

Beiträge zur Theorie der Werteverteilung regulärer Funktionen eines komplexen Argumentes.

Von Ernst Lammel.

(Auszug aus einer Dissertation. Referent Prof. Löwner.)

Diese Arbeit beschäftigt sich mit folgenden drei Problemstellungen:

1. Nullstellenverteilung gleichmäßig beschränkter regulärer Funktionen.

2. Bestimmung von Funktionen, die in einem vorgegebenen einfach zusammenhängenden Bereich regulär sind und an abzählbar unendlich vielen vorgegebenen Stellen desselben vorgegebene Werte annehmen.

3. Gegenseitige Lage der Null- und Einstellen von Funktionen, die im Einheitskreise regulär sind.

ad 1. Blaschke hat folgenden Satz gefunden und bewiesen¹⁾: Es gibt dann und nur dann eine im Einheitskreise gleichmäßig beschränkte reguläre nicht identisch verschwindende Funktion, welche in ihm abzählbar unendlich viele vorgegebene Nullstellen besitzt, wenn die Summe der Abstände der Nullstellen von der Peripherie des Kreises konvergiert.

Mit Hilfe eines Satzes von L. Lichtenstein über konforme Abbildung wird gezeigt, daß sich der Satz von Blaschke in vollem Umfange auf endlich vielfach zusammenhängende Bereiche mit stetig gekrümmter Berandung übertragen läßt.

ad 2. Die hier in Betracht kommenden Bereiche sind solche mit nur einem Randpunkt und solche mit mindestens zwei Randpunkten. Die Bereiche mit nur einem Randpunkt lassen sich konform auf den Bereich abbilden, welcher aus der Gauß'schen Zahlenebene besteht und den unendlich fernen Punkt als Randpunkt besitzt. Für die einfach zusammenhängenden Bereiche mit mindestens zwei Randpunkten ist eine konforme Abbildung auf das Innere des Einheitskreises möglich. Man kann sich also auf die beiden einfach zusammenhängenden Bereiche, Gauß'sche Zahlenebene mit dem unendlich fernen Punkt als Randpunkt und Einheitskreis, beschränken.

Es wird vorausgesetzt, daß diejenigen Stellen im einfach zusammenhängenden Bereich, in welchen die Funktionswerte der zu bestimmenden Funktion vorgeschrieben sind, keinen Randpunkt des Bereiches als Häufungspunkt haben.

Besteht der einfach zusammenhängende Bereich aus der ganzen Ebene mit dem unendlich fernen Punkt als Randpunkt, so handelt

¹⁾ Berichte der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Math. phys. Klasse, 67. Band (1915), Seite 194—200.

es sich um die Bestimmung einer ganzen Funktion durch Angabe der Funktionswerte an abzählbar unendlich vielen vorgegebenen Stellen, welche den unendlich fernen Punkt nicht als Häufungspunkt enthalten. Das erhaltene Ergebnis lautet folgendermaßen:

Es gibt dann und nur dann eine ganze Funktion, welche an den Stellen Z_μ ($\mu = 1, 2, \dots$) die Werte W_μ annimmt, wobei die Stellen Z_μ den unendlich fernen Punkt nicht als Häufungspunkt besitzen sollen, wenn für die Folge der zugehörigen Steigungen²⁾ A_ν

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \sqrt[\nu]{|A_\nu|} = 0 \text{ ist.}$$

Die ganze Funktion ist dann darstellbar in der Form

$$A_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu \prod_{\mu=1}^{\nu} (z - z_\mu)$$

und umgekehrt läßt sich jede ganze Funktion in eine solche Reihe entwickeln, wenn nur über die Stellen Z_μ ($\mu = 1, 2, \dots$) die Voraussetzung gemacht wird, daß sie sich im Unendlichen nicht häufen.

Der wesentliche Inhalt dieses zweiten Teiles der Arbeit besteht nun in der Uebertragung dieser Ergebnisse auf im Einheitskreise reguläre Funktionen.

ad 3. Sind die Anzahlen der Null- und Einstellen einer im Einheitskreise regulären Funktion bekannt und beide mindestens gleich zwei, so bestehen zwischen deren Lagen Beschränkungen universeller Natur, die allein von den Anzahlen abhängen.

Gedruckt mit Unterstützung des Böhmerwald-Museums in Oberplan.

Beiträge zur Kenntnis der Wirbeltierfauna des böhmischen Quartärs.

IV.

Eine quartäre Wirbeltierfauna aus der Umgebung von Krumau.

Von Adalbert Liebus.

Mit 5 Textfiguren und 2 Tafeln.

Das krystalline Gebiet westlich von Krumau ist von einer Reihe von Kalkzügen durchsetzt, in denen gelegentlich Höhlenbildungen von nicht allzugroßer Ausdehnung zu beobachten sind. Am Fuße einer derartigen Kalkeinlagerung, die hier gerade gegenüber der Ortschaft Turkowitz eine steile Wand bildet, wurde eine reiche Ausbeute an quartären Tierresten ge-

²⁾ Betreffs Definition der Steigung siehe Nörlund, Vorlesungen über Differenzenrechnung, p. 8.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Lotos - Zeitschrift fuer Naturwissenschaften](#)

Jahr/Year: 1934

Band/Volume: [82](#)

Autor(en)/Author(s): Lammel Ernst

Artikel/Article: [Beiträge zur Theorie der Werte Verteilung regulärer Funktionen eines komplexen Argumentes 4-5](#)