Die physikalischen Eigenschaften der Krystalle*).

Von Professor Dr. Zech.

(Hiezu Tafel II., III. u. IV.).

b) Optisch zweiaxige Krystalle.

1) Optische Axen. In den zwei- und zweigliedrigen, zwei- und eingliedrigen und ein- und eingliedrigen Krystallsystemen gibt es keine Axe, um welche ringsum Alles symmetrisch ist: wir müssen also annehmen, dass in ihnen die Elasticität um irgend einen Punkt durch ein Ellipsoid mit drei verschiedenen Axen vorgestellt ist, und um einen Anhaltspunkt für mögliche Bewegungen des Lichts im Krystall zu erhalten, ist es nöthig, ein solches Ellipsoid auf seine verschiedene Schnitte hin näher zu betrachten, da ja durch die Axen der Schnitte die Schwingungsrichtungen und Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der auf den Schnitten senkrechten Strahlen bestimmt sind.

Jede Ebene, die durch die Mitte des Ellipsoids geht, schneidet dasselbe in einer Ellipse. Die Axen dieser Ellipsen können die verschiedenste Lage haben, sie sind nicht mehr so einfach orientirt, wie bei dem Umdrehungsellipsoid, wo immer eine Axe in den Aequator fällt. Zunächst ist klar, dass es unter diesen Ellipsen Kreise geben muss. Denken wir uns nämlich durch die mittlere Axe eine Ebene gelegt, die vorerst auch durch die kleinste gehe, und drehen wir diese Ebene nach der einen oder andern Seite

*) Schluss des Aufsatzes im Jahrgang XXI., pag. 227.

hin bis sie durch die grösste Axe geht, so erhält man der Reihe nach Schnitte, deren eine Axe mit der mittlern Axe des Ellipsoids zusammenfällt, also beständig gleich bleibt, während die andere von der Grösse der kleinsten bis zu der der grössten zunimmt. Zwischen hinein muss sie also einmal der mittlern Axe des Ellipsoids gleich werden, dann hat die Ellipse zwei gleich grosse Axen, d. h. sie ist ein Kreis. Ein Lichtstrahl, der sich senkrecht zu diesem Schnitte fortpflanzt, kann jede beliebige Schwingungsrichtung haben: die Richtung des Strahls trägt wieder wie früher den Namen „optische Axe“ und da es zwei solche Richtungen gibt, so nennt man die hieher gehörigen Krystalle „optisch zweiaxige“. Um sich bei einem optisch einaxigen Krystalle zu orientiren, braucht man nur die Lage der optischen Axe zu kennen, weil rings um dieselbe alles gleich ist. Beim optisch zweiaxigen Krystalle ist das anders: es ist desswegen nöthig, bei ihm noch einige Begriffe einzuführen. Die optischen Axen fallen in die Ebene der grössten und kleinsten Axe des Ellipsoids, der grössten und kleinsten Elasticitätsaxe; sie schliessen einen spitzen und einen stumpfen Winkel ein; die Elasticitätsaxe, die in den spitzen Winkel fällt, heisst Mittellinie, so lange es sich nur um ihre Richtung, nicht um ihre Grösse handelt; die in den stumpfen Winkel fallende heisst Supplementarlinie und die zur Ebene der optischen Axen senkrechte Elasticitätsaxe heisst Perpendikularlinie. Da die optischen Axen immer in der Ebene der grössten und kleinsten Elasticität liegen, so ist die Perpendikularlinie stets Richtung der mittlern Elasticität. Die Mittellinie kann Richtung der kleinsten oder grössten Elasticität sein, je nachdem die optischen Axen näher an der Axe der kleinsten oder grössten Elasticität liegen, was eben von der Grösse der einzelnen Elasticitäten abhängt. Beide Fälle kommen in der Natur vor und man unterscheidet darnach positive und negative Krystalle; der Topas ist positiv, seine Mittellinie ist Axe der kleinsten Elasticität; Arragonit ist negativ, seine Mittellinie ist Axe der grössten Elasticität. Will man den Ausdruck Elasticität vermeiden, so kann man sagen: die Schwingungen parallel der Mittellinie pflanzen sich bei positiven Krystallen mit der kleinsten, bei negativen mit der grössten Geschwindigkeit fort, und dann passt dieselbe Erklärung auch für positive und negative einaxige Krystalle, wenn man optische Axe statt Mittellinie setzt. Denn bei einaxigen Krystallen gehören Schwingungen parallel der optischen Axe ausserordentlichen Strahlen an und diese pflanzen sich bei positiven Krystallen langsamer, bei negativen schneller fort, als die ordentlichen, wie früher aus einander gesetzt wurde. Ein praktisches Verfahren, um angeben zu können, ob ein zweiaxiger Krystall positiv oder negativ ist, wird später angegeben werden.

Längs jeder der Elasticitätsaxen können sich zwei Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungen und Fortpflanzungsgeschwindigkeiten durch die beiden andern Elasticitätsaxen bestimmt sind. Z. B. längs der Mittellinie pflanzen sich zwei Strahlen fort, von denen der eine parallel der Supplementarlinie, der andere parallel der Perpendikularlinie schwingt. Ist der Krystall positiv, so pflanzen sich die ersten Schwingungen schneller fort als die zweiten, weil nach dem obigen, die mit der Mittellinie parallelen Schwingungen sich am langsamsten, also die der Supplementarlinie parallelen am schnellsten sich fortpflanzen. Man hat somit zwei Strahlen mit zu einander senkrechten Schwingungen und verschiedenen Geschwindigkeiten auf gleichem Weg. Denken wir uns den bestimmten Fall, dass der Krystall senkrecht zu seiner Mittellinie geschliffen, also durch zwei zur Mittellinie senkrechte Ebenen begrenzt sei, so wird ein auf die erste Ebene senkrecht auffallender Strahl im Krystall in der Richtung der Mittellinie weiter gehen und in jene zwei Strahlen mit verschiedenen Schwingungsrichtungen und verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten sich theilen. Da aber mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit auch die Wellenlänge sich ändert, weil die Wellenlänge der während der Schwingungsdauer zurückgelegte Weg ist, und die Schwingungsdauer einer bestimmten Lichtart unter allen Umständen gleich bleibt, so sind die Lichtwellen des einen Strahls andere als die des zweiten, und zwar sind die Wellenlängen, die zu den der Supplementarlinie parallelen Schwingungen gehören, die grösseren, weil für sie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit die grössere ist. Denkt man sich also für einen bestimmten Moment die Wellenlängen auf die zwei zusammenfallenden Strahlen aufgetragen, die einen in der Ebene der optischen Axen grösser, die andern in der zur Ebene der optischen Axen senkrechten Ebene kleiner, so sieht man, dass die aus dem Krystall wieder austretenden Strahlen einen bestimmten Gangunterschied im Krystall erhalten haben, ein Gangunterschied, der für denselben Krystall mit der Dicke wächst. Ausserhalb des Krystalls erhalten beide Strahlen wieder die ursprüngliche Wellenlänge und behalten also von da an den im Krystall gewonnenen Gangunterschied. Man sieht also, dass die Wirkung des Krystalls auf den einfallenden natürlichen Strahl keine Ablenkung von der Richtung, wohl aber eine Theilung in zwei rechtwinklig polarisirte, der eine in der Ebene der optischen Axen, der andere senkrecht dazu schwingend, mit einem bestimmten mit der Dicke des Krystalls wachsenden Gangunterschied ist. Eine direkte Erkennung dieses Gangunterschieds ist natürlich auch hier wieder unmöglich, nur die Folgen desselben lassen sich mit den Augen beurtheilen, und das sind die Farben dünner Krystallblättchen, welche senkrecht zur Mittellinie geschliffen oder gespalten sind. Es ist genau dieselbe Erscheinung, welche bei der Ringbildung des Kalkspath eintritt: wir haben ja wieder zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Lichtstrahlen mit einem bestimmten Gangunterschied und es können alle die verschiedenen Fälle eintreten, die dort vorkamen. Zum Beispiel: das auf das Blättchen fallende Licht schwinge in der Ebene der optischen Axen, man hat also nur einen Strahl und in Folge dessen, wenn das zweite Polarisationsmittel jene Schwingungen durchlässt, hell und wenn es nur die zur Ebene der optischen Axen senkrechten Schwingungen durchlässt, dunkel und zwischen hinein bei andern Stellungen des zweiten Polarisationsmittels eine Schattirung zwischen hell und dunkel. Solange also die Ebene der optischen Axen oder überhaupt die Ebene zweier Elasticitätsaxen des Blättchens parallel ist den Schwingungen, die das erste Polarisationsmittel durchlässt, so lange hat man Abwechslung zwischen hell und dunkel ohne Farben, wenn man dem zweiten Polarisationsmittel verschiedene Stellungen gibt, entsprechend dem weissen und schwarzen Kreuz beim Kalkspath. Bildet dagegen jene Ebene einen Winkel mit den Schwingungen des ersten Polarisationsmittels, so entstehen zwei Strahlen, einer in jener ersten Ebene, der andere senkrecht dazu schwingend, und diese zwei treten mit einem bestimmten Gangunterschied aus dem Blättchen. Zerlegt man dann ihre Schwingungen nach der Schwingungsebene des zweiten Polarisationsmittels, so hat man zwei Strahlen mit Schwingungen in einer Ebene und einem gegebenen Gangunterschied; diese zwei Strahlen interferiren, geben hell oder dunkel oder eine Schattirung von beiden, je nachdem der Gangunterschied nur ganze Wellenlängen, oder noch eine halbe, oder noch einen beliebigen Theil einer Wellenlänge beträgt und wenn das Licht homogen ist. Wenn aber das Licht weisses ist, so wird jede Farbe eine andere Schattirung erhalten, weil der Gangunterschied von der Wellenlänge abhängt und diese für jede Farbe anders ist. Man erhält also eine Mischung aus einer Reihe mehr oder weniger gedämpften Farbentönen. Dreht man das zweite Polarisationsmittel um einen Rechten, so erhält man aus demselben Grunde, wie früher beim Kalkspath gezeigt wurde, die complementäre Erscheinung. Am leichtesten zeigt sich alles dieses an Gyps- und Glimmerblättchen, da sich diese fein spalten lassen. Beim Gyps enthalten die Blättchen die optischen Axen, beim Glimmer stehen sie senkrecht auf der Mittellinie. Bei dickeren Platten zeigen sich keine Farben mehr, sondern nur hell und dunkel bei den oben genannten Hauptstellungen. Der Grund davon ist, dass bei dicken Platten der Gangunterschied sehr gross ist, also von einer Farbe zur andern, z. B. von gelb zu grün schon um mehrere Wellenlängen zunimmt. Da nun alle Farben, deren Gangunterschied eine halbe Wellenlänge ist, ausgelöscht werden, so sieht man, dass zwischen gelb und grün in unserem Beispiel eine Reihe von Nuancen aufgehoben werden, zwischen hinein aber wieder volle Beleuchtung fällt. Von der ganzen Farbenreihe von roth bis violet fehlen also eine ganze Reihe von Nuancen, aber eben so viele zwischen hinein sind nicht aufgehoben. Man denke sich die Farben in das Spektrum ausgebreitet und nun in dem Spektrum eine Reihe dunkler Linien in gleichem Abstand nahe bei einander, weil auf irgend welche Weise die entsprechenden Farben ausgelöscht wurden. Vereinigt man wieder alle Farben zu einem Totaleindruck, so erhält man weiss, nur mit etwas geringerer Intensität. Bei einer dünnen Platte hätte man sich im Spektrum wenige, breite dunkle Striche zu denken; dabei fallen dann nicht bloss einzelne Nuancen, sondern ganze Farben aus; ja bei sehr dünnen Platten kann es vorkommen, dass die dunkeln Streifen die Hälfte oder einen noch grössern Theil des Spektrums auslöschen und dann hat man natürlich einen ganz bestimmt-ausgesprochenen Farbenton. Man kann diess unmittelbar nachweisen, indem man das Licht, das aus dem Krystall austritt, mit dem Prisma zerlegt: bei dicken Platten erhält man ein Spektrum mit vielen feinen Linien, bei dünnen ein Spektrum mit einigen breiten dunkeln Streifen.

2) W e l l e n f l ä c h e. Die Schwingungsrichtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Strahls, der in der Richtung einer der optischen Axen oder einer Elasticitätsaxe sich bewegt, ist in der vorhergehenden Nummer bestimmt. Es handelt sich noch darum sie zu bestimmen für irgend einen andern Strahl. Es gibt eine äusserst einfache Construction zur Bestimmung der Schwingungsrichtung und zur Uebersicht über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, eine Construktion, die auf geometrischen Eigenschaften des Elipsoids beruhen, die sich natürlich hier nicht auseinander setzen lassen. Wenn man in einer Ebene zwei feste Punkte, Pole, Brennpunkte, hat und den geometrischen Ort eines veränderlichen Punkts sucht, dessen Entfernungen von den festen Punkten eine gegebene Summe oder Differenz haben, so erhält man eine Ellipse oder Hyperbel. Dieser Satz lässt sich auch auf den Raum ausdehnen. Hat man im Raum zwei sich schneidende gerade Linien als fest angenommen, und bestimmt man den geometrischen Ort einer dritten Geraden durch den Schnittpunkt der zwei ersten so, dass die Summe oder Differenz der zwei Winkel, welche die dritte Gerade mit den zwei ersten bildet, immer gleich einem gegebenen Winkel ist, so erhält man einen Kegel. Jene zwei festen Geraden heissen Fokallinien. Bei der Ellipse halbirt die Normale in irgend einem Punkt den Winkel der zwei Brennstrahlen

an den Punkt, bei dem Summenkegel — um ihn kurz so zu nennen — halbirt die Normalebene des Kegels durch irgend einen seiner Mantellinien, den Winkel der zwei Ebenen durch diese Mantellinie und die Fokallinien. Bei der Hyperbel gilt derselbe Satz, wenn man Berührungsebene statt Normalebene setzt. Diese Kegel sind für die optischen Eigenschaften der zweiaxigen Krystalle von grossem Interesse, weil sie zur Lichtbewegung in äusserst einfacher Beziehung stehen.

Construirt man um die optischen Axen als Fokallinien eine Reihe von Summenkegeln, so ist eine der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten für alle Strahlen, die auf den Kegel fallen, dieselbe, und die Schwingungsebenen dieser Strahlen sind die Normalebenen zum Kegel. Ebenso ist für jeden Differenzkegel, dessen Fokallinien die optischen Axen sind, eine der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten aller auf den Kegel fallenden Strahlen dieselbe und die Schwingungsebenen dieser Strahlen sind die Normalebenen zum Kegel. Durch jede Gerade geht ein Summenkegel und ein Differenzkegel, nach jeder Geraden pflanzen sich also zwei Strahlen mit verschiedenen Geschwindigkeiten fort, mit Schwingungsebenen die senkrecht auf einander stehen, woraus wir, wenn es die Construktion der Kegel und ihrer Normalebenen nicht schon für sich geben würde, nachträglich schliessen könnten, dass jeder Summenkegel jeden Differenzkegel senkrecht durchschneidet und umgekehrt. Namentlich einfach ist jetzt die Construktion der zwei Schwingungsebenen eines bestimmten Strahls: man hat nur durch ihn und die optischen Axen zwei Ebenen zu legen und ihre zwei Winkel zu halbiren, um die Schwingungsebenen zu haben.

Vermittelst dieser Kegel gleicher Geschwindigkeit kann man am einfachsten die Form der Wellenfläche der zweiaxigen Krystalle bestimmen, d. h. der Fläche, bis zu welcher sich die von einem Punkte innerhalb des Krystalls ausgehenden verschiedenen Strahlen in einer bestimmten Zeit fortpflanzen. Diese Fläche ist eine für die Anschauung sehr complicirte, wenn es sich um die genauen Verhältnisse handelt. Will man bloss ein allgemeines Bild, so kann man diess folgendermassen gewinnen: man denke sich zwei concentrische Ellipsoide mit gleichen Axenrichtungen, das eine ganz innerhalb des andern, und auf jedem die vier Punkte bezeichnet, in welchen die zwei optischen Axen des Elasticitätsellipsoids, das mit den genannten Ellipsoiden gleichen Mittelpunkt und gleiche Axenrichtungen hat, ihre Oberflächen treffen. Diese Oberflächen denke man sich nun als elastische Hüllen und ändere ihre Form dadurch ab, dass man je zwei Punkte beider, die auf derselben optischen Axe nach einer Seite vom Mittelpunkt aus liegen, einander nähert bis sie sich treffen, und dann verbinde man sie fest. In Folge dessen erhält die äussere Hülle eine trichterförmige Vertiefung in jenen vier Punkten, die innern an denselben Punkten eine kegelartige Erhebung. Man hat also zwei Hüllen oder Mäntel, einen innern und einen äussern, die nur in jenen vier Punkten zusammenhängen, deren Verbindungslinien mit dem Mittelpunkt beider Flächen die optischen Axen sind.

3) Konische Brechung. Fresnel hat zuerst die Form dieser Fläche kennen gelernt. Hamilton untersuchte sie näher, insbesondere mit Rücksicht auf die Verhältnisse in der Nähe jenes Trichters des äussern Mantels. Er fand, dass der obere Rand des Trichters einen Kreis bildet, so dass eine auf den Trichter gelegte ebene Fläche den ausgehöhlteu Raum vollkommen abschliesst und die Fläche in einem Kreise berührt. Diese Eigenthümlichkeit führt nun zu ganz merkwürdigen Schlüssen über Strahlen, deren Richtung und Fortpflanzung mit den besondern Verhältnissen des Trichters zusammenhängen. Jeder Berührungsebene der Wellenfläche entspricht ein bestimmter Strahl, der vom Mittelpunkt der Fläche zum Berührungspunkt gehende; die Berührungsebene heisst die zum Strahl gehörige Wellenebene und ihr entspricht immer eine und dieselbe Wellenebene ausserhalb des Krystalls, zu welcher der Strahl ausserhalb senkrecht ist. Wenn es also eine Berührungsebene gibt, welche in unendlich vielen Punkten, in einem Kreise, die Wellenfläche berührt, so gibt es zu dieser Wellenebene unendlich viele Strahlen, einen Kegel von Strahlen, dessen Spitze der Mittelpunkt der Wellenfläche und dessen Basis jener Kreis ist. Dieser Wellenebene im Krystall entspricht aber ausserhalb wieder eine Wellenebene und daher ein einziger oder unendlich viele parallele Strahlen, so dass man

zu dem Schlusse kommt, dass es einen bestimmten einfallenden Strahl geben müsse, der sich im Krystall in unendlich viele auf einem Kegel liegende Strahlen theile und dann als Strahlencylinder wieder austrete, im Allgemeinen als elliptischer Cylinder, da der Kegel die zweite Fläche des Krystalls im Allgemeinen in einer Ellipse schneidet. Diese sonderbare Folgerung der Theorie wäre sicherlich ein gewichtiger Beweis gegen die Richtigkeit der Fresnel'schen Theorie der Bewegung des Lichts in Krystallen, wenn nicht Lloyd sie am Arragonit nachgewiesen und durch Messung gezeigt hätte, dass die Beobachtung vollkommen mit der Rechnung stimmt, und es ist so diese Sonderbarkeit gerade der bedeutendste Beweis für die Richtigkeit der Undulationstheorie geworden: Niemand der sich einige Mühe gibt, in die Sache hineinzusehen, wird daran denken, diese Zertheilung eines Strahls in einen Strahlenkegel vermittelst der Emissionstheorie zu erklären, so wenig als das Newton'sche Gesetz der Gravitation in Zweifel gezogen werden kann, seitdem es zur Entdeckung des Neptun und des Siriustrabanten geführt hat.

Um die Erscheinung, die sogenannte konische Brechung, zu beobachten, klebt man auf eine nahe senkrecht zu einer optischen Axe geschliffene Fläche des Krystalls ein Stanniolblättchen und durchbohrt dieses irgendwo mit einer feinen Nadel, um sozusagen nur einen Lichtstrahl durchzulassen. Im Allgemeinen sieht man nun beim Durchsehen durch den Krystall nach dieser feinen Oeffnung, wenn sie von hinten beleuchtet wird, zwei helle Punkte, die zwei durch Doppelbrechung sich trennenden Strahlen, in bestimmter Richtung jedoch sieht man einen geschlossenen hellen Ring. Wenn die Oeffnung im Stanniol nicht sehr fein ist, lässt sich dieser Ring nicht beobachten, weil dann die Verschiebung der kreisförmigen Bilder der Oeffnung kleiner ist als deren Halbmesser, so dass trotz der Verschiebung die Mitte des Rings noch Licht erhält. Bei den meisten Krystallen ist die konische Brechung schwer zu beobachten, am leichtesten noch bei der Weinsäure, wo die Kegelöffnung, d. h. der Winkel zweier gegenüberliegender Mantellinien des Kegels über vier Grade beträgt, während sie beim Arragonit keine zwei, bei den andern

Krystallen meist nicht einen Grad beträgt. Man sieht leicht, dass ein in der Richtung der optischen Axe dickerer Krystall die Erscheinung leichter zeigt, als ein dünnerer, weil die Kegelöffnung immer dieselbe ist, bei längerem Weg im Krystall also die Mantellinien weiter auseinander treten.

Es gibt nun aber noch eine zweite Art konischer Brechung. Auch auf diese hat Hamilton an der Hand der Theorie zuerst aufmerksam gemacht und Lloyd hat sie alsdann experimentell nachgewiesen. Wo die zwei Hüllen der Wellenfläche sich vereinigen, da ist ein besonderer Punkt der Wellenfläche, in welchem nicht bloss eine, sondern unendlich viele Berührungsebenen möglich sind, in ähnlicher Weise wie ein Kegel in seiner Spitze von allen seinen Berührungsebenen berührt wird. Zu allen jenen Berührungsebenen als Wellenebenen gehört ein und derselbe Strahl, der längs einer optischen Axe sich bewegende. Wir haben also hier einen Strahl und unendlich viele entsprechende Wellenebenen; da aber ausserhalb des Krystalls jeder Wellenebene wieder eine entspricht, so erhält man ausserhalb unendlich viele Strahlen, die auf einer Kegeloberfläche liegen. Es muss also einen bestimmten Strahlenkegel geben, der beim Eintreten in den Krystall zu einem einzigen Strahl wird und beim Austreten wieder in einen Strahlenkegel sich ausbreitet. Um diese Erscheinung zu zeigen, hat man den Krystall auf zwei passend gelegenen, zu einer optischen Axe nahe senkrechten Flächen mit Stanniol zu belegen und diesen so zu durchbohren, dass die Verbindungslinie der feinen Oeffnungen genau mit der optischen Axe zusammenfällt. Lässt man nun intensives Licht auf den Krystall fallen, so erscheint auf der andern Seite, auf einem Schirm ein heller Ring, der desto grösser, freilich auch lichtschwächer ist, je weiter man ihn vom Krystall entfernt. Da sich hier der Kegel ausserhalb des Krystalls bildet, so nennt man die Erscheinung die der äussern konischen Brechung, im Gegensatz zum ersten Fall, wo sich der Kegel im Krystall bildet, und der deshalb den Namen der innern konischen Brechung trägt.

Man hat somit bei den Krystallen dreierlei Arten von Brechung zu unterscheiden: Regel ist die Doppelbrechung, wobei ein Strahl in zwei senkrecht zu einander polarisirte sich theilt; Ausnahme ist die einfache, gewöhnliche Brechung, wenn das Licht in der Richtung der optischen Axe eines einaxigen Krystalls sich bewegt und wobei es nicht eine bestimmte Schwingungsrichtung hat, sondern in jeder beliebigen Ebene durch den Strahl schwingen kann; Ausnahme ist ferner die konische Brechung, wobei ein Strahl in unendlich viele sich theilt, von denen jeder eine ganz bestimmte Schwingungsrichtung hat, also polarisirt ist, so dass in dem Kegel alle möglichen Schwingungsrichtungen vertreten sind, die Summe aller im Kegel enthaltenen Strahlen also wieder natürliches Licht gibt.

4) Ringsysteme. Wie bei den optisch einaxigen Krystallen weitläufig auseinandergesetzt wurde, bedingt das Zerfallen der eintretenden Strahlen in zwei senkrecht zu einander polarisirte mit Hilfe der Polarisationsmittel vor und hinter dem Krystall bei einer senkrecht zur optischen Axe geschliffenen Platte die Bildung von Ringfiguren, die durch helle oder dunkle Kreuze durchschnitten sind. Ganz ähnlich ist die Erscheinung bei einer optisch zweiaxigen Platte, die senkrecht zu einer der optischen Axen geschliffen ist, nur weichen die Ringe, je mehr sie sich von der optischen Axe entfernen, desto mehr von der Kreisform ab, weil eben um die einzelne optische Axe keine vollkommene Symmetrie vorhanden ist, und die Ringe werden nur von einem dunkeln Streifen durchzogen, nicht von einem Kreuz. Schleift man aber eine Platte senkrecht zur Mittellinie, so ist es möglich zwei Ringsysteme zugleich zu übersehen, die sich um die zwei optischen Axen bilden, wenn man dafür sorgt, dass die meist sehr divergirenden Strahlen, die in der Richtung der optischen Axen und nachher ausserhalb des Krystalls sich bewegen, zugleich in das Auge treten, indem man das im vorigen Jahrgang S. 273 kurz geschilderte Polarisationsmikroscop anwendet. Betrachtet man die Erscheinung zunächst im homogenen, einfachen Licht, wobei im Fall eines einaxigen Krystalls (voriger Jahrgang S. 270) nur helle und dunkle Kreisringe auftreten, so erhält man bei einem zweiaxigen ebenfalls helle und dunkle Ringe, deren Form nahe mit der der sogenannten Lemniscaten übereinstimmt (Tafel II., Fig. 1). Wählt man zwei feste Punkte und zieht von ihnen aus

Strahlen zu einem dritten Punkt so, dass das Rechteck aus beiden Strahlen immer denselben Werth hat, so erhält man für den geometrischen Ort des dritten Punkts eine Lemniscate. Zunächst, so lange das gewählte Rechteck klein ist, erhält man zwei getrennte nahe kreisförmige Curvenstücke, welche die beiden festen Punkte, die von nun an Pole der Lemniscate heissen sollen, umschliessen. Wird das Rechteck grösser und erreicht es den vierten Theil des Quadrats der Verbindungslinie der Pole, so erhält man die Figur eines Achters, welcher die beiden Pole umschliesst. Wird das Rechteck noch grösser, so erhält man ellipsenartige Figuren, die in der Richtung der kleinen Axe mehr oder weniger eingedrückt sind, und die Verbindungslinie der Pole nur ausserhalb, nicht mehr zwischen beiden Polen schneiden. Sind die zwei Polarisationsmittel vor und hinter dem Krystall gekreuzt, d. h. so gestellt, dass das eine die Schwingungen des andern nicht durchlässt, so werden, wenn die Ebene der optischen Axen mit einer der Schwingungsebenen der Polarisationsmittel zusammenfällt, die Ringsysteme von einem schwarzen Kreuz durchzogen, dessen einer Arm durch die beiden Pole geht, während der andere das Mittenloth der Pole ist. Dreht man von dieser Stellung den Krystall oder beide Polarisationsmittel zugleich, so dass ihre rechtwinklige Lage bleibt, so theilt sich das Kreuz in zwei hyperbolische Büschel, die durch die Pole hindurchgehen, und nach einer Drehung um 45 Grade symmetrisch zur übrigen Figur liegen (Tafel II., Fig. 1), also wenn die Ebene der optischen Axen des Krystalls den Winkel der Schwingungsebenen der beiden Polarisationsmittel halbirt. Diese Trennung des rechtwinkligen Kreuzes in zwei hyperbolische Büschel ist das einfachste Kennzeichen für die Zweiaxigkeit eines Krystalls, wenn dieselbe wie z. B. bei bestimmten Glimmerarten, nicht sehr ausgesprochen ist. Ein einaxiger Krystall kann zwichen den rechtwinklig gekreuzten Polarisationsmitteln beliebig gedreht werden, die Ringfigur bleibt dieselbe, weil eben zur optischen Axe ringsherum alles symmetrisch ist, beim zweiaxigen ändert sich das schwarze Kreuz, es theilt sich in zwei hyperbolische Büschel, merklich selbst wenn die Zweiaxigkeit nur schwach ausgesprochen ist.

Die Strahlen, welche in der Richtung der optischen Axen im Krystall sich bewegen, haben keinen Gangunterschied, weil ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieselbe ist: sie geben die dunkeln Punkte der Lemniscaten, dunkel, weil die Polarisationsmittel gekreuzt sind, also keine Schwingungen in dieser Richtung durchlassen. Der erste jeden Pol umgebende dunkle Ring wird durch Strahlen erzeugt, die einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge haben und desswegen nach dem Durchgehen durch das zweite Polarisationsmittel kein Licht geben (wie bei den einaxigen Krystallen, voriger Jahrgang S. 269). Beim zweiten dunkeln Ring ist der Gangunterschied gleich drei halben Wellenlängen, beim dritten gleich fünf halben u. s. w. Wenn durch die Mitte ein dunkler Ring geht, wie in Figur 4, so kann man sogleich angeben, wie gross der Unterschied ist, in unserm Fall fünf halbe Wellenlängen; wenn aber durch die Mitte kein dunkler Ring geht, so kann man den Gangunterschied bis auf eine halbe Wellenlänge richtig angeben. Die Ringsysteme geben also ein Mittel zur genäherten Bestimmung des Gangunterschieds für Strahlen, die sich längs der Mittellinie fortpflanzen, sie geben aber auch ein Mittel, zu unterscheiden, ob ein Krystall positiv oder negativ ist, d. h. (Nr. 1) ob die Wellenlänge des in der Ebene der optischen Axen schwingenden Strahls die kleinere oder die grössere ist. Das Verfahren besteht darin, dass man einen bekannten Gangunterschied einschaltet und zusieht, ob derselbe den im Krystall vorhandenen vermehrt oder vermindert. Einen solchen liefert am bequemsten eine senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte; bei dieser ist in der Richtung der Axe der Gangunterschied Null, in einer zur Axe geneigten Richtung hat man einen ordentlichen und einen ausserordentlichen Strahl, der ordentliche schwingt senkrecht zur optischen Axe, hat die grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit und daher die grösseren Wellenlängen, enthält also weniger Wellen; der ausserordentliche enthält mehr Wellen, und da er in der Ebene durch den Strahl und die optische Axe schwingt, so enthält die Ebene durch Strahl und optische Axe mehr Wellen, als die dazu senkrechte, und zwar in dem Maasse mehr, als der Strahl einen grösseren Winkel mit der optischen Axe bildet. Hält man also die Quarzplatte über den Krystall im Polarisationsmicroscop, aber da wo das divergirende Licht durch das zweite Linsensystem wieder in convergirendes verwandelt worden ist, also zwischen dieses Linsensystem und das obere Polarisationsmittel, so ändert sich in der Mitte der Lemniscaten Nichts, wenn die optische Axe des Quarzes mit der Axe des Instruments oder der Mittellinie des Krystalls zusammenfällt. Wird nun aber der Quarz so gedreht, dass seine optische Axe in der zur Ebene der optischen Axen des zu bestimmenden zweiaxigen Krystalls senkrechten Ebene sich bewegt, so sieht man durch den Quarz in einer zu seiner Axe schiefen Richtung und hat nach dem Vorigen in der Ebene durch diese Richtung und die Axe des Quarzes mehr Wellen, als in der dazu senkrechten, oder auf den zu bestimmenden Krystall bezogen, in der Ebene senkrecht zur Ebene der zwei optischen Axen mehr Wellen, als in der Ebene der optischen Axen. Ist der Krystall positiv, d. h. hat er in der Ebene der optischen Axen weniger Wellen, so wird also der Gangunterschied im Krystall durch den Quarz noch vermehrt, ist der Krystall negativ, so wird der Gangunterschied im Krystall durch den Quarz vermindert. Wird aber der Gangunterschied in der Mitte der Lemniscaten vermehrt, so nimmt die Zahl der Ringe vom Pol zur Mitte hin zu, bei allmähliger Neigung der Quarzplatte scheinen sich die Ringe gegen den Pol hin zu bewegen, zusammenzuziehen; wird der Gangunterschied kleiner, so wird die Zahl der Ringe vermindert, sie scheinen sich vom Pol gegen die Mitte hin zu bewegen oder auszudehnen. Man kann demnach die Regel folgendermassen aussprechen:

Man halte die Quarzplatte zwischen dem zweiten Linsensystem und dem obern Polarisationsmittel so, dass die optische Axe parallel ist mit der Mittellinie des Krystalls und drehe sie um eine zur Supplementarlinie parallele Linie: ziehen sich die Ringe zusammen, so ist der Krystall positiv, dehnen sie sich aus, so ist er negativ.

Es ist klar, dass man das mit der Quarzplatte beschriebene Verfahren in verschiedener Weise abändern kann. Dreht man z. B. den Quarz um eine zur Perpendikularlinie parallele Gerade, so sind die Erscheinungen die umgekehrten, nimmt man eine Kalkspathplatte, so sind die Erscheinungen die umgekehrten gegenüber vom Quarz, weil der Kalkspath negativ, der Quarz positiv ist. Man kann ferner irgend einen andern Krystall nehmen, um dieses sogenannte Compensationsverfahren anzuwenden, wenn man nur den Gangunterschied in der Richtung kennt, in der man durchsieht.

Da die Weite der Ringe vom Gangunterschied abhängt, der Gangunterschied aber von der Wellenlänge, so müssen die Ringe verschieden sein für verschiedene Farben. Wenn man also nicht, wie bisher angenommen wurde, homogenes Licht, sondern weisses verwendet, so sieht man nicht abwechselnd helle und dunkle Ringe, sondern verschiedenfarbige, entstanden durch Mischung der jeder einzelnen Farbe entsprechenden Erscheinung. Betrachtet man z. B. einen Topas von etwa ein halb Millimeter Dicke der Reihe nach durch ein rothes, ein grünes und ein blaues Glas, so sieht man zuerst etwas mehr als zwei dunkle Ringe zwischen jedem Pol und der Mitte (Taf. II., Fig. 2), dann zwischen zwei und drei (Fig. 3) und schliesslich gerade drei (Fig. 4). Im weissen Licht überdecken sich die Figuren für alle verschiedene Farben und man erhält sonach eine Mischung der verschiedensten Farben, eine Mischung, die von Krystall zu Krystall wechselt, weil die Zerstreuung der verschiedenen Farben bei der Brechung von Krystall zu Krystall wechselt, so dass zwei Krystalle vielleicht im rothen Licht gleiche Ringe geben, aber nicht im grünen, blauen etc. Nun kommt aber noch eins hinzu, was die Farbenmischungen immer mehr ändert, ja sogar die ursprüngliche Form der Lemniscaten verwischt, etwas, was nur bei den zweiaxigen Krystallen, jedoch nicht bei allen vorkommt, die sog. Dispersion der optischen Axen, der räthselhafteste Theil der Krystalloptik.

5) D i s p e r s i o n d e r o p t i s c h e n A x e n. Bei den einaxigen Krystallen ist die Mitte des Ringsystems immer dieselbe, ob man rothes oder grünes u. s. w. Licht anwendet, die optische Axe hat für alle Farben dieselbe Lage, sie fällt mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen. Bei den zweiaxigen Krystallen kommt es vor, dass die optischen Axen oder die Pole der Lemnis-

caten für rothes Licht andere sind als für grünes u. s. w., in der Art, dass jeder Farbe besondere optische Axen zukommen. Wir haben früher die Lage der optischen Axen aus der der Elasticitätsaxen abgeleitet, sei es nun, dass wir von der Elasticität der Moleküle des starren Körpers, sei es, dass wir von der Elasticität des im Innern des Krystalls vertheilten Aethers ausgehen. Bei den regelmässigen Krystallen scheint ein Unterschied in diesen zwei Elasticitäten, was die Aenderung von einer Richtung zur andern betrifft, nicht stattzufinden; d. h. bei beiden ist die Richtung der grössten, mittleren und kleinsten Elasticität je dieselbe, oder die Elasticitätsaxen fallen zusammen. Bei den unregelmässigern Krystallsystemen sind wir schon früher darauf gestossen, dass die Vertheilung der Aetheratome eine andere sei als die der Körperatome. Aber nicht einmal diese Annahme genügt jetzt: für jede Farbe müsste die Vertheilung der Aetheratome eine andere sein, was keinen Sinn hat, da dieselben Aetheratome rothe und grüne und blaue u. s. w. Strahlen fortpflanzen. Es bleibt also Nichts übrig, als anzunehmen, dass die Lichtbewegung in einem Krystall oder die Lage der optischen Axen, wodurch im Allgemeinen diese Lage bestimmt ist, nicht b l o s s von der gegenseitigen Lage der Aetheratome und von den in Folge dieser Lage bei Verschiebungen entstehenden Kräften abhängen kann, und natürlich ebensowenig bloss von der Lage der Körperatome. Wir müssen etwas weiteres suchen, das mit der Farbe und also mit der Wellenlänge in Verbindung steht. Was das ist, kann bis jetzt noch nicht entschieden werden, aber es scheint darin zu liegen, dass die Aetheratome zwischen die Körperatome gelagert sind, wie ja auch Lamé nach dem früher Gesagten die Dispersion in gewöhnlichen Substanzen davon ableitet, dass zwischen den Körperatomen mit ihren Aetherhüllen noch freier Aether, der nicht an die Körperatome und ihre Bewegungen gebunden ist, vorhanden sei. Man kann sich Schwingungen der Aetheratome allein denken, wie bei der Fortpflanzung des Lichts im leeren Raume, man kann sich auch Schwingungen der Körperatome denken, ohne dass Aetheratome in schwingende Bewegung gerathen, d. h. ohne Licht und Wärme. Bewegen sich die

Aetheratome allein, so ist keine Dispersion denkbar, bewegen sich aber zugleich die Körperatome, indem sie in die Bewegung mit hineingerissen werden, so kann die Art der Bewegung wohl abhängen von der Wellenlänge, und das ist der Weg, den man bisher, wenn auch noch ohne bestimmten Erfolg zur Erklärung der Dispersion eingeschlagen hat. Man denke sich auf einem See einen Wellenzug, der auf Hindernisse stösst, etwa in der Art, dass eingerammte Pfähle der ungehinderten Bewegung entgegenstehen: es entsteht dadurch offenbar eine mehr oder weniger abgeänderte Bewegung und wie wohl Niemand läugnen wird, eine verschiedene Abänderung, je nachdem die Wellen länger oder kürzer sind. Die Pfähle würden hier die Körperatome vorstellen. Das Schwierige an der Sache ist jetzt nur, dass zwei Dinge zugleich zu erforschen sind, die Vertheilung der Aetheratome und die der Körperatome, und es ist desswegen nicht sehr wahrscheinlich, dass von der Lehre vom Licht aus allein oder auch zuerst ein Aufschluss zu erwarten ist über die innere Constitution der Körper. Nichtsdestoweniger werden wir alle Thatsachen zu registriren haben, die mit unserm Problem in Verbindung stehen und wir kehren darum nun wieder zu den Erfahrungen über die Dispersion der Axen zurück.

Was zunächst das zwei- und zweigliedrige Krystallsystem betrifft, so besteht hier ein ganz bestimmter Zusammenhang zwischen krystallographischen und optischen Axen, indem die zwei optischen Axen immer in eine durch zwei Krystallaxen bestimmte Ebene fallen und zwar so, dass die Mittellinie mit einer dieser Axen zusammenfällt, d. h. kurz gesagt, krystallographische Axen und Elasticitätsaxen fallen zusammen. Dagegen können nun in jener Ebene die optischen Axen für verschiedene Farben in der Art verschieden liegen, dass sie grössere oder kleinere Winkel bilden. Die Lemniscaten, die in rothem Licht entstehen, haben also andere Pole, als die im blauen Licht enstehenden, aber die Pole liegen auf denselben Geraden und die Mitte je zweier zusammen gehörender Pole ist eine und dieselbe. Sehr auffallend zeigt sich diese Verschiedenheit z. B. beim Seignettesalz, beim Titanit u. s. w. Betrachtet man die bei ihnen entstehenden Ringfiguren in homogenem, rothem, blauem u. s. w. Licht, so sieht man sogleich die Verschiedenheit, die rothen Pole, um mich kurz auszudrücken, sind weiter auseinander als die grünen, diese weiter als die blauen u. s. w. Ebenso müssen auch die hyperbolischen Büschel verschieden fallen, sie können also nicht mehr schwarz erscheinen, weil an der betreffenden Stelle immer nur eine Farbe fehlt, die andern vorhanden sind. Doch lässt sich ihr Zug meist noch erkennen: die Büschel erscheinen viel breiter, innen röthlich, aussen blau bis violet gefärbt. Denn da die hyperbolischen Büschel im blauen Licht weiter innen liegen, so folgt, dass eben in der Nähe der Pole noch immer die blaue Farbe fehlt, nach aussen dagegen wieder auftritt, die rothe dagegen umgekehrt. In den allermeisten Fällen ist jedoch die Dispersion der Axen so schwach, dass eine Beobachtung in verschiedenfarbigem Licht kaum einen Unterschied in der Lage der Pole zeigen wird; dann ist aber immer die Dispersion daran zu erkennen, dass die hyperbolischen Büschel, besonders in der Nähe der Pole auf der einen Seite blau, auf der andern rothbraun gesäumt sind. Beim kohlensauren Bleioxyd sieht man deutlich in der Nähe der Pole gegen innen roth, gegen aussen blau vorherrschen, es bilden also die rothen Axen einen grösseren Winkel als die blauen. Die bekannteren Krystalle des zwei- und zweigliedrigen Systems, welche diese Dispersion zeigen, sind Beispiele für das Gegentheil, dass nehmlich die rothen Axen einen kleineren Winkel bilden als die blauen, die hyperbolischen Büschel in der Nähe der Pole also innen blau, aussen roth gesäumt sind, so bei Schwerspath, Cölestin, Salpeter u. s. w. Bei andern wieder z. B. Topas und Arragonit ist die Dispersion der optischen Axen Null oder vollkommen unmerklich.

Im zwei- und eingliedrigen System ist die Dispersion viel complicirter, weil die Lage der Ebene der optischen Axen eine wesentlich verschiedene sein kann, entweder parallel oder senkrecht zur symmetrischen Ebene des Krystalls, und weil die Mittellinie für verschiedene Farben gewöhnlich verschieden liegt, also nicht mehr wie bisher, für alle Farben mit einer krystallographischen Axe zusammenfällt. Es kommen hier drei verschiedene Arten von Dispersion vor und diese drei sollen an bestimmten Beispielen charakterisirt werden. Wenn die Ebene der optischen Axen mit der symmetrischen Ebene des Krystalls zusammenfällt, wie das bei Gyps und Diopsid der Fall ist, so fallen die Mittellinien nicht zusammen, sie machen kleine Winkel mit einander. Es zeigt sich diess sogleich daran, dass die Ringe an beiden Polen verschiedene Form und Farbe zeigen. Da die Mitten der Lemniscaten für verschiedene Farben verschieden sind, so liegen die Pole unsymmetrisch, obgleich sie auf dieselbe Gerade fallen (siehe das Schema Tab. II., Figur 5, a). Die Ringe um den einen Pol sind mehr kreisförmig, die um den andern mehr elliptisch; beim Diopsid ist überdiess der eine hyperbolische Büschel innen roth, der andere innen blau gefärbt, auf der einen Seite ist also die blaue Axe weiter innen, auf der andern die rothe. Es ist klar, dass hiebei die verschiedenartigsten Mischungen auftreten können: das Charakteristische ist immer die Asymmetrie in Beziehung auf das Mittelloth der zwei Pole, die Symmetrie in Beziehung auf die Verbindungslinie der Pole *). Wenn zweitens die Ebene der optischen Axen senkrecht auf der symmetrischen Ebene des Krystalls steht, so liegt die Mittellinie entweder in der symmetrischen Ebene oder senkrecht dazu. Im ersten Fall, der beim Feldspath eintritt, zerstreuen sich die verschiedenen Mittellinien in der symmetrischen Ebene, oder wenn man von den Lemniscaten ausgeht, die Mittelpunkte sind verschieden, sie liegen auf einer Geraden, welche alle Verbindungslinien je zweier Pole halbirt (siehe das Schema Fig. 5, b); die Verbindungslinien der Pole für jede Farbe sind unter sich parallel. Man hat also Symmetrie in Beziehung auf jenes gemeinschaftliche Mittelloth, nicht aber in Beziehung auf die Verbindungslinie der Pole. Die Ringe um beide Pole sind gleich gefärbt, aber zu verschiedenen Seiten der Verbindungslinie der Pole verschieden. Im zweiten Fall, der beim Borax eintritt, wo die Mittellinie

---

*) Eine ebene Figur ist symmetrisch zu einer Geraden, wenn auf jeder Senkrechten zur Geraden in gleichem Abstand zu beiden Seiten der Geraden die Verhältnisse dieselbe sind, also die Krümmung, die Färbung u. s. w.

senkrecht auf der symmetrischen Ebene des Krystalls steht, ist sie allen Farben gemeinschaftlich; die Ebenen der optischen Axen aller Farben gehen durch diese Mittellinie, stehen also senkrecht auf der symmetrischen Ebene, fallen aber nicht zusammen, sondern bilden unter sich kleine Winkel. Die Lemniscaten haben also für verschiedene Farben gleichen Mittelpunkt, aber die Verbindungslinien der Pole fallen nicht zusammen (siehe das Schema Fig. 5. c). In der Ebene der Lemniscaten gibt es keine Gerade mehr, in Beziehung auf welche die Figuren symmetrisch wären. Dagegen ist nach der oben in der Anmerkung gegebenen Erklärung die auf der Ebene der Lemniscaten in ihrem Mittelpunkt errichtete Senkrechte eine Gerade, zu der die Figur symmetrisch ist; es lässt sich diess auch so ausdrücken, dass man sagt, auf jeder Geraden durch die Mitte folgen sich von der Mitte aus gerechnet die Farben in gleicher Art.

Diese drei Fälle lassen sich kurz so charakterisiren; im ersten hat man Symmetrie zur Supplementarlinie, in zweiten zur Perpendikularlinie, im dritten zur Mittellinie; dreht man die Lemniscaten um 180 Grad im ersten Fall um die Verbindungslinie der Pole, im zweiten um das Mittelloth der Pole, im dritten um die auf der Ebene der Lemniscaten in ihrer Mitte errichtete Senkrechte, so kommen sie wieder genau in dieselbe Lage. Man sieht zugleich, dass damit alle Hauptfälle erschöpft sind, da alle drei Elasticitätsaxen der Reihe nach symmetrische Linien sind.

Was schliesslich die Krystalle des ein- und eingliedrigen Systems betrifft, so treten hier die verschiedensten Fälle der Dispersion auf, ohne dass es möglich wäre, eine allgemeine Regel zu geben, es kann die Ebene der optischen Axen die verschiedensten Lagen haben, es kann eine der bisherigen Arten der Dispersion oder es können auch mehrere combinirt auftreten.

6) Seignettesalz. Nach dieser Uebersicht über die vorkommenden Verhältnisse wird es nun keine Schwierigkeit haben, einen genaueren Einblick zu thun in die eigenthümlichen Erscheinungen, welche ich im 21. Jahrgang dieser Hefte nach einem Manuscripte Nörrenbergs kurz veröffentlicht habe. Das weinsaure Ammoniak-Natron und das weinsaure Kali-Natron oder das

Ammoniak-Seignettesalz (künftig kurz mit A) und das Kali-Seignettesalz (künftig mit K bezeichnet) krystallisiren im zwei- und zweigliedrigen System und sind isomorph.

Wir gehen von der Grundform, dem geraden rhombischen Prisma, aus, und bezeichnen durch den Buchstaben z die Richtung der Kanten des Prisma, durch x die der langen, durch y die der kurzen Diagonale der Basis. Es handelt sich zuerst um Bestimmung der Lage und relativen Grösse der Elasticitätsaxen. Da es ein zwei- und zweigliedriger Krystall ist, so fallen sie jedenfalls mit den Krystallaxen zusammen, es fragt sich nur, welches die Mittellinie, welches die Supplementarlinie, welches die Perpendikularlinie ist. Wenn man bei A in der Richtung z durch die Endfläche des Prisma sieht, so erscheinen die Lemniscaten und die Verbindungslinie der Pole ist parallel zur langen Diagonale der Basis oder zur Richtung x. Also ist die Richtung z Mittellinie und die Richtung x Supplementarlinie. Bei K erhält man die Lemniscaten beim Durchsehen in der Richtung der kurzen Diagonale, in der Richtung y, und die Verbindungslinie der Pole ist parallel der Richtung z. Daraus folgt, dass y die Mittellinie und z die Supplementarlinie ist.

Sénarmont, welcher zuerst die Untersuchung der Mischungen von A und K, die zusammenkrystallisiren, gemacht hat, ging von der falschen Ansicht aus, dass bei beiden Salzen die Richtung z der Kanten Mittellinie sei und der Unterschied bestehe nur darin, dass die Ebenen der optischen Axen rechte Winkel mit einander bilden. Er kam desswegen zu keiner ganz befriedigenden Erklärung. Nörrenberg nahm daher, nachdem er Sénarmont's Irrthum festgestellt hatte, die Untersuchung wieder auf. Diese besteht darin, dass man die zwei Salze in beliebigen Verhältnissen mischt und zusieht, in welcher Weise sich die optischen Eigenschaften ändern. Mischt man z. B. zu A immer mehr K, so werden die bei A sich zeigenden Ringfiguren allmählig in die von K übergehen, die Elasticitätsaxen von A müssen sich zwar nicht in der Richtung, aber in der relativen Grösse ändern. Durch den oben angegebenen Versuch mit der Quarzplatte zeigt sich, dass K positiv, A dagegen negativ ist. Also ist bei A die Richtung z als Mittellinie Axe der grössten Elasticität, die Richtung x als Supplementarlinie folglich die der kleinsten Elasticität (weil die optischen Axen nach dem frühern immer in der Ebene der kleinsten und grössten Elasticität liegen), oder man hat nach der Bezeichnung von Nörrenberg für A:

$$E_x < E_y < E_z$$

(wornach die frühere Angabe zu berichtigen ist), d. h. die Elasticität in der Richtung x ist die kleinste, in der Richtung z die grösste. Bei K dagegen ist:

$$E'_y < E'_x < E'_z$$

d. h. die Elasticität in der Richtung z ist wieder die grösste, aber die kleinste Elasticität fällt nun in die Richtung y. Bildet man Mischungen beider Salze, so ist zu erwarten und die Erfahrung bestästigt es, dass für jede Mischung E''_z immer am grössten ist, weil die Richtung z bei K und A die der grössten Elasticität ist. Eine Aenderung wird also nur nach den Richtungen x und y stattfinden. Diese Aenderungen sind durch die Schemate der Tafel dargestellt, welche die Lage der rothen, grünen und blauen Axen durch kleine Ringe bezeichnen mit den Buchstaben r, g und b. Die Lemniscaten sind nicht ausgezeichnet, da sie durch die Lage der Pole vollständig bestimmt sind.

Tafel III., Fig. 1 zeigt die Axenvertheilung bei A. Wird nun K beigemischt, so wird Anfangs das Verhältniss von E''_x und E''_y kleiner als Eins sein wie bei A; wenn aber K zunimmt, so wird jenes Verhältniss der Einheit sich nähern und nachher noch darüber hinauswachsen. Dabei müssen sich die optischen Axen nähern bis sie zusammenfallen, weil $E''_x = E''_y$ bedeutet, dass der Krystall einaxig ist. Diese Näherung zeigt sich bei der Mischung (A + 1/2 K) in Fig. 2. Von der Mischung (A + 1/2 K) zeigen die Figuren 2 bis 5 verschiedene Verhältnisse, daherrührend, dass die gebildeten Krystalle von Zeit zu Zeit herausgenommen wurden, (was durch 1. Portion, 3. Portion u. s. w. bezeichnet ist); die sich nachher wieder bildenden Krystalle enthalten dann mehr K im Verhältniss, als die vorher herausgenommenen.

Bei Fig. 3 sind die blauen Axen längs y wieder auseinandergegangen: zwischen hinein müssen sie einmal zusammengefallen sein, wie sich diess in Figur 6 bei $(A + {}^2/_3 K)^{'}$, dritte Portion, zeigt. Ein solcher Krystall ist dann einaxig für blaues Licht. In Fig. 3 ist schon $E''_x : E''_y > 1$, für blaues Licht, also die Ebene der Richtungen y und z Ebene der optischen Axen. In Figur 4 und 5 entfernen sich die blauen Axen immer mehr in der Richtung y. Die Axen der andern Farben machen denselben Gang, vereinigen sich aber später zur Einaxigkeit, da sie ursprünglich weiter von einander abstehen. In Figur 5 sind die grünen Axen zusammen gefallen.

Die Mischung $(A + {}^2/_3 K)$ gibt die Erscheinungen der Figuren 6 bis 9. In der Fig. 6 ist der Krystall einaxig für blaues Licht, in 8 für grünes. Die Mischung $(A + K)$ gibt die Figuren 10 und 11; in der letzten sind auch die rothen Axen auf die Richtung y gewandert. Derselbe Uebergang zeigt sich bei der Mischung $(A + {}^3/_2 K)$ in den Figuren 12 bis 14. Nimmt nun die Menge von K immer mehr zu, so treten die Axen immer weiter aus einander, sind also schwierig zu beobachten, weil die Strahlen zu stark divergiren. Man erkennt aber noch bei der Mischung $(A + K)$, dass die blauen Axen einen grösseren Winkel bilden als die rothen, dass also die Ordnung der Axen beim Auseinandergehen dieselbe bleibt. Kommt noch mehr K hinzu, so wird endlich bei den blauen Axen ein Rechter überschritten, für sie ist also jetzt die Richtung x Mittellinie und bei fortgesetztem Wachsen von K nähern sich die blauen Axen immer mehr der Richtung x. Den blauen Axen folgen die grünen und dann die rothen, so dass schliesslich die Richtung x allen Farben gemeinschaftliche Mittellinie ist, und man die Erscheinung der Fig. 15 erhält, welche dem reinen K. entspricht. Jetzt sind die blauen Axen innen, die rothen aussen, wie natürlich, da die blauen immer voran sind. Sénarmont war genöthigt, beim letzten Uebergang anzunehmen, dass die Geschwindigkeit der rothen Axen grösser sei, dass sie die blauen bei der Entfernung von der Richtung z überholen, um erklären zu können, dass bei gleicher Mittellinie die rothen Axen das einemal aussen, das anderemal innen seien

Der umgekehrte Gang, wenn dem Anfangs allein vorhandenen K immer mehr A beigemischt wird, ist nun wohl von selbst verständlich. Ganz eigenthümliche, von den gewohnten stark abweichende Figuren ergeben sich, wenn die Ebene der optischen Axen für verschiedene Farben verschieden ist, so insbesondere, wenn die grünen Axen zusammengefallen, die blauen schon wieder auseinandergetreten sind. Die dann entstehende Erscheinung zeigt Taf. IV., Fig. 1. Die folgenden Figuren 2 bis 4 zeigen die Erscheinung in rothem, grünem und blauem Licht, um eine Vorstellung zu geben, wie aus der Mischung aller Farben die erste Figur entstehen kann. Man sieht aus diesen drei Figuren wenigstens, wo das Roth und wo das Blau vorherrschen muss.

Zum Schlusse möge es mir noch gestattet sein, einige Angaben über die Bewegung des Lichts in den Krystallen zusammenzustellen, Angaben, die im Gedächtniss schwer zu bewahren sind und gewöhnlich in den Lehrbüchern an den verschiedensten Orten zusammengesucht werden müssen.

Nach Fresnel sind die Axen des Elasticitätsellipsoids den Elasticitätskräften umgekehrt proportionirt zu nehmen. Der Schnitt dieses Ellipsoids nach irgend einer Richtung gibt durch seine Axen die Schwingungsrichtungen des dazu senkrechten Strahls und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der durch eine Axe des Schnitts gegebenen Schwingungen ist der reciproke Werth derselben Axe, also der Elasticität in der Richtung der Schwingung direkt proportionirt. Daraus folgt:

A. Einaxige Krystalle.

1) Das Elasticitätsellipsoid ist eine abgeplattete Kugel: positiver Krystall (z. B. Quarz).

Die optische Axe ist Axe der kleinsten Elasticität.

Der ordentliche Strahl schwingt senkrecht zur optischen Axe.

Die Wellenfläche ist ein Ellipsoid umschlossen von einer Kugel.

Der ordentliche Strahl hat die grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit, er wird schwächer gebrochen.

Bewegen sich zwei Strahlen in gleicher Richtung, so enthält der ordentliche grössere Wellenlängen, also, da der Weg im Krystall für beide gleich ist, weniger Wellen.

2) Das Elasticitätsellipsoid ist eine verlängerte Kugel: negativer Krystall (z. B. Kalkspath).

Die optische Axe ist Axe der grössten Elasticität.

Der ordentliche Strahl schwingt senkrecht zur optischen Axe.

Die Wellenfläche ist eine Kugel, umschlossen von einem Ellipsoid.

Der ordentliche Strahl hat die kleinere Fortpflanzungsgeschwindigkeit, er wird stärker gebrochen.

Bewegen sich zwei Strahlen in gleicher Richtung, so enthält der ordentliche kleinere Wellenlängen, also, da der Weg im Krystall für beide gleich ist, mehr Wellen.

B. Zweiaxige Krystalle. Das Elasticitätsellipsoid hat drei verschiedene Axen.

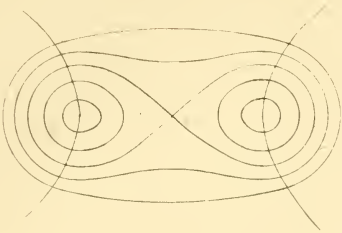
1) Die Axe der kleinsten Elasticität ist Mittellinie: positiver Krystall (z. B. Topas).

Von den zwei in der Richtung der Mittellinie sich bewegenden Strahlen hat der parallel der Supplementarlinie schwingende die grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit, also die grössere Wellenlänge und bei gleichem Weg innerhalb des Krystalls weniger Wellen. Dasselbe gilt, wenn man zuerst Supplementarlinie und nachher Perpendikularlinie setzt, oder zuerst Perpendikularlinie und nachher Supplementarlinie.

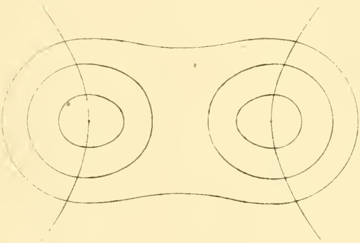
2) Die Axe der grössten Elasticität ist Mittellinie: negativer Krystall (z. B. Arragonit).

Von den zwei in der Richtung der Mittellinie sich bewegenden Strahlen hat der parallel der Supplementarlinie schwingende die kleinere Fortpflanzungsgeschwindigkeit, also die kleinern Wellenlängen und bei gleichem Weg innerhalb des Krystalls mehr Wellen. Dasselbe gilt, wenn man zuerst Supplementarlinie und nachher Perpendikularlinie setzt, oder zuerst Perpendikularlinie und nachher Supplementarlinie.

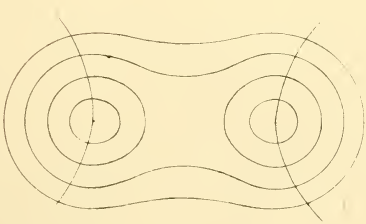
1.



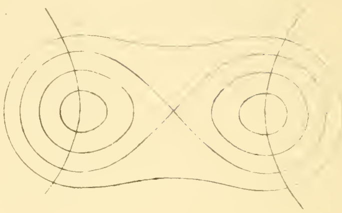
2.



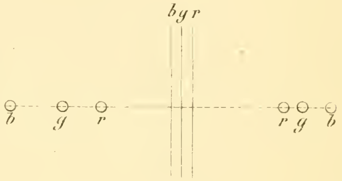
3



4.

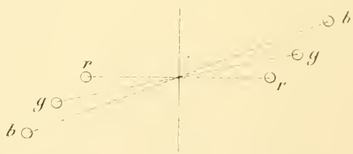


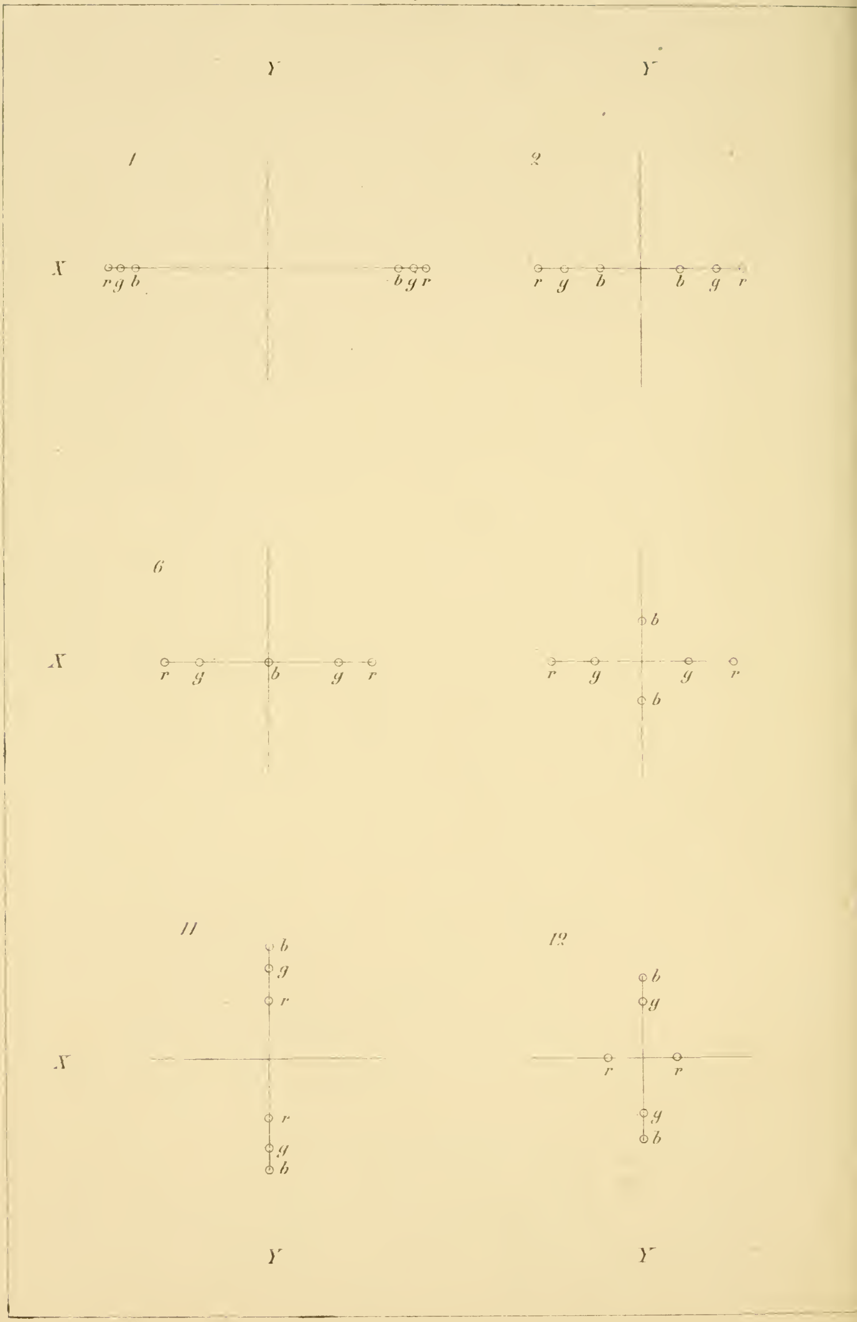
5a

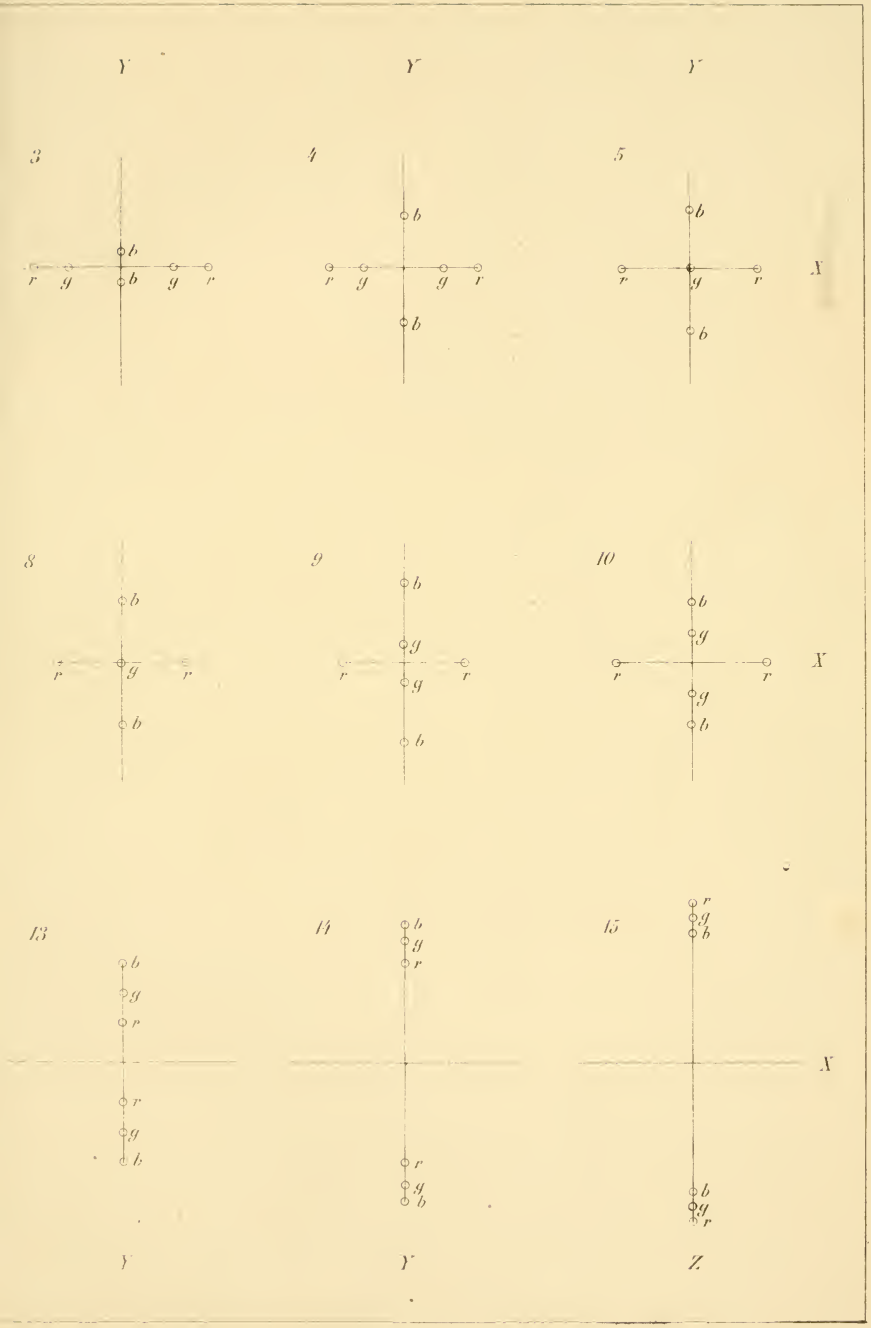


5b

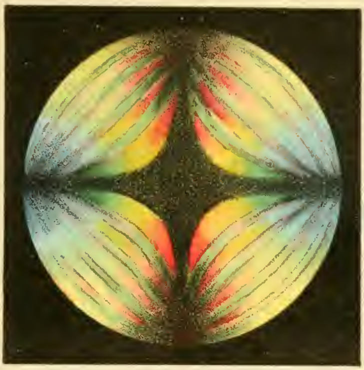
5c



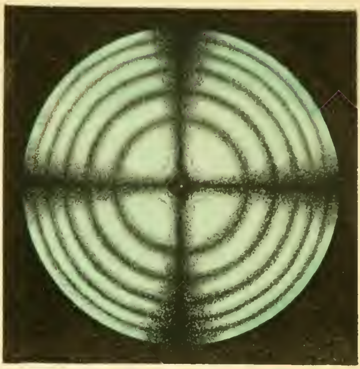

Y
Y
1
2
X
r g b
b g r
r g b
b g r
6
X
r g b g r
b
r g
g r
b
11
12
X
b g r
r g b
b g
r r
g b
Y
Y


Y
Y
Y
3
4
5
X
8
9
10
X
13
14
15
X
Y
Y
Z
r g b b g r
b b
r g g r
g r b b r
b b
r g g r
b b
g g r r
r g b b g r
r g b b g r
b g r r g b
b g r r g b
r g b b g r

1.



2.



3.

4.

5.