Hans-Joachim Vollrath, Hans-Georg Weigand, Thomas Weth

Spezialisierung und Generalisierung in der Entwicklung der Zirkel

Fig. 1: Arithmetik und Geometrie; Holzschnitt aus: Rodericus Zamorensis, Spiegel des menschlichen Lebens, Augsburg um 1475

Mathematik bestand über Jahrhunderte im wesentlichen aus Arithmetik und Geometrie. Diese beiden Gebiete gehörten als zwei der sieben freien Künste unangefochten zu den Voraussetzungen für ein wissenschaftliches Studium. Zugleich stellten sie die mathematischen Grundlagen für praktische Tätigkeiten in der Architektur, der Landvermessung, der Nautik und der Astronomie dar.

Der Holzschnitt in Fig. 1 aus dem Buch von Rodericus Zamorensis macht Arithmetik und Geometrie an Instrumenten fest. W. L. Fischer hat sich in seiner Arbeit „Vom Abacus zum Ziffernrechnen", in der er auch diesen Holzschnitt abgebildet hat, eingehender mit dem Abacus befaßt (1986). Die vorliegende Arbeit greift die geometrische Seite auf und behandelt Instrumente zum Zeichnen von Kreisen, die Zirkel.

Euklid (um 300 v. Chr.) forderte in seinem berühmten Buch „Elemente" im 3. Postulat:

„daß man mit jedem Mittelpunkt und Abstand den Kreis zeichnen kann."

Wie das geschehen soll, wird nicht gesagt. Wir wissen aber, daß bereits zu seiner Zeit Kreise mit dem Zirkel gezeichnet wurden.

Der Kreis hat früh die Menschen interessiert. Sie konnten diese Form in ihrer Umwelt entdecken und waren von ihr fasziniert: eine Linie ohne Anfang und Ende, ohne Ecken, mit überall gleicher Krümmung. Sie teilt die Ebene in zwei Bereiche: das Innere und das Äußere. Die Menschen benutzten diese Form, um ihre Umwelt zu gestalten. Aber sie hatten auch eine Scheu vor ihr: der Kreis wurde mit magischen Vorstellungen verbunden. Handwerker, Künstler und Wissenschaftler, auch Magier benötigten Zirkel, um Kreise zu zeichnen.

Das Zeichnen eines Kreises mit dem Zirkel ist eine Kulturtechnik. Ihr liegt die mathematische Einsicht zugrunde, daß alle Punkte auf dem Kreis gleichen Abstand vom Mittelpunkt haben. Der Zirkel sorgt dafür, daß beim Zeichnen der Abstand von einem festen Punkt festgehalten wird. Es ist erstaunlich, daß dieses einfache Prinzip im Laufe der Kulturentwicklung zu einer derartigen Vielzahl von Zirkeltypen führte (Fig.2).

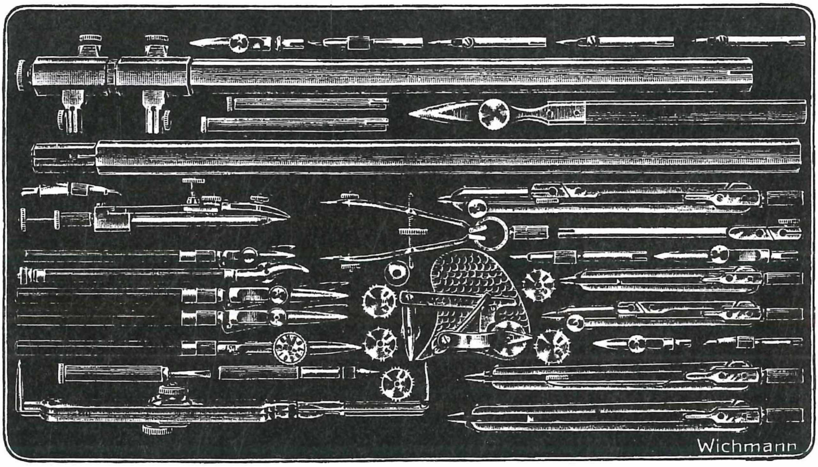


Fig. 2: Aus einem Katalog der Fa. Wichmann aus den dreißiger Jahren: „Präzisionsreißzeug für höchste Ansprüche"

Nachdem von Liedtke (1996) Verlaufsstrukturen in der Geschichte der Schreibgeräte herausgearbeitet worden sind, soll hier die Entwicklung der

Zirkel betrachtet werden. Berührungspunkte sind nicht nur durch die Fragestellung gegeben, sondern auch durch den Einfluß der Entwicklung der Schreibgeräte auf die der Zirkel.

Für die Entwicklungsgeschichte der Schreibgeräte wurde von Fischer (1996) gezeigt, wie sich Typisierungen mit Hilfe von Begriffsverbänden beschreiben lassen. Es ist unmittelbar ersichtlich, daß sich seine Überlegungen auch auf die Entwicklungsgeschichte des Zirkels anwenden lassen. Die unterschiedlichen Zirkel in einem Zirkelkasten sind für jeweils bestimmte Funktionen vorgesehen. Sie sind das Ergebnis von Spezialisierungen. Andererseits sind die Einsatzzirkel (Fig. 3) ein Beispiel, wie man versucht, ein Grundgerät durch verschiedene Einsätze für unterschiedliche Funktionen auszurüsten. Man kann dies als eine Generalisierung deuten.

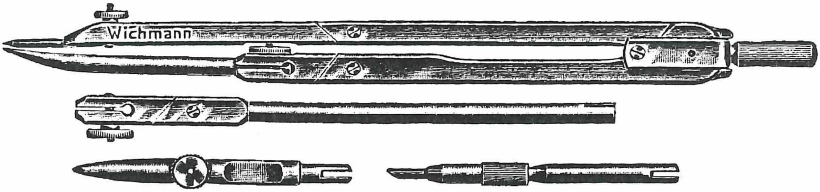


Fig. 3: Einsatzzirkel mit Verlängerungsstange, Ziehfeder- und Bleistifteinsatz aus einem Katalog der Fa. Wichmann

Im Vordergrund unseres Interesses steht die Beobachtung und Deutung des Wechselspiels zwischen Spezialisierung und Generalisierung in der Entwicklung der Zirkel. Wir wollen untersuchen, ob sich diese für die Entwicklung der Mathematik so fruchtbare Betrachtung auch für die Entwicklungsgeschichte dieses mathematischen Instruments eignet.

Jedem Zirkel liegt (mindestens) eine mathematische Idee zugrunde. Manche Ideen haben zu einfachen Lösungen, andere zu komplizierten technischen Realisierungen geführt. Es erscheint reizvoll zu untersuchen, welche Beziehung zwischen einer mathematischen Idee, ihrer technischen Realisierung und der „Lebensfähigkeit" des Instruments besteht.

Prinzipiell ist der Mathematiker immer auf der Suche nach einfachen Lösungen. Das Komplizierte hat gegenüber dem Einfachen in der Geschichte der Mathematik kaum Bestand. Es ist zu vermuten, daß sich dies auch in der Geschichte der Zirkel nachweisen läßt.

Spezialisierungen führen zu einer Auffächerung der Instrumenttypen. Das hat zur Folge, daß bestimmte Funktionen verlorengehen und daß es zur

Reliktbildung kommt (Liedtke 1996). Auch darauf wollen wir unser Augenmerk richten.

Die einem Zirkel zugrundeliegende mathematische Idee ist bei den klassischen Zirkeln unmittelbar deutlich. Bei komplizierteren Zirkeln, etwa Zirkeln zum Zeichnen von Kegelschnitten oder Spiralen, läßt sich die Idee mit einigen Mühen beim Studium des Instruments und seiner Funktionsweise herausfinden. Insofern sind die Instrumente zugleich Träger von mathematischen Ideen. Man kann sie in Anlehnung an die Überlegungen von Liedtke (1996) als „Meme" (O. König) des Kulturgutes ansehen.

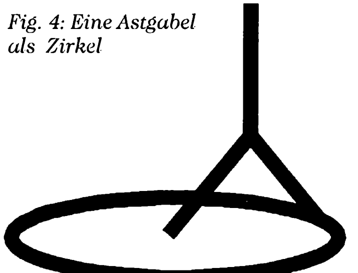
Zirkel gehören allgemein zu den Zeicheninstrumenten. Für die historische Entwicklung der Zeicheninstrumente verweisen wir auf die Darstellungen von Feldhaus (1953), Hambly (1988), Schillinger (1990) und Starck (1925). Das Buch von Hambly bietet zudem eine Fülle von Abbildungen historisch interessanter Zirkel und Zirkelkästen. Bei den Abbildungen in diesem Beitrag haben wir uns auf Vorlagen gestützt, die sich gut reproduzieren ließen. Neben den klassischen Werken von Adams (1797), Bion (1752), Leupold (1727) und Penther (1788) war das die Dissertation von Starck (1925) und vor allem ein Katalog der Fa. Wichmann aus den dreißiger Jahren.

I. Zirkel

1. Der Zirkel als Instrument zum Zeichnen von Kreisen

Einen Kreis kann man leicht mit einer Astgabel in den Sand zeichnen (Fig. 4).

Fig. 4: Eine Astgabel als Zirkel



Um Kreise mit verschiedenen Radien zeichnen zu können, benötigt man unterschiedliche Astgabeln. Unterschiedliche Radien erhält man bei verschiedenen Öffnungswinkeln und bei verschiedenen Längen der Äste.
Jeder dieser „Zirkel" ist hoch spezialisiert, denn er läßt nur das Zeichnen eines Kreises zu. Diese Spezialisierung ist unpraktisch. Man wird also bestrebt sein, ein Gerät zu entwickeln, das allgemeiner verwendbar ist. Dafür gibt es im Prinzip zwei Möglichkeiten: Man kann den Öffnungswinkel oder die Schenkellängen variabel machen. Historisch ist man den ersten Weg gegangen.

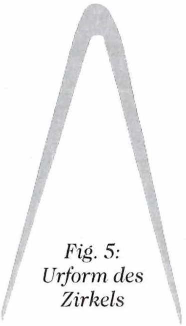


Fig. 5: Urform des Zirkels

Frühe Zirkel sind aus Holz gefertigt, sie haben zwei angespitzte Schenkel, die durch ein Gelenk verbunden sind. Später werden Zirkel aus Metall angefertigt. Derartige Zirkel aus Eisen finden sich bereits bei den Römern, und sie werden bis heute im Metallhandwerk verwendet (Fig. 5).

Kreise wurden zunächst geritzt. Mit der Entwicklung der Schreibwerkzeuge eröffneten sich neue Möglichkeiten zum Zeichnen von Kreisen.

2. Beziehungen zur Entwicklung der Schreibwerkzeuge

Indem man die eine Spitze des Zirkels durch ein Schreibwerkzeug ersetzte, konnte man das jeweilige Werkzeug zum Zeichnen verwenden. So wurden Zirkel mit Ziehfedern, andere mit Bleistiften ausgestattet. Das stellte jeweils eine Spezialisierung dar. Man wechselte dabei das Instrument, wenn man das Schreibwerkzeug wechseln wollte. Das war natürlich eine kostspielige Angelegenheit.

Dem wurde durch eine Generalisierung begegnet, indem man Einsatzzirkel entwickelte (Fig. 6). Leupold (1727) führt folgende Einsätze auf: Spitze, Ziehfeder, Schreibstift (Bley-weiß) und Punktierrädchen.

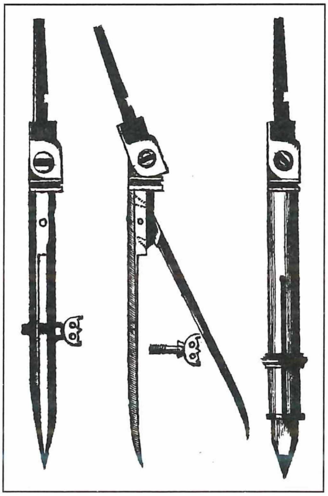


Fig. 6: Zirkeleinsätze: Ziehfeder und Bleistift; J. F. Penther, Praxis geometriae, Augsburg 1788

Fig. 7: Zirkel mit Tuscheeinsatz, Prospekt der Fa. Staedtler

Diese Entwicklung hat sich fortgesetzt bis in unsere Zeit. So gibt es heute auch Zirkel mit Einsätzen für Tuscheschreiber (Fig. 7).

Die Einsätze werden meist eingesteckt und durch eine Flügelschraube oder eine Rändelschraube festgestellt. Im vergangenen Jahrhundert hat Clemens Riefler begonnen, seine Zirkeleinsätze lediglich einzustecken.

Reißen und zeichnen
In einer Übergangszeit riß man den zu zeichnenden Kreis mit dem Zirkel an und zog dann die angerissene Kreislinie mit dem Schreibwerkzeug nach. Das war umständlich und ungenau. Die Verwendung der Schreibwerkzeuge an den Zirkeln bedeutete also eine erhebliche Qualitätszunahme. Die Spezialisierung führte hier zu einer Trennung zwischen Zeichnen und Reißen.
Handwerker reißen Kreise auf Metall oder Holz an, um sie dann auszusägen oder auszuschneiden. Die Spezialisierung bedeutete die Einschränkung einer bestimmten Fähigkeit: mit dem Reißzirkel konnte man nicht mehr auf Papier zeichnen, mit dem Bleistiftzirkel konnte man nicht mehr Metall anreißen. Holz stellt einen Grenzfall dar. Allerdings wird hier meist vorgezeichnet.
Durch die verschiedenen Einsätze ist es möglich, den Zirkel sowohl als Reißzeug als auch als Zeichengerät zu verwenden. Allerdings haben sich bis heute auch reine Stechzirkel erhalten.

3. Spezialisierung zum Zeichnen kleiner und großer Kreise

Die üblichen Zirkel haben eine Schenkellänge von etwa 15 cm. Damit lassen sich Kreise mit einem Durchmesser von etwa 2-15 cm Radius ordentlich zeichnen. Will man Kreise mit einem größeren Radius zeichnen, so kann man eine Verlängerungsstange in einen Schenkel des Einsatzzirkels einfügen. Damit wird das Zeichnen von Kreisen mit einem Radius von 15-25 cm möglich.

Teleskopzirkel
Technisch geschickter, allerdings auch aufwendiger, sind Teleskopzirkel, bei denen ein Schenkel nach dem Teleskopprinzip ausgezogen und mit einer Schraube arretiert werden kann (Fig. 8). Für das Zeichnen kleinerer Kreise gibt es auch Zirkel mit einer Schenkellänge von etwa 10 cm. Doch auch mit ihnen bekommt man Schwierigkeiten bei Radien unter 1 cm. Man mußte also nach anderen Prinzipien suchen.

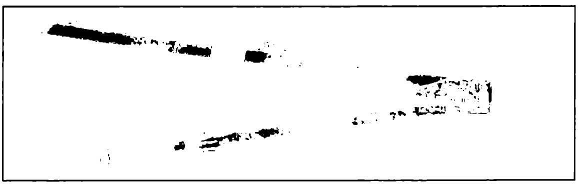


Fig. 8: Teleskopzirkel

Nullenzirkel
Für kleine Kreise wurden Nullenzirkel gebaut, bei denen ein Schenkel senkrecht im Mittelpunkt steht, während sich der andere Schenkel um ihn als Achse dreht (Fig. 9). Dabei drückt das Gewicht des drehbaren Schenkels das Schreibzeug auf die Unterlage. Man spricht deshalb auch von einem Fallnullenzirkel.

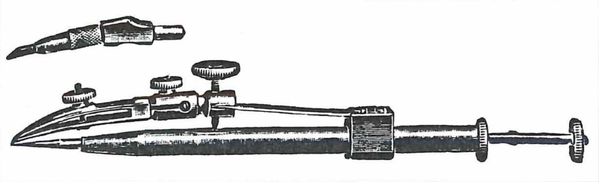
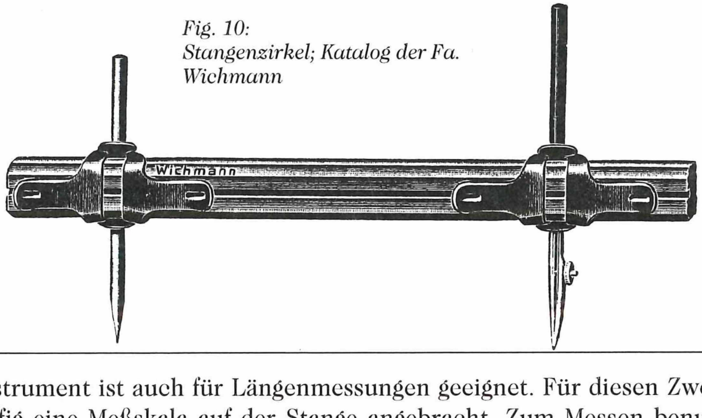


Fig. 9: Nullenzirkel mit Bleistift- und Ziehfedereinsatz; Katalog der Fa. Wichmann

Stangenzirkel
Zum Zeichnen von Kreisen mit größeren Radien bis etwa 1 m sind Stangenzirkel geeignet. Auf einer Stange befinden sich eine verschiebbare Spitze und ein verschiebbares Schreibzeug (Fig. 10). Die Stange ist aus Holz oder Metall. Es gibt unterschiedliche Längen und Profile. Die Länge der Stange begrenzt den möglichen Radius nach oben, die Breite der beiden Reiter begrenzt ihn nach unten.

Fig. 10: Stangenzirkel; Katalog der Fa. Wichmann



Das Instrument ist auch für Längenmessungen geeignet. Für diesen Zweck ist häufig eine Meßskala auf der Stange angebracht. Zum Messen benutzt man dann zwei Spitzeneinsätze.

4. Das Problem der schrägen Spitzen

Beim Stangenzirkel stehen die Einsätze immer senkrecht zur Unterlage. Er vermeidet damit ein Grundproblem des klassischen Zirkels, bei dem normalerweise die Spitzen schräg einsetzen. Besonders problematisch war dies am Mittelpunkt, denn dadurch wurde beim Zeichnen eines Kreises auf dem Papier ein Kegel ausgefräst. Es wurden verschiedene Lösungen dieses Problems gefunden.

Gelenke
Mit Hilfe von Gelenken in den Schenkeln war es möglich, dafür zu sorgen, daß Zirkelspitze und Bleistiftspitze beim Zeichnen eines Kreises senkrecht auf dem Papier stehen (Fig. 11). Freilich mußte man die Schenkel nach Augenmaß abknicken, so daß das Problem nur annähernd gelöst wurde. Häufig hat auch nur der Schenkel ein Gelenk, in den Einsätze eingefügt werden können. An dem anderen Schenkel ist dann die Nadel drehbar eingebaut. Darunter litt allerdings die Stabilität des Zirkels. Die Spitzen rutschten leicht während des Zeichnens ab.


Fig. 11: Zirkel mit Gelenken an den Schenkeln

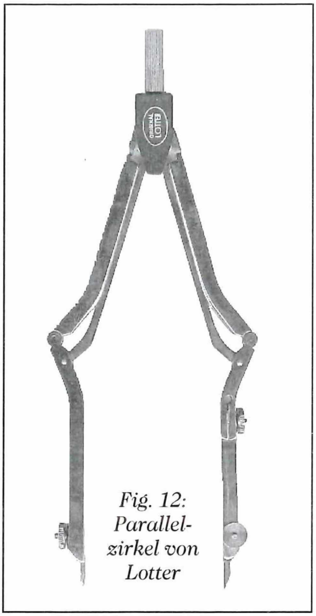


Fig. 12: Parallelzirkel von Lotter

Parallelzirkel
Die Probleme des Gelenkzirkels wurden durch die Erfindung des Parallelzirkels von Johann Christian Lotter in Wilhelmsdorf gelöst. Er baute ein Parallelgestänge ein, das die abgeknickten Schenkel bei jeder Zirkelöffnung automatisch senkrecht zur Unterlage stellte (Fig. 12). Das war eine interessante, technisch allerdings aufwendige Lösung, die sich wegen des hohen Preises nicht am Markt hielt.

5. Das Problem des Zirkelkopfes

Die beiden Schenkel des Zirkels wurden durch einen Stift verbunden. Damit erhielt der Zirkel ein Gelenk. Später wurde dieser Teil besonders ausgebildet, so daß er wie ein Kopf aussah (Fig. 13).

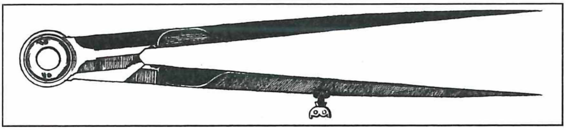


Fig. 13: Zirkel aus J. Penther: Praxis geometriae, Augsburg 1788

Das Gelenk sollte ohne Spiel arbeiten, die Schenkel sollten sich glatt öffnen lassen, allerdings auch ihre Position halten können. Mit einem vernieteten Stift war dies nicht zu erreichen. Um die Mitte des 17. Jahrhunderts beginnt man, die Schenkel mit Schrauben zu verbinden (Starck 1925). Der Zeichner konnte mit dem mitgelieferten Schraubenzieher selbst regulieren, wie stramm sein Zirkel sich öffnete.

Neben Zirkeln mit dem ausgeprägten Kopf gab es auch spezielle Zirkel mit Griff. Seit Mitte des 19. Jahrhunderts wurden Griffe mit Bügel über dem Zirkelkopf verwendet. Erfinder dieser Konstruktion war Clemens Riefler. Diese Erfindung wurde von der Fa. Haff in Pfronten auch bei den klassischen Zirkeln verwendet und war vor allem in den USA erfolgreich.

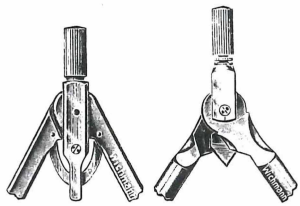
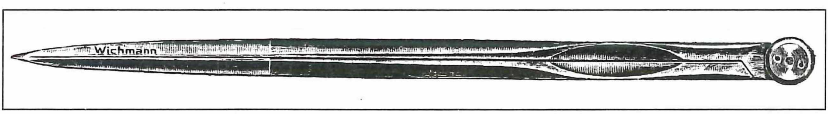


Fig. 14: Starrer und beweglicher Griff; Katalog Fa. Wichmann

Zunächst waren diese Griffe beweglich, später wurden sie fixiert, so daß ihre Verlängerung stets den Winkel zwischen den Schenkeln halbiert (Fig. 14). Diese Technik setzte sich unter dem Einfluß von Otto Richter durch. Mit den Griffen ließ sich die Drehbewegung des Zirkels beim Zeichnen eines Kreises wesentlich besser steuern.

Der alte Kopf findet sich heute nur noch bei Spezialzirkeln, die in der Nautik verwendet werden (Fig. 15). Sie werden lediglich als Greifzirkel verwendet. Um sie leicht öffnen zu können, haben sie eine Griffmulde. Diese gestattet es, auch kleine Öffnungen zu erzielen.

Fig. 15: Marinezirkel mit Griffmulde; Katalog der Fa. Wichmann



6. Der Zirkel als vielseitiges Instrument

Mit dem Zirkel kann man jedoch nicht nur Kreise zeichnen, sondern Zirkel können auch für andere Zwecke verwendet werden. Im wesentlichen sind es noch die folgenden Funktionen.

Der Zirkel als Instrument zum Übertragen und Messen von Längen

Mit dem Zirkel kann man eine bestimmte Länge zwischen den Zirkelspitzen einstellen. Damit kann man die Länge einer Strecke in den Zirkel nehmen. Oder man fragt, wie oft diese Strecke in einer anderen enthalten ist. Es wird also gemessen. Man kann eine Strecke zeichnen, deren Länge ein Vielfaches einer anderen Streckenlänge ist. Diese Technik hat sich bis heute erhalten, wenn z.B. im Forstbetrieb, Längen durch Abschlagen mit einem großen Zirkel bestimmt werden (Fig. 16).

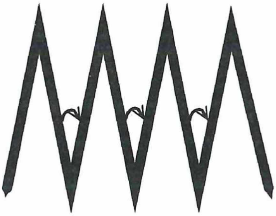


Fig. 16: Längenmessen durch Abschlagen

Fig. 17: Handzirkel aus einem Prospekt der Fa. Boden

Auch in der Nautik werden Zirkel so verwendet. Hier hat sich der Handzirkel, der mit einer Hand bedient wird, als besondere Form durchgesetzt (Fig. 17).

Der Zirkel als Recheninstrument

Fügt man mit Hilfe des Zirkels Strecken verschiedener Länge aneinander, so läuft das auf die Addition der Streckenlängen hinaus. Natürlich kann man auch Streckenlängen subtrahieren. Mit Hilfe des Zirkels kann auch vervielfacht und geteilt werden. Damit wird deutlich, daß man mit einem Zirkel graphisch rechnen kann. Er gehört damit in die Gruppe der Analogrechner. Diese Verwendungszwecke führten allerdings zu neuen Anforderungen an Zirkel, die durch die üblichen Zirkel nicht optimal befriedigt wurden. Als Resultat ergab sich wiederum eine Spezialisierung. Auf sie wollen wir in Teil II näher eingehen.

7. Spezialisierung von Zirkeln zum Übertragen und Messen

Um Streckenlängen genau einstellen und dann auch festhalten zu können, wurden drei Zirkeltypen entwickelt.

Mit den Stellzirkeln konnte man mit Hilfe einer Spindel oder einer Schraube die Zirkelschenkel fein auf eine feste Öffnung einstellen.
An dem historischen Exemplar (Fig. 18) ist die künstlerische Ausformung der Stellschrauben beachtenswert. Sie zeigt eine Luxurierungstendenz (Liedtke 1996); sie bezieht sich auf ein Merkmal, das für die Funktion des Instruments nicht wesentlich ist. Andererseits ist das Prinzip des Stellzirkels so praktisch, daß es sich heute weitgehend bei den normalen Zirkeln für den Schulgebrauch durchgesetzt hat. Auch hier zeigt sich übrigens eine „Luxurierungstendenz“: Der Zirkel soll durch das aufgemalte Muster für Jugendliche attraktiver sein (Fig. 19).

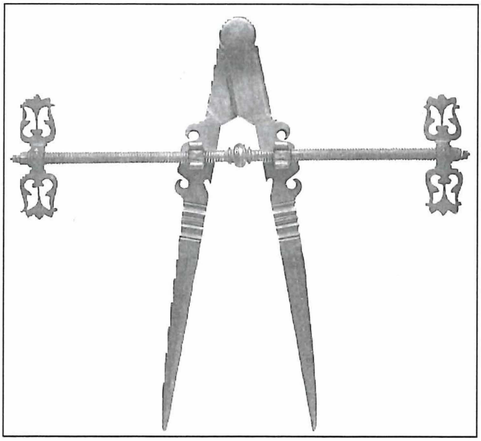


Fig. 18: Stellzirkel um 1600; Mathematisch-Physikalischer Salon Dresden

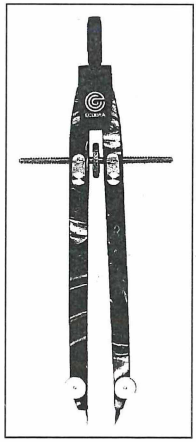


Fig. 19: Moderner Stellzirkel aus einem Prospekt der Fa. Ecobra

Die zu greifende Streckenlänge ist geometrisch zugleich Sehnenlänge des Winkels zwischen den Schenkeln.
Die Beziehung zum Winkel zwischen den Schenkeln tritt beim Bogenzirkel hervor. Mit ihm kann man einen bestimmten Öffnungswinkel einstellen und arretieren (Fig. 20, 21).

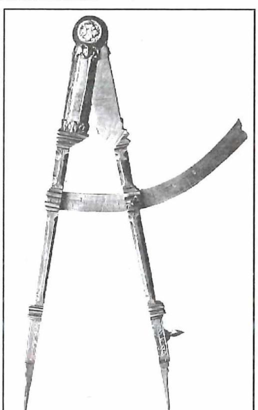


Fig. 20: Frühes 17. Jahrhundert; Germanisches Nationalmuseum Nürnberg; Hambly 1988, S.76

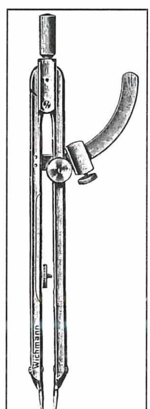


Fig. 21: Bogenzirkel; Katalog der Fa. Wichmann

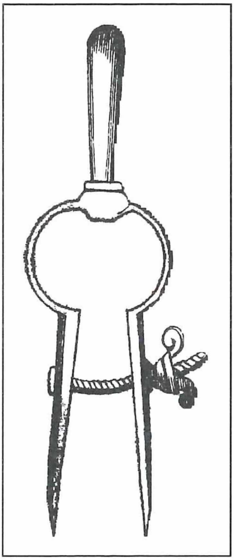


Fig. 22: Federzirkel; J. Leupold: Theatrum geometricum, Leipzig 1727

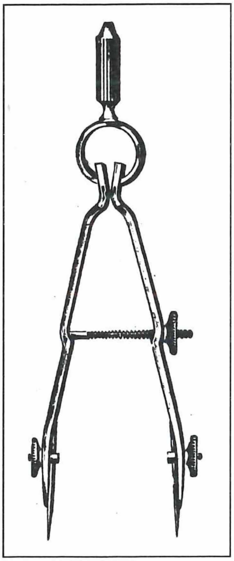


Fig. 23: Federzirkel; Starck 1925

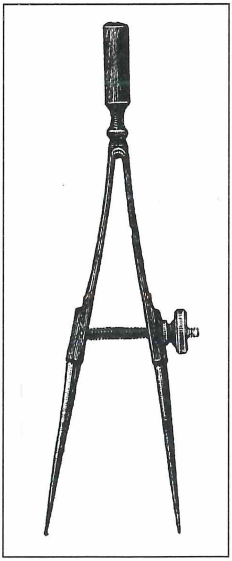


Fig. 24: Federzirkel; federnde Schenkel; Starck 1925

Federzirkel sind Stellzirkel, bei denen die Schenkel durch Federn auseinandergedrückt werden (Fig. 22, 23). Damit wurde das Einstellen erleichtert.

Eine interessante Variante der Federzirkel besteht darin, die Schenkel starr zu verbinden, aber federnd zu machen (Fig. 24). Mit der Schraube auf der Spindel kann man gegen die Federspannung den Radius verkleinern.

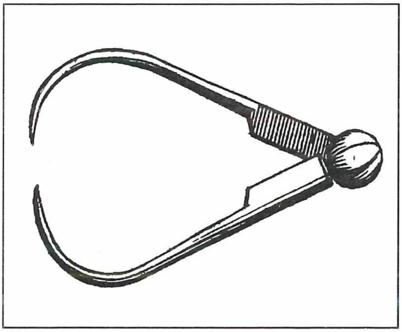


Fig. 25: Tasterzirkel; N. Bion: Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique, Paris 1752

8. Verlust der Fähigkeit zum Zeichnen

Um Außendurchmesser z.B. von zylinderförmigen Gegenständen abgreifen zu können, wurden Tasterzirkel entwickelt (Fig. 25). Diese Spezialisierung auf die Meßfähigkeit des Zirkels führte allerdings zu einem Verlust der Fähigkeit, Kreise zu zeichnen.

Es blieben zwar die Bauelemente des Zirkels erhalten, doch ging durch die starke Biegung der Schenkel die Zeichenfähigkeit verloren.
Diese Instrumente wurden weiter spezialisiert (Fig. 26). Man entwickelte Instrumente, um Innendurchmesser abgreifen zu können, und man kombinierte sie mit Skalen.

Fig. 26: Aus einem Katalog der Fa. Wichmann

Auch der Name „Zirkel" bleibt als Relikt erhalten. Der Innentaster wird z.B. als *Lochzirkel*, der Außentaster als *Greifzirkel* bezeichnet.

In die Kategorie der Zirkel, die lediglich zum Übertragen benutzt wurden, gehört auch der *dreischenklige Zirkel* (Fig. 27).

Fig. 27: Dreischenkliger Zirkel; G. Adams, Geometrical and graphical essays, London 1797

Dieses seltsame Instrument diente ausschließlich zum Kopieren von Dreiecken, hatte mit dem Kreis also nichts mehr zu tun. Trotzdem wurde auch dieses Instrument Zirkel genannt, weil in ihm noch ein typischer Stechzirkel enthalten war. Auch diese Spezialisierung führte also zu einer Reliktbildung.

9. Der Zirkelkasten als Spezialitätensammlung

Dem Zeichner stand eine große Zahl spezieller Zirkel für unterschiedliche Zwecke zur Verfügung. Um sie zusammenzuhalten und transportieren zu können, wurden sie schon früh in Kästen aufbewahrt. So sind bereits aus dem 16. Jahrhundert reichhaltig ausgestattete Zirkelkästen in Museen zu bewundern.

Zur Grundausstattung eines Zirkelkastens gehört ein Einsatzzirkel mit einem Spitzen-, einem Bleistift- und einem Ziehfedereinsatz. Häufig findet sich noch eine Ziehfeder, ein Zeichendreieck und ein Winkelmesser.

Fig. 28: Zum 100-jährigen Bestehen der Fa. Boden, Wilhelmsdorf 1992

Die Vielzahl von Zirkeln für die unterschiedlichsten Funktionen führte allerdings zu immer umfangreicheren Zirkelkästen vor allem für Baumeister und Landvermesser. Auch Fürsten waren häufig an umfangreichen Zirkelkästen für ihre Mathematischen Salons interessiert.

Bis in die Neuzeit sind umfangreiche Zirkelkästen mit dem besonderen Hauch der Professionalität umgeben (Fig. 28).

In der Praxis sind allerdings viele Teile solcher Kästen selten oder nie benutzt worden. Die Spezialisierung führte also zu Spezialitätensammlungen, die insofern universell sind, als man mit ihnen für jeden Fall gerüstet sein will. Der Aufwand war allerdings beträchtlich. Man wird hierin auch eine Luxurierungstendenz erkennen.

Die Tatsache, daß etliche Instrumente von dem Besitzer nie benutzt werden, kann man auch so interpretieren, daß sich bei ihnen eine Reliktbildung anbahnt. Das trifft z.B. für die Ziehfedereinsätze zu.

10. Kombinationszirkel

Die Unhandlichkeit und die hohe Ausdifferenzierung der Zirkel bei den Zirkelkästen ließ den Wunsch nach einem handlichen und vielseitigen Instrument aufkommen. Eine besonders hübsche Lösung dieses Problems war ein Taschenzirkel, der zusammengeklappt werden konnte und damit klein war,

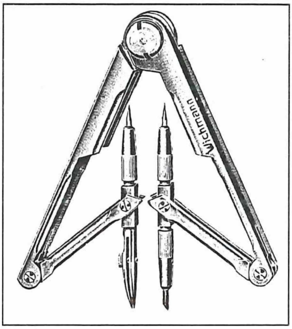


Fig. 29: Taschenzirkel; Katalog der Fa. Wichmann

und bei dem die verschiedenen Spitzen kombiniert werden konnten (Fig. 29).
Aber dieses handliche Universalinstrument war eher eine „Spielerei". Sie ist heute bei Sammlern begehrt. Es gibt auch größere Kombinationszirkel, z.B. den Wendezirkel (Fig. 30).

Fig. 30: Wendezirkel; Katalog der Fa. Wichmann

11. Materialien und Profile

Materialien
Ursprünglich wurden Zirkel aus Holz hergestellt. Dieses Material wird bis in unsere Zeit in speziellen Bereichen verwendet. Man denke etwa an den klassischen Tafelzirkel in der Schule.
Für „grün" angehauchte Benutzer wurde kürzlich auch ein Öko-Zirkel aus Holz auf den Markt gebracht (Fig. 31).

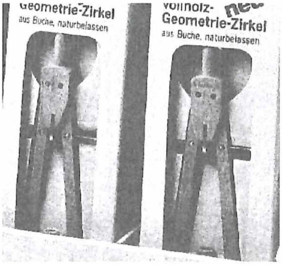


Fig. 31: Öko-Zirkel aus Holz; Prospekt der Fa. Ecobra

Über Jahrhunderte wurden Zirkel aus Eisen hergestellt. Sie wurden geschmiedet. Davon zeugte auch die Berufsbezeichnung Zirkelschmied (Fig. 32).

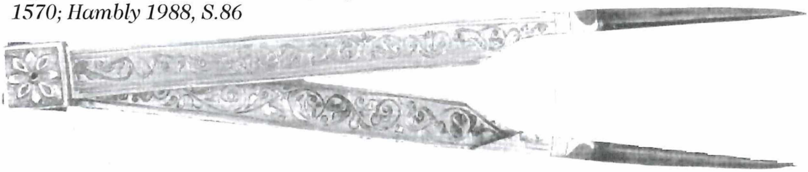
Fig. 32: Nürnberger Zirkelschmiede; Holzschnitt von Jost Amman (1568)

Mitte des 16. Jahrhunderts beginnt sich Messing als Material durchzusetzen. Die Zirkel wurden nun gegossen, gefeilt und poliert. Die Spitzen wurden allerdings weiter aus Eisen, dann aus Stahl hergestellt.
Seit Mitte des 19. Jahrhunderts wurde zunehmend Neusilber verwendet. Dieses Metall war Anfang des 18. Jahrhunderts aus China nach Europa gekommen und Ende des 18. Jahrhunderts analysiert worden. Seit Anfang des 19. Jahrhunderts wurde es gewerbsmäßig hergestellt (Starck 1925).

Noch heute sind Neusilber und verchromtes oder vernickeltes Messing die wichtigsten Werkstoffe.

Das an sich für die Funktionen des Zirkels weitgehend unbedeutende Merkmal der Oberflächenbeschaffenheit bot Ansätze zu einer künstlerischen Gestaltung. Bis ins 18. Jahrhundert wurden prachtvoll gravierte Zirkel hergestellt, die vor allem von den Fürsten für ihre Mathematischen Kabinette begehrt waren (Fig. 33).

Fig. 33: Prachtvoller Stechzirkel, England um 1570; Hambly 1988, S.86



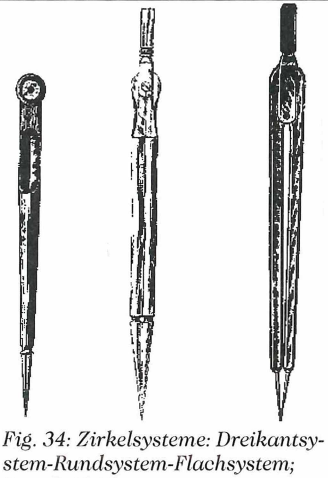


Fig. 34: Zirkelsysteme: Dreikantsystem-Rundsystem-Flachsystem; Starck 1925

Profile

Was das Profil anbelangt, lassen sich grob drei Typen beobachten (Fig. 34). Seit dem 16. Jahrhundert haben die Schenkel der Zirkel einen dreieckigen Querschnitt. Man spricht vom Dreikantsystem. Als besonderes Qualitätsmerkmal galt, daß sich die Schenkel völlig schließen ließen, so daß über die ganze Länge bei zusammengefügten Schenkeln kein Schlitz zu erkennen war (Starck 1925). Die Griffmulde gestattete ein gut dosiertes Öffnen.

Mitte des 19. Jahrhunderts begann Clemens Riefler in Nesselwang und München Zirkel zu bauen, bei denen die Schenkel kreisförmigen Querschnitt hatten. Erfinder des Rundsystems war Siegmund Riefler. Nun war es möglich, Zirkel zu fräsen. Das gestattete maschinelle Produktion. Auch das Einstecken der Einsätze wurde von Riefler genial mit geschlitzten Steckern gelöst, so daß dieses System schnell Verbreitung fand.

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts wurde von Ernst Otto Richter in Chemnitz der Bau von Zirkeln begonnen, bei denen die Schenkel einen rechteckigen Querschnitt erhielten. Das Flachsystem stieß zunächst weitgehend auf Ablehnung. Ein wichtiges Argument war dabei, daß die Schenkel des Flachsystems nicht schlossen. Richter hielt dem entgegen, daß es beim Zeichnen nicht auf das Schließen der Schenkel, sondern auf das Schließen der Spitzen ankommt (Starck 1925). Das Flachsystem ermöglichte eine weitgehende Maschinenproduktion, so daß ungelernte Arbeitskräfte eingesetzt werden konnten. Das senkte die Herstellungskosten. Richter verzichtete auch darauf, bei der Herstellung von Zirkeln Sonderwünsche von Händlern zu befriedigen (Starck 1925). Derartige Sonderwünsche bezogen sich auf „Äußerlichkeiten", die zu einer Spezialisierung führten. Aus Kostengründen begegnete ihr der Hersteller mit einer Generalisierung. Das preiswerte Angebot, aber auch interessante konstruktive Lösungen im Detail trugen dazu bei, daß sich dieses System heute durchgesetzt hat.

Trotzdem trauerten viele Zeichner lange der Ästhetik des Dreikantsystem nach (Starck 1925), eine Erscheinung, die ja auch von Liedtke (1996) beim Wandel der Schreibwerkzeuge beobachtet worden ist.

12. Zukunftsaussichten

Heute werden Konstruktionszeichnungen zunehmend mit Computern angefertigt. Damit verlieren die klassischen Zirkel weitgehend ihre Bedeutung. Auch in der Schule kann heute bereits der Computer im Geometrieunterricht zum Konstruieren eingesetzt werden. Trotzdem wird der Zirkel hier aber weiterhin eine Rolle spielen, denn er vermittelt den Lernenden unmittelbare geometrische Erfahrungen durch Handeln. So ist weltweit eine steigende Nachfrage nach Zirkeln zu beobachten. Der Trend geht derzeit dahin, stabile, präzise arbeitende und preiswerte Zirkel zu verwenden. Dazu eignen sich besonders Stellzirkel, die nach dem Flachsystem in Messing gefertigt und als einzelne Instrumente angeboten werden. Die Oberfläche bietet die Möglichkeit zu modischer Gestaltung.

II Proportionalzirkel

1. Spezialisierung von Zirkeln als Recheninstrumente

Zu Beginn des 17. Jahrhunderts wurden zwei Zirkel erfunden, die auf dem Strahlensatz beruhen und mit denen es möglich ist, Strecken zu vervielfachen und zu teilen. Nach dem Strahlensatz verhalten sich bei zwei von Parallelen geschnittenen Geraden die Abschnitte auf den schneidenden Geraden wie die entsprechenden Abschnitte auf den geschnittenen Geraden.

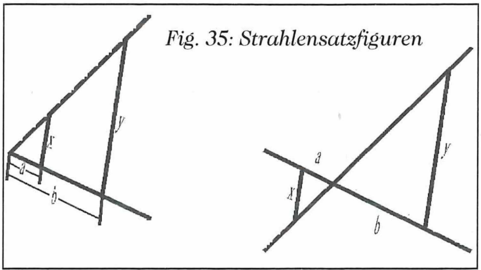


Fig. 35: Strahlensatzfiguren

Zwei Fälle sind dabei interessant (Fig. 35): Es gilt in beiden Fällen die Proportion: x:y = a:b.

Das führte auf die beiden folgenden Zirkeltypen.

Der Proportionalzirkel von Galilei

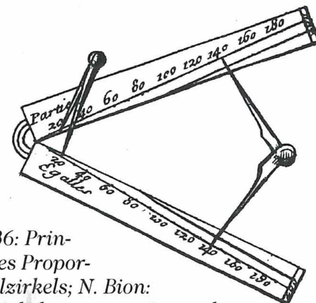


Fig. 36: Prinzip des Proportionalzirkels; N. Bion: Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique, Paris 1752

Lehnt man sich an die erste Figur an, dann erhält man den Zirkel von Galileo Galilei (1564 -1642) . Sein Prinzip zeigt die Figur von N. Bion (Fig. 36).

Die Strecken x und y wurden mit dem Stechzirkel abgenommen. In dieser Skizze ist a = 20 und b = 140. Also gilt hier: x:y = 20:140 = 1:7. Die rechts abgegriffene Strecke ist also 7 mal so groß wie die links abgegriffene.

Anfangs waren noch Spitzen vorhanden, so daß man die Strecke y zwischen den Spitzen ablesen konnte (Fig. 37).

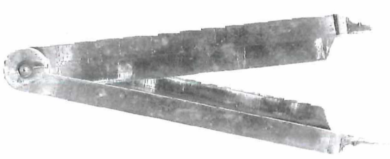


Fig. 37: Frühform eines Proportionalzirkels mit Spitzen; 17. Jahrhundert

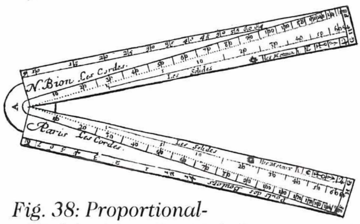


Fig. 38: Proportionalzirkel; N. Bion: Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique, Paris 1752

Man kann die Spitzen als ein Relikt ansehen, denn mit der Entwicklung des Proportionalzirkels wurde die Möglichkeit, mit dem Instrument einen Kreis zu zeichnen, unwesentlich. Die Spitzen wurden weggelassen (Fig. 38). Das Instrument wurde zu einer Rechenmaschine. Trotzdem erhielt sich die Bezeichnung Proportionalzirkel als sprachliches Relikt.

Der Reduktionszirkel von Bürgi

Die 2. Figur führt auf den Reduktionszirkel von Jobst Bürgi (1552 – 1632). Man kann bei ihm das Gelenk so einstellen, daß die Abstände x und y zwischen den Zirkelspitzen in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen. In Fig. 39 etwa 1:2.

Fig. 39: Reduktionszirkel; G. Adams, Geometrical and graphical essays, London 1797

Bis heute ist die maßstabsgerechte Vergrößerung bzw. Verkleinerung die wichtigste Funktion dieses Instruments. Diese Instrumente werden deshalb auch Reduktionszirkel genannt. Kreise lassen sich damit nicht mehr vernünftig zeichnen. Die Bezeichnung als Zirkel ist deshalb auch hier als *Relikt* anzusehen.

Beide Zirkeltypen werden als *Proportionalzirkel* bezeichnet. Das ist berechtigt, weil sie auf der gleichen mathematischen Idee beruhen.

2. Der Proportionalzirkel als Universalinstrument

Trägt man auf den Instrumenten Funktionsskalen auf, dann gilt für eine Funktion f:

$$x : y = f(a):f(b).$$

Ist f z.B. die Wurzelfunktion, dann gilt:

$$x:y = \sqrt{a}:\sqrt{b}$$

Mit dem Proportionalzirkel kann man dann z.B. $x = \sqrt{2}\cdot y$ ablesen, indem man den Zirkel so weit öffnet, daß bei b =1 der Abstand zwischen den Schenkeln y beträgt. Dann ist der Abstand bei a = 2 das gesuchte x.

Jede neue Funktionsskala eröffnete die Möglichkeit, neue Rechenarten mit dem Proportionalzirkel auszuführen. Der Proportionalzirkel war auf dem Wege, ein *Universalinstrument* zu werden, mit dem man alle in der Praxis auftretenden Rechnungen ausführen konnte (*Schneider* 1970). Typische Skalen waren:

linea arithmetica:	$f(x) = x$
linea geometrica:	$f(x) = \sqrt{x}$,
linea rectae dividendae:	$f(x) = 1/x$
linea cubica:	$f(x) = \sqrt[3]{x}$
linea chordorum:	$f(x) = 2\sin(x/2)$

Als Material für Proportionalzirkel setzte sich auf dem Kontinent weitgehend Messing durch. In England wurden Proportionalzirkel überwiegend aus Elfenbein gefertigt (Fig. 40).

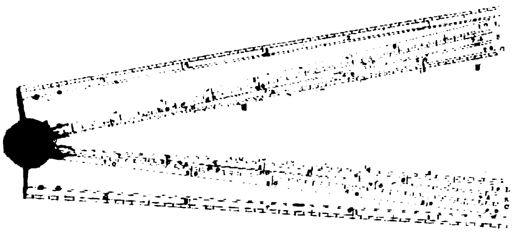


Fig. 40: Englischer Proportionalzirkel

Doch so bestechend die Idee des Universalinstruments war, so waren dem Instrument doch auch deutliche Grenzen gesetzt. Einmal drohte die Gefahr der Überladung mit Skalen, zum anderen war die zwangsläufige Ungenauigkeit unbefriedigend.

3. Proportionalzirkel als Relikte

Der Proportionalzirkel wurde im vorigen Jahrhundert durch den Rechenstab abgelöst, der immerhin bis Ende der sechziger Jahre gebräuchlich war. Zunächst begann also der galileische Typ ein Relikt zu werden. Gegen Ende des vorigen Jahrhunderts fand er sich zwar noch in größeren Zirkelkästen, doch spielte er schon damals keine Rolle mehr.

Der bürgische Typ findet sich bis heute in größeren Zirkelkästen. Er wird auch noch einzeln als *Reduktionszirkel* angeboten, um damit Längen maßstabgerecht vergrößern und verkleinern zu können. Aber er ist im Grunde auch bereits ein Relikt.

III. Kegelschnittzirkel

1. Kegelschnitte und Kegelschnittzirkel

In der griechischen Mathematik dürfte die Lösungssuche bei den klassischen Problemen des Altertums, der Würfelverdopplung, der Winkeldreiteilung und der Quadratur des Kreises, etwa im 4. Jhd. v. Chr. auch auf Schnitte von Ebenen und Kegeln und damit auf Kegelschnitte geführt haben. In der Folgezeit entdeckten *Euklid* (365–300 v. Chr.), *Archimedes* (287–212 v. Chr.) und vor allem *Apollonius* (265–190 v. Chr.) viele Eigenschaften von Kegelschnitten, insbesondere die Klassifizierung in Ellipse, Parabel und Hyperbel. Dieses klassische Wissen über Kegelschnitte erweiterte dann erst *Pascal* (1623–1662), indem er den nach ihm benannten Satz über das Sehnensechseck eines Kegelschnittes fand (vgl. etwa *Schupp* 1988, S. 169f).

Es ist nicht bekannt, ob und welche Kegelschnitte die Griechen auch mechanisch konstruierten, zumal sie ein geteiltes Verhältnis zur mechanischen Erzeugung von Kurven hatten. So führten einerseits Überlegungen im Zusammenhang mit den drei klassischen Problemen auf Kurven, die sich nicht mehr alleine mit Zirkel und Lineal zeichnen lassen und für die eigene Zeicheninstrumente benötigt wurden. Beispiele hierfür sind die *Quadratrix* von *Deinostratos* und *Nikomedes* zur Quadratur des Kreises, die sich durch eine gleichförmige Drehung und eine Verschiebung zweier Schienen zeichnen läßt (vgl. *van der Waerden* 1966, S. 314f) oder die *Konchoide*, für die *Nikomedes* (etwa 250–150 v. Chr.) bereits einen Konchoidenzirkel zur mechanischen Erzeugung dieser Kurve konstruiert haben soll (vgl. *Breidenbach* 1952, S. 25). Unklar ist die Wechselbeziehung zwischen der Erfindung dieser Instrumente und mathematischen Überlegungen im Zusammenhang mit obigen Problemen, inwieweit also das Vorhandensein der mechanischen Instrumente Problemlösungen anregte oder ob die Instrumente gerade für die Lösung der Probleme konstruiert wurden (*van der Waerden* 1966, S. 268). Sicherlich waren die Griechen aber nicht am realen Erzeugen dieser Kurven sondern in erster Linie an theoretischen Lösungen interessiert, und insbesondere *Platon* wendet sich gegen jegliche mechanische Konstruktionen als Lösungen von Problemen.

In der Neuzeit war man dann verstärkt an Instrumenten zum Zeichnen von Kegelschnitten interessiert, da sie für das perspektivische Zeichnen benötigt wurden. Kreise erscheinen in der perspektivischen Darstellung als Ellipsen. Für unsere Themenstellung ist von besonderem Interesse, daß bei der Konstruktion dieser Instrumente immer wieder das Wechselspiel zwischen *Spezialisierung* und *Generalsierung* deutlich wird. So ist einerseits der Übergang von einem traditionellen (Kreis-) Zirkel zu einem Ellipsenzirkel eine *Generalisierung*, der die mathematische Eigenschaft zugrundeliegt, daß der Kreis ein Sonderfall der Ellipse ist. Als *Spezialisierung* läßt sich dann andererseits das Zeichnen von Kreisen mit einem Ellipsenzirkel deuten. Diese beiden Sichtweisen lassen sich auch bei Parabel- und Hyperbelzirkeln aufzeigen. Aufgrund der „ins Unendliche" laufenden Kurvenäste lassen sich diese beiden Kegelschnittarten nur als begrenzte Kurven auf dem Zeichenblatt darstellen. Instrumente sollten aber zumindest so konstruiert sein, daß sich die für die jeweilige Problemstellung adäquaten Teile darstellen lassen. Dies ist sicherlich nicht generell möglich und erfordert *Spezialisierungen* für besondere Problemstellungen. Aber auch mit vielen Ellipsenzirkeln lassen sich nur Ausschnitte der Ellipse zeichnen. Zum vollständigen Zeichnen der Kurve muß dann das Instrument umgestellt oder gar die Zeichnung per Hand ergänzt werden. *Generalisierung* bedeutet hier die Suche nach Möglichkeiten, die ganze Ellipse in einem Zug zu zeichnen. Mit anderen Kegelschnittzirkeln lassen sich wiederum nur Spezialfälle der

Kegelschnitte zeichnen – etwa Ellipsen mit einem bestimmten Halbachsenverhältnis – bei wieder anderen kann durch veränderbare Einstellungen zumindest eine innerhalb bestimmter Grenzen variierbare Kegelschnittschar gezeichnet werden. *Generalisierung* bedeutet dann, daß das Zeichnen in möglichst weiten Grenzen durchführbar ist. Andererseits ist man aber auch an einer *Spezialisierung* interessiert, indem spezielle Kegelschnitte – etwa sehr schmale Ellipsen – gezeichnet werden können. Darüber hinaus soll im folgenden auch die Wechselbeziehung zwischen mathematischen Ideen oder mathematischen Eigenschaften der Kegelschnitte und den der Konstruktion der Instrumente zugrundeliegenden technischen Ideen deutlich werden.

2. Fadenkonstruktionen

Das Interesse an Kegelschnitten wurde im 17. Jahrhundert aufgrund zahlreicher naturwissenschaftlicher Erkenntnisse neu belebt. *Galilei* (1564–1642) stellte erstmals Gleichungen für *Wurfparabeln* auf, und *Kepler* (1571 –1630) erkannte die Bedeutung der Kegelschnitte für die Beschreibung von Planetenbewegungen. Damit wuchs jetzt auch das Interesse an Instrumenten für die zeichnerische Darstellung von Kegelschnitten. In dem 1637 erschienenen „Discours de la Methode – La Dioptrique" gibt *Descartes* (1596–1650) verschiedene Fadenkonstruktionen für Kegelschnitte an. Dabei zeigt er sich verwundert darüber, daß die Griechen zwischen *mechanischen Kurven* wie Spiralen oder der Quadratrix und *geometrischen Kurven* unterschieden, da ja auch Geraden und Kreise nur mit den mechanischen Instrumenten Zirkel und Lineal gezeichnet werden könnten (S. 315). Die den Fadenkonstruktionen zugrundeliegenden Konstruktionsideen beruhen unmittelbar auf den mathematischen Definitionen der Kegelschnitte, sie stellen also eine direkte Umsetzung einer mathematischen Idee in eine technische Idee dar.

Ellipse

Die *Faden-* oder auch *Gärtnerkonstruktion* der Ellipse (Fig. 41) beruht auf der Brennpunkteigenschaft, daß die Summe der Abstände eines Ellipsenpunktes von den beiden Brennpunkten (in der Zeichnung H und I) konstant ist. Sie tritt erstmals bei *Anthemios von Tralles* (um 530 n. Chr.), dem Erbauer der Hagia Sophia in Istanbul, auf. Im Sinn der Generalisierung lassen

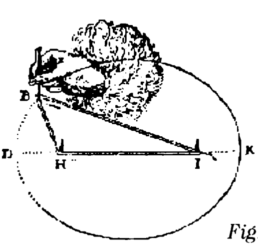


Fig. 41: Fadenkonstruktion der Ellipse nach Descartes, 1637, S.90

sich durch die Veränderung der Abstände der Punkte II und I und durch Verlängern oder Verkürzen des Fadens verschiedene Ellipsen zeichnen. Rücken II und I aufeinander zu, so entsteht im Grenzfall der Kreis als ein Spezialfall der Ellipse.

Parabel

Die folgende Fadenkonstruktion haben schon *Johannes Kepler* und sehr wahrscheinlich auch bereits *Menaichmos* (ca. 350 v. Chr.) verwendet. An einem rechten Winkel, der längs einer Schiene geführt werden kann, ist ein Faden fester Länge befestigt. Ein Stift wird im Punkt C (bzw. P) so angesetzt, daß der Faden gespannt ist (Fig. 42). Damit ist dieser Punkt gleich weit vom Brennpunkt F und einer Leitlinie entfernt. Dies ist aber gerade

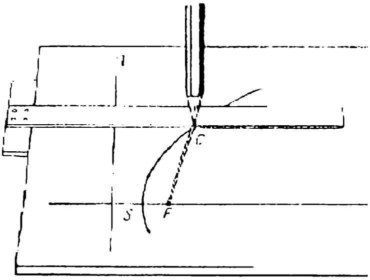


Fig.42: Fadenkonstruktion der Parabel nach Lietzmann, 1949, S. 90

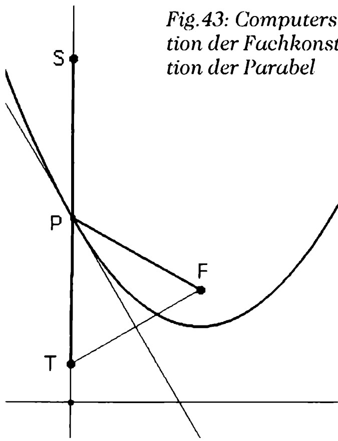


Fig.43: Computersimulation der Fachkonstruktion der Parabel

die Leitliniendefiniton der Parabel. Beim Zeichnen der Parabel wird gegenüber Kreis und Ellipse die Begrenzung dieses Instruments deutlich. Zum einen ist die Parabel eine offene Kurve, und es lassen sich somit stets nur (endliche) Ausschnitte des Parabelbogens zeichnen, zum zweiten ist das Zeichnen des Parabelbogens durch Faden- und Lineallänge begrenzt und zum dritten kann stets nur (ein Teil) *ein*(es) Parabelast(es) ohne Absetzen des Stiftes gezeichnet werden.

Hyperbel

Als Fadenkonstruktion der Hyperbel gibt *Descartes* eine Methode an, bei der ein drehbar gelagertes Lineal verwendet wird, bei dem ein Faden in den Punkten F und S befestigt ist (Fig. 44). In Analogie zum Vorgehen bei der Fadenkonstruktion der Parabel erkennt man unmittelbar die Bedingung für die Hyperbel, daß die Differenz der Abstände eines Hyperbelpunktes von den beiden Brennpunkten konstant ist; dies ist aber die Brennpunktdefinition der Hyperbel. Die Nachteile der Fadenkonstruktion der Parabel gelten in gleicher Weise auch für das Hyperbelinstrument.

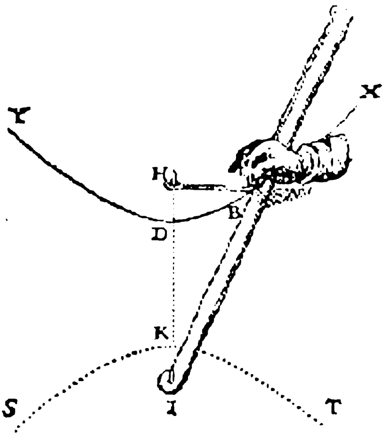


Fig. 44: Fadenkonstruktion der Hyperbel nach Descartes

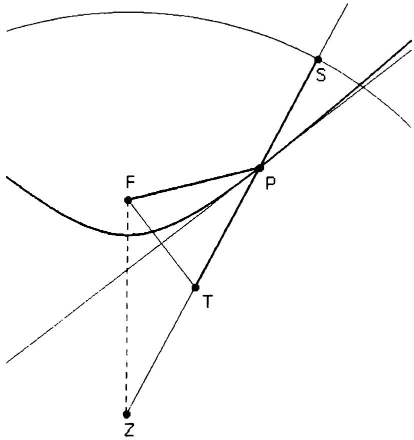


Fig. 45: Computersimulation der Fachkonstruktion der Hyperbel

Die Konstruktionsidee dieser Instrumente beruht auf den Brennpunkteigenschaften der Kegelschnitte. Die Flexibilität des verwendeten Fadens ermöglicht das unmittelbare Umsetzen dieser einfachen mathematischen Idee in die technische Idee. Allerdings ist allen diesen Fadeninstrumenten gemeinsam, daß die gezeichneten Kurven sehr ungenau in dem Sinn sind, daß das Anlegen und Führen des Stiftes sehr instabil ist. Für den Bau stabilerer Instrumente bedarf es deshalb einer anderen Konsruktionsidee oder einer anderen mathematischen Idee hinsichtlich der Eigenschaften der Kegelschnitte, die dann in eine Konstruktionsidee umgesetzt werden muß.

3. Die Zeicheninstrumente des Frans van Schooten

Frans van Schooten (1615–1660) übersetzte 1646 die „*Geometrie*" des *Descartes* ins Lateinische und unterbreitete daran anschließend zahlreiche Vorschläge für die Konstruktion mechanischer Instrumente zum Erzeugen von Kegelschnitten. Es war das Ziel van Schootens, die Ungenauigkeit der Fadenkonstruktionen der Kegelschnitte durch stabilere Gelenkkonstruktionen zu ersetzen.

Ellipse

Für die Ellipse gibt *Frans van Schooten* die Konstruktionsmöglichkeit von Fig. 46 an.

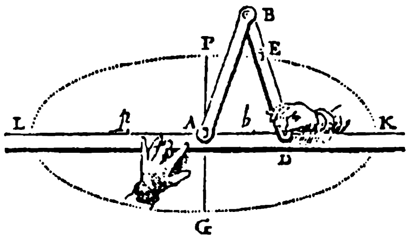


Fig. 46: Ellipsenzeicheninstrument nach Frans von Schooten

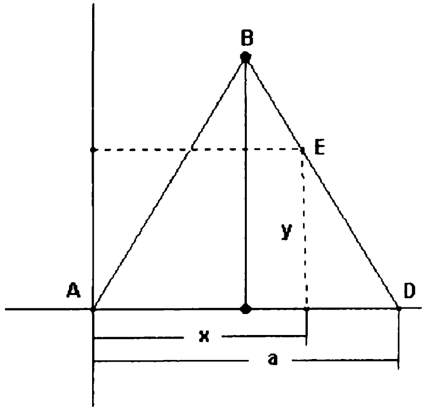


Fig. 47: Mathematische Erklärung

Diese Konstruktion liefert eine Ellipse, was nun nicht mehr so offenkundig ist, wie bei den Fadeninstrumenten. Es bedarf vielmehr mathematischer Überlegungen (Fig. 47). Setzt man

$|BD| = 1$ LE, $|DE| = k$ und $|AD| = a$, so ergibt sich für $E(x,y)$: $(a-x)^2 + y^2 = k^2$.

Mit $\frac{a-x}{\frac{a}{2}} = k$, also $a - x = \frac{ka}{2}$ oder $a = \frac{2x}{2-k}$ erhält man: $\frac{x^2}{(2-k)^2} + \frac{y^2}{k^2} = 1$.

Dies ist die Gleichung einer Ellipse mit den Halbachsen der Länge 2-k und k. Dieses Instrument ist somit ein hochspezialisierter Ellipsenzirkel, da sich nur bestimmte Ellipsen mit dem entsprechenden Halbachsenverhältnis zeichnen lassen. Schließlich ist die Größe der Ellipse durch die Länge der Gelenke AB bzw. BD begrenzt. Die Umsetzung der mathematischen Eigenschaften der Kegelschnitte in obige technische Konstruktion liegt aber nicht auf der Hand, so daß bei diesem Instrument durchaus zunächst die technische Idee der Ausgangspunkt für die Konstruktion gewesen sein könnte, die dann anschließend mathematisch bestätigt wurde. Weiterhin fallen sofort die Beschränkungen dieses Werkzeuges bei der Durchführung der mechanischen Konstruktion der Ellipse auf, indem jeweils nur der Ellipsenbogen in einem Quadranten ohne Absetzen gezeichnet werden kann und die Randbereiche der Ellipse in der Nähe der Koordinatenachsen überhaupt nicht gezeichnet werden können.

Parabel

Für die Parabel gibt van Schooten die folgende Konstruktion an (Fig. 48): Von einer Gelenkraute bleibt der Punkt B fest, der Punkt G wird längs einer

Schiene K verschoben. Beim Schnittpunkt D der längs der Diagonalen FH gelegten Schiene und der zu K senkrechten Schiene zeichnet ein Stift die Parabel. Die gezeichnete Kurve ist in der Tat eine Parabel mit dem Brennpunkt B und der Leitlinie K, da |DG| = |DB|. Dies erkennt man entweder daraus, daß FH die Mittelsenkrechte zur Strecke [BG] ist, oder auch daraus, daß die beiden Dreiecke BHD und DHG kongruent sind.

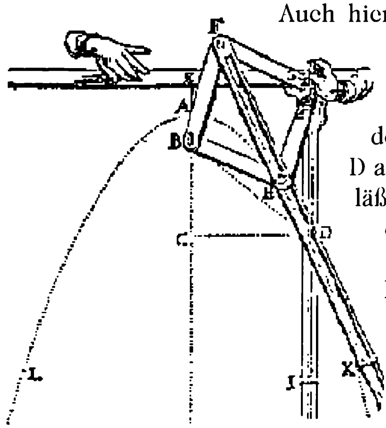


Fig. 48: *Parabelzeicheninstrument nach Frans van Schooten*

Auch hier wird beim Zeichnen mit dem realen Instrument sehr schnell die begrenzte Anwendungsmöglichkeit dieses Werkzeugs deutlich. So muß das Zeichnen der Parabel unterbrochen werden, wenn D auf H oder auf F zuläuft. Darüber hinaus läßt sich mit dieser Konstruktion stets nur ein Ast der Parabel zeichnen. Da die Form einer Parabel durch die Wahl von Leitlinie und Brennpunkt festgelegt ist, ist die zu zeichnende Parabelschar durch die Seitenlängen der Gelenkraute begrenzt. Dieses Instrument ist deshalb für den praktischen Gebrauch ungeeignet.

Hyperbel

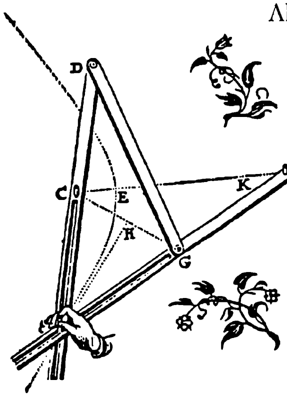


Fig. 49: *Hyperbelzeicheninstrument nach Frans van Schooten*

Als Hyperbelinstrument verwendet *van Schooten* eine Konstruktion aus drei Stangen, die durch zwei Gelenke D und G verbunden sind. Die beiden Punkte C und F sind ortsfest, und es ist |GF| = |CD| sowie |DG| = |CF| (Fig. 49). Im Schnittpunkt P der beiden Stangen DC und FG wird die Kurve gezeichnet. CGFD ist ein gleichschenkliges Trapez, und es gilt: |PF| - |PC| = |PD| - |PC| = |CD| = const. Die gezeichnete Kurve ist also eine Hyperbel.

Mit diesem Instrument kann zunächst nur eine Hälfte eines Astes der Hyperbel gezeichnet werden. Die Zeichengrenzen sind ähnlich wie die bei der Parabel.

Bei den Instrumenten des *Frans van Schooten* wird deutlich, daß sich die einfache mathematische Idee der Brennpunkteigenschaften der Kegelschnitte nicht so leicht in eine starre Gelenkkonstruktion umsetzen läßt. Die Konstruktion stabiler Kegelschnittzirkel erfordert somit das Zurückgreifen auf andere Eigenschaften der Kegelschnitte.

4. Kegelschnittzirkel und perspektivische Darstellungen

Im 17. und 18. Jahrhundert wurde aufgrund der technischen Entwicklung und der Notwendigkeit des Anfertigens entsprechender Konstruktionszeichnungen die Nachfrage nach Ellipsenzirkeln größer. Dabei wurde nach Möglichkeiten gesucht, die Instrumente zu generalisieren und Ellipsen mit beliebig vorgegebenen Halbachsen zu zeichnen. Zu Beginn des 17. Jahrhunderts wurden verschiedene Ellipsenzirkel vor allem in England konstruiert (vgl. *Hambly*, S. 89).

Die grundlegende Idee, auf der diese Instrumente beruhten, findet sich bereits bei *Proclus* (410 - 495) (nach Schupp, S. 27): Ein Stab fester Länge wird in zwei senkrecht zueinanderstehenden Schienen geführt. Dadurch laufen die Punkte A und B entlang dieser beiden zwei Schienen. Nach Fig. 50 sind die Strecken $|AB| = a$ und $|BP| = b$ fest. Der Punkt P beschreibt dann eine Ellipse mit den Halbachsen a + b und b:

Aus Fig. 50 liest man unmittelbar das Verhältnis ab:

$$\frac{y - \sqrt{b^2 - x^2}}{a} = \frac{y}{a + b}$$

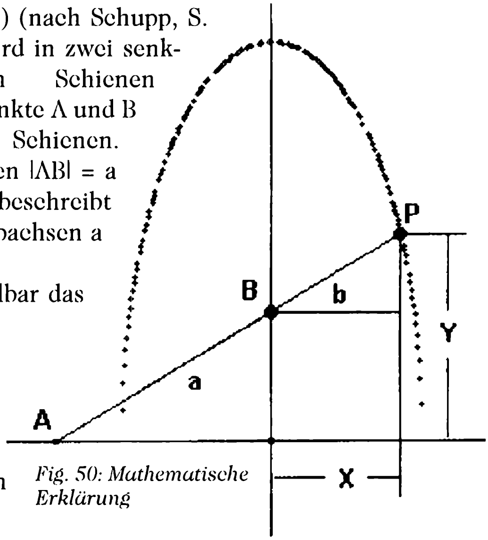


Fig. 50: Mathematische Erklärung

Durch Umformung erhält man die Ellipsengleichung

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{(a + b)^2} = 1.$$

Fig. 51 zeigt einen Ellipsenzirkel vom Ende des 19. Jahrhunderts der Firma Riefler, bei dem deutlich die beiden senkrechten Laufschienen sichtbar sind.

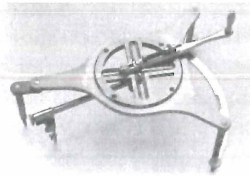


Fig. 51: Ellipsenzeichner der Firma Riefler, Hambly 1988, S. 90

Einer der ältesten erhaltenen Ellipsenzirkel ist das französische Exemplar (Fig. 52) mit der Aufschrift 'Gourdin à Paris', über dessen Herkunft allerdings wenig bekannt ist.

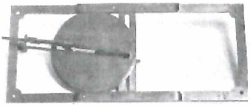


Fig. 52: Ellipsenzirkel 'Gourdin à Paris', Hambly 1988, S.90

Die Geradführung in eine Richtung wird hier durch eine zwischen zwei Schienen laufende Kreisscheibe erreicht, in der hierzu senkrechten Richtung läuft ein Stift in einer Führungsschiene. Dieser Befestigungsstift und die Zeichenmine lassen sich variabel arretieren, wodurch die Halbachsen der Ellipse flexibel eingestellt werden können.

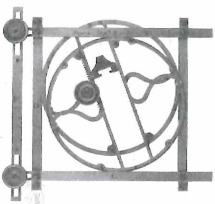


Fig. 53: Ellipsenzirkel von John Farey, (ca. 1810) Hambly 1988, S. 91

Der zu Beginn des 19. Jahrhunderts von *C. Farey* verwendete Ellipsenzirkel (Fig. 53) realisiert die Geradführung in den beiden senkrechten Richtungen durch zwei fest miteinander arretierbare Kreisscheiben. Ein modernes Exemplar der Firma Haff beruht auf demselben Konstruktionsprinzip (Fig. 54).

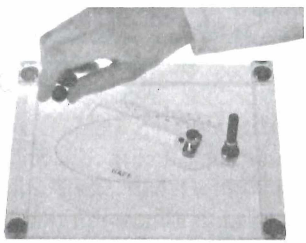


Fig. 54: Moderner Ellipsograph der Firma Haff, Hambly 1988, S. 95

Für das Zeichnen von sehr schmalen Ellipsen wurden sogenannte Halbellipsenzirkel entwickelt, wie etwa der aus dem Jahre 1748 stammende Zirkel nach Adams (vgl. Adams 1985, S. 88). Die Halbachsen der Ellipse werden durch die mit Schrauben versehenen Schieber eingestellt.

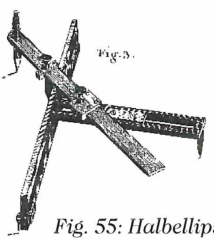


Fig. 55: Halbellipsenzirkel nach Adams

Die Spezialisierung bei diesem Ellipsenzirkel führt aber nachteilig dazu, daß das Gerät für das Zeichnen des zweiten Ellipsenbogens um 180° gedreht werden muß.

Eine andere Idee der Ellipsenzirkel beruht auf der ursprünglichen Definition eines Kegelschnitts als Schnitt eines Kegels mit einer Ebene. Die schneidende Ebene ist die Zeichenblattebene, der Zeichenstift läuft auf einem Kegelmantel um. Die Kegelachse kann – in bestimmten Grenzen – gegen die Zeichenblattebene geneigt werden. Ein solches Instrument zeigt Fig. 56.

Fig. 56: Zeichenebene als Kegelschnittebene, aus Dyck 1994

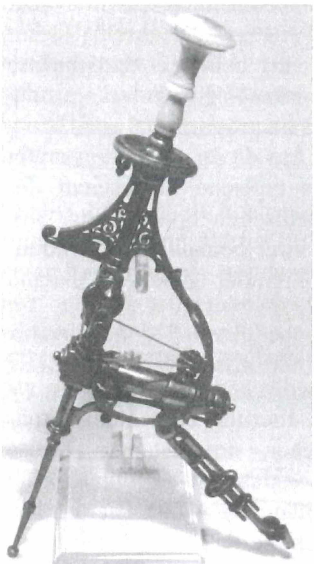


Fig. 57: Ellipsenzirkel um 1800

Das Modell aus Fig. 57 ist ein Ellipsenzirkel, der auf diesem Prinzip beruht. Er dürfte um 1800 entstanden sein und steht heute im Museum of History and Science in Oxford.

Dies zeigt, daß sich die einfache mathematische Idee des Erzeugens eines Kegelschnittes nicht ganz so einfach in eine Konstruktionsidee umsetzen läßt. Mit dem Aufkommen der Personalcomputer und der geometrischen Zeichen- und Konstruktionsprogramme verloren Instrumente zum Zeichnen von Kegelschnitten an Bedeutung. Heute ist bereits in Textverarbeitungsprogrammen wie WinWord die Möglichkeit des Zeichnens von Ellipsen mit variablen Halbachsen vorgegeben. Trotzdem bleibt vor allem der ästhetische Reiz des Zeichnens mit Ellipsenzirkeln, so daß etwa das Instrument der Firma *Haff* (Fig. 54) bis heute – als ein Relikt – noch käuflich zu erwerben ist.

IV. Spiralzirkel

Ähnlich den Proportionalzirkeln und den Zirkeln zur Darstellung von Kegelschnitten stellen Spiralzirkel eine Spezialisierung ursprünglicher Zirkel im Sinne von mechanischen Geräten zum Zeichnen nichtgeradliniger Kurven dar.

Diese hochspezialisierten Geräte wurden hauptsächlich für architektonische Anwendungen und hier bei der Planung von Säulen benötigt. Die erste Darstellung einer präzisen Methode zur Konstruktion eines ionischen Kapitells stellt vermutlich Albertis „De re aedificatoria“ (1485) dar. Mathematisch beschrieben waren Spiralen schon wesentlich früher. Eines der bekanntesten noch erhaltenen Werke des *Archimedes* behandelt in einem Brief an Dositheos diese Kurven: „Wenn sich ein Halbstrahl in der Ebene um seinen Endpunkt mit gleichförmiger Geschwindigkeit dreht, nach einer beliebigen Zahl von Drehungen wieder in die Anfangslage zurückkehrt und sich auf dem Halbstrahl ein Punkt mit gleichförmiger Geschwindigkeit, vom Endpunkt des Halbstahls beginnend, bewegt, so beschreibt dieser Punkt eine Spirale" (*Archimedes*, S. 26). In heutiger Sprechweise beschreibt man die *Archimedische Spirale* zweckmäßig in Polarkoordinaten kurz mit der Charakterisierung „Der Radius ist proportional zum Drehwinkel; r ~φ" oder: $r = a\,\varphi$ mit $a \in \mathbb{R}$, $\varphi \in \mathbb{R}_0^+$. Aus dieser Definition ergibt sich als typische Eigenschaft der Archimedischen Spirale (Fig. 58), daß je zwei benachbarte Windungen zueinander gleichen Abstand besitzen.

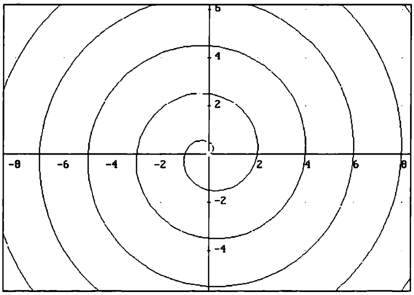


Fig. 58: Archimedische Spirale (Computergrafik)

Zur grafischen Darstellung von Archimedischen Spiralen kann als grobe Näherung eine Menge konzentrischer, äquidistanter Kreise und Geraden durch den Mittelpunkt dienen (Fig. 59). Hiermit lassen sich unter Berücksichtigung der oben genannten Abstandseigenschaft benachbarter Windungen bereits ansehnliche Ergebnisse erzielen.

Allerdings blieben derartige Handzeichnungen zu ungenau für architektonische oder technische Anwendungen. Das Bedürfnis nach Exaktheit und Genauigkeit führte zur Entwicklung von Spiralzirkeln, welche die Archimedische Idee zweier überlagerter Bewegungen realisierten.

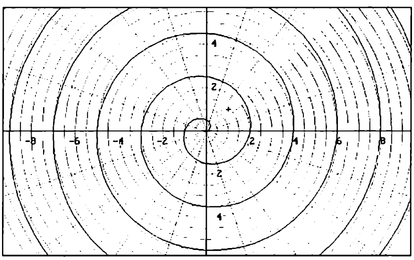


Fig. 59: Hilfsmittel zum Zeichnen einer Archimedischen Spirale (Computergrafik)

Der in Fig. 60 dargestellte „Heliograph" von *George Adams d.J.* (1791) läßt die mechanische Realisierung der Konstruktionsidee erkennen: Im Zentrum der zu zeichnenden Spirale steht der Sockel A. Mit einem Laufrad I wird eine bewegliche Stange mehrmals um die Achse, die am Sockel befestigt ist, gedreht. Während der Drehung, die – anders als die Archimedische Beschreibung vorgibt – nicht mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchgeführt werden muß, dreht das große Zahnrad den Kegelstumpf G. Zwischen G und H ist eine Schnur gespant, an welcher der Zeichenstift B befestigt ist. Beim Drehen von G bewegt sich demnach der Stift „proportional" zum Drehwinkel von G entlang der Laufschiene.

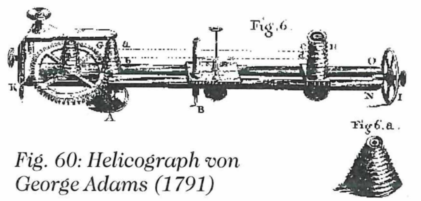


Fig. 60: Helicograph von George Adams (1791)

Bereits bei diesem hochspezialisierten Gerät zeigen sich Tendenzen zur Universalisierung: Hätte G (vgl. Detailzeichnung in Fig. 60) nicht die Form eines Kegelstumpfs, sondern die eines geraden Kreiszylinders, ließen sich nur Spiralen mit einer einzigen „Ganghöhe" darstellen. Mit den etwa 11 verschiedenen Fadenführungen auf G ermöglicht dieses Instrument aufgrund seiner geometrischen Abmessungen (aus Fig. 60 entnommen) eine Schar von Spiralen, deren „größte" etwa vierfache Ganghöhe der kleinsten besitzt.

Während der Spiralzirkel von Adams sehr funktionell gehalten ist, zeigen sich bei anderen Herstellern Ansätze typischer Luxurierungstendenzen.

Der für Georg III. von D.Lyle (1760) signierte „Volute Compass" in Fig. 61 weist nicht aus funktionellen, sondern rein ästhetischen Gründen z.B. eine zwölfeckige Schraube oder ein Endstück mit einer dreistufigen Pyramidenstruktur auf. Die funktionellen Bestandteile der Konstruktion sind dagegen rein zweckmäßig und schlicht gehalten. Der Satz an Zusatzteilen deutet wieder auf den Wunsch zur Univeralisierung hin wie oben das Gerät von Adams.

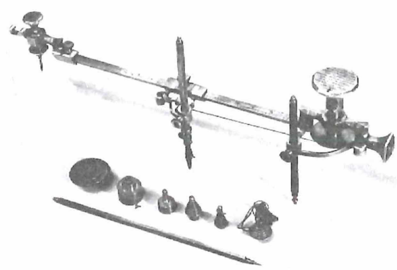


Fig. 61: Volute Compass von D. Lyle (1760)

Ein Problem der bisher dargestellten Zirkel ist neben der Stabilität der Geräte, daß es nicht möglich ist, bis ins Zentrum der Spirale zu zeichnen (Fig 62).

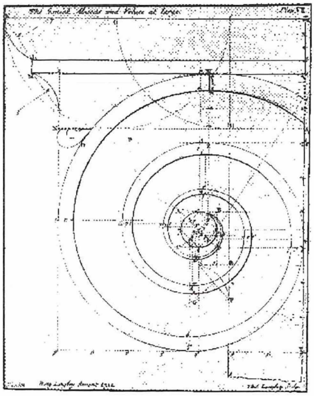


Fig. 62: Spirale ohne Zentrum

So kam es zu alternativen Entwicklungen, wie etwa dem folgenden dreibeinigen Spiralzirkel (Fig. 63).

Er folgt einem völlig anderen Konstruktionsprinzip als die bisher dargestellten Geräte: hier wird die Laufschiene, welche den Zeichenstift hält, nicht um das Zentrum der Spirale gedreht, sondern bei der Drehbewegung mittels eines Zahnradmechanismus darüber hinweggeschoben. Damit wird der Stift zum einen nicht durch eine fehleranfällige Fadenkonstruktion (Schlupf, Reißen, Spannung) bewegt, sondern kann massiv an der Laufschiene befestigt werden. Zum anderen löst er das Problem, bis ins Zentrum der Spirale zeichnen zu können.

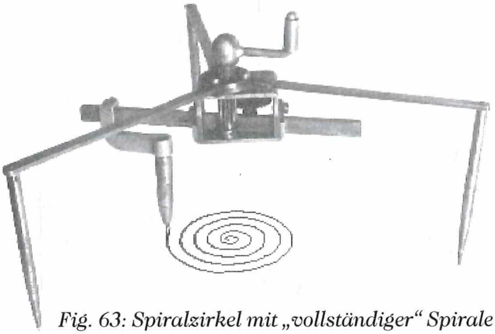


Fig. 63: Spiralzirkel mit „vollständiger" Spirale

Während der dargestellte Spiralzirkel aber lediglich das Zeichnen von Spiralen mit einem einzigen Windungsabstand ermöglicht, verwendet das folgende Gerät (Fig. 64) wieder einen Kegelstumpf, um verschiedene Abstände erzeugen zu können. Zudem verbessert der Zirkel mit der Inschrift „The Volutor H. Johnson´s Patent 1857" die immer noch instabile

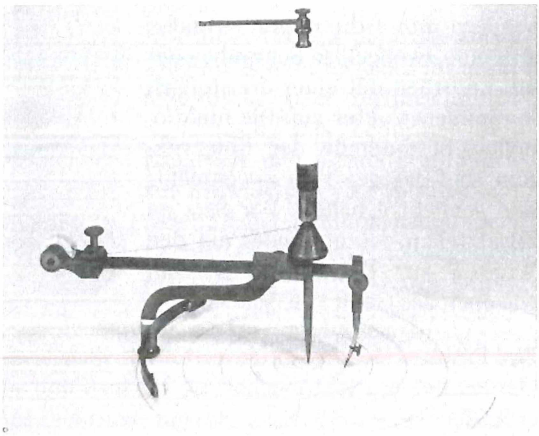


Fig. 64: Volutor nach H. Johnson 1857

Dreibeinkonstruktion durch eine massive Achse und eine Laufschiene, die mittels Elfenbeinrädchen an einem kreisbogenförmigen Metallarm stabilisiert wird.Zwar gelang durch die eingekerbten Kegelstümpfe eine Universalierung, jedoch konnte die Ganghöhe mittels dieser Idee nicht stetig verändert werden.

Diesem Defizit begegneten die Zirkelmacher mit einer neuen Idee. Bei dem Gerät von Fig. 65, das im Rahmen einer schriftlichen Hausarbeit (Leyerer, Würzburg, 1997) nach Vorlagen von Dyck (II. Abteilung, S. 48, Abs. 107a) angefertigt wurde, ist eine stufenlose Wahl des Abstandes zwischen zwei benachbarten Spiralarmen möglich.
Mit Hilfe der Stellschraube M wird die geschlitzte Laufschiene in einen festen Winkel zur Geräteachse fixiert (Fig. 65). Mittels des Bolzen m wird der freie Arm des Geräts (mit dem Zeichenstift am Ende) beim Drehen um die Geräteachse nach außen gedrückt und zeichnet dabei eine Spirale. Neben der offensichtlichen Instabilität des Geräts wird der Vorteil einer stetigen Ganghöheneinstellung aber hier durch weitere gewichtige Nachteile erkauft:
- die Konstruktion liefert nur näherungsweise eine archimedische Spirale und
- die Spiralen können nicht bis zum Zentrum gezeichnet werden.

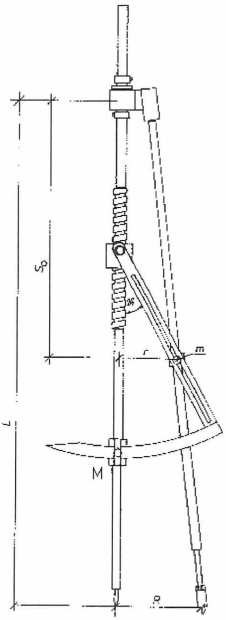


Fig. 65: Konstruktionszeichnung nach Leyerer

Trotz der Ideenvielfalt, mit der im Laufe der Zeit verschiedene Typen von Spiralzirkeln ersonnen und realisiert wurden, trotz der Bemühungen, diesen hochspezialisierten Geräten eine gewisse Universalität zu verleihen und trotz eines (zeitweisen) Anwendungsbedarfs für architektonische Zwecke führten Spiralzirkel ein „Schattendasein". Nie


Fig. 66: Spiralzirkel nach Leyerer

erreichten Sie einen Verbreitungsgrad wie „normale“ Kreiszirkel oder auch Ellipsenzirkel. Ein Grund dafür, daß trotzdem verschiedene Geräte ersonnen und auch wirklich gebaut wurden, mag rein emotional sein: Die Zirkel stellen die physikalische Konkretisierung mathematischer (Konstruktions-) Ideen dar. Letztlich wäre zwar für einen Mathematiker das Problem der Spiralenkonstruktion gelöst, wenn nach seinen Berechnungen der Zeichenstift des Gerätes eine Spirale durchlaufen würde, trotzdem freut sich (sogar) ein Mathematiker aber auch daran, eine Konkretisierung seiner Ideen und Überlegungen betrachten und verwenden zu können.

Heute ist selbst in gut sortierten Fachgeschäften für Architekturbedarf und Zeichengeräte kein einziger Spiralzirkel lieferbar. Unter kulturethologischem Aspekt handelte es sich bei ihnen um eine hochspezialisierte Art, die für eine kurze Zeit eine Nische erobern konnte, allerdings wegen ihrer Überspezialisierung und veränderter Umweltbedingungen (mangelnde Nachfrage nach Säulen) schnell wieder ausstarb.

V. Ansätze zu einer formalen Begriffsanalyse

In der Vielfalt der Zirkel lassen sich in unterschiedlicher Weise merkmalsorientiert *Typen* bilden. Man denke etwa an die unterschiedlichen Profile der Schenkel oder an die unterschiedlichen Spitzen. Auch Funktionsmerkmale kommen für Typisierungen in Frage. So kann man etwa die Zirkel danach einteilen, welche Art von Figur gezeichnet werden kann, oder welche Zirkel zum Zeichnen, zum Messen oder zum Rechnen geeignet sind.

Will man die Zirkel einer formalen Begriffsanalyse nach dem Vorbild von *Fischer* (1996) unterziehen, dann kommt es entscheidend auf den gewählten Kontext an. Kontexte sind durch eine Menge von Objekten, durch eine Menge von Merkmalen und durch die Relation, daß ein Objekt ein bestimmtes Merkmal besitzt, festgelegt. Interessante Kontexte sind z.B.

(1) *Ausprägungen von Instrumenten einer Epoche*
Objekte können z.B. die in einer bestimmten Epoche angebotenen Instrumente sein. Bei den Merkmalen interessiert man sich zunächst für die unterschiedlichen Ausprägungen z.B. von Kopf, Schenkel und Spitzen.

(2) *Funktionen von Instrumenten einer Epoche*
Man kann die Instrumente einer Epoche auch nach Funktionsmerkmalen sortieren. Diese Sicht stand bei unseren Betrachtungen im Vordergrund.

(3) *Instrumente einer Berufsgruppe*
Kulturhistorisch interessant sind die Instrumente, die von bestimmten

Berufsgruppen verwendet wurden. Man denke etwa an Architekten oder an Landvermesser. Gegenstände sind die von dieser Berufsgruppe tatsächlich verwendeten Instrumente; Merkmale sind die benötigten Funktionsmerkmale.

(4) *Instrumente eines Herstellers*
Man kann das Angebot einer Firma analysieren, indem man als Objekte die angebotenen Instrumente nimmt und als Merkmale z.B. die unterschiedlichen Qualitäten wählt, die für den Preis und damit für bestimmte Abnehmer wichtig sind. Es gibt z.B. „Kataloge" aus vielen Epochen, die eine gute Grundlage für derartige Betrachtungen darstellen.

(5) *Instrumente einer Sammlung*
Bei der Analyse einer historischen Sammlung stellen die Instrumente der Sammlung die Objekte dar. Die für die Sammlung entscheidenden Merkmale sind Alter, Material, Herkunftsland, Hersteller und Gestaltung. Eine Begriffsanalyse kann z.B. eine Grundlage für die geeignete Präsentation der Sammlung darstellen.

LITERATUR

ARCHIMEDES (1983): Werke, Darmstadt (Wiss. Buchges.).

ADAMS, G. (1797): Geometrical and graphical essays. London (Dillon).

ADAMS, G. (1985): Geometrische und graphische Versuche, Darmstadt (Wiss. Buchges.).

BION, N. (1752): Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique. Paris (Jombert).

BREIDENBACH, W. (1952), Das Delische Problem, Leipzig.

DESCARTES, R. (1973), Discours de la méthode, Original 1637, Nachdruck Osnabrück

DYCK, W. (1994), Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente, Hildesheim u. a. (Georg Olms Verlag)

EUKLID (1962): Elemente. Hrsg. C. Thaer, Darmstadt (Wiss. Buchges.).

FELDHAUS, F. M. (1953): Geschichte des technischen Zeichnens. Oldenburg (Kuhlmann).

FISCHER, W.L. (1996): Zur mathematischen Charakterisierung kultureller Typenbildung - Inzidenzmatrizen, formale Kontexte, Begriffsverbände als metrische Räume. In: Liedtke, M. (Hrsg.): Kulturethologische Aspekte der Technikentwicklung. Graz (Austria Medienservice), 36-59.

FISCHER, W.L. (1986): Vom Abacus zum Ziffernrechnen. In: Kriss-Rettenbeck, L., Liedtke, M. (Hrsg.): Erziehungs- und Unterrichtsmethoden im historischen Wandel, Schriftenreihe zum Bayerischen Schulmuseum Ichenhausen, Bd. 4, Bad Heilbrunn (Klinkhardt), 126-151.

HAMBLY, M. (1988): Drawing Instruments 1580-1980. London (Sotheby's).
PENTHER, J. F. (1788): Praxis geometriae. Augsburg (Probst).
LEUPOLD, J. (1727): Theatrum arithmetico-geometricum. Leipzig (Zunkel).
LEYERER, W. (1997): Spiralzirkel als Möglichkeit der Darstellung von Spiralen, Schriftliche Hausarbeit. Würzburg.
LIEDTKE, M. (1996): Verlaufsstrukturen in der Geschichte der Schreibgeräte. In: Liedtke, M. (Hrsg.): Kulturethologische Aspekte der Technikentwicklung. Graz (Austria Medienservice), 184-240.
LIETZMANN, W. (1949), Elementare Kegelschnittlehre, Bonn
MAANEN, J. A. VAN (1995), Alluvial Deposits, Conic Sections, and Improper Glasses, or History of Mathematics Applied in the Classroom, in Swetz, F. u. a. (Ed.), Learn from the Masters!, S. 73 - 91
SCHILLINGER, K. (o.J., 1990): Zeicheninstrumente. Katalog des Staatlichen Mathematisch-Physikalischen Salons Dresdner Zwinger.
SCHNEIDER, I. (1970): Der Proportionalzirkel - Ein universelles Analogrecheninstrument der Vergangenheit. München (Oldenburg).
SCHOOTEN, F. VAN (1646), De organica conicarum sectionum in plano descripitone, tractatus.
SCHUPP, H. (1988) , Kegelschnitte, Mannheim u. a.
STARCK, G. (1925): Die Entwicklung der deutschen Reißzeugindustrie. Diss. Erlangen, Borna-Leipzig (Noske).
WAERDEN, B. L. VAN DER (1966), Erwachende Wissenschaft, Basel u. Stuttgart (Birkhäuser)

Zeitschrift/Journal: Matreier Gespräche - Schriftenreihe der Forschungsgemeinschaft Wilheminenberg

Jahr/Year: 2000

Band/Volume: 2000

Autor(en)/Author(s): Vollrath Hans-Joachim, Weigand Hans-Georg, Weth Thomas

Artikel/Article: Spezialisierung und Generalisierung in der Entwicklung der Zirkel 123-158