

Ein Mathematisches Modell zur Luxurierung

Einigkeit zu finden bei der Definition des Begriffs Luxurierung erwies sich in den Diskussionen als eine sehr schwierige, wenn nicht gar unmögliche Aufgabe. In diesem Beitrag wird eine Definition daher gar nicht erst versucht, vielmehr wird gezeigt, wie sich die von Liedtke (*Liedtke, M* 1996) gezeigten Gesetzmäßigkeiten bei der Luxurierung aus einfachen Annahmen über Selektion, Mutation und Anpassung ergeben. Ein primitives Modell simuliert diese Evolution. Die wesentliche These ist diese: Ein Merkmal, das luxuriert wird, unterliegt den gleichen Mechanismen der Evolution wie alle anderen Merkmale; seine Bedeutung ist aber nicht so hoch, der Selektionsdruck ist deshalb geringer und das erlaubt eine stärkere Variation dieses Merkmals, denn weniger angepasste Ausprägungen gefährden nicht das Fortbestehen und damit die Weiterverbreitung. Die geringere Wichtigkeit kann vom Beginn her bestanden haben, sie kann aber auch auf einer Veränderung der Umwelt beruhen, die einst entscheidende Merkmale später belanglos werden lässt. In meinem Beitrag (*Nagel, K.* 1996) zu den Matreier Gesprächen habe ich gezeigt, wie sich die Abläufe der Evolution, nämlich Mutation und Selektion, aus der Natur auf technische Optimierungsprobleme übertragen lassen. Denn wenn sich auch technische Produkte nicht auf die gleiche Art vermehren wie Tiere und Pflanzen, so gibt es doch viele Parallelen. Beim Entwurf eines neuen Autos werden Prinzipien aus vorhandenen, erfolgreichen Modellen übernommen, gemischt und variiert. Gute neue Ideen werden auch in Zukunft angewandt, Fehlentwicklungen verschwinden wieder. Es gibt eine Unzahl von Evolutionsverfahren, sogenannte Genetische Algorithmen (*Holland, J.H.*, 1992), alle bilden die Evolutionsvorgänge nach, indem sie neue Individuen erzeugen, deren Eigenschaften mutieren und dann den besser angepassten bessere Vermehrungschancen geben. Schon das ganz einfache Verfahren (*Nagel, K.* 1996) zeigt die Prinzipien deutlich auf.

Das benutzte Evolutionsverfahren

Zu Beginn wird eine zufällige Population erzeugt. Im Modell sind die Individuen gekennzeichnet durch einen Satz von Parametern, einfach ausgedrückt sind das Zahlen, die für jede Eigenschaft deren Stärke angeben; man denke etwa an ein Zahlenpaar, das Länge und Gewicht bezeichnet. Die Vermehrung wird nachgebildet, indem man zwei Eltern auswählt und ein neues Individuum erzeugt, das ähnliche Eigenschaften hat, also beispiels-

weise gemittelte Werte aus den Längen und Gewichten der Eltern. Mutation erzielt man durch zufällige Abweichungen von den exakten Mittelwerten. Das Verfahren wählt aus der Population willkürlich drei Individuen aus und ersetzt das am wenigsten angepasste durch einen Nachkommen der beiden anderen. Was als angepasst gilt, hängt natürlich von der Zielsetzung ab, in der Natur ist es die Überlebensfähigkeit, in der Züchtung oder bei technischen Optimierungsaufgaben legt man Auswahlkriterien fest, etwa das Gewicht, und entscheidet danach, welche Individuen in der Population verbleiben. Ein Vorteil des Verfahrens liegt in seiner Einfachheit, die Größe der Population bleibt stets gleich, zur Selektion genügen zwei Vergleiche. Die Verfahrensschritte werden ständig wiederholt, dabei verbessert sich die Angepasstheit.

Simulation mit einem einfachen Evolutionsmodell

Bei der Selektion eines Individuums ist die tatsächliche Ausprägung der Merkmale entscheidend, der Phänotypus, nicht die Anlage, der Genotypus. Allerdings überträgt sich der Selektionsvorteil wegen der Kopplung dieser beiden auch auf den Genotypus. Im Beispiel wird das so realisiert, dass der Genotypus durch Zahlen beschrieben wird, die unbegrenzt wachsen können. Der Phänotypus wird daraus ermittelt, indem seine Zahl in ein beschränktes Intervall abgebildet wird, wobei einem größeren Genotypus auch ein größerer Phänotypus entspricht. Zur Demonstration der Luxurierung soll ein einfaches Beispiel dienen; die Individuen sind Bleistifte mit einem Radiergummi an einem Ende, vier Parameter beschreiben den Stift, nämlich Länge und Durchmesser des Stiftes sowie Länge und Durchmesser des Gummis. Als Maß für die Güte dient die Abweichung dieser Größen von einer idealen Vorgabe. Das Bleistiftbeispiel ist so zu verstehen, dass der Stift das wesentliche Merkmal ist; wenn man mit ihm nicht schreiben kann, ist er wertlos. Der Radiergummi ist zweitrangig, seine Bedeutung kommt erst zum Tragen, wenn die Stifte sonst gleichwertig sind. Bei seinen Untersuchungen zur Entwicklung von Schreibgeräten bezeichnet Liedtke diese Merkmale als substantiell (notwendig) und akzidentell (nicht-notwendig). Es wird keineswegs behauptet, die Form der Bleistifte habe sich auf diese Art entwickelt! Es sollen lediglich die eingeführten Begriffe an diesem Beispiel veranschaulicht werden. Die Bewertung ist eine gewichtete Summe aus den Einzelbewertungen beider Merkmale, die Gewichte lassen sich verändern, um so das unterschiedliche Evolutionsverhalten akzidenteller und substantieller Merkmale zu studieren.

In den Grafiken werden die Individuen als Punkte eingetragen, die beiden Koordinaten entsprechen den Phänotypen der Merkmale. Dabei nimmt die Güte des ersten Merkmals von links nach rechts zu, die des zweiten Merkmals von unten nach oben. Die Ausgangspopulation aus tausend Individuen ist gleichmäßig in einem Quadrat links unten in der Grafik zu sehen, ihre Mitglieder sind also noch in beiden Merkmalen schlecht. Zur Simulation wird der oben beschriebene Vorgang - Auswahl von dreien und Ersatz des Schlechtesten durch einen Nachkommen der beiden besseren - tausendmal ausgeführt, eine neue Generation ist entstanden. Der Nachkomme erhält als Genotypus den Mittelwert des entsprechenden Werts beider Eltern, versehen mit einer kleinen Störung als Mutation. Nach jeweils fünf Generationen wird die Population wieder graphisch dargestellt, zur besseren Anschauung immer abwechselnd hell und dunkel. So lässt sich die Entwicklung der gesamten Population deutlich erkennen. Für jede Generation wird zusätzlich der Mittelwert berechnet und als größeres schwarzes Quadrat eingezeichnet. Diese Quadrate werden durch Linien verbunden, diese verdeutlichen die Entwicklung. Am oberen Rand ist angezeigt, in welchem Verhältnis die beiden Teilbewertungen gewichtet werden. Zu den Beispielen gehören die Abbildungen mit den gleichen Nummern.

Beispiel 1

Beide Merkmale werden gleich stark gewichtet, beide sind daher substantiell. Die Populationen streben nach rechts oben, das heißt es gibt eine gleichmäßige Verbesserung in beiden Merkmalen. Die Population konzentriert sich immer stärker um den Mittelwert, die ungefähre Kreisform lässt erkennen, dass beide Merkmale gleich behandelt werden.

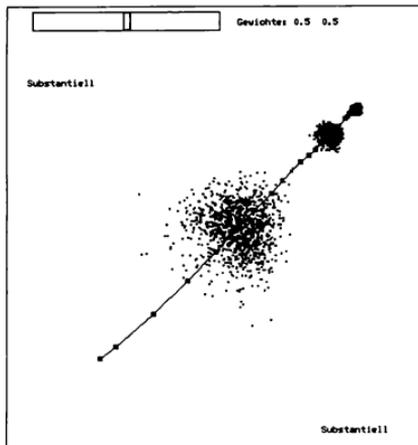


Abb.1: Zwei gleichwertige Merkmale

Beispiel 2

Merkmal 1 wird jetzt neunfach stärker berücksichtigt als Merkmal 2, das heißt, wir haben ein substantielles und ein akzidentelles Merkmal. Die Entwicklung verläuft ganz anders als im vorangegangenen Beispiel. Man beobachtet anfangs eine nur schwach steigende Entwicklung, es wird also wesentlich Merkmal 1 verbessert. Die Population wird in der Breite stark gedrückt, während sich die Höhe sogar vergrößert, die Variationsbreite des zweiten Merkmals wächst also anfangs. Erst wenn das erste Merkmal schon stark verbessert ist, kommt auch das akzidentelle Merkmal stärker ins Spiel. Die Entwicklungslinie knickt nach oben ab und nun lässt die Fluktuation das zweite Merkmal ebenfalls nach.

Dieses Beispiel untermauert die erste Hypothese aus Liedtkes Untersuchungen zu Verlaufsstrukturen in der Geschichte der Schreibgeräte (Liedtke, M 1996):

Akzidentelle (nicht-notwendige) Merkmale variieren stärker und schneller als substantielle (notwendige) Merkmale.

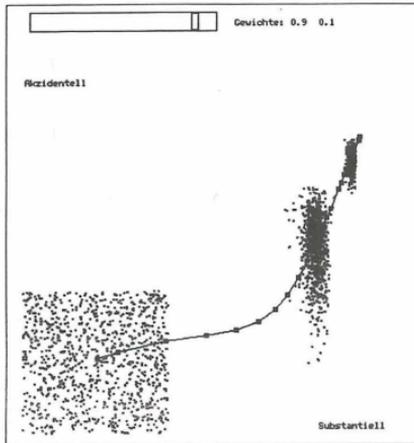


Abb2: Substantielles und akzidentelles Merkmal

Beispiel 3

In diesem Fall wird am Anfang nur ein Merkmal betrachtet, die Gewichte sind auf Eins und Null gesetzt. Die Entwicklung verläuft nahezu waagrecht, das leichte Ansteigen liegt daran, dass die Zahlen nach unten begrenzt sind. Wie im zweiten Beispiel vermindert sich die Variationsspanne des ersten Merkmals. Nach etwa zehn Generationen werden die Gewichte geändert, beide Merkmale werden gleich hoch bewertet, sind also beide substantiell. Die Entwicklung macht einen scharfen Knick nach oben, die Verbesserung konzentriert sich auf das neue Merkmal. Die Variationsweite des zweiten Merkmals übersteigt noch viele Generationen lang die des ersten, im Übereinklang mit Liedtkes Hypothese:

Luxurierungen sind bei jeweils jüngeren Merkmalen häufiger zu beobachten als bei älteren Merkmalen.

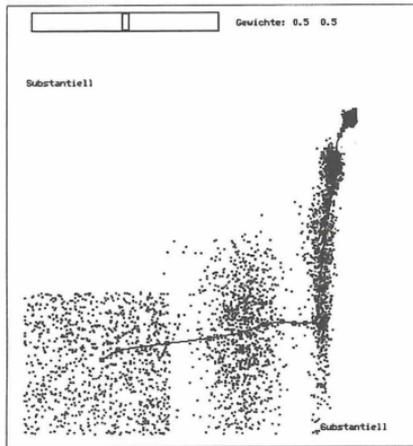


Abbildung 3

Diese Simulationsläufe bestätigten zwei von Liedtkes Hypothesen. Bei den Matreier Gesprächen wurden die Ergebnisse dynamisch am Computer gezeigt, die statischen Diagramme in diesem Aufsatz können das Verhalten natürlich nicht so gut verdeutlichen.

Literatur

HOLLAND, John H. (1992): Adaption in Natural and Artificial Systems, MIT Press, Cambridge, London.
LIEDTKE, Max (1996): Verlaufsstrukturen in der Geschichte der Schreibgeräte, in Matreier Gespräche: Kulturethologische Aspekte der Technikentwicklung.
NAGEL, Klaus (1996): Theorie und Anwendung evolutionärer Algorithmen, in Matreier Gespräche: Technik-Anwendungen.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Matreier Gespräche - Schriftenreihe der Forschungsgemeinschaft Wilheminenberg](#)

Jahr/Year: 2002

Band/Volume: [2002a](#)

Autor(en)/Author(s): Nagel Klaus

Artikel/Article: [Ein Mathematisches Modell zur Luxurierung 41-45](#)