

## Von der Analyse zur Prognose. Begriffskritische Anmerkungen eines Mathematikers

### 1. Prognostizierung als Teil der Lebensbewältigung

Die Chiffre „Leben ist Lernen“ von Konrad Lorenz und anderen Verhaltensforschern beinhaltet u.a. die Möglichkeit der Speicherung von Erfahrungen und der Erstellung von Vorausurteilen über mögliche zukünftige Ereignisse und Erfahrungen (Lorenz, K./ Kreuzer, F. 1983; Riedl, R. 1987, 25, 46, 102). Die Prognostik relevanter Lebensumstände ist ein direktes Maß für den Lebenserfolg. Die Lebensbewältigung ist ohne Einschätzung der gegenwärtigen Situation und eine Vorausschau, ohne Erwartungen und Ziele und deren Bewertung schon beim Tiere nicht möglich. Prognostisches Verhalten gibt es also bereits im Tierreich. Beim Menschen wird die Prognose im Bewusstsein begrifflich erfasst.

### 2. Themenbereiche im menschlichen Alltag, in Wissenschaft und Kunst

2.1 In der Prognose machen wir ausgehend von der Kenntnis eines Zustandes, eines Ereignisses, einer Entwicklung Aussagen über zukünftige Zustände, Erscheinungen, Ereignisse oder Entwicklungen im betreffenden Lebens-, Wirkens- und Wirklichkeitsbereich. Prognosen beziehen sich auf zukünftige konkrete Erscheinungen oder idealiter (z.B. in den Wissenschaften) auf zukünftige Aussagen im betreffenden Lebens- bzw. Wissensbereich.

2.2 Prognosen treten in den verschiedensten Lebens- und Erlebensbereichen des Menschen auf, in seinem persönlichen Leben und im Kulturleben. Entsprechend vielfältig sind die Spielarten und Aspekte der Prognosen und ihrer begrifflichen Wesensart. Nennen wir beispielhaft einige solche Themenbereiche:

*Naturwissenschaften:* Ergebnis des Ausgangs eines projektierten Experiments; Entwicklung bestimmter Bereiche in der Forschung; Ausbruch eines Vulkans.

*Astronomie:* Sonnen- und Mondfinsternisse.

*Technik:* Weiterentwicklung einer Technik, eines technischen Geräts.

*Informationstechnik:* Entwicklung der Computer; Nanocomputer.

*Science Fiction*

*Meteorologie:* Wettervorhersagen, Klimawechsel.

*Medizin:* Vorhersage von Krankheitsverläufen; Entwicklung in der Krankheitsbehandlung; in der medizinischen Forschung.

*Demographie/ Soziologie:* Vorhersage der Bevölkerungsentwicklung; Struktur der Gesellschaft; Zunahme der Migration.

*Politik:* Beständigkeit einer Koalition; Stimmenverteilung bei einer Wahl; Wahlverhalten; Wahlausgang.

*Schule und Bildung:* Notendurchschnitt am Ende des Schuljahrs; zukünftige Bewertung eines bestimmten Faches; Zusammenhänge von Bildung und wirtschaftlicher Entwicklung.

*Wirtschaft/ Finanzmarkt:* Entwicklung einer Firma; Wirtschaftsentwicklung; Geldentwicklung; Börsengang.

*Persönliches Leben:* Krankheitsverlauf; Lebenserwartung; Zukunft im Beruf

*Sport:* Ausgang eines Spiels; Meisterschaft in einer Liga.

*Kunst:* Weiterentwicklung eines persönlichen Stiles oder des Stiles einer Kunstgattung (in der Musik z.B. im Rahmen der tonalen Musik, der atonalen 12-Ton-Musik, der seriellen Musik).

### **3. Prognostisches Schließen**

*3.0* Der *prognostische Schluß* geht aus von der *Analyse* einer bestimmten Lebens- oder Wirklichkeitssituation und ist getragen von in die Zukunft gerichteten Lebens- bzw. Erkenntniszielen, von Erwartungen und Hoffnungen. Weiter setzt er die Kenntnis bestimmter Gesetze, Hypothesen, Hypothesenhierarchien und Theorien, mit anderen Worten: ein Systemwissen über den betreffenden Prognosebereich voraus. Im Voraussageschluß werden also von einer bestimmten bekannten Stichprobe ausgehend nachprüfbar oder anwendbare Folgerungen für eine unbekannt Stichprobe in dem durch die Stichprobe gegebenen Themen- bzw. Problembereich abgeleitet.

3.1 Bei der Ableitung bzw. Erstellung einer Prognose handelt es sich im allgemeinen nicht um eine konsequente Anwendung von Schlussformen im Sinne der traditionellen deduktiven Logik. Ein *deduktiver Schluß* von einer Aussage A auf eine Aussage B hat bekanntlich die Form:

Aus A folgt B	$\vdash A \rightarrow B$
Nun gilt A (A ist wahr)	$\vdash A$
Also gilt B (B ist wahr)	$\vdash B$

3.2 Demgegenüber wird eine Prognose gewonnen durch einen *induktiven zeitabhängigen Wahrscheinlichkeitsschluß*.<sup>1</sup>

Genauer: Gegeben sei auf Grund einer Analyse der Struktur der Prognoseausgangssituation und evtl. ihrer bisherigen Entwicklung eine Konjunktion von Aussagen

$$A_1 \wedge \dots \wedge A_n$$

betreffend die Randbedingungen  $A_1, \dots, A_n$  der Prognose, d.h. über einen Zustand, ein Ereignis bzw. eine Entwicklung von Ereignissen zu einer Zeit  $t_0$  (häufig in der Gegenwart), die als gültig (als wahr) betrachtet wird oder bereits erwiesen ist:

$$\vdash A_1 \wedge \dots \wedge A_n(t_0).$$

Jeder Prognose liegt also über die Analyse ein Modell der Ausgangssituation zugrunde, ein Modell für den augenblicklichen und bisher stattgefundenen Entwicklungsgang. Aus ihm wird abgeleitet bzw. geschlossen auf eine Aussage  $P(t')$ , die *Prognose* über den betreffenden Themenbereich (Systemzustand), deren Inhalt zu einer späteren Zeit, dem Zielzeitpunkt  $t' > t_0$ , als *möglich* (m) erachtet wird:

$$A_1 \wedge \dots \wedge A_n(t_0) \rightarrow (m) P(t')$$

---

<sup>1</sup> Die induktive Logik beschäftigt sich nicht mit der Konstitution von Ableitungen, sondern ist allein an deren nachträglichen Bestätigung interessiert (*Leinfellner, W. 1967, 78*).

Da nun die Konjunktion der Aussagen  $A_i$  über die Randbedingungen zur Zeit  $t_0$  als gültig angenommen bzw. als erwiesen betrachtet wird, wird im Verein mit dem zuhandenen Systemwissen im Zeitpunkt  $t_0$  weiter geschlossen, daß  $P(t')$  zur Zeit  $t'$  für den betreffenden Fall nicht nur möglich, sondern mit einer gewissen *Wahrscheinlichkeit* gültig bzw. zutreffend ist. Dabei wählt man aus dem Möglichkeitsfeld den Fall mit der größten Ereigniswahrscheinlichkeit  $p(t')$  ( $0 < p \leq 1$ ) aus und erhält so die „Prognose“  $p_{t_0}(t') P_{t_0}(t')$ .

$$\frac{A_1 \wedge \dots \wedge A_n(t_0) \quad \rightarrow (m) P(t')}{\vdash A_1 \wedge \dots \wedge A_n(t_0)} \quad \vdash p_{t_0}(t') P_{t_0}(t')$$

Die Prognosewahrscheinlichkeit ist dabei im allgemeinen umso größer je kleiner das Prognosezeitintervall ist.

**3.3** Bedenkt man das weite Beispielfeld für Prognosen, so scheint es nicht angezeigt, eine formale Theorie des plausiblen prognostischen Schließens zu entwickeln. Zu eng überschneiden sich im konkreten Einzelfall Objekt- und Metasprache in der Darstellung bzw. der Diskussion der Situation, die Aussage der Prognose mit dem Sprechen über die Prognose.<sup>2</sup>

**3.4** Nach Ablauf der mit der Prognose verbundenen Zeit, also zur Zeit  $t'$ , wird die Prognose zu einer Aussage  $P(t')$ , die entweder wahr oder falsch ist, muß sie also bestätigt oder widerlegt werden.

## 4. Typen von Prognosen

**4.1** Je nach der Art der Prognosen und ihrem Wirkungsbereich können wir verschiedene *Typen von Prognosen* unterscheiden.

**4.1.1** Je nach der Themenstellung bzw. dem Themenbereich und dem jeweils zugehörigen Hintergrundwissen bzw. der Hintergrundtheorie ist der Wahrscheinlichkeitswert  $p(t')$  für das Eintreten der Prognose nur als ein subjektiver oder als ein numerischer Wert anzusetzen. Je nach der Art des Wahr-

---

<sup>2</sup> Am ehesten wäre eine formale Theorie des prognostischen Schließens als Anwendungsfall der Modallogik zu denken.

scheinlichkeitswerts, der einer Prognose zugrunde liegt, unterscheiden wir daher „subjektive“ von „numerischen“ Prognosen. Im Falle von subjektiven Prognosen sprechen wir oft nur abgeschwächt von „Erwartungen“ oder von „Zielen“ (vgl. 5.3).

4.1.2 Ähnlich und doch verschieden davon kann man „subjektabhängige“ von „subjektunabhängigen“ Prognosen trennen. Subjektabhängig ist der Krankheitsverlauf einer Person, subjektunabhängig der Börsengang.

4.1.3 Im Falle der numerischen Prognosen können wir weitere Unterscheidungen treffen. Wir nennen eine Prognose „streng“, wenn die Wahrscheinlichkeit ihres Eintreffens sicher ist ( $p(t') = 1$ ). So ist die Prognose der nächsten Sonnenfinsternis für einen bestimmten Punkt der Erdoberfläche im Rahmen der astrophysikalischen Gesetzmäßigkeiten eine absolut sichere numerische Vorhersage für ihr Eintreten. Wir nennen weiter eine Prognose „stark“, wenn ihre Wahrscheinlichkeit  $p(t')$  für die Zielzeit  $t'$  nahe bei 1 liegt, und wir nennen sie „schwach“, wenn  $p(t') < 0,5$ .

4.1.4 Wir nennen eine Prognose „lokal“, wenn sie sich auf einen sehr beschränkten Lebens- oder Kulturbereich bezieht (Lebenserwartung eines Menschen; Ausgang einer Stadtratswahl; Börsengang einer Firma). „Globale“ Prognosen sind auf umfangreiche Wirkensbereiche bezogen (Klimawechsel; Ausgang einer Wahl in einem Land).

4.1.5 Weiter unterscheiden wir „statische“ von „dynamischen“ Prognosen. Prognosen sind zukunftsorientiert. Damit spielt nicht nur bei Prognosen von zukünftigen Entwicklungen, sondern auch bei Prognosen von Zuständen und Ereignissen die zeitliche Entwicklung der Situation bis zum Prognosezeitpunkt häufig eine große Rolle. Das kann man z.B. täglich an den in der Presse aufgezeigten Kurvenverläufen der Börsenkurse sehen. Auch der Ausgang der Wahl für einen bestimmten Bewerber in seinem Wahlkreis kann u.U. sehr unsicher sein, ja er kann bis zum Wahltermin schwankend sein. Die Prognose ist dann nicht länger eine Prognose vom Zeitpunkt  $t_0$  aus, die ursprüngliche Prognose  $p_{t_0}(t)$   $P_{t_0}(t)$  wird also durch eine modifizierte Prognose ersetzt. Der Wahrscheinlichkeitswert  $p$  und die Prognoseaussage  $P$  sind in diesen Fällen für das Zeitintervall  $t_0 < t \leq t'$  eine Funktion der Zeit  $t$ . Wir schreiben daher genauer:

$$p(t) P(t).$$

4.2 In die Erstellung einer Prognose bzw. in ihre Einschätzung können nur wenige oder gar viele verschiedene Faktoren eingehen (wie bei der Prognose der Klimaentwicklung). Prognosen haben daher im allgemeinen verschiedene der vorgenannten Eigenschaften. So ist die Prognose einer Sonnenfinsternis eine numerische, subjektunabhängige, strenge, lokale, statische Prognose.

## 5. Verschiedene Aspekte - Das Wortfeld „Prognose“

5.0 Wir haben festgestellt: Das Wort „Prognose“ wird in den verschiedenen Themenbereichen der menschlichen Kultur und je nach Situation in verschiedener Typisierung gebraucht. Entsprechend vielfältig ist das Wortfeld „Prognose“ strukturiert, gibt es im Wortfeld „Prognose“ zahlreiche Worte und sprachliche Wendungen mit verwandten Bedeutungen, die freilich jeweils nur gewisse Aspekte betreffen.

5.1 Synonym mit dem Wort „Prognose“ werden vielfach die Worte „Vorhersage“ oder „Voraussage“ gebraucht.

5.2 Fehlen die zur Voraussetzung für echten Prognosen gehörigen Angaben von Gesetzesannahmen, von Randbedingungen bzw. das entsprechende Systemwissen und wird trotzdem der Anspruch auf Prognostizierbarkeit gestellt, so spricht man statt von Vorhersage von „Prophetie“, von „Prophezeiung“ oder auch von „Weissagung“.

5.3 Prognosen werden in gewissen Zusammenhängen abgeschwächt zu „Erwartungen“ oder überschieben sich mit solchen. So zum Beispiel werden vor einer Wahl subjektive Erwartungshaltungen über den Ausgang der Wahl mit Prognosen aus statistischen Befragungen der zukünftigen Wähler über ihr voraussichtliches Wahlverhalten gepaart (vgl. auch 4.1.1).

5.4 Entsprechend der mehr oder weniger großen Strenge der Prognose bzw. ihrer Vagheit werden je nach der lebensweltlichen Situation daneben noch andere Worte gebraucht. So umfasst das Wortfeld „Prognose“ im weiteren Sinne auch die Worte „Hypothese“, „Aussicht“, „Hoffnung“, „Ziel“, „Vermutung“. Im Falle der zur Vermutung bzw. Hypothese abgeschwächten Prognose bleibt der Zielzeitpunkt  $t'$  vielfach offen (vgl. auch 4.1.5).

5.5 Wir sprechen abschließend das Beispielfeld der Mathematik an. Im begrifflichen Umfeld der Mathematik spricht man im Hinblick auf die mögliche Lösung von Problemen bzw. auf die zukünftige Entwicklung der begrifflichen Situation (von Sätzen, einer Theorie) kaum von Prognosen. Man spricht von *Vermutungen* oder von *Hypothesen*.

Als Beispiel führen wir die bekannte „*FERMATsche Vermutung*“ (auch „Fermats letzter Satz“ genannt) aus der Zahlentheorie an: Im Bereich der ganzen Zahlen kann man die Frage stellen, ob es möglich ist, dass die Summe von zwei Quadratzahlen wieder eine Quadratzahl ist. Man stellt fest, dass dies auf jeden Fall möglich ist. Eine von vielen solchen Konstellationen ist:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Wie steht es nun aber für die entsprechende Beziehung für dritte Potenzen, also zwei dritte Potenzen ganzer Zahlen zu finden, die sich zu einer dritten Potenz addieren. Wie sehr wir uns auch bemühen, es gelingt uns nicht ganze Zahlen  $a$ ,  $b$  und  $c$  zu finden, dass  $a^3 + b^3 = c^3$  wäre. So ist z.B.  $729^3 + 244^3 = 401\,947\,273$  nur fast eine dritte Potenz:  $738^3 = 401\,947\,272$ .

Entsprechendes gilt für höhere Potenzen. Pierre Fermat hat 1673 am Rande eines Mathematikbuches (auf Lateinisch) notiert:

„Es ist unmöglich ganze Zahlen  $a, b, c$  so zu finden, dass

$$a^n + b^n = c^n$$

ist, wenn  $n$  eine ganze Zahl größer als 2 ist“.

Oft zitiert ist sein Zusatz: „Ich habe dafür einen wahrhaft wunderbaren Beweis gefunden, doch ist der Rand hier zu schmal, um ihn zu fassen“. Seither haben sich viele, auch der bedeutendsten Mathematiker, um diesen Beweis bemüht. Erst 1993 hat der Brite Andrew Wiles einen (nur für Fachleute verständlichen) allgemeinen Beweis für die „*FERMATsche Vermutung*“ gefunden. Seine Veröffentlichung erregte damals in der Fachwelt großes Aufsehen.

## 6. Grenzen der Prognostik

**6.1** Mit den Bemerkungen zum Typus der dynamischen Prognose (in 4.1.5.) haben wir zugleich den Bereich der *Grenzen der Prognostizierbarkeit* tangiert.

**6.2** Prognosen verlangen nach der abgelaufenen Zeit ( $t'$ ) nach ihrer Bestätigung oder evtl. Widerlegung. Es zeigt sich dabei immer wieder, dass ursprüngliche Prognosen auch nicht eingetroffen sind, weil sich die Entwicklung der Situation in ganz anderer, als der ursprünglich erwarteten Weise verändert hat – weil z.B. im Falle einer prognostizierten Firmentwicklung die Firma sich aufgelöst hat oder verkauft worden ist. Die in der Prognose angesprochene objektive Situation existiert in dem durch sie gegebenen Möglichkeitsfeld nicht mehr. Die zur Zeit  $t_0$  gemachte Prognose gilt also nicht länger, ist evtl. sogar *sinnlos* geworden.

**6.3** Prognosen sind sogar zu gewissen (Gegenwarts-)Zeiten *nicht erstellbar*. Es gibt nämlich auch Situationen, in denen man eine Frage stellen, Erwartungen für die zukünftige Entwicklung hegen kann, in denen aber das zur Lösung und d.h. zur Prognostizierung erforderliche Systemwissen bzw. das technischen Können noch nicht vorhanden ist.

**6.4** Grenzen der Prognostizierbarkeit sind ferner dadurch gegeben, dass es in der Kulturentwicklung immer wieder auch *Phasensprünge* (vgl. Fischer, W. 1992, 1996, 2006) gibt, die durch unvorhergesehene oder zunächst unvorhersehbare Neuentwicklungen in Wissenschaft oder Technik induziert worden sind, die gar zu *Paradigmenwechseln* in der Kulturentwicklung führen. Das gilt für die lokalen Prognosen ebenso wie für globale Prognosen.

Liedtke hat rückblickend für einen Themenbereich, nämlich die Entwicklung der Schreibgeräte (vgl. Liedtke, M. 1996; Fischer, W. 1996, 49-54; Fischer, W. 2004, 35-39), exemplarisch eine ganze Reihe solcher Sprünge aufgezeigt. Die Weiterentwicklung der Schreibgeräte erfolgte nicht nur luxurierend linear. Verschiedenartige Gerätetypen und ihre Eigenheiten schlossen sich verschiedentlich zu völlig neuartigen Schreibgeräten zusammen. Daneben wurden auch völlig neuartige Typen von Schreibgeräten entwickelt (Liedtke, M. 1996, 209ff.). Im Rückblick erkennen wir heute die Phasensprünge in der Entwicklung der Schreibgeräte ausgehend von den verschiedenen Arten und Formen der Schreibstifte und ihrer Funktionen weiter zur Schreibmaschine, zum Computer mit dem zugleich neue Anwendungsberei-

che und Möglichkeiten – z.B. in e-mail und Internet – eröffnet wurden. Neuerdings zeichnet sich eine Entwicklung ab, die (wahrscheinlich) den Gebrauch von Stift und Tastatur durch die bloße Berührung der Fingerkuppe auf dem Bildschirm ersetzen wird.

Beispiele für den Bereich der Wissenschaften sind z.B. die Phasensprünge in der Folge der Weltbilder in der Physik und ihrer theoretischen Konzepte, angefangen bei den alten Griechen bis zu Planck und Einstein, bis in die Gegenwart. Und entsprechendes gilt für die Entwicklung der Künste und ihrer Stile (Themen, Darstellungsformen, Ausdrucksmittel...).

**6.5** Schließlich gibt es auch Fälle *prinzipieller Grenzen* der Prognostik. Nennen wir immerhin drei solcher Themenbereiche:

**6.5.1** Die Möglichkeit der Konstruktion von *Paradoxien* in einem Lebensbereich oder in einer Wissenschaft macht in solchen Fällen Prognosen prinzipiell unmöglich.

**6.5.2** Die *Quantenmechanik* liefert uns ein Beispiel dafür, dass Grenzen der Prognostik auch dadurch gegeben sein können, dass wir zwar mit den sprachlichen Mitteln eines Themen- bzw. Theorienbereichs Aussagen (Behauptungen) formulieren können, die aber auf Grund des Systemwissens in dem betreffenden Bereich sinnlos sind. Da nach der Heisenbergschen *Unschärferelation* Ort und Impuls eines Teilchens nicht gleichzeitig gemessen werden können, lassen sich bestimmte atomare Ereignisse prinzipiell nicht definitiv vorausberechnen.

**6.5.3** Prinzipielle Schranken der Prognostik gibt es auch in den Bereichen, die die sog. *Chaostheorie* beschreibt (*Seifritz, W. 1987*). Sie ist aus der Theorie der dynamischen Systeme erwachsen. Es handelt sich dabei um eine mathematisch-physikalische Theorie, die Vorgänge beschreibt, die an und für sich durch Bewegungsgleichungen rechnerisch beherrschbar sind, in denen aber kleine Änderungen der Anfangsbedingungen in der Folge große Auswirkungen hervorrufen. Gewisse Schwingungsvorgänge, Strömungsvorgänge, die Entwicklung des Wetters, chemische Reaktionen, nichtlineare Optik, auch gewisse wirtschaftliche, gesellschaftliche und ökonomische Probleme sind solche Beispielsfälle. In ihnen ist zwar das Verhalten des Systems kurzfristig vorhersagbar, langfristig aber ist es unvorhersehbar. Das resultierende Bewegungsmuster wird mit der Zeit zufällig, es stellen sich chaotische Strukturen ein.

## 7. Literatur

- FISCHER, Walther L. (1992): Phasensprünge in der Kulturentwicklung aus der Sicht der Synergetik. – In: Prinz v. Hohenzollern/ Uwe Krebs/ Max Liedtke (Hg.), *Erziehung und Schule zwischen Tradition und Innovation*. – Klinkhardt Verlag. Bad Heilbrunn, 82–114.
- FISCHER, Walther L. (1996): Zur mathematischen Charakterisierung kultureller Typenbildung. – In: Max Liedtke (Hg.), *Kulturethologische Aspekte der Technikentwicklung*. – Austria Medien Service. Graz, 36–59.
- FISCHER, Walther L. (2004): Begriffskritische Anmerkungen zum Themenbereich Luxurierung. – In: Max Liedtke (Hg.), *Luxurierung*. – Otto-Koenig-Gesellschaft. Wien, 29–40.
- FISCHER, Walther L. (2006): Formen des Verlaufs kultureller Prozesse. – In: Hartmut Heller (Hg.), *Gemessene Zeit - Gefühlte Zeit*. – LIT Verlag. Wien, 63-78.
- LEINFELLNER, Werner (1967): *Einführung in die Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie*. – Bibliographisches Institut. Mannheim.
- LIEDTKE, Max (1996): Verlaufsstrukturen in der Geschichte der Schreibgeräte. – In: Max Liedtke (Hg.), *Kulturethologische Aspekte der Technikentwicklung*. – Austria Medien Service. Graz, 184–240.
- LORENZ, Konrad/ KREUZER, Franz (1983): *Leben ist Lernen*. – Piper & Co. München.
- RIEDL, Rupert (1987): *Begriff und Welt*. – Paul Parey. Berlin/ Hamburg.
- SEIFRITZ, Walter (1987): *Wachstum, Rückkopplung und Chaos*. – Carl Hanser Verlag. München/ Wien.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Matreier Gespräche - Schriftenreihe der  
Forschungsgemeinschaft Wilheminenberg](#)

Jahr/Year: 2007

Band/Volume: [2007](#)

Autor(en)/Author(s): Fischer Walther L.

Artikel/Article: [Von der Analyse zur Prognose. Begriffskritische Anmerkungen  
eines Mathematikers 48-57](#)