ÜBER ZWEI TRIGONOMETRISCHE REIHEN

FÜR

SONNENFLECKEN, KOMETEN UND KLIMASCHWANKUNGEN.

VORLÄUFIGE MITTHEILUNG

VON

JOHANNES UNTERWEGER.

(Mit 1 Tafel.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 11. JUNI 1896

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die einem bestimmten Jahre entsprechende Kometenfunction

$$K = \frac{q_n}{q^2 . q_s} . \sin i_n . \operatorname{tang} i_s ,$$

mittelst welcher die wesentlichen Ergebnisse meiner ersten Untersuchungen über eine allgemeine Periodicität der Kometen[1] gut dargestellt werden können, wird berechnet, indem man alle Kometen, von welchen berechnete Bahnen vorliegen — die periodischen mit jeder gut beobachteten Erscheinung genommen — in zwei Gruppen theilt, deren Perihelien nördlich, beziehentlich südlich vom Sonnenäquator liegen, dann für alle Kometen, die innerhalb jenes Jahres durch das Perihel gegangen sind, folgende Mittel nimmt:

das Mittel q aller Periheldistanzen,
» » q_n der nördlichen,
» » q_s der südlichen Periheldistanzen,

die Mittel i_n und i_s der Neigungswinkel der Bahnen mit dem Sonnenäquator und diese Mittel in die Formel einsetzt. Die Neigungswinkel über 90° sind mit ihrem Supplement in Rechnung zu stellen, weil es wesentlich darauf ankommt, ob eine Kometenbahn gegen den Sonnenäquator steil steht oder nicht.

Aus den für eine grössere Reihe von Jahren berechneten Werthen der Function K lässt sich ein periodischer Gang erkennen, der sich noch besser herausstellt, wenn man statt der Einjahrsmittel Fünfjahrsmittel, entsprechend der Formel

$$\frac{A+2B+4C+2D+E}{a+2b+4c+2d+e}$$

nimmt, so dass $A, B, C \ldots$ die Einjahrssummen des betreffenden Bahnelementes, $a, b, c \ldots$ die Einjahrssummen der Kometen bezeichnen, und das Mittel für das Jahr mit den Summen C, c giltig ist. Für die Jahre, auf welche keine Periheldurchgänge fallen, wird diese Formel lückenhaft. Die fehlenden Glieder

[1] Denkschriften der kais. Akademie, Bd. LIX: »Über die Beziehungen der Kometen etc.«

könnte man zwar näherungsweise durch Interpolation ersetzen; da in diesem Verfahren aber doch eine gewisse Willkür liegt, so habe ich es gleichwohl nicht angewendet. Dagegen habe ich, um für frühere Jahre noch brauchbare Mittel zu finden, jene Abrundungsformel auf sieben Jahre ausgedehnt, wodurch die Kometen des betreffenden Jahres mit dem achtfachen Gewichte in Rechnung kamen. Für das letzte halbe Jahrhundert, welches durch viele berechnete Kometenbahnen ausgezeichnet ist, genügen Fünfjahrsmittel, zum Theile schon Einjahrsmittel, ebensogut. Die Bahnelemente entnahm ich dem »Verzeichniss berechneter Kometenbahnen« von Weiss, veröffentlicht im Kalender der Wiener Sternwarte 1887. Es gereicht mir zur Befriedigung, dass die Bahnelemente, welche im neuesten Verzeichniss von Galle als die genauesten angegeben sind, von den ursprünglich benützten selten und nur so wenig abweichen, dass die abgerundeten Mittel dadurch gar nicht geändert werden. Herr Dr. Holetschek hatte die Güte, mich aufmerksam zu machen, dass die Elemente des Kometen 1851 IV im Verzeichniss von Weiss sich auf den Äquator beziehen. Die Beseitigung dieses Fehlers war dem von mir gefundenen Gesetze günstig. Die folgende Tabelle enthält die mit Siebenjahrsmitteln berechneten Werthe der Function K für 1739 bis 1894, die letzten vier nach provisorischen Mitteln.

Jahr	K	Jahr	K	Jahr	K	Jahr	K
1739	3·206						
40	1·294	1780	10·851?	1820	1·205	1860	1·790
41	1·096	81	3·975	21	1·720	61	2·005
42	0·942	82	1·571	22	1·898	62	1·801
43	0·409	83	0·879	23	1·598	63	1·597
44	0·315	84	1·275	24	1·418	64	1·082
45	0·260	85	1·720	25	1·037	65	0·709
46	0·233	86	2·575	26	0·944	66	0·270
47	0·435	87	2·411	27	1·718	67	0·205
48	1·223	88	1·664	28	1·474	68	0·512
49	1·223	89	1·394	29	0·922	69	0·711
50	1·706	90	1·513	30	0·389	70	1·261
51	4·560?	91	1·794	31	0·198	71	1·969
52	—	92	2·108	32	0·200	72	1·311
53	—	93	2·789	33	0·180	73	0·923
54	—	94	2·035	34	0·108	74	1·292
55	2·391	95	1·830	35	0·081	75	1·011
56	1·355	96	1·308	36	0·085	76	0·853
57	1·355	97	1·692	37	0·346	77	0·667
58	1·088	98	1·854	38	0·872	78	0·684
59	0·797	99	1·859	39	1·717	79	1·000
60	1·025	1800	2·673	40	1·178	80	1·233
61	1·246	1	3·371	41	1·384	81	1·156
62	1·304	2	1·907	42	1·344	82	2·464
63	0·051	3	1·373	43	0·485	83	2·350
64	0·053	4	1·154	44	0·608	84	1·864
65	0·055	5	0·953	45	0·692	85	1·308
66	0·436	6	0·573	46	0·684	86	0·938
67	1·524	7	0·966	47	1·666	87	0·583
68	2·184	8	1·425	48	2·501	88	0·432
69	1·551	9	1·061	49	2·206	89	0·322
70	0·363	10	0·879	50	1·771	90	0·416
71	0·342	11	0·705	51	0·951	91	(0·564)
72	0·408	12	1·632	52	0·764	92	(0·604)
73	0·756	13	1·729	53	0·830	93	(0·619)
74	0·804	14	1·766	54	0·504	94	(1·651)
75	0·826	15	2·741	55	0·326		
76	1·054	16	5·061?	56	0·428		
77	11·069?	17	2·637	57	0·618		
78	10·379?	18	1·775	58	0·772		
79	10·379?	19	1·052	59	1·701		

Das Diagramm 3 der Tafel gibt die graphische Darstellung dieser Zahlen für das laufende Jahrhundert. Man erkennt darin eine 11jährige Periode, welche mit dem Gange der Sonnenflecken-Relativzahlen übereinstimmt. Dass diese Übereinstimmung eine vollständige ist, lässt sich sowohl in Bezug auf die Dauer der Periode als auch in Bezug auf die Lage der Maxima und Minima exact beweisen.[1] Als

[1] Mein Vortrag gelegentlich der 66. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte 1894 in Wien. Abtheilung Meteorologie.

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

genauesten Werth für die Länge dieser Periode fand ich sowohl für die Kometenfunction als auch für die Sonnenflecken-Relativzahlen 11·2 Jahre, was sehr gut mit Wolfer's neuester Berechnung stimmt, wonach diese Periode 11·18 Jahre umfasst.

Ausser dieser Periode erkennt man, insbesondere wenn auch die Werthe von K des vorigen Jahrhunderts in Betracht gezogen werden, aus den stärkeren Hebungen und tieferen Senkungen eine nahe 35jährige Periode, welche mit der von Brückner nachgewiesenen Periode der Klimaschwankungen stimmt, und eine noch grössere von der doppelten Länge.

Der mittlere Gang dieser Perioden lässt sich bekanntlich durch Abtheilung in Gruppen und Summirung der Gruppen durch Reihen von der Form

$$M + a_1 \sin(b_1 + x) + a_2 \sin(b_2 + 2x) + \ldots$$

darstellen. Man hat aber bei dieser Darstellung für jede Periode eine besondere Formel und weiss nicht, wie sich die Formeln dem wirklichen Gange der Zeit anschliessen. In Erwägung dieses Übelstandes und in Erwägung, dass $\frac{4}{25} \times 70 = \frac{8}{25} \times 35 = 11 \cdot 2$ ist, kam ich auf den Gedanken, die Schwankungen von K, wie sie durch die Interferenz der Perioden in chronologischer Ordnung zu Stande kommen, durch eine trigonometrische Reihe von folgender Form darzustellen:

$$a_1 \sin\left(b_1 + \frac{4}{25} x\right) + a_2 \sin\left(b_2 + \frac{8}{25} x\right) + a_3 \sin(b_3 + x).$$

Vom allgemeinen Mittel, das man hinzunehmen könnte, Umgang nehmend, entsprechen die drei Glieder den Schwankungen der 70-, 35- und 11·2jährigen Periode. Wird vom Cyclus der letzten ausgegangen, so hat man 11·2 Jahre gleich 360° zu setzen, also Differenz x für 1 Jahr gleich 32°8′34·3″. Bei Bestimmung der Constanten a_1 b_1 a_2 b_2 a_3 b_3 nach der Methode der kleinsten Quadrate kommt man auf gewisse bestimmte Integrale und findet, dass die numerische Berechnung der Constanten im Allgemeinen nur dann möglich ist, wenn jene Integrale, welche die Grösse K nicht enthalten, gleich Null werden. Um diese Bedingung zu erfüllen, muss die Integration von 0° bis 25×360°, also auf 280 Jahre ausgedehnt werden.

Man erhält dann für je zwei zusammengehörende Constante a und b zwei Bestimmungsgleichungen von der Form:

1. $$\cos b \,.\, \sum_0^{280} K \cos mx - \sin b \,.\, \sum_0^{280} K \sin mx = 0$$

2. $$\sin b \,.\, \sum_0^{280} K \cos mx + \cos b \,.\, \sum_0^{280} K \sin mx - 140\, a = 0.$$

Um diesen Gleichungen genau zu genügen, ist die Zahlenreihe der obigen Tabelle um die Hälfte zu klein; gleichwohl erhielt ich schon, x für 1739 gleich Null setzend, mit den Werthen bis 1879 (= zwei 70jährigen = vier 35jährigen Perioden) und bis 1884 (= 13 11·2jährigen Perioden) zu meiner Überraschung recht gute Ergebnisse, wohl deshalb, weil die Constanten a und b, wenn nur ganze wirkliche Perioden in Rechnung gezogen werden, hauptsächlich von den in diesen Gleichungen vorkommenden Summen abhängen. Die Rechnung nach und nach auf 1, 2, 3 . . . Perioden ausdehnend, habe ich den bei der Bestimmung von a auftretenden Divisor 140 unverändert beibehalten, obschon er erst für 280 Jahre richtig sein wird. Die Amplitude a erscheint daher selbstverständlich zu klein; sie stellt sich aber, was einstweilen besonders von der 11·2jährigen Periode gilt, um so grösser heraus, je mehr Perioden in Rechnung gezogen werden, während die Änderung der Phase b immer kleiner wird, was für die gute Übereinstimmung der aufeinanderfolgenden Perioden spricht.

Das gute Ergebniss bezüglich der Kometen gab mir Veranlassung, das gleiche Verfahren auch auf die Sonnenflecken desselben Zeitraumes anzuwenden, wobei es sich herausstellte, dass auch die säculare

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Schwankung der Sonnenfleckenhäufigkeit, wenigstens seit 1739, durch eine 70jährige Periode und durch eine schwach ausgeprägte, also secundäre Periode von 35 Jahren gut dargestellt werden kann. Das Hinzufügen der letzteren bringt in der Hauptperiode die Eigenthümlichkeit hervor, vom Minimum zum Maximum rasch emporzusteigen, dagegen vom Maximum zum Minimum langsam abzufallen, ein Verhalten, das wahrscheinlich allen Sonnenperioden gemeinsam ist und in der 11jährigen schon lang erkannt wurde. Dies bewog mich zu untersuchen, ob diese Eigenthümlichkeit der 11·2jährigen Periode auch durch eine secundäre Periode von der halben Länge erklärt werden könnte. Die Berechnung eines vierten Gliedes (mit $2x$) der Reihe hat die Richtigkeit der Vermuthung vollkommen bestätigt, wodurch ich ferner Veranlassung fand, auch die Reihe der Kometenfunction durch ein solches Glied zu ergänzen. Als die so gefundenen Reihen zur Berechnung theoretischer Curven angewendet wurden, stellte sich besonders in der Sonnenfleckencurve ein früheres Eintreffen der Maxima und Minima gegenüber den wirklichen Wendepunkten heraus. Indem ich dies dem Einfluss der bekannten Anomalie der Sonnenflecken, wornach in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts der mittlere Gang gegenüber dem wirklichen sich theilweise umkehrte, zuschreibe, fand ich es schliesslich zweckmässig, die Constanten des dritten und vierten Gliedes beider Reihen mit Weglassung der Zeit von 1739 bis 1795 (= 56 Jahre = 5 × 11·2 Jahre) neu zu berechnen. Die Übereinstimmung der theoretischen und wirklichen Wendepunkte wurde dadurch für dieses Jahrhundert eine vollständige. Dies gilt selbstverständlich mehr von der zeitlichen Lage als von der Höhe. Bei Bestimmung der übrigen Constanten war vom vorigen Jahrhundert nicht Umgang zu nehmen. Wie man aus der Tabelle erkennt, ist die Kometenfunction von 1777 bis 1780 offenbar viel zu gross, weshalb sich die theoretischen Maxima der 35jährigen Periode dieses Jahrhunderts im Vergleich zu den wirklichen Maximis mit Übertreibung herausstellen. Es ist aber nicht zu bezweifeln, dass die Amplitude dieser Periode der Kometenfunction überhaupt grösser ist als die der 11·2jährigen. Für die Sonnenflecken gilt dies natürlich nicht.

Die beiden Reihen, welche sich mit jeder neu abgelaufenen Periode in den Zahlenwerthen und wahrscheinlich auch in der Form verbessern lassen werden, lauten dermalen

1. Für die Sonnenflecken-Relativzahlen:

$$10\cdot260 . \sin\left(244°25' + \frac{4}{25}x\right) + 2\cdot099 . \sin\left(201°6' + \frac{8}{25}x\right) +$$
$$+ 11\cdot218 . \sin(135°0' + x) + 2\cdot787 . \sin(284°27' + 2x).$$

2. Für die Kometenfunction:

$$0\cdot2019 . \sin\left(223°9' + \frac{4}{25}x\right) + 0\cdot3980 \cdot \sin\left(9°52' + \frac{8}{25}x\right) +$$
$$+ 0\cdot1495 . \sin(148°29' + x) + 0\cdot0687 . \sin(193°16' + 2x).$$

Beiliegende Tafel zeigt den wirklichen und den theoretischen Gang in Diagrammen. Die wirkliche Sonnenfleckencurve entspricht den Jahresmitteln der ausgeglichenen monatlichen Relativzahlen, da ich meinen früheren Untersuchungen auch immer diese Reihe zu Grunde gelegt habe. Man kann übrigens zeigen, dass die ursprünglichen jährlichen Relativzahlen zu den gleichen Ergebnissen führen. Die Diagramme zwei und vier geben die theoretischen Curven, so dass die vollen Linien dem Gange der für jedes Jahr dieses Jahrhunderts berechneten Summe aller vier Glieder obiger zwei Reihen, die gestrichelte Linie aber nur der Summe der zwei ersten Glieder entspricht. (Da $x = 0$ für 1739, so ist für das laufende Jahr: $\frac{4}{25}x = 87°25'42\cdot9''$, $\frac{8}{25}x = 174°51'25\cdot7''$, $x = 6°25'42\cdot9''$, $2x = 12°51'25\cdot8''$.)

Obschon bei Berechnung der Constanten nur bis 1879, beziehentlich 1884 gegangen wurde, so ist die Übereinstimmung mit dem wirklichen Gange gleichwohl bis zur Gegenwart eine sehr gute, und es ist daher nicht zu bezweifeln, dass dieser Parallelgang mindestens noch ein Jahrzehnt bleiben wird.

Der Übelstand, dass die Factoren $a_1 \ldots a_4$ etwa um die Hälfte zu klein sind, wurde durch einen entsprechend grösseren Masstab für die Ordinaten der theoretischen Curven ausgeglichen.

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die ausführliche Beweisführung und Discussion einer grösseren Abhandlung vorbehaltend, sei hier noch Folgendes bemerkt.

Wolf's Ansichten, dass die seculäre Periode der Sonnenflecken entweder $83^1/_3$ oder $66^2/_3$ Jahre betrage und dass dieselbe durch die Interferenz der 11jährigen mit einer 10 und $8^1/_3$jährigen zu erklären sei, welche Ansichten Wolf übrigens nur mit aller Reserve ausgesprochen hat, sind zum grösseren Theile unhaltbar. Dass $83^1/_3$ Jahre nicht stimmt, geht schon aus Wolf's Merkmal hervor (Nr. 74 seiner Mittheilungen), wornach diese Periode den Vorzug vor $66^2/_3$ Jahren verdienen würde, wenn das nächste grosse Maximum der Sonnenflecken erst 1955 eintreffen sollte. Nun erkennt man aber schon 1893/94 eine Hebung des Maximums gegenüber 1883/84, und es ist daher kaum zu bezweifeln, dass schon in den nächsten zwei Decennien verstärkte Maxima auftreten werden. Ob $66^2/_3$ besser stimmt als 70 Jahre, ist freilich noch abzuwarten. Obschon das Bestehen untergeordneter Perioden von $8^1/_3$ und 10 Jahren zugegeben werden muss, zumal da es ganze Scharen kleinerer Perioden gibt, so macht sich doch eine von 5·6 Jahren neben der 11·2jährigen viel deutlicher bemerkbar. Wolf ist jedoch bei der betreffenden Untersuchung nicht unter 8 Jahre herabgegangen.

Mit der 35jährigen Periode der Klimaschwankungen zeigt die säculare Periode der Kometenfunction nicht blos »eine entfernte Ähnlichkeit«, sondern eine Übereinstimmung wie keine Periode der einzelnen meteorologischen Elemente, so dass man die angegebene Reihe ganz gut auch auf die Klimaschwankungen anwenden kann. Die Kometenfunction ist dermalen in der Abnahme und wird um das Jahr 1901 ein tiefes Minimum erreichen, ähnlich dem im Anfang der 30er Jahre. Ich behaupte daher zuversichtlich, dass die gegenwärtige Trockenperiode im Grossen und Ganzen — mit zeitweiligen Unterbrechungen natürlich wie alle meteorologischen Perioden — bis in den Beginn des nächsten Jahrhunderts anhalten wird.

Den Ausdruck »Trockenperiode« (Continentalität) nehme ich in dem Sinne wie Brückner, nämlich zur Bezeichnung eines verstärkten Gegensatzes zwischen continentalem und oceanischem Klima, weil die Gebiete mit continentalem Klima zu den Zeiten, in welchen eine Verstärkung des Gegensatzes eintritt, grössere Trockenheit aufweisen, während die Gebiete mit Seeklima (vielleicht auch mit wenig ausgeprägtem continentalen Klima) grössere Feuchtigkeit als zu anderen Zeiten dienen können.

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Digitised by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Autor del

Lith. Anst. Th. Bannwarth Wien.

Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA); Original Download from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl. Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt: Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.

Jahr/Year: 1897

Band/Volume: 64

Autor(en)/Author(s): Unterweger Johann

Artikel/Article: Über zwei trigonometrische Reihen für Sonnenflecken, Kometen und Klimaschwankungen. (Vorläufige Mittheilung.) (Mit 1 Tafel.) 67-71