0^\circ$  bis zu Grenzwerten zu, welche von  $54^\circ 7'$  in ( $h10$ ) bis  $60^\circ$  in ( $h11$ ) wachsen.

4.  $\alpha_3$  fällt in allen Zonen stetig ohne Maximum von  $90^\circ$  bis  $0^\circ$  mit Ausnahme der Zone ( $h11$ ), wo dieser Winkel nur bis in beliebige Nähe von  $60^\circ$  abnimmt und dann — für (111) — unbestimmt wird.

5. Der Winkel  $\alpha_4$  nimmt stetig ohne Maximum von  $0^\circ$  bis zu immer höheren Endwerthen zu; letztere steigen von  $54^\circ 7'$  in ( $h10$ ) bis zu einer nicht erreichten Grenze von  $60^\circ$  in ( $h11$ ), welcher sie sich beliebig nähern können; das Anwachsen von  $\alpha_4$  erfolgt immer langsamer, je näher die Zone von ( $h10$ ) gegen ( $h11$ ) rückt; in der letzteren Zone bleibt  $\alpha_4$  constant  $0^\circ$  bis auf die Fläche (111), in welcher es unbestimmt wird und so gleichzeitig der Reihe der Winkel  $0^\circ$  als auch dem Grenzwerte  $60^\circ$  entspricht.

6.  $\alpha_5$  nimmt ohne Maximum von  $90^\circ$  bis zu Werthen  $54^\circ 7' - 60^\circ$  ab.

7. Der Winkel  $\alpha_6$  ist der einzige, welcher in jeder Zone mit Ausnahme von ( $h10$ ) und ( $h11$ ) ein Maximum und, nebst dem Ausgangswerte für (100) noch einen zweiten Durchgang durch  $90^\circ$  besitzt.

Für den letzteren ergibt sich:

$$7. \quad \alpha_6 = 90^\circ; \quad \text{tang } \alpha_6 = \infty; \quad hl = k^2.$$

Diese Gleichung ist in den in der Tabelle IV betrachteten Zonen erfüllt für die Flächen

$$(64.8.1) (16.4.1) (931) (421) (964) (25.20.16) \text{ und } (121.110.100).$$

Für das Maximum finden wir durch Differentiation nach  $h$  und Nullsetzen des Differentialquotienten

$$8. \quad \begin{cases} \frac{d \text{ tang } \alpha_6}{dh} = \frac{d}{dh} \left( \frac{h-l}{hl-k^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2} \right) = 0 \\ k^2 l - 2h^2 k^2 + h k^2 l = k^3 - l^3, \end{cases}$$

woraus wir durch Auflösen der letzteren Gleichung nach  $h$  für die betrachteten Zonen die Flächen

$$(128.16, 8, 1) (32.122, 4, 6) (18.079, 3, 1) (7.9849, 2, 1) (8.7096, 3, 2) (11.717, 5, 4) \text{ und } (19.832, 11, 10)$$

erhalten.

In der Zone ( $h10$ ) fallen Maximum und zweiter Durchgang durch  $90^\circ$  mit dem Ausgangspunkte (100) zusammen, während in der Zone ( $h11$ ) die Werthe von  $\alpha_6$  nur bis zu dem Maximum wachsen, ohne dasselbe zu überschreiten.

Übrigens wächst der Maximalwerth selbst von  $90^\circ$  in ( $h10$ ) stetig bis zu dem nicht erreichten Grenzwerte  $120^\circ$  in ( $h11$ ), während die Endwerthe des Winkels von  $54^\circ 7'$  in ( $h10$ ) bis beliebig nahe an den nicht erreichten Werth  $60^\circ$  zunehmen; in (111) wird der Werth  $\alpha_6$  unbestimmt und gehört auf diese Weise sowohl dem Endwerthe  $60^\circ$ , als dem Maximalwerthe  $120^\circ$  an.

8. Von Wichtigkeit sind ferner die Fälle, in denen zwei der Winkel  $\alpha$  einander gleich werden, diess- und jenseits welcher Flächen das Grössenverhältniss der betreffenden zwei Winkel umgekehrt erscheint; diese Fälle sind ersichtlicher Weise nur möglich zwischen den Winkeln  $\alpha_1 = \alpha_5$ ;  $\alpha_1 = \alpha_6$ ;  $\alpha_2 = \alpha_3$  und  $\alpha_3 = \alpha_4$ , und zwar erhalten wir:

$$9. \quad \alpha_1 = \alpha_5; \quad h = \frac{k+l}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{5k^2+6kl+5l^2}$$

erfüllt für die Flächen

$$(1.6180, 1, 0) (14.157, 8, 1) (7.7202, 4, 1) (6.1231, 3, 1) (4.5414, 2, 1) (7.5249, 3, 2) (13.514, 5, 4) \text{ und } (31.506, 11, 10).$$

$$10. \quad \alpha_1 = \alpha_6; \quad h = \frac{k-l}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{5k^2-6kl+5l^2}$$

gibt die Fälle

$$(1.6180, 1, 0) (11.822, 8, 1) (5.4051, 4, 1) (3.8284, 3, 1) (2.3028, 2, 1) (3.1926, 3, 2) \text{ und } (11.048, 11, 10)$$

$$11. \quad \alpha_2 = \alpha_3; \quad h^3 - h^2 k - h k^2 + l(-k^2 + kl + l^2) = 0$$

erfüllt durch

(1·6180, 1, 0) (13·176, 8, 1) (6·6533, 4, 1) (531) (3·3029, 2, 1) (4·7914, 3, 2) (7·5414, 5, 4) und  
(15·110, 11, 10).

$$12. \quad \alpha_3 = \alpha_4; \quad h^3 - h^2 k - h k^2 + l(k^2 + kl - l^2) = 0.$$

Die Bedingung ist erfüllt für die Flächen

(1·6180, 1, 0) (12·624, 8, 1) (6·1098, 4, 1) (4·4647, 3, 1) (2·7914, 2, 1) (3·8541, 3, 2) (5·9084, 5, 4) und  
(11·9565, 11, 10).

9. Für die Zone ( $h10$ ) ist durchwegs  $\alpha_2 = \alpha_4$  und  $\alpha_3 = \alpha_6$ , und in der Zone ( $h11$ ) ist, mit Ausnahme der unentschiedenen Endwerthe für (111),  $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_5$ .

Mit Hilfe dieser Maximal- und Umkehrpunkte ist eine rasche Orientirung möglich, welche noch wesentlich durch die Einbeziehung der Lamellenbreite erleichtert wird.

### 3. Einfallswinkel, wirkliche, scheinbare und relative Lamellenbreiten.

Ein wichtiges Hilfsmittel bei der Ermittlung der Zugehörigkeit einer Schnittfläche in die Nähe einer bekannten sind auch die Einfallswinkel, unter denen die vierlei Oktaëderlamellen gegen die untersuchte Fläche geneigt sind, beziehungsweise die davon abhängige durch Messung bestimmbare Breite der Lamellen, allerdings unter der Voraussetzung, dass nicht nur die Lamellenbreiten einer jeden Oktaëderfläche für sich constant, sondern auch denjenigen der übrigen Oktaëderflächen gleich sind, eine Annahme, welche jedoch, wie in der Folge gezeigt werden wird, bei genügend grosser Schnittfläche und bei Messung möglichst vieler Lamellenbreiten fast immer erfüllt ist.

Bedeutet  $ABCE$  eine Lamelle, welche von der Schnittfläche in  $AB$  getroffen wird, so ist die Länge  $AC$  des Lothes von  $A$  auf  $BE$  die wahre,  $AB$  die durch Messung bestimmbare scheinbare Lamellenbreite.

Ist  $\omega$  der Normalenwinkel der Oktaëderfläche und der Schnittfläche, also auch der Einfallswinkel ersterer auf letzterer, so sehen wir, dass die scheinbare Lamellenbreite  $b_n$  gegeben ist durch:

$$13. \quad \begin{cases} b_n = AB = \frac{AC}{\sin \omega} = \frac{b}{\sin \omega} \\ \frac{b_n}{b} = \frac{1}{\sin \omega}; \quad b = b_n \sin \omega; \end{cases}$$

die scheinbare Lamellenbreite ist dem reciproken Sinus des Einfallswinkels proportional.

Für den Normalenwinkel zweier Flächen ( $efg$ ) ( $hkl$ ) im tesserale System haben wir, wenn  $[pqr]$  das aus beiden durch kreuzweise Multiplication und Subtraction abgeleitete, vom gemeinschaftlichen Theiler nicht befreite Symbol ihrer Zone ist, nach Bravais <sup>1</sup>

$$14. \quad \cos \omega = \frac{eh + fk + gl}{\sqrt{e^2 + f^2 + g^2} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}; \quad \tan \omega = \frac{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}}{eh + fk + gl}; \quad \sin \omega = \frac{\sqrt{e^2 + f^2 + g^2} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}}$$

Somit, wenn wir für ( $efg$ ) nach einander die Symbole der vier Oktaëderflächen  $\ominus(1\bar{1}1)$ ,  $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ ,  $s(111)$ ,  $\Sigma(111)$  setzen und die entsprechenden  $[pqr]$  berechnen, die Gleichungen

<sup>1</sup> Bravais a. a. O. S. 148. Die Tangentenformel, woraus die beiden anderen auf bekannte Weise.

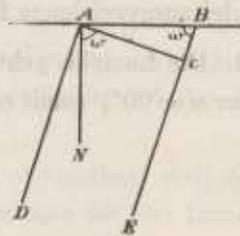


Fig. 5.

$$15. \left\{ \begin{array}{l} \cos \omega_{\sigma} = \frac{h-k-l}{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}; \quad \sin \omega_{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{(k-l)^2+(l+h)^2+(h+k)^2}} \\ \cos \omega_{\varrho} = \frac{h-k+l}{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}; \quad \sin \omega_{\varrho} = \frac{1}{\sqrt{(k+l)^2+(h-l)^2+(h+k)^2}} \\ \cos \omega_{\Sigma} = \frac{h+k-l}{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}; \quad \sin \omega_{\Sigma} = \frac{1}{\sqrt{(k+l)^2+(l+h)^2+(h-k)^2}} \\ \cos \omega_{\delta} = \frac{h+k+l}{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}; \quad \sin \omega_{\delta} = \frac{1}{\sqrt{(k-l)^2+(h-l)^2+(h-k)^2}} \end{array} \right.$$

Die scheinbaren Lamellenbreiten finden aus einem gleich zu erörternden Grunde nur Anwendung zur Berechnung der wahren Lamellenbreite aus den gemessenen; nachdem zu diesem Zwecke, wie Formel 13 zeigt, die scheinbare Breite mit dem Sinus des Einfallswinkels zu multipliciren ist, habe ich in Tabelle IV den Logarithmus-Sinus von  $\omega_n$  in den Columnen 2, 5, 8 und 11 angegeben; vierstellig und ohne Charakteristik, welche mit Ausnahme der Fälle  $\cdot 0000$  (wo dieselbe = 0) und derjenigen mit einem untenstehenden Punkte, z. B.  $\cdot 7004$  (für  $8 \cdot 7004 - 10$ ) immer gleich  $9 \cdot \dots - 10$  ist.

Die gerechneten Lamellenbreiten wurden nicht controlirt, sondern nur verworfen, wenn sie eine Abweichung des regelmässigen Ganges erkennen liessen.

Indem wir wieder nur die Verhältnisse des Raumtheiles (100) (110) (111) in Betracht ziehen, und den Gang der Lamellenbreiten innerhalb einer Zone mit constantem Verhältnisse  $\frac{k}{l}$  untersuchen, finden wir zweierlei ausgezeichnete Fälle:

1. Die Lamelle geht stetig ohne Maximum durch die auf der Schnittfläche senkrechte Lage hindurch, in welcher  $\omega = 90^\circ$ , somit  $\cos \omega = 0$ ; hiefür finden wir aus Gleichung 15. die Bedingungen

$$16. \left\{ \begin{array}{l} \omega_{\sigma} = 90^\circ; \quad h = k + l \\ \omega_{\varrho} = 90^\circ; \quad h + l = k \quad \text{unerfüllbar} \\ \omega_{\Sigma} = 90^\circ; \quad h + k = l \quad \text{unerfüllbar} \\ \omega_{\delta} = 90^\circ; \quad h + k + l = 0 \quad \text{unerfüllbar.} \end{array} \right.$$

Die Bedingung ist im zweiten und dritten Falle unerfüllbar, weil  $h$  kleiner als  $k$ , beziehungsweise als  $l$  sein müsste; im vierten, weil mindestens einer der Indices negativ sein müsste.

Es ist also nur der Fall  $\omega_{\sigma} = 90^\circ$  möglich, und zwar tritt derselbe in den in der Tabelle vertretenen Zonen ein für die Flächen

(110) (981) (541) (431) (321) (532) (954) (21, 11, 10) und (211).

Dass hiebei ein wirklicher Durchgang durch  $90^\circ$  stattfindet, und keine Umkehr in die frühere Lage, geht aus der Betrachtung des folgenden Punktes hervor.

2. Der Einfallswinkel hat ein Maximum oder einen Wendepunkt, jenseits dessen die Lamelle wieder nach der früheren Richtung zurückgeht.

Soll  $\omega$  ein Maximum oder Minimum haben, so muss dies mutatis mutandis auch für  $\cos \omega$  gelten; es muss also

$$\frac{d \cos \omega}{dh} = 0$$

Das Differentiale wird wieder nach  $h$  genommen, weil innerhalb jeder betrachteten Zone  $\frac{k}{l}$  constant, also nur  $h$ , beziehungsweise  $\frac{h}{l}$  veränderlich ist.

Durch Ausführung der Differentiation und Nullsetzen des Differentialquotienten erhalten wir die Bedingungen

$$17. \left\{ \begin{array}{l} \sigma; h = -\frac{k^2 + l^2}{k+l} \text{ unerfüllbar} \\ \ominus; h = -\frac{k^2 + l^2}{k-l} \text{ unerfüllbar} \\ \Sigma; h = \frac{k^2 + l^2}{k-l} \\ s; h = \frac{k^2 + l^2}{k+l} \text{ unerfüllbar.} \end{array} \right.$$

In den ersten zwei Fällen ist die Bedingung unerfüllbar, weil  $h$  negativ, im vierten, weil es kleiner als  $k$  würde, da

$$\frac{k^2 + l^2}{k+l} < \left( \frac{k^2 + kl}{k+l} = k \right)$$

der dritte Fall gibt in jeder Zone einen entsprechenden Werth und zwar für die Flächen

$$(110) (65, 56, 7) (17, 12, 3) (531) (521) (13, 3, 2) (41, 5, 4) (221, 11, 10) (100).$$

Während der Durchgang durch die senkrechte Lage nur bei den Lamellen der Fläche  $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$  eintritt, findet das Maximum und die Wendung im Einfallswinkel nur bei den Lamellen der Fläche  $\Sigma(11\bar{1})$  statt, bei denen der Werth  $\omega = 90^\circ$  nicht erreicht wird, während umgekehrt bei ersteren die Bedingung des Maximums nicht erfüllt ist, so dass also bei diesen keine Untersuchung mehr darüber nothwendig ist, ob der Punkt  $\omega = 90^\circ$  nur erreicht oder auch überschritten werde.

Für die Orientirung einer Fläche sind die scheinbaren Lamellenbreiten nicht verwendbar, weil  $b$ , die wirkliche Breite, unbekannt ist; um diese aus den Formeln zu eliminiren, muss daher eine der vier Lamellenbreiten für jede Schnittfläche als Einheit angenommen werden, wozu sich die Breite der steilsten unter ihnen, das ist der Lamelle  $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$  empfiehlt, weil dann alle übrigen relativen Breiten grösser als 1 werden; wir erhalten auf diese Weise, wenn wir die relativen Breiten mit  $b'_n$  bezeichnen:

$$18. \left\{ \begin{array}{l} b'_\sigma = \frac{b_\sigma}{b_\sigma} = \sqrt{\frac{(k-l)^2 + (l+h)^2 + (h+k)^2}{(k+l)^2 + (h-l)^2 + (h+k)^2}} \\ b'_\Sigma = \frac{b_\Sigma}{b_\sigma} = \sqrt{\frac{(k-l)^2 + (l+h)^2 + (h+k)^2}{(k+l)^2 + (l+h)^2 + (h-k)^2}} \\ b'_s = \frac{b_s}{b_\sigma} = \sqrt{\frac{(k-l)^2 + (l+h)^2 + (h+k)^2}{(k-l)^2 + (h-l)^2 + (h-k)^2}} \end{array} \right.$$

Diese Breiten, welche nur zur übersichtlichen Orientirung dienen, ohne die Bestimmung eines genaueren Vergleiches zu haben, sind in den Columnen 3, 6, 9 und 12 der Tabelle IV auf eine Decimalstelle berechnet; für die Einheitsfläche  $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$  sind sie natürlicher Weise durchwegs gleich 1.0.

Die Maxima dieser relativen Lamellenbreiten wären wichtig, weil sie der directen Beobachtung unterliegen; wir haben, um sie zu finden, wieder zu setzen:

$$\frac{db'_n}{dh} = 0,$$

wodurch wir die Bedingungen erhalten

$$19. \begin{cases} \frac{db_{\ominus}}{dh} = 0, & h = k + \sqrt{3k^2 + l^2} \\ \frac{db_{\Sigma}}{dh} = 0, & h = l + \sqrt{k^2 + 3l^2} \\ \frac{db_{\sigma}}{dh} = 0, & h = \sqrt{k^2 - kl + l^2} \text{ un erfüllbar.} \end{cases}$$

Die dritte Bedingung ist unerfüllbar, weil, wegen  $k > l$ ,  $(h = \sqrt{k^2 - kl + l^2}) < k$  würde, was gegen die Voraussetzung ist.

Das Maximum der relativen Breite von  $\ominus$  tritt ein für

$$(2 \cdot 73, 1, 0) (21 \cdot 89, 8, 1) (11, 4, 1) (8 \cdot 29, 3, 1) (5 \cdot 61, 2, 1) (8 \cdot 57, 3, 2) (14 \cdot 54, 5, 4) (32 \cdot 52, 11, 10) \text{ und} \\ (311).$$

Das der Lamellenbreite von  $\Sigma$  für

$$(110) (9 \cdot 18, 8, 1) (5 \cdot 36, 4, 1) (3 \cdot 46, 3, 1) (2 \cdot 64, 2, 1) (4 \cdot 58, 3, 2) (8 \cdot 54, 5, 4) (20 \cdot 52, 11, 10) \text{ und } (311).$$

Man überzeugt sich jedoch leicht, dass die Maximalwerthe erst in den zweiten Decimalstellen von ihren Nachbarwerthen der Tabelle unterschieden wären; es wäre deshalb überflüssig, für die nur zur oberflächlichen Orientirung dienenden relativen Breiten die Stellen des Maximums einzuführen.

Was im Übrigen den Gang der absoluten und relativen scheinbaren Lamellenbreiten anbelangt, so sieht man sowohl aus der Tabelle als aus der Betrachtung der Formel 15., dass jederzeit

$$b_{\sigma} > b_{\Sigma} > b_{\ominus} > b_{\sigma},$$

sowie dass die letzteren beiden durchwegs einander so nahe stehen, dass innerhalb der bedeutenden Ungleichmässigkeiten der Lamellenbreite sehr selten ein Unterschied zwischen ihnen in Bezug auf die Breite selbst bemerkbar sein wird; was jedoch nicht verhindert, dass solche feine Unterschiede zuweilen durch eine andere Eigenschaft, nämlich die Schärfe der Begrenzung kenntlich werde.

#### 4. Gebrauch der Tabelle IV.

Das Eingehen in die Tabelle setzt voraus, dass die Grösse und Reihenfolge der zwischen den Oktaëderspuren eingeschlossenen Winkeln  $\alpha$ , die relativen Lamellenbreiten der vier oktaëdrischen Systeme  $b'$ , sowie der Sinn des Einfallens derselben entweder sämmtlich oder theilweise bekannt sind.

Die Grösse der Winkel  $\alpha$  kann auf verschiedene Art bestimmt werden, durch Verstellung einer Bürstenbause mit Einlage eines Graphitpapieres, woran dann die Winkel mittelst eines Transporteurs gemessen werden, oder direct am Meteoreisen, wozu in einer folgenden Arbeit ein Instrument angegeben wird. Die gemessenen Winkel sind zuweilen von sehr verschiedener Genauigkeit, insbesondere aus dem Grunde, weil die Lamellen nie vollkommen ebenflächig sind, ihre Contouren daher unsoweniger scharf und deutlich werden, je schief sie gegen die Schnittfläche einfallen, je grösser also ihre scheinbare Breite ist. Am genauesten lässt sich  $\alpha_1$ , dann  $\alpha_5$  und  $\alpha_2$ , endlich  $\alpha_4$ ,  $\alpha_6$ ,  $\alpha_3$  bestimmen. Nachdem jedoch die Abweichungen, wie man sich leicht überzeugen kann, nicht blos von der Ungenauigkeit der Lamellenbegrenzung und den dadurch hervorgerufenen Einstellungsfehlern, sondern häufig in noch weit höherem Masse von Unregelmässigkeiten im Verlaufe, in der Lagerung der Lamellen selbst herrühren, indem dieselben entweder stellenweise gekrümmt sind oder ganze grössere Partien eines Meteoreisens etwas von der Lage des übrigen abweichen, so darf man sich nicht zu sehr auf einen selbst gut bestimmbar Winkel verlassen, falls man nicht denselben an sehr verschiedenen Stellen des Raumes gemessen und als constant befunden hat. Man wird also selten in der Lage sein, etwa nur durch die schärfer messbaren Winkel zwischen den Lamellen  $\sigma$ ,  $\Sigma$  und  $\ominus$  die Schnittfläche zu orientiren; dies ist auch deshalb kaum durchführbar, weil mit Ausnahme von  $\alpha_2$ , das in jeder Zone einen

Spielraum von  $55^\circ$ — $60^\circ$  hat, die anderen beiden Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_3$  nur zwischen engen Grenzen sich bewegen, ersterer zwischen  $20^\circ$ — $30^\circ$ , letzterer zwischen  $30^\circ$ — $35^\circ$ . Dagegen zeichnen sich die Winkel in  $s$  durch ihre grosse Amplitude aus,  $\alpha_3$  variirt in allen Zonen um  $90^\circ$ ,  $\alpha_4$  um  $55^\circ$ — $60^\circ$ .

Bei der Orientirung einer Fläche ist gewöhnlich die breite Lamelle  $s$  zuerst auffallend, sie bildet zumeist mit ihren Nachbarlamellen einen ziemlich kleinen und einen grossen Winkel; je nachdem auf letzteren unmittelbar wieder ein grosser oder ein kleiner Winkel folgt, liegt die Fläche im unteren oder oberen Theile einer der neun Zonen, also näher an dem Streifen (110) (111) oder an (100), und man hat sofort die Deutung der vier Oktaëderspuren gewonnen.

Zunächst prüft man nun die Richtigkeit dieser Deutung durch die Richtung des Fallens der Lamellen; um diese zu beurtheilen, hat man häufig nebst der Hauptfläche noch geätzte Seitenflächen zur Verfügung, welche an jene austossen, und gestatten, die Oktaëderspuren weiter zu verfolgen und den Sinn und die beiläufige Schiefe ihres Einfalles auf der Hauptfläche zu erkennen; wo dies nicht der Fall ist, geben die sogenannten Kämme,<sup>1</sup> welche fast an allen Meteoriten auftreten, ein vortreffliches Mittel, um Sinn und Schiefe des Falles zu ermitteln.

Die Kämme sind Fortwachsungen, wie sie sich bei allen Skelettbildungen an eine Hauptwand parallel den anderen Hauptwänden ansetzen; bei den Eisenmeteoriten wachsen sie von je einem Balken in ein Zwischenfeld hinein, in welchem sich oft die von zwei Seiten kommenden, zu zwei verschiedenen oktaëdrischen Lamellen gehörigen feinen Blättchen längs einer Diagonale des Feldes begegnen; durch das Herausätzen des leicht löslichen Fülleisens werden die Taenitwände der Kämme blossgelegt, und es spiegeln dann auf der ganzen Schnittfläche die je zu einem oktaëdrischen System gehörigen gleichzeitig, wodurch die Neigung des betreffenden Systemes leicht kenntlich wird.

Nachdem, wie oben erwähnt wurde, alle 48 zu einer Form gehörigen Flächen ( $hkl$ ) einander entweder symmetrisch oder identisch gleichen, so dass sie also entweder sich wie Bild und Spiegelbild verhalten, oder sich decken, so müssen die Oktaëderspuren jederzeit in der Reihe ihrer wachsenden scheinbaren Breite, schmäteste ( $\sigma$ ), zweitenschmäteste ( $\sigma$ ), zweitbreiteste ( $\Sigma$ ) und breiteste ( $s$ ) aufeinander folgen; dabei kann jedoch diese Reihe entweder im Sinne der Uhrzeigerbewegung durchlaufen werden, wenn nämlich die Schnittfläche  $x$  im Raumtheile (100) (110) (111) liegt, oder im entgegengesetzten, wenn sie in einem symmetrisch gleichen

Fig. 6.

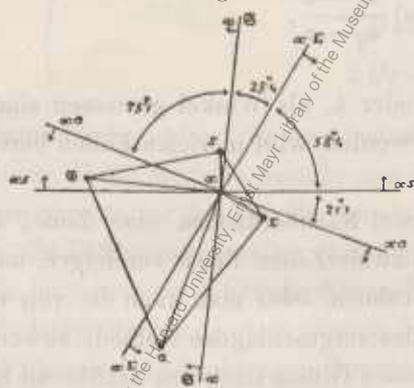
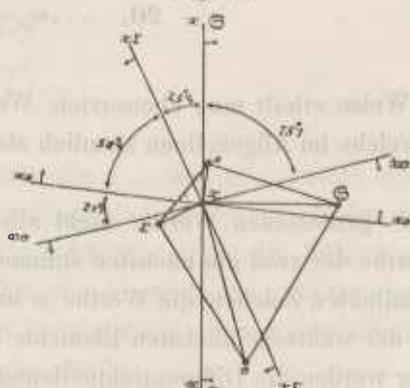


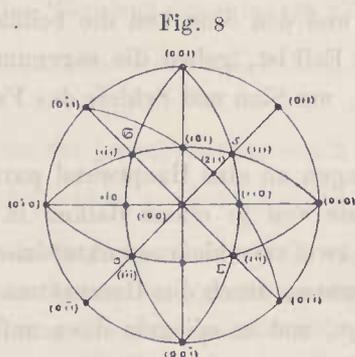
Fig. 7.



befindlich ist, z. B. in  $(100)$  ( $\bar{1}\bar{1}0$ ) ( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ ); der erstere Fall, welchen wir den einer positiven Fläche nennen können, wird durch Fig. 6, der letztere — der negativen Flächen — durch Fig. 7 dargestellt, welche für

<sup>1</sup> Dieselben wurden schon von Schreibers (Beiträge zur Geschichte und Kenntniss meteorischer Stein- und Metallmassen. Wien 1820, S. 74, 75, 77 und 78) an den Eisen von Elbogen, Hraschina und Lenarto aufgefunden; v. Reichenbach (Über die näheren Bestandtheile des Meteorisens, Pogg. Ann. Bd. 114, S. 270—273) hat sie mit dem charakteristischen Namen Kämme belegt; sie wurden auch später von J. L. Smith (A new Meteoric Iron etc. Amer. Journ. Ser. 2, Bd. 47, S. 271; Examination of the Wacoona Meteoric stone etc., ibid. Ser. 3, Bd. 13, S. 214), der sie für neu hielt, Lapham'sche Figuren genannt, nach Beobachtungen an den Meteoriten von Trenton, Washington Co. und von Smith Mountain, Rockingham Co.

die Flächen  $(20, 8, 1)$  und  $(20, 8, \bar{1})$  in gnomonischer Projection auf dieselben die vier Oktaederflächen, deren Spuren (mit  $xs, x\sigma$  etc. bezeichnet), die Spurenwinkel und den Sinn des Fallens angeben; dabei ist nicht zu vergessen, dass die Lamelle  $\sigma$  bei einer Anzahl von Flächen das entgegengesetzte Fallen von dem hier gezeichneten hat; während also bei dem gegen  $(100)$  gelegenen Theile der Flächen einer jeden Zone, sowie in den Figuren 6 und 7 die steilste und flachste Lamelle  $\sigma$  und  $s$  nach entgegengesetzten Seiten der Schnittfläche fallen, erfolgt umgekehrt bei dem gegen  $(hkl)$  gelegenen Theile dieser Zonen das Fallen von  $\sigma$  und  $s$  gleichsinnig; beide Gruppen sind von einander durch eine Zone von Flächen getrennt, welche auf  $\sigma$  senkrecht stehen; es sind, wie schon erwähnt, die Flächen von der Form  $(k+l, k, l)$ ; diese Zone geht durch  $(211)$  und  $(110)$  hindurch Fig. 8. Es empfiehlt sich, die Skizze der Schnittfläche mit den Oktaederspuren immer in der



Zeichnung auf dieselbe Weise zu orientiren, etwa so wie in Fig. 6 und 7, dass die leicht erkennbare, breiteste Lamelle  $s$  von rechts nach links mit dem Fallen nach oben erscheint.

Ist durch Betrachtungen solcher Art der Ort der Tabelle bei-  
läufig ermittelt, an welcher die Schnittfläche gehört, so ist weiter zu  
sehen, ob dieselbe in eine der neun untersuchten Zonen oder zwischen  
zwei derselben fällt; ersteres kann vorläufig angenommen werden,  
wenn alle sechs Winkel  $\alpha$  und die Lamellenbreiten  $b'$  zwischen die  
betreffenden von zwei benachbarten Flächen einer Zone fallen; dann  
ist es am bequemsten, wenn man aus jedem Winkel  $\alpha$  und ausserdem  
aus der relativen Breite von  $s$ , wenn letztere sich in diesem Intervalle

stark verändert, das Verhältniss  $\frac{h}{l}$  durch Interpolation unter der Annahme bestimmt, dass sich Winkel und Verhältniss  $\frac{h}{l}$  proportional verändern, also wenn

$$m = \frac{h}{l}; \alpha; m_1 = \frac{h_1}{l_1}; \alpha_1; m_x = \frac{h_x}{l_x}, \alpha_x$$

die Werthe der beiden Nachbarflächen und der zu bestimmenden sind

$$20. \quad \dots m_x = m + (m_1 - m) \frac{\alpha_x - \alpha}{\alpha_1 - \alpha},$$

Auf diese Weise erhält man ebensoviele Werthe für  $m_x$  oder  $h_x$  als Winkel gemessen sind; das Mittel dieser Werthe, welche im Allgemeinen ziemlich stark differiren werden, wird in vielen Fällen bereits genügend genau sein.

Fallen die gemessenen Werthe nicht alle zwischen zwei Nachbarflächen einer Zone, so kann man entweder die Werthe der zwei am nächsten stimmenden Flächen zweier Zonen linear vereinigen, und aus dem so gewonnenen genäherten Zeichen die Werthe  $\alpha$  und  $b'$  zurückrechnen, oder man kann die von v. Lang<sup>1</sup> für die Berechnung der wahrscheinlichsten Elemente eines Krystalles vorgeschlagene Methode anwenden.

Nach dieser werden die Differentialquotienten der gemessenen Grösse nach den annähernd bekannten, zu verbessernden, auf dem Wege des Versuches bestimmt, indem man jede der zu bestimmenden Grössen für sich um eine willkürliche, kleine Grösse verändert und unter dieser neuen Annahme die gemessenen Grössen zurück berechnet.

Nachdem es sich bei der Anwendung auf unseren Fall nur um die Correction für zwei unabhängig veränderliche,

$$\frac{h}{l} \text{ und } \frac{k}{l}$$

<sup>1</sup> A. a. O. S. 351.

handelt, will ich die Lang'schen Formeln für diesen Fall ansetzen. Sind

$$\alpha_1 \dots \alpha_6, b_\sigma \dots b_s,$$

die beobachteten Werthe,

$$\gamma_1 \dots \gamma_6, g_\sigma \dots g_s,$$

deren Gewichte,

$$h, k$$

genäherte Werthe der ersten zwei Indices ( $l=1$  gesetzt),

$$\alpha_1^0 \dots \alpha_6^0, b_\sigma^0 \dots b_s^0$$

die aus diesen Indices berechneten Werthe,

$$h + \Delta h, k$$

$\Delta h$  eine beliebige, kleine Veränderung von  $h$ ,

$$\alpha_1' \dots \alpha_6', b_\sigma' \dots b_s'$$

die aus  $h + \Delta h$  und  $k$  berechneten Werthe,

$$h, k + \Delta k$$

$$\alpha_1'' \dots \alpha_6'', b_\sigma'' \dots b_s''$$

ebensolche zusammengehörige Grössen bei verändertem  $k$ ,

$$h + u \Delta h, k + v \Delta k$$

die wahrscheinlichsten Werthe der Indices, so werden die Fehlergleichungen:

$$21. \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\gamma_1}(\alpha_1 - \alpha_1^0) = \sqrt{\gamma_1}(\alpha_1' - \alpha_1^0)u + \sqrt{\gamma_1}(\alpha_1'' - \alpha_1^0)v \dots \text{oder } D_1 = e_1 u + f_1 v \\ \vdots \\ \sqrt{\gamma_6}(\alpha_6 - \alpha_6^0) = \sqrt{\gamma_6}(\alpha_6' - \alpha_6^0)u + \sqrt{\gamma_6}(\alpha_6'' - \alpha_6^0)v \dots \quad D_6 = e_6 u + f_6 v \\ \sqrt{g_\sigma}(\alpha_\sigma - b_\sigma^0) = \sqrt{g_\sigma}(b_\sigma' - b_\sigma^0)u + \sqrt{g_\sigma}(b_\sigma'' - b_\sigma^0)v \dots \quad D_\sigma = e_\sigma u + f_\sigma v \\ \vdots \\ \Sigma D e = u \Sigma e^2 + v \Sigma e f \\ \Sigma D f = u \Sigma e f + v \Sigma f^2, \end{array} \right.$$

worin selbstverständlicherweise  $\Sigma$  Summe bedeutet.

Das Bequeme dieser Methode besteht nun darin, dass man die  $\alpha' \dots$  und  $\alpha'' \dots$  nicht erst zu berechnen braucht, sondern unmittelbar der Tabelle entnehmen kann. Allerdings sind die Sprünge in den  $h$  und  $k$  grösser, als dass man die Differenzen zweiter Ordnung vernachlässigen könnte, allein die Näherung, welche man hiedurch erzielt, ist gegenüber den Beobachtungsfehlern immerhin eine hinreichende, und man ist ausserdem bei der Einfachheit dieser Rechnung ohne grossen Zeitaufwand im Stande, die Rechnung zu wiederholen, wodurch wohl in allen Fällen den Beobachtungen Genüge geleistet werden dürfte.

5. Untersuchung des Meteoreisens von Butler.

Als Beispiel der Orientirung mittelst der Widmannstädten'schen Figuren gebe ich die Untersuchung zweier ausgezeichneten Stücke des schon kurz geschilderten<sup>2</sup> Eisenmeteoriten von Butler, Bates Co., Missouri, gefunden 1874.

<sup>1</sup> Vorgelegt in der Sitzung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe am 7. Juli 1881.  
<sup>2</sup> Brezina, Vorläufiger Bericht über neue oder wenig bekannte Meteoriten. Sitzungsab. Abth. 1, Bd. 82, S. 348, 1880.

Das eine ist eine dreieckige Platte im Gewichte von 1 Kilo 425 Gramm, deren geätzte Fläche auf Tafel I in Lichtdruck in natürlicher Grösse dargestellt ist; das andere ist dasjenige Stück, welches dem vorläufigen Berichte zu Grunde gelegen hatte; es wog ursprünglich 1 Kilo 334 Gramm, nachdem ein Stück zur chemischen Untersuchung abgesägt wurde, wiegt es noch 1 Kilo 295 Gramm; ich beginne mit der Untersuchung des letzteren, dessen drei geschliffene und geätzte Flächen auf Tafel II, III und IV, in 2·5facher Vergrößerung, ebenfalls im Lichtdrucke, wiedergegeben sind,

Um die Genauigkeit zu ermitteln, mit welcher aus der Tabelle IV das Zeichen einer Schnittfläche gefunden werden kann, sowie um in aller Strenge den Beweis zu führen, dass die genannten Figuren von Lamellen nach den Oktaëderflächen herrühren, wurde die Untersuchung auf zwei unabhängigen Wegen durchgeführt:

Einerseits wurden die ebenen Winkel bestimmt, welche auf den Schnittflächen *A*, *B*, *C*, Fig. 9 und 10 die Randkanten untereinander, sowie mit den Spuren *a*, *b*, *c*, *d* der Figuren einschliessen; hieraus wurde, nachdem die Zusammengehörigkeit der auf den drei Schnittflächen zu Tage tretenden Lamellenspuren festgestellt war, die Lage dieser Lamellen gegen die Schnittflächen, sowie der Lamellen gegeneinander nach gebräuchlichen Berechnungsmethoden ermittelt und die Zeichen der drei Schnittflächen bestimmt, unter der Annahme, dass die

Fig. 9.

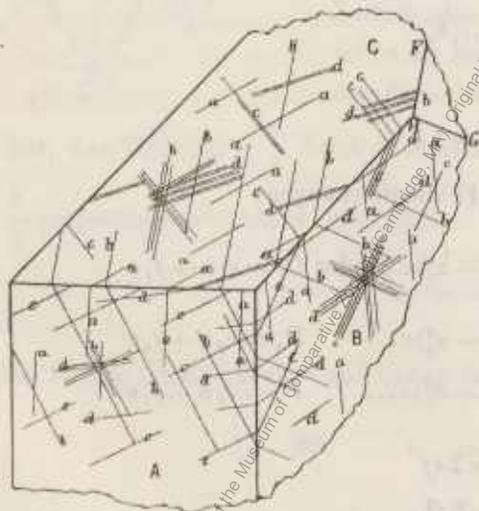
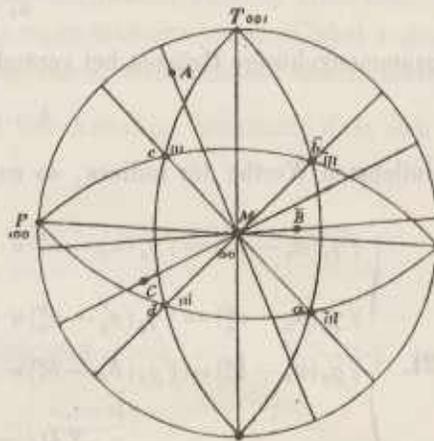


Fig. 10.



Lamellen die Zeichen  $(111)$   $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$   $(1\bar{1}\bar{1})$   $(\bar{1}\bar{1}1)$  erhalten; andererseits wurde aus den Winkeln der Lamellenspuren auf jeder Schnittfläche das Zeichen der letzteren mit Hilfe der Tabelle IV gesucht.

Die Zusammengehörigkeit der Lamellenspuren erhellt aus dem direct an mehreren Randkanten wahrnehmbaren Uebergreifen, aus dem Blossliegen einer Lamelle an der punktiert gezeichneten Stelle *F G H* Fig. 9 (Lamelle *b*), sowie aus dem Umstande, dass wenn in die Projection Fig. 10 zuerst die drei Schnittflächen *A B C*, dann mittelst der gemessenen Winkel *B A a*, *B A b* . . . *C B a*, *C B b* . . . u. s. w., von *A*, *B*, *C* aus die Zonen *A a*, *A b* . . . *B a*, *B b* . . . u. s. w. eingetragen werden, je drei solcher Zonen sich nahe in einem Punkte schneiden, welcher der Ort der betreffenden Lamelle ist; die letztere Bestimmungsweise würde natürlich zweideutig, wenn auf einer der Schnittflächen zwei Lamellensysteme parallele Spuren erhielten, also mit der Schnittfläche tautozonal würden, was jedoch im vorliegenden Falle nicht eintritt.

Das Fallen der Lamellen auf den Schnittflächen dient ebenfalls zur Controlle der ermittelten Zusammengehörigkeit; nachdem die Grundmasse des Eisens, wie schon im vorläufigen Berichte erwähnt ist, eine feinfimmerige Beschaffenheit in Folge der Einstreuung unzähliger, kleiner bis mikroskopischer Skelettehen besitzt, deren gleichnamige Lamellen alle in Folge einer theilweisen Blosslegung durch die Aetzung gleichzeitig einspiegeln, so kann man hiedurch den Sinn des Lamellenfallens bestimmen, ausgenommen an sehr steil fallenden, bei welchen der Sinn unbestimmt wird, indem sie nach beiden entgegengesetzten Seiten einspiegeln.

Das Fallen geht

auf *A*: *a* nach rechts, *b* nach links, *c* nach oben, *d* nach unten;

auf *B*: *a* nach vorne, *b* nach oben rückwärts, *c* nach unten rückwärts, *d* nach hinten;

auf *C*: *a* nach links rückwärts, *b* nach rechts rückwärts, *c* nach vorne, *d* nach rückwärts.

Die Schnittflächen *A* und *C* sind schwach convex gekrümmt.

### 6. Vorversuch.

Es wurde nun zunächst ein Vorversuch gemacht, bei welchem alle Werthe mit einem Carangeau'schen, in Grade getheilten Aulegegoniometer gemessen, die Zehntelgrade geschätzt wurden; wegen der Kürze der Scheerenarme des Goniometers wurden die Messungen an denjenigen Partien der Flächen angestellt, welche dem Ecke *ABC* anliegen.

Winkel der Schnittflächen zu einander (innere Winkel):

Tabelle VI.

	( <i>BC</i> )	( <i>CA</i> )	( <i>AB</i> )
	89·0	93·0	91·5
	89·0	92·2	91·7
	89·0	92·5	91·5
	89·2	92·5	91·8
	88·8	92·2	91·8
	89·00	92·48	91·34 oder
Normalenwinkel:	91°0'	87°31'	88°20'.

Hieraus berechnen sich die Winkel des sphärischen Dreieckes *ABC*

$$BAC = 91^{\circ}4'; \quad CBA = 87^{\circ}29'; \quad ACB = 88^{\circ}17'.$$

Während die Messung ergab (indem die Ebene der beiden Scheerenarme derjenigen Schnittfläche parallel gehalten wurde, auf welcher der Winkel der beiden anderen Schnittflächen gemessen werden sollte):

Tabelle VII.

	<i>BAC</i>	<i>CBA</i>	<i>ACB</i>
	91·0	87·2	88·2
	90·8	87·5	88·2
	91·0	87·5	88·1
	91·0	87·5	88·0
	91·0	87·4	88·3
	90·96	87·42	88·16 oder
Normalenwinkel:	90°58'	87°25'	88°10'.

Aus dem Mittel dieser und der gerechneten Werthe

$$BAC = 91^{\circ}1'; \quad CBA = 87^{\circ}27'; \quad ACB = 88^{\circ}13'$$

berechnen sich zurück die Winkel der Schnittflächen

$$BC = 90^{\circ}56'; \quad CA = 87^{\circ}29'; \quad AB = 88^{\circ}16',$$

welche den weiteren Rechnungen zu Grunde gelegt wurden.

Die Winkel der Lamellenspuren zu den Kanten der Schnittflächen, welche nach dem zu Eingang der Arbeit Gesagten den Winkeln der gleichnamigen sphärischen Dreiecke in der stereographischen Projection gleich sind, ergaben sich (mit Berücksichtigung der Richtung des Fallens der betreffenden Lamelle) durch Messung in ähnlicher Weise wie die ebenen Winkel *BAC*...

Tabelle VIII.

<i>BAb</i>	<i>BAC</i>	<i>BAd</i>	<i>CAa</i>	<i>CAb</i>	<i>CAc</i>	<i>CBa</i>	<i>CBb</i>	<i>CBc</i>	<i>ABb</i>	<i>ABd</i>	<i>ACa</i>	<i>ACb</i>	<i>BCb</i>	<i>BCc</i>	<i>BCd</i>
24.0	114.9	99.9	81.0	66.5	24.5	85.7	48.0	60.5	136.8	101.6	133.5	114.7	28.5	102.5	123.5
23.3	114.3	98.3	81.3	65.7	24.0	86.0	49.0	60.0	139.5	101.8	131.0	116.6	29.5	100.8	119.0
24.2	115.3	98.8	81.4	67.5	23.8	85.0	49.0	58.6	137.0	103.0	132.2	115.0	28.8	103.5	126.5
24.4	117.0	99.6	79.5	66.2	21.4	84.0	51.5	58.0	137.0	101.7	132.2	118.3	28.5	104.8	125.0
24.2	115.0	98.7	79.9	67.9	24.5	85.0	48.5	60.7	134.5	101.5	133.3	115.5	28.7	103.7	128.4
24.02	115.30	99.06	80.62	66.76	23.64	85.14	49.20	59.56	136.96	101.92	132.56	116.02	28.80	103.06	124.48

Die Einzelwerthe der Winkel wurden nicht durch Wiederholung derselben Messung, sondern durch Messung des Winkels verschiedener Lamellen eines Systemes gewonnen.

Nachdem mehrfach die Winkel einer Lamellenspur zu beiden Schnittflächenrändern gemessen sind, lassen sich in diesen Fällen mit Hilfe der Winkel *BAC*, *CBA*, *ACB* Controlwinkel rechnen; im Folgenden sind in erster Reihe die gemessenen, in zweiter die solcherart berechneten Winkel, in dritter die Mittel aus beiden angegeben:

Tabelle IX.

	<i>BAa</i>	<i>BAb</i>	<i>BAc</i>	<i>BAd</i>	<i>CAa</i>	<i>CAb</i>	<i>CAc</i>	<i>CAd</i>
Messung . .	—	24.02	115.30	99.06	80.62	66.76	23.64	—
Rechnung .	171.58	24.20	114.60	—	—	66.94	24.34	8.10
Mittel . . .	171.58	24.11	114.95	99.06	80.62	66.85	23.99	8.10
	<i>CBa</i>	<i>CBb</i>	<i>CBc</i>	<i>CBd</i>	<i>ABa</i>	<i>ABb</i>	<i>ABc</i>	<i>ABd</i>
Messung . .	85.14	49.20	59.56	—	—	136.96	—	101.92
Rechnung .	—	49.54	—	14.50	172.56	136.62	27.86	—
Mittel . . .	85.14	49.37	59.56	14.50	172.56	136.79	27.86	101.92
	<i>ACa</i>	<i>ACb</i>	<i>ACc</i>	<i>ACd</i>	<i>BCa</i>	<i>BCb</i>	<i>BCc</i>	<i>BCd</i>
Messung . .	132.56	116.02	—	—	—	28.80	103.06	124.48
Rechnung .	—	116.96	14.90	147.36	139.28	27.86	—	—
Mittel . . .	132.56	116.49	14.90	147.36	139.28	28.33	103.06	124.48

Nun sind in jedem der zwölf sphärischen Dreiecke *aCA*, *bCA* . . zwei Winkel (z. B. *aCA* und *aAC*) und die eingeschlossene Seite (*CA*) bekannt, so dass die zwei anderen Seiten (*aC*, *aA*) berechnet werden können; dadurch wird jeder solche Bogen aus zwei Dreiecken gefunden; die zwei Dreiecke *aAB* und *dAB* wurden jedoch von der Berechnung ausgeschlossen, weil sie nahe gleichschenkelig sind (*aAB* = 171.58, *aBA* = 172.56, *dAB* = 99.06, *dBA* = 101.92) und somit ein Fehler von 1°—1.5° schon eine sehr grosse Ungenauigkeit der berechneten Seiten hervorrufen würde; es bleiben somit die folgenden berechneten Werthe übrig:

Tabelle X.

<i>aA</i>	<i>bA</i>	<i>cA</i>	<i>dA</i>	<i>aB</i>	<i>bB</i>	<i>cB</i>	<i>dB</i>	<i>aC</i>	<i>bC</i>	<i>cC</i>	<i>dC</i>
131.98	114.65	32.60	100.02	139.20	35.59	100.79	100.68	84.74	69.20	58.20	14.91
—	112.17	30.42	—	—	33.64	100.49	—	86.11	68.56	60.06	17.39
131.98	113.41	31.51	100.02	139.20	34.67	100.64	100.68	85.43	68.88	59.13	16.15

Andererseits ergeben sich aus den Zahlen der Tabelle IX die Winkel je zweier Lamellenspurten auf irgend einer Schnittfläche wie folgt:

Tabelle XI.

	<i>ab</i>	<i>ac</i>	<i>ad</i>	<i>bc</i>	<i>bd</i>	<i>cd</i>
auf <i>A</i> . . .	147·47	56·63	72·52	90·84	74·95	15·89
auf <i>B</i> . . .	35·77	144·70	70·64	108·93	34·87	74·06
auf <i>C</i> . . .	110·95	117·66	14·80	131·39	96·15	132·46

wobei die Winkel so angeschrieben sind, wie sie der Projection Fig. 10 entsprechen.

Nummehr sind in den Tabellen X und XI für jedes der achtzehn Dreiecke *bAc*, *cAd* . . . je zwei Seiten *bA*, *cA* und der eingeschlossene Winkel *bAc* gegeben, es können somit die dritten Seiten bestimmt werden wobei jede Seite dreimal ausfällt, und zwar:

Tabelle XII.

aus	<i>ab</i>	aus	<i>ac</i>	aus	<i>ad</i>	aus	<i>bc</i>	aus	<i>bd</i>	aus	<i>cd</i>
<i>Aab</i>	108·0	<i>Aac</i>	110·9	<i>Aad</i>	70·3	<i>Abc</i>	110·2	<i>Abd</i>	70·8	<i>Acd</i>	69·7
<i>Bab</i>	108·8	<i>Bac</i>	112·6	<i>Bad</i>	69·3	<i>Bbc</i>	109·5	<i>Bbd</i>	71·6	<i>Bcd</i>	72·6
<i>Cab</i>	107·7	<i>Cac</i>	110·9	<i>Cad</i>	69·8	<i>Cbc</i>	110·1	<i>Cbd</i>	71·4	<i>Ccd</i>	70·6
	108·2		111·5		69·8		109·9		71·3		72·0

oder, alle Werthe auf stumpfe Winkel reducirt

$\bar{a}b$	$\bar{a}c$	<i>ad</i>	$\bar{b}c$	<i>bd</i>	<i>cd</i>	Mittel
71·9	68·5	69·8	70·1	71·3	72·0	70·6

Die Winkel zwischen den Lamellensystemen oscilliren also um den Octaëderwinkel 70·5, von welchem sie in Maximo um 2·0, beziehungsweise 1·5 Grade abweichen; die Winkel *ad* und  $\bar{b}c$ ,  $\bar{a}b$  und *cd* sind paarweise nahe gleich, so dass innerhalb der Beobachtungsfehler den Abweichungen von der regelmässigen Barweise durch die monoklinen Fundamentalwinkel

$$\bar{a}b = cd = 71·9; ad = \bar{b}c = 69·9; bd = 71·3; \bar{a}c = 68·6$$

Genügte geleistet würde; selbstverständlicherweise kann bei der ganzen Art des Aufbaues eines solchen Krystallcomplexes an eine wirkliche innere monokline Symmetrie nicht entfernt gedacht werden, sondern wenn die besprochene Abweichung von der tesseralen Lagerungsweise nicht auf den Beobachtungsfehlern beruht, kann sie nur darin begründet werden, dass äussere Kräfte zufälligerweise gerade in einer solchen Richtung deformirend gewirkt haben, dass ihre Resultirende in diejenige Hexaëderfläche fiel, welche mit  $\bar{a}c$  und *db* tantozonal ist.





Bei den Controlbestimmungen sind theilweise, aber nicht durchwegs die gleichen Lamellen benutzt.  
Man ersieht aus der Tabelle mehrere Thatsachen:

1. Oft liegen nahe oder unmittelbar aneinander Lamellen von ganz gleicher Richtung; es sind zumeist solche, die in directer Verbindung miteinander stehen; neben solchen finden sich dann häufig eine oder zwei sehr stark von ihnen abweichende, von der mittleren Lage des betreffenden Lamellensystemes im entgegengesetzten Sinne der ersteren differirende, so dass, wenn solche naheliegende Lamellen zu einer mittleren Position vereinigt werden, diese dem Gesamtmittel ziemlich nahe kommt.

2. Aus den Mitteln des ersten, mittleren und letzten Flächendrittels sieht man, dass in der Mehrzahl der Fälle (10 von 16) die drei Mittelzahlen im selben Sinne fortschreiten:

Tabelle XIV.

<i>BAc</i>	<i>BA<math>\bar{d}</math></i>	<i>CA<math>\bar{a}</math></i>	<i>CB<math>\bar{c}</math></i>	<i>AB<math>\bar{b}</math></i>	<i>AC<math>\bar{a}</math></i>	<i>AC<math>\bar{b}</math></i>	<i>BC<math>\bar{a}</math></i>	<i>BC<math>\bar{c}</math></i>	<i>BC<math>\bar{d}</math></i>
64° 44	81° 25	99° 23	119° 40	43° 19	133° 38	63° 4	41° 56	101° 59	58° 12
64 33	80 59	99 9	119 58	42 55	133 27	64 13	41 29	102 30	59 53
64 8	80 26	99 0	120 8	42 25	133 16	64 53	41 13	103 0	60 12

Für den Winkel *BCa* gilt dies erst, wenn die gleichstelligen Mittelzahlen beider Beobachtungsreihen vereinigt werden.

Bei vier Winkeln findet ein Maximum für die Mitte, eine Umkehr jenseits derselben statt:

Tabelle XV.

<i>BA<math>\bar{b}</math></i>	<i>CB<math>\bar{a}</math></i>	<i>CB<math>\bar{b}</math></i>	<i>AB<math>\bar{c}</math></i>
155° 29	84° 17	48° 49	27° 53
156 3	84 29	49 2	27 37
155 17	84 1	48 33	27 55

während bei zweien, *CA $\bar{b}$*  und *AB $\bar{d}$* , ein unregelmässiges Verhalten gefunden wird.

Der Fall der Tabelle XIV ist wohl hauptsächlich der Krümmung der Flächen zuzuschreiben, womit übereinstimmt, dass er auf der Fläche *B* nur zweimal unter 6 Winkeln beobachtet wird, während er auf *A* in fünf Fällen dreimal, auf *C*, das die stärkste Krümmung besitzt, in allen fünf Fällen eintritt.

Es wäre deshalb einerseits correct, nur die Flächenmitte zu berücksichtigen; nachdem jedoch die Abweichung der gleichstelligen Mittel des Winkels *BCa* (18, 34 und 1 Minute) Schwankungen erkennen lässt, welche gegenüber jenen constanten Fehlern beträchtlich sind, so habe ich es vorgezogen, keine Beobachtungen auszuschliessen und will die Gewinnung noch genauerer Werthe der Zukunft vorbehalten, wo ich ein geeignetes Instrument zur Messung aller Spurenwinkel besitzen und auch bezüglich des Schliffes der Flächen bessere Vorkehrungen treffen können.

Die Winkel der Begrenzungskanten an den Schnittflächen wurden auf dreierlei Weise bestimmt:

Durch Rechnung aus Paaren von Spurenwinkeln, welche auf derselben Fläche von beiden Randkanten aus gemessen werden konnten;

durch directe Messung mit dem grossen Transporteur auf dieselbe Weise wie bei Messung der Spurenwinkel;

durch graphische Messung, indem das Eisen abwechselnd auf eine Schnittfläche gelegt, Stahlschienen an die beiden anderen Schnittflächen, respective an deren mittlere Lagen gelegt, Linien gezogen und deren Winkel mit dem gewöhnlichen Transporteur gemessen wurden; dabei ist allerdings vorausgesetzt, dass das Eisen mit

der mittleren Position einer Schnittfläche aufliegt, was jedoch mit hinreichender Genauigkeit durch Betrachtung der von der Papierunterlage abstehenden Schnittflächenränder mit der Loupe controlirt werden konnte; es wurde so gefunden:

Tabelle XVI.

	BAC		CBA		ACB
aus <i>BAb</i> und <i>CAb</i>	91° 6	aus <i>CBb</i> und <i>ABb</i>	88° 19	aus <i>ACa</i> und <i>BCa</i>	88° 6
		aus <i>CBe</i> und <i>ABe</i>	87 53	aus <i>ACb</i> und <i>BCb</i>	87 55
Mittel 1	91° 6		88° 6		88° 1
Mit dem Transporteur	91° 32		88° 16		88° 25
	91 32		88 18		88 25
Mittel 2	91° 32		88° 17		88° 25
Graphisch	91° 18		87° 59		88° 24
	91 32		88 6		88 16
	91 25		88 6		88 21
	91 27		88 0		88 12
	91 29		88 6		88 27
Mittel 3	91° 26		88° 3		88° 20
Mittel der drei Mittel	91° 21		88° 9		88° 15

woraus sich berechnen:

$$BC = 91^{\circ} 18; \quad CA = 88^{\circ} 12; \quad AB = 88^{\circ} 18.$$

Mit Hilfe der gemessenen Winkel der Tabelle XIII und der Randkantenwinkel Tabelle XVI werden genauere Werthe für erstere gefunden, wie folgt:

Tabelle XVII.

	<i>BAa</i>	<i>BAb</i>	<i>BAc</i>	<i>BAd</i>	<i>CAa</i>	<i>CAb</i>	<i>CAc</i>	<i>CAd</i>
Messung . .	—	24° 24	115° 32	99° 3	80° 49	66° 42	—	—
Rechnung .	172° 10	24 39	—	—	—	67 2	24° 11	7° 42
Mittel . . .	172° 10	24° 32	115° 32	99° 3	80° 49	66° 52	24° 11	7° 42
	<i>CBa</i>	<i>CBb</i>	<i>CBe</i>	<i>CBd</i>	<i>ABa</i>	<i>ABb</i>	<i>ABc</i>	<i>ABd</i>
Messung . .	84° 16	48° 48	60° 5	—	—	137° 7	27° 48	101° 58
Rechnung .	—	48 58	60 21	13° 49	172° 25	136 57	28 4	—
Mittel . . .	84° 16	48° 53	60° 13	13° 49	172° 25	137° 2	27° 56	101° 58
	<i>ACa</i>	<i>ACb</i>	<i>ACc</i>	<i>ACd</i>	<i>BCa</i>	<i>BCb</i>	<i>BCc</i>	<i>BCd</i>
Messung . .	133° 27	115° 57	—	—	138° 27	28° 2	102° 30	120° 34
Rechnung .	133 18	116 17	14° 15	151° 11	138 18	27 42	—	—
Mittel . . .	133° 22	116° 7	14° 15	151° 11	138° 23	27° 52	102° 30	120° 34

Hieraus und aus den berechneten Winkeln *BC*, *CA*, *AB* werden, wieder mit Anschluss des Dreieckes *aAB*, die Winkel *aA*, *aB* . . . . berechnet und ergeben sich wie folgt:

Tabelle XVIII.

<i>aA</i>	<i>aB</i>	<i>aC</i>	<i>bA</i>	<i>bB</i>	<i>bC</i>	<i>cA</i>	<i>cB</i>	<i>cC</i>	<i>dA</i>	<i>dB</i>	<i>dC</i>
132°52	138°18	85°13	113°41	35°59	69°26	31°20	101°31	60°35	102°	99°16	15°53
—	—	84 31	112 44	34 11	69 42	30 37	101 11	59 56	102° 5	99 12	15 47
132°52	138°18	84°52	113°12	35° 5	69°34	30°59	101°21	60°16	102° 2	99°14	15°50

während die Lamellenspuren auf den Schnittflächen folgende, aus den Mittelzahlen Tabelle XVII berechnete Winkel mit einander einschliessen.

Tabelle XIX.

	<i>a mit b</i>	<i>a mit c</i>	<i>a mit d</i>	<i>b mit c</i>	<i>b mit d</i>	<i>c mit d</i>
auf <i>A</i> . . .	147°38	56°38	73° 7	91° 0	74°31	16°29
auf <i>B</i> . . .	35 23	144 29	70 27	109 6	35 4	74 2
auf <i>C</i> . . .	110 31	119 7	17 49	130 22	92 42	136 56

Aus den Werthen der Tabellen XVIII und XIX berechnen sich nunmehr die Winkel *ab*, *ac* . . . . , jeder dreimal (auf stumpfe Winkel reducirt).

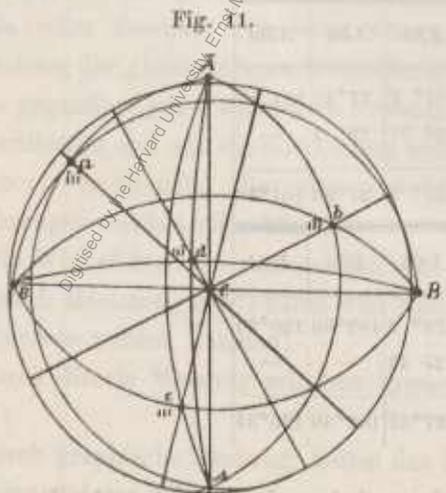
Tabelle XX.

aus	$\bar{a}b$	aus	$\bar{a}c$	aus	$\bar{a}d$	aus	$\bar{b}c$	aus	$\bar{b}d$	aus	$\bar{c}d$	Mittel
<i>Aab</i>	72°26	<i>Aac</i>	67°56	<i>Aad</i>	69°31	<i>Abc</i>	69°45	<i>Abd</i>	71°13	<i>Acd</i>	72°10	70°30
<i>Bac</i>	72 35	<i>Bac</i>	67 25	<i>Bad</i>	70 10	<i>Bbc</i>	69 48	<i>Bbd</i>	70 33	<i>Bcd</i>	72 40	70 32
<i>Cab</i>	72 47	<i>Cac</i>	67 53	<i>Cad</i>	69 50	<i>Obc</i>	69 17	<i>Cbd</i>	71 6	<i>Ccd</i>	72 17	70 32
	72°36		67°45		69°50		69°37		70°57		72°22	70°31

Das Gesamtmittel ist 70°31 und wir erhalten mit noch grösserer Näherung als im früheren Falle:

$$\bar{a}b = \bar{c}d = 72°29; \quad \bar{a}d = \bar{b}c = 69°44; \quad \bar{a}c = 67°45; \quad \bar{b}d = 70°57.$$

8. Symbole der Schnittflächen.



Die Ermittlung der Symbole der Schnittflächen erfolgt nunmehr so, als ob an einer monoklinen Substanz die Winkel dreier unbekannter Flächen *A*, *B*, *C* gegen die vier Flächen der monoklinen Pyramide *a*, *b*, *c*, *d* gegeben wären. Setzen wir (Fig. 11):

$$c(111) \quad \bar{b}(\bar{1}11) \quad a(\bar{1}\bar{1}\bar{1}) \quad d(1\bar{1}\bar{1}) \quad A(efg) \quad B(hkl) \\ C(pqr) \quad P(100) \quad M(010) \quad T(001),$$

so gleichen wir zuerst die vier Pyramidenwinkel untereinander aus, indem wir in den beiden Dreiecken *acd* und *abd* aus den bekannten Seiten die Winkel rechnen; wir bekommen dann wegen der Gleichheiten des monoklinen Systemes:

$$adb = cbd = adc - cdb = adc - abd \quad \text{u. s. f.}$$

jeden Winkel einmal direct und dann aus der Differenz zweier anderer; werden alle sich so ergebenden Abweichungen gleichmässig auf die drei zusammengehörigen Winkel vertheilt, so kommt jeder direct gefundene Winkel um ein Drittel seiner Abweichung vom berechneten zu corrigiren; es wird also (mit Berücksichtigung der oben weggelassenen Decimalstellen):

Tabelle XXI.

	$\bar{a}\bar{b}$	$\bar{b}\bar{d}$	$\bar{d}\bar{a}$	$\bar{d}\bar{c}$	$\bar{c}\bar{a}$	$\bar{a}\bar{c}$
direct . . .	60°26.2	62° 9.9	118°46.5	58°32.8	60° 8.7	122°41.0
indirect . .	60 31.1	62°14.8	118 41.5	58 37.8	60 13.7	122 36.1
corrigirt . .	60°27.8	62°11.5	118°44.9	58°34.5	60°10.4	122°39.3

Hieraus berechnen sich zurück die Seiten

Tabelle XXII.

$\bar{d}\bar{a}$	$\bar{a}\bar{b}$	$\bar{b}\bar{d}$	$\bar{a}\bar{d}$	$\bar{d}\bar{c}$	$\bar{c}\bar{a}$
69°44.1	72°29.9	109° 2.1	69°44.0	72°30.0	112°14.5

welche genügend ausgeglichen sind; es können daher sowohl jene corrigirten Winkel, als auch die ausgeglichenen Seiten

$$ad = \bar{b}c = 69^\circ 44.0; \quad \bar{a}\bar{b} = cd = 72^\circ 30.0; \quad ac = 112^\circ 14.5; \quad \bar{b}\bar{d} = 109^\circ 2.1$$

zur Berechnung der monoklinen Elemente verwendet werden, und wir finden so:

$$a : b : c = 0.99621 : 1 : 0.96317; \quad \eta = 93^\circ 25' 8.$$

Zur weiteren Berechnung wäre es am correctesten, die direct gemessenen Winkel in Tabelle XIII zu verwenden; nachdem jedoch der Elementenberechnung ausgeglichene Werthe zu Grunde liegen, kann man auch diese Ausgleichswerthe zur Indicesbestimmung benützen, und zwar empfiehlt es sich, die Winkel  $abA, baA, \dots$  zu wählen, welche bei der Berechnung der Winkel  $ab, ac, \dots$  (Tab. XX) aus den Grössen der Tabellen XVIII und XIX sich ergeben; diese Werthe sind:

Tabelle XXIII.

$Aab$	$Aac$	$Aad$	$Aba$	$Abc$	$Abd$	$Aca$	$Acb$	$Acd$	$Ada$	$ADB$	$Adc$
148°55.8	27°38.4	87°31.7	155°41.8	33°16.3	95°23.0	138°39.6	101°37.5	163° 3.6	131°31.3	110°40.2	8°49.6
$Bab$	$Bac$	$Bad$	$Bba$	$Bbc$	$Bbd$	$Bca$	$Beb$	$Bed$	$Bda$	$Bdb$	$Bdc$
20°24.8	141°54.8	81°26.8	156°11.4	80°50.3	143° 1.6	155°15.4	35°21.7	96°15.2	138°12.4	20°30.0	99° 5.6
$CaB$	$Cac$	$Cad$	$Oba$	$Obc$	$Obd$	$Cca$	$Ccb$	$Ccd$	$Cda$	$Cdb$	$Cde$
66°41.9	54°58.2	5° 6.1	77°33.9	45° 1.3	16°44.5	69°55.2	49°45.7	11°16.6	161° 3.3	81°37.9	38°29.6

Nach dem bisherigen Principe der Ausgleichung wären nun aus allen Dreiecken  $PAa, PAb, \dots, MAa, MAb, \dots, Taa, \dots, Pba, \dots, Mba$ ; die Winkel  $AMT = AMe + cMT$  u. s. w. zu berechnen; die Seiten  $Aa, \dots$

sind in Tabelle XVIII gegeben, die Winkel  $Pa...Ma...$  sind aus den ausgeglichenen Fundamentalwinkeln (Tab. XXII) berechenbar, und zwar:

Tabelle XXIV.

	$a$	$\bar{b}$	$c$	$d$
$P$ . . . . .	126°31.8	123°12.2	53°28.2	56°47.8
$M$ . . . . .	56 7.3	54 31.0	56 7.3	54 31.0
$T$ . . . . .	127 49.8	55 20.0	52 10.2	124 40.0

ebenso die Winkel  $cMT...$ :

Tabelle XXV.

$aPM = \bar{b}PM = cPM = dPM = 46°4.5$
$180° - aMT = cMT = 42°22.5$ ; $\bar{b}MT = 180° - dMT = 45°41.5$
$aM\bar{P} = cMP = 44°11.7$ ; $\bar{b}M\bar{P} = dMP = 47°44.3$
$aTM = \bar{b}TM = cTM = dTM = 45°6.5$

Wir bestimmen nun jeden Winkel  $AMT...$  viermal, aus den Dreiecken zu  $a, \bar{b}, c$  und  $d$ ; aus den Mitteln dieser Winkel aber findet man nach bekannten Formeln<sup>1</sup> die Indices ( $hkl$ ); wir erhalten so:

Tabelle XXVI.

	$APM$	$l:k$	$AMT$	$l:h$	$ATM$	$h:k$	
$A$	79°42.6	5.374	22°13.6	2.301	66°51.2	2.329	
	79 58.5		22 14.8		66 50.7		
	79 54.8		22 14.1		66 54.2		(2.336)
	79 45.6		22 17.4		66 45.0		
	79 50.4		22°15.0		66°50.3		
	$\bar{B}PM$	$k:l$	$\bar{B}MT$	$h:l$	$\bar{B}TM$	$k:h$	
$B$	4°39.3	13.286	86°15.5	-8.423	31°41.0	-1.616	
	4 16.6		86 31.6		31 41.1		
	4 15.1		86 41.0		31 54.0		(1.576)
	4 41.2		86 6.8		32 7.9		
	4°28.1		86°23.7		31°51.0		
	$CPM$	$k:l$	$CMT$	$h:l$	$CTM$	$h:k$	
$C$	38°27.6	-1.315	64°18.4	-1.913	55°28.7	1.454	
	37 51.3		64 13.5		55 33.5		
	38 21.3		64 22.8		55 38.1		(1.454)
	38 28.4		64 11.9		55 39.1		
	38°17.2		64°16.7		55°34.9		

<sup>1</sup> Bedeutet  $Q$  eine der Flächen  $ABC$ , ( $xyz$ ) ihre Indices, so ist

22. 
$$\frac{y}{z} = \frac{\tan QPT}{\tan cPT}; \frac{z}{x} = \frac{\sin cMT \sin QMP}{\sin cMP \sin QMT}; \frac{x}{y} = \frac{\tan QTM}{\tan cTM},$$

worin sowohl  $c$  diejenige der Flächen  $\bar{a}bcd$ , als auch  $PMT$  diejenigen Pinakoidflächen sind, welche mit  $Q$  im selben Octanten liegen.

Die vier Einzelwerthe jedes Winkels  $APM$  . . folgen in der Reihe der Dreiecke mit  $\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$  aufeinander; dass der von den drei übrigen erheblicher abweichende Winkel  $cPM$  aus  $\bar{b} = 37^\circ 51.3$  nicht fehlerhaft berechnet ist, zeigt sich daraus, dass bei Aufnahme desselben in das Mittel die Uebereinstimmung der drei Indicesverhältnisse eine bessere ist, als bei alleiniger Berücksichtigung der drei einander nahestehenden Werthe; letztere geben nämlich  $k:l = 1.3254$ .

Unter jedem direct gefundenen Indexverhältnisse steht in Klammern das aus den beiden anderen Verhältnissen berechnete.

Grössere Abweichungen zeigen sich nur bei der Fläche  $\bar{B}$ ; wegen der Unsicherheit der nahe an 0 und  $90^\circ$  reichenden Winkel  $\bar{B}PM$  und  $\bar{B}MT$  erscheint es desshalb gerathen, den genauer bestimmbaren Werth  $k:h$  zu belassen und die beiden anderen (beziehungsweise ihre Logarithmen) gegeneinander abzugleichen; wenn wir ausserdem bei den anderen zwei Flächen die Logarithmen der drei Axenverhältnisse gegeneinander ausgleichen, bekommen wir die Werthe

$$\begin{aligned} A; k:l &= 5.369; \quad l:h = 2.331; \quad h:k = 2.303 \\ \bar{B}; k:l &= 13.451; \quad h:l = 8.325; \quad k:h = -1.616 \\ C; k:l &= -1.315; \quad h:l = -1.913; \quad k:h = 1.454 \end{aligned}$$

und die Symbole

$$A (2.303, 1, 5.369) \quad \bar{B} (8.325, 13.451, 1) \quad C (1.913, 1.315, 1).$$

Dass diese Ansgleichungsweise zweckmässig ist, zeigt die folgende Zusammenstellung der direct gefundenen Winkel mit den aus den beiden anderen Axenverhältnissen berechneten und den ausgeglichenen Werthen:

Tabelle XXVIII.

	$APM$	$AMT$	$ATM$	$\bar{B}PM$	$\bar{B}MT$	$\bar{B}TM$	$CPM$	$CMT$	$CTM$
Direct . . .	$79^\circ 50.4$	$22^\circ 15.0$	$66^\circ 50.3$	$4^\circ 28.1$	$86^\circ 23.7$	$31^\circ 51.0$	$38^\circ 17.2$	$64^\circ 16.7$	$55^\circ 34.9$
Berechnet . .	$79 \ 27.0$	$22 \ 11.5$	$66 \ 54.0$	$4 \ 21.6$	$86 \ 13.1$	$32 \ 29.3$	$38 \ 16.8$	$64 \ 16.3$	$55 \ 35.2$
Ausgeglichen	$79 \ 49.8$	$22 \ 13.9$	$66 \ 51.5$	$4 \ 24.8$	$86 \ 18.5$	$31 \ 51.0$	$38 \ 17.1$	$64 \ 16.5$	$55 \ 35.0$

Mit Hilfe dieser Indices berechnen sich aus den Elementen die folgenden Werthe, denen die beobachteten aus den Tabellen XVI, XVII und XIX gegenüber gestellt sind:

Tabelle XXIX.

	Mes- sung	Rech- nung		Mes- sung	Rech- nung		Mes- sung	Rech- nung
$BAC$	$91^\circ 21$	$91^\circ 43$	$ABa$	$172^\circ 25$	$172^\circ 8$	$bAc$	$91^\circ 9$	$90^\circ 56$
$CBA$	$88 \ 9$	$88 \ 4$	$ABb$	$137 \ 2$	$137 \ 6$	$bAd$	$74 \ 31$	$74 \ 16$
$ACB$	$88 \ 15$	$88 \ 12$	$ABc$	$27 \ 56$	$27 \ 3$	$cAd$	$16 \ 29$	$16 \ 40$
			$ABd$	$101 \ 58$	$101 \ 1$			
$BAb$	$172^\circ 10$	$172^\circ 51$	$ACa$	$133^\circ 22$	$133^\circ 22$	$aBb$	$35^\circ 23$	$35^\circ 2$
$BAb$	$24 \ 32$	$25 \ 8$	$ACb$	$116 \ 7$	$115 \ 44$	$aBe$	$144 \ 29$	$144 \ 5$
$BAc$	$115 \ 32$	$116 \ 4$	$ACc$	$14 \ 15$	$14 \ 4$	$aBd$	$70 \ 27$	$70 \ 11$
$BAd$	$99 \ 3$	$99 \ 24$	$ACd$	$151 \ 11$	$151 \ 31$	$bBc$	$109 \ 6$	$109 \ 3$
			$BCa$	$138^\circ 23$	$138^\circ 26$	$bBd$	$35 \ 4$	$35 \ 9$
$CAa$	$80^\circ 49$	$81^\circ 8$	$BCb$	$27 \ 52$	$27 \ 32$	$cBd$	$74 \ 2$	$73 \ 54$
$CAb$	$66 \ 52$	$66 \ 35$	$BCc$	$102 \ 30$	$102 \ 17$			
$CAc$	$24 \ 11$	$24 \ 21$	$BCd$	$120 \ 34$	$120 \ 17$	$aCb$	$110^\circ 31$	$110^\circ 54$
$CAd$	$7 \ 42$	$7 \ 41$				$aCc$	$119 \ 7$	$119 \ 18$
			$aAb$	$147^\circ 38$	$147^\circ 43$	$aCd$	$17 \ 49$	$18 \ 9$
$CBa$	$84^\circ 16$	$84^\circ 4$	$aAc$	$56 \ 38$	$56 \ 47$	$bCc$	$130 \ 22$	$129 \ 18$
$CBb$	$48 \ 53$	$49 \ 2$	$aAd$	$73 \ 7$	$73 \ 27$	$bCd$	$92 \ 42$	$92 \ 45$
$CBc$	$60 \ 13$	$60 \ 1$				$cCd$	$136 \ 56$	$137 \ 27$
$CBd$	$13 \ 49$	$13 \ 53$						

Die Uebereinstimmung ist eine befriedigende; die stärksten Differenzen zeigen sich auf der Fläche  $C$ , deren Symbolisirung bereits die schwankendste war, was offenbar von der erheblichen Krümmung dieser Fläche herrührt; unter den Winkeln  $BAA$ ,  $BAB$ ... fällt die Differenz des erstgenannten auf; er und der Winkel  $ABa$  sind diejenigen, welche, wie wir gesehen haben, durch ihre nahe Gleichheit die Berechnung eines Dreieckes unmöglich machten: zwischen Beobachtung und Rechnung kehrt sich das Grössenverhältniss dieser beiden Winkel um.

### 9. Orientirung mittelst Tabelle IV.

Wir wollen die Flächen in der Reihenfolge  $ABC$  betrachten. Auf  $A$  (Taf. II) ist eine Verschiedenheit zwischen den Lamellen  $a$  und  $c$  einer-,  $b$  und  $d$  andererseits bemerkbar; erstere sind breiter, erscheinen faserig, von etwas welliger Contour, letztere sind scharf und gerade, auch wesentlich schmäler als erstere; es kann kein Zweifel darüber obwalten, dass erstere beiden die zwei flachsten, letztere die zwei steilsten Lamellen sind.

Das Fallen, welches, wie schon erwähnt, durch das Einspiegeln der kleinen Skelettechen kenntlich wird, geht für  $a$  deutlich nach rechts, für  $c$  nach links oben; bei den beiden übrigen bleibt dies einigermaßen unentschieden, nachdem dieselben je in zwei um  $180^\circ$  verschiedenen Lagen einspiegeln, obwohl  $b$  deutlicher nach links unten spiegelt; danach scheint es, dass die Reihenfolge der Lamellen  $d = \sigma$  steilste,  $b = \mathcal{E}$  zweitste,  $a = \Sigma$  zweitflachste und  $c = s$  flachste seien; legen wir demnach die Fläche  $A$  so, dass  $c$  horizontal mit dem Fallen nach oben erscheint, so folgen  $dbac$  im Sinne der Uhrzeigerbewegung aufeinander und die Fläche wäre somit eine positive; damit stimmt der Sinn des Fallens, denn mit Ausnahme des nicht ermittelten, übrigens nicht beständigen Fallens der steilsten Lamelle fällt  $\mathcal{E}$  nach links,  $\Sigma$  nach rechts unten, wie es die Theorie verlangt (vergl. Fig. 6).

Die Messung der Spurenwinkel hatte (Tabelle XIX) die folgenden Winkel ergeben, welche jetzt als anliegende aufgeführt sind:

Tabelle XXX.

$db = \sigma \mathcal{E}$	$ba = \mathcal{E} \Sigma$	$ac = \Sigma s$	$cd = s \sigma$	$ad = \Sigma \sigma$	$bc = \mathcal{E} s$
74.5	32.4	56.6	16.5	73.1	89.0

Diese Winkel liegen zwischen denjenigen der Flächen (831) und (6.123, 3, 1) der 4. Zone

Tabelle XXXI.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
(831)	75.2	27.2	61.9	15.7	77.6	89.0
	0.7	5.2	5.3	0.8	4.5	0.0
$A$	74.5	32.4	56.6	16.5	73.1	89.0
	1.6	1.8	5.5	5.3	0.2	3.7
(6.123, 3, 1)	72.9	34.2	51.1	21.8	72.9	85.3

obwohl nicht im alleinigen Fortschreiten zwischen beiden, denn vermöge des 1., 4. und 6. Winkels liegt  $A$  nahe an 831,  $\alpha_2$  und  $\alpha_5$  nähern sich mehr (6.123, 31), während  $\alpha_3$  mitten zwischen beiden liegt, wie dies aus den zwischengeschalteten Differenzen ersichtlich.

Würden wir (731) durch Interpolation bilden — und zwar mit Berücksichtigung von Differenzen zweiter und dritter Ordnung — so erhielten wir:

Tabelle XXXII.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
(731)	74·0	30·6	57·0	18·5	75·4	87·4

es würde also  $A$  nicht mehr zwischen zwei Flächen derselben Zone fallen; es ist deshalb notwendig, zunächst durch Interpolation diejenige Fläche der Zone ( $h31$ ) aufzusuchen, welche am nächsten an  $A$  liegt; wir haben — wenn diejenigen Differenzen negativ genommen werden, welche dem Sinne des Fortschreitens zwischen den beiden Grenzflächen entgegengesetzt sind —:

Tabelle XXXIII.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(731)	74·0	30·6	57·0	18·5	75·4	87·4	
	-0·5	1·8	0·4	-2·0	2·8	-1·6	0·4
$A$	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	
	1·6	1·8	5·5	5·3	2·2	3·7	18·1
(6·123, 3, 1)	72·9	34·2	51·1	21·8	72·9	85·3	

worans (6·841, 3, 1) erhalten wird; nachdem diese Fläche noch erhebliche Differenzen gegen  $A$  ergibt (vergl. unten Tabelle XXXV), so müssen wir noch, um  $k$  zu verbessern, zu einer anderen Zone interpolieren, als welche, wie ein Blick auf Tabelle IV ergibt ( $h21$ ), zu wählen ist; wir finden hierin (4·5414, 2, 1) und (421) als diejenigen zwei Flächen, zwischen denen  $A$  gelegen ist — was daraus hervorgeht, dass die  $S\Delta$  für beide positiv wird; somit ergibt sich:

Tabelle XXXIV.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(4·5414, 2, 1)	73·1	33·9	57·9	15·2	73·1	91·7	
	1·4	-1·5	1·3	1·3	0·0	2·7	2·4
$A$	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	
	2·6	5·0	4·0	1·6	2·4	-1·0	14·6
(421)	71·9	37·4	52·6	18·1	70·7	90·0	

Dies gibt (4·465, 2, 1); nun bekommen wir zur weiteren Interpolation:

Tabelle XXXV.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(6·841, 3, 1)	73·8	31·3	55·9	19·1	74·9	87·0	
	-0·7	1·1	0·7	2·6	1·8	2·0	7·5
$A$	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	
	1·6	2·0	0·5	0·9	0·3	2·5	7·8
(4·465, 2, 1)	72·9	34·4	57·1	15·6	72·8	91·5	

woraus sich endlich das Zeichen (5·676, 2·510, 1) ergibt.

Hätten wir nicht in jeder der beiden Zonen, zwischen denen  $A$  liegt, die an  $A$  nächste Fläche gesucht, und zwischen diesen interpoliert, sondern würden wir in jeder der beiden Zonen die vorliegenden, entsprechendsten Flächen (731) und (4·5414, 2, 1) benützen und zwischen diesen beiden ausgleichen, so würden wir erhalten:

Tabelle XXXVI.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(731)	74·0	30·6	57·0	18·5	75·4	87·4	
	-0·5	1·8	-0·4	2·0	2·3	1·6	6·8
$A$	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	
	1·4	1·5	1·3	1·3	2·0	2·7	8·2
(4·5414, 2, 1)	73·1	33·9	57·9	15·2	73·1	91·7	

somit ein Symbol (5·886, 2·547, 1), das allerdings nicht sehr von dem früheren verschieden ist; doch ist es bei der leichten und kurzen Interpolation rätlicher, das genauere Verfahren anzuwenden; sollte man das abgekürzte wählen, so wäre es jedenfalls auf die Fälle zu beschränken, wo, wie hier, die zu symbolisierende Fläche erheblich näher an zweien der Nachbarflächen liegt, als an den beiden anderen.

Übrigens fallen Abweichungen von 0·5 bis selbst 1·0 bereits in die Grenzen der Fehler, welche man beim Interpolieren mit Differenzen erster Ordnung begeht, so dass man, wo eine grössere Genauigkeit gefordert wird, aus dem durch Interpolation gefundenen Zeichen jedenfalls mittelst Differenzen zweiter und dritter Ordnung die zugehörigen genauen Winkel interpolieren müsste.

Aus dem obigen Zeichen (5·676, 2·510, 1) ergeben sich die Winkel, verglichen mit Beobachtung.

Tabelle XXXVII.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
$A$	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0
(5·676, 2·510, 1)	73·3	32·8	56·5	17·4	73·9	89·2

Wir haben nur das Zeichen der Fläche  $A$  unter der Voraussetzung bestimmt, dass es von der Form  $(hkl)$  oder  $(\bar{h}\bar{k}l)$  sei, wobei  $h > k > l$ ; diese Voraussetzung ist nämlich stillschweigend gemacht, wenn das Zeichen einer Fläche aus Tabelle IV bestimmt wird; hierbei hatten die Systeme  $a b c d$  der Reihe nach die Symbole  $(11\bar{1})$  oder  $(\bar{1}\bar{1}1)$ ,  $(1\bar{1}\bar{1})$  oder  $(\bar{1}1\bar{1})$ ,  $(111)$  oder  $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ ,  $(1\bar{1}\bar{1})$  oder  $(\bar{1}11)$ ; welche von den Flächen das erste oder zweite Zeichen haben, bestimmen wir am einfachsten mittelst des Charakters der Flächen (ob positiv oder negativ).

Der Flächencharakter wird durch folgende Erwägung ermittelt: Wird im Symbol  $(hkl)$  einer Fläche das Vorzeichen eines Index geändert, so ändert sich der Flächencharakter; werden zwei Indexzeichen geändert, so stellt sich in Folge dessen der ursprüngliche Flächencharakter wieder her, bei dreifachem Zeichenwechsel ändert er sich wieder; es sind daher  $(hkl)$ ,  $(\bar{h}\bar{k}l)$ ,  $(\bar{h}kl)$ ,  $(h\bar{k}l)$  einerseits,  $(\bar{h}\bar{k}l)$ ,  $(\bar{h}kl)$ ,  $(h\bar{k}l)$ ,  $(hkl)$  andererseits von gleichem Charakter; cyklische Vertauschungen der Indices lassen den Charakter ungeändert, andere Vertauschungen verkehren ihn.

Wir haben demnach unter den je zwei alten Symbolen diejenigen auszuwählen, welche mit den zugehörigen neuen Symbolen gleichen Charakter haben, weil sich dieser nicht verändern darf; dies geschieht aber dadurch, dass die Symbole mit derselben oder um zwei verschiedenen Anzahl von negativen Indices gewählt werden, falls eine cyklische Vertauschung hinreicht, um die Indices in einander überzuführen; ist dies durch eine cyklische Vertauschung nicht möglich, so müssen die durch eine ungerade Zahl von negativen Indices von

einander verschiedenen Symbole gewählt werden. Dabei ist natürlicherweise vorausgesetzt, dass die neuen Symbole nicht etwa untereinander einen Widerspruch enthalten, dass sie also der räumlichen Vertheilung der durch sie dargestellten Octaëder- oder Pyramidenflächen entsprechen.

Wir überzeugen uns auf die angegebene Weise, dass im vorliegenden Falle nur die obere Reihe (Tabelle XXXV) alter Symbole möglich ist:

Tabelle XXXVIII.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>A</i>
alte Symbole	$\left\{ \begin{matrix} (\bar{1}\bar{1}1) & (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) & (111) & (\bar{1}\bar{1}1) \\ (111) & (1\bar{1}\bar{1}) & (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) & (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) \end{matrix} \right.$				$(5 \cdot 676, 2 \cdot 51, 1)$
neue Symbole	$(\bar{1}\bar{1}1)$	$(1\bar{1}\bar{1})$	$(111)$	$(11\bar{1})$	

Indem nämlich die neuen Indices aus den alten dadurch hervorgehen, dass  $(hkl)$  in  $(khl)$  permutirt wird und dies eine cyklische Vertauschung ist, müssen die Symbole mit gleicher Zahl negativer Indices genommen werden; dieselbe Veränderung muss mit dem Zeichen von *A* vorgenommen werden, das dadurch in  $(2 \cdot 51, 1, 5 \cdot 68)$  übergeht; hiebei ist wieder zwischen diesem und dem entgegengesetzten  $(2 \cdot 5\bar{1}, \bar{1}, 5 \cdot 68)$  zu unterscheiden, was in gleicher Weise mit Rücksicht auf den Charakter der Fläche *A* geschieht; derselbe ist positiv, unter den beiden angeführten Zeichen stellt  $(2 \cdot 51, 1, 5 \cdot 68)$ , weil durch cyklische Vertauschung aus  $(5 \cdot 68, 2 \cdot 53, 1)$  erhalten, eine positive Fläche dar, folglich ist dies das Zeichen von *A*.

Vergleichen wir hiermit das durch directe krystallogomische Methoden ermittelte  $(2 \cdot 303, 1, 5 \cdot 369)$ , so finden wir eine erträgliche Uebereinstimmung, umso mehr als ersteres unter der Annahme des tesseraleen, letzteres des monoklinen Systemes gefunden wurde.

Für die Fläche *B* (Tafel III) finden wir ähnlich wie im früheren Falle zwei scharfe, schmale Lamellen *c* und *d* und zwei breite, etwas verflaserte *a* und *b*; die Reihenfolge der Lamellenbreite ist hier ohne weiters ersichtlich, sie ist in steigender Ordnung,  $c \ e \ a \ b$ ; das Fallen geht, wenn *B* seitlich steht wie in Fig. 9, für *a* deutlich nach vorne, für *b* ebenso offenbar nach oben rückwärts; für *c* ist es nicht mit Sicherheit bestimmbar, doch scheint es nach unten rückwärts zu gehen; für *d* ist es unbestimmbar; wird *B* so gelegt, dass die Spur von *b* horizontal mit dem Fallen nach oben geht, so sehen wir, dass die Fläche negativ ist, und der Sinn des Fallens in den beobachteten Fällen mit dem von der Theorie geforderten übereinstimmt.

Die Spurenwinkel ergeben sich aus Tabelle XIX wie folgt:

Tabelle XXXIX.

	$dc = \sigma \ominus$	$ca = \ominus \Sigma$	$ab = \Sigma s$	$bd = s \sigma$	$ad = \Sigma \sigma$	$bc = s \ominus$
<i>B</i>	74°2	35°31	35°23	35°4	70°27	70°54

Man sieht sofort, dass die Fläche *B* nahe an der eigenthümlichen Fläche  $(1 \cdot 618, 1, 0)$  liegen müsse, für welche je drei und drei der sechs Winkel  $\alpha$  einander gleich werden. Die Flächen, welche zum Vergleiche in Betracht kommen, sind folgende, wobei unter *S* [ $\Delta$ ] die Summen der absoluten Grössen der Differenzen zwischen beobachteten und berechneten Spurenwinkeln gegeben sind.

Tabelle XL.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S$
(530)	72·2	35·0	37·9	35·0	72·9	72·9	9·3
(1·618, 1, 0)	72·0	36·0	36·0	36·0	72·0	72·0	6·6
(320)	71·6	38·7	31·0	38·7	69·7	69·7	14·8
(14, 8, 1)	72·4	35·5	41·1	31·0	72·1	76·6	18·7
(13·176, 8, 1)	72·0	37·4	37·4	33·1	70·6	74·9	12·0
(12·624, 8, 1)	71·7	38·9	34·7	34·7	69·4	73·9	10·9
<i>B</i>	74·0	35·5	35·4	35·4	70·5	70·9	

Würden wir zwischen den zwei nächsten Flächen in den zwei Zonen interpolieren, so hätten wir — unter  $S \Delta$  die Fehlersummen mit Berücksichtigung des Zeichens verstanden —

Tabelle XLI.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(1·618, 1, 0)	72·0	36·0	36·0	36·0	72·0	72·0	
<i>B</i>	74·0	35·5	35·4	35·1	70·5	70·9	-0·6
(12·624, 8, 1)	71·7	38·9	34·7	34·7	69·4	73·9	10·9

Die Differenzensumme wäre oben -0·6, unten 10·9, so dass also *B* noch jenseits der Fläche (1·618, 1, 0) liegen müsste, was unmöglich ist, nachdem diese Fläche bereits das Endglied der Reihe mit wachsenden  $\frac{k}{l}$  vorstellt; es kann also nicht zwischen diesen beiden Zonen, sondern es muss zwischen zwei Flächen der ersten Zone interpoliert werden; wir erhalten

Tabelle XLII.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(530)	72·2	35·0	37·9	35·0	72·9	72·9	
<i>B</i>	74·0	35·5	35·4	35·1	70·5	70·9	5·7
(1·618, 1, 0)	72·0	36·0	36·0	36·0	72·0	72·0	0·2

also eine so unbedeutende Differenzensumme zwischen *B* und (1·618, 1, 0), dass aus diesem Verhalten im Zusammenhalte mit den Zahlen der Tabelle XLI hervorgeht, dass, soweit durch Interpolation mit Differenzen erster Ordnung aus Tabelle IV das Zeichen bestimmt werden kann, (1·618, 1, 0) dafür anzunehmen ist.

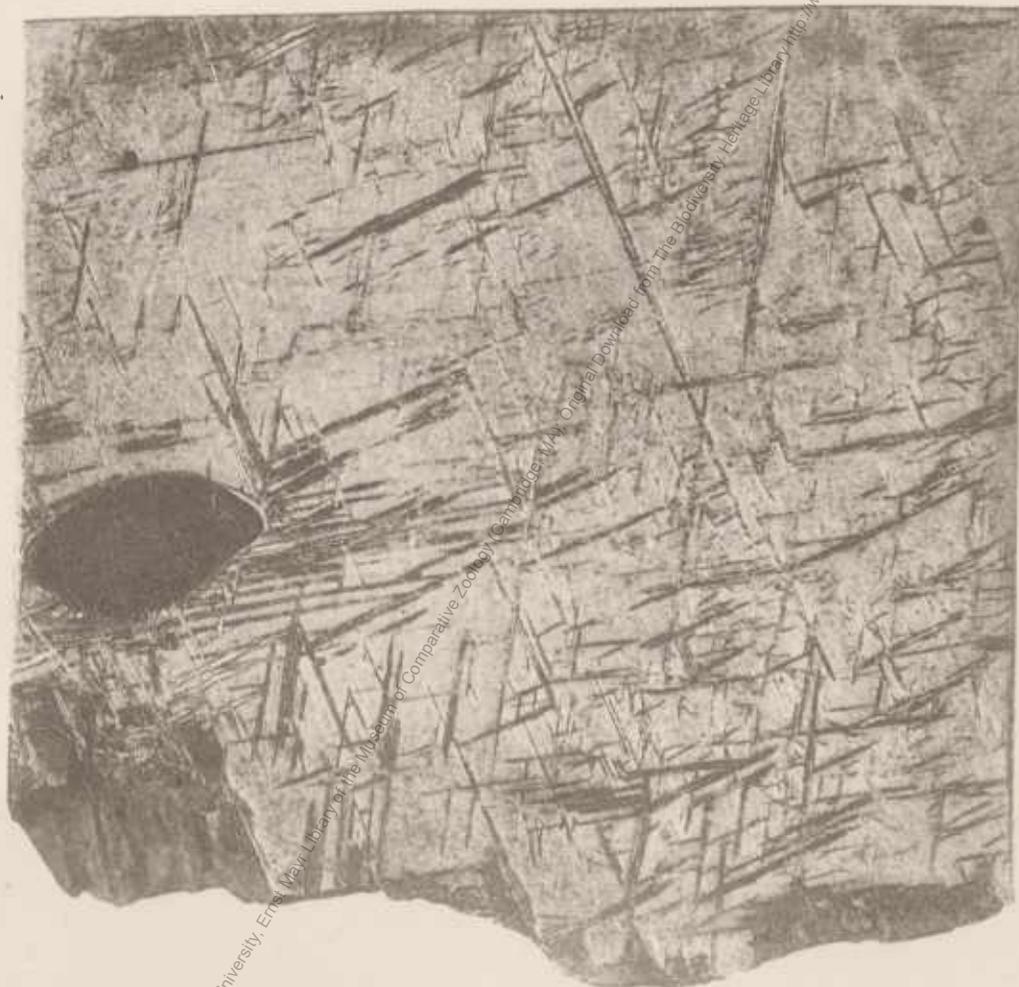
Stellen wir wie in Tabelle XXXVIII die hiebei angenommenen Symbole der Flächen  $a = \Sigma = (11\bar{1})$ ;  $b = s = (111)$ ;  $c = \mathfrak{S} = (1\bar{1}1)$ ;  $d = \sigma = (1\bar{1}\bar{1})$  mit den ihnen definitiv zukommenden zusammen, so erhalten wir:



Digitized by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA). Original Downloaded from The Biodiversity Heritage Library <http://www.biodiversitylibrary.org/>; [www.biologiezentrum.at](http://www.biologiezentrum.at)

Verdruck aus d. k. Hof- u. Staatsdruckerei

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library <http://www.biodiversitylibrary.org/>; [www.biologiezentrum.at](http://www.biologiezentrum.at)



Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA). Original Downloaded from The Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Druck und Verlag des Verlagsanstalt

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library <http://www.biodiversitylibrary.org/>; [www.biologiezentrum.at](http://www.biologiezentrum.at)



Digitized by the Harvard University Ernst Mach Library of the Museum for Comparative Zoology, Cambridge, MA. Original download from The Biodiversity Heritage Library <http://www.biodiversitylibrary.org/>; [www.biologiezentrum.at](http://www.biologiezentrum.at)

Verdruckt von J. K. Hof u. St. G. G. G. G. G.

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library <http://www.biodiversitylibrary.org/>; [www.biologiezentrum.at](http://www.biologiezentrum.at)



*Luhtärnk, aus d. k. Hof u. Staatsdruckerei*

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library <http://www.biodiversitylibrary.org/>; [www.biologiezentrum.at](http://www.biologiezentrum.at)



Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library <http://www.biodiversitylibrary.org/>; [www.biologiezentrum.at](http://www.biologiezentrum.at)

Tabelle XLIII.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>B</i>
alte Symbole	(11 $\bar{1}$ )	( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	111	(1 $\bar{1}\bar{1}$ )	(1·618, 1, 0)
	( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	(111)	( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	
neue Symbole	( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ )	(1 $\bar{1}\bar{1}$ )	(111)	(1 $\bar{1}\bar{1}$ )	

und man überzeugt sich leicht, dass hier die obere Reihe von Symbolen genommen werden muss, weil die neuen Indices ( $\bar{k}hl$ ) sind, wenn ( $hkl$ ) die alten waren; diese Vertauschung aber ist keine cyklische. Das neue Symbol von *B* wird dementsprechend ( $\bar{1}$ , 1·618, 0), welches eine positive Fläche bedeutet (ungerade Anzahl von Zeichenwechseln, erste Verkehrung, nichtcyklische Vertauschung, zweite Verkehrung, somit im Ganzen Wiederherstellung des Zeichens); nachdem *B* als negativ erkannt wurde, ist das Gegensymbol (1, 1·618, 0) anzunehmen.

Der Vergleich dieses Zeichens mit dem direct erhaltenen (8·325, 13·451,  $\bar{1}$ ) ergibt eine starke Abweichung, deren Grund jedoch leicht einzusehen ist; schon der Umstand, dass die Winkel der Fläche (13·176, 8, 1), deren Zeichen ja dem direct unter der Annahme der monoklinen Symmetrie gefundenen sehr nahe steht, so schlecht mit der Beobachtung gestimmt hatten, spricht dafür, dass die Gründe der Differenz nur in einer Abweichung vom tesserale System liegen können; und in der That fällt die Fläche *B* sehr nahe an *M*, die Symmetrieebene des monoklinen Complexes, so dass auf dieser Ebene die Abweichungen der Winkel von der tesserale Lage am empfindlichsten sein müssen. Übrigens ist die Differenz zwischen direct und aus der Tabelle gefundenen Indices nicht so gross, als sie bei dem ersten Anblick der Symbole erscheinen mag, wie sich ergibt, wenn man die reciproken Verhältnisse  $l:k$ ,  $h:l$  und  $k:h$  vergleicht.

Tabelle XLIV.

	$l:k$	$l:h$	$k:h$
Direct	0·074	0·120	1·616
aus Tabelle IV	0·000	0·000	1·618

Die Fläche *C* Tafel IV gestattet ebenso wie *B* eine sofortige Orientirung der vier Lamellensysteme; das System *d* macht sich durch seine Breite und die wellenförmige Begrenzung vor allen anderen bemerkbar; darauf folgen, untereinander nicht allzusehr verschieden, *c*, *b* und *a*, alle drei geradlinig begrenzt; das Fallen geht bei *d* nach links rückwärts, bei *c* nach links vorne, bei *b* nach rechts oben, bei *a* nach links oben und ist in allen vier Fällen durch das Geflimmer der in der Grundmasse liegenden winzigen Skelettchen leicht kenntlich.

Wird die Fläche so gelegt, dass *d* von rechts nach links mit dem Fallen nach rückwärts geht, so sehen wir, dass *C* rückläufig, negativ ist.

Die Spurenwinkel gibt wieder Tabelle XIX:

Tabelle XLV.

	$ab=\sigma\ominus$	$bc=\ominus\Sigma$	$cd=\Sigma s$	$da=s\sigma$	$ca=\Sigma\sigma$	$db=s\ominus$
<i>C</i>	69°29	49°38	43°4	17°49	60°53	92°42

Es liegt also *C* am nächsten an Fläche (754) der Tabelle IV, und zwar findet sich

Tabelle XLVI.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(754)	65·9	51·0	45·0	18·1	63·1	96·0	
	-3·6	-1·4	1·9	-0·3	2·2	3·3	2·1
<i>C</i>	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7	
	5·0	4·1	6·8	7·3	-0·5	2·7	3·4
(25.20.16)	64·5	53·7	36·3	25·1	61·4	90·0	

Es würde hieraus das Zeichen (6·93, 5, 4) gewonnen; wollte man die Einschaltung in die Zone 132 versuchen, so würden sich als die nächsten Nachbarn (964) und (4·7914, 3, 2) ergeben, und zwar:

Tabelle XLVII.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(4·7914, 3, 2)	68·5	46·0	46·0	19·5	65·5	92·0	
	-1·0	3·6	2·9	-0·7	4·6	-0·7	7·7
<i>C</i>	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7	
	1·5	-1·9	0·8	4·2	-3·4	2·7	3·9
(964)	68·0	47·7	42·3	22·0	64·3	90·0	

Somit würde sich dadurch das Zeichen zu (2·30, 1·50, 1) bestimmen; und werden die so gewonnenen beiden Symbole (6·93, 5, 4) oder (1·73, 1·25, 1) und (2·30, 1·50, 1) mit *C* verglichen, so ergibt sich

Tabelle XLVIII.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(2·30, 1·50, 1)	68·2	47·7	42·3	22·0	64·3	90·0	
	-1·3	1·9	0·8	4·2	3·4	2·7	11·7
<i>C</i>	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7	
	3·7	1·6	1·3	-0·8	-2·1	2·9	6·6
(1·73, 1·25, 1)	65·8	51·2	44·4	18·6	63·0	95·6	

durch deren Interpolation wir endlich erhalten  $C = (1·936, 1·340, 1)$ .

Tabelle XLIX.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
<i>C</i>	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7
(1·936, 1·340, 1)	66·7	49·9	43·6	19·8	63·5	93·6

Die Zusammenstellung der provisorischen Symbole  $a = \sigma = (1\bar{1}\bar{1})$ ;  $b = \mathfrak{S} = (\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ ;  $c = \Sigma = (11\bar{1})$ ;  $d = s = (111)$  mit den definitiven ergibt

Tabelle L

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>C</i>
alte Symbole	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $(11\bar{1})$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $(111)$	(1·936, 1·340, 1)
neue Symbole	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	(111)	(111)	

Nachdem die Transformation von  $(hkl)$  alt in  $(hkl)$  neu geschieht, müssen diejenigen Indices gewählt werden, welche sich durch gerade Anzahl von Zeichenwechseln von den neuen unterscheiden, also diejenigen der ersten Reihe; dann geht also  $(hkl)$  in  $(\bar{b}kl)$  über, und das Zeichen von  $C$  wird  $(1\cdot936, 1\cdot340, 1)$  oder  $(1\cdot936, 1\cdot340, \bar{1})$ ; nachdem  $C$ , wie wir gesehen haben, eine wesentlich negative Fläche ist, muss das zweite Symbol gewählt werden; der Vergleich zwischen diesem und dem direct gefundenen Symbol —  $(1\cdot936, 1\cdot340, 1)$  und  $(1\cdot913, 1\cdot315, 1)$  — zeigt eine gute Übereinstimmung.

10. Vergleich der beiderseitigen Resultate.

Wenn wir nun noch einmal die auf den zwei verschiedenen Wegen gefundenen Ergebnisse überblicken, so gelangen wir zu folgendem Bilde:

Tabelle II.

		$hkl$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\Sigma [f]$
A	Gemessen	—	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	—
	Direct ber.	$(2\cdot303, 1, 5\cdot369)$	74·3	32·3	56·8	16·7	73·5	89·1	1·2
	aus Tab. IV	$(2\cdot51, 1, 5\cdot68)$	73·3	32·8	56·5	17·4	73·9	89·2	3·6
B	Gemessen	—	74·0	35·9	35·4	35·1	70·5	70·9	—
	Direct ber.	$(8\cdot325, 13\cdot451, 1)$	73·9	35·9	35·0	35·2	70·2	70·9	1·3
	aus Tab. IV	$(1, 1\cdot618, 0)$	72·0	36·0	36·0	36·0	72·0	72·0	6·6
C	Gemessen	—	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7	—
	Direct ber.	$(1\cdot913, 1\cdot315, 1)$	69·1	50·2	42·6	18·1	60·7	92·8	2·1
	aus Tab. IV	$(1\cdot936, 1\cdot340, 1)$	66·7	49·9	43·6	19·8	63·5	93·6	9·1

Hierin sind die Symbole  $(hkl)$  in der definitiven Ordnung, die  $\alpha_1\alpha_2\dots$  jedoch in der aus Tabelle IV sich ergebenden Reihenfolge angeführt. Die  $\Sigma [f]$  sind die Summen der absoluten Werthe der Differenzen der betreffenden berechneten Winkel gegen die beobachteten.

Hieraus ersehen wir zunächst, dass die Abweichungen von der tesseralen, octaëdrischen Bauweise ohne wesentlichen Einfluss auf die Indexbestimmung mittelst Tabelle IV bleiben, wenn nicht die Schnittfläche gerade mit der Ebene grösster Deformation zusammenfällt; denn auf der Fläche  $C$  haben wir die stärksten Unregelmässigkeiten der Winkel, trotzdem aber die genaueste Symbolisirung, welche nur um 1—1·5 Procent fehlerhaft ausfällt; die stärksten Fehler in den Indices finden wir auf  $B$ , welches der Ebene grösster Deformation nahe liegt, obwohl die Winkelabweichungen bedeutend kleinere sind.

Es gleichen sich also die Winkelfehler im Allgemeinen gegenseitig aus, wenn nicht die Schnittfläche eine besonders ungünstige Lage hat.

In den meisten Fällen wird man daher mit der Genauigkeit der Symbolisirung, welche aus Tabelle IV zu erreichen ist, vollkommen ausreichen; dies gilt insbesondere von den zwei wichtigsten Aufgaben: der Beurtheilung der Zusammengehörigkeit von Ätzfiguren zu einem octaëdrischen Individuum und der raschen Orientirung behufs Deutung von Erscheinungen verschiedener Art, welche sich nicht auf octaëdrische, sondern anderweitige Flächensysteme beziehen. Solche Probleme werden in einer Reihe weiterer Arbeiten mehrfach zur Untersuchung gelangen.

Wo an die Symbolisirung strengere Anforderungen gestellt werden, wird man am besten thun, aus den mittelst Interpolation erster Ordnung gefundenen Indices nach den Formeln der Tabelle I die Spurenwinkel zu

berechnen, und dann von dieser genaueren Position aus weiter zu interpoliren, wozu man die v. Lang'schen Formeln benützen kann.

Ich habe im Bisherigen die Lamellenbreiten nicht quantitativ berücksichtigt, weil ich noch kein geeignetes Instrument besitze, um rasch eine grössere Zahl von Lamellenbreiten zu messen, was bei der erheblichen Schwankung der Breite nothwendig ist; sobald das in der Zeichnung bereits fertige Instrument ausgeführt sein wird, werden derlei Bestimmungen an zahlreichen Eisen durchgeführt werden.

Ich will noch die gemessenen ebenen Winkel  $BAC$ ,  $CBA$ ,  $ACB$ , mit den monoklin gerechneten und denjenigen vergleichen, welche sich aus den obigen, mittelst Tabelle IV erhaltenen Indices berechnen lassen.

Tabelle LII.

	gemessen			gerechnet	
	aus 2 Lamellenwinkeln	Transporteur	graphisch	direct	aus Tab. IV
$BAC$	91·1	91·5	91·4	91·7	91·1
$CBA$	88·1	88·3	88·1	88·1	87·9
$ACB$	88·0	88·4	88·3	88·2	88·5

Aus diesen Werthen, welche den besten Massstab für den Fehler der berechneten Flächenlage abgeben, weil sie den Flächenwinkeln  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  innerhalb eines Zehntelgrades gleich sind, geht also wiederum hervor, dass man unbedenklich die aus Tabelle IV durch einfache Interpolation gewonnenen Indices anstatt genauerer, nur auf sehr umständlichem Wege ableitbarer benützen darf, sofern es sich nicht darum handelt, gerade die Abweichung eines Complexes von der gesetzmässigen Bauweise zu ermitteln.

## 11. Untersuchung der Butlerplatte Tafel I.

Bezeichnen wir mit  $d$  dasjenige Lamellensystem, das der kurzen, in der Tafel horizontalen Seite des durch die Tafelumrisse gebildeten Dreieckes parallel geht, mit  $c$  das schwach von links nach rechts steigende, von den beiden steilen Systemen das von links unten nach rechts oben gehende mit  $a$ , das von rechts nach links aufsteigende mit  $b$ , so erscheinen  $a$  und  $c$  breiter und welliger begrenzt als  $b$  und  $d$ , welche scharf und schmal sind. Das Fallen geht bei  $c$  nach oben, bei  $b$  nach links, bei  $a$  nach rechts, wie aus dem Geflimmer der Grundmasse deutlich sichtbar wird; bei  $d$  ist ein Einspiegeln der Skelettechen nicht bemerkbar. Nachdem bei dieser Platte jedes Lamellensystem am Rande mindestens einmal als Absonderungsfläche bloss liegt, lassen sich die Winkel derselben zur Schnittfläche mit dem Anlegegoniometer bestimmen; es ergibt sich für  $d=77^\circ$ ,  $b=66^\circ$ ,  $a=44^\circ$ ,  $c=35^\circ$ ; bei  $d$  geht das Fallen nach unten (bezüglich Tafel I), bei den übrigen so wie es schon aus dem Geflimmer geschlossen wurde.

Nachdem keine Randkanten von genügender Ausdehnung an dieser Platte vorhanden sind, wurde die Messung der Spurenwinkel oder besser gesagt, der Spurenpositionen, mit dem schon früher verwendeten grossen Transporteur in der Weise bewerkstelligt, dass eine aufrechte ebene Schiene zuerst an die zwei hervorstehenden Punkte der rechten Dreiecksseite (Tafel I) angelegt, daran die Anschlagsebene des Transporteurs geschoben und nunmehr auf die Systeme  $a$ ,  $c$  und  $d$  je dreissigmal, und zwar wie früher über die ganze Schnittfläche hinüber, eingestellt wurde; nachdem die Lamellen  $b$  von dieser Seite aus wegen ihres zu geringen Winkels mit derselben nicht gemessen werden konnten, wurde dann ebenso die Schiene an die zwei äussersten Punkte der Basis gelegt, und auf  $a$  und  $b$ , wieder je dreissigmal eingestellt; so ergab sich:

Tabelle LIII.

a	c	d	a	b		a	c	d	a	b
49°53	105°47	122°40	106°13	74°39		49°47	106°0	121°51	107°2	72°57
47 33	100 39	121 40	105 42	72 18		49 28	106 55	122 50	107 7	74 20
48 50	103 24	122 3	107 57	73 30		50 52	106 52	121 20	105 49	74 18
50 40	106 31	122 5	105 50	72 58		50 3	105 23	122 7	108 36	74 39
49 0	101 50	123 21	108 31	73 53		49 0	104 52	120 55	105 38	73 33
49 30	102 0	122 45	108 49	75 18		48 38	101 40	121 47	105 27	74 41
51 20	106 52	121 21	108 55	74 10		48 22	107 43	123 44	105 34	75 20
51 5	104 25	123 0	106 0	75 1		51 53	105 17	120 57	109 0	72 11
49 8	105 6	123 27	107 0	75 0		50 28	105 0	121 53	104 58	73 18
48 40	107 11	121 26	106 37	74 58		47 43	106 58	122 0	106 32	73 10
49°39	107°26	122°5	106°8	74°37	Gesamtmittel	49°20	105°0	122°6	106°45	74°13
48 12	103 44	122 38	106 27	73 40	1. Drittel	49°34	104°22	122°23	107°9	74°11
48 0	103 0	121 59	107 54	75 50	2. Drittel	48°49	104°59	121°59	106°33	74°37
48 10	104 56	122 34	105 20	74 51	3. Drittel	49°37	105°40	121°56	106°34	73°51
48 30	104 44	122 9	106 25	75 36						
47 40	105 12	122 40	105 42	74 57						
51 27	105 37	121 37	107 49	75 0						
48 4	105 22	120 41	107 30	74 40						
50 29	107 6	121 26	106 38	75 39						
47 58	102 40	122 4	105 40	71 18						

Daraus ergeben sich die folgenden Werthe der Winkel  $\alpha$ , denen ich gleich die Werthe für die beiden Flächen (6·1231, 3, 1) und (731) Tabelle IV und XXXII beige setzt habe:

Tabelle LIV.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(731)	74·0	30·6	57·0	18·5	75·4	87·4	
	-0·7	1·9	1·3	-1·4	2·6	-0·8	2·9
(hkl)	74·7	32·5	55·7	17·1	72·8	88·2	
	1·8	1·7	4·6	4·7	-0·1	2·9	15·6
(6·1231, 3, 1)	72·9	34·2	51·1	21·8	72·9	85·3	

Hieraus ergibt sich das Zeichen (6·862, 3, 1); wird andererseits aus der Zone h21 interpolirt, so finden wir die Nachbarflächen (4·5, 2, 1) und (421) mit folgenden Werthen:

Tabelle LV.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(4·5414, 2, 1)	73·1	33·9	57·9	15·2	73·1	91·7	
	-1·6	-1·4	2·2	1·9	0·3	3·5	4·9
(hkl)	74·7	32·5	55·7	17·1	72·8	88·2	
	2·8	4·9	3·1	1·0	2·1	-1·8	12·1
(421)	71·9	37·4	52·6	18·1	70·7	90·0	

woraus (4·385, 2, 1) gefunden wird; und aus diesen beiden Zeichen endlich ergibt sich:

Tabelle LVI.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$S\Delta$
(6·862, 3, 1)	73·8	31·2	56·1	19·0	75·0	87·1	
	-0·9	1·3	-0·4	1·9	2·2	1·1	5·2
(hkl)	74·7	32·5	55·7	17·1	72·8	88·2	
	1·9	2·4	1·0	1·1	0·2	3·0	9·6
(5·385, 2, 1)	72·8	34·9	56·7	16·0	72·6	91·2	

woraus wir das endgiltige Zeichen (5·992, 2·651, 1) ermitteln. Vergleichen wir dieses Zeichen mit demjenigen der Fläche *A* des früheren Stückes (5·676, 2·510, 1), so sehen wir, dass die beiden Flächen nahe parallel sind; nachdem es bekannt ist, dass der Block, von welchem beide stammen, lediglich durch auf einander senkrechte Schnitte zertheilt wurde, sind diese zwei gleichsymbolisirten Flächen auch im Blocke einander parallel gewesen, nicht etwa bloß relativ gegen je vier Octaëderflächen gleich orientirt; es ist unter solchen Umständen interessant, auf beiden Flächen die Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Winkeln zu vergleichen:

Tabelle LVII.

		$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
<i>A</i>	gemessen	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0
	gerechnet (5·676, 2·510, 1)	73·3	32·8	56·5	17·4	73·9	89·2
	gemessen — gerechnet	+1·2	-0·4	+0·1	-0·9	-0·8	-0·2
Platte	gemessen	74·7	32·5	55·7	17·1	72·8	88·2
	gerechnet (5·992, 2·651, 1)	73·4	32·5	56·3	17·9	74·2	88·5
	gemessen — gerechnet	+1·3	±0·0	-0·6	-0·8	-1·4	-0·3

Es haben also die Differenzen mit Ausnahme einer einzigen nicht nur in beiden Fällen gleiches Vorzeichen, sondern auch annähernd gleiche Grösse; es wird dadurch wahrscheinlich, dass die Abweichung vom octaëdrischen Baue in dieser ganzen Meteoritenmasse im selben Sinne erfolgte, eine Thatsache, welche ich zunächst durch Beobachtungen an eigens hiezu geschnittenen Eisen weiter verfolgen möchte, nachdem dieselbe im Falle ihrer allgemeineren Verbreitung für die Theorie der Entstehung der Meteoriten von Wichtigkeit wäre; dass dies der Fall, erscheint mir wahrscheinlich, weil ich noch in allen von mir untersuchten Fällen Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Spurenwinkeln gefunden habe, welche über das Ausmass von Beobachtungsfehlern weit hinausgehen.

## Zur Erklärung der Tafeln.

**Tafel I.** Eisen von Butler 1873. Zweites Stück, Seite 36 [156] — 38 [158], nahezu natürliche Grösse (Verkleinerung 0·87, also im Verhältnisse 7 zu 8). Die neun grösseren, weissgesäumten, dunklen Flecke sind eben so, wie die vielen bis stecknadelkopfgrossen, Troiliteinschlüsse, welche von Bandeisen umschlossen werden; die dunklen Flecken an den Rändern der Platte rühren von theilweiser Oxydation des Eisens her. Die Verschiedenheit der Grundfarbe im Innern ist noch nicht aufgeklärt.

**Tafel II—IV.** Butler, erstes Stück, Seite 16 [136] — 36 [156]. Vordere, rechte seitliche und obere Fläche, jede in 2·4-facher Vergrösserung. Jede derselben zeigt einen grösseren Troiliteinschluss, um welchen sich in auffälliger Weise die Lamellen schaaeren; man sieht hieran deutlich, wie sich zuerst der Troilit verfestigt und mit einer Taenithülle umgeben hat, welcher sodann als Nucleus für die weitere Krystallisation des (schwach entwickelten) Balkeneisens mit seinen Taenithüllen gewirkt hat. Zum Schlusse ist das überwiegende Fülleisen fest geworden.

Auf Tafel III sind horizontale, tiefe Furchen sichtbar, welche vom Schnitte des Stückes herrühren.

Die Ausführung in Lichtdruck war bei den Tafeln II—IV durch die Vergrösserung bedingt; man sieht, besonders an Tafel IV, dass auf diesem Wege befriedigende Resultate erhofft werden dürfen, wenn erst eine gleichmässiger Herstellung der Drucke gelungen sein wird.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl. Früher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt: Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.](#)

Jahr/Year: 1882

Band/Volume: [44\\_2](#)

Autor(en)/Author(s): Brezina Aristides

Artikel/Article: [Über die Orientierung der Schnittflächen an Eisenmeteoriten mittels der Wildmannstädten- \$\frac{1}{2}\$ schen Figuren. \(Mit 4 Tafeln und 11 Holzschnitten.\) 121-158](#)