Ueber
Geschichte und Bedeutung
alter und neuer
Masssysteme und Gradmessungen.

Von Prof. A. Kautzner.

I.

> „Die Gleichförmigkeit der Gewichte, Masse und Münzen wird ein weiterer grosser Schritt sein auf dem Wege zur Annäherung aller Völker. Nur ein blindes Vorurtheil, welches keine Sympathie verdient, kann derselben entgegen sein."
>
> *Chevalier.*

Die jüngste Jahreswende brachte uns eine neue Mass- und Gewichts-Ordnung[1]), durch deren Annahme Oesterreich-Ungarn in die sogenannte metrische Union eintrat, welche gegenwärtig schon mehr als 200 Millionen Menschen beherrscht. In diesen metrischen Unionsstaaten, wozu Frankreich, Belgien, Holland, Italien, Spanien, Portugal, Schweiz, Deutschland, etc. gehören, sind *alle* alten Masse und Gewichte vollständig ausser Gebrauch gesetzt und durchaus metrische Masse eingeführt.

Bei der grossen weltumspannenden Bedeutung dieser Mass-Reform und bei der tief einschneidenden Wirkung derselben für alle Stände und Berufskreise dürfte eine etwas vertieftere Betrachtung und Beleuchtung der hervorragendsten historischen und sachlichen Momente dieses Gegenstandes, selbst für weitere Kreise, nicht ganz ohne Interesse sein.

Wir wollen nun zunächst die allgemeinen Grundsätze und leitenden Ideen, welche bei Masssystemen überhaupt eine Rolle spielen, entwickeln und sodann die beiden originellsten Repräsentanten von genial eingerichteten Masssystemen, auf welchen Alterthum und Neuzeit weiterbauten, vorführen. [2])

Alle Masse der sinnlichen Welt scheiden sich in drei Classen: nämlich in Zeit-, Raum- und Gewichts-Masse und bei der Aufstellung eines zweckmässigen, den Bedürfnissen der Wissenschaft und des praktischen Lebens genügenden Masssystemes sind drei Hauptprobleme zu lösen. Erstlich handelt es sich um die Feststellung eines (wenn möglich aus der Natur stammenden) unveränderlichen, für alle Zukunft zu sichernden Grund- oder Urmasses; d. i. das sogenannte Problem des Naturmasses, welches sich, wie man heutzutage weiss, wohl mit grosser Annäherung, nicht aber genau, lösen lässt. Denn wir besitzen lauter conventionelle Masse, welche nur in ihren verhältnissmässigen Werthen mit sehr grosser Genauigkeit festgestellt sind. Zweitens sind aus diesem Urmasse alle übrigen Massarten in einfacher und leicht überblicklicher Weise abzuleiten, wodurch eben ein Masssystem entsteht. Drittens sind die Hilfsapparate und Methoden zum Messen und Wägen auf das Schärfste und Sorgfältigste einzurichten und auszubilden.

Das Urmass selbst lässt sich aus der Natur, und zwar der Erde entnehmen, wobei entweder deren Dimensionen oder deren Bewegungen den Ausschlag geben können.

Das zweite Problem bezüglich des organischen Zusammenhanges der verschiedenen Massarten lässt sich auf zwei Hauptarten lösen und zwar je nachdem man vom Körper- oder vom Längen-Masse ausgeht.

Angenommen, es sei durch irgend welche Mittel ein ganz bestimmtes Gewicht als Urmass gefunden, so kann man sich dasselbe durch eine gleichgewichtige Wassermenge ausdrücken. Diese Wassermenge würde wieder einen genau bestimmbaren Hohlwürfel füllen, wodurch ein Raum- oder Hohlmass gegeben ist. Eine Seitenfläche dieses Würfels (Kubus) würde die Einheit der Flächenmasse, und die Kante desselben die Einheit der Längenmasse liefern.

Umgekehrt, denkt man sich auf irgend eine Weise eine fest bestimmte Länge als Urmass gefunden, so kann man sich aus ihr sehr leicht und einfach Quadrate und Würfel bauen, und dadurch Einheiten für die Flächen- und Raum-Messung gewinnen. Denkt man sich nun ein Hohlgefäss gleich dem Einheitswürfel mit Wassser gefüllt, so bestimmt das betreffende Gewicht die Gewichtseinheit.

Der erste dieser Wege wurde bei einem im grauen Alterthume geschaffenen Mass- und Gewichts-Systeme eingeschlagen, d. i. im chaldäischen Reiche Babylon; der zweite im 18. Jahrhundert bei der Schöpfung des metrischen Systems in Frankreich.

Der geniale und verdienstvolle Alterthumsforscher August Böckh, dem wir diese werthvollen und interessanten Forschungen über das Masssystem der Babylonier (aus welchem die Masssysteme der alten Völker hervorgingen) verdanken, fusst auf nachfolgenden Deductionen.[2])

Die Astronomie, Baukunst, Gewerbe, Handel, etc. befanden sich im alten Babylon schon in ziemlicher Blüthe, daher musste Mass und Gewicht bei den Babyloniern schon früh geregelt gewesen sein, und zwar geschah dies durch die sternkundigen Priester.

Die astronomischen Beobachtungen setzen bekanntlich sorgfältige Zeitmessungen voraus, und diese wurden nach uralter Weise durch den Abfluss von Wasser aus Gefässen (Zeitgefässen) vollzogen. Die Babylonier theilten ferner den Tag und ebenso die Nacht in zwölf Stunden, und benützten zur Abmessung dieser Theile das Wasser. Nach Professor Ideler wurden diese Wassermengen nicht blos durch Abmessen, sondern auch durch Abwägen verglichen. Hieraus folgt, dass die Babylonier zu ihren Zeitbestimmungen genau bestimmte Volumina benöthigten, welche sie zwölftheilig eintheilten, und ferner, dass sie das Verhältniss bestimmter Volumina (Rauminhalte) Wasser und deren Gewicht genau kannten.

Aus Böckh's scharfsinnigen Beweisführungen ergeben sich folgende Hauptresultate: das Urmass war ein durch Zeitmessung gewonnenes Hohlmass — ein Würfel — dessen Inhalt an Wasser ein bestimmtes Gewicht (babylonisches Talent) bildete. Die Zeitgefässe gaben ferner (entweder unmittelbar, oder indem andere Gefässe gebildet wurden, welche mit jenen Urgefässen in sehr einfachen Verhältnissen standen) die Grössen für die Hohlmasse ab. Diese Hohlmasse lassen sich bei den Egyptern, Hebräern, Phöniziern, dann weiter bei den Griechen und Römern nachweisen und erscheinen bei den Letzteren, z. B. in der Amphora, welche mit dem berechenbaren altbabylonischen Hohlmasse ganz einerlei ist. Dieselben Zeitgefässe sind ferner der Ursprung der (Flächen- und) Längenmasse, indem die Kante eines der würfelartig geformten Hohlgefässe die Längenmasseinheit bildete.

Endlich gab der Wasserinhalt der Zeitgefässe das Gewicht her, und dasselbe Gewicht aus einem edlen Metalle gebildet, war zugleich die Grundlage des *Geldes.*

Wie die alte heilige Elle von Babylon sich unter den Werkmeistern des Orients bis zu den Arabern und bis jetzt erhalten hat, so erhielt sich auch der römische Fuss. Ebenso haben sich die alten Gewichte in ihren Abkömmlingen: dem äginäischen Pfunde, der Augsburger Silbermark, dem alten deutschen Münzgewicht und dem englischen Troy-Pfund erhalten. Man kann also mit Recht sagen, es wurde bis vor Kurzem, ja es wird theilweise noch jetzt, mit Abkömmlingen von Abkömmlingen altbabylonischer Masse gemessen und gewogen, d. h. mit Massen, deren Fundamentalbestimmungen vor Jahrtausenden vollzogen wurden.

In dem geschilderten alten Masssysteme haben wir ein solches vor uns, in welchem *alle Masse:* der Zeit, des Raumes, der Masse und des Geldes streng logisch miteinander verknüpft sind; ein uraltes Masssystem also, welches durch Genialität in der Anlage, klare und scharfe Auffassung der Grundprincipien den besten modernen Leistungen ebenbürtig gegenüber steht.

Seit jenen ältesten Zeiten geschah jedoch bis zum Schlusse des 18. Jahrhunderts für eine Neubelebung oder eine Neuschöpfung eines Masssystems nichts.

Den Franzosen gebührt das Verdienst, ein für den „internationalen Verkehr“ wohl geeignetes Masssystem geschaffen zu haben.

Im Jahre 1788 stellten nämlich zahlreiche Wahlkreise und Städte die Forderung auf Abschaffung der vielerlei verschiedenen Masse, welche nur zu Missbrauch und Betrügereien Anlass gaben. Talleyrand-Perigord vertrat 1790 diese Anträge vor der constituirenden Versammlung, und sofort wurde eine aus den berühmten Gelehrten: Borda, Condorcet, Lagrange, Laplace und Monge zusammengesetzte wissenschaftliche Commission mit der Ausarbeitung eines Gutachtens über das anzunehmende Masssystem beauftragt.

Man war längere Zeit zweifelhaft, ob ein aus den Dimensionen der Erde abzuleitendes Mass oder die Länge des einfachen Sekunden-Pendels den Vorzug verdiene. Da die letztere von der an sich willkürlichen Eintheilung des Tages in Sekunden abhängig und ausserdem verschieden ist für verschiedene geographische Breiten, so entschied man sich für ersteres.

Die betreffenden Vorschläge dieser Commission wurden im März 1791 von der Nationalversammlung angenommen und bestanden im Wesentlichen darin, den zehnmillionsten Theil des nördlichen Erdmeridian-Quadranten, d. i. das Meter, als Normal-Längeneinheit zu beantragen.

Als Ausführungsmittel dieser Anträge schlug die Commission vor, den Meridianbogen, welcher von Dünkirchen über Paris bis Barcelona reicht, mit den vorzüglichsten Hilfsmitteln (geodätisch und astronomisch) zu messen und hieraus die Grösse des Quadranten abzuleiten.

Auf Grundlage dieser von den beiden Astronomen Méchain und Delambre im Jahre 1792 begonnenen und 1798 vollendeten Gradmessung, welche sich beinahe auf einen Bogen von 10 Grad erstreckte, wurde die definitive Länge des Meters mit 443·296 Linien des alten Pariser-Masses (Toise von Peru) bestimmt und durch das Gesetz vom 10. December 1799 festgesetzt.

Es wurden sodann zwei Etalons (Originalmassstäbe) aus Platin angefertigt, welche bei der Temperatur des schmelzenden Eises genau die Länge des Meters darstellen. Das eine dieser Prototypmeter wurde im Reichsarchive, das andere auf der Pariser Sternwarte aufbewahrt.

Um die Länge des Meters, falls das Urmass sich veränderte oder durch irgend welche Umstände verloren ginge, jedesmal wieder auffinden zu können, ohne erst die Länge eines Meridiangrades von Neuem messen zu müssen, hat man das Meter auf die Länge des Sekundenpendels zurückgeführt und gefunden, dass ein Pendel, welches unter dem 45. Breitegrade, im luftleeren Raume, am Niveau des Meeres und bei der Temperatur des schmelzenden Eises, in jeder Sekunde eine Schwingung macht, 0·99535 Meter lang ist.

Aus späteren Untersuchungen über die Grösse unserer Erde hat sich allerdings ergeben, dass das Meter nicht der 10,000.000ste, sondern der 10,000.856ste Theil des Meridian-Quadranten ist; allein der Unterschied ist so gering, dass dadurch das Meter nur etwa $\frac{1}{10}$ Millimeter zu kurz ist. Es ist sonach d a s M e t e r gegenwärtig für uns nur als ein „g u t b e s t i m m t e r N o r m a l - E t a l o n“ zu betrachten, welcher näherungsweise das beabsichtigte Grössenverhältniss zur Erde besitzt.

Auf dieser genau definirten und gesetzlich festgestellten Längeneinheit wurde nun in höchst sinnreicher Weise das ganze, organisch gegliederte, metrische System aufgebaut.

Die Grundbestimmungen desselben sind kurz folgende: Man benützt nur *vier* Haupt- oder G r u n d - E i n h e i t e n, nämlich das M e t e r, A r, L i t e r und G r a m m. Die Einheit des Flächenmasses ist ein Quadrat von 10 Meter Seite = Ar; Einheit des Körpermasses und Hohlmasses ist ein Würfel von $\frac{1}{10}$ Meter Kantenlänge = Liter; Einheit des Gewichtes ist der Wasserinhalt eines Würfels von $\frac{1}{100}$ Meter Kantenlänge = Gramm. Münzeinheit endlich ist der Frank = 5 Gramm Silber im Feingehalt von $\frac{9}{10}$, also = 4·5 Gramm fein Silber. Der Werth des Goldes wird $15\frac{1}{2}$ mal grösser angenommen, so dass 1 Frank in Gold = $\frac{9}{31}$ Gramm fein Gold ist.

Aus jeder Grund-Einheit werden deren O b e r s t u f e n durch Vervielfachung mit 10, und deren U n t e r s t u f e n durch Theilung mit 10 abgeleitet. Diese Vielfachen sind 10, 100, 1000 und dieselben werden mit den aus dem Griechischen stammenden Vorsilben: Deka = D, Hekto = H, Kilo = K bezeichnet; die Theile sind $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ und sie werden mit den aus dem Lateinischen stammenden Vorsilben Deci = d, Centi = c, Milli = m ausgedrückt.[3]) Diese geistreiche, allgemein auf der ganzen Erde einführbare, Bezeichnung verdankem wir dem berühmten holländischen Gelehrten v a n S w i n d e n.

Was nun die V o r z ü g e des metrischen Systemes anbelangt, so bestehen diese, ausser in der damit gewonnenen, unendlich wichtigen M a s s - E i n i g u n g, e r s t e n s in der consequenten Durchführung der decimalen (zehntheiligen) — unserem Zahlen-systeme angepassten — Theilung; z w e i t e n s in der einfachen, organisch gegliederten, Beziehung der verschiedenen Massgattungen zu einander, und d r i t t e n s in der äusserst rationellen Nomenklatur. Diese Vorzüge machen das metrische System zu einem wahrhaften „W e l t- o d e r k o s m o p o l i t i s c h e n S y s t e m e“ [4]).

Die Masseinigung drängte natürlich nicht, so lange der Verkehr, in welchem nach Mass und Gewicht operirt wird, sich blos in kleinen Kreisen bewegte; es mag da wohl ziemlich gleichgiltig sein, welches Mass das gesetzliche sei, wenn dabei nur von Seite der Regierung Sorge getragen wird, dass die ortsüblichen Masse genau mit den vorgeschriebenen übereinstimmen und nicht gefälscht werden.

Wesentlich anders verhalten sich die Dinge, seit die grossen technischen Erfindungen des 19. Jahrhunderts, — Eisenbahnen, Dampfschiffe, Telegraphen, etc. — Handel und Verkehr zum W e l t - H a n d e l und W e l t - V e r k e h r entwickelten. Seitdem ist es keinem Zweifel mehr unterworfen, dass durch die Verschiedenheit des Mass- und Geldwesens viele nationale Verbindungen, wenn nicht vereitelt, so doch sehr erschwert, mitunter unrichtige Calculationen, und ausser Zeit- und Geld-Verlust oft auch absichtliche Uebervortheilungen verursacht werden. Da kann nur durch Einführung einer *gemeinsamen „Mass- und Gewichts-Sprache“* für Wissenschaft und Praxis geholfen und dem alten, unerträglichen und entsetzlichen Wirwarr in „Mass und Gewicht“ ein sicheres Ende bereitet werden [5]).

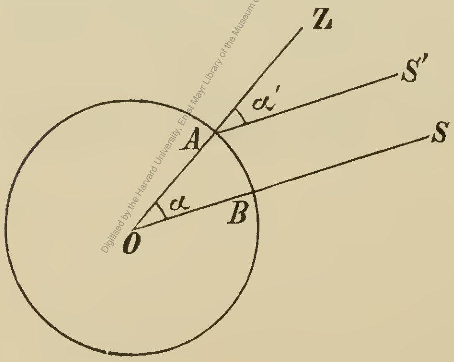
Da die Normaleinheit des metrischen Systems, d. i. das Meter durch eine Gradmessung gefunden wurde, so ergibt sich nun naturgemäss die Frage, welche Aufgaben stellen sich die Gradmessungen? Um auch dieses hochinteressante und lehrreiche Gebiet wenigstens in seinen Grundzügen zu betreten und von dessen Wesen und Bedeutung ein möglichst klares Bild zu entwerfen, dürfte eine historisch gehaltene Skizze der geeignetste Weg sein.

II.

> „Bei allem Beweglichen und Veränderlichen im Raume sind mittlere Zahlenwerthe der letzte Zweck; sie sind der Ausdruck physischer Gesetze, die Mächte des Kosmos.“
>
> *Alex. von Humboldt.*

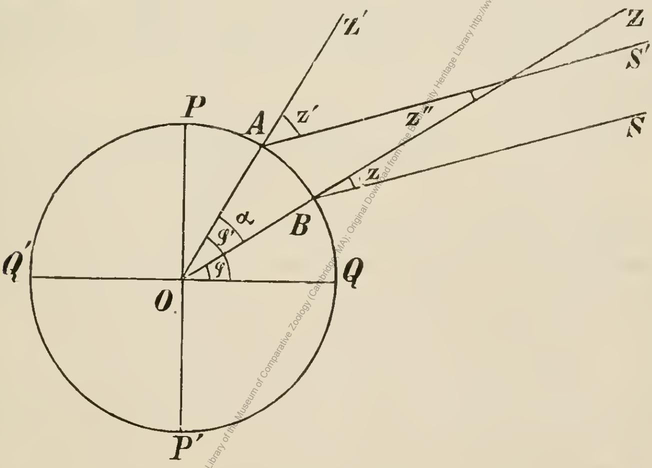
Die Frage nach der Figur und Grösse der Erde [6]) ist uralt und es liegen diese Forschungen dem wissenschaftlichen Streben des menschlichen Geistes so nahe, dass wir denselben in jeder namhaften Culturepoche begegnen. Schon die Pythagoräer lehrten die Kugelgestalt der Erde und Aristoteles, Archimedes, so wie Claudius Ptolemäus schufen die ersten exacteren Beweisgründe für die Behauptung von der Kugelgestalt der Erde [7]).

Der erste Versuch, die Grösse der Erde nach wissenschaftlichen Grundsätzen zu bestimmen, ging von der berühmten, um die Förderung der Mathematik und Astronomie hochverdienten alexandrinischen Akademie aus. Der vom König Ptolemäus Euergetes an die alexandrinische Bibliothek berufene Eratosthenes (276—196 v. Chr.) nämlich war es, welcher um 220 v. Chr. die erste sogenannte Gradmessung zwischen Alexandrien *(A)* und dem südlich davon liegenden Syene *(B)*, dem heutigen Assuan, ausführte. Er nahm an, dass die beiden Städte unter einerlei Meridian (Mittagskreis) liegen und gemäss den Angaben der königlichen Wegmesser 5000 Stadien (à 185 Meter) von einander entfernt seien.



Sodann bestimmte er den Winkel α (Amplitude genannt), welchen die durch die Endpunkte des Meridanbogens AB gehenden Lothlinien (Radien) am Erdcentrum O bilden, zu $7\frac{1}{5}$ Grad.

So oft nun dieser Winkel in 360 Grad enthalten ist (d. i. 50mal), eben so oft ist der Bogen $A\ B$ im Erdmeridanumfang enthalten, d. h. der Erdmeridanumfang beträgt $5000 \times 50 = 250000$ Stadien oder circa 46,000000 Meter, also Fehler $= + 15\%$. (Hieraus ergibt sich leicht der Radius, die Oberfläche und das Volumen der Erde nach sehr bekannten geometrischen Lehrsätzen.) Den besagten Winkel α bestimmte Eratosthenes durch die Zenithdistanz $\alpha' = \alpha$ der Sonne in Alexandrien, d. i. der Winkel der verlängerten Lothlinie $A\ Z$ mit der Richtung $A\ S'$ der Sonnenstrahlen zur Zeit der Sommersonnenwende um Mittag, wo die Sonne sich zu Syene in einem tiefen Brunnen spiegelte, also im Zenith von B stand. Es erfordert also eine solche Erdmessung eine directe Messung eines Meridianbogens, d. i. eine g e o d ä t i s c h e Operation und a s t r o n o m i s c h e Bestimmungen. Nach beiden Richtungen hat die Messung von Eratosthenes Gebrechen, wenngleich die Methode, im Princip, als correct zu bezeichnen ist[8].



In etwas allgemeinerer Fassung lässt sich das obige Erd-Messungs-Princip so darstellen: Es seien wieder A und B zwei Beobachtungsorte auf demselben Meridian und die Länge des zum Centriwinkel α gehörigen Bogens $AB = l$, so wie der Erdradius $OA = r$, so ergibt sich aus der Proportion: $l : 2\, r\, \pi = \alpha° : 360°$ für den Erdradius r die Formel

$$r = \frac{180\, l}{\alpha \pi}.$$

Ist ferner in obiger Figur $P\,Q\,P'\,Q'$ der Meridian, der durch die Beobachtungsorte geht, $P\,P'$ die Erdaxe, $Q\,Q'$ der Aequator und O das Erdcentrum, so ist $\sphericalangle BOQ = \varphi =$ der geographischen Breite (Polhöhe) von B. Verlängert man OB, d. i. die Lothrichtung in B, bis an das Himmelsgewölbe, so bestimmt der Durchschnitt derselben mit der scheinbaren Himmelskugel den Scheitelpunkt oder das Zenith Z des Beobachters in B. Für einen Beobachter in A ist $\sphericalangle AOQ = \varphi' =$ der geographischen Breite und Z' das Zenith von A. Man hat daher den zum Bogen AB gehörigen Centriwinkel $\alpha = AOB =$ Amplitude im Meridian $= \varphi' - \varphi$ gleich der Differenz der geographischen Breiten der unter einerlei Meridian liegenden Erdorte A und B.

Befände sich nun in S ein Gestirn und würde sein Abstand vom Zenith, d. i. der $\sphericalangle ZBS = z$ in dem Momente gemessen, wo dasselbe durch den Meridian geht (in welchem Falle z' Meridianzenithdistanz heisst) und würde in A der Abstand desselben Gestirnes vom Zenithe Z', d. i. die Meridianzenithdistanz $Z'AS' =$ z' bestimmt, so ist, weil wegen der überaus grossen Entfernung des Gestirnes die Visurlinien BS und AS' zu einander parallel sind $\sphericalangle z'' = z$ und da $\sphericalangle \alpha = z' - z''$ ist, so folgt $\sphericalangle \alpha = z' - z$, d. h. der Krümmungswinkel α ist gleich der Differenz der Meridianzenithdistanzen eines und desselben Gestirnes an beiden Beobachtungsorten. Ermittelt man sonach die Amplitude α auf astronomischem Wege und den Meridian-Bogen $AB = l$ auf geodätischem Wege durch directe Messungen, oder durch eine sogenannte Triangulation, so lässt sich aus diesen Daten der Erdradius r nach obiger Formel leicht ableiten. Eine solche Messung heisst sodann eine Breitengradmessung.

Eine weitere solche Erdmessung vollzog Posidonius 80 v. Chr. zwischen Alexandrien und Rhodus, welche Orte gleichfalls (aber fälschlich) unter einerlei Meridian, und 5000 Stadien von einander entfernt, angenommen wurden. Die zugehörige Amplitude fand er mittelst des Sternes Canopus gleich $7\frac{1}{2}$ Grad, (d. i. $\frac{1}{48} 2\pi$). Hieraus ergibt sich der Erdumfang gleich 240.000 Stadien oder rund gleich 44,000.000 Meter, also Fehler $= +$ 10%. — Es wird aber dem Posidonius noch eine andere Angabe, von 180.000 Stadien, für den Erdumfang zugeschrieben und zwar von *Strabo*. Dann folgten die Araber, die auf Befehl des gelehrten Kalifen Al Mamun, 827 n. Chr. in der Ebene von Sinjar bei Bagdad mit Stäben zwei Meridiangrade massen und im Mittel für einen Grad $56^2/_3$ arabische Meilen (zu 58700 Toisen) fanden.

Erst nach dem Mittelalter, mit dem Wiederaufblühen der Wissenschaften zu Anfang des sechzehnten Jahrhunderts tauchte die Frage nach der Erdgrösse wieder auf. Im Jahre 1525 nämlich vollführte der französische Arzt und Mathematiker

Fernel die erste europäische Messung, indem er von Paris aus einen Grad nach Norden absteckte und dessen Bogenlänge durch Abfahren (aus der Umdrehungsanzahl seiner Wagenräder, deren Umfang er genau kannte) zu 57070 Toisen [9]) ermittelte. Dieses Resultat ist jedoch nur durch die glückliche Compensation der Fehler ein genügendes.

Einen wirklichen und wesentlichen Fortschritt brachte in die Erdmessungsfrage erst der berühmte holländische Mathematiker u. Physiker Willebrord Snellius (1591—1626) durch die Erfindung der sogenannten Triangulation. Dieses neue Princip, welches nunmehr bei allen Gradmessungen in Anwendung kommt, besteht darin, die Länge des Meridianbogens zwischen den Parallelkreisen (Parallelen) der Endpunkte der Messung durch eine Kette von Dreiecken (ein Dreiecksnetz) zu ermitteln, welche sich zwischen diesen Punkten erstreckt und worin nur eine einzige Seite, die sogenannte Basis, ausserdem aber jeder Winkel gemessen wird. Die Ecken dieser Dreiecke werden zumeist durch eigens gebaute und sorgfältig gesetzte Signale, welche oft meilenweit abstehen, kenntlich gemacht; die Dreieckseiten selbst werden von jenen flachen Bögen gebildet, die man erhält, wenn man die geometrische Erdoberfläche durch Vertikalebenen schneidet, die von einer Signalaxe zur andern sich erstrecken.

Aus der mit möglichster Genauigkeit gemessenen Basis und den mit geeigneten Winkelmessinstrumenten gefundenen Dreieckswinkeln werden die sämmtlichen anderen Seiten des Dreiecksnetzes nach den Vorschriften der Trigonometrie berechnet. Um ein klares Bild dieses Rechnungsvorganges zu gewinnen, beachte man zuerst das eine von den zwei an der Hauptbasis aufruhenden Dreiecken; in demselben kann man nun aus der gemessenen, also bekannten Basis und deren Anwinkeln die beiden anderen Seiten — und zur Controle den dritten Winkel — berechnen, wodurch die Spitze dieses Ausgangs-Dreiecks der Lage nach fixirt ist. Auf gleiche Weise geht man nun von diesen gerechneten Seiten auf neue Dreiecke über, bis man mit der Rechnung an dem einen Endpunkte des Meridianbogens anlangt und in derselben Weise verbindet man mit dem zweiten Dreiecke an der Basis die Kette der an den zweiten Messungsendpunkt führenden Dreiecke.

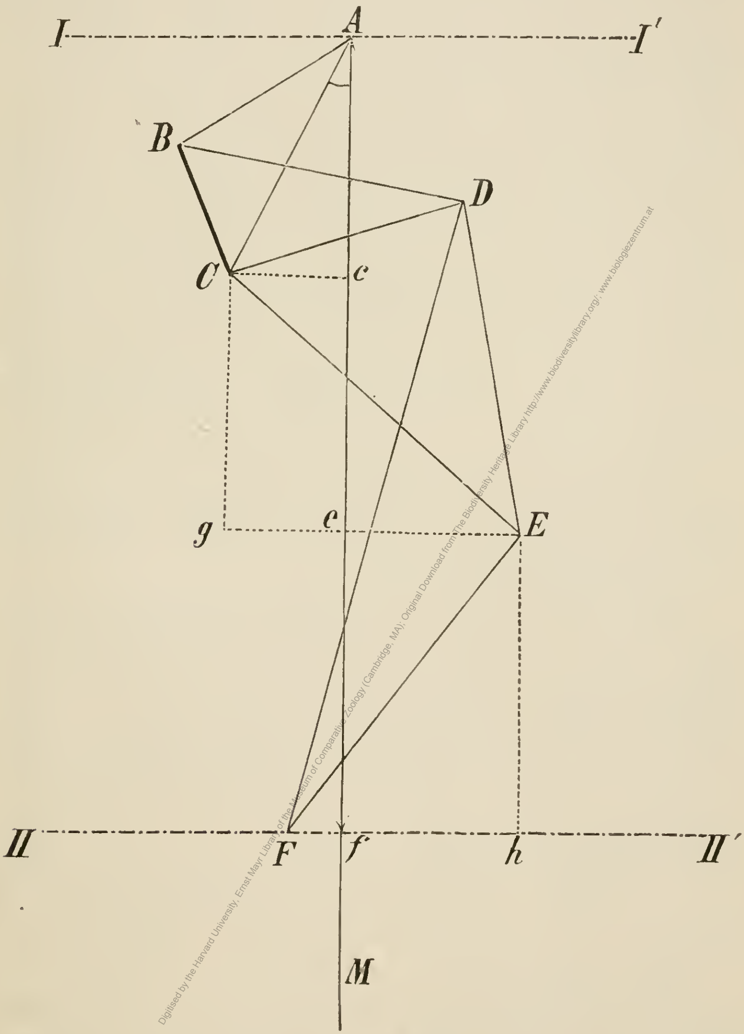
Ferner müssen die Winkel, welche die Dreiecksseiten mit der Mittagslinie bilden, bestimmt werden. Diese Horizontalwinkel, die das Dreiecksnetz gegen die Mittagslinie orientiren, heissen Azimuthe und dieselben können sämmtlich berechnet werden aus einem einzigen gemessenen Azimuthe. Diese Beobachtung wird an der Sternwarte des Landes vollzogen und erfordert die genaue Meridianbesimmung des Beobachtungsortes, welcher wo möglich ein Eckpunkt des Netzes sein soll.

Zum Schlusse endlich ist das Dreiecksnetz gegen den Aequator und gegen den ersten Meridian festzulegen oder zu orientiren, wozu die bekannte geographische Breite und Länge der Sternwarte genügt, weil man sodann hieraus die Breite und Länge jedes Netzpunktes aus den Dreiecksmessungen zu berechnen vermag. Diese derart ermittelten Längen und Breiten nennt man die geodätischen, zur Unterscheidung von den astronomischen, welche auf einzelnen, hiezu besonders tauglichen Dreieckspunkten durch unmittelbare Beobachtungen von Sternen gefunden werden. Die Dreiecke des Netzes sind bezüglich sphärische oder sphäroidische, je nachdem man die Erde als Kugel oder als Sphäroid betrachtet. Die Dreiecksseiten selbst sind demgemäss entweder Stücke von grössten Kreisen oder geodätische (d. h. kürzeste) Linien.

Snellius vollzog seine Messung 1615 zwischen den Städten Alkmaar, Leyden und Bergen-op-Zoom. Er setzte die Erde als Kugel voraus, wesshalb seine Dreiecke sphärische waren und der Meridian zwischen seinen Endstationen ebenfalls ein Kreisbogen war. Trotzdem konnte er seine Dreiecke wie ebene ansehen und rechnen, weil seine Messung keine grosse Ausdehnung hatte und durch seine noch unvollkommenen Winkelmessinstrumente eine Differenz zwischen den Winkelsummen eines ebenen und sphärischen Dreiecks, (d. i. der sphärische Excess) wohl nicht zum Ausdrucke kommen konnte.

Die Horizontalwinkel wurden nämlich mittelst eines kupfernen Quadranten von zwei Fuss Radius gemessen, der direkt von drei zu drei Minuten getheilt und mit Transversalen versehen war, die die Winkel auf eine Minute abzuschätzen ermöglichten. Ein Quadrant von fünf Radius, der Dioptern hatte, diente zu den astronomischen Beobachtungen. Die Basis endlich wurde mit der Messkette ermittelt. Diese Messung lieferte (für die Gradlänge 55072

Toisen und) für den Meridian-Quadranten = 960000 Meter, also Fehler = — 3·4 %; sie ist also nicht besonders scharf, aber durch ihre neue Triangulirungsmethode wurde eine neue Epoche der Erdmessungen geschaffen. Snellius wiederholte selbst 1622 seine Messung, wurde aber an der Ausrechnung durch einen frühzeitigen Tod gehindert [10].



Zur deutlichen Beleuchtung der Methode der Snellius'schen Triangulirung diene die nachfolgende Darstellung. Es sei AM ein Bogen eines Erdmeridians und es sei die Entfernung Af der durch die Punkte A und F

gehenden Parallelkreise zu bestimmen. Man messe zu dem Zwecke an einer geeigneten Stelle eine Basis, z. B. BC und verbinde die Punkte A und F durch ein Dreiecksnetz, wie etwa die Figur zeigt, und messe in demselben ferner sämmtliche Dreieckswinkel. Im $\triangle\ BCA$ ergeben sich nun aus der Basis und deren Anwinkel durch trigonometrische Rechnung die 2 Seiten AB und AC. Ebenso folgen aus $\triangle\ BCD$ die Seiten BD und CD. Im anliegenden $\triangle\ CDE$ kennt man nun CD und die anliegenden Winkel, woraus sich CE und DE ergeben. Endlich ist aus $\triangle\ DEF$ auf ähnliche Art Seite DF und EF findbar. Mithin sind die Theil-Strecken der gebrochenen Linie $ACEF$ und die $\sphericalangle\ ACE$ und $\sphericalangle\ CEF$ als bekannt anzusehen. Man beobachte nun noch den $\sphericalangle\ CAM =$ Azimuth der Seite AC (d. i. der Winkel der Seite AC mit der für den Ort A gezogenen Mittagslinie), ziehe von C, E, F die Senkrechten Cc, Ee, Ff auf AM und $Cg \parallel AM$; $Eh \parallel AM$. Im $\triangle\ ACc$ kann man sodann aus der Hypotenuse AC und dem Azimuthe ACc leicht die Kathete $\overline{Ac}$ finden. Nun ist $\sphericalangle\ gCA + CAM = 180^0$, also $\sphericalangle\ gCA = 180 - CAM$ und ferner ist $\sphericalangle\ ACE$ durch die Dreieckswinkel gegeben folglich ist auch $\sphericalangle\ gCA - ACE = \sphericalangle\ gCE =$ Azimuth von CE bekannt; man kann daher aus dem rechtwinklichen $\triangle\ CEg$ die Seite Cg oder die ihr gleiche $\overline{ce}$ berechnen. Endlich ist $\sphericalangle\ CEh = 180^0 - ECg$ und der $\sphericalangle\ FEC$ gegeben, woraus sich $\sphericalangle\ FEh$ ergibt. Aus dem rechtwinklichen $\triangle\ FEh$ kann man nun $\overline{Eh}$ rechnen, die aber gleich ef ist. Dies gibt das Resultat Meridian-Bogen $\overline{Af} = \overline{Ac} + \overline{ce} + \overline{ef}$.

Da es sich nur um den Abstand der durch A und F (oder A und f) gelegten Parallelkreise handelt, so zeigt obige Betrachtung, wie man sich von der Bedingung, dass die beiden Stationen unter demselben Meridian liegen müssen, ganz unabhängig machen könne.

Ausgerüstet mit der Snellius'schen Methode der Triangulation, ausgerüstet mit verbesserten Winkelmessinstrumenten, welche schon mit Fernröhren (mit Fadenkreuz) versehen waren, ausgerüstet endlich auch mit Logarithmen-Tafeln, welche den Calcül so wesentlich erleichtern, vollführte der berühmte französische Astronom Jean Picard (1620—1682) in den Jahren 1669 und 1670 im Auftrage der, kurz vorher gegründeten, Pariser Akademie [11]) eine Gradmessung im Meridian von Paris, und zwar zwischen Paris und Amiens; er fand die Länge eines Meridiangrades aus seinem $1^0\ 28'\ 58''$ umfassenden Bogen gleich 57060 Toisen und den Radius der Erde gleich 859 geographischen Meilen [12]).

Dieses Messungsresultat der ersten wissenschaftlichen französischen Gradmessung war nicht nur für die Ermittlung der Grösse des Erdkörpers entscheidend, sondern gab auch den genialen Engländer Isaak Newton [13]) (1642—1727), die Mittel zur Hand, seine früheren Untersuchungen über das Gravitationsgesetz, welche er aus Mangel einer genauen Kenntniss des Erdradius nicht zu Ende führen konnte, wieder aufzunehmen und dadurch sein Gesetz: „Dass jeder Körper den anderen mit einer Kraft anzieht, die der Masse des anziehenden Körpers direct und dem Quadrate der Entfernung beider Körper umgekehrt proportional ist“, auf das Schönste und Grossartigste bestätiget zu sehen.

Es zeigt sich hier klar, welch' enormen Dienst die Gradmessungen der Wissenschaft geleistet. Anfänglich blos dahin zielend, nähere Aufschlüsse über die Dimensionen der Erde zu liefern, finden wir dieselben mit der Entdeckung eines der grossartigsten und wichtigsten Naturgesetzes in Verbindung gebracht und zwar einer Entdeckung, welche nachher zur Ergründung der Bewegungen der Himmelskörper, d. i. zur Mechanik des Himmels führte. Diese Arbeiten, welche bisher immer unter der Voraussetzung einer kugelförmigen Erde unternommen wurden, zeigten auf einmal einen anderen, ganz unerwarteten Weg auf zur Lösung der Frage über die wahre Gestalt der Erde.

Als im Jahre 1672 Jean Richer behufs wissenschaftlicher Forschungen nach Cayenne ging, welches fünf Grade nördlich vom Aequator liegt, nahm er auch eine in Paris genau nach Sekunden schwingende Pendeluhr mit und fand, dass in Cayenne das Pendel verkürzt und nach der Rückkekr um dieselbe Grösse (von 1·25 Pariser Linien) wieder verlängert werden musste. Newton sah darin eine nothwendige Consequenz der Rotation und Gestalt der Erde und zeigte aus den Gesetzen der Schwere und Schwungkraft nach den Principien der Mechanik, dass die Erde nur die Form eines abgeplatteten Sphäroids (Rotations-Ellipsoids) haben könne und dass das Verhältniss der beiden Axen der die Oberfläche erzeugenden Ellipse 230 : 299, also die Abplattung am Pole $= \frac{1}{230}$ sei.

Dasselbe allgemeine Resultat erhielt bald darnach auch Huyghens; nur die Abplattungswerthe differirten.

Andererseits erhielten aber die Cassini [12] und La Hire, als sie gegen das Ende des 17. Jahrhunderts (1683) die Picard'sche Gradmessung von Paris nach Süden (wohl auch wegen Anfertigung einer Karte) fortsetzten und 1718 vollendeten, statt einer etwas kleineren eine etwas grössere Gradlänge, wesshalb sie behaupteten, die Erde habe eine eiförmige Gestalt. Hieraus entstand nun zwischen der Pariser Akademie und den Anhängern Newton's ein über fünf Jahrzehnte andauernder Streit über die wahre Gestalt der Erde, welcher mit hoher Leidenschaftlichkeit geführt wurde.

War nun Newton's Ansicht von der Gestalt der Erde richtig, so musste sich zwischen einem Meridiangrade in der Nähe des Aequators und einem solchen im hohen Norden ein erheblicher klar hervortretender Unterschied ergeben. Es war daher von entscheidender Bedeutung, dass einerseits La Condamine und Bouguer durch Vermittlung des Cardinals Fleury, den der Astronomie günstig geneigten Louis XV. zu bestimmen wussten, unter ihrer Leitung eine Gradmessung in *Peru* [14]) anzuordnen und andererseits Maupertuis und Clairaut die Bewilligung zu einer gleichzeitigen Expedition nach *Lappland* erhielten.

Wenn nun die durch beide Forschungsreisen gewonnenen Resultate mit einander vergleichbar sein sollten, so musste einerlei Längeneinheit zu Grunde gelegt werden und da zeigte sich jetzt zum erstenmale das Bedürfniss nach einer bestimmten Messeinheit. Man liess daher zwei sorgfältig gearbeitete und einander gleiche Toisen anfertigen, welche von dieser Zeit an als Normaleinheiten des französischen Längenmasses dienen sollten. Die Toise wurde so gewählt, dass sie mit den unter gleicher Benennung im Gebrauche befindlichen Massstäben möglichst übereinstimmte. Die in Lappland angewandte Toise wurde später durch Schiffbruch beschädigt; die andere jedoch wurde unversehrt zurückgebracht und ihre Länge (bei 13⁰ Reaumur) unter dem Namen „Toise von Peru" als Einheit des französischen Längenmasses erklärt [9]).

Die nördliche Expedition ging unter Maupertuis, Clairaut, Calmus, Le Monnier und Outhier, welchen sich der schwedische Physiker Celsius anschloss, 1736 nach Lappland. Sie brachten ihre Arbeit 1736—1737 fertig und massen einen Meridianbogen von fast einem Grad Länge zwischen Tornea und dem Berge Kittis. Sie fanden für die Grundlänge unter 66⁰ 20′ nördl. Breite 57437 Toisen [15]).

Die peruanische Expedition verliess am 16. Mai 1735 Europa unter der Führung von La Condamine, Bouguer und Godin, (welchen sich spanischer Seits zwei Offiziere, Don Antonio Ulloa und Don Jorge Juan und ausserdem der

Botaniker Joseph Jussieu anschlossen) und mass auf der Hochebene von Quito einen $3^0\ 7'$ umfassenden Meridianbogen zwischen den Parallelen von Tarqui ($0^0\ 2'\ 31''$ n. Br.) und Cotesqui ($3^0\ 4'\ 32''$ s. Br.) Die Arbeit wurde 1744 beendigt und die Meridian-Gradlänge unter dem Aequator = 56732 Toisen gefunden. Die benützten Winkelmessinstrumente waren ähnlich jenen bei der ersten Picard'schen Messung, nämlich vier Quadranten und dann Zenithsektoren zur Polhöhenbeobachtung. Im geodätischen Theile der Messung zeigt sich wieder ein Fortschritt, da zwei Basen gemessen wurden und zwar die Hauptbasis im Norden = 6273 Toisen und eine Controlbasis im Süden = 5229 Toisen.

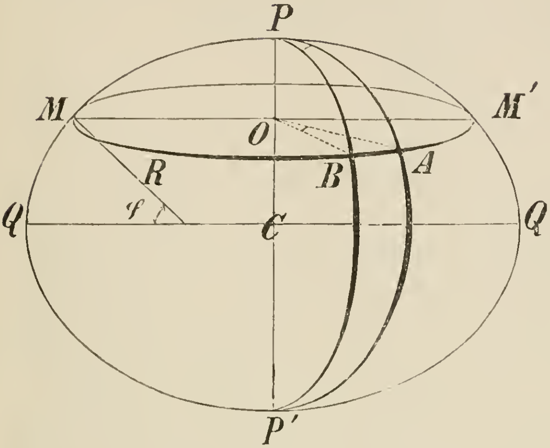
Ein Urtheil über die Genauigkeit der Arbeit gewährt die Angabe, dass die Rechnung für die Länge der zweiten Basis, abgeleitet aus der ersten und den zur Verbindung beider nothwendigen dreissig Dreiecken, 5258 Toisen lieferte.

Von den spanischen Offizieren erreichte Don Jorge Juan nach vielen Irrfahrten Europa am 31. October 1745 bei Brest, Ulloa dagegen wurde unterwegs von einem englischen Kriegsschiff als Gefangener nach Spithead (29. October 1745) entführt und gelangte nach Madrid erst am 25. Juli 1746 nach eilfjähriger Abwesenheit. Von den französischen Gelehrten blieben Godin und Jussieu in Peru zurück, Bouguer aber verliess Quito am 20. Februar 1743 und fuhr den Magdalenenstrom abwärts nach Cartagena. La Condamine, der seine astronomischen Beobachtungen bei Tarqui erst am 11. Mai 1744 beendigen konnte, ging von dort südwärts über Jaen, schiffte sich am 5. Juli auf dem Amazonenstrom ein, fuhr am 12. Juli durch den berühmten Pongo de Manseriche, eine tief in Felsen geschnittene Stromspalte, und erreichte am 19. September Para, das Ziel seiner Thalfahrt. Vor La Condamine war der mächtigste aller Ströme der Erde von einem Gelehrten nicht besucht worden, ihm verdanken wir daher die erste Karte des Amazonas, welche sich auf astronomische Bestimmungen gründet, barometrische Messungen der Spiegelhöhen, der Breite und Wasserfülle des Stromes an mehreren Stellen, sowie Beschreibungen der Pororocas oder Fluthwellen, die hoch in den Strom hinauf sich ergiessen, endlich die ersten Proben des Curare oder Pfeilgiftes, welche nach Europa gelangten. Von Para begab er sich noch nach Cayenne und erreichte Paris am 26. Februar 1745.

Die Wissenschaft gewann durch diese glänzende Unternehmung ausser der peruanischen Erdbogengrösse eine Reihe von örtlichen Bestimmungen der Missweisung und Senkung der Magnetnadel, sowie Beobachtungen über die örtlichen Längen des Sekundenpendels. Als Bouguer 1738 am Chimborazo verweilte, benützte er die günstige Gelegenheit, um astronomisch zu ermitteln, ob die Zugkraft gewaltiger Bergmassen das Loth aus der senkrechten Linie wirklich ablenke (Localattraction), wie es Newton theoretisch vorausgesehen hatte. Bouguer begann bei Condorpalti am 29. November seine Untersuchungen und setzte sie 23 Tage lang fort. Die damaligen Ergebnisse waren der Forderung Newton's zwar nicht ungünstig, aber auch nicht völlig entscheidend. Eine Erdbogenmessung auf einer Hochebene erforderte eine genaue Bestimmung der senkrechten Höhen auf dem trigonometrischen Felde. Bouguer berechnete daher aus den Höhenwinkeln an der Mündung des Esmeraldas die Erhebung der Pyramiden des Ilinissa und knüpfte an sie die ersten Höhenbestimmungen grösserer Gipfel in Peru und überhaupt in Amerika. — (Bouguer's Messungen waren ein grosser hypsometrischer Schatz, denn man konnte damals in ganz Europa, wenn man Scheuchzers unrichtige Barometermessungen abzieht, nur 13 Gipfelhöhen.) — In der Hütte neben dem Signal auf dem Pichincha wurden durch Beobachtung des Luftdrucks die barometrischen mit den trigonometrischen Höhen verglichen. In Quito, wo das Quecksilber sich durchschnittlich auf 20 Zoll 1 Linie erhob, gewahrte man zuerst, dass die Schwankungen des Barometers nie 1 L. $\frac{1}{2}$ überstiegen und auf Godin's Antheil fiel die schöne Entdeckung, dass die Quecksilberhöhen regelmässig im Laufe eines Tages bei gewissen Wendestunden stiegen und sanken. Die Erdbogenmesser wurden ferner Zeugen der Ausbrüche des Cotopaxi 1738 und 1742, und zwar des letztern am 19. Juni, gerade als sie den Kraterrand des Pichincha erstiegen. Auch die Schneelinien und die senkrechten Stufen der Gewächse, die an den Anden wegen ihrer fast geometrischen Schärfe sich nicht übersehen lassen, blieben, wie sich erwarten liess, von den Akademikern nicht unbeachtet.

Nach der Rückkunft beider Expeditionen wurden die Gradmessungs-Arbeiten nochmals bearbeitet und für die Gradlänge unter 45^0 geographischer Breite 57012 Toisen ermittelt. Die Resultate zusammengefasst, erhält man sonach für die Länge eines Meridiangrades bezüglich unter 66^0 $20'$ nördl. Breite $= 57437^t$; unter 45^0 Breite $= 57012^t$ und unter dem Aequator $= 56732^t$. Diese Ergebnisse bestätigen daher Newton's Anschauung über die Erdgestalt auf das Glänzendste. Nachdem nun die Gestalt der Erde als Sphäroid (Rotations-Ellipsoid) erkannt war, so handelte es sich um die Frage, wie misst man auf der sphäroidischen Erdoberfläche und wie sind die betreffenden Beobachtungsergebnisse in Rechnung zu ziehen. Die grössten Mathematiker des achtzehnten und dieses Jahrhunderts, wie Maclaurin, Clairaut, Euler, Laplace, Gauss, Bessel etc. wendeten ihre geistigen Kräfte diesem Probleme zu; Gauss und Bessel danken wir die heutige Ausbildung dieser Theorien.

Bevor wir in der Entwicklung der Gradmessungsarbeiten weiter schreiten, möge der Vorgang gezeigt werden, wie aus den Resultaten zweier verschiedener Gradmessungen die Dimensionen des Erdsphäroids berechnet werden können [16]).



Unter der wahren Oberfläche oder der Figur der Erde versteht man jene Fläche, welche die in Ruhe und unter dem Festlande (zusammenhängend) fortgesetzt gedachte Oberfläche der Meere bilden würde. Legt man durch die Rotationsaxe eine Ebene, so erhält man die Meridian-Ellipse, um deren Elemente es sich eben handelt.

In der Figur ist $QPQ'P$ der Meridian, $QQ' = 2a$ die grosse, $PP' = 2b$ die kleine Axe, QQ' der Aequator und C das Centrum.

Es ist nun die Gleichung des elliptischen Meridians:

$$1) \ldots \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Bei der Erde heisst ferner:

$$2) \ldots \quad \alpha = \frac{a-b}{a} = \text{Abplattungsverhältniss};\ b = a\,(1-\alpha)$$

$$3) \ldots \quad e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2};\ e = \text{numerische Excentricität; es ist}$$

$$4) \ldots \quad \alpha = 1 - \sqrt{1-e^2}$$

Nehmen wir nun an, es sei im Punkte M unter der geographischen Breite φ eine Gradmessung ausgeführt, so lehrt die analytische Geometrie für den Krümmungshalbmesser R im Punkte M die Formel: [17])

$$5) \ldots \quad R = \frac{a.\,(1-e^2)}{(1-e^2.\ \sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

Ist nun G die Länge eines Meridiangrades (unter der Polhöhe φ) in irgend einer Masseinheit ausgedrückt, so ist $G : 2\,R\,\pi = 1^0 : 360^0$ d. h.

$$6) \ldots \quad G = \frac{R.\ \pi}{180},\ \text{oder für } R \text{ den Werth gesetzt:}$$

$$G = \frac{\pi}{180} \cdot \frac{a.\,(1-e^2)}{(1-e^2.\ \sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} \quad \ldots\ldots (I$$

Hat man nun durch eine zweite Gradmessung für die in ihrer Mitte liegende Polhöhe φ_1 die Meridiangradlänge $= G'$ ermittelt, so ist analog:

$$G' = \frac{\pi}{180} \cdot \frac{a\,(1-e^2)}{(1-e^2.\, sin^2\,\varphi_1)^{\frac{3}{2}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (II$$

woraus durch Division und eine kleine Umformung folgt:

$$e^2 = \frac{1 - \left(\frac{G}{G'}\right)^{\frac{2}{3}}}{sin^2\,\varphi_1 - \left(\frac{G}{G'}\right)^{\frac{2}{3}}.\, sin^2\,\varphi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (III$$

Gleichung *III* liefert nun e und damit folgt aus I die grosse Halbaxe a und endlich (4) gibt die Abplattung α, so wie (2) den Wert von b.

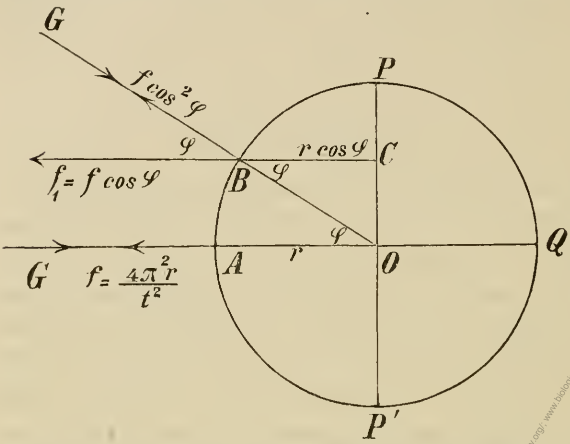
Der vieljährige wissenschaftliche Streit war somit zu Gunsten der polaren Abplattung der Erde entschieden. Die Gradmessungsfragen traten hiedurch in ein neues wichtiges Stadium, wobei nicht bloss die Grösse der Erde allein, sondern hauptsächlich deren Gestalt, d. i. die Abplattung, den Fragepunkt bildet.

Die Abplattung lässt sich nun, ausser durch Gradmessungen, auch finden durch Pendelbeobachtungen [18]; bei ersteren kommt die Richtung der anziehenden Kraft der Erdmasse und bei letzteren deren Grösse in Betracht. Zur Ermittlung der idealen mathematischen Erdgestalt dienen die Längen der Pendel, welche an jedem Orte Sekunden schlagen oder die Schwingungszahlen, welche ein und dasselbe Pendel an verschiedenen Orten der Erde in einem Tag anzeigt; denn die Aenderung in der Sekunden-Pendel-Länge oder in der Schwingungszahl des einfachen Pendels, welche in der Meridianrichtung von Ort zu Ort stattfindet, steht mit der Erdfigur in innigem Zusammenhange. Es ist, wie schon oben erwähnt wurde, zuerst von Richer die Thatsache festgestellt worden, dass die Sekundenpendellänge vom Aequator gegen die Pole hin zunimmt, und die Theorie hat nachgewiesen, dass die für jeden Ort entsprechende Länge dieses Pendels von der daselbst vorhandenen Intensität der Erdanziehung und diese von der geographischen Breite des Ortes abhängt. Geht hieraus die Beziehung zwischen Erdgestalt und Pendel unzweifelhaft hervor, so wird dieselbe noch klarer, wenn man überlegt, auf welche Art die in der Erdmasse activen Kräfte wirken mussten, um eine polare Abplattung der Erde hervorzubringen. Zur Erklärung dieser Abplattung muss man von einer Hypothese über den einstigen Zustand der Erde ausgehen. Geologische Erscheinungen von Bedeutung machen die Voraussetzung eines einst flüssigen (möglicherweise vorher gasförmigen) Erdkörpers sehr wahrscheinlich. Nimmt man diese Masse weiters gleichmässig dicht an, und denkt sich dieselbe mit Schwerkraft ausgestattet, so müsste sie im Ruhestande offenbar die Kugelform annehmen. Kommt nun eine solche Kugel um einen ihrer Durchmesser zur Rotation, so entsteht in allen ausser der Drehungsaxe gelegenen Massentheilchen eine Centrifugalkraft, welche um so grösser sein muss, je weiter das betreffende Theilchen von der Drehaxe absteht. Diese Kraft wirkt nun der nach dem Kugelcentrum gerichteten Schwerkraft entgegen, und aus beiden ergibt sich eine vom Pol der Erde gegen den Aequator gerichtete Mittelkraft, welche die weiche Masse von den Polen so lange weg und gegen den Aequator hintreiben musste, bis die Erdoberfläche überall senkrecht zur abgeänderten Schwererichtung stand. Auf diese Weise musste eine Verkürzung des polaren und eine Verlängerung des äquatorialen Durchmessers entstehen und sich daher eine polare Abplattung bilden. Die Erkenntniss dieser Abplattung führte nun zur wahren mathematischen Gestalt der Erde, in welcher die Zustände der Urzeit sich erkennbar abspiegeln, die Flüssigkeit der rotirenden Masse und ihre Erhärtung als Erdsphäroid.

Nachdem die Abplattung der Erde ihren Grund in der vereinten Wirkung der Schwungkraft und Schwerkraft hat, und da zwischen der Abplattung und den sie bedingenden Kräften eine Relation besteht, welche von der Massenvertheilung im Innern der Erde unabhängig ist, so lässt sich von diesen drei Grössen je eine berechnen, wenn die beiden anderen bekannt sind.

Dieses höchst merkwürdige Theorem rührt von *Clairaut* und führt auch den Namen dieses scharfsinnigen Gelehrten. Dasselbe lautet: „Wie auch die Massen im Innern der Erde vertheilt sein mögen, so ist stets die Abplattung vermehrt um den Quotienten aus der Beschleunigungsdifferenz am Pol und Aequator und der Beschleunigung am Aequator gleich dem Zweiundeinhalbfachen des Quotienten aus der Centrifugalbeschleunigung und der Beschleunigung durch die Schwere am Aequator.“

Es ist von Interesse, das Obige durch Rechnung zu verfolgen. Es ist längst bekannt, dass die Beschleunigung der Schwere auf der Erdoberfläche Verschiedenheiten aufweiset, welche sich als eine gesetzmässige Zunahme derselben gegen die Pole hin herausstellen, und zwar in der Art, dass die Ueberschüsse der Acceleration in verschiedenen Breiten über jene am Aequator den Quadraten der Sinus der Breiten proportional sind, dass also, wenn g_φ die Acceleration in der Breite φ und g_0 jene am Aequator bedeutet, $g_\varphi = g_0 . (1 + a. \sin^2 \varphi)$, wobei a eine Constante ist, welche wir sogleich näher bestimmen werden.



Die Erklärung dieser Erscheinung lässt sich theils und zwar vorwiegend auf die durch die Erdrotation erzeugte Fliehkraft, die der Schwere der Körper entgegenwirkt, und zum Theil auf die abgeplattete Form des Erdkörpers zurückführen. Um den Einfluss der ersteren Ursache in den Grundzügen anzudeuten, wollen wir vorläufig von der Abplattung absehen und den Erdkörper als eine Kugel vom Radius r ansehen. In einem Punkte A des Aequators würde die Schwerkraft bei ruhender Erde eine gewisse Acceleration G bewirken, welcher aber bei rotirender Erde die Acceleration der Fliehkraft f entgegenwirkt.

Nun lehrt die Physik, dass die Beschleunigung der Masseneinheit durch die Fliehkraft direkt proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit (v) und verkehrt proportional dem Krümmungsradius (r) der Bahn ist; also

$$f = \frac{v^2}{r} \text{ und Weg } 2r\pi = \text{Geschwindigkeit mal Zeit } = v\,t \text{ oder}$$

$$v = \frac{2r\pi}{t}, \text{ d. h. } f = \frac{4\pi^2 r}{t^2}.$$

Bezeichnet man nun die demgemäss resultirende Acceleration am Aequatar mit g_0, so erhält man $g_0 = G - f$; dagegen wird an einem Orte B von der Breite φ die Acceleration der Fliehkraft für's erste an sich kleiner sein, nämlich nur den Werth $f_1 = f \cos \varphi$ betragen, da in der obigen Formel statt des Radius r des Aequators der Radius $BC = r \cos \varphi$ des betreffenden Parallelkreises einzusetzen kommt, und andererseits wird von dieser kleineren Fliehkraft wieder nur eine Componente vom Betrage $(f \cos \varphi) . \cos \varphi = f . \cos^2 \varphi$, wie aus der Betrachtung der Figur hervorgeht, der Acceleration G der Schwere entgegen wirken. Die resultirende Acceleration g_φ wird daher an diesem Orte B betragen:

$$g_\varphi = G - f . \cos^2 \varphi.$$

Wir erhalten daher für die Differenz $g_\varphi - g_0 = f.(1 - \cos^2\varphi) = f.\sin^2\varphi$, also $g_\varphi = g_0 + f.\sin^2\varphi = g_0\ (1 + \frac{f}{g_0} \cdot \sin^2\varphi)$, was der oben erwähnten Relation $g_\varphi = g_0 . (1 + a.\sin^2\varphi)$ entspricht. Man findet nun $f = 0{\cdot}034$, wenn man in obiger Formel für f anstatt t = Umdrehungszeit der Erde = 86164 Sekunden und für r = 6377397 Meter substituirt.

Für die Acceleration g_0 der Schwere am Aequat. fand man $g_0 = 9{\cdot}78$ Met.

Es würde demnach: $g_\varphi = 9{\cdot}78 + 0{\cdot}034 \sin^2\varphi$ die Formel für g_φ sein, wenn die Erde wirklich kugelförmig wäre. Die thatsächlichen Beobachtungen stimmen nun mit der Formel von Sabine:

$$g_\varphi = 9{\cdot}78 + 0{\cdot}051 \sin^2\varphi \quad \ldots\ldots \quad \text{(I}$$

was einen Unterschied der Schwere-Zunahme im Betrage von $0{\cdot}017 \sin^2\varphi$ herausstellt. Dieser Mehrbetrag kommt auf Rechnung der Abplattung der der Erde; wir bekommen demzufolge aus (I) die Formel:

$$g_\varphi = 9{\cdot}78 \,.\, (1 + \frac{0{\cdot}051}{9{\cdot}78} \sin^2\varphi); \text{ oder vereinfacht:}$$

$$g_\varphi = g_0 \,.\, (1 + 0{\cdot}0052 \sin^2\varphi) \quad \ldots\ldots \quad \text{(II}$$

worin $g_0 = 9{\cdot}78$ ist.

Bezeichnet nun a die grosse und b die kleine Halbaxe des Rotationsellipsoides der Erde, ferner α das Abplattungsverhältniss, d. i. den Quotienten $\frac{a-b}{a}$ und endlich g_{90} die Acceleration der Schwere am Pole d. i. $g_{90} = 9{\cdot}83$, so lautet das oben ausgesprochene schöne Theorem von Clairaut, als Formel:

$$\frac{g_{90} - g_0}{g_0} + \alpha = 2{\cdot}5 \frac{f}{g_0} \quad \ldots\ldots \quad \text{(III}$$

Man findet nun hieraus für die Abplattung der Erde mit Hilfe obiger Zahlenangaben, den Werth $\alpha = \frac{1}{292} = 0{\cdot}0034$. Dieser aus Pendelschwingungen berechnete Werth der Abplattung stimmt sehr nahe mit dem durch geodätische Messungen erhaltenen. Der Unterschied kann nicht auffallen, wenn man einerseits die Schwierigkeiten der Messungen erwägt und andererseits bedenkt, dass die besondere Bodenbeschaffenheit eines Ortes auf die Pendelschwingungen von Einfluss ist [19].

Ausser durch Gradmessungen und Pendelbeobachtungen lässt sich die Abplattung der Erde noch aus den Mondesgleichungen finden. Dieser Weg ist der steilste und schwierigste von allen, und führt vielfach verschlungen durch das Gebiet der Astronomie. Wir wollen ihn nach Professor Bauernfeind's geistreicher Darstellung [6]) kurz skizziren, um das Ziel wenigstens von ferne zu zeigen.

Seit Newton ist bekannt, dass sich je zwei Himmelskörper, im geraden Verhältnisse ihrer Massen und im umgekehrten des Quadrates der Entfernung anziehen, und dass die Anziehung einer Kugel auf Körper an oder ausserhalb ihrer Oberfläche etwas verschieden ist von der eines gleich grossen und schweren, nahezu kugelförmigen Ellipsoids. Es ist ferner bekannt, dass die Bewegung des Mondes hauptsächlich durch die Anziehung der Erde geregelt wird und es folgt aus der Verbindung dieser Thatsachen, dass die Mondbahn eine etwas andere Beschaffenheit hätte, wenn die Erde eine vollkommene Kugel wäre, als sie wegen der elliptischen Gestalt unseres Planeten, und blos dieser wegen, wirklich hat. Die wirkliche Mondbahn können die Astronomen genau messen, die der Kugelform der Erde entsprechende aber noch genauer berechnen; der zwischen beiden Bahnen bestehende Unterschied rührt nur von der Ellipticität der Erdgestalt her, und es muss sich folglich die Abplattung finden lassen, welche allen Beobachtungen der Mondbahn möglichst gut entspricht. In der That hat Laplace diese schwierige mathematische Aufgabe mit der ihm eigenen Meisterschaft gelöset und die Erdabplattung fast genau so gefunden ($\frac{1}{305}$), wie sie aus der französischen und peruanischen Gradmessung folgt ($\frac{1}{304}$). Dieses Ergebniss ist ein eben so glänzender Beweis für die Richtigkeit der Newton'schen Theorie der allgemeinen Anziehung, als für die bewunderungswürdige Kraft der mathematischen Analyse, und lässt erkennen, was Laplace im Sinne hatte, als er sich dahin aussprach, dass ein Astronom, ohne seine Sternwarte zu verlassen, durch den blossen Vergleich seiner Beobachtungen mit den Resultaten der Rechnung, die Erdgestalt bestimmen kann. Ist nun umgekehrt, diese Gestalt durch geodätische Messungen genau gefunden, so kann dieselbe auch zu einer strengen Prüfung der Theorie der Mondbewegung dienen, und hierin tritt abermals ein Theil der wissenschaftlichen Bedeutung moderner Gradmessungen zu Tage.

Gehen wir nun wieder auf unser *Hauptthema* der Entwicklung der Gradmessungen über, so sind zunächst in Folge der von Frankreich gegebenen Anregungen die nachfolgenden acht, allerdings nur secundären, Leistungen zu erwähnen. Dieselben zeigen den allgemein erwachten Sinn und Eifer für Erdmessungen an und sind zum mindestens von historischer Bedeutung.

Vorerst kommt eine Messung am Cap der guten Hoffnung anzuführen. Die Pariser Akademie sendete 1751 zwei Astronomen aus, nämlich Lalande (1732—1807) nach Berlin und Lacaille (1713—1762) nach der Capstadt zur Ermittlung der Mondparallaxe und zwar auf Grundlage von gleichzeitigen Beobachtungen. Lacaille erreichte sein Ziel am 19. April 1751 und vollendete seine Arbeiten zur Bestimmung der Mondparallaxe vom 10. Mai 1751 bis zum October 1752. Die Zeit vom September bis October des vorhergehenden Jahres benützte er zur ersten Gradmessung unter höheren australischen Breiten. Dieselbe ersteckte sich vom Cap selbst aus, bis Klipfontein ($1^0\ 13'\ 17\frac{1}{3}''$), etwa 18 deutsche Meilen weit, und es ergab sich für die Grösse eines Erdgrades unter $33^0\ 18'\ 30''$ südlicher Breite 57037 Toisen. Am 8. März 1753 schiffte er sich wieder ein, und erreichte nach einem Besuche der Inseln Bourbon und Mauritius auf dem atlantischen Seewege Frankreich am 4. und Paris am 28. Juni 1754.

Auch in anderen Ländern trat Interesse für Gradmessungsarbeiten zu Tage. Der Jesuit Boscowich bemühte sich, den Papst Benedikt XIV. und die Kaiserin Maria Theresia und selbst die Amerikaner für derartige Unternehmungen zu gewinnen.

Im Kirchenstaate waren es Boscowich und Lemaire, welche in den Jahren 1751—1753 zwischen Rom und Rimini einen Bogen von ungefähr 2 Graden massen, und die Gradlänge unter circa 43^0 nördl. Breite zu 56973 Toisen bestimmten. Allein sowohl die astronomischen, als geodätischen Beobachtungen zeigten sich später nicht fehlerfrei.

Boscowich schlug sodann die Ebene bei Turin zu einer Gradmessung vor. Diese führte Beccaria 1768 aus und fand den Grad unter $44^0\ 44'$ nördlicher Breite 57024 Toisen lang. Zach wies dieser Messung viele Fehler nach.

In Oesterreich arbeitete der Jesuit Liesganig 1762—1769 zwischen Sobieschitz und Warasdin. Seine Resultate verdienen wegen der von Zach nachgewiesenen grossen Ungenauigkeiten kein Vertrauen.

Auf Anregung von Boscowich wurde noch eine Messung, und zwar in den weiten Ebenen Pensylvanien's in Amerika

1764—1768 unternommen. Der Engländer Mason und der Amerikaner Dixon massen dort von 38° 27′ 34″ bis 39° 56′ 19″ nördlicher Breite, d. i. einen Bogen von 1° 28′ 45″. Sie thaten dies in mühsamster und sorgfältigster Weise mittelst der Messkette. Der ganze Bogen betrug 538078 engl. Fuss, woraus der Grad unter der mittleren Breite der ganzen Strecke, d. i. unter 39° 11′ 56·5″ zu 56888 Toisen sich ergibt.

Ferner ist hier zu nennen eine Messung in Egypten. *Nouet*, welcher als Astronom die bekannte französische Expedition 1798 begleitete, will dort nach seiner eigenen Aussage eine Gradmessung vorgenommen haben, die aber nicht allgemein bekannt geworden war. Er soll die Länge eines Grades in jenen Breiten gleich 56880 Toisen gefunden haben.

Auch in China wurde schon 1702 von dem Jesuiten Thomas auf Befehl des Kaisers Camby eine Gradmessung veranstaltet. Bei der Ausführung derselben in der Ebene um Pecking betheiligte sich sogar ein Prinz des Kaisers. Das Resultat derselben ist aber wegen der Unbestimmtheit des dabei gebrauchten Masses vieldeutig. Aus einem Berichte des P. Casparus Castner (1705), welcher selbst vorher in China war, geht hervor, dass ein Bogen von 1° 1′ 32″ gemessen und dessen Länge gleich 200 chinesischen Stadien gefunden wurde. Die Grösse dieser Stadien wird aber verschieden angegeben, wesshalb van Swinden die Gradlänge gleich 57912 Toisen und Andere aber anders ansetzen.

Endlich ist noch die von *Reuben Burrow* in Ostindien 1790 vollzogene Messung zu erwähnen. Sie ist von den eben angeführten wohl die beste und ist mit grossem Fleisse, aber etwas mangelhaften Instrumenten ausgeführt und nach Burrow's Tode von seinem Gehilfen Dalby bekannt gemacht worden. Die Länge des Grades fand sich dort, unter 23° 18′ nördlicher Breite, gleich 56725 Toisen.

Während des Zeitraumes der eben besprochenen Erdmessungen wurden mehrere wichtige Instrumente erfunden. Vorerst 1731 von Hadley (eigentlich von Newton) der für die Seefahrer so wichtige Spiegel-Sextant, der auf dem Festlande erst durch die Einführung des künstlichen Horizonts durch *Zach* und *Brühl* eine allgemeinere Verbreitung fand. — Die ersten guten Sextanten baute

Ramsden, der auch 1763 seine erste, und 1773 seine verbesserte Theilmaschine erfand. 1770 construirte der geniale Tobias Mayer den Spiegel-Vollkreis, der durch Borda in Paris wesentliche Verbesserungen erhielt. Um dieselbe Zeit wurden auch in England die Theodolithen erfunden und von Ramsden solche Instrumente gebaut.

Auf die berühmten französischen Expeditionen nach Lappland und Peru folgte als nächste wahrhaft hervorragende und bedeutungsvolle Leistung, die sogenannte metrische Messung, welche wesentliche Fortschritte in Bezug auf Anordnung und Durchführung zeigt. Angeblich in Angriff genommen, um der Erde eine neue Längeneinheit, ein sogenanntes Naturmass abzunehmen, wurden dieselben in Wirklichkeit aber vollzogen, um die alte Frage nach der Figur und Grösse der Erde einer vervollkommten Lösung zuzuführen.

Die französische Akademie schlug, wie schon früher erwähnt wurde, vor den zehnmillionsten Theil des Meridianquadranten als Längeneinheit zu wählen und übertrug die bezügliche Gradmessung an Méchain und Delambre, welche die Messung zwischen Dünkirchen und Barcelona in den Jahren 1792 bis 1798 vollführten und als Resultat eine mittlere Gradlänge von 57008·2 Toisen und eine Abplattung von $\frac{1}{334}$ erhielten, wobei die Pariser Messung mit jener in Lappland und Peru in Combination gebracht wurde. Für den Meridianquadranten ergab sich die Länge von 5130740 Toisen und für das Meter der Betrag von 0·513074 Toisen oder 443·296 Pariser Linien. Die Correction, welche diese Zahlen durch Bessel's Berechnungen erlitten, wurde schon früher angegeben und es sei nur erwähnt, dass die Messung von Barcelona bis zur Insel Formentara von 1802 bis 1808 durch Biot und Arago fortgesetzt wurde.

Die grossen Vorzüge dieser wichtigen Gradmessung bestehen vorerst in bedeutenden Verbesserungen der Messinstrumente durch Borda, welcher statt der Quadranten und Sektoren Vollkreise einführte, und die Basismessapparate wesentlich vervollkommte; ferner in der erhöhteren Genauigkeit der astronomischen Beobachtungen durch Beachtung des Einflusses der Aberration (Abirrung) des Lichtes, der Nutation (Wanken) der Erdaxe und der atmosphärischen Strahlenbrechung. Bemerkenswerth ist, dass die bei Tag nicht gut sichtbaren Signale mit parabolischen Hohlspiegeln (Reverberen) beleuchtet und die Winkel bei Nacht gemessen wurden. Hervorzuheben sind weiter die wissenschaftlichen Fortschritte, welche durch die Schöpfung der neuen Theoreme von Legendre und Delambre, behufs der Reduction von sphärischen Dreiecken auf ebene, gewonnen wurden.

Endlich gebührt dieser letzten französischen Gradmessung das nicht zu unterschätzende Verdienst, der Welt die Wege gebahnt zu haben zu den wichtigen Vortheilen eines allgemeinen Mass- und Gewichtssystemes. Den mächtigen und andauernden Anregungen Frankreichs folgten seit dem Anfange unseres Jahrhunderts fast alle europäischen Staaten, und wir sehen von da an eine Reihe von Gradmessungen oder mindestens von Landesvermessungen im Zuge, welche nach den Grundsätzen jener eingeleitet und vollführt wurden.

Vorerst ist England zu nennen, welches 1783 unter General Roy eine vorzügliche Triangulation einleitete, durch welche die geodätischen Vorarbeiten zu einer Gradmessung gegeben waren. Dieselbe wurde von Mudge 1800—1802 ausgeführt und umspannte nahezu ein Bogen von 3 Grad (von Dunnose auf der Insel Wight bis Clifton); sie lieferte für einen Meridiangrad unter 52° 2′ 19″ Breite 57069 Toisen. Auffallend ist das Resultat, dass von diesen drei Graden jeder der nördlich gelegenen grösser ist, als sein südlich benachbarter. An diesen Stellen stört also eine gewisse locale Ursache die reguläre Meridiankrümmung, welche sich aus der neuesten von James über ganz England erstreckten Gradmessung ergibt.

In Schweden nahm 1801—1803 *Svanberg* im Vereine mit anderen schwedischen Gelehrten die von Maupertuis durchgeführte lappländische Gradmessung nochmals in Angriff, da bei der älteren Messung einige Fehler aufgedeckt wurden. An den Triangulationen des schwedischen Generalstabs betheiligten sich zeitweise auch Hansteen und Selander. Ja sogar in Ostindien wurden von 1805—1825 zwei grosse und vorzügliche Gradmessungsarbeiten zwischen dem 8. und 30. Breitegrade von Lambton, Everest und James ausgeführt, welche sich über einen Meridianbogen von 21⅓ Grad und zwar vom Cap Comorin bis in die Nähe des Himalayagebirges ausdehnten. Am Vorgebirge der guten Hoffnung wiederholte endlich Maclear in den Jahren 1836—1848 die alte La Caille'sche Messung und erweiterte dieselbe über mehrere Breitengrade.

Deutschland, von dem bis dahin auf diesem Gebiete kaum die Rede war, trat auf einmal mit einer Reihe Achtung gebietender, wissenschaftlicher und technischer Leistungen auf diesem Felde auf.

Reichenbach und Fraunhofer in München construirten die besten geodätischen und astronomischen Instrumente, welche es jemals gegeben hat.

In Hannover trat C. F. Gauss (1777—1855) an die Spitze einer Gradmessung, bereicherte die Theorie mit wichtigen Sätzen über die gekrümmten Oberflächen, erweiterte die Praxis durch die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate [20]) auf geodätische Messungen und erfand 1821 den Heliotropen, womit sehr ferne Dreieckspunkte durch zurückgestrahltes Sonnenlicht deutlich sichtbar gemacht werden können und wodurch die Winkelmessungen bedeutend an Schärfe gewonnen haben.

In Holstein und Dänemark leitete Schumacher (1780—1850) eine neue Gradmessung und zeigte sich erfinderisch in der Construction der Instrumente und in Königsberg lehrte Bessel (1784—1847) die allgemeine Auflösung der sphäroidischen Dreiecke. In anderen deutschen Staaten, wo nicht direkte Gradmessungszwecke vorlagen, wo aber gute Landesvermessungen erzielt werden sollten, wurden gleichfalls wissenschaftliche Kräfte an die Spitze gestellt. In Baiern erwarben sich Soldner, Schiegg und Schwerd, in Württemberg, Bohnenberger und in Darmstadt Eckhardt grosse Verdienste. In Oesterreich, Preussen und Baden triangulirten die Generalstäbe; es wurden jedoch in Oesterreich Littrow und Carlini, in Baden Nicolai zeitweise als Fachmänner beigezogen. Die Gradmessung in Ostpreussen (1831—1836) wurde Bessel und Baeyer übertragen. Bessel hat in Folge dieser praktischen Arbeit die Gauss'schen Lehren in einer ihm eigenthümlichen Weise erweitert, in voller Allgemeinheit auf die Vermessungen anwendbar gemacht und hiedurch der Geodäsie eine neue vollkommenere Gestalt gegeben.

So hatte sich Deutschland in relativ kurzer Zeit auf dem Gebiete der Theorie und Technik selbstständig und unabhängig gemacht und bis zur Spitze der Wissenschaft emporgeschwungen; es arbeitete mit einheimischen Instrumenten und berechnete die Beobachtungen nach Theorien, welche von vaterländischen Gelehrten geschaffen wurden.

In Sardinien triangulirte gleichfalls der Generalstab unter Intervention von Plana und in Belgien wurde von 1849 an unter General Nerenburger mit vorzüglichen Instrumenten eine ganz neue Triangulation, nach Bessel's Methoden, in Gang gebracht.

Wir haben jetzt noch der Theilnahme Russlands an den Gradmessungsoperationen zu erwähnen. Russland hat eine Breitengradmessung, welche die russisch-scandinavische heisst und von W. Struve und Tenner 40 Jahre geleitet wurde. Dieselbe erstreckt sich von den Donaumündungen bis zur Kval Insel im Eismeere und umfasst $25\frac{1}{3}$ Grade des Meridians; sie gehört, was Ausdehnung und innern Werth betrifft, zu den ersten Leistungen auf diesem Felde.

Die Frage über die Erdgestalt kann man auch durch sogenannte Längengradmessungen[21]) lösen. Wie bei den Breitengradmessungen der Unterschied der geographischen Breiten der Endstationen, d. i. die Amplitude im Meridian, und die Messung der Bogenlänge zwischen diesen Punkten massgebend war, eben so ist bei den Längengradmessungen der Unterschied der geographischen Längen der beiden Stationen, d. i. die Amplitude im Parallel und wieder die Bogenlänge zwischen den End-Stationen zu bestimmen nothwendig. Der Längenunterschied ist aber gleich dem Winkel, welchen die den Endstationen entsprechenden Meridiane am Pole mit einander bilden. Es zerfällt also auch diese Aufgabe in einen geodätischen und astronomischen Theil; der erstere wird wieder durch eine Triangulirung abgethan, während der zweite astronomische Theil nur durch neue Principien erledigt werden kann. Diese Principien wurden durch den englischen Astronomen John Flamsteed (1646—1720) gefunden und zwar durch die Einführung der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde als Winkelmass.

Es ist eine alte Thatsache, dass sich die Erde mit Gleichförmigkeit um ihre Axe dreht, und sich demgemäss der Sternenhimmel mit derselben Gleichförmigkeit um die verlängerte Erdaxe, Himmelsaxe, zu drehen scheint. Die Zeit einer wirklichen ganzen Umdrehung der Erde oder einer scheinbaren des Sternenhimmels, d. i. ein Sterntag, theilen unsere Uhren bekanntlich in Stunden, Minuten und Sekunden ab, so dass jedem Zeittheil ein bestimmter Drehungswinkel oder, da alle Winkel durch Bogen gemessen werden, ein bestimmter Bogen entspricht, z. B. 1 Zeitsekunde 15 Bogensekunden u. s. w. In diesem Sinne ist die Uhr ein Messinstrument der Sternwarten. Sie kann aber für sich allein keinen Winkel angeben, sondern nur in Verbindung mit einem in der Richtung des Meridians aufgestellten Fernrohre, dem Passagen-Instrument, welches den Moment bezeichnet, wo ein bestimmter Stern durch den Meridian des Beobachtungsortes geht. Denkt man sich nun auf zwei Punkten eines Parallelkreises der Erde je ein solches Instrument und eine genaue astronomische Uhr aufgestellt und bemerkt daselbst die Zeiten, welche beim Durchgange eines und desselben Sternes durch das Passageninstrument stattfinden, so gibt der Zeitunterschied sofort den Winkel an, welchen die Meridianebenen der Beobachtungsorte mit einander bilden und dieser Winkel ist auch deren Längenunterschied. Hat man nun astronomisch den Winkel und geodätisch den zugehörigen Bogen des Parallels gefunden, so folgt aus beiden Daten sehr einfach die Grösse eines Parallelgrades, womit die Längengradmessung vollzogen ist[21].

In neuester Zeit vermag man die Längendifferenzen circa auf zwei Hundertstel einer Zeitsekunde richtig zu bestimmen und zwar mittelst telegrafischer Signale, die unmittelbar auf die Uhren wirken und so die Beobachtungen selbst registriren.

Die erste Längengradmessung von wissenschaftlicher Bedeutung wurde unter dem 45. Parallel von der Mündung der Gironde durch ganz Frankreich über Turin und Mailand bis Fiume, von 1811—1823, ausgeführt. An derselben waren französische, österreichische und sardinische Gelehrte, darunter Brousseaud, Nicollet, Carlini, Plana, betheiliget. Die auf den sieben astronomischen Stationen gemessenen Azimuthe zeigten nicht unbedeutende Unterschiede mit den von Paris aus berechneten;

ungewöhnlich gross war aber diese Abweichung auf dem Mont-Cenis, wo das beobachtete Azimuth um 49·55″ kleiner gefunden wurde, als das berechnete. Dieser auffallende Unterschied wurde einer Ablenkung der Lothlinie[22]) oder einer Unregelmässigkeit in der Figur der Erde in jener Gegend zugeschrieben. Selbst zwischen den Sternwarten von Turin und Mailand wurde der astronomische Längenunterschied um 31·29″ im Bogen kleiner gefunden, als der von Mailand her geodätisch berechnete. Der ganze gemessene Längenbogen von Marennes bis Padua beträgt 12° 59′ 3·72″ an Länge. Einzelne Parallelgrade, welche doch nach der Theorie gleich sein sollten, differirten nicht unerheblich vom Mittelwerthe. Die völlige Erklärung dieser Differenzen kann jedoch nur durch örtliche Störungen der Erdkrümmung geschehen.

Ein zweiter grosser Parallelbogen, der in Frankreich (1815—1823) gemessen wurde, geht von Brest über Paris nach Strassburg; man hat denselben in neuester Zeit nach Osten über München bis Wien erweitert. Der dritte und zugleich grösste gemessene Parallelbogen ist der russische, ganz Europa durchschneidende im 52. Parallel; diese Messung wurde von W. Struve (1857) entworfen und geleitet und umfasst 69°, wovon circa 39° auf Russland, 12° auf Preussen, 5° auf Belgien und 13° auf England kommen.

Auch diese Operationen bestätigen im Allgemeinen die aus den Breitengradmessungen gefolgerten Resultate. —

Das aus diesen ausgedehnten, ebenso mühevollen als kostspieligen, Arbeiten hervorgehende Endresultat ist, dass die geometrische Erdoberfläche oder diejenige Fläche, welche wie das Weltmeer die Richtung der Schwere überall senkrecht durchschneidet, kein regelmässiges Rotations-Elipsoid, sondern eine Fläche ist, welche von diesem Ellipsoid bald in stärkeren oder schwächeren, bald in längeren oder kürzeren wellenförmigen Erhöhungen und Vertiefungen abweicht; eine Fläche, welche sich nach Bessel's Ausdruck, zum regelmässigen elliptischen Sphäroid wie die Oberfläche eines bewegten Wassers zu der eines ruhigen verhält. Die beobachteten Unregelmässigkeiten der Erdfigur sind indess keineswegs so bedeutend, dass man nicht ein Rotationsellipsoid als *Grundform* beibehalten könnte. Denn die Winkel, welche die wirkliche und die ideale Krümmung eines Parallel-oder Meridian-Bogens bestimmen, weichen in der Regel nur wenige Sekunden von einander ab, und wenn diese Abweichungen an einer Stelle positiv sind, so werden sie in geringer Distanz davon schon wieder negativ, so dass sich das gedachte Ellipsoid stets über und unter den kleinen Vertiefungen und Erhöhungen der wirklichen geometrischen Erdoberfläche hinzieht.

Der berühmte Astronom Bessel hat noch vor Ablauf der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts eine wichtige Arbeit geliefert. Er sichtete nämlich zunächst mit scharfsinniger Kritik die bis dahin ausgeführten Gradmessungen, revidirte das numerische Material der angenommenen Messungen, und brachte in ausführlicher Darlegung wesentliche Verbesserungen an der zweiten indischen und an der englischen Messung an. Bessel legte der Rechnung zu Grunde 10 Gradmessungen, nämlich die peruanische, die zwei ostindischen, die französische, die englische, die hannoversche, die dänische, die preussische, die russische und die schwedische. Die nach der Methode der kleinsten Qudrate geführte Rechnung ergab die Abplattung $\frac{1}{w}$ gesetzt für $w = 300{\cdot}7047$, für die mittlere Länge G eines Breitengrades $G = 57011{\cdot}453$ Toisen und hieraus für den Radius R einer Kugel, die mit dem Sphäroid gleiches Volumen besitzt $R = 6370080^{m}$.

Einige Jahre später wurde von Puissant ein erheblicher Fehler in der Berechnung der grossen französischen Messung (von 1792—1808) nachgewiesen, wornach die Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola statt $153605{\cdot}77^{t}$ auf $153673{\cdot}61^{t}$, also um 67·84 Toisen grösser zu setzen ist. Bessel wiederholte hierauf, mit Verbesserung dieses Fehlers, die ganze Rechnung, und die Resultate dieser zweiten Arbeit vom Jahre 1841 sind die nachfolgenden [23]).

1. Meilen und Gradmasse.

1 Grad d. Aequat. $= 57108{\cdot}5190^{t} = 111306{\cdot}578^{m} = 15$ geog. M.
1 geog. Meile $= 3807{\cdot}2346^{t} = 7420{\cdot}43854^{m}$
1 Min. d. Aequat. $= 1$ Seemeile $= 951{\cdot}80865^{t} = 1855{\cdot}1096^{m}$
Der mittlere Grad des Meridians $= 57013{\cdot}109^{t} = 111120{\cdot}619^{m}$

2. Axenverhältnisse.

Aequat.-Durchmesser = 1718·8735 geograph. Meilen
Rotations-Axe = 1713·1276 „ „

Unterschied = 5·7459 od. nahe = $5\frac{3}{4}$ M.; α = Abpl. = $\frac{1}{299\cdot1528}$

Die Halbaxen a und b betragen:

a = 3272077·140 Toisen = 6377397·156 Meter,
b = 3261139·328 Toisen = 6356078·963 Meter.

3. Umfangsverhältniss.

Umfang im Aequator = 5400·000 geograph. Meilen
Umfang im Meridian = 5390·978 „ „

Unterschied = 9·022 geograph. Meilen.

Der Meridian-Quadrant = Q; der Aequator-Quadrant = Q'
Q = 5131179·811 Toisen = 10000855·765 Meter.
Q' = 5139766·710 „ = 10017592·029 „

4. Flächenverhältniss.

Die heisse Zone enthält	3679056·4	geograph □ Meilen
Die beiden gemässigten Zonen	4808007·4	„ „
Die beiden kalten Zonen	774174·4	„ „
Die ganze Oberfläche der Erde	9261238·2	geograph. □ Meilen.

Denkt man sich die ganze Oberfläche der Erde in 100 Theile getheilt, so kommen auf die heisse Zone 40%, auf die beiden gemässigten 52%, auf die beiden kalten 8%.

1 geog. □ Meile = 14495035·530 □ Toisen = 55062908·075 □ Meter.

Oberfläche des Erdellipsoids = $4\pi r^2$; r = Radius einer Kugel von gleicher Oberfläche.

r = 3268430·392 Toisen = 6370289·511 Meter.
Oberfläche = 9261238·314 □ Meilen.

5. Körperlicher Inhalt.

Körperlicher Inhalt des Erdellipsoid = $\frac{4}{3} \cdot a^2 b \pi = \frac{4}{3} \pi r^3$; r = Radius einer Kugel von = Volumen.

r = 3268427·133 Toisen = 6370283·158 Meter.

Körperinhalt = 2650184445·1 geographische Cubik-Meilen, oder näherungsweise 2650 Millionen Cubik-Meilen.

Seit diesen Bessel'schen Bestimmungen von 1841 wurden drei der früher angeführten Gradmessungen, nämlich die grosse ostindische, die englische und die russische beträchtlich erweitert und ist 1848 eine neue, nämlich jene von Maclear am Cap der guten Hoffnung, hinzugekommen.

Der englische Astronom *Airy* hat in der Encyclopädia Metropolitana (Art. Figure of the Erath. 1849) vierzehn Meridian- und vier Parallel-Bögen mit einander verglichen und gefunden:

$\alpha = \frac{1}{299.33}$; a = 20923713 engl. Fuss = 3272117·6 Toisen
b = 20853810 „ „ = 3261188·4 „

Hierbei ist nach einer Angabe aus dem Jahre 1858 von *H. James*[24]) 1 Toise = 6·39454378 englische Fuss.

Diese beiden von einander unabhängig angestellten Berechnungen der hervorragenden Astronomen *Bessel* und *Airy* besitzen eine auffallend nahe Uebereinstimmung; man nahm daher allgemein die Bessel'schen Angaben als die genauesten Dimensionen für die Grundform des Erdellipsoids[24]).

Ausser diesen eben angegebenen Hauptresultaten hatten diese Gradmessungsarbeiten sehr erhebliche theoretische Folgen, durch Erweiterung der mathematischen, physikalischen und astronomischen Disciplinen und sehr nützliche praktische Folgen durch hohe Vervollkommnungen im Bau der Instrumente.

Hiemit ist jedoch die Hauptfrage nach der Figur und Grösse der Erde bei weitem noch nicht abgeschlossen, sondern im Gegentheile nur einem neuen Stadium zugeführt, in welchem zahlreiche Fragen auftauchten, die nur durch fortgesetzte Erdmessungen zu lösen sind.

Es kommen nämlich an vielen Punkten der Erde Abweichungen vor zwischen den geodätischen und astronomischen Breiten und Längen[22]), welche meist nur einige Sekunden, öfter aber, wie jenseits der Alpen und im Kaukasus, sogar 20 bis 54 Sekunden betragen. Man hat lange die Ursache solcher Ablenkungen der Lothlinie in der Anziehung von Bergmassen zu finden geglaubt, die sich in der Nähe eines solchen Punktes über dessen Horizont erheben; allein mit dieser Annahme steht die Thatsache in Widerspruch, dass in Ostindien, gerade da, wo die Anziehung der Bergmassen sich hätte am stärksten zeigen müssen, am Fusse des Himalaya, keine Ablenkung beobachtet wurde. Eine andere Ansicht neigt sich dahin, die Ursache der Ablenkungen nicht über, sondern unter der Oberfläche, in ungleichen Dichtigkeitsverhältnissen (grossen Metalllagern?) zu suchen. Wenn diess sich nachweisen liesse, so könnte möglicher Weise grosser praktischer Nutzen daraus gezogen werden. Die bei Moskau an einer Stelle gemachte Beobachtung, wo eine geognostische Formation plötzlich abbricht, deutet dagegen wieder auf eine Abhängigkeit der Ablenkungen von den geologischen Bildungen hin, wobei man an das Heben der schwedischen Küste und eine damit verbundene partielle Aenderung der Lothlinie denken könnte. Wenn eine solche Abhängigkeit aufgefunden würde, so liesse sich erwarten, dass dadurch viel Licht über die Bildungsgeschichte der Erde verbreitet werden könnte. Wir haben hiemit schon drei Hypothesen, um die Abweichungen von der regelmässigen Erdfigur zu erklären; nämlich die Anziehung grosser Bergmassen, ungleiche Dichtigkeiten im Innern und geognostische Lagerungsverhältnisse.

Ob diese drei Hypothesen neben einander bestehen, ob sie nur einzeln oder auch in Verbindung mit einander vorkommen und sich gegenseitig aufheben können oder nicht, das sind Fragen deren Lösung künftigen Gradmessungen vorbehalten bleibt.

Merkwürdig ist auch die Thatsache, dass einzelne Länder, wie z. B. England und wahrscheinlich auch Italien, eine besondere Abplattung (bei England ist dieselbe grösser als am Continent) besitzen. Es frägt sich da, ob andere ähnlich liegende Länder nicht gleichfalls ihre speziellen Abplattungen haben und wie sich diese zur Abplattung der angrenzenden Meere verhalten.

Hieraus geht hinreichend hervor, was für ein weites Untersuchungsfeld noch vorliegt. Der Gegenstand ist noch lange nicht erschöpft; denn das Ziel der Untersuchungen hat sich sehr erweitert. Die bisherigen Gradmessungen hatten vornehmlich die Bestimmung der allgemeinen Erdfigur im Auge und mussten desshalb Alles vermeiden, was Abweichungen von derselben besorgen liess. Seitdem diese Aufgabe aber innerhalb gewisser Grenzen befriedigend gelöst ist, hat sich die Sache geändert, indem neue Gradmessungen hauptsächlich die Abweichungen zu erforschen haben werden und bei ihrer Anlage Gegenden und Terrainverhältnisse aufsuchen müssen, welchen man früher sorgsam aus dem Wege ging. Man hat in neuerer Zeit für die thatsächliche Oberfläche der Erde, von welcher die des Oceans einen Theil bildet, die Benennung *Geoid* vorgeschlagen; für die ideale Oberfläche dagegen, die sich in Form und Grösse möglichst nahe an das Geoid anschliessen soll, und für welche sich ein einfacher mathematischer Ausdruck aufstellen lässt, die Benennung *Sphäroid* angenommen.

Ueberaus günstige Verhältnisse für Forschungen der eben beschriebenen Art finden sich in Mitteleuropa und zwar auf einer Linie von Palermo nach Christiana.

Diesen Wünschen und Intentionen gab der hochverdiente Geodät *J. J. Baeyer*, k. preussischer General-Lieutenant, in einer klassischen Denkschrift zur Begründung einer neuen, u. zw. mitteleuropäischen Gradmessung 1861 beredten Ausdruck. Er zeigte daselbst, dass Europa nur zwei grosse Breitenmessungen und drei Längenmessungen [25]) besitzt. Die eine liegt im Westen Europas in der Richtung des Meridians von Paris zwischen den Parallelen von Formentera bis Saxaword und ist das vereinte Werk der Franzosen und Engländer; die andere, ein Werk der Russen, liegt im Osten in der Richtung des Meridians von Dorpat; sie beginnt bei Ismael an der Donau und endet bei Fuglenaes. Die Längengradmessungen sind 1. die französich-sardinisch-österreichische, deren Hauptrichtung in den 45. Parallel fällt, in dessen Nähe auch der südliche Endpunkt des russischen Meridianbogens sich befindet; es liegt der Wunsch nahe, diesen Parallelbogen von Padua über Fiume bis an die untere Donau fortzuführen, um so die grossen Meridianbogen von Paris und Dorpat zu verbinden.

Die 2. ist die französisch-bairisch-österreichische, im Parallel von Paris und bei Wien endend. Ihre Fortsetzung nach Osten, wieder bis zum russischen Meridianbogen, würde eine wichtige zweite — mitten durch Europa gehende — Verknüpfung zwischen dem französisch-englischen und dem russischen Meridianbogen herstellen.

Die 3. Längengradmessung ist die von W. Struve vorgeschlagene und im 52. Parallel verlaufende. Sie schneidet den grossen russischen Meridianbogen bei der astronomischen Station

Belin und den englischen zwischen Greenwich und Cambridge und endet bei Valentia an der Westküste Irlands. Ein Vergleich dieser eben angeführten Messungen zeigt leicht die Lücke auf, wo noch eine Breitenmessung fehlt; d. i. die Verbindung, die durch die Mitte von Europa (im Berliner Meridian) von Christiana bis Palermo sich erstreckt, die norddeutschen Ebenen und die Alpen durchschneidet und mehr als 30 Sternwarten berührt.

Diese vom General-Lieutenant Baeyer in's Leben gerufene grossartige Idee einer neuen nunmehr europäischen Gradmessung, welche Alles, was auf diesem Gebiete bisher in Europa Vorzügliches geleistet wurde, zusammenzufassen und in ein grosses Ganze zu vereinen bestrebt ist, fand allerwärts Theilnahme und Würdigung und die bezüglichen hochwichtigen und genial organisirten Arbeiten, welche sich besonders das Studium der Abweichungen von der Grundform der Erdoberfläche zum Ziele setzen, sind im besten, reichste wissenschaftliche Ausbeute versprechendem, Gange[26]). —

Werfen wir zum Schlusse zur Erleichterung der Auffassung und Orientirung einen summarischen Rückblick auf die historische Entwicklung der Gradmessungen, so zeigt sich, dass diese Entwicklung drei Epochen oder Perioden umfasst. Die erste Periode reicht etwa vom 3. Jahrhundert v. Chr. bis zum Schlusse des 17. Jahrhunderts (d. i. von 220 v. Chr. bis 1680) und charakterisirt sich dadurch, dass die Gradmessungen derselben die Kugelgestalt der Erde zur Voraussetzung hatten. In diesen Zeitraum, in welchem vier hervorhebenswerthe Messungen fallen, zweifelte Niemand an der Kugelform der Erde, wesshalb vornehmlich nur deren Grösse zu suchen war. Der erste wissenschaftliche Versuch, beim Beginne dieser Periode, rührt von Eratosthenes und gibt bereits wichtige Gesichtspunkte für derartige Unternehmungen an. Der zweite fällt in den Anfang des 9. Jahrhunderts und geschah im Auftrage des Kalifen Mamun; derselbe überliefert uns den thatsächlichen Beweis, dass die Vorstellung von der Kugelgestalt der Erde bei den Arabern nicht in Verlust gerathen war, wie im Abendlande während des Verfalls des Römerreiches und der Völkerwanderung. Die dritte Gradmessung lenkte in eine neue Bahn und wurde von *Snellius* 1615 vollzogen; sie brachte die ganz neuen, für alle Zukunft wichtigen Grundprincipien der Trian gulation. Die vierte Gradmessung führte zu manchen Verbesserungen in der Methode und insbesonders aber in den Instrumenten und wurde 1669—1670 durch *Picard* ausgeführt. An sie schliessen sich die ewig denkwürdigen theoretischen Untersuchungen Newton's, welcher die bis dahin angenommene Kugelform der Erde leugnete und die Nothwendigkeit einer Abplattung an den Polen nachwies.

Nun beginnt die zweite Periode der Gradmessungen, in welcher die Untersuchungen über die wahre Form oder Figur der Erde in den Vordergrund treten; sie beginnt etwa mit dem 18. Jahrhundert und endet mit 1862. Unter den ihr angehörigen Messungen sind zu nennen vorerst die in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts von Frankreich ausgerüsteten berühmten Expeditionen nach Peru und Lappland, in deren Folge die Newton'sche Theorie einen glänzenden Triumpf feierte. In der zweiten Hälfte desselben Jahrhunderts ist die grosse sogenannte metrische Messung, welche gleichfalls von der Pariser Akademie veranlasst wurde, hervorzuheben. Das Interesse stieg mit dem Erfolg und wurde bald so allgemein, dass sich mit dem 19. Jahrhundert beinahe alle europäischen Staaten an der Lösung dieser hohen Aufgabe betheiligten. Von allen Staaten haben Russland und England die grossartigsten Leistungen in dieser Richtung aufzuweisen.

Alle diese gewaltigen Kräfte und Mittel waren hauptsächlich auf die Erforschung der *allgemeinen Figur und Grösse* der Erde gerichtet und nach fast zweihundertjährigen ununterbrochenen Anstrengungen ist es denn endlich gelungen, eine ziemlich genügende Lösung der Aufgabe herbeizuführen, indem die Untersuchungen von Bessel, Airy, etc. die Dimensionen der Erde mit grosser Uebereinstimmung ergeben haben. Die durch die neueren Gradmessungen neu angeregten Fragen betreffen besonders die merkwürdigen Abweichungen in der Krümmung der Erdoberfläche, welche an einzelnen Stellen beobachtet wurden, und die Erforschung der diesen partiellen Anomalien zu Grunde liegenden Ursachen. Es handelt sich nicht blos um die specielle Krümmung, sondern auch um die Beschaffenheit der Erdschichten an diesen Stellen, wesshalb diese Forschungen viel tiefer in das Gebiet der Naturwissenschaften eingreifen werden, als die bisherigen Gradmessungen.

Der Westen und Osten Europa's hat mit bewunderungswürdiger Ausdauer und Energie seinen Theil zur Lösung der allgemeinen Aufgabe beigetragen. Die weitere Aufgabe fällt der gegenwärtigen europäischen Gradmessung zu; dieselbe ist eine zweifache, nämlich erstens, diejenige ideale Gestalt verschärft zu bestimmen, welche sich der thatsächlichen, dem Geoid am besten anschliesst, und zweitens die Abweichungen des letzteren in Bezug auf die ideale Gestalt (d. i. das Sphäroid) eingehend zu untersuchen. Hiemit ist die dritte Periode der Gradmessungen zugleich gekennzeichnet und eingeleitet [27]).

Selbst aus dieser kurzen Darstellung dürfte evident hervorleuchten, dass die Gradmessungen zu den denkwürdigsten Ereignissen in der Bildungsgeschichte der Menschheit gehören. Es gibt kein wissenschaftliches Problem, zu dessen Lösung aufgeklärte Fürsten und Regierungen so viele Mittel aufgeboten, und an dem sich die geistigen Kräfte aller Cultur-Nationen mehr versucht hätten, als an diesem; es gibt aber auch keines, welches die günstigen Erfolge vereinter Thätigkeit besser zu Tage gelegt und der Nachahmung empfehlenswerther gemacht hätte. Die Geschichte der Gradmessungen bietet uns so gleichsam als ersten Akt der neueren Entwicklung der Associationen, das schönste und grossartigste Beispiel gemeinsamer Anstrengung und auf ein Ziel gerichteter Kräfte dar, dem die heutige Messkunde ihre Entstehung, die praktische Astronomie und die Nautik ihre hohe Vervollkommnung und alle Wissenschaften, welche mit Messungen und Beobachtungen zusammenhängen, mehr oder weniger viel verdanken.

Ebenso wie die früheren Gradmessungen wird die gegenwärtige europäische Gradmessung durch ihre hohen und weittragenden Ziele der Menschheit bedeutende geistige, in Zukunft gewiss auch materielle, Erfolge bringen, und — wie sich schon jetzt bestimmt aussprechen lässt — stets *ein ruhmreiches Denkmal* des 19. Jahrhunderts bilden.

Anmerkungen.

[1]) Siehe Reichsgesetzblatt für die im Reichsrathe vertretenen Königreiche und Länder. Jahrgang 1872. VI. Stück: Gesetz vom 23. Juli 1871, womit eine neue „Mass- und Gewichtsordnung" festgestellt wird. Dieselbe bildet einen im Ganzen wohlgelungenen Auszug aus dem metrischen Systeme. — Das analoge Gesetz für den norddeutschen Bund, datirt vom 17. August 1868 (Bundesgesetzblatt von 1868, Nr. 28) und hat seit 1872 im ganzen deutschen Reiche Giltigkeit. — Nach Artikel II unseres Gesetzes gilt als *Urmass* derjenige Glasstab, welcher sich im Besitze der k. k. Regierung befindet und in der Axe seiner sphärischen Enden gemessen, bei der Temperatur des schmelzenden Eises gleich 999·99764 Millimeter des in dem französischen Staatsarchive zu Paris deponirten „Metre prototype" befunden worden ist. Als *Urgewicht* gilt das im Besitze der k. k. Regierung befindliche Kilogramm aus Bergkrystall, welches im luftleeren Raume gleich 999997·8 Milligramm des im französischen Staatsarchive aufbewahrten „Kilogramme prototype" befunden worden ist. Ferner ist nach Artikel IV:

1 Meter = 3·1637496 Wiener Fuss; 1 Wiener Fuss = 0·316081 Meter
1 Kilo = 1·785523 „ Pfund; 1 „ Pfund = 0·560060 Kilo.

[2]) Ein Hauptnachschlagewerk über die Lehre vom „Mass und Messen" bildet der 1. Band der höchst werthvollen „Allgemeinen Encyclopädie der Physik" von Brix, Grashof, Helmholtz, G. Karsten, H. Karsten, Lamont, Steinheil, etc.; herausgegeben von **Gustav Karsten.** Leipzig 1869. Verlag von Leopold Voss. I. Band. Einleitung in die Physik von G. Karsten, Harms und G. Weyer. Artikel „Mass und Messen" von G. Karsten. S. 414—648. Daselbst findet man die genialen Forschungen von *A. Böckh* (s. auch dessen „Metrologische Untersuchungen über Gewichte, Münzfusse und Masse des Alterthums". Berlin 1838, sowie Hultsch: „Griechische und römische Metrologie" Berlin 1862) eingehend interpretirt; ausserdem befinden sich daselbst sehr zweckmässige Tabellen über Massvergleichungen, ferner interessante historische Bemerkungen und vollständige Literaturangaben; — einen sehr gelungenen Auszug hievon bildet die Broschüre Karsten's: „Mass und Gewicht in alten und neuen Systemen." Berlin 1871. Ferner sind noch gegenwärtig sehr lesenswert und instructiv:

a) „Ueber Mass und Messen oder Darstellung der bei Zeit-, Raum- und Gewichtsbestimmungen üblichen Masse, Messinstrumente und Messmethoden nebst Reductionstafeln" von Dr. H. W. Dove. 2. Auflage. Berlin 1835.

b) „Populäre Vorlesungen über wissenschaftliche Gegenstände" von *F. W. Bessel*. Nach dem Tode des Verfassers herausgegeben von *H.. C. Schumacher*. Hamburg 1848. (8. Vorlesung: „Ueber Mass und Gewicht im Allgemeinen, und das preussische Längenmass im Besonderen". S. 269—326).

c) Drei Aufsätze enthaltend: „Vorschläge zur Reform der deutschen Masssysteme" bezüglich von Oberbaurath Professor H. Scheffler, Prof. J. Dienger und Prof. Gerling und zwar im Archiv für Mathematik und Physik von *J. A. Grunert*. XII. Theil. Greifswald 1849. S. 1—60.

d) „Zur Frage über das deutsche Mass" von *G. Hagen*, Oberbaurath und Akademiker zu Berlin. Verlag von Ernst & Korn. Berlin 1861.

e) „Die deutsche Mass- und Gewichtsfrage". Anonymer Aufsatz in der „deutschen Vierteljahresschrift" 3. Heft. I. Abtheilung. S. 1—56. Stuttgart. Cotta 1861. (Dieser Aufsatz ist als eine Art Bericht über die bezüglichen Arbeiten einer 1860 in Frankfurt a. M. niedergesetzten Commission anzusehen.)

f) Zwei Aufsätze des grossen deutschen Physikers *Wilhelm Weber*. Der eine erschien anonym in den Göttinger „Gelehrten Anzeigen vom Jahre 1861." Stück 31 vom 31. Juli. (S. 1201—1213) und ist eine Kritik des unter Note *e* angeführten Aufsatzes. Der zweite Aufsatz erschien wieder anonym, unter dem Titel: „Ueber einheitliche Masssysteme", in der „Tübinger Zeitschrift für gesammte Staatswissenschaft." Jahrgang 1861. (S. 125—142.)

Es sei noch bemerkt, dass beide Aufsätze vom Leipziger Professor *J. C. F. Zöllner* in sein neuestes classisches Werk „Principien einer elektrodynamischen Theorie der Materie." I. Band. 1. Buch. Abhandlungen zur atomistischen Theorie der Elektrodynamik von Wilhelm Weber. Leipzig. Verlag von W. Engelmann. 1876. S. 369—390 aufgenommen wurden.

g) „Die internationale Mass-, Gewichts- und Münz-Einigung durch das metrische System" von Prof. *C. Bopp*. Stuttgart. Verlag von J. Maier. 1869.

h) „Jahrbuch der Erfindungen". Von Dr. Hirzel und Dr. Gretschel. IX. Jahrgang. Leipzig 1873. (S. 189—197. Art. „Masse und Gewichte.")

[3]) Mittelst dieser Bezeichnung lassen sich die **Massgrössen** unserer Mass- und Gewichtsordnung folgendermassen übersichtlich gruppiren:

A) Längenmasse: *Mm, Km*, m, *dm, cm, mm*.

B) Flächenmasse: Die Quadrate der Längenmasse und *Ha*, a.

C) Körpermasse: Die Würfel der Längenmasse und *Hl, l, dl, cl*.

D) Gewichte: *T*, Kg, *Dg, g, dg, cg, mg*.

Hiebei ist M = Myria = 10000; T = Tonne = 1000 Kg.

[4]) Könnte über die Nothwendigkeit von einerlei Mass und Gewicht und die damit verbundenen wohlthätigen Folgen noch ein Zweifel bestehen, so würde die Aufzählung der bisherigen unglaublich vielen verschiedenen Masse und Gewichte oder ein Blick in die einschlägigen Werke von Littrow, No-

back etc., diese Zweifel gründlich beheben. So hatten wir bis zur Einführung des Metermasses in Deutschland nicht weniger als *dreissig* verschiedene Fussmasse, von welchen das grösste um ein Drittel länger als das kleinste war; so gab es ebenso viele Ellen, von welchen die kürzeste zwei Drittel der längsten betrug, u. s. w. Mit Ausnahme von Kärnten und Tirol gab es fast in allen Theilen der österreichischen Monarchie neben den gesetzlichen Wiener Massen und Gewichten noch sehr viele verschiedene Landes- und Localmasse. So in Böhmen fünferlei, in Mähren viererlei Längenmasse; im Küstenlande bestanden achtzehn verschiedene Ellenmasse. Trockenmasse gab es in Böhmen zehn, in Mähren vier, in Steiermark dreizehn, u. s. w. — Eine **grosse Einfachheit** kommt nunmehr in die Berechnungen, welche durchwegs nach den Principien der „Decimalbruchrechnung" zu vollziehen sind. — Angesichts dieser eingehend berührten *Vorzüge* des metrischen Systems verschwinden die allenthalb angeführten Schattenpunkte desselben total; letztere sind: 1. es ist kein Naturmass; 2. es ist unbequem in den Masseinheiten, welche von den herkömmlichen, also eingewöhnten, ziemlich stark abweichen; 3. es erfordert bei der Neueinführung eine kaum nach Geldeswerth zu veranschlagende Arbeit, um alle Verhältnisse, welche mit Mass und Gewicht verknüpft sind, zu lösen und neu zu regeln; 4. es erfordert auch directe ansehnliche Geldopfer.

[5]) Internationale Meter-Conferenz. — Das Verdienst auf die traurige Anarchie im wissenschaftlichen Mass- und Gewichtswesen aufmerksam gemacht und auf deren definitive Abhilfe gedrungen zu haben, gebührt den Mitgliedern der europäischen „Gradmessungs-Conferenz." — Bei der Erörterung der Frage, welches Mass wohl am zweckmässigsten als geodätische Masseinheit zu wählen sei, sprach sich die zweite, 1867 zu Berlin tagende, Gradmessungs-Conferenz für das Meter aus. Um aber für alle Zukunft und alle Länder Europa's eine gemeinsame Masseinheit so genau und unveränderlich als möglich zu definiren, erschien die Herstellung eines neuen „europäischen Normalmeters" wünschenswert, dessen Länge von jener des französischen „Métre des archives" so wenig als nur möglich abweichen und auf das Genaueste mit demselben verglichen werden sollte. Bei Herstellung des neuen Urmeters sollte auf die leichte Ausführbarkeit der nothwendigen Vergleichungen besondere Rücksicht genommen werden. Die Anfertigung jedoch, sowie die Herstellung und Vergleichung der für die verschiedenen Länder bestimmten Copien sollte einer besonderen internationalen Commission anvertraut werden, bei welcher die verschiedenen Regierungen zu vertreten wären. In Folge der Schritte, welche auf Grund der oben erwähnten Berliner Conferenzbeschlüsse eingeleitet wurden, trat im August 1870 eine internationale Conferenz in Paris zusammen, an der Vertreter von Oesterreich, Spanien, England, Russland, Nord- und Südamerika, etc. (mit Ausnahme von Deutschland, Belgien, Niederlanden und Dänemark) theilnahmen. Man einigte sich bezüglich der „massgebenden Principien" und überliess, wegen Abwesenheit der Deutschen, endgiltige Beschlüsse der nächsten Zusammenkunft. Die französischen Mitglieder wollten sich anfangs nur auf die Herstellung eines Strichmeterprototyp's

als Copie des Métre des archives herbeilassen, während die übrigen Mitglieder universelle Ziele anstrebten und den von O. Struve formulirten Antrag annahmen. „Derselbe geht dahin, alle Massregeln zu treffen, um dem metrischen Mass- und Gewichtssysteme einen entschiedenen internationalen Charakter zu verleihen und die neuen metrischen Prototype nach den modernen Forderungen der Wissenschaft herzustellen.“ Die franz. Regierung schloss sich diesen weiterzielenden Anträgen an und bannte dadurch das Misstrauen und den Widerstand der conservativen französischen Mitglieder, welche sich die längste Zeit von der Meinung leiten liessen, dass die Auswärtigen mittelst einer neuen Gradmessung ein verbessertes Meter aufzusuchen beabsichtigen; man wählte ein eigenes Comité zur Vorbereitung der Untersuchungen für die nächste Versammlung. Durch den deutsch-französischen Krieg erlitt die ganze Frage eine Unterbrechung und kam erst wieder in Gang durch Intervention der 3. allgemeinen Conferenz der europäischen Gradmessung, welche 1871 in Wien stattfand. Das oben erwähnte internationale Comité trat im April 1872 behufs der Vorbereitungen zusammen und die französische Regierung berief die internationale Meterconferenz im September 1872 nach Paris. Den Vorsitz führte der ehrwürdige Mathieu. Da die im Conservatoire des Arts et Métiers aufbewahrten Meter- und Kilogramm-Prototypen, bezüglich ihrer Constanz, zu wünschen übrig liessen, so einigte man sich dahin, neue Prototypen zu construiren und zwar nach den Vorschlägen des geistvollen Chemikers St. Claire Deville aus einer Legirung von 90 Gewichtstheilen Platin und 10 Gewichtstheilen Iridium. Aus diesem mittelst Guss erzeugten Metalle sollen die Normal-Strichmeter verfertigt werden; hievon bleibt ein Massstab in Paris und die übrigen werden den verschiedenen Regierungen zugesendet. Auch Endmasse sollen angefertigt werden. (Ein solches Platin-Meter kommt circa auf 3000 Francs). Die Form des neuen Normal-Meters ist, nach Tresca's Vorschlag, im Querschnitte beiläufig die eines lateinischen X (mit einem Mittelstücke an der Kreuzungsstelle). Die obere Fläche des Mittelstückes ist die, blossgelegte, neutrale Schichte und auf ihr wird die Theilung aufgetragen. Die Endmasse sollen dasselbe Profil erhalten und an den Enden sphärisch abgerundet werden. — Das Urkilogramm soll mit dem im Pariser Conservatoire des Arts et Métiers an Form und Grösse möglichst übereinstimmen (d. h. die Gestalt eines gleichseitigen Cylinders besitzen). Von grosser Bedeutung sind noch die Apparate (Comparatoren, etc.) und Methoden zur scharfen Vergleichung der alten und neuen Masse, wesshalb die Mitglieder der Meter-Conferenz auch in dieser Richtung auf Grundlage eingehender Versuche geeignete Beschlüsse formulirten. (Gerade in dieser Hinsicht waren die bisher in Paris üblichen Apparate und Methoden sehr mangelhaft und keineswegs auf der Höhe der Zeit befindlich). Endlich ist noch zu bemerken, dass die Prototype des Meters und Kilogramms behufs Aufbewahrung und Verwendung zum Copiren (trotzdem sich französische Mitglieder dagegen stemmten) einer ständigen *internationalen* Commission — mit dem Sitze in Paris — übergeben wurden. Hiedurch ist die Aufgabe der internationalen Metercommission glücklich gelöst.

[6]) *Zur Literatur* über Gradmessungen.

A) Allgemein Orientirendes:

1. „Geschichte und System der Breitengradmessungen." Von Dr. L. Posch. Freysing 1860. Druck und Verlag von Franz Datterer.

2. „Ueber die Grösse und Figur der Erde." Eine Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung. Von J. J. Baeyer. Berlin 1861. Verlag von Georg Reimer.

3. „Die Bedeutung moderner Gradmessungen". Akademie-Vortrag von Prof. Dr. C. M. Bauernfeind. München 1866.

4. „Die europäische Gradmessung in ihrer Beziehung zu den früheren Gradmessungen." Von Prof. W. R. Tinter. (Aufsatz in der allgemeinen Bauzeitung von Förster. 35. Jahrgang. S. 151—173 und S. 195—209.)

5. „Ueber die Methoden und Ziele der europäischen Gradmessung." Vortrag von Prof. W. Jordan. Carlsruhe 1873.

6. „Ueber unsere jetzige Kenntniss der Gestalt und Grösse der Erde." Von Prof. J. B. Listing. In den Nachrichten der k. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Nr. 3 von 1873 (S. 33—99).

7. „Entwicklungsgang der Gradmessungsarbeiten." Von Prof. M. Sadebeck. Berlin 1876. (Bildet das 258. Heft der bekannten Sammlung von Vorträgen von Virchow und Holtzendorf).

8. „Kosmos von Alex. von Humboldt." Band I. S. 171—179; Bd. IV. S. 19—33.

9. „Populäre Vorlesungen über wissenschaftliche Gegenstände". Von *F. W. Bessel.* (2. Vorlesung: „Ueber das, was uns die Astronomie von der Gestalt und dem Innern der Erde lehrt". S. 34—68).

B) Fachschriften:

10. „Astronomie" von J. G. F. Bohnenberger. Tübingen 1811.

11. „Lehrbuch der mathematischen und physischen Geographie." Von Dr. Ed. Schmid. Göttingen 1828. (2 Bände).

12. „Lehrbuch der höheren Geodäsie." Von Prof. Ph. Fischer. Giessen 1845—1846.

13. „Das Messen auf der sphäroidischen Erdoberfläche." Von J. J. Baeyer. Berlin 1862. Verlag von G. Reimer.

14. „Untersuchungen über die Gestalt und Grösse der Erde." Von Ph. Fischer. Darmstadt 1868.

15. „Handbuch für Mathematik, Astronomie, etc." Von Prof. R. Wolf. Zürich 1871. Schulthess. (Bd. II. S. 125—147).

16. „Gradmessung in Ostpreussen." Von F. W. Bessel und J. Baeyer. 1838.

17. *Gauss's* gesammelte Werke Bd. IV und *Bessel's* gesammelte Abhandlungen Bd. III.

[7]) Die culturhistorische Bedeutung der Gradmessungen, sowie der Fortschritte der Geographie, Astronomie, etc. beleuchtet sehr geistreich und anziehend John William Draper (Prof. an der Universität New-York)

in seinem vortrefflichen Werke: „Geschichte der Conflicte zwischen Religion und Wissenschaft." Leipzig 1875. (Vergleiche bes. Cap. VI. S. 154—185).

[8]) Die im Alterthume angewendeten Instrumente zur Bestimmung von Sonnen- oder Sternhöhen waren: der Gnomon; die Scaphe; der Jakobsstab und das (dem Hipparch zugeschriebene) Astrolabium. — Der *Gnomon* (Schattenmesser), der sicher schon den Chaldäern und alten Egyptern bekannt war, soll in Griechenland zuerst von Anaximander gebraucht worden sein. Er besteht aus einem Stifte, welcher auf einer horizontalen Ebene senkrecht steht, auf die er seinen Schatten wirft. Er diente zunächst zur Bestimmung der Sonnenhöhe vermittelst seines Mittagsschattens, wobei noch eine triogonom. Berechnung nothwendig war. Wenn jedoch ein Gnomon die Sonnenhöhe mit einiger Genauigkeit geben soll, so muss er bedeutende Dimensionen haben; desshalb benützte man auch in Egypten die Obelisken zu Gnomonen. Allein mit der grösseren Höhe des schattenwerfenden Körpers wird auch der Schatten der Spitze undeutlicher, was eine andere Fehlerquelle erzeugt, gegen welche man erst später Vorkehrungen traf. Eine andere Verbesserung wurde diesem Instrumente zu Theil durch Aristarchus, durch welche die trigonom. Berechnung eliminirt wurde. Aristarchus vertauschte nämlich die ebene Fläche mit einer „halbkugelförmigen" Schale, innerhalb welcher, in deren Mitte, der Lage und Länge des Radius nach, der Stift (Gnomon) befestiget war. War diese Vorrichtung im Freien und wagrecht aufgestellt, so erzeugte der lothrechte Stift auf der gradnirten innern Fläche der Kugel einen Schattenbogen, welcher die Sonnenhöhe oder den Winkel mass, den die Sonnenstrahlen mit dem Gnomon bildeten. — Weitere Anwendungen fand die Scaphe zu Breitenbestimmungen und als Sonnenuhr. — Die Griechen wussten jedoch den Einfluss des Halbschattens nicht zu berechnen, wesshalb ihre Breitenangaben, da sie nur den vom Nordrande der Sonne hervorgebrachten Schatten beobachteten, stets um 15 Min. d. i. um den halben Durchmesser der scheinbaren Sonnenscheibe zu klein gefunden wurden. — Der Jakobsstab bestand aus zwei in Länge verschiedenen, unter einem rechten Winkel verbundenen Stäben, von denen der kürzere eine Theilung, der längere ein verschiebbares Diopter trug. Der Jakobsstab und das Astrolobium dienten hauptsächlich den Seefahrern zu Höhenmessungen der Gestirne. — Die arabischen Astronomen hatten im 10. Jahrhundert schon Quadranten, von 180 Fuss Radius, auf deren eingetheilten Bogen das Sonnenlicht durch eine im Centrum angebrachte kleine runde Oeffnung fiel.

[9]) Eine **Toise** = 864 Pariser Linien = 1·94903631 Meter. Ein Wiener Fuss = 140·1172834 Pariser Linien = 0·31608064 Meter.

[10]) Muschenbroeck vollendete 1719 die zweite von Snellius begonnene Gradmessung und Rechnung und findet den Meridiangrad = 29514 rheinl. Ruthen oder den Quadranten = 1000400 Meter, also ein richtiges Resultat.

[11]) Die Pariser Akademie wurde 1666 gegründet.

[12]) Im Jahre 1669 geschah Picard's Messung: dieselbe gibt den Meridiangrad = 57060 Toisen; Bessel findet hiefür 57057 Toisen. Nach

Picard's Messung ist der Quadrant = 10009081 Meter. — 1683 bis 1718 Fortsetzung der Picard'schen Messung durch Dominique Cassini südlich bis Collioure und von La Hire nördlich bis Dünkirchen. Endlich Vollendung durch Jaques Cassini und Meraldi. Im Jahre 1720 veröffentlichte Jaques Cassini folgende Resultate, welchen wir die entsprechenden Bessel'schen Werte beisetzen.

1 Meridiangrad:		Mittelbreite:	Nach Bessel:
zwischen Paris und Bourges	= 57098t	47° 57′	57042 Toisen
„ Paris und Amiens	= 57060t	49° 22′	57056 „
„ Paris u. Dünkirchen	= 56960t	49° 56′	57062 „

Aus diesen Zahlen schien eine gegen die Pole zugespitzte Erdform zu folgen.

Im Jahre 1740 fand eine Nachmessung des französischen Meridianbogens durch Cassini de Thury und Lacaille statt.

Aus dieser Messung und den Resultaten der Expeditionen nach Lappland und Peru folgte:

Mittelbreite:	Meridianbogen von 1°:	Nach Bessel:
+ 66° 20′	57438 Toisen	57207 Toisen
+ 45° 0′	57012 „	57013 „
— 1° 31′	56734 „	56728 „

Hiedurch war die Abplattung der Erde an den Polen schlagend nachgewiesen.

13) **J. W. Draper** sagt in dem oben angeführten Werke S. 239: „Das Jahr 1687 begründet eine Epoche nicht nur für die europäische Wissenschaft, sondern auch für die intellectuelle Entwicklung der Menschheit. **Newton**'s „Principien," jenes unvergessliche, unsterbliche Werk, erschien in diesem Jahre. — 1872 erschienen Sir **Isak Newton**'s mathematische Principien der Naturlehre, übersetzt von Prof. Wolfers. Berlin, Oppenheim. — *Weitere Literatur: a)* **H. Hankel**: Artikel „Gravitation" in Ersch und Gruber's Encyclopädie, I. S. 88. Th. S. 313; *b)* **E. Dühring**: Kritische Geschichte der allg. Principien der Mechanik. 2. Aufl. Leipzig 1877. (S. 172 etc.); *c)* **C. Snell**: Newton und die mechanische Naturwissenschaft. Leipzig 1868; *d)* **Mädler**: Reden und Abhandlungen über Gegenstände der Himmelskunde. Berlin 1870. S. 461: „Zur Geschichte des Gravitationsgesetzes;" *e)* **W. Whewell**: Geschichte der inductiven Wissenschaften (übers. von Littrow), II. Theil. S. 131—321; *f)* **F. Arago**'s sämmtliche Werke (herausg. von W. G. Hankel), III. Bd., S. 259—287, enthält eine Biographie von Newton.

14) Wertvolle Aufschlüsse zur Geschichte der Geographie bietet das höchst interessante Werk: „Geschichte der Erdkunde bis auf Alex. von Humboldt und Carl Ritter" von **Oskar Peschel**; der geistvolle Forscher wurde der deutschen Wissenschaft leider nur zu früh entrissen. – (S. 41; S. 121; S 181; S. 343; S. 486; S. 571; etc.)

15) In den Jahren 1801—1803 wiederholten Svanberg und Ofverbom die lappländische Messung von Maupertuis.

[16]) *Bessel* zeigte, dass die Erddimensionen sich aus den Resultaten einer einzigen Gradmessung bestimmen lassen, und zwar aus folgenden *fünf* Beobachtungsgrössen: 1. aus der kürzesten Entfernung zweier Erdorte; 2. aus den Polhöhen dieser zwei Punkte; 3. aus den Azimuthen der kürzesten Linie in diesen zwei Punkten (welche zwei Punkte jedoch **nicht** in einem Meridiane liegen dürfen). Dieser Gedanke wurde zwar zuerst von dem grossen deutschen Astronomen Tobias Mayer ausgesprochen, allein *Bessel* gebührt das Verdienst, selbstständig denselben Gedanken gefasst zu haben und, dessen Ausführbarkeit durch seine Gradmessung in Ostpreussen bewiesen zu haben.

Eine vollständig durchgeführte Gradmessung bedingt folgende Operationen: *a*) Messung einer Basis; *b*) Anlage eines auf dieselbe gegründeten Dreiecknetzes; *c*) Bestimmung der Breiten und Azimuthe in zwei entfernten Punkten A und B des Netzes; *d*) Sphärische Berechnung der Distanz dieser zwei Punkte aus der Triangulirung. Diese Distanz kann unbedingt gleich der kürzesten Linie genommen werden. *e*) Sphärische Berechnung der Azimuthe der einzelnen Dreieckseiten, woraus sich die Azimuthe der geodätischen Linie AB in A und B unmittelbar herleiten lassen, vorausgesetzt, dass die einzelnen Dreiecksseiten nicht gar zu gross sind; in letzterem Falle sind Reductionen der Azimuthe der vertikalen Schnitte auf die Azimuthe der entsprechenden geodätischen Linien anzubringen; *f*) Bestimmung der Excentricität und der grossen Axe nach den Bessel'schen Formeln. — Ist noch die Längendifferenz beider Orte ermittelt, so ist dadurch noch eine weitere überschüssige Gleichung gegeben. —

Will man nun möglichst viele Messungen zur Ermittlung der Erddimensionen combiniren, so hat man ein Polygon zu bilden dessen Ecken astronomisch bestimmte Punkte und dessen Seiten geodätische Linien sind. Da jede Seite des Polygons in Verbindung mit den in ihren Endpunkten vollzogenen astronomischen Bestimmungen zur Lösung der Aufgabe hinreicht, so hat man durch Ausgleichung diejenigen Werte zu bestimmen, welche sich allen Beobachtungen möglichst anschmiegen, d. h man hat das geodätische Netz einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate zu unterwerfen, ähnlich wie ein trigonometrisches Netz. — Dieses ist der Gedanke, welchen Bessel bei der Gradmessung in Ostpreussen, die drei astronomisch und geodätisch verbundene Punkte enthält, zur Ausführung brachte und welchen 1861 Bessel's Freund und Mitarbeiter J. J. Baeyer in seiner berühmten Denkschrift eingehend darlegte.

[17]) Bezüglich der Ableitung dieser Formel, s. Dr. J. Ph. Herr's Lehrbuch der höheren Mathematik (1874) II. Bd S. 180; oder Dr. Schlömilch's Analysis (1861) I. Bd. S. 99.

[18]) Die ersten Pendelbeobachtungen, die man zur Bestimmung der Figur der Erde benützte, wurden von Bouguer bei Gelegenheit der Peruanischen Gradmessung angestellt. Laplace beschäftigte sich auch mit der Theorie des Pendels (in der Mechanik des Himmels) und bestimmte aus 15 unter sehr verschiedenen Breiten, vom Aequator bis zum Polarkreis, beobachteten Pendellängen die wahrscheinlichste aus diesen Messungen resultirende Ellipse

und deren Abplattung $= \alpha = \frac{1}{335 \cdot 78}$. Hierauf folgten 1807 Biot, Arago, Chaix, Mathieu u. Bouvard und bestimmten die Pendellängen an den sechs Hauptstationen der französischen Gradmessung. Mathieu behandelte dieselben nach der Methode der kleinsten Quadrate und fand $\alpha =$ Abplattung $= \frac{1}{298 \cdot 2}$. Später dehnte Biot diese Messungen, welche bis 1817 währten, auf Fort Leith und die Insel Unst in England aus, und fand aus der südlichen Beobachtung auf Formentera und der auf Unst (die 21° 4′ Breitendifferenz haben) die Abplattung $\alpha = \frac{1}{301}$.

Diese Leistungen der Franzosen regten die Engländer zu analogen Arbeiten an. Kater bestimmte um 1816 die Sekundenpendellänge von London und die Pendellänge an sieben Stationen der grossen englischen Meridian-Messung; sein Mittelwert von $\alpha = \frac{1}{334}$.

Weitere Beobachtungen machten Sabine, Freycinet und Lütke. Indem **Sabine** zu seinen eigenen zahlreichen und sorgfältigen Beobachtungen (welche er am Aequator, an den Küsten von Norwegen, Grönland, Spitzbergen, etc. machte) noch die der französischen Gelehrten zw. Formentera und Dünkirchen, so wie die Kater's zu Dunnose und Unst beizog, und diese fünfundzwanzig Beobachtungen nach der Methode der kl. Quadrate behandelte, fand er die Abplattung $\alpha = \frac{1}{288 \cdot 9}$.

Für die Länge l des Sekundenpendels in der Breite φ, wenn L diese Länge unter 45° Breite bedeutet, fand man:

$$l = L. (1 - 0 \cdot 00266 \cos 2\varphi).$$

Für Berlin fand *Bessel* und zw. im Niveau des Meeres:

$$l = 440 \cdot 739 \text{ Pariser Linien}; \ (\varphi = 52^0\ 30'\ 16 \cdot 0'').$$

Durch die bisherigen Bemühungen ist α zwischen den Grenzen $\frac{1}{289}$ und $\frac{1}{299}$ eingeschlossen. —

[19]) Siehe „Grundriss der allgemeinen mechanischen Physik“ von Prof. A. von Waltenhofen. Leipzig 1875. S. 57–77; ferner: „Lehrbuch der Exp.-Physik.“ Von Dr. A. Wüllner. 3. Aufl. Leipzig 1874. (S. 140).

[20]) Die sogenannte Methode der kleinsten Quadrate ist eine Schöpfung von C. F. Gauss; sie lehrt, wenn wiederholte Messungen einer Grösse verschiedene von einander abweichende Resultate ergeben haben, den wahrscheinlichsten Wert derselben finden. Hat man z. B. eine Linie zehnmal gemessen und zehn verschiedene Werte gefunden, so nimmt man von jeher als wahrscheinlichste Länge dieser Linie das arithmetische Mittel, d. i. den zehnten Theil der Summe aller einzelnen Messungswerte. Die Differenzen dieser letzteren vom Mittelwerte nimmt man als die Fehler der einzelnen Messungea an, weil man den Mittelwert als den wahren Wert ansehen muss, wenngleich er nur der wahrscheinlichste Wert ist. Bildet man nun von diesen die Quadrate und addirt dieselben, so ist diese Summe stets kleiner, als wenn man statt des arithmetischen Mittels irgend einen anderen Wert, als den wahren erklären und die Summe der Fehlerquadrate bilden

würde. Diese Methode der kleinsten Quadrate ist auch dann anzuwenden, wenn durch Messungen oder Beobachtungen mehrere unbekannte Grössen zu bestimmen sind und die Messungen mehr Gleichungen ergeben, als zu dieser Bestimmung nöthig sind. Man ist sonach auf diese Art im Stande, nach festen Grundsätzen zu rechnen und die wahrscheinlichsten Werte der gesuchten Grössen, so wie deren Fehler (sammt den entsprechenden Fehlergrenzen) zu ermitteln. — Diese Methode wird daher überall anzuwenden sein, wo die wahrscheinlichsten Werte beobachteter Grössen bestimmt werden sollen.

[21]) Aus den Resultaten zweier Längengradmessungen kann man auch die Abplattung α und die Axen $2a$ und $2b$ der Meridianellipse ermitteln. Denkt man sich nämlich in der vorletzten Figur durch den Beobachtungsort M unter der Polhöhe φ, einen Parallelkreis gelegt und die Länge zwischen den beiden Orten A und B auf demselben gleich l gesetzt, sowie den hiezu gehörigen Längenunterschied für den Radius 1 mit w bezeichnet, so ergibt sich zwischen den Grössen l, b, φ, α und w die Gleichung:

$$l = b.\ w.\ \cos\varphi\ (1 + \alpha + \alpha.\ \sin^2\varphi)$$

Werden nun in einem zweiten, unter der Polhöhe φ_1 liegenden Parallelkreis zwischen zwei Orten desselben die analogen Grössen l' und w' durch Messung bestimmt, so ergibt sich die Relation:

$$l' = b.\ w'.\ \cos\varphi'\ (1 + \alpha + \alpha\ \sin^2\varphi_1)$$

Die Auflösung dieses Gleichungssystems liefert die Werthe von α und b und hieraus jenen von a. — Es ist von Interesse, hier noch die von **W. Bessel** angegebene Formel zur Bestimmung der Länge l eines Meridiangrades, sowie jene für die Länge l' eines Parallelgrades (beide unter der mittleren Polhöhe φ gedacht) anzusetzen. Es ist:

$$l = 57013{\cdot}109 - 286{\cdot}337\ \cos 2\varphi + 0{\cdot}611\ \cos 4\varphi + 0{\cdot}001\ \cos 6\varphi \text{ Toisen.}$$
$$l' = 57156{\cdot}285\ \cos\varphi - 47{\cdot}825\ \cos 3\varphi + 0{\cdot}060\ \cos 5\varphi \text{ Toisen.}$$

Name des Landes	Mittlere Polhöhe	G = Gemess., B = Berechn. Länge des Meridiangrades in Toisen		Differenz G—B	Beobachter
		G	B		
Schweden	66° 20′ 12·0″	57209·0	57207·1	+ 1·9	Svanberg
Russland (Belin-Hochland)	56° 3′ 55·5″	57127·9	57120·5	+ 7·4	Struve, Tenner
Preussen	54° 58′ 26·0″	57135·0	57110·3	+ 24·7	Bessel, Baeyer
Dänemark	54° 8′ 17·5″	57093·1	57102·4	— 9·3	Schumacher
Hannover	52° 32′ 17·0″	57126·2	57087·1	+ 39·1	Gauss
England (Dunnose-Clifton)	52° 2′ 19·4″	57069·8	57082·2	— 12·4	Roy, Mudge, Kater
Frankreich	44° 51′ 2·5″	57012·5	57011·1	+ 1·4	Delambre, Mechain, Biot, Arago
Ostindien (Punae-Kalliaupoor)	16° 8′ 21·5″	56771·5	56770·8	+ 0·7	Lambton, Everest
Ostindien (Trivandep-Paudre)	12° 32′ 20·3″	56759·6	56753·4	+ 6·2	Lambton
Peru (südl. Breite)	1° 31′ 0·3″	56731·7	56726·6	+ 5·1	Bouguer, Condamine
Nordamerika	39° 12′ 0·0″	56889·0	56955·0	— 66·0	Mason, Dixon
Cap d. guten Hoffnung (s. Br.)	32° 2′ 42·0″	56905·2	56887·6	+ 17·6	Maclear

(Es verdient noch bemerkt zu werden, dass in Deutschland zuerst General von Müffling aus dem vorhandenen Messungsmateriale die Grösse eines Parallelgrades ermittelte, indem er ein grosses Dreieck zwischen Seeberg, Mannheim und Dünkirchen formirte und hieraus die Gradlänge und Abplattung berechnete.)

[22]) Die Lothablenkung im Meridian lässt sich wie folgt nachweisen. — Man kann aus jedem Dreiecksnetze die Länge des elliptischen Meridianbogens rechnen, welcher den Abstand der Parallelkreise zweier Netzpunkte A und B bestimmt. Aus der gegebenen geographischen Breite von A lässt sich ferner die Breite von B berechnen. Aus der Rechnung resultirt nämlich die Richtung der Normale in B und zwar ausgedrückt durch den Winkel β der Normale in B mit der grossen Meridianaxe. $\sphericalangle \beta$ ist nun die geodätische Breite von B; die astronomische Breite von B ergibt sich durch unmittelbare Messung der Polhöhe in B. Die Polhöhe in B ist nun einerlei mit der astronomischen Breite oder dem Winkel β', den die Richtung der Schwere mit der Hauptaxe der Meridian-Ellipse bildet. Ist nun $\sphericalangle \beta = \beta'$, so fällt die Normale mit der Schwerrichtung in eine Gerade, d. h. an dieser Stelle deckt sich die sphäroidische und geoidische Oberfläche oder dieselben sind mindestens parallel. Sind diese $\sphericalangle$ verschieden, so drückt $\beta - \beta'$ den Unterschied der geodätischen und astronomischen Breite aus und heisst die Lothabweichung des Punktes B im Meridian. Die Lothstörung im Parallel wird analog ermittelt. Es sei nämlich für den Ort A die geographische Breite und Länge direkt gegeben und von A nach dem Punkte C ein Dreiecksnetz gelegt, so kann man hieraus den Bogen des Parallels von A bis zu dem durch C gelegten Meridian, also den Winkel γ der Meridiane von A und C berechnen. $\sphericalangle \gamma =$ der geodätisch bestimmten Länge von C in Bezug auf A. Wird nun die astronomische Länge γ' von C in Bezug auf A durch Beobachtung gemessen und ist $\sphericalangle \gamma = \gamma'$, so findet im Parallel keine Lothablenkung statt. Ist hingegen γ von γ' verschieden, so gibt $\gamma - \gamma'$ die Lothabweichung an. Dieselbe zeigt an, dass in diesem Punkte C die Mittagslinie und der Meridian des Rotations-Ellipsoids nicht in eine Ebene fallen. — Die Lothabweichung kann auch ausser dem Meridian und Parallel vorhanden sein. Man kann diesen Fall stets auf die vorigen reduciren. Man sucht nämlich die Abweichungen im Meridian und Parallel und wird hieraus die Abweichung des Lothes von der Normale des Ellipsoids (in einem der vier Räume) berechnen, die von den Meridian- und Parallelkreisebenen gebildet werden. — Diese Untersuchungen führen also zur Entscheidung über die Congruenz oder Nichtcongruenz der sphäroidischen und geoidischen Oberfläche an den betreffenden Stellen.

[23]) Weitere Zahlenangaben finden sich in:

a) **Bremiker:** Log.-trig. Tafeln mit 6 Stellen. Berlin 1876. (S. 518—542.)

b) **W. Jordan:** Taschenbuch der niederen und höheren Vermessungskunde. Stuttgart 1873. (S. 262 bis 271; S. 279, etc.)

c) **Bauernfeind:** Elemente der Vermessungskunde. 1869. 3. Auflage. (S. 815—819.) II. Band.

[24]) Die Aufgabe, aus den Gradmessungen, die Grösse und Figur der Erde herzuleiten, ist von vielen Forschern versucht worden. Früher wurden

zur Ermittlung der Meridianellipse 2 Gradmessungen benützt. Laplace versuchte mehrere zusammenzufassen, aber es gelang ihm nicht, die sich zeigenden Widersprüche völlig zu eliminiren. Walbeck hat 1819 aus 6 Gradmessungen, welche er nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelte, gefunden:

$$\alpha = \frac{1}{302{\cdot}78};\ Q = \text{Meridianquadrant} = 5130878{\cdot}4^{t}$$

$$\text{und } a = 3271819{\cdot}5^{t};\ b = 3261012{\cdot}8^{t}.$$

E. Schmidt in Göttingen nahm 1829 zu den 6 von Walbeck benützten Messungen noch die Hannover'sche hinzu und fand:

$$\alpha = \frac{1}{297{\cdot}479};\ Q = 5130779{\cdot}0t;\ a = 3271852{\cdot}3^{t};\ b = 3260962{\cdot}9^{t}.$$

James bestimmte 1858 die Elemente der Ellipse, die der englischen Messung am besten entspricht und erhielt $\alpha = \frac{1}{280{\cdot}4}$; $a = 3272634{\cdot}8^{t}$; $b = 3260962{\cdot}9^{t}$. James hat ferner die Figur der Erde unter zwei verschiedenen Annahmen untersucht. 1. Unter der Voraussetzung, dass der Krümmungsradius des Meridians (wenn φ die Polhöhe ist) den allgemeinen Ausdruck habe: $\rho = A + 2\ B.\ cos\ 2\ \varphi + 2\ C.\ cos\ 4\ \varphi$ in welchem die willkürlichen Constanten A, B, C aus den Gradmessungen abzuleiten sind. Von den Werten dieser Constanten hängt es dann ab, ob die Curve eine Ellipse ist oder nicht. Hiebei benützte er 8 Meridianbögen und erhielt:

$$= 3267074{\cdot}2 - 16820{\cdot}1\ cos\ 2\ \varphi + 244{\cdot}3\ cos\ 4\ \varphi \text{ (Toisen); ferner } \alpha = \frac{1}{291{\cdot}86};$$

$$a = 3272664{\cdot}7^{t};\ b = 3261451{\cdot}0^{t}.$$

2. Unter der Voraussetzung einer elliptischen Meridianform bekam er:

$$\rho = 3266973{\cdot}5 - 16681{\cdot}8\ cos\ 2\ \varphi + 35{\cdot}5\ cos\ 4\ \varphi$$

$$\alpha = \frac{1}{294{\cdot}26};\ a = 3272531{\cdot}6^{t};\ b = 3261410{\cdot}2^{t}$$

Die wahrscheinlichen Fehler zeigen sich unter der Voraussetzung einer elliptischen Meridianform am kleinsten, also ist diese die wahrscheinlichste Form. — Jacobi zeigte 1834, dass auch bedingungsweise ein dreiaxiges Ellipsoid in's Gleichgewichtkommen kann. *Clarke* versuchte 1866 die Bestimmung der Dimensionen eines dreiaxigen Ellipsoids aus 6 Gradmessungen nach der M. d. kl. Q. (Auszug hieraus s. Vierteljahresschrift der astronomischen Gesellschaft. 1868. S. 274); doch dasselbe genügt auch nicht allen Messungen. — So wird man sich nun schrittweise durch successive Approximationen dem finalen Sphäroid allmälich nähern.

25) Die ersten Bestimmungen von Längendifferenzen mittelst des Telegraphen vollzogen Walker und Gould in Nordamerika; in Deutschland hingegen W. Peters zwischen Altona und Schwerin. Die grossartigsten derartigen Operationen gingen von W. Struve aus und betreffen die Messungen im 52. Parallel Es wurden daselbst die Längendifferenzen von Greenwich bis Saratow und weiter bis Orsk ermittelt. — Originell war die Elimination der sogenannten persönlichen Gleichung durch Einführung von Referenzstationen. Man wusste nämlich schon lange, dass zwei Beobachter dieselbe Erscheinung nicht gleichzeitig wahrnahmen. Der Unterschied in der Zeitdauer, der zwischen der Sinnesaffection und dem Bewusstwerden derselben verfliesst, ist nicht bei allen Men-

schen derselbe und hierin besteht die (von Bessel eingeführte) persönliche Gleichung. Der hieraus resultirende Fehler kann durch Stationswechsel und Wiederholung der Messung weggebracht werden. — Die neue Methode geht jedoch so vor: Hat man die Längendifferenz der Orte A und B gegen die Station R gefunden, indem in R derselbe Beobachter verblieben ist und ein zweiter vorerst in A und dann in B operirte, so besitzen die Längendifferenzen AR und BR denselben persönlichen Fehler. Hieraus folgt durch Subtraction, dass die Längendifferenz AB von jenem Fehler frei ist. Man nennt hiebei A und B die Haupt- oder Linien- und R die Referenz-Station.

[26]) Organisation der europäischen Gradmessung. — Die Anregung zur europäischen Gradmessung gab bekanntlich 1861 der hochverdiente Geodät *J. J. Baeyer* durch seine Denkschrift und seine besondere Eingabe an die preussische Regierung. In Folge dessen versammelten sich schon im April 1862 die Commissäre von Sachsen und Oesterreich zu vorläufigen Berathungen. Vorerst wurde über die Genauigkeitsansprüche an ältere Triangulirungen verhandelt. Weil der mittlere Fehler einer Polhöhe etwa $\frac{1}{3}$ Sekunden beträgt, was im Meridianbogen schon 10 Meter ausmacht, so verlangte man von den linearen Triangulirungsresultaten, dass sie auf $\frac{1}{20000}$ genau seien. Bei Dreiecksketten sollen die Winkelwidersprüche 3 Sekunden nicht überschreiten. Ausser wissenschaftlichen Fragen bezüglich der astronomischen und geodätischen Arbeiten wurde die Abhaltung weiterer Conferenzen betont. Im November 1862 erschien der erste Generalbericht, der schon 15 theilnehmende Staaten anführte. Im Herbste 1864 tagte (vom 15. bis 22. October) die erste allgemeine Conferenz (die alle drei Jahre abgehalten wird) zu Berlin und die verhandelten Punkte betrafen *a)* Organisationsfragen; *b)* astronomische und physikalische Fragen; *c)* geodätische Fragen. Als erstes leitendes Organ der mitteleuropäischen Gradmessung wurde eine permanente Commission (s. Verhandlungen der 1. allgemeinen Conferenz, Berlin 1865. S. 11—12) aus 7, später 9 Mitgliedern, die sich alljährlich versammeln bestellt, welcher als ausführendes Organ das sogenannte Centralbureau zugeordnet wurde. Dieses Centralbureau wurde erst am 1. April 1866 eröffnet und ihm ein internationaler Geschäftskreis und ein solcher im eigenen Lande zugetheilt. (S. Generalbericht für 1864, S. 33—37 und jenen für 1867, S. 16.) Bei dieser Conferenz wurde noch beschlossen, dass auch sehr genaue Nivellements durchzuführen und in jedem Lande auf denselben Nullpunkt zu beziehen seien; ferner dass die Nullpunkte der einzelnen Länder untereinander verbunden und die in den Hauptseehäfen vorhandenen Pegel in's Netz aufgenommen werden sollen. Man hat demgemäss in neuerer Zeit zweckdienliche, selbstregistrirende Pegel aufgestellt. Ausserdem wurden noch Pendelbeobachtungen an möglichst vielen astronomischen Punkten projektirt. 1867 tagte in Berlin die zweite allgemeine Conferenz. Da Spanien, Portugal und Russland nun auch ihren Beitritt erklärten, so wurde die Gradmessung zur „europäischen" erweitert. Hauptberathungsfragen waren die Untersuchungen über die Intensität und Richtung der Schwere, und die wichtige Massfrage (s. Note 5); auch bezüglich der vom General Baeyer an verschiedenen

Massstäben entdeckten Veränderlichkeit der Ausdehnungscoefficienten wurden Forschungen angeregt. — 1869 schuf die preussische Regierung das „geodätische Institut", welches für die Dauer der Gradmessung vom Präsidenten des internationalen Centralbureaus geleitet, die darauf bezüglichen Arbeiten dieses Bureaus auszuführen hat und dem in Zukunft die dauernde Wahrung und Fortbildung der höheren Geodäsie, Astronomie, etc. in Preussen als bleibende Aufgabe gestellt wird. Noch ist zu erwähnen, dass sich im December 1872 auf Einladung des Präsidenten des geodätischen Institutes, General **Baeyer**, die bisherigen Commissäre der deutschen Staaten zur Bildung einer deutschen Reichs-Gradmessungs-Commission (siehe Generalbericht über die europäische Gradmessung für 1872, S. 22—35) versammelten, um einen gemeinsamen Operationsplan für die deutschen Gradmessungarbeiten zu schaffen. Die dritte und vierte allgemeine Conferenz fand bezüglich in Wien 1871 und in Dresden 1874 statt, und die fünfte wird 1877 in Stuttgart tagen. — Eingehende Darlegungen und Ausweise enthalten die Generalberichte der europäischen Gradmessung (für 1862—1876), die Verhandlungsberichte der allgemeinen Conferenzen, die Sitzungsprotokolle der permanenten Commission der europäischen Gradmessung, sowie die Publicationen des geodätischen Institutes. — (S. auch die vom Centralbureau herausgegebene „Zusammenstellung der Literatur der Gradmessungsarbeiten". Berlin 1876).

[27]) Um eine Uebersicht über den dermaligen Stand der europäischen Gradmessungsarbeiten zu ermöglichen, sollen die Hauptleistungen der einzelnen Länder der Reihe nach angeführt werden, wobei im Wesentlichen Prof. Sadebeck's vortreffliche Darstellung als Richtschnur dienen möge. — Im deutschen Reiche wurden die Triangulationen zumeist schon vor dem Beginne der europäischen Gradmessung vollzogen und zwar: *a)* die Gradmessung in Ostpreussen von Bessel und Baeyer; *b)* die Küstenvermessung, welche von der Weichselmündung bis zur Odermündung und darüber hinaus, einerseits bis Lübeck, andererseits bis Berlin führt, unter Baeyer's Leitung; *c)* die Verbindung der preussischen und russischen Dreiecksketten bei Thorn und Tarnowitz unter Baeyer's Leitung; *d)* eine Verbindung zwischen Berlin und den westlichen Dreiecken von Mecklenburg unter Baeyer's Leitung: *e)* die Haupt-Dreiecksketten der preuss. Landes-Triangulation östlich von der Weichsel und zwischen der Weichsel und Oder; *f)* die hannover'sche Gradmessung von Gauss; *g)* die bayrische Landesvermessung; *h)* die Triangulation von Mecklenburg. — Die Arbeiten von *a)* bis *f)* vollzog der preussische Generalstab, und jene unter *h)* der bayrische Generalstab in Verbindung mit der Steuer-Cataster-Commission. — Neue Messungen im deutschen Reiche sind: *α)* eine Dreieckskette des Berliner geodätischen Institutes, bis an den Taunus, die noch zu veröffentlichen ist; *β)* die erst theilweise veröffentlichte Dreieckskette des nämlichen Institutes, die sich an die frühere Kette anschliesst und durch Baden und Elsass bis zu den Schweizer-Dreiecken reicht; *γ)* die schleswig-holsteinischen Dreiecke der preussischen Landestriangulation; *δ)* die märkisch-schlesische Kette der preussischen Landesvermessung zwischen

Berlin und Breslau; ε) die schlesisch-posen'sche Kette der preussischen Landesvermessung; ζ) die noch nicht publicirte sächsische Triangulation. Die zugehörigen Basen dieser Dreiecksnetze befinden sich bei Königsberg, Berlin, in Sachsen, Grossenhain, Braak, Bonn, zwischen Speyer und Oggersheim, Nürnberg und bei München. Ausserdem existiren zahlreiche astronomische Punkte und sorgfältige Nivellements.

Leistungen ausserdeutscher Staaten. — Belgien besitzt ein vollendetes Dreiecksnetz mit 2 Basen bei Lommel und Ostende und 3 astronomischen Punkten. Nivellementsarbeiten sind erst zu publiciren. — Dänemark hat eine eigene Gradmessung, die von Schumacher angefangen und von Andrä in Kopenhagen weiter geführt wurde. Die Dreiecke stützen sich auf 2 Basen (bei Braak und Kopenhagen) und grenzen im Norden an die schwedische und im Süden an die deutsche Dreieckskette. Im Netze sind vier astronomische Punkte: Kopenhagen, Lysabbel, Altona und Lauenburg. Die Resultate sind theilweise publicirt. — England schloss sich zwar der europäischen Gradmessung nicht an, es besitzt jedoch gediegene Messungsresultate. Frankreich hat, seit der grossen Messung von 1792—1808 ein über das ganze Land sich erstreckendes Nivellement vollzogen, und noch neuestens wichtige telegraphische Längenbestimmungen und astronomische Messungen vollführt. Italien hat eine neue Triangulation angefangen, und von Sicilien bis Apulien erstreckt; dieselbe enthält dermalen fünf neue Basen und ist an zwei Punkten (über das adriatische Meer) mit dem österreichischen Dreiecksnetze in Dalmatien verknüpft worden. Ausserdem wurden viele astronomische Messungen und telegraphische Bestimmungen gemacht. — Österreich hat ein Dreiecksnetz mit zehn Basen, welches sich über das ganze Reich hinzieht (im Süden bis Albanien sich erstreckt) und mit allen Grenzländern verknüpft ist; seine Vollendung steht in Bälde zu erwarten. Ausserdem sind viele astronomische und telegraphische Längen-Bestimmungen vorgenommen und Nivellements angefangen worden. — Portugal verfügt über sechs astronomisch bestimmte Stationen und in seinem Dreiecksnetze ist die Hälfte der Winkelmessungen beendet. Die alte, noch mit hölzernen Messstangen ermittelte, Basis wird mit modernen Hilfsmitteln nachgemessen werden.

In Russland erstreckt sich die von W. Struve angelegte Dreieckskette des Meridianbogens von der Donaumündung bis zum Eismeere und umfasst 250 Dreiecke mit 10 Basen und 13 astronomisch bestimmten Punkten. (1816—1855). — Der europäische *Parallel-Bogen* der grossartigen Struve'schen Längengradmessung besitzt auf russischer Seite 290 Dreiecke mit 8 Basen und 9 astronomischen Punkten. Ausserdem zieht sich in der Breite von 47½ Grad eine Kette von Kichenef, westlich von Odessa, bis Astrachan, die 179 Dreiecke mit 2 Basen enthält. Auch in Polen sind mehrere Dreiecksketten, die mit den österreichischen und preussischen Netzen zusammenhängen. — Schweden und Norwegen besitzen zwei einander parallele Ketten, die von Norden nach Süden sich hinziehen. Eine von Stockholm über Christiania nach Bergen gehende Querkette verbindet dieselbe. Telegraphische Längenbestimmungen haben ferner stattgefunden zwischen Stockholm und Christiania, Lund und Berlin.

6*

Die Schweiz wird von einem Netze von 32 Dreiecken umspannt, das wohl gemessen, dessen Daten aber noch nicht publicirt wurden. Auf 8 Punkten wurden Polhöhe, Azimuth, Länge und Pendellänge ermittelt, und endlich ein Nivellementsnetz über das ganze Land ausgedehnt und mit den Grenzländern verbunden.

Auch Spanien ist mit einem Netz umzogen; bisher sind auf 362 Dreieckspunkten erster Ordnung die Winkel gemessen; Polhöhe und Azimuth wurden auf fünf Punkten bestimmt. Basen wurden zwei gemessen, die eine bei Madrid (14½ Kilometer lang) und die andere bei Lugo. Ein Nivellementszug, der mehrere Polygone und 2500 Fixpunkte enthält, zieht sich quer durch's Land. Die Leitung der gesammten Arbeiten in Spanien ist dem General Ibannez übertragen. — Schon aus dieser skizzirten Darstellung dürfte ein deutliches Bild von dem Umfange und der Grossartigkeit dieser — dem Abschlusse zueilenden — Arbeiten, welche ganz neue Wege dem Studium der „Physik des Erdkörpers“ eröffnen, zu gewinnen sein.