

Theorie und Anwendung evolutionärer Algorithmen

Die Natur hat im Lauf der Evolution Tiere und Pflanzen hervorgebracht, die bestens an ihre Umwelt angepaßt sind. Der Erfolg dieser Entwicklung legt es nahe, zu den Methoden der Evolution zu greifen, um mit ihnen technische Optimierungsprobleme zu lösen. Die ersten Ansätze dazu liegen etwa drei Jahrzehnte zurück und die Methoden haben sich seitdem in vielen Anwendungsfällen bewährt (*Rechenberg 1979*).

Die auffälligsten Merkmale der natürlichen Evolution sind große Populationen von Individuen, die Rekombination, die Mutation und die Selektion. Bei der Rekombination werden neue Individuen gebildet, in denen Eigenschaften der Eltern verknüpft sind. Mit kleinen zufälligen Veränderungen bringt die Mutation Individuen mit neuen Eigenschaften hervor. Eine Selektion findet dadurch statt, daß besser angepaßte Individuen höhere Überlebenschancen haben und damit Chancen auf eine größere Nachkommenschaft, der sie ihre besseren Eigenschaften vererben können. Das Prinzip der Selektion wurde von Charles Darwin erkannt, man kennt es unter der Bezeichnung „Survival of the Fittest“. Die Selektion bewirkt eine allmähliche Verbesserung der Population.

Ein Optimierungsproblem besteht aus einem Parametersatz, der eine mögliche Lösung beschreibt, und einer Zielfunktion, die diesem Parametersatz einen Wert zuordnet. Bei der Lösung mit einem Computerprogramm muß für die Begriffe Individuum, Population, Rekombination, Mutation und Selektion etwas Äquivalentes gefunden werden: Ein Parametersatz entspricht einem Individuum, die Anfangspopulation ist eine Menge von zufällig erzeugten Individuen. Im später ausführlich beschriebenen Beispiel der Konstruktion eines Fachwerkträgers sind die Parameter die Koordinaten der Fachwerksknoten, sie bestimmen die Form des Trägers. Die Zielfunktion ist der sich daraus ergebende Preis, welcher zu minimieren ist. Für die Rekombination muß festgelegt werden, wie aus zwei Paramametersätzen, den Eltern, ein neuer gebildet wird, das Kind. Im Beispiel könnte für jeden Knoten zufällig entschieden werden, von welchem Elternteil die Koordinaten übernommen werden. Mutation erzielt man durch zufällige kleine Änderungen der Parameter, im Beispiel entspricht das einer kleinen Verlagerung

der Knoten. Die Zielfunktion bestimmt die Selektion: Parametersätze mit besseren Zielfunktionswerten bekommen bessere Chancen sich zu vermehren – im Beispiel die billigeren Fachwerkträger.

Die besseren Individuen können auf unterschiedlichste Art bevorzugt werden. Häufig werden Methoden angewandt, bei denen eine Population bis zu einer vorgegebenen Größe wächst; danach wird sie auf die Ursprungsgröße reduziert, wobei nur die Besten überleben. Die Besten können dabei aus der Eltern- und Kindergeneration entnommen werden, oder bei einem anderen Verfahren nur aus der Kindergeneration. In den hier gezeigten Beispielen wird die Selektion mit einer besonders einfachen Turnierstrategie vollzogen: Drei Individuen werden zufällig ausgewählt, das schlechteste der drei wird durch eine Rekombination aus den beiden Besseren ersetzt. Je besser ein Individuum ist, je größer ist seine Wahrscheinlichkeit bei der Auswahl zu den beiden Besseren zu gehören und damit seine Eigenschaften an Nachkommen weiterzugeben. Dieses Verfahren bietet einige Vorzüge:

- Die Populationsgröße bleibt konstant. Dadurch entfallen Angaben über obere und untere Grenzen.
- Die Population muß niemals vollständig sortiert werden, es genügen jeweils zwei Vergleiche um ein zu ersetzendes Individuum zu bestimmen.

Das Verfahren ist auch anwendbar, wenn sich die Güte eines Individuums nur schwer oder überhaupt nicht durch eine Zahl charakterisieren läßt; es genügt, wenn man zwischen zwei Individuen eine Rangordnung feststellen kann. Mit zwei Vergleichen findet man dann das schlechteste von dreien. Beispiele solcher Fälle:

- Bei einer elektrischen Schaltung sind Parameter zu finden, die eine Ausgangsspannung minimieren. Die Spannungsunterschiede sind geringer als die Auflösung der verfügbaren Meßinstrumente, jedoch läßt sich mit einer Komparatorschaltung die niedrigere von zwei Spannungen ermitteln.
- Die Güte drückt sich in einer Kurve aus, eine Ordnung zwischen den Kurven ist schwer zu definieren, doch kann ein Fachmann die bessere von zwei auf dem Bildschirm dargestellten Kurven erkennen und auswählen.
- Parameter für einen Lautsprecher sind so zu bestimmen, daß er gute Wiedergabe liefert. Eine exakte Qualitätsordnung ist schwer zu definieren, ein Mensch oder ein Gremium aber kann aus zwei Hörproben die nach seinem Geschmack bessere Parametereinstellung festlegen.

Eine Optimierung mit diesem evolutionären Algorithmus läuft nun wie folgt ab:
Schritt 1: Initialisierung: Eine Population zufälliger Parametersätze wird erzeugt.

Schritt 2: Drei Individuen werden zufällig ausgewählt

Schritt 3: Durch Rekombination der Parameter der beiden besten wird ein neues Individuum erzeugt.

Schritt 4: Das neue Individuum wird durch zufällige Parameteränderungen mutiert.

Schritt 5: Das neue Individuum ersetzt das schlechteste.

Die Schritte 2 bis 5 werden solange wiederholt, bis das beste Individuum eine vorgeschriebene Qualität erreicht, bis keine Verbesserungen mehr eintreten oder bis die vorgesehene Rechenzeit verbraucht ist.

Schritt 6: Das beste Individuum in der Endpopulation wird als Lösung genommen.

Die meisten Optimierungsverfahren versuchen einen vorhandenen Parametersatz durch kleine Änderungen zu verbessern. Sucht man etwa bei Nebel den Gipfel eines Berges, so kann man versuchen, ihn durch ständiges bergauf gehen zu erreichen. Dabei besteht die Gefahr, auf die Spitze eines Hügels zu gelangen, von wo aus es nicht weiter bergauf geht, obwohl der Gipfel noch nicht erreicht ist. Eine solche Stelle, in deren Nachbarschaft keine Verbesserungen möglich sind, bezeichnet man als lokales Optimum. Die große Population bei evolutionären Verfahren macht es unwahrscheinlicher, in einem lokalen Optimum zu enden. Die erwähnten Eigenschaften legen es nahe, evolutionäre Algorithmen besonders bei Problemen anzuwenden, bei denen viele lokale Optima zu erwarten sind und bei denen sich die Richtung einer Verbesserung nicht oder nur sehr mühsam bestimmen lässt. Dazu gehören insbesondere kombinatorische Probleme, bei denen die Hilfsmittel der Differentialrechnung nicht angewandt werden können. Evolutionäre Verfahren sind erfolgreich eingesetzt worden bei der Optimierung von Fahrplänen und Arbeitsablaufplänen, beim Vermeiden von Verschnitt in der industriellen Fertigung und beim Entwurf elektrischer Schaltungen.

Die beiden folgenden Beispiele wurden gewählt, weil sich an ihnen das Verfahren anschaulich zeigen lässt. Sie sind keine typischen Anwendungen für evolutionäre Algorithmen und lassen sich mit anderen Methoden besser lösen.

1. Beispiel: Brachistochrone (Kurve kürzester Zeit)

Eine Kurve von einem Startpunkt zu einem Zielpunkt ist zu bestimmen, auf der ein Körper, von der Schwerkraft getrieben, in kürzester Zeit vom Start zum Ziel gleitet.

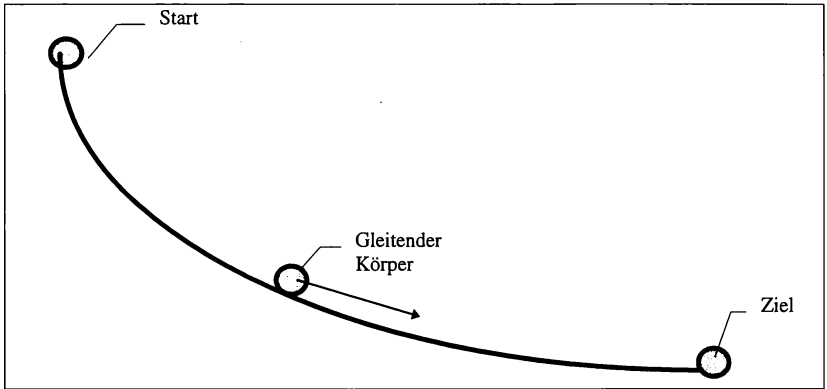


Abb. 1: Das Problem der Brachistochrone

Dieses Problem wurde schon Ende des siebzehnten Jahrhunderts von den Brüdern Jacques und Jean Bernoulli formuliert und von Jacques gelöst, der nachwies, daß die Lösungskurve eine Zykloide ist, eine Kurve, wie sie ein Umfangspunkt eines abrollenden Rades beschreibt (Boyer/Merzbach 1989, 405,417). Wir beschränken uns hier auf Streckenzüge, also Kurven, die aus Geradenstücken zusammengesetzt sind, in unserem Fall sind es acht Geraden. Mit einfachsten Mitteln der Mechanik der schiefen Ebene läßt sich die Zeit berechnen, die der Körper braucht, um ein Teilstück zu durchheilen. Die bessere von zwei Kurven ist die mit der kürzeren Gesamtzeit, also der Summe der Teilzeiten. Der Parametersatz, der eine solche Kurve beschreibt, besteht aus den Ordinatenwerten an den sieben inneren Stützstellen.

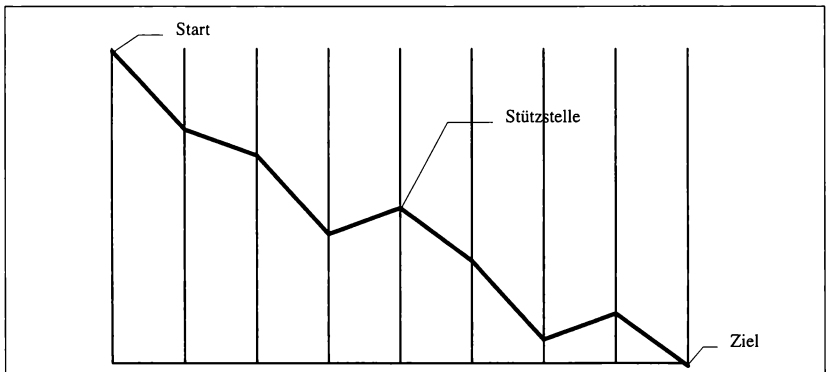


Abb. 2: Streckenzug mit äquidistanten Stützstellen

Für die Demonstration wurde eine Population von 24 Individuen benutzt. Für die Ausgangspopulation wurden die jeweils sieben Parameter der 24 Individuen zufällig so gewählt, daß die Kurven unterhalb des Startpunktes blieben und nicht weit unter die Höhe des Ziels fielen. Eine Kombination zweier Elternkurven wurde folgendermaßen gebildet: An jeder Stützstelle nimmt man den Mittelwert μ der Ordinaten beider Eltern als Ordinatenwert des Kindes; diesen Wert mutiert man durch Addition einer zufälligen Variablen mit Gaußscher Normalverteilung, mit Mittelwert Null und der Standardabweichung gleich dem Abstand des Mittelpunktes vom Ordinatenwert eines Elternteils. Dadurch entstehen auch noch neue Werte außerhalb des von den Eltern aufgespannten Bereichs mit hinreichend hoher Wahrscheinlichkeit. Abbildung 3 erläutert Rekombination und Mutation, wobei der Mittelwert nur an einer Stützstelle eingezeichnet wurde. Alle 24 Kurven wurden gleichzeitig auf dem Bildschirm angezeigt, sodaß sich die Entwicklung der gesamten Population verfolgen ließ.

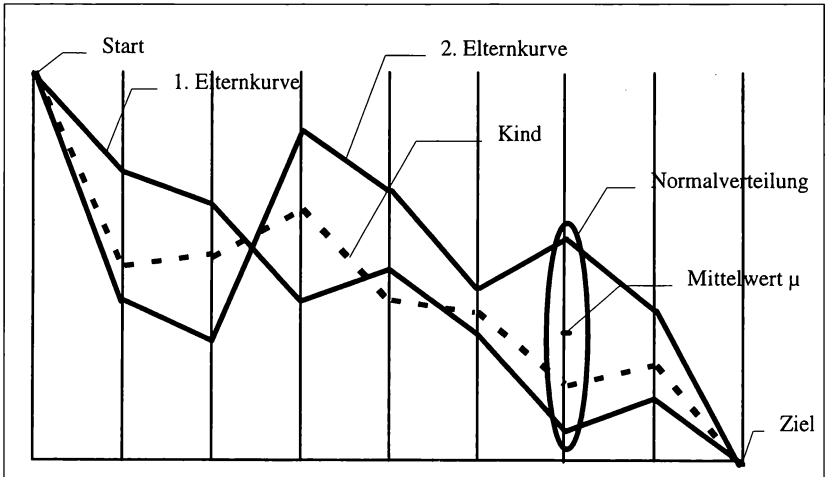


Abb. 3: Rekombination zweier Kurven mit Mutation

Die anfangs sehr unterschiedlichen und gezackten Kurven werden schnell glatter und gleichen sich an. Nachdem einige hundert neue Individuen erzeugt sind, kommen die Zeiten auf etwa ein Prozent an den bekannten Wert der Brachistochrone heran, wegen der Beschränkung auf Streckenzüge kann der Wert nicht ganz erreicht werden.

2. Beispiel: Fachwerkträger

Ein ebener Fachwerkträger, wie in Abbildung 4 dargestellt, soll konstruiert werden. Er soll möglichst billig sein. Vorgegeben sind die Punkte (1, 2), an denen er an einer senkrechten Mauer befestigt ist, und der Punkt (3), an der eine bestimmte Last angreift. Ferner ist die Struktur des Trägers festgelegt, das heißt die Zahl der Knoten und die Angabe, welche Knoten miteinander verbunden sind.

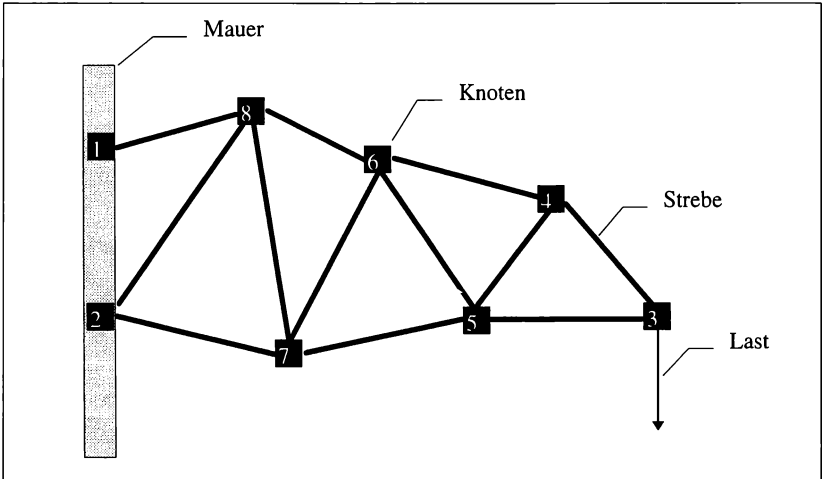


Abb. 4: Struktur des Fachwerkträgers

Die Stärke der Streben ist so zu bemessen, daß die entstehenden Zug- und Druckbelastungen abgefangen werden. Die Freiheit bei der Konstruktion besteht in der Wahl der Lage der restlichen Knoten (4 bis 8). Ein Individuum ist in diesem Fall ein Parametersatz von zehn Zahlen, den x- und y-Koordinaten der fünf freien Knoten.

Für die Ausgangspopulation von 100 Individuen werden diese Koordinaten zufällig in einem Rechteck gewählt, das die ersten drei Knoten umfaßt. Dabei wird überhaupt nicht berücksichtigt, daß der entstehende Träger sinnvoll oder konstruierbar ist. Typischerweise kommt es bei der zufälligen Anordnung zu sinnlosen Überschneidungen von Streben, exotische Gebilde wie in Abbildung 5 sind die Regel.

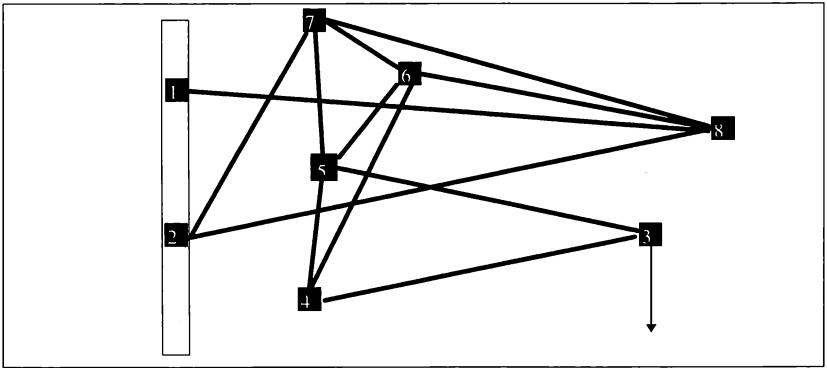


Abb. 5: Zufälliger Träger aus der Anfangspopulation

Zur Berechnung der Zielfunktion werden die Belastungen der einzelnen Streben ermittelt, dazu muß ein lineares Gleichungssystem in zwölf Unbekannten, den Belastungen der Streben, gelöst werden. Aus den Längen und Belastungen berechnen sich die Kosten für die Streben, ihre Summe ist die zu minimierende Zielfunktion. Bei der Kombination zweier Träger wird genau wie im ersten Beispiel der Mittelwert der entsprechenden Koordinaten der Eltern genommen. Dieser Wert wird mutiert, indem eine normalverteilte Zufallszahl addiert wird. Bei der Demonstration wird das jeweils das bisher beste Individuum auf dem Bildschirm angezeigt. Exotische Varianten wie in Abbildung 5 verschwinden schnell, ihre langen, hochbelasteten Streben kommen zu teuer, ihre günstigeren Konkurrenten setzen sich in der Population durch. Nach einigen Tausend erzeugten Individuum zeigen sich Konstruktionen wie in Abb. 6, Formen wie man sie erwartet.

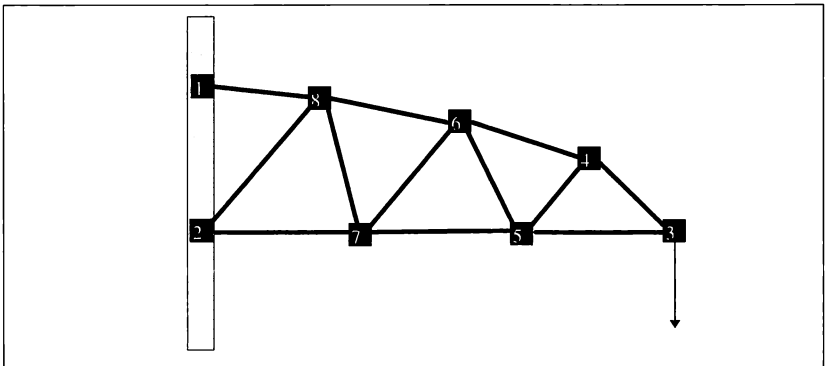


Abb. 6: Ergebnis nach Evolution

Schlußbemerkung

Bei dem Vortrag in Matrei wurde der Ablauf der Evolutionsverfahren auf einem auf eine Leinwand projizierten Computerbildschirm gezeigt. Die Beispiele wurden ausgewählt, weil sich an ihnen gut das Verfahren erklären läßt. Es sind keine typische Anwendungen für evolutionäre Algorithmen. Für eingehendere Information über das Gebiet der evolutionären Algorithmen sei auf die Literatur verwiesen.

Literatur

- BOYER, Carl B./MERZBACH, Uta C. (1989): A History of Mathematics, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- GOLDBERG, David E. (1989): Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company, Reading Massachusetts.
- MICHALEWICZ, Zbigniew (1994): Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- RECHENBERG, Ingo (1973): Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution, Frommann-Holzboog Verlag, Stuttgart.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Matreier Gespräche - Schriftenreihe der Forschungsgemeinschaft Wilheminenberg](#)

Jahr/Year: 1996

Band/Volume: [1996b](#)

Autor(en)/Author(s): Nagel Klaus

Artikel/Article: [Theorie und Anwendung evolutionärer Algorithmen 138-145](#)