

## Zeitschrift für Naturwissenschaften.

Redacteur:

Dr. Wilh. Rud. Weitenweber in Prag.

XV. Jahrgang.

September.

1865.

**Inhalt:** Einfache Beweise einiger Lehrsätze der Physik, von *Jos. Weselý*. — Die unterirdischen Abflüsse des Oceans u. s. w. von *A. Nowak*. — Die Krankheit der Seidenraupen, von *C. Amerling*. — Miscellen von *Palacký*, *Amerling*, *Weitenweber* und *A.*

### Einfache Beweise einiger Lehrsätze der Physik.

Von *Joseph Weselý*, Assistenten am k. Polytechnicum in Prag.

I. *Der Druck, den irgend eine Flüssigkeit auf die Seitenwand eines Gefässes ausübt, ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, die zur Basis die gedrückte Fläche und zur Höhe die lothrechte Tiefe des Schwerpunktes dieser Fläche unter dem Flüssigkeitsspiegel hat.*

Um den Druck einer Flüssigkeit auf die ganze Seitenwand des Gefässes, in dem sie sich befindet, berechnen zu können, muss die Grösse des Druckes auf ein Element derselben als bekannt vorausgesetzt werden.

Der Druck auf ein Element der Seitenwand ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, die zur Basis das gedrückte Element und zur Höhe die lothrechte Tiefe des Elements unter dem Niveau der Flüssigkeit hat. — Jedes der gleichgrossen Flächenelemente der Seitenwand wird demnach einen anderen Druck erleiden, der um so grösser ist, je tiefer dieses Element unter dem Flüssigkeitsspiegel liegt, und der ganze oder Totaldruck auf die Seitenwand muss daher gleich sein der Summe aller auf die Flächenelemente wirkenden partiellen Drücke (indem ja die Richtungen aller drückenden Kräfte zu einander parallel sind, daher der gesamtresultirende Druck gleich der Summe der einzelnen partiellen Drücke ist).

α) Ist der Druck, den die Flüssigkeit in dem Gefässe (Fig. 1) *ABC DEFGH* auf die Seitenwand desselben *NOBD*, welche senkrecht zur Bodenfläche *ABCD* ist, zu berechnen, und sei *MA=H* die Höhe bis zu welcher das Gefäss mit Flüssigkeit gefüllt ist, so zerlegen wir *H* in eine grosse Anzahl (*n*) kleiner unter sich gleicher Theile (*h*) also  $H=nh$ , ziehen durch

die in  $NB$  erhaltenen Theilpunkte zu  $BD$  parallele Linien, d. h. zerlegen die Seitenwand  $BDNO$  in sehr schmale parallele Streifen, deren Flächen unter einander gleich sind, so sind die Drücke auf die einzelnen unter sich gleichen Flächenelemente in demselben Streifen gleichgross und ihre Summen ( $p_1 p_2 p_3 p_4 \dots p_n$ ) bilden die Drücke in den einzelnen Streifen, die wir uns in der Geraden  $KL$ , welche die Mittelpunkte aller Streifen verbindet, wirkend denken können.

Sei  $k$  das Gewicht einer Kubikeinheit der Flüssigkeit und bedeute  $f$  die Fläche jedes einzelnen Streifens, so ist

$$p_1 = f \cdot 1 \cdot h \cdot k.$$

$$p_2 = f \cdot 2 \cdot h \cdot k.$$

$$p_3 = f \cdot 3 \cdot h \cdot k.$$

$$p_n = f \cdot nh \cdot k; \text{ daher d. Gesamtdruck}$$

$$P = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = f \cdot h \cdot k \cdot [1 + 2 + 3 + \dots + n]$$

Bilden wir die Summe dieser Reihe nach der allgemeinen Summenformel:

$$S_n = \binom{n}{1} u_0 + \binom{n}{2} \Delta u_0 + \binom{n}{3} \Delta^2 u_0 + \dots + \binom{n}{r} \Delta^{r-1} u_0 + \binom{n}{r+1} \Delta^r u_0$$

$$\text{so: } (1 + 2 + 3 + \dots + n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}, \text{ mithin}$$

$$P = f \cdot h \cdot k \cdot \left( \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \right); \text{ da } f = BD \cdot h = B \cdot h, \text{ ist, erhält man:}$$

$$P = B \cdot h^2 \cdot k \cdot \frac{n^2}{2} + B \cdot h^2 \cdot k \cdot \frac{n}{2} \text{ und } n^2 \cdot h^2 = H^2 \text{ substitutirt, sonach}$$

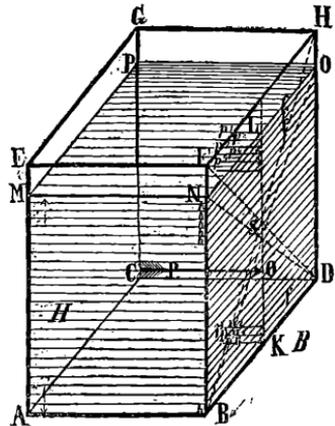
$$P = B \cdot H \cdot \frac{H}{2} \cdot k + B \cdot \frac{H}{2} \cdot h \cdot k., \text{ endlich } F = B \cdot H \text{ gesetzt ist:}$$

$$P = F \cdot \frac{H}{2} \cdot k + \frac{F}{2} \cdot h \cdot k.$$

Je mehr wir uns dem wahren Werthe von  $P$  nähern wollen, desto kleiner muss  $h$  im Vergleich zu  $H$  angenommen werden; ist  $h$  unendlich klein, so kann das 2. Glied weggelassen werden und man erhält demnach:

$$P = F \cdot \frac{H}{2} \cdot k. \quad 1) \text{ In dieser Gleichung bedeutet } F \text{ die gedrückte Seitenfläche, } \frac{H}{2} \text{ die halbe Tiefe des Niveaus der Flüssigkeit von der Bodenfläche oder (da der Schwerpunkt des Rechteckes in der halben Höhe desselben}$$

Fig. 1.



liegt) die Höhe des Schwerpunktes des unter dem Flüssigkeitsspiegel sich befindlichen Theil der Seitenfläche vom Niveau der Flüssigkeit. Legt man  $BDNO$  um die Gerade  $BD$  um, bis sie mit der Ebene  $ABCD$  zusammenfällt, so ist der Druck bei derselben lothrechten Höhe der Flüssigkeit ( $H$ ) gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, die zur Basis die horizontale Grundfläche und zur Höhe die lothrechte Entfernung derselben vom Flüssigkeitsspiegel hat, demnach:

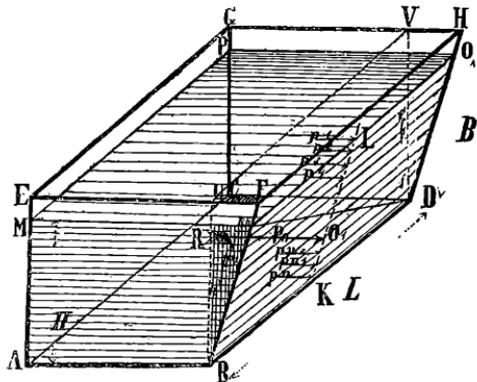
$$P_1 = F \cdot H \cdot k \text{ und}$$

$P : P_1 = 1 : 2$  mithin  $P_1 = 2P$ , d. h. der Druck auf eine horizontale Grundfläche ist bei derselben Flüssigkeitshöhe doppelt so gross, als auf eine gleichgrosse vertikal stehende Seitenfläche.

β) Ist der hydrostatische Druck zu bestimmen, den eine Flüssigkeit auf die Seitenwand  $BDNO$  eines Gefässes (Fig. 2) ausübt, dessen Wand einen kleineren Winkel als  $90^\circ$  mit der Horizontalen bildet, verfähre man auf dieselbe Weise wie früher.

Man theile  $BN = B$  in  $n$  unter sich gleiche sehr kleine Theile, ziehe durch die erhaltenen Theilpunkte parallele Linien zu  $BD$ , so wird  $NBDO$  in  $n$  gleiche Streifen getheilt, berechne die Drücke auf die einzelnen Streifen, summire sie, so erhält man den Gesamtdruck  $P_2$ , der auf die Seitenwand ausgeübt wird.

Fig. 2.



Construirt man die Höhen der einzelnen Streifen vom Flüssigkeitsspiegel und bezeichnet diese lothrechten Höhen mit  $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$  und setzt  $h_n = BR = H$ , so muss  $h_2 = 2h_1, h_3 = 3h_1, \dots, h_n = nh_1$ , mithin sind die Drücke auf die einzelnen Streifen:

$$p_1 = f \cdot h_1 \cdot k = f \cdot 1h_1 \cdot k$$

$$p_2 = f \cdot h_2 \cdot k = f \cdot 2h_1 \cdot k$$

$$p_3 = f \cdot h_3 \cdot k = f \cdot 3h_1 \cdot k$$

$$p_n = f \cdot h_n \cdot k = f \cdot nh_1 \cdot k \text{ und}$$

$$P_2 = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = f \cdot h_1 \cdot k \cdot [1 + 2 + 3 + \dots + n]$$

demnach  $P_2 = f \cdot h_1 \cdot k \cdot \left(\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}\right)$ ; es ist  $f = L \cdot \frac{B}{n}$  u.  $h_1 = \frac{H}{n}$

also  $P_2 = L \cdot B \frac{H n^2}{n^2 2} k. = L \cdot B \cdot \frac{H}{2} k.$  wenn man, das 2. Glied als unendlich klein gleich weglässt, indem ja  $n$  unendlich gross angenommen wurde.

Setzt man endlich  $L B = F$  so:

$$P_2 = F \cdot \frac{H}{2} k. \quad 2)$$

Nun ist  $F$  die gedrückte Seitenfläche,  $\frac{H}{2}$  die Entfernung des Schwerpunktes dieser Fläche vom Flüssigkeitsspiegel, daher die allgemeine Regel zur Bestimmung der Grösse des Druckes dieselbe wie früher.

II. Bis jetzt haben wir bloss die Grösse des Gesamtdruckes betrachtet; da aber zur Bestimmung einer Kraft auch *deren Richtung und Angriffspunkt* gehört, so mögen noch diese Aufgaben gelöst werden.

Was die Richtung anbelangt, so ist sie schon dem Begriffe „Druck“ zu Folge senkrecht auf die betreffende gedrückte Fläche. Wie bekannt, nennt man den Angriffspunkt der Resultirenden der gegen eine Seitenwand wirkenden Druckkräfte den „Mittelpunkt des Druckes“, und da derselbe wegen der Ungleichheit der einzelnen Druckkräfte mit dem Schwerpunkte der gedrückten Fläche nicht zusammenfallen kann, so muss die Lage desselben für jeden besonderen Fall ermittelt werden.

Aus der Lehre von der Bestimmung des Angriffspunktes der Resultirenden paralleler Kräfte weiss man, dass das statische Moment der Resultirenden in Beziehung auf irgend eine Coordinatenebene gleich ist der Summe der statischen Momente der einzelnen wirkenden Kräfte in Beziehung auf dieselbe Coordinatenebene.

Ist daher  $Z$  die senkrechte Entfernung des Angriffspunktes der Resultirenden in Beziehung auf die Ebene des Niveaus  $z_1 z_2 z_3 \dots z_n$  die senkrechten Entfernungen der Componenten in Beziehung auf dieselbe Ebene, so ist:

$$P Z = p_1 z_1 + p_2 z_2 + p_3 z_3 + \dots p_n z_n \text{ oder:}$$

$$P Z = \Sigma (p z); \text{ es ist aber: } p_1 = f_1 \cdot z_1 \cdot k.$$

$$p_2 = f_2 z_2 k.$$

$$p_3 = f_3 z_3 k.$$

$$p_n = f_n z_n k.$$

wenn  $f$  und  $k$  die frühere Bedeutung haben, daher:

$$P Z = f_1 \cdot k \cdot z_1^2 + f_2 k \cdot z_2^2 + \dots f_n k \cdot z_n^2 \text{ und}$$

$$Z = \frac{k}{P} [f_1 z_1^2 + f_2 z_2^2 + \dots f_n z_n^2] = \frac{k}{P} \Sigma (f z^2) \quad 3)$$

Machen wir noch  $f_1 = f_2 = f_3 = \dots = f_n$ , so

$$Z = \frac{f \cdot k}{P} \Sigma (z^2)$$

Wird der Mittelpunkt des Druckes für eine rechteckige lothrechte Seitenwand bestimmt, so:

$$\begin{aligned} \Sigma (z^2) &= h^2 + (2h)^2 + (3h)^2 + \dots + (nh)^2 \\ &= h^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) \\ &= h^2 \left( \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \end{aligned}$$

$$\Sigma (z^2) = h^2 \frac{n^3}{3}, \text{ wenn man das 2. und 3. Glied aus dem-}$$

selben Grunde wie früher weglässt, mithin (weil  $P = F \frac{H}{2} k$ ) ist

$$Z = \frac{2}{n H} \cdot \frac{h^2 n^3}{3} \text{ und } n^2 h^2 = H^2$$

$$Z = \frac{2}{3} H. \text{ d. h. der Mittelpunkt des Druckes in einer Ent-}$$

fernung gleich  $\frac{2}{3} H$  vom Flüssigkeitsspiegel entfernt, mithin in  $O$  (Fig. 1).

Dieselbe Regel findet auch für den Fall statt, wo die Seitenwand gegen das Niveau der Flüssigkeit weniger als  $90^\circ$  geneigt ist.

$$\begin{aligned} \Sigma (z^2) &= h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + h_4^2 + \dots + h_n^2 \\ &= h_1^2 + (2 h_1)^2 + (3 h_1)^2 + \dots + (n h_1)^2 \\ &= h_1^2 [1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2] \end{aligned}$$

$$\Sigma (z^2) = h_1^2 \frac{n^2}{3} \text{ und } Z_1 = \frac{f \cdot k}{P_2} \cdot \frac{n^2 h_1^2}{3} = \frac{2}{3} H$$

$$Z_1 = \frac{2}{3} H; \text{ die Regel daher dieselbe wie früher, und der Mit-}$$

telpunkt des Druckes in  $O_1$  (Fig. 2).

(Schluss folgt.)

## Die unterirdischen Abflüsse des Oceans und aller grösseren Binnenseen.

Von Med. Dr. Alois Nowak in Prag.

(Fortsetzung von S. 125).

Dass ferner die Analogie mit dem Sunde für die Gibraltarstrasse nichts beweisen könne, darf schon darum behauptet werden, weil die Verhältnisse der Ostsee gegenüber der Nordsee ganz andere sind als jene des Mittelmeeres gegenüber dem Atlantischen Ocean; die Ostsee nämlich eine ver-

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Lotos - Zeitschrift fuer Naturwissenschaften](#)

Jahr/Year: 1865

Band/Volume: [15](#)

Autor(en)/Author(s): Wesely Joseph

Artikel/Article: [Einfache Beweise einiger Lehrsätze der Physik 129-133](#)