Walther L. Fischer

Zur formalen Charakterisierung der Begriffe „Hierarchie“ und „Hackordnung“

0. Vorbemerkungen

0.1 Im Rahmen dieser Tagung werden die verschiedensten Beispielfälle von Hierarchien bzw. hierarchischen Komplexionen vorgestellt und diskutiert werden. Für den Wissenschaftstheoretiker und Logiker stellt sich dabei die Frage, was all diese Fälle gemeinsam haben, mit anderen Worten wie der Begriff der `Hierarchie´ formal charakterisiert werden kann.

0.2 Formal handelt es sich beim Begriff und der Struktur der Hierarchie um spezielle *Ordnungsgebilde* bzw. *Ordnungsstrukturen* – realiter um in bestimmter Weise strukturierte Mengen konkreter bzw. abstrakter Objekte. Als Beispiele nennen wir zunächst: die Hierarchie der Priesterschaft der katholischen Kirche, die Begriffshierarchien in der klassifizierenden Biologie, die der Zahlarten in der Arithmetik oder noch spezieller die Begriffshierarchie geometrischer Figuren – etwa der Viereckstypen - in der Geometrie.

0.3 In concreto werden in Hierarchien die Elemente einer gegebenen Objektmenge zu Rangordnungsstufen zusammengefasst, denen inhaltlich gewisse „Stärkegrade“ oder „Gewichte“ zugeordnet werden, derart dass gewisse Elemente andere Elemente dominieren. Die die Hierarchien formal strukturierenden linearen Ordnungen werden daher inhaltlich als Dominanzrelationen interpretiert.

0.4 Im einzelnen werden wir vier Ordnungstypen behandeln: die *linearen* oder *Voll-Ordnungen*, die *Teilordnungen*, die *Hierarchien* und die *Rangordnungen/ Dominanzen* bzw. *Hackordnungen.*

1. Strukturierte Mengen

1.1 Im Zusammenhang mit der Charakterisierung von Hierarchien werden wir von strukturierten Mengen von Elementen sprechen. Wir treffen dabei die folgenden Unterscheidungen:

1.2 Zunächst unterscheiden wir *„konkrete (inhaltlich bestimmte) Gebilde“* von *„abstrakten (formalen) Strukturen“* (*Fischer, W. 1995, 45 ff.*). Ein *„konkretes Gebilde“* wird beschrieben durch die Angabe einer „Trägermenge“ T von konkreten Objekten (bzw. deren Individuennamen) und eines „Strukturdatums“ σ, d.h. einer Menge von Attributen, Relationen, Verknüpfungen für die bzw. zwischen den Objekten von T, die ihrerseits durch 1- bzw. mehrstellige Prädikate bezeichnet werden. Dabei ist also die inhaltliche Bedeutung der Elemente von T und die der Attribute von σ bekannt.

1.3 Je nach der Wesenheit der Objekte unterscheiden wir *„materiale Gebilde“* von *„idealen Gebilden“*, je nachdem also, ob sie der physischen Welt oder als Abstrakta der idealen Welt entstammen. Mit anderen Worten: bei einem Gebilde handelt es sich um eine strukturierte Menge von (materialen oder idealen) Gegenständen.

1.4 Je nach der Art der Prädikate unterscheiden wir – im Sinne der formalen mathematischen Strukturtheorie – Ordnungsgebilde von algebraischen Gebilden von topologischen Gebilden (*Fischer, W. 1995, 52 ff.*).

1.5 Wir nennen zwei Gebilde *„strukturverwandt“ (homomorph)“* bzw. *„strukturgleich (isomorph)“*, wenn sich die Trägermengen (unabhängig von der Natur der Elemente) und die Strukturdaten einander 1-deutig bzw. umkehrbar-1-deutig zuordnen lassen. Jedem Element der einen Menge entspricht dann genau ein Element der anderen und eventuell umgekehrt.

1.6 *„Abstrakte Strukturen"* sind definiert als Äquivalenzklassen isomorpher Gebilde. Entsprechend den Differenzierungen bei den Gebilden unterscheiden wir auch hier Ordnungsstrukturen, von algebraischen Strukturen, von topologischen Strukturen (*Fischer, W. 1995, 47 ff.*).

1.7 In ähnlicher Weise unterscheiden wir im folgenden konkrete Hierarchien (Hierarchie-Gebilde) von abstrakten Hierarchie-Strukturen.

2. Gleichheitsrelationen /Äquivalenzrelationen

2.1 Der Begriff der Hierarchie setzt im inhaltlichen Verständnis zunächst die Vorstellungen von *„Gleichheit"* bzw. *„Ungleichheit"* von Elementen voraus, genauer die der *Gleichartigkeit* bzw. *Ungleichartigkeit*, der *Gleichrangigkeit* bzw. der *Ungleichrangigkeit.*

2.2 In einer Menge sind verschiedene Gleichheitsrelationen möglich. So lassen sich in der Menge der Zuhörer bei einem Vortrag u.a. die folgenden Gleichheitsrelationen definieren: gleiches Geschlecht, gleiches Lebensalter, gleiche Interessenlage, gleicher Beruf, gleiche Zugehörigkeit zu einer Konfession ...

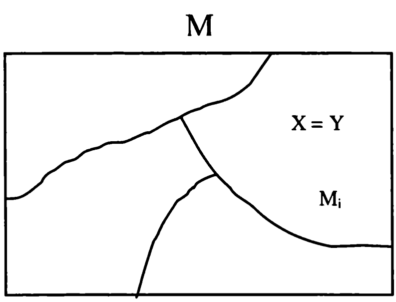
2.3 Wodurch ist in einer gegebenen Menge von konkreten oder abstrakten Gegenständen eine *„Gleichheitsrelation"* (*„Äquivalenzrelation"*) gegeben bzw. charakterisiert?

Sei M eine Menge von Elementen und in M für die Elemente a,b,c,... eine *„Gleichheitsrelation" („Äquivalenzrelation")* gegeben, in Zeichen: a = b. Jede Gleichheitsrelation „=" in einer Menge M hat die folgenden grundlegenden Eigenschaften:

Für alle Elemente a,b,c, ... von M gilt:
(G1) *Reflexivität:* Jedes Element ist sich selber gleich: a = a.

(G2) *Symmetrie*: Wenn ein Element a einem Element b gleich ist, so ist auch b dem a gleich: a = b → b = a.
(G3) *Transitivität*: Wenn ein a einem b gleich ist und das b einem c, so ist auch a dem c gleich: a = b und b = c → a = c.

2.4 Eine Äquivalenzrelation auf einer Menge M zerlegt die Menge in ein System $(M_i)_{i=1,2,\ldots,n}$ von elementefremden Teilmengen M_i von M, die sog. „Äquivalenzklassen", in denen die je äquivalenten (gleichen) Elemente zusammengefasst sind und die in ihrer Gesamtheit M ausfüllen (Fig.1). Man spricht auch kurz von der durch die betreffende Äquivalenzrelation in M bestimmten *„Klasseneinteilung"*.



Figur 1

Umgekehrt beruht jede *Klassifizierung* von Gegenständen im Grunde auf der Auszeichnung einer Gleichheitsrelation in der betreffenden Gegenstandsmenge und der anschließenden Zusammenfassung der je gleichen (äquivalenten) Elemente zu einer „(Äquivalenz-) Klasse". - Jeder Äquivalenzklasse entspricht ein *Begriff*.

3. Hierarchien I

3.1 Im Begriff der Hierarchie werden neben Gleichheiten (gleichartigen Elementen) auch Unterschiedlichkeiten (ungleichartige Elemente), neben gleichrangigen auch Elemente unterschiedlicher Rangordnungsstufen apostrophiert. Das bedeutet: Hierarchien bestehen nicht nur aus verschiedenartigen Einzelelementen, sondern aus Klassen je gleichartiger (gleichrangiger) Elemente[1], die ihrerseits in eine Abfolge verschiedener Rangordnungsstufen gegliedert sind.

3.2 Wenn wir neben den Gleichheiten (Gleichartigkeiten) unser Augenmerk auf Unterschiedlichkeiten zwischen Gegenständen richten, kommt in unserem Themenbereich ein weiterer Typ von Relationen ins Spiel, der der *„Ordnungsrelationen"*. Sie sind für das Verständnis von Hierarchien von zentraler Bedeutung. Hierarchien sind in erster Näherung bewertete Ordnungsstrukturen (Ordnungsgebilde).

4. Ordnungsrelationen

4.1 Lineare Ordnungen

4.1.1 Geben wir zunächst wieder Beispiele, an die der Laie denkt: Er denkt an *„Reihenfolge"*, an die Folge der Sitze in einer Sitzreihe in einem Hörsaal, an Stare auf einem Telephondraht, an die Folge von Perlen auf einer offenen Kette oder im Fall unendlicher Mengen an die Ordnung der natürlichen Zahlen 1,2,3,... oder an die Menge der Punkte einer orientierten Geraden.

o——o——o——o——o——o ...
a b c d e f ...
$1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 \ldots$

Figur 2: Beispiele linear geordneter Mengen

4.1.2 Wodurch sind diese geordneten Mengen charakterisiert?
In den Trägermengen unserer Beispiele gibt es zwischen den Elementen eine *„Ordnungsbeziehung"*. Wir lesen sie etwa: „Element a *liegt vor* Element b", oder „a ist *kleiner als* b", in Zeichen: a < b. Diese

[1] Dabei kann in Sonderfällen eine Klasse auch nur aus einem einzelnen Element bestehen. Man denke etwa an die Gesellschaftsstruktur einer Bürogemeinschaft.

Relation hat in unseren Beispielen die folgenden grundlegenden Eigenschaften:

Für alle a,b,c, ...von M gilt:

(O1) *Irreflexivität*: Kein a liegt vor sich selber: Nicht $a < a$.

(O2) *Asymmetrie*: Wenn a vor b liegt, dann liegt b nicht vor a:

$$a < b \rightarrow \text{nicht } b < a .$$

(O3) *Transitivität* : Wenn a vor b, b vor c, so liegt auch a vor c:

$$a < b \text{ und } b < c \rightarrow a < c .$$

Und weiter:

(O4) *Konnexität* : Für je zwei Elemente a und b aus der Trägermenge, die voneinander verschieden sind, gilt entweder a vor b oder b vor a.

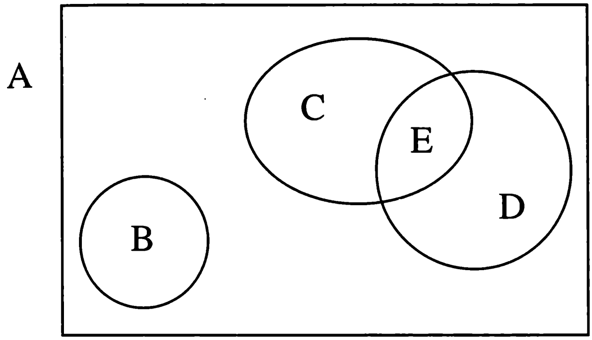
Die letztgenannte Bedingung hält man für unsere bisherigen Beispiele, also z.B. für offene Perlenketten, für selbstverständlich. Sie ist jedoch – wie wir sehen werden - nicht notwendig in jedem Falle gültig.

4.1.3 Ordnungsgebilde, die die Bedingungen (1) bis (4) erfüllen nennt man *„linear geordnete Mengen“* oder auch *„Vollordnungen“*.

4.2 Halbordnungen

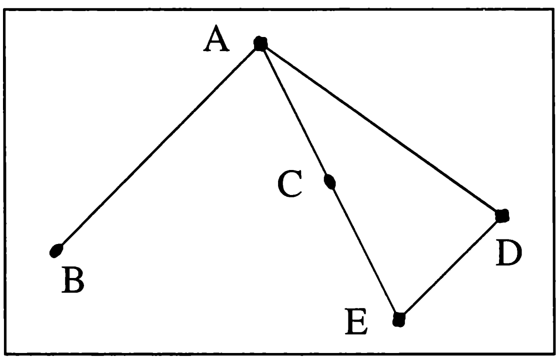
4.2.1 Es gibt jedoch auch Ordnungsgebilde, die die Bedingung (4) der Konnexität nicht erfüllen. In ihnen gibt es bezüglich der betreffenden Ordnungsrelation „unvergleichbare“ Elemente.

4.2.2 Als Beispiele nennen wir die Systeme der Teilmengen gegebener Mengen mit der Teilmengenrelation („Enthaltenseinsrelation“). Einen Beispielfall liefert die Figur 3. Hier sind die Mengen B,C,D,E sämtlich in der Grundmenge A enthalten, während die Mengen B, C und D insofern unvergleichbar sind, als keine in der anderen enthalten ist. E ist zwar Teilmenge von C und D, also mit C und D vergleichbar bezüglich der Enthaltenseinsrelation, nicht aber mit B.



Figur 3: Beispiel eines Mengensystems
mit der Teilmengenrelation als Ordnungsrelation

Die Figur 4 zeigt den zugehörigen Relationsgraph und macht deutlich, wie in einem Fall, in dem die Bedingung der Konnexität nicht erfüllt ist, die Struktur nicht mehr länger linear genannt werden kann, wie sie sich auffächert.



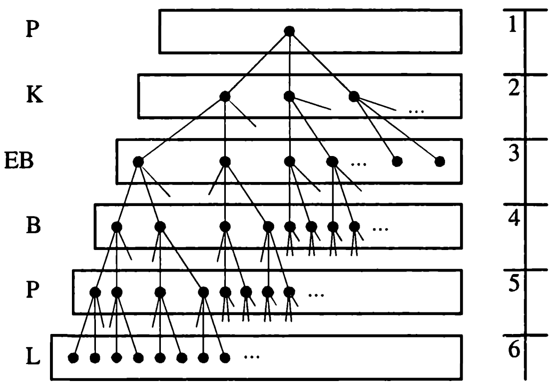
Figur 4: Relationsgraph des Mengensystems von Figur 3.

4.2.3 Ordnungsgebilde, die nur die Bedingungen (1) bis (3) erfüllen, nennt man *„teilgeordnete"* oder *„halbgeordnete Mengen"*.

5. Hierarchien II

5.1 Im Anschluß an die vorausgehenden Begriffsbestimmungen können wir nun präzisierend sagen: Eine *„Hierarchie"* ist eine durch eine lineare Ordnung bewertete Teilordnung von Äquivalenzklassen (je gleichartiger Elemente). Die lineare Ordnung wird dabei inhaltlich als Rangordnung interpretiert, in der die Dominanzbeziehung (die Über- bzw. Unterordnung) der Elemente der Klassen zum Ausdruck kommt. Das teilgeordnete System der Äquivalenzklassen ist dadurch in Rangordnungsstufen gegliedert.

5.2 Die generelle Situation verdeutlichen wir stark vereinfachend an der *Hierarchie der Priesterschaft der katholischen Kirche*: Neben dem Papst gibt es Teilmengensysteme je gleichartiger Priester. Diese sind charakterisiert entweder durch den gleichen Weiherang (Potestas ordinis) oder durch ihre Hirtengewalt (Potestas jurisdictionis) (*Retzbach, A. 1953, 47*). So haben wir z.B. die Menge der Kardinäle, die der Erzbischöfe, die der Bischöfe, die der Pfarrer. Daneben gibt es auch noch die Menge der Laien. Die Menge der Gläubigen zerfällt also in Teilmengensysteme von Äquivalenzklassen. Diese Teilmengensysteme sind weiter bestimmt je durch eine Nebenbedingung; sie werden durch die Zuordnung der Klassen (und damit ihrer Elemente) zu einer linearen Werte- bzw. Rangordnung bewertet und damit in eine Rangfolge gebracht (Fig.5).



Figur 5

5.3 Um es zu betonen: Eine reine Durchnummerierung der verschiedenen Teilmengen (Klassen) ist noch keine Rangfolge. Die verschiedenen Stufen müssen sich qualitativ unterscheiden[2], müssen zueinander in einer Relation der Dominanz stehen.

6. Rangordnungen / Dominanzen / Hackordnungen

6.1 Ein Ordnungsprinzip, ohne das sich ein organisiertes Gemeinschaftsleben höherer Tiere und des Menschen offenbar nicht entwickeln kann, ist die sog. *Rangordnung*. Sie besteht darin, dass von den in einer Gemeinschaft lebenden Individuen jedes einzelne weiß, welches stärker und welches schwächer ist als es selbst, welche anderen Individuen es dominiert und von welchen es dominiert wird (*Lorenz, K. 1963, 66-67*). Im Rahmen einer Rangordnung ist also mit anderen Worten ein Bewertungskriterium für die Individuen gegeben durch ihren jeweiligen Status in der Gruppe, durch die Machtfülle des betreffenden Individuums bzw. die Anerkennung seines Rangplatzes durch die anderen. Dieser ist bestimmt durch eine Relation der *„Dominanz"*.[3]

6.2 Ein klassisches Beispiel, das die Verhaltensforschung schon früh untersucht hat, ist die sog. *„Hackordnung auf dem Hühnerhof"* (*Lorenz, K. 1963; Lorenz, K. 1964, 51 f.; Kemeny / Snell / Thompson, 1957, 307; Fischer, W.L. 1970*).
Sei $H = \{ h_1, h_2, \dots, h_n \}$ die Menge aller Hühner h_i eines Hühnerhofes. Die Angehörigen dieser Gemeinschaft kämpfen dort eine Rangord-

---

[2] Im Falle der Hierarchie der Priesterschaft der katholischen Kirche bestimmt z.B. durch den unterschiedlichen Weiherang.
[3] Die Begriffe „Rangordnung" und „Dominanzrelation" sind in gewissem Sinne synonym. Sie apostrophieren einerseits den strukturellen andererseits den relationalen Aspekte der Gebilde. Die Rangordnung in einer Trägermenge wird induziert von einer Dominanzrelation.

nung aus, die wir mit ρ bezeichnen wollen. Sie kann wie folgt beschrieben werden:

$$h_i \ \rho \ h_j ,$$

bedeutet:„Das Huhn h_i hackt das Huhn h_j" - oder: „h_i ist stärker als h_j" - oder: „h_i *dominiert* h_j".

Die *„Dominanz-Relation"* ρ hat die folgenden Eigenschaften:
Für alle Elemente aus der Menge H gilt:

(D1) *Irreflexivität*: Für kein Huhn gilt: $h_i \ \rho \ h_i$, d.h. kein Huhn hackt (dominiert) sich selbst.

(D2) *Asymmetrie*: wenn $h_i \ \rho \ h_j$, dann nicht $h_j \ \rho \ h_i$, Wenn das Huhn h_i das Huhn h_j hackt (dominiert), so hackt (dominiert) das Huhn h_j (als das schwächere) das Huhn h_i nicht; h_j wird fliehen.

(D3) *Konnexität*: für jedes Paar i, j gilt entweder $h_i \ \rho \ h_j$ oder $h_j \ \rho \ h_i$, Je zwei beliebige Individuen h_i und h_j stehen in einer Hack- (Dominanz-)Beziehung, keines verhält sich neutral.

(D4) *Transitivität*: Wie steht es nun um die Eigenschaft der Transitivität, die bei der linearen Ordnung zentral ist? Innnerhalb der Dominanzbeziehung gibt es realiter zwei Fälle: den einer strikten Transitivität der Hackordnung bzw. einer distanzabhängigen Transitivität.

Die Dominanzrelation auf dem Hühnerhof ist transitiv, die Hackordnung ist hier eine lineare Ordnung im Sinne unserer Bestimmung in Abschnitt 4.1.

Bei staatenbildenden Tieren gibt es aber auch Fälle einer „aufgeweichten" Transitivität, die mit der Rangordnungsdistanz abnimmt (z.B. bei den Dohlen). Im Gegensatz zur strikten, d.h. distanzunabhängigen Transitivität liegt also hier eine von der Distanz der Glieder abhängige Transitivität der Rangordnungs- bzw. Dominanzeigenschaft vor.

Im letzteren Fall bedeutet das für die rangniederen Individuen einen gewissen Schutz. Die ranghöheren Individuen fühlen sich durch die sehr rangniederen Individuen in ihrer Rangstellung nicht bedroht. Sie wenden sich im Rangordnungskampf eher den nächst rangniederen Individuen zu.

6.3 Die Gesellschaftsstruktur unseres Hühnerhofes übersehen wir, wenn wir nicht nur alle unmittelbaren Rangnachbarschaften kennen, also alle 1-stufigen Dominanzen[4], sondern - soweit vorhanden - auch alle 2- und *mehrstufigen Dominanzen.*

Die Zahl der zu untersuchenden Fälle steigt rasch mit der Zahl der Glieder unserer Gesellschaft. Im konkreten Fall empirischer Untersuchungen wird der Einsatz datenverarbeitender Maschinen erforderlich. Dazu ist es erforderlich, die Situation in besonderer Weise darzustellen.

6.4 Wir bemerken nun ganz allgemein: Jede Relation zwischen den Elementen einer endlichen Menge H (oder zwischen den Elementen zweier Mengen M und N) lässt sich in verschiedener Weise darstellen:

(i) durch eine *vollständige Tabelle* , nämlich durch die vollständige Angabe aller Paare, die zueinander in der betreffenden Relation stehen.[5]
(ii) durch eine *Besetzungsmatrix*, indem wir die Informationen in einem rechteckigen Schema von Zeilen und Spalten (Matrix) zusammenfassen. Den Zeilen bzw. Spalten ordnen wir die Elemente von H zu und markieren das Bestehen der Relation ρ zwischen zwei Elementen durch eine 1, das Nicht-Bestehen durch eine 0.
(iii) durch einen *gerichteten Graphen* (Pfeilfigur), indem wir jedes Element von H durch einen Punkt der Zeichenebene darstellen und den Punkt h_i mit dem Punkt h_j durch eine gerichtete Strecke (Pfeil) verbinden, deren Pfeilspitze auf h_j weist, wenn $h_i \rho h_j$ gilt.

---

[4] So wie sie die vollständige Tabelle bzw. die Matrix (D) in 6.5. wiedergibt.
[5] D.h. durch eine Teilmenge von HxH bzw. von MxN.

6.5 In einem einfachen Sonderfall bestehe H nur aus den vier Hühnern h_1, h_2, h_3, h_4. Eine der möglichen Dominanz-Relationen auf H habe z.B. als Darstellungen

(i) vollständige Tabelle

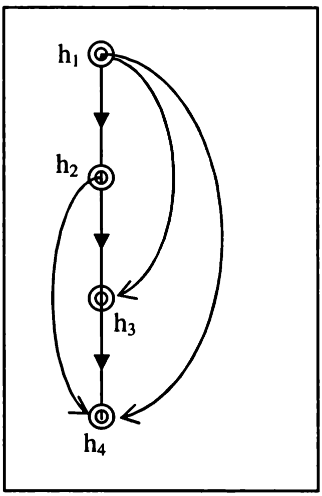
h_1	h_1	h_1	h_2	h_2	h_3
h_2	h_3	h_4	h_3	h_4	h_4

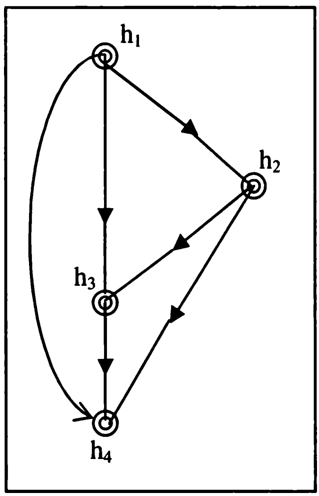
(ii) Besetzungsmatrix

(D)

	h_1	h_2	h_3	h_4
h_1	0	1	1	1
h_2	0	0	1	1
h_3	0	0	0	1
h_4	0	0	0	0

(iii) Pfeilfigur





Neben den unmittelbaren Rangnachbarschaften, den 1-stufigen Dominanzen, die die vollständige Tabelle wiedergibt, sind aus der Matrix (D) auch alle mehrstufigen Dominanzen ablesbar. Die 2-stufigen Dominanzen sind:

$$h_1 \;\rho\; h_2 \;\rho\; h_3$$
$$h_1 \;\rho\; h_2 \;\rho\; h_4$$
$$h_1 \;\rho\; h_3 \;\rho\; h_4$$
$$h_2 \;\rho\; h_3 \;\rho\; h_4$$

Es gibt eine 2-stufige Dominanz von h_1 über h_3, zwei 2-stufige Dominanzen von h_1 über h_4 und eine 2-stufige Dominanz von h_2 über h_4. Außerdem dominiert h_1 über h_4 3-stufig, denn

$$h_1 \;\rho\; h_2 \;\rho\; h_3 \;\rho\; h_4$$

6.6 Im Anschluß an unser Beispiel und seine Darstellungsformen können wir nun weitere Begrifflichkeiten definieren und damit die Individuen unserer Dominanzgesellschaft in verschiedener Weise *„nach ihrer Stärke"* bewerten. Wir erklären die Begriffe:

„Ranghöhe" (Stufe, Niveau)[6], d.h. der Rangplatz eines Individuums in der Ordnung;
„Rangdistanz", d.h. Differenz der Rangplätze;
„Reichweite" (Affinität, Einflussbereich), d.h. wie viel stufig dominant maximal ein Individuum ist.

Schließlich kann man noch das *„Ranggewicht"* oder die *„Potenz"* eines Elements definieren. Dazu bemerken wir, dass man durch Multiplikation von D mit sich nach den Regeln der Matrizen-Multiplikation eine Matrix D_2 gewinnen kann, die die 2-stufigen Dominanzen beschreibt. Entsprechend kann man durch weitere Multiplikationen von D mit sich $D_3, D_4, \ldots, D_n$ alle 3-, 4-, ... n-stufigen Dominanzen bestimmen bzw. ablesen.

[6] Wobei oft dem „ersten" Element der höchste Rang zugeordnet ist (α-Tier).

Als *„Potenz eines Individuums"* ist nun die Summe seiner 1-stufigen, 2-stufigen und aller höherstufigen Dominanzen definiert. Um sie zu gewinnen, hat man die Matrizen $D_1 = D$, D_2, ..., D_n zu bilden und zu addieren: $D_1 + D_2 + ... + D_n$. So hat in unserem Beispiel h_1 die Potenz 7, h_2 die Potenz 3, h_3 die Potenz 1, h_4 die Potenz 0.

7. Schlussbemerkung / Weitere Beispiele

Fassen wir zusammen: Hierarchische Strukturen, also in Rangordnungsstufen gegliederte Teilordnungen von Äquivalenzklassen von Elementen, gibt es in verschiedenen Bereichen und in mannigfacher Weise. Um es zu wiederholen: Es gibt Hierarchien in materialen und in idealen Strukturen (Begriffshierarchien).

Stichwortartig erwähnen wir noch die Situation in der Gesellschaftsstruktur von Bürogemeinschaften, die Struktur der Notengebung bei der Evaluation von Leistungen, etwa in der Schule oder im Sport. Auch im Prozeß der Erkenntnisgewinnung und im Bereich des Verstehens gibt es Hierarchien. So gibt es in Wissenschaft und Unterricht Hierarchien der Anschauung und der Veranschaulichung (*Fischer, W.L. 2001*).

An den Beispielen wird auch deutlich, dass Hierarchiestrukturen nicht notwendig statisch sein müssen. Sie können sich in der Zeit auch verändern. Die Ranghöhe eines Elementes in der Hierarchie kann sich im Rangordnungskampf durchaus von Zeit zu Zeit verschieben.

8. Literatur

FISCHER, W.L. (1970): Die automatisierte Datenverarbeitung in Wissenschaft und Forschung. - In: Haberlandt, K. (Hg.), Automatisierte Datenverarbeitung in Forschung und Praxis. Friedrich Kiel Verlag. Ludwigshafen, 195-221.

FISCHER, W.L. (1994): Die Formale Begriffsanalyse als Werkzeug in der Mathematikdidaktik. - In: Pickert, G./ Weidig, I. (Hg.): Mathematik erfahren und lehren. Ernst Klett Verlag. Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig, 80-88.

FISCHER, W.L. (1995): Der Einsatz mathematischer Methoden bei der Beschreibung, Formalisierung und Modellierung von anthropologischen Datenstrukturen – Mathematische Hilfen zur Objektivierung qualitativer Daten. - In: Uher, J. (Hg.): Pädagogische Anthropologie und Evolution. Beiträge der Humanwissenschaften zur Analyse pädagogischer Probleme. Erlanger Forschungen, Reihe A, Bd.73. Univ. Bibliothek Erlangen, 33-71.

FISCHER, W.L. (2001): Niveaus der Anschauung im Mathematikunterricht. – In: Forster, J./ Krebs, U. (Hg.), Das Praktische Lernen und das Problem der Wissenskumulation. Klinkhardt Verlag. Bad Heilbrunn, 221-258.

LORENZ, K. (1963): Das sogenannte Böse. - Borotha-Schoeler. Wien.

LORENZ, K. (1964): Er redete mit dem Vieh, den Vögeln und den Fischen. - Deutscher Taschenbuch Verlag. München.

KEMMENY, J.G./ SNELL, J.L./ THOMPSON, G.L. (1957/1960): Introduction to Finite Mathematics. - Englewood Cliffs. New York.

RETZBACH, A. (1953): Das Recht der katholischen Kirche nach dem Codex juris canonici. - Freiburg.