Beiträge zur Morphologie des Höhlensinters

2. Mitteilung

Von Herbert W. Franke (Kreuzpullach)

Die bizarren Formen mancher Tropfsteinformationen erzeugen den Eindruck der Unordnung und des Zufälligen. Da die Makroformen des Sinters aber von einer endlichen Zahl äußerer Einflüsse abhängen, steht fest, daß sie sich vollkommen gesetzmäßig aufbauen. Somit läßt sich die Sintergestalt prinzipiell als mathematisches Problem behandeln. Es muß möglich sein, sie als Lösung einer Gleichung, einer Differential- oder Integralgleichung, als Funktion der lokalen Randbedingungen eindeutig zu erhalten, wenn die physikalischen Bestimmungsstücke bekannt sind. Aber auch wenn das nicht der Fall ist, erscheint es nicht aussichtslos, die fragliche Gleichung empirisch aufzustellen.

Schon eine kurze Überlegung zeigt, daß eine allgemeine Gleichung viel zu kompliziert würde, als daß ihr praktische Bedeutung zukommen könnte. Man wird daher unter vereinfachten Annahmen arbeiten. Erstens sehen wir von allen Detailformen ab, die von Mikroeinflüssen herrühren, von anisotropen Kristallisationserscheinungen, Auftropfhöhen, Mikroorganismen usw. Zweitens werden wir in der ersten Näherung den stationären Zustand voraussetzen — also konstante CO_2-Konzentrationen, Zuflußgeschwindigkeiten usw. Drittens schließen wir Sinterbildung unter Wasser aus. Das heißt, wir beschränken uns auf Fälle, in denen die Kalziumkarbonatlösung die feste Oberfläche, auf der sich der Kalk absetzt, nur in einer so dünnen Schicht überzieht, daß stets Kontakt mit der Luft (der wegen des maßgebenden CO_2-Austausches maßgebend ist [1]) besteht. Und schließlich wird man zunächst Störeinflüsse unberücksichtigt lassen, wie Wind u. ä.

Diese Voraussetzungen scheinen eine gewisse Willkür zu induzieren; in Wirklichkeit aber führen sie zur sogenannten Normalform des Sinters. Sie ist der natürliche Ausgangspunkt für jedes qualitative oder auch quantitative Verständnis der Sintergestalt. Sind wir mit ihren Gesetzen vertraut, so können wir Abweichungen konstatieren und auf ihre Ursachen schließen. Gerade darin liegt aber der praktische Wert solcher Untersuchungen. Es hat wenig Sinn, sich mit seltsamen, vom Gewohnten abweichenden Formen zu beschäftigen, solange die Norm noch nicht beherrscht wird.

Nun gilt es, geeignete Ansätze für die Gleichung zu finden. Es zeigt sich, daß sich schon dabei gewisse Mechanismen der Abscheidung aufklären, wenn man absurde Ergebnisse ausschließt. Mathematisch ist es üblich und in diesem Fall auch angezeigt, das Problem der Einzelerscheinung zugrunde zu legen und von da aus den Schritt zum Gesamtphänomen zu versuchen, das sich dann oft durch Summation oder Integration behandeln läßt. Das gelingt, wenn man — in gewisser Analogie zur Potentialtheorie — von der punktförmigen Quelle ausgeht: Die Lösung entspringt nur einem Punkt. Das ist der auch in der Praxis oft verwirklichte Fall des einzeln stehenden Stalaktiten-Stalagmiten-Paars, das später zur Säule führt. Die Verallgemeinerung davon, die zu sämtlichen denkbaren Situationen leitet, ist die des beliebig dicht verteilten Feldes von verschieden starken Quellen.

Betrachten wir zunächst die Bodenformation. Zwischen ihr und der Deckenformation besteht, wie früher bewiesen wurde (2), ein Unterschied. Eine weitere Vereinfachung ergibt sich dadurch, daß wir uns auf horizontale Auftropfstellen beschränken können. Denn beim Auftropfen auf eine geneigte Fläche bildet sich — abgesehen vom mikromorphologisch beeinflußten Anfangszustand — ein Sockel, auf dessen ebenen Scheitel der Tropfen fällt. Somit ist die Gestalt eines Bodenzapfens bis auf die dem Boden unmittelbar benachbarte Region von der Bodenbeschaffenheit und insbesondere von dessen Neigung unabhängig. Einen weiteren Anhaltspunkt gibt das allgemeine glättende Formprinzip für die Bodenformation (2). Es verrät uns, daß die Form rotationssymmetrisch in bezug auf eine senkrechte Achse sein muß. Wenn wir die Sinteroberfläche durch die Höhe h gegen eine horizontale Bezugsebene in Polarkoordinaten angeben, so folgt

$$h = h\,(r). \qquad (1)$$

Das ist die fragliche Kurve, auf die das ganze Problem der Sinterform zurückzuführen ist. Es wird darauf ankommen, für sie die richtige Abhängigkeit von den Parametern zu finden. Wo Daten aus der Erfahrung vorliegen, sind diese zu verwenden, wo nicht, wird man plausible Ansätze suchen, wobei es darauf ankommt, rein empirisch die Formgesetzlichkeit des Tropfsteinmaterials möglichst gut zu erfassen und die Gleichungen an der Wirklichkeit zu verifizieren.

Die Tropfsteinkurve baut sich aus differentiellen Schichten auf, die — da stationärer Zustand vorausgesetzt ist — alle demselben Gesetz folgen. Dieses ist davon abhängig, wie sich die Lösungsflüssigkeit um die Quelle herum verteilt. Diese Verteilung in ihrer Abhängigkeit von den Parametern abzuleiten, wäre der erste Weg zur gesuchten Gleichung.

Hier sei der zweite, der des empirischen Ansatzes, versucht. Aus dem Studium der Sinterformen folgt: Die Gleichung, die h als Funktion von r festlegt, muß in r symmetrisch sein, sie muß vom höchsten Punkt nach beiden Seiten über Wendetangenten von konvex zu konkav wechseln und gegen große r gegen Null abfallen. Daraus folgt folgender Ansatz:

$$h = a \,.\, e^{-\,br^{2n}}. \qquad (2)$$

Eine Diskussion dieser Gleichung ergibt die Bedeutung der Konstanten a, b und n:

a ist die Höhe im Nullpunkt r = O,

b ist ein Maß für die mittlere Breite des Gebildes,

n charakterisiert die Wandneigung, unterscheidet also zwischen Säule (große n) und Kegel (kleine r).

Während b und n bei unveränderten klimatischen und geologischen Bedingungen konstant bleiben, ist a notwendigerweise eine Funktion der Zeit. Die zugehörige zeitfreie Differentialgleichung lautet:

$$\frac{dh}{dr} = -2nbr^{2n-1}h. \tag{3}$$

Ihr gehorchen sämtliche Schichten der Bodenzapfen, die einmal an der Oberfläche lagen, es ist also gleichzeitig die Gleichung, die den Verlauf der oft heller oder dunkler gefärbten Zeitmarkenschichten bestimmt. Weiter wird sie ohne wesentliche Veränderungen auch für Eisbodenformationen gelten, soweit diese nicht nachträglich aufgeschmolzen sind. Und schließlich wird sie auch als Ausgangsgleichung für eine mathematische Erfassung der geometrischen Form von Laugungsdecken dienen können. Das folgt aus der früher gezeigten Analogie der Vorgänge (2) — das Verteilungsgesetz der Ätzwässer über die Decke dürfte dasselbe sein wie das der Lösungswässer über den Boden, und somit muß es zur Ausbildung derselben Formen kommen.

Die expliziten Gleichungen (2 und 3) sind als Vorschläge aufzufassen, die erst an der Natur geprüft werden müssen. Besonders das Studium von Tropfsteinschnitten dürfte hier Aufklärung geben.

L'auteur rapporte que la forme des stalagmites dépend d'un nombre déterminable d'influences extérieures. Il sera donc possible de prendre cette forme extérieure comme fonction des facteurs actifs et de formuler ainsi une équation mathématique. On essaie d'établir une telle équation.

Literaturhinweise:

1. *Bögli, A.:* Die Höhle, 5, Heft 3/4, 36 (1954).
2. *Franke, H. W.:* Die Höhle, 7, Heft 2, 35 (1956).

DRITTER INTERNATIONALER KONGRESS FÜR SPELÄOLOGIE

Troisième Congrès International de Spéléologie

Der Kongreß wird im Jahre 1961 in Wien, Obertraun und Salzburg stattfinden. Das erste Zirkular mit näheren Angaben über den Zeitpunkt des Kongresses, über die Zusammensetzung des Organisationskomitees sowie über das vorgesehene Programm wird voraussichtlich im Dezember 1959 ausgegeben werden. Auskünfte erteilt der Verband österreichischer Höhlenforscher, Wien 2, Obere Donaustraße 99/7/1/3, Österreich.
