

Computersimulationen zum Schichtenbild der Stalagmiten

Von Herbert W. Franke (Egling, Deutschland)

SUMMARY

Computer-modeling of stalagmite-growing helps to understand the mechanisms and processes of speleothem-formation. With

the help of program packages - like „Mathematica“ - 3D-models can be generated and subsequently transferred into 3D-visualisation programs (e.g. „Bryce“).

ALLGEMEINES ZUR MODELLIERUNG DES TROPFSTEINWACHSTUMS

Die formbildenden Prozesse bei der Entstehung von Höhlen sind heute im Prinzip bekannt [Buhmann und Dreybrodt 1985, Dreybrodt 1980, Dreybrodt und Franke 1987]. Zu den wichtigsten Einsichten gehört es, daß Boden- und Deckensintergebilde einen grundsätzlich verschiedenen Formenschatz aufweisen. Insbesondere beim Bodensinter ist der schichtenweise Aufbau besonders deutlich ausgeprägt [Franke 1956 u. 1961]. Was als äußeres Erscheinungsbild auftritt, ist nichts anderes als die Oberfläche der obersten Schicht. Doch auch die Form der darunterliegenden Schichten, die dem Sichteindruck normalerweise verborgen bleibt, ist von wissenschaftlichem Interesse, da sich darin klimaabhängige Sedimentationsprozesse, eine Art Klimakalender, abzeichnen. Besonders wichtig ist die Lage der Schichten auch, wenn es darum geht, die besten Stellen für Probeentnahmen für chemische Untersuchungen oder für Datierungszwecke zu entnehmen.

Aus verschiedenen Gründen ist eine Berechnung des Schichtenbilds schwierig oder unmöglich, dagegen läßt sich mit Hilfe der computerunterstützten Simulation ein guter Einblick in die innere Struktur erzielen. Die ersten Versuche stammen von Dreybrodt und Lamprecht [Dreybrodt u. Lamprecht, ungedruckt 1980], die dazu das spezielle Simulationsprogramm Simula einsetzten; als Ergebnis erhielten sie Querschnitte durch Bodenzapfen. Im folgenden wird beschrieben, wie eine solche Simulation des Schichtenbilds der Stalagmiten auch mit Hilfe üblicher PCs durchgeführt werden kann. Das dazu eingesetzte Programmsystem **Mathematica** (Fa.

Wolfram Research) erlaubt es überdies, von den Querschnittsbildern zu räumlich-perspektivischen Ansichten überzugehen. Dabei wird ein rotationssymmetrischer Aufbau vorausgesetzt.

Dem Beispiel von Dreybrodt folgend wird davon ausgegangen, daß das Kristallwachstum stets senkrecht auf die Basisfläche erfolgt. Daraus ergibt sich ein System orthogonaler Trajektorien, das sich in Abhängigkeit von der gewählten Auflösung in beliebiger Näherung darstellen läßt. Setzt man Rotationssymmetrie voraus, dann kann man das Problem auf zwei Dimensionen beschränken. Zur Erfassung der Geometrie bedarf es noch einer Abfallkurve, die die pro Zeiteinheit abgesetzte Schichtdicke beschreibt. Wegen der vielen, lokal wechselnden Einflußfaktoren läßt sich diese nicht ableiten, vielmehr ist nach jener zu suchen, die die beste Beschreibung liefert. Da die Absetzung des Karbonats dem Ungleichgewicht zwischen dem in der Lösung bzw. in der Luft enthaltenen Kohlendioxid proportional ist und dieses sich im Laufe des Abrinnens der Lösung ausgleicht, sind die abgesetzten Schichten an der Achse am größten und werden gegen die Peripherie zu immer dünner. Dieser Fall entspricht vielen anderen in Physik und Chemie bekannten Prozessen und wird normalerweise mit Hilfe einer sogenannten negativen e-Potenz beschrieben. Während sich Dreybrodt für eine lineare Funktion entschieden hat, wird hier eine quadratische eingesetzt - da sich die Lösung über eine Fläche verbreitet, ist ein quadratisches Abfallgesetz wahrscheinlich. Das im Folgenden wiedergegebene Programm gestattet es,

verschiedene Abfallfunktionen probeweise einzusetzen und am Ergebnis zu kontrollieren. Im Übrigen stellt sich heraus, daß – wie schon früher erkannt wurde [Franke 1956] – verschiedene Funktionen zu keinen wesentlichen Unterschieden führen; bei allen stellt sich während des Wachstums bald eine stationäre Situation ein – in dem Sinn, daß sich haubenförmige Schichten einheitlicher Form senkrecht übereinanderstülpen.

Die angeführten Bildbeispiele (Abb. 1, a – d) zeigen, daß sich die Simulation auch veränderlichen Situationen anpassen läßt, insbesondere einer Änderung der Lösungs-Zufuhr-geschwindigkeit, die deshalb interessant ist, weil sich in ihr die Humidität der betreffenden Klimaphase spiegelt: Der Durchmesser

eines Stalagmiten ist der pro Zeiteinheit zugeführten Lösungsmenge – unabhängig von deren Konzentration – proportional. Im Laufe des Wachstums abnehmende Durchmesser, die zu Kegelformen führen, deuten auf eine Klimaphase zunehmender Trockenheit. Anwachsende Durchmesser, die auf der Spitze stehende Kegel aufbauen, lassen auf einen Anstieg der Feuchtigkeit schließen; allerdings entstehen dabei überhängende Begrenzungsflächen des Stalagmiten, für die nicht mehr die Wachstumsregeln des Bodensinters, sondern jene des Deckensinters maßgebend sind. Folge davon ist, daß solche Gebilde in der Natur zwar vorkommen, jedoch, da sie von Vorhängen verdeckt werden, nicht zu beobachten sind.

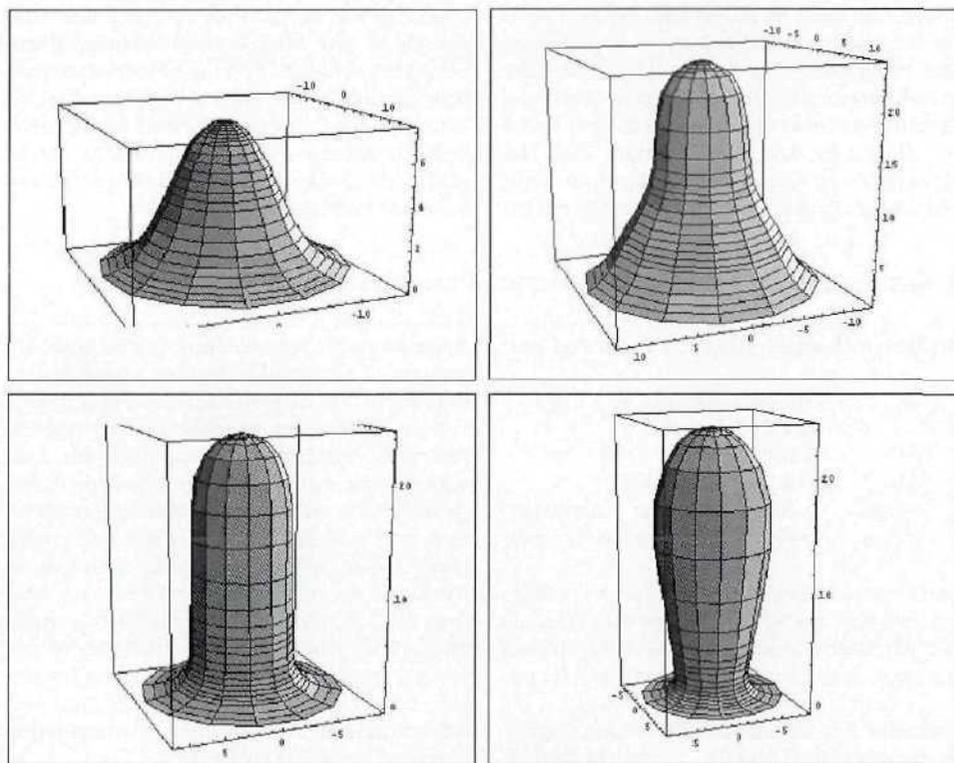


Abbildung 1 (a – d): Mit „Mathematica“ generierte Computersimulationen des Stalagmitenwachstums unter verschiedenen Randbedingungen (siehe Text)

VEREINFACHUNGEN BEI DER SIMULATION

Bei Computersimulationen von Naturvorgängen sind Vereinfachungen unabdingbar; es kommt dann darauf an, inwieweit sie die wesentlichen Eigenschaften des betrachteten Phänomens beschreiben. Eine Vereinfachung bei der Modellierung von Stalagmiten ist die vorausgesetzte Rotationssymmetrie. Wenn man nur einzelne Sintergebilde betrachtet und Überlagerungen außer acht läßt, dann wirkt sich diese Maßnahme nur in der Initialphase des Wachstums aus, die darauf ansetzende stationäre Form erweist sich, wie erwähnt, als eine eindeutige Funktion der berücksichtigten Parameter, unabhängig von der Form der Untergrunds und der untersten Schichten. Man kann den Modellstalagmiten also auf einer ebenen Basisfläche aufwachsen lassen und stellt trotzdem jene Formen richtig dar, die in Naturhöhlen ins Auge fallen. Das Programm erlaubt allerdings auch die Annahme eines unebenen Bodens, soweit die Rotationssymmetrie beibehalten wird. Dabei ist allerdings darauf zu achten, daß die Höhenkoordinaten der Stützpunkte stetig abfallen; andernfalls würde jener Fall eintre-

ten, bei dem sich die Lösung in Vertiefungen sammelt, so daß die Grundvoraussetzung der Kalkausscheidung bei Bodenformen - jene aus dünnen Filmen - nicht mehr gegeben wäre. Auf diese Weise kann man sich auch durch Simulationsversuche davon überzeugen, daß die stationären Formen von der Auflageform unabhängig sind. Im übrigen wäre es möglich, das Programm auf den asymmetrischen Fall zu erweitern, allerdings mit einer gehörigen Steigerung des Rechenaufwands. Mit solchen Programmen ließen sich dann auch Ensembles von Stalagmiten mit Überlagerungen, wechselnden Quellpunkten usw. darstellen.

Eine andere Vereinfachung betrifft die Genauigkeit der Darstellung, die im betrachteten Fall von der Zahl der Stützpunkte und der Dicke der übereinander angeordneten Schichten abhängt. Prinzipiell kann man mit beliebig feinen orthogonalen Netzen rechnen und sich dabei dem wirklichen Zustand beliebig nähern - allerdings ist dem durch steigende Rechenzeit und Speicherbedarf bald eine Grenze gesetzt.

3. BESCHREIBUNG DES MATHEMATICA-PROGRAMMS

Die wählbaren Anfangsbedingungen drücken sich durch folgende Parameter aus:

dic	Dickenzuwachs der Schicht pro Zeiteinheit
pz	Zahl der Stützpunkte
rep	Zahl der Schichten
xfolge	x-Koordinaten der Stützpunkte
yfolge	y-Koordinaten der Stützpunkte

Im iterativen Abschnitt (**do**-Schleife) werden von den Stützpunkten aus senkrechte Gerade zur nächsten Generation von Stützpunkten gezogen. Dazu wird der Dickenzuwachs pro Zeiteinheit $dic \cdot j$ berechnet, wobei j die Nummer des aktuellen Stützpunkts angibt. In der Abfallfunktion $dic \cdot \text{Exp}[-(\text{bogenlänge}[j] / r)^2]$ ist r dem Radius der stationären Abschnitte der Bodenzapfen gleich. Der mit

if eingeleitete Teil des Programms erlaubt die *Anpassung an verschiedene Bildungsbedingungen*, u.zw. mit konstanter, stetig veränderlicher oder abgestufter Wasserzufuhr-geschwindigkeit. Im abschließenden letzten Abschnitt werden die Stützpunkte für den nächsten Lauf der Schleife in passende Form gebracht. Da sich die achsensnahen Trajektorien im Laufe der Iteration mehr und mehr nach außen neigen, vergrößern sich ihre Abstände so sehr, daß der Linienzug, mit dem die Schichtoberfläche beschrieben wird, zu stark vergrößert wird. In ähnlicher Weise wie bei Dreybrodt werden daher neue Trajektorien zwischenengeschoben; um die Zahl der Stützpunkte nicht zu erhöhen, wird dann der äußerste der Reihe entfernt.

Als Ergebnis erhält man Querschnitte durch Bodenzapfen, in denen der Schichtaufbau

FOTOREALISTISCHE COMPUTERBILDER SINTERERERFÜLLTER HÖHLENRÄUME

Zum wissenschaftlichen Aspekt der Sinterformen ist in letzter Zeit noch ein weiterer hinzugekommen, u.zw. die realistische Darstellung von Höhlenräumen. Für pädagogische Zwecke beispielsweise wäre die Möglichkeit, das Wachstum von Tropfsteinen im Zeitraffer darzustellen, höchst interessant, doch auch an computeranimierten Fahrten durch Höhlenräume für Filme oder Computerspiele besteht Interesse. Dabei wird die grundsätzliche Frage berührt, wie weit computergenerierte Nachbildungen natürlicher Objekte dem vorgegebenen Formenschatz überhaupt entsprechen müssen. Im Fall von Gebirgslandschaften beispielsweise begnügt man sich meist mit einem fraktal gegliederten Relief – eine Vereinfachung, die auch

mancher Laie als unecht empfindet. Auch Clifford Pickover, von dem sehr eindrucksvolle computergenerierte Simulationen von Höhlenräumen stammen [Pickover 1998], beschränkt seine Darstellung auf die mathematisch und computergrafisch viel leichter erfassbaren Deckenformen und stellt die Bodenformen als Spiegelbilder der Deckenformen dar.

Programmtechnisch ist es leicht, die mit dem Mathematica-Programm aufgebauten Stalagmiten in computergrafisch erzeugte Bilder von Höhlenräumen zu importieren und damit auch den Bodensinter realistisch darzustellen. Gute Voraussetzungen dafür bietet das Programmsystem Bryce (Fa. Meta-Creations), mit dem sich realistische Gelän-

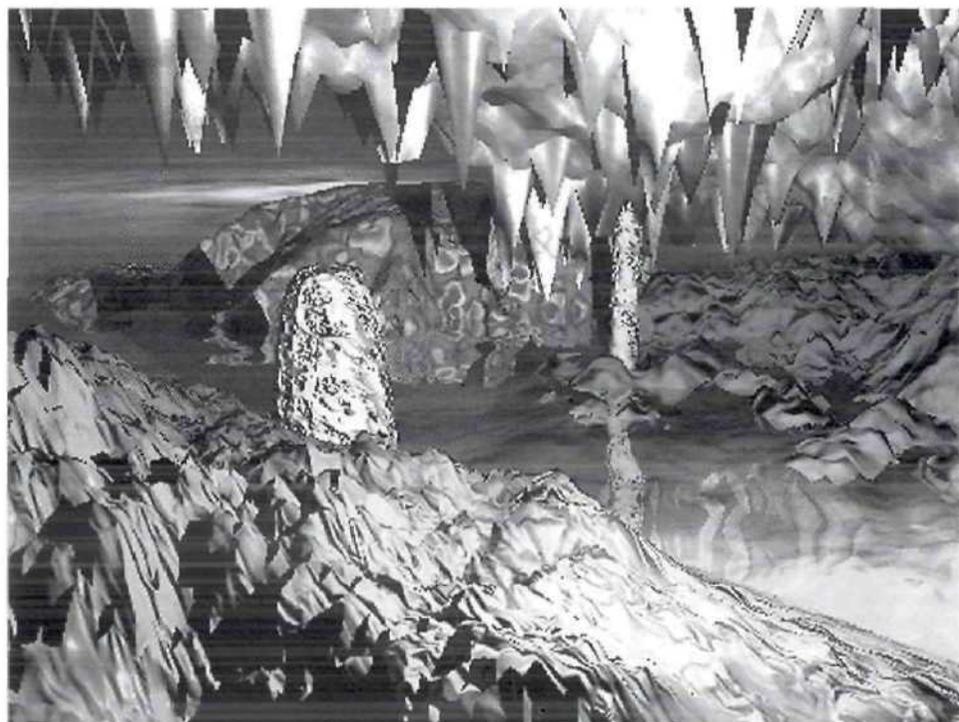


Abbildung 3 (a+b): Mit dem Programmpaket Bryce generierter Höhlenraum. Die Stalagmiten – mit Mathematica

deformieren lassen – z.B. erodierte Bodenpartien. Es bietet weiter eine breite Palette von Farben und Texturen, die man einzelnen Objekten oder Objektgruppen zuordnen kann. Schließlich lassen sich in den dreidimensional-perspektivisch konzi-

pierten Räumen Lichtquellen positionieren, um die Szene gut auszuleuchten – eine Aufgabe, die in frappanter Weise jener des Höhlenfotografen entspricht, der nach den günstigsten Stellen für die Anordnung der Blitzlichtlampen sucht (Abbildung 3, a+b).

LITERATUR

Buhmann, D. und Dreybrodt, W. (1985): The Kinetics of Calcite Dissolution and Precipitation in Geologically Relevant Situations of Karst Areas, Chem. Geol. 48.

Dreybrodt, W. (1980): Deposition of Calcite from Thin Films of Natural Calcareous Solutions and the Growth of Speleothems, Chem. Geol. 29.

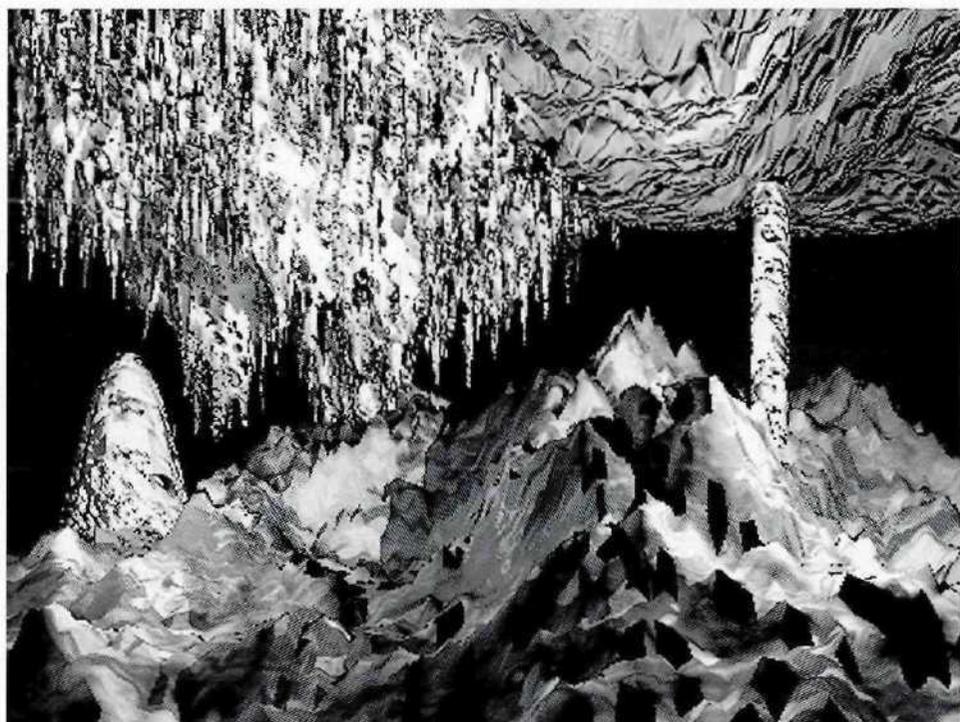
Dreybrodt, W. und Lamprecht, G. (ca. 1980): Computer-Simulationen des Wachstums von Stalagmiten. - (Manuskript)

Dreybrodt, W. und Franke, H.W. (1987): Wachstumsgeschwindigkeiten und Durchmesser von Kerzenstalagmiten, Die Höhle, 38.

Franke, H.W.: (1956): Beiträge zur Morphologie des Höhlensinters I, Die Höhle, 7.

Franke, H.W. (1961): Der schichtweise Aufbau des Bodenzapfens, Akten d. 3. Internat. Kongresses f. Speläologie 1961 in Wien, Obertraun, Salzburg, II, 63.

Pickover, C.A. (1998): Cavern Genesis as a Self-Organizing System, Leonardo, 31.



erstellt – wurden in das Bryce-Bild integriert.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Die Höhle](#)

Jahr/Year: 2000

Band/Volume: [051](#)

Autor(en)/Author(s): Franke Herbert W.

Artikel/Article: [Computersimulationen zum Schichtenbild der Stalagmiten 66-71](#)