

Der
Venusvorübergang vom 6. December 1882.

Von Dr. Karl Friesach.

(Mit 4 Tafeln.)

I. Einleitung. Zeichen und Formeln.

a) Geocentrische Coordinaten der Sonne.

- ⊙ scheinbare Länge.
 B „ Breite.
 A „ Rectascension.
 D „ Deklination.
 \aleph Entfernung (mittlere Entfernung = 1).
 R scheinbarer Halbmesser.
 Π Aequatorial-Horizontparallaxe.
 Π' Horizontalparallaxe für die geographische Breite φ .
 ε scheinbare Schiefe der Ekliptik.
 \oplus Winkel zwischen dem Breiten- und Deklinationskreise der Sonne.

$$tg \oplus = tg \varepsilon \cos \odot$$

b) Geocentrische Coordinaten der Venus.

- scheinbare Länge.
 β „ Breite.
 α „ Rectascension.
 d „ Deklination.
 r Entfernung.
 r' scheinbarer Halbmesser.
 $\tilde{\omega}$ Aequatorial-Horizontparallaxe.
 $\tilde{\omega}'$ Horizontalparallaxe für die geographische Breite φ .
 ζ Abstand vom geocentrischen Zenithe.

Zur Erläuterung dient die beige-setzte Figur, wo

$\left. \begin{matrix} S \\ P \end{matrix} \right\}$ der geocentr. Ort der $\left. \begin{matrix} \text{Sonne} \\ \text{Venus} \end{matrix} \right\}$ $\left. \begin{matrix} n's' \\ ns \end{matrix} \right\}$ der $\left. \begin{matrix} \text{Breitenkreis} \\ \text{Deklinationkreis} \end{matrix} \right\}$ der Sonne, xy eine Tangente der relativen Venusbahn im Punkte P , xy die Richtung der Venusbewegung, $SP = \Delta$, $\sphericalangle s'SP = U$
 $\sphericalangle sSP = u$.

Je nachdem man den Breiten- oder den Deklinationkreis der Sonne als Abscissenachse annimmt, ergeben sich für die rechtwinkligen Coordinaten der Venus die Ausdrücke

$$\left. \begin{matrix} \Lambda = (\odot - \bigcirc) \cos \beta \\ B = B - \beta \end{matrix} \right\} \dots\dots 1.)^*) \text{ oder}$$

$$\alpha = (A - a) \cos d$$

$$\delta = D - d - \cos d \sin D (A - a)^2 \frac{\sin 1''}{2} \dots\dots\dots 1')$$

und, setzt man $\frac{d\Lambda}{dT} = N$, $\frac{dB}{dT} = M$, $\frac{d\alpha}{dT} = n$, $\frac{d\delta}{dT} = m$, so erweisen sich N , M oder n , m als die Componenten der Geschwindigkeit v .

Zwischen obigen Grössen bestehen die Gleichungen:

$$\left. \begin{matrix} \Lambda = \Delta \sin U \\ B = \Delta \cos U \end{matrix} \right\} \cdot 2.) \quad \left. \begin{matrix} \alpha = \Delta \sin u = \Delta \sin (U - \ominus) \\ \delta = \Delta \cos u = \Delta \cos (U - \ominus) \end{matrix} \right\} \cdot 2')$$

$$\left. \begin{matrix} N = v \sin W \\ M = v \cos W \end{matrix} \right\} \cdot 3.) \quad \left. \begin{matrix} n = v \sin w = v \sin (W - \ominus) \\ m = v \cos w = v \cos (W - \ominus) \end{matrix} \right\} \cdot 3')$$

e) Der geocentrische Durchgang.

Die Hauptmomente des Vorüberganges sind die zwei äusseren und inneren Ränderberührungen, welche in der Ordnung, wie sie aufeinander folgen, als äusserer und innerer Eintritt, innerer und äusserer Austritt bezeichnet werden, und die Zeit des kleinsten Abstandes oder der grössten Phase. Die Beziehung auf die vier Berührungen wird der Reihe nach durch die den Grössen B , Λ , δ , α , \sphericalangle , u , T etc. anzuhängenden Zeiger 1, I, II, 2 angedeutet. Der Zeiger k bezieht sich auf die grösste Phase. 1, I, II und 2 werden allgemein unter dem Zeichen c zusammengefasst.

*) Bezüglich der Entwicklung der hier angeführten Formeln, erlaube ich mir auf meine Theorie der Planetenvorübergänge (Leipzig, Verlag von W. Engelmann, 1874) zu verweisen.

Die Berechnung des geocentrischen Durchganges hat sich vornelmlich mit folgenden Aufgaben zu beschäftigen:

Erstens: Für eine gegebene Zeit T , die Werthe Δ und u zu bestimmen.

Zweitens: Zu einem gegebenen Δ oder u die entsprechende Zeit T zu finden.

Die Lösung der ersteren Aufgabe ergibt sich aus den Gleichungen 2.) nebst $u = U - \ominus$.

Um die einem gegebenen Δ oder u entsprechende Zeit T zu finden, setze man $T = T_0 + \tau$, wo T_0 einen genäherten Werth von T bezeichnet. Dann ist für ein gegebenes Δ ,

$$(\Lambda_0 + N\tau)^2 + (B_0 + M\tau)^2 = \Delta^2,$$

woraus mit Rücksicht auf die Gleichungen 2.) und 3.), und nach-

dem $\frac{\Delta_0 \sin(W - U_0)}{\Delta} = \pm \sin \psi$ gesetzt worden,

$$T = T_0 - \frac{\Delta_0}{v} \cos(W - U_0) \mp \frac{\Delta}{v} \cos \psi \dots\dots\dots 4')$$

$$dT = \mp \frac{d\Delta}{v \cos \psi} \dots\dots\dots 4.)$$

folgt.

Für eine $\left\{ \begin{array}{l} \text{äussere} \\ \text{innere} \end{array} \right\}$ Berührung, ist $\Delta = R \pm r$.

In der grössten Phase fallen die zwei durch 4.) gegebenen Werthe in einen zusammen, und ist daher

$$T_k = T_0 - \frac{\Delta_0}{v} \cos(W - U_0) \dots\dots\dots 5.)$$

Ferner ist $K = \sqrt{\Lambda_0^2 + B_0^2} = \pm \Delta_0 \sin(W - U_0)$. 6.)

Ist u gegeben, so hat man

$$\frac{\Lambda_0 + N\tau}{B_0 + M\tau} = \tan U, \text{ wo } U = u + \ominus,$$

und hieraus: $T = T_0 + \frac{\Delta \sin(U - U_0)}{v \sin(W - U)} \dots\dots\dots 7.$

Um die Zeit T befindet sich die Venus im geocentrischen Zenithe des Oberflächenortes $\left\{ \begin{array}{l} \varphi' = d \\ \lambda = -\sigma \end{array} \right\} \dots\dots\dots 8.)$

f) Parallaxische Coordinaten.

Die den geocentrischen Δ, u, a, d etc. analogen parallaxischen Grössen werden durch Δ', u', a', d' etc., die Zeiten

der parallaktischen Berührungen und grössten Phase durch T_c , T_k bezeichnet.

Analog den Gleichungen 2'.) und 3'.), ist hier

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \Delta' \sin u' \\ \delta' &= \Delta' \cos u' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 9.)$$

$$\left. \begin{aligned} n' &= v' \sin w' \\ m' &= v' \cos w' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 10.)$$

Mit Rücksicht auf die bekannten Ausdrücke für d' , D' , a' , A' , ergeben sich für α' , δ' nachstehende sehr genaue Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + \Pi q (1-e) \sin d \sin I'' \cdot \sin \tilde{\varphi} \\ &+ \frac{\Pi \alpha \sin I''}{\cos d} (1-q \sin d^2) \cos \tilde{\varphi} \cos (t + \lambda - a) \\ &+ \Pi [q-1 - \delta \operatorname{tg} d \sin I''] \cos \tilde{\varphi} \sin (t + \lambda - a) \\ \delta' &= \delta + \Pi [(q-1) \cos d + \delta \sin d \sin I''] (1-e) \sin \tilde{\varphi} \\ &+ \Pi [- (q-1) \sin d + \delta \cos d \sin I''] \times \\ &\quad \times \cos \tilde{\varphi} \cos (t + \lambda - a) \\ &- \Pi (q-2) \alpha \operatorname{tg} d \sin I'' \cdot \cos \tilde{\varphi} \sin (t + \lambda - a) \end{aligned} \right\} 11.)$$

wo $q = \frac{\tilde{\omega}}{\Pi}$.

Diese Gleichungen können in die folgenden transformirt werden:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + \Pi [\mathfrak{A}' \sin \tilde{\varphi} + \mathfrak{B}' \cos \tilde{\varphi} \sin (\lambda + \mathfrak{C}')] = \alpha + \Pi y \\ \delta' &= \delta + \Pi [\mathfrak{A} \sin \tilde{\varphi} + \mathfrak{B} \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + \mathfrak{C})] = \delta + \Pi x \end{aligned} \right\} 12.)$$

In allen Fällen, wo nicht die äusserste Genauigkeit gefordert wird, darf man in 11.) die mit dem Faktor $\sin I''$ behafteten Glieder weglassen, wodurch diese Gleichungen in folgende übergehen:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + (\tilde{\omega} - \Pi) \cos \tilde{\varphi} \sin s = \alpha + (\tilde{\omega} - \Pi) r \\ &= \alpha + (\tilde{\omega}' - \Pi') \cos \varphi' \sin s = \alpha + (\tilde{\omega}' - \Pi') r' \\ \delta' &= \delta + (\tilde{\omega} - \Pi) [(1-e) \cos d \sin \tilde{\varphi} - \sin d \cos \tilde{\varphi} \cos s] = \\ &= \delta + (\tilde{\omega} - \Pi) \tilde{z} \\ &= \delta + (\tilde{\omega}' - \Pi') [\cos d \sin \varphi' - \sin d \cos \varphi' \cos s] = \\ &= \delta + (\tilde{\omega}' - \Pi') \tilde{z}' \end{aligned} \right\} 12'.)$$

bei deren Anwendung, α' , δ' , im ungünstigsten Falle, etwa um $0''.1$ fehlerhaft erhalten werden.

In dem sphärischen Dreiecke zwischen der Venus, dem Nordpole und dem geocentrischen Zenithe ist

$$\left. \begin{aligned} \cos d \sin \varphi' - \sin d \cos \varphi' \cos s &= \sin \zeta \cos \nu \\ \cos \varphi' \sin s &= \sin \zeta \sin \nu \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 13.)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin d \sin \varphi' + \cos d \cos \varphi' \cos s &= \cos \zeta \\ \cos d \sin \zeta \cos \nu + \sin d \cos \zeta &= \sin \varphi' \\ \cos d \cos \zeta - \sin d \sin \zeta \cos \nu &= \cos \varphi' \cos s \\ \sin \zeta \sin \nu &= \cos \varphi' \sin s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 14.)$$

Aus 9.) und 12.) folgt :

$$\left. \begin{aligned} \Delta' \sin u' &= \Delta \sin u + \Pi y \\ \Delta' \cos u' &= \Delta \cos u + \Pi x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 15.)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta' \sin (u' - u) &= -\Pi (x \sin u - y \cos u) \\ \Delta' \cos (u' - u) &= \Delta + \Pi (x \cos u + y \sin u) \end{aligned} \right\} \dots\dots 16.)$$

$$tg (u' - u) = - \frac{\Pi (x \sin u - y \cos u)}{\Delta + \Pi (x \cos u + y \sin u)} \dots\dots 17.)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta'^2 &= \Delta^2 + 2\Pi \Delta (x \cos u + y \sin u) + \Pi^2 (x^2 + y^2) \\ &= \Delta^2 + 2\Pi (\delta x + \alpha y) + \Pi^2 (x^2 + y^2) \end{aligned} \right\} 18.)$$

Aus 9.) und 12'.) folgt:

$$\left. \begin{aligned} \Delta' \sin u' &= \Delta \sin u + (\tilde{\omega} - \Pi) \tau = \Delta \sin u + (\tilde{\omega}' - \Pi') \tau' \\ \Delta' \cos u' &= \Delta \cos u + (\tilde{\omega} - \Pi) \xi = \Delta \cos u + (\tilde{\omega}' - \Pi') \xi' \end{aligned} \right\} 15'.)$$

$$tg (u' - u) = - \frac{(\tilde{\omega} - \Pi) (\xi \sin u - \tau \cos u)}{\Delta + (\tilde{\omega} - \Pi) (\xi \cos u + \tau \sin u)} = \left\{ \begin{aligned} &= \frac{(\tilde{\omega}' - \Pi') \sin \zeta \sin (\nu - u)}{\Delta + (\tilde{\omega}' - \Pi') \sin \zeta \cos (\nu - u)} \end{aligned} \right\} 17'.)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta'^2 &= \Delta^2 + 2(\tilde{\omega} - \Pi) (\delta \xi + \alpha \tau) + (\tilde{\omega} - \Pi)^2 (\xi^2 + \tau^2) \\ &= \Delta^2 + 2(\tilde{\omega}' - \Pi') \Delta \sin \zeta \cos (\nu - u) + (\tilde{\omega}' - \Pi')^2 \sin^2 \zeta \end{aligned} \right\} 18'.)$$

Für m', n' hat man die genäherten Werthe :

$$\left. \begin{aligned} n' = v' \sin w' &= n + \mu (\tilde{\omega} - \Pi) \cos \hat{\varphi} \cos s \\ &= n + \mu (\tilde{\omega}' - \Pi') \cos \varphi' \cos s \\ m' = v' \cos w' &= m + \mu (\tilde{\omega} - \Pi) \sin d \cos \hat{\varphi} \sin s \\ &= m + \mu (\tilde{\omega}' - \Pi') \sin d \cos \varphi' \sin s \end{aligned} \right\} \dots\dots 19.)$$

wo $tg \mu = 0.86285 - 5.$

Ferner ist:

$$\left. \begin{aligned}
 v' \sin (w' - w) &= \mu (\tilde{\omega} - \Pi) \cos \tilde{\varphi} (\cos w \cos s - \sin d \sin w \sin s) \\
 v' \cos (w' - w) &= v + \mu (\tilde{\omega} - \Pi) \cos \tilde{\varphi} (\sin d \cos w \sin s + \sin w \cos s) \\
 \operatorname{tg} (w' - w) &= \frac{\mu (\tilde{\omega} - \Pi) \cos \tilde{\varphi} (\cos w \cos s - \sin d \sin w \sin s)}{v + \mu (\tilde{\omega} - \Pi) \cos \tilde{\varphi} (\sin d \cos w \sin s + \sin w \cos s)}
 \end{aligned} \right\} 20.)$$

II. Der parallaktische Durchgang.

g) Der parallaktische Durchgang für einen gegebenen Beobachtungsort.

Die einer gegebenen Zeit entsprechenden δ' , α' ergeben sich aus den Gleichungen 12.), worauf man Δ' , u' aus 9.) findet.

Für die Berührungszeiten hat man die allgemeine Formel:

$$T_c' = T_c + \tau = T_c + f \sin \tilde{\varphi} + g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + h) + \left\{ \begin{aligned} &+ e \pm [f \sin \tilde{\varphi} + g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + \sigma)]^2, \end{aligned} \right. \quad 21.)$$

$$\text{wo } \delta \sin d = p \cos q \qquad \Delta_c v \cos (W - U_c) + \frac{v^2 \tau}{2} = \mathfrak{N}$$

$$\alpha = p \sin q \qquad \frac{(\tilde{\omega} - \Pi) p}{\mathfrak{N}} = g$$

$$t - a + q = h \qquad \frac{(\tilde{\omega} - \Pi) (1 - e) \delta \cos d}{\mathfrak{N}} = f$$

$$t - a = \sigma$$

$$- \frac{(\tilde{\omega} - \Pi)^2}{2 \mathfrak{N}} = e$$

$$\frac{(\tilde{\omega} - \Pi) \sin d}{\sqrt{\pm 2 \mathfrak{N}}} = f$$

$$\frac{(\tilde{\omega} - \Pi) \cos d}{\sqrt{\pm 2 \mathfrak{N}}} = g$$

Bezüglich des doppelten Zeichens ist zu bemerken, dass das obere für $\mathfrak{N} > 0$, das untere für $\mathfrak{N} < 0$ gilt.

Wofern keine grosse Genauigkeit gefordert wird, kann man sich der Näherungsformel:

$$T_c' = T_c + f_c \sin \tilde{\varphi} + g_c \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + h_c) \dots \dots \dots 22.)$$

bedienen. Wie leicht einzusehen, gibt diese Formel die Berührungszeiten um so weniger genau, je grösser K . Bei dem Venusvorübergange vom Jahre 1874 war $K = 13' 46''$, und

konnte der Ausdruck 22.) etwa um 36^s fehlerhaft sein. Für den Vorübergang, der im Jahre 1882 bevorsteht, ist aber $K = 10' 41'$ und kann der Fehler obiger Formel höchstens 12^s betragen.

Eine ähnliche Formel, wie 21.), kann für die einer beliebigen parallaktischen Distanz entsprechende Zeit aufgestellt werden.

Soll zu einem gegebenen u' die entsprechende Zeit T gefunden werden, so setze man $T = T_0 + \tau$, wo T_0 ein genäherter Werth. Dann ist

$$\operatorname{tg} u' = \frac{\alpha_0 + n\tau + \Pi y}{\delta_0 + m\tau + \Pi x},$$

$$\text{woraus } \tau = \frac{\Delta_0 \sin(u' - u) + \Pi(x \sin u' - y \cos u')}{v \sin(v - u')}$$

Diese Gleichung kann auf die Form

$$\tau = \tilde{z} + f \sin \hat{\varphi} + g \cos \hat{\varphi} \cos(\lambda + h)$$

gebracht werden. Setzt man für T_0 jene Zeit, welcher ein dem gegebenen u' gleiches u entspricht, so hat man

$$T = T_0 + f \sin \hat{\varphi} + g \cos \hat{\varphi} \cos(\lambda + h)$$

Für die Zeit der parallaktischen grössten Phase (T_k), gelten die Gleichungen:

$$\mu \alpha - m \sin d = p \cos q, \quad - \frac{(\tilde{\omega} - \Pi) m (1-e) \cos d}{v^2} = F,$$

$$\mu \delta \sin d + n = -p \sin q, \quad - \frac{(\tilde{\omega} - \Pi) p}{v^2} = G,$$

$$t - a + q = H$$

$$p \frac{(\tilde{\omega} - \Pi)^2}{v^2} (1-e) \cos d \sin d = \mathfrak{F}$$

$$- p \frac{(\tilde{\omega} - \Pi)^2}{v^2} \cos d^2 = \mathfrak{G}$$

$$t - a = \sigma$$

$$T_{k'} = T_k + \tau = T_k + F \sin \hat{\varphi} + G \cos \hat{\varphi} \cos(\lambda + H) + \left. \begin{aligned} &+ \mathfrak{F} \cos \hat{\varphi} \sin \hat{\varphi} \sin(\lambda + \sigma) \\ &+ \mathfrak{G} \cos \hat{\varphi}^2 \cos(\lambda + \sigma) \sin(\lambda + \sigma) \end{aligned} \right\} 23.)$$

ferner die Näherungsformel:

$$T_{k'} = T_k + F_k \sin \hat{\varphi} + G_k \cos \hat{\varphi} \cos(\lambda + H_k) \dots \dots 24.)$$

h) Anfang und Ende der Berührungen und der grössten Phase. Grösstes und kleinstes K' . Längste und kürzeste Dauer des Vorüberganges.

Anfang und Ende der Berührungen und der grössten Phase entsprechen dem $\left. \begin{array}{l} \text{Minimum} \\ \text{Maximum} \end{array} \right\}$ von T_c und $T_{k'}$, welche ich durch $\frac{T_c}{\mp}$ und $\frac{T_{k'}}{\mp}$ bezeichne.

Für diese Zeiten und die dazu gehörigen Oberflächenörter gelten die Näherungswerthe:

$$\frac{T_c}{\mp} = T_c \mp \frac{\tilde{\omega} - \Pi}{v \cos \psi}, \text{ wo } \sin \psi = \frac{K}{\Delta_c}$$

$$\left. \begin{array}{l} g_c > 0 \\ \\ g_c < 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Anfang} \left\{ \begin{array}{l} tg \tilde{\varphi} = - \left(\frac{f}{g}\right)_c \\ \lambda = 180^\circ - h_c \end{array} \right. \\ \\ \text{Ende} \left\{ \begin{array}{l} tg \tilde{\varphi} = + \left(\frac{f}{g}\right)_c \\ \lambda = - h_c \end{array} \right. \\ \\ \text{Anfang} \left\{ \begin{array}{l} tg \tilde{\varphi} = + \left(\frac{f}{g}\right)_c \\ \lambda = - h_c \end{array} \right. \\ \\ \text{Ende} \left\{ \begin{array}{l} tg \tilde{\varphi} = - \left(\frac{f}{g}\right)_c \\ \lambda = 180^\circ - h_c \end{array} \right. \end{array} \right\} \dots 25.)$$

$$\frac{T_{k'}}{\mp} = T_k \mp \sqrt{F_k^2 + G_k^2}$$

$$g < 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{Anfang} \left\{ \begin{array}{l} tg \tilde{\varphi} = \left(\frac{F}{G}\right)_k \\ \lambda = - H_k \end{array} \right. \\ \\ \text{Anfang} \left\{ \begin{array}{l} tg \tilde{\varphi} = - \left(\frac{F}{G}\right)_k \\ \lambda = 180^\circ - H_k \end{array} \right. \end{array} \right\} 26.)$$

In den zu 23.) gehörenden Gleichungen kann die Hilfsgrösse q immer so gewählt werden, dass $G < 0$.

Genauer findet man diese Werthe, wenn man die f_c, g_c etc. mit den entsprechenden f, g etc. vertauscht.

Noch genauer ergeben sich die Minima und Maxima der Berührungszeiten aus der Gleichung 4.), wenn man

$$\Delta = \Delta_c \pm (\tilde{\omega}' - \Pi')$$

setzt, und die dazu gehörigen Beobachtungsorter aus:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Anfang des Eintrittes} \\
 \text{und} \\
 \text{Ende des Austrittes} \\
 \\
 \text{Ende des Eintrittes} \\
 \text{und} \\
 \text{Anfang des Austrittes}
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \sin \varphi' = - \cos d \cos u \\
 \sin (t + \lambda - a) = - \frac{\sin u}{\cos \varphi'} \\
 \cos (t + \lambda - a) = \frac{\sin d \cos u}{\cos \varphi'} \\
 \\
 \sin \varphi' = \cos d \cos u \\
 \sin (t + \lambda - a) = \frac{\sin u}{\cos \varphi'} \\
 \cos (t + \lambda - a) = - \frac{\sin d \cos u}{\cos \varphi'}
 \end{array} \quad (27.)$$

Die wegen der Veränderlichkeit des parallaktischen Sonnenhalbmessers R' erforderliche Verbesserung der gefundenen Berührungszeit kann nach Gleichung 4.) berechnet werden.

Die parallaktische kleinste Distanz K' liegt zwischen den Grenzen $K - (\tilde{\omega} - \Pi)$ und $K + (\tilde{\omega} - \Pi)$, und ist

$$\text{deren Minimum } K' = K - (\tilde{\omega}' - \Pi')$$

$$\text{deren Maximum } K' = K + (\tilde{\omega}' - \Pi')$$

+

und finden diese beiden Werthe gleichzeitig mit der geocentrischen grössten Phase, d. i. um die Zeit T_k , statt.

Die entsprechenden Oberflächenörter ergeben sich aus nachstehenden Gleichungen:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{für } \underline{K'} \\
 \\
 \text{für } \underline{K'} \\
 +
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \sin \varphi' = - (\cos d \cos u)_k \\
 \sin (t + \lambda - a) = - \frac{\sin u_k}{\cos \varphi'} \\
 \cos (t + \lambda - a) = \frac{(\sin d \cos u)_k}{\cos \varphi'} \\
 \\
 \sin \varphi' = (\cos d \cos u)_k \\
 \sin (t + \lambda - a) = \frac{\sin u_k}{\cos \varphi'} \\
 \cos (t + \lambda - a) = - \frac{(\sin d \cos u)_k}{\cos \varphi'}
 \end{array} \quad \dots\dots 28.)$$

An diesen Punkten erscheinen Sonne und Venus, im Augenblicke der grössten Phase, in dem nämlichen Höhenkreise.

Dasselbe gilt für den Anfang und das Ende der Berührungen. An den Punkten, wo die grösste Phase zuerst und zuletzt gesehen wird, ist $K' = K$.

Aus Gleichung 21.) folgt, indem man die Grössen e , \bar{f} , g vernachlässigt:

$$T_{II'} - T_{I'} = T_{II} - T_I + \bar{f} \sin \tilde{\varphi} + g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + \bar{h}) \dots 29.)$$

wo $f = f_{II'} - f_{I'}$

$$\bar{g} \cos \bar{h} = (g \cos h)_{II'} - (g \cos h)_{I'}$$

$$g \sin \bar{h} = (g \sin h)_{II'} - (g \sin h)_{I'};$$

und näherungsweise:

$$T_{II'} - T_{I'} = T_{II} - T_I + f' \sin \tilde{\varphi} + g' \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + h') \dots 29')$$

wo f' , g' , h' jene Werthe von \bar{f} , g , \bar{h} bezeichnen, welche sich ergeben, wenn man I' , II' mit I , II vertauscht.

Indem man \bar{h} so wählt, dass $\bar{g} < 0$, findet man:

kürzeste Dauer

$$T_{II'} - T_{I'} = T_{II} - T_I - \sqrt{f'^2 + g'^2}$$

$$tg \tilde{\varphi} = \frac{f'}{g'}$$

$$\lambda = - h'$$

längste Dauer

$$T_{II'} - T_{I'} = T_{II} - T_I + \sqrt{f'^2 + g'^2}$$

$$tg \tilde{\varphi} = - \frac{f'}{g'}$$

$$\lambda = 180^\circ - h'$$

woraus erhellt, dass auch die Oberflächenörter der kürzesten und der längsten Dauer einander nahezu diametral gegenüber liegen. Der Ort der längsten Dauer hat insofern nur eine analytische Bedeutung, als für denselben sowohl Ein- als Austritt unter dem Horizonte erfolgt.

Genauer erhält man obige Werthe durch Vertauschung der f' , g' , h' mit den aus den genäherten $\tilde{\varphi}$, λ sich ergebenden \bar{f} , g , \bar{h} .

i) Grenzkurven.

Die Sichtbarkeitsgrenzen des Vorüberganges bestehen aus zwei Kurvenpaaren, welche ich durch E , A und O , U bezeichne.

Die Kurve $\left\{ \begin{array}{l} E \\ A \end{array} \right\}$ begreift jene Orte der Erdoberfläche,

welche den äusseren $\left\{ \begin{array}{l} \text{Eintritt} \\ \text{Austritt} \end{array} \right\}$ im Horizonte, also im Auf- oder Untergange, erblicken, während auf der Kurve $\left\{ \begin{array}{l} O \\ U \end{array} \right\}$ die $\left\{ \begin{array}{l} \text{obere} \\ \text{untere} \end{array} \right\}$ Kulmination des Planeten im Horizonte erfolgt.

Für $\left\{ \begin{array}{l} E \\ A \end{array} \right\}$ hat man die Gleichung:

$$\cos [(t - a)_c + z\tau + \lambda] = - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} d. \dots\dots\dots 30.)$$

wo z der Modulus zur Verwandlung der mittleren Zeit in Sternzeit, und τ die nämliche Bedeutung wie in Gleichung 21.) hat.

Für die beiden anderen Kurven ist:

$$O \left\{ \begin{array}{l} \lambda = a - t \\ \operatorname{tg} \varphi = - \cot d \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} d < 0, \varphi = d + 90^\circ \\ d > 0, \varphi = d - 90^\circ \end{array} \right.$$

$$U \left\{ \begin{array}{l} \lambda = 180^\circ - (t - a) \\ \operatorname{tg} \varphi = \cot d \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} d > 0, \varphi = 90^\circ - d \\ d < 0, \varphi = - 90^\circ - d \end{array} \right.$$

$\left\{ \begin{array}{l} E \\ A \end{array} \right\}$ weicht wenig von dem grössten Kreise ab, dessen Pole

dort liegen, wo der äussere $\left\{ \begin{array}{l} \text{Eintritt} \\ \text{Austritt} \end{array} \right\}$ im geocentrischen Zenithe

gesehen wird, während $\left\{ \begin{array}{l} O \\ U \end{array} \right\}$ nahezu mit dem Parallelkreise zu-

sammenfällt, wo $\varphi = \left\{ \begin{array}{l} d_k \pm 90^\circ \\ \pm 90^\circ - d_k \end{array} \right\}$

$\left\{ \begin{array}{l} O \\ U \end{array} \right\}$ schliesst sich dort, wo Anfang und Ende des Vorüber-

ganges in der $\left\{ \begin{array}{l} \text{oberen} \\ \text{unteren} \end{array} \right\}$ Kulmination im Horizonte erfolgt, den

Kurven E und A berührend an.

Für die Kurven E' , A' , auf welchen die inneren Berührungen im Horizonte stattfinden, gilt gleichfalls die Gleichung 30.)

Die Sichtbarkeit der grössten Phase wird durch jene Kurve begrenzt, deren Punkte die grösste Phase im Horizonte erblicken. Ihre Gleichung ist:

$$\cos [(t - a)_k + z\tau + \lambda] = - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} d_k \dots\dots\dots 31.),$$

wo $\tau = T_{k'} - T_k$ (s. Gl. 23.).

Diese Kurve weicht wenig von dem grössten Kreise ab, dessen Axe durch den Punkt geht, wo der Planet, im Augenblicke der geocentrischen grössten Phase, im geocentrischen Zenithe steht.

Die Kurven gleichzeitiger Berührung erhält man näherungsweise aus :

$$\tau = f \sin \tilde{\varphi} + g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + h) \text{ (s. Gl. 21.)} \dots\dots 32.),$$

wo jeder dieser Kurven ein gegebener Werth τ entspricht. Aus der Form obiger Gleichung ist ersichtlich, dass diese Kurven wenig von einem Parallelkreissysteme abweichen, an dessen Polen die Berührungen zuerst und zuletzt gesehen werden.

Die Kurven gleichzeitiger grösster Phase stimmen nahezu mit einem Parallelkreissysteme überein, an dessen Polen die grösste Phase zuerst und zuletzt gesehen wird. Ihre Gleichung ist:

$$\tau = F \sin \tilde{\varphi} + G \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + H) \dots\dots\dots 33.)$$

Für $\Delta' = \Delta_c$, weichen die isosthenischen Kurven (wo $\sin \zeta \cos (\nu - u)$ einen constanten Werth hat), von jenen gleichzeitiger Berührung wenig ab, während die Kurven gleicher Parallaxe der Distanz mit letzteren identisch werden.

Die isosthenischen Kurven für den Augenblick der geocentrischen grössten Phase, welche durch die Gleichung

$$\Delta' - K = (\tilde{\omega}' - \Pi') \sin \zeta \cos (\nu - u_k) \dots\dots\dots 34.)$$

ausgedrückt werden, stimmen nahezu mit jenen, wo K' einen gegebenen Werth hat, überein, und erweisen sich als ein System von Parallelkreisen, dessen Pole in die Nähe jener Punkte fallen, wo K' seinen grössten und kleinsten Werth hat.

Bei gegebener Zenithdistanz ζ , ist die Parallaxe der Distanz am grössten, wenn $\nu - u = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 180^\circ \end{matrix} \right\}$. Die Kurven, auf welchen

diess stattfindet, nennt Hansen Haupthöhen-Kurven. Dieselben gehen durch die Punkte, wo $\Delta' - \Delta$ seinen grössten und kleinsten Werth hat und können näherungsweise durch grösste Kreise dargestellt werden, deren Pole dort liegen, wo die parallaktische Distanz $\Delta' = \Delta$ im Horizonte gesehen wird. Für die parallaktischen Berührungen, fallen daher diese Pole in die Kurven E, A oder E', A' ; für die grösste Phase aber, in die Nähe jener Punkte, wo die grösste Phase zuerst und zuletzt

gesehen wird, und fällt daher, in letzterem Falle, die Haupthöhenkurve mit der Kurve, wo $T_{k'} - T_k = 0$, zusammen.

Die Kurven gleicher Parallaxe des Positionswinkels, bei gegebener Zeit, können sämtlich unter der Gleichung:

$$\eta \cos (C + u) - \xi \sin (C + u) = \frac{\Delta \sin C}{\tilde{\omega} - \Pi} \dots \dots 35.)$$

wo $C = u' - u$, zusammengefasst werden. Unter der Voraussetzung, dass $\frac{\tilde{\omega} - \Pi}{K}$ sehr klein sei, ist auch C nur kleiner Werthe fähig. So wird, für den Venusdurchgang 1882, C höchstens $2^\circ 12'$ betragen können. In einem solchen Falle sind die Ebenen dieser kreisförmigen Kurven nahezu parallel, und fallen deren Pole nahezu mit jenen der der nämlichen Zeit entsprechenden Haupt-Höhenkurve zusammen.

Als Haupt-Höhenkurve für die Parallaxe des Positionswinkels könnte man die Kurve:

$$\eta' \sin u + \zeta' \cos u = 0 \dots \dots \dots 36.)$$

wo $v - u = \pm 90^\circ$, bezeichnen. Dieselbe erweist sich als der grösste Kreis, auf welchem $\Delta' = \Delta$.

Die Kurve, wo eine parallaktische Berührung in einer gegebenen Zenithdistanz erfolgt, kann näherungsweise durch die Gleichung:

$$\cos z = \sin d \sin \varphi + \cos d \cos \varphi \cos (\lambda + (t - a)_c) \dots \dots 37.)$$

dargestellt werden, woraus erhellt, dass dieselbe nahe kreisförmig ist. Indem man z variiert, ergibt sich abermals ein System von kreisähnlichen Kurven, das nur wenig von einem Parallelen-systeme abweicht, dessen Achse durch den Erdort geht, wo die Berührung im geocentrischen Zenith gesehen wird.

Aehnliches gilt von den Kurven, wo eine beliebige parallaktische Distanz Δ' oder die parallaktische grösste Phase in einer gegebenen Zenithdistanz gesehen wird.

k) Benützung des Planetenvorüberganges zur Bestimmung der Sonnenparallaxe.

Wenn man an einem Orte von genau bekannter geographischer Lage die Ortszeit einer inneren Ränderberührung beob-

achtet, so ist dadurch die Normal- (Pariser) Zeit, folglich auch δ , α , x , y , R , r , gegeben, und kam Π aus der Gleichung:

$$(R' - r)^2 = (\delta + \Pi x)^2 + (\alpha + \Pi y)^2 \dots\dots\dots 38.)$$

gefunden werden. Da Π schon näherungsweise bekannt ist, und es sich so-nach nur um eine Verbesserung $d\Pi$ des genäherten Werthes handelt, kann man sich auch der Gleichung:

$$d\Pi = \frac{(R' - r)^2 - (\delta + \Pi x)^2 - (\alpha + \Pi y)^2}{2(\delta x + \alpha y) + 2\Pi(x^2 + y^2)} \dots\dots\dots 39.)$$

bedienen.

Gleichviel, ob man Π aus 38.) oder 39.) berechnet, in beiden Fällen ist eine genaue Kenntniss der geographischen Länge erforderlich, weil man zur Bestimmung von δ , α , die Normalzeit benöthigt. Um die Ungenauigkeit der Längenbestimmung unschädlich zu machen, kann man, nach Halley, folgendes Verfahren einschlagen:

Es sei λ die näherungsweise bekannte Länge, $\lambda + d\lambda$ ihr genauer Werth, \mathfrak{T}_e die Ortszeit, folglich $T_e = \mathfrak{T}_e - \lambda - d\lambda$ die Normalzeit einer inneren Berührung. Beziehen sich δ , α auf die Normalzeit $\mathfrak{T}_e - \lambda$, so ist in 39.), statt dieser Werthe, $\delta - m d\lambda$, $\alpha - n d\lambda$ zu setzen. Bedenkt man nun, dass $d\lambda$ im Allgemeinen nur einige Zeitsekunden betragen wird, und dass die kleinen x , y , innerhalb eines so kleinen Intervalles als konstant betrachtet werden dürfen, so sieht man, dass an die Stelle von 39.), folgende Gleichung tritt:

$$[\delta x + \alpha y + \Pi(x^2 + y^2)] 2 d\Pi - [\delta m + \alpha n + \Pi(m x + n y)] 2 d\lambda = (R' - r)^2 - (\delta + \Pi x)^2 - (\alpha + \Pi y)^2 \dots\dots\dots 40.)$$

Wird, nebst dem Eintritte, auch der Austritt beobachtet, so hat man für jede der beiden Berührungen, eine Gleichung wie 40.), und kann aus diesen beiden Gleichungen, sowohl $d\Pi$ als $d\lambda$ finden.

Die Genauigkeit dieser Parallaxenbestimmung hängt wesentlich von der Genauigkeit der tabularischen Oerter der Sonne und des Planeten ab, welche, wenn man dieselben den neueren Tafeln entnimmt, als nahezu fehlerfrei angesehen werden können. Liessen sich die äusseren Berührungen eben so scharf beobachten, wie die inneren, so könnte man, auf dem angegebenen Wege, indem

man für sämtliche vier Berührungen die Bedingungsgleichungen aufstellte, auch die von den Tafelfehlern herrührenden und darum konstanten Verbesserungen $d\delta$, $d\alpha$ bestimmen. Da diess jedoch nicht der Fall ist, thut man besser, wenn es sich um diese Verbesserungen handelt, die inneren Berührungen an solchen Punkten der Erdoberfläche zu beobachten, wo sie im Zenithe stattfinden und darum der Einfluss der Parallaxe verschwindet. Sind die beiden Längen genau bekannt, so hat man dann, zur Bestimmung von $d\delta$ und $d\alpha$, zwei Gleichungen von der Form:

$$(R' - r)^2 = \delta^2 + \alpha^2 + 2\delta d\delta + 2\alpha d\alpha.$$

Ueber die mehr oder weniger günstige Lage des Beobachtungsortes zur Bestimmung der Sonnenparallaxe aus der Beobachtung eines Berührungsmomentes geben die isosthenischen oder die mit diesen nahe übereinstimmenden Kurven gleichzeitiger Berührung Anschluss. Die günstigsten Beobachtungsorte liegen nahe bei den Punkten, wo die Berührung zuerst und zuletzt gesehen wird.

Soll die Sonnenparallaxe aus der Zeit des inneren Ein- und Austrittes abgeleitet werden, so wird man am zweckmässigsten in der Nähe des Punktes der kürzesten Dauer beobachten, und entscheiden die Kurven gleicher Dauer über den Grad der Günstigkeit.

Es ist klar, dass das oben Gesagte auch auf die Beobachtung einer beliebigen Phase, deren Distanz Δ' durch Messung bestimmt wurde, Anwendung findet. Auch bei den Contactbeobachtungen wird H aus Δ' abgeleitet, dessen Werth aber hier schon im Voraus bekannt ist. Die Messung der Distanz Δ' geschieht entweder während des Vorüberganges durch geeignete Apparate am Fernrohre, oder man macht photographische Abbildungen einzelner Phasen, und bewerkstelligt dann die Messung durch Zirkel und Massstab. Nach Oppolzer wäre es zweckmässig, die Distanzmessung mit der Messung des Positionswinkels u' zu verbinden, da, wie die Gleichungen 15.) und 16.) zeigen, H auch aus $u' - u$ abgeleitet werden kann. Diese Gleichungen zeigen ferner, dass $u' - u$ wie $\Delta' - \Delta$, im Horizonte seinen grössten Werth erreicht, und im Allgemeinen um so grösser ist, je kleiner $\Delta' - \Delta$. Indem man sowohl Δ' als u' beobachtet, erreicht

man daher den Vortheil, dass man aus jeder in geringer Höhe angestellten Beobachtung günstige Daten für die Parallaxenbestimmung erhalten kann. Die zur Bestimmung des Positionswinkels erforderliche Orientirung des Lichtbildes wird durch die photographische Abbildung des Deklinationsfadens erreicht.

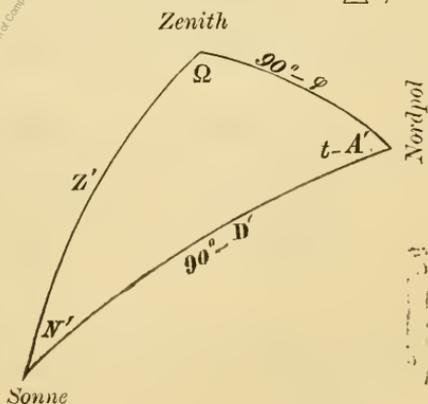
Die am Fernrohre ausgeführten Distanzmessungen gestatten eine grosse Schärfe; da sie aber Zeit erfordern, ist man dabei auf die Nähe der grössten Phase beschränkt, wo sich Δ' sehr langsam ändert. Solche Beobachtungen werden darum am besten in der Nähe jener Punkte angestellt, wo K' seinen grössten und seinen kleinsten Werth hat.

Wenn Δ' und u' nebst der Ortszeit und der geographischen Lage des Beobachtungsortes gegeben ist, sind die Gleichungen 16.) zur Berechnung von II mehr als genügend. Der gefundene Werth II wird aber sowohl von den Tafelfehlern als von jenen der geographischen Lage und der Zeitbeobachtung beeinflusst. Um diesen Einfluss so viel als möglich zu eliminiren, pflegt man mehrere Beobachtungen in geeigneter Weise zu kombiniren.

b) Berücksichtigung der Refraction.

Die Contactmomente sind von der Strahlenbrechung unabhängig, nicht aber die Distanz und der Positionswinkel. Wenn diese Grössen aus Messungen gefunden werden sollen, ist darum der Einfluss der Refraction in Rechnung zu ziehen. Um die von der Refraction befreiten Δ' , u' aus den damit behafteten Δ'' , u'' abzuleiten, kann man so verfahren:

Aus der bekannten Orts-Sternzeit und geographischen Lage und den D , A , findet man die parallaktischen Sonnen-Coordinaten D' , A' , und hat dann, zur Bestimmung von Z' , Ω , N' :

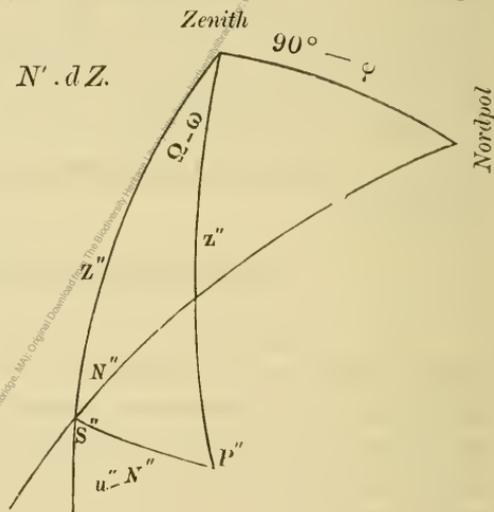


$$\left. \begin{aligned}
 \cos Z' &= \sin D' \sin \varphi + \cos D' \cos \varphi \cos (t - A') \\
 \cot \Omega &= \frac{\operatorname{tg} D' \cos \varphi - \sin \varphi \cos (t - A')}{\sin (t - A')} \\
 \sin \Omega &= \frac{\cos D' \sin (t - A')}{\sin Z'} \\
 \cot N' &= \frac{\sin Z' \operatorname{tg} \varphi - \cos Z' \cos \Omega}{\sin \Omega} \\
 \sin N' &= \frac{\cos \varphi \sin \Omega}{\cos D'}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots 41.)$$

Man setze nun $Z'' = Z' - dZ$, $N'' = N' - dN$, $\Delta'' = \Delta' - d\Delta$, $u'' = u' - du$. Da Ω von der Refraction unabhängig ist, erhält man, durch Differentiiren der vierten obiger Gleichungen:

$$N'' = N' + \sin N' \cdot dZ.$$

Wie leicht einzusehen, bildet der Deklinationskreis der Sonne S'' mit dem sie mit dem Planeten P'' verbundenen grössten Kreise den Winkel $u'' - N''$, und ist, nach der Analogie, der Gleichung 1'.):



$$\Delta'' \cos (u'' - N'') = z'' - Z'' - 2 \sin z'' \cos Z'' \frac{(\Omega - \omega)^2 \sin 1''}{2} \quad (42.)$$

$$\Delta'' \sin (u'' - N'') = (\Omega - \omega) \sin z''$$

wo z'' , ω sich auf den Planeten P'' beziehen.

Durch Differentiation der Gleichung 42.) findet man:

$$\left. \begin{aligned}
 d\Delta &= \cos (u'' - N'') (dz - dZ) + \Delta'' \sin (u'' - N'')^2 \\
 &\quad \cot z'' \sin 1'' \cdot dz \\
 du &= - \frac{\sin (u'' - N'') (dz - dZ)}{\Delta'' \sin 1''} - \sin N' \cdot dZ + \\
 &\quad + \sin (u'' - N'') \cos (u'' - N'') \cot z'' \cdot dz
 \end{aligned} \right\} \dots\dots 43.)$$

Wenn es sich bloss um $d\Delta$ oder Δu handelt, und u'' oder Δ'' nicht beobachtet wurde, ist, im ersten Falle $u'' - N''$, im zweiten aber Δ'' aus 42.) zu berechnen.

Für Beobachtungen in der Nähe des Horizontes, ist sehr nahe:

$$\Delta' = \Delta'' + \cos(u'' - N'') (dz - dZ)$$

$$u' = u'' - \frac{\sin(u'' - N'') (dz - dZ)}{\Delta'' \sin 1''} - \sin N' \cdot dZ$$

dz und dZ sind den Refractionstafeln zu entnehmen.

Numerische Berechnung des Venusvorüberganges vom 6. December 1882.

Sonnen- und Venusort.

Aus den Sonnen- und Venustafeln von Leverrier erhielt ich nachstehende Werthe:

Sonne

| Pariser mittl. Zeit T' | mittl. Länge L | scheinb. Länge \odot | $lg \vartheta$ | Breite |
|-----------------------------|------------------|------------------------|----------------|--------|
| 2 ^h | 255° 14' 24.06 | 254° 23' 39.49 | 0.9934338 — 1 | — 0.12 |
| 5 | 21 47.61 | 31 16.74 | 0.9934269 — 1 | — 0.10 |
| 8 | 29 11.15 | 38 53.99 | 0.9934201 — 1 | — 0.08 |

scheinb. Schiefe der Ekliptik $\varepsilon = 23^\circ 27' 9.73''$

Aberration in Länge = 20.76

mittl. Halbmesser $\bar{R} = 16 0.00$

Nutation in Länge $\psi = 12.48$

Für die Aequatorial-Horizontal-Parallaxe $\bar{\Pi}$ in der Entfernung 1, gibt Leverrier 8".95 an. Ich habe in Uebereinstimmung mit den neueren Untersuchungen, $\bar{\Pi} = 8".85$ angenommen

Aus \odot und B wurde A , und mittelst der Formeln:

$$\text{wahre Länge} = \odot + \text{Aberration}$$

$$\text{Zeitgleichung} = A - L - \psi \cos z$$

$$\sin \Pi = \frac{\sin \bar{\Pi}}{\mathfrak{R}}$$

$$\sin R = \frac{\sin \bar{R}}{R}$$

die wahre Länge, die Zeitgleichung, Π und R bestimmt:

| T | wahre Länge | Zeitgleichung | R | $lg \Pi$ |
|----------------|----------------|------------------------|---------|------------|
| 2 ^h | 254° 24' 60.25 | — 8 ^m 42.44 | 974.625 | } 0.953518 |
| 5 | 254 31 37.50 | — 8 39.22 | 40 | |
| 8 | 39 14.70 | — 8 36.00 | 55 | |

Heliocentrischer Venusort.

| T | Länge | Breite | Rad. Vektor |
|----------------|---------------|------------|-------------|
| 2 ^h | 74° 19' 58.28 | — 4' 38.09 | 0.7205246 |
| 5 | 32 3.61 | — 3 55.08 | 0.7205104 |
| 8 | 44 8.97 | — 3 12.09 | 0.7204963 |

Aus den wahren Sonnen- und den heliocentrischen Venusörtern wurden die wahren geocentrischen, und durch Hinzufügen der Aberration, welche in Länge — 3".33, in Breite + 1".43 beträgt, nachstehende scheinbare Venusörter gefunden:

| T | \odot | β | $lg \rho$ |
|----------------|---------------|----------------|------------|
| 2 ^h | 254° 35' 2.80 | — 0° 12' 39.50 | 0.422383—1 |
| 5 | 30 29.70 | — 0 10 42.25 | 78—1 |
| 8 | 25 56.53 | — 0 8 45.04 | 78—1 |

| T | a | d |
|----------------|--------------|---------------|
| 8 ^h | 253° 14' 40" | — 22° 46' 15" |
| 5 | 10 0 | 43 47 |
| 2 | 5 20 | 41 20 |

Nach Leverrier ist der mittlere scheinbare Halbmesser $r = 8''.305$.

Durch die Formeln: $\sin r = \frac{\sin \bar{r}}{\rho}$ und $\sin \tilde{\omega} = \frac{\sin \bar{\Pi}}{\rho}$,
ergibt sich, für die ganze Dauer des Vorüberganges:

$$r = 31''.402 \quad \tilde{\omega} = 33''.463.$$

Relative Coordinaten der Venus.

Aus den scheinbaren Sonnen- und Venusörtern wurden zunächst die Grössen B, \wedge berechnet und durch Interpolation nachstehende Tafel, in welche auch die Werthe von \ominus und t aufgenommen sind, hergestellt:

| <i>T</i> | B | \wedge | \ominus | <i>t</i> |
|-------------------------------|---------|-----------|--------------|--------------------------------------|
| 2 ^h 0 ^m | 759.380 | — 683.306 | — 6° 39' 24" | 19 ^h 0 ^m 58.37 |
| 30 | 739.839 | 561.587 | 38 53 | 31 3.30 |
| 3 0 | 720.299 | 439.866 | 38 21 | 20 1 8.23 |
| 30 | 700.760 | 318.143 | 37 50 | 31 13.16 |
| 4 0 | 681.222 | 196.417 | 37 19 | 21 1 18.09 |
| 30 | 661.685 | — 74.689 | 36 47 | 31 23.01 |
| 5 0 | 642.150 | + 47.040 | 36 16 | 22 1 27.94 |
| 30 | 622.616 | 168.771 | 35 44 | 31 32.87 |
| 6 0 | 603.083 | 290.505 | 35 13 | 23 1 37.80 |
| 30 | 583.551 | 412.241 | 34 41 | 31 42.73 |
| 7 0 | 564.020 | 533.978 | 34 10 | 0 1 47.66 |
| 30 | 544.490 | 655.717 | 33 38 | 31 52.58 |
| 8 0 | 524.960 | 777.458 | 33 7 | 1 1 57.51 |
| 30 | 505.431 | 899.201 | 32 36 | 32 2.44 |

Innerhalb der halbstündigen Intervalle können die Aenderungen der B, \wedge , als der Zeit proportional angesehen werden, und können daher diese Grössen mittelst obiger Tafel für jede beliebige Zeit mit genügender Genauigkeit gefunden werden. Eben so wird man daraus die nur wenig veränderlichen Werthe von M , N , v , W , m , n , w berechnen können.

Für die Zeiten der Berührungen und der grössten Phase finde ich:

| | $lg M$ | $lg N$ | $lg v$ | W |
|-----------|---------------|---------------|--------------|------------|
| Eintritt | 0.0356743 — 2 | 0.8300858 — 2 | 0.835612 — 2 | 99° 7' 14" |
| gr. Phase | 0.0355187 — 2 | 0.8301287 — 2 | 0.835649 — 2 | 6 59 |
| Austritt | 0.0354075 — 2 | 0.8301715 — 2 | 0.835688 — 2 | 6 48 |

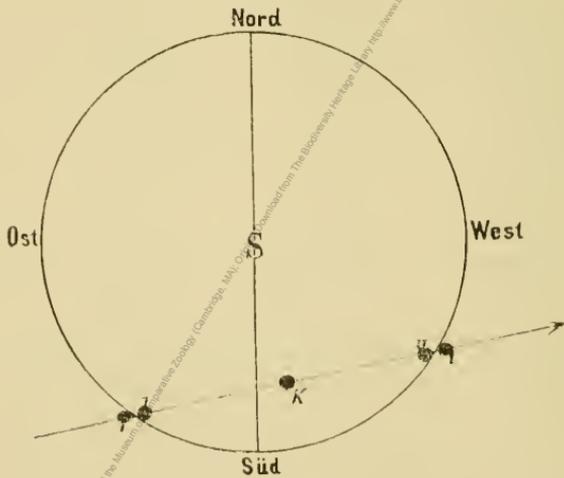
Der geocentrische Durchgang.

Mittelst der Tafel S. 135 und der Gleichung 2.) und 2'.) können zu jeder beliebigen Zeit die entsprechenden Δ , U , u gefunden werden.

Für die fünf Hauptmomente finde ich:

| T | Δ | u |
|------------------------------|----------|-----------------------|
| $T_1 = 2^h 4^m 52^s \cdot 8$ | 1006''03 | $- 34^\circ 36' 31''$ |
| $T_1 = 2 25 11 \cdot 6$ | 943·23 | $- 31 22 48$ |
| $T_k = 5 13 27 \cdot 3$ | 641·49 | $+ 15 43 2$ |
| $T_{11} = 8 1 42 \cdot 6$ | 943·25 | $+ 62 48 54$ |
| $T_2 = 8 22 1 \cdot 6$ | 1006·06 | $+ 66 2 43$ |

Die beigefügte Figur zeigt die Sonnenscheibe mit der Stellung der Venus in den fünf Hauptmomenten.



In diesen Augenblicken befindet sich der Planet im geocentrischen Zenithe nachstehender Punkte:

| | φ | λ |
|-------------------------|--------------------|--------------------|
| äusserer Eintritt | $- 22^\circ 54' 4$ | $- 33^\circ 14' 7$ |
| innerer " | 54' 1 | $- 38 19 \cdot 5$ |
| grösste Phase | 51·8 | $- 80 34 \cdot 7$ |
| innerer Austritt | 49·5 | $- 122 49 \cdot 8$ |
| äusserer " | 49·2 | $- 127 56 \cdot 7$ |

Der parallaktische Durchgang.

Für einen gegebenen Beobachtungsort.

Um die einer gegebenen Zeit entsprechenden Δ' , u' zu finden, suche man zunächst Δ , B , \ominus aus der Tafel S. 135, rechne Δ , U aus Gl. 2.); dann $\delta = \Delta \cos (U - \ominus)$, $\alpha = \Delta \sin (U - \ominus)$.

Für δ' , α' hat man die Gl. 12.), wobei die \mathfrak{A} , \mathfrak{B} etc. nachstehender Tafel zu entnehmen sind:

| T | \mathfrak{A} | \mathfrak{B} | \mathfrak{C} | \mathfrak{A}' | \mathfrak{B}' | \mathfrak{C}' |
|-------------------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 2 ^h 0 ^m | 2.50205 | 1.05817 | 32° 6' 39" | +0.0041 | 2.72602 | 31° 38' 11" |
| 3 0 | 224 | 772 | 39 37 15 | 33 | 595 | 39 30 33 |
| 30 | 243 | 727 | 47 7 56 | 26 | 588 | 47 2 55 |
| 30 | 261 | 682 | 54 38 37 | 17 | 582 | 54 35 16 |
| 4 0 | 280 | 637 | 62 9 16 | + 08 | 575 | 62 7 38 |
| 30 | 299 | 592 | 69 39 56 | 00 | 568 | 69 40 0 |
| 5 0 | 318 | 547 | 77 10 36 | — 08 | 562 | 77 12 21 |
| 30 | 337 | 502 | 84 41 15 | 16 | 554 | 84 44 42 |
| 6 0 | 356 | 457 | 92 11 54 | 24 | 546 | 92 17 4 |
| 30 | 374 | 412 | 99 42 34 | 33 | 539 | 99 49 25 |
| 7 0 | 393 | 367 | 107 13 13 | 41 | 531 | 107 21 46 |
| 30 | 412 | 322 | 114 43 53 | 49 | 524 | 114 54 8 |
| 8 0 | 430 | 278 | 122 14 33 | 58 | 516 | 122 26 30 |
| 30 | 449 | 233 | 129 45 12 | 68 | 508 | 126 58 52 |

Δ' , u' erhält man schliesslich aus Gl. 9.)

Die Berührungszeiten und die Zeit der grössten Phase werden mittelst der Gl. 21.) und 23.) berechnet, wobei zu bemerken ist, dass der Ausdruck $[f \sin \hat{\varphi} + g \cos \hat{\varphi} \cos (\lambda + \sigma)]^2$ für den Eintritt das Zeichen —, für den Austritt das Zeichen + erhält. Die f , g etc. sind den folgenden Tafeln zu entnehmen:

Aeusserer Eintritt.

| T | $lg f$ | $lg g$ | h | c | $lg (-\dot{f})$ | $lg g$ | σ |
|-----------------|---------|---------|----------|------|-----------------|--------|-------------|
| -8 ^m | 2.54077 | 2.49013 | 92° 59.4 | 5.53 | 0.9590—1 | 0.3360 | 31° 14' 10" |
| 7 | 132 | 8891 | 93 7.1 | | 595 | 65 | 29 14 |
| 6 | 187 | 769 | 14.6 | | 0.9601 | 71 | 44 18 |
| 5 | 242 | 646 | 22.0 | | 607 | 77 | 59 22 |
| 4 | 297 | 2.48523 | 29.2 | 5.58 | 612 | 82 | 32 14 26 |
| 3 | 352 | 397 | 36.4 | | 17 | 87 | 29 30 |
| 2 | 408 | 272 | 43.5 | | 23 | 93 | 44 34 |
| -1 | 464 | 144 | 50.5 | | 29 | 99 | 59 38 |
| 0 | 521 | 018 | 57.5 | 5.65 | 35 | 0.3405 | 33 14 42 |
| +1 | 578 | 2.47890 | 94 4.4 | | 40 | 11 | 29 46 |
| 2 | 634 | 761 | 11.2 | | 46 | 16 | 44 50 |
| 3 | 691 | 632 | 17.9 | | 52 | 22 | 59 54 |
| 4 | 749 | 504 | 24.5 | 5.71 | 58 | 28 | 34 14 58 |
| 5 | 807 | 372 | 31.0 | | 64 | 34 | 30 2 |
| 6 | 865 | 241 | 37.4 | | 70 | 40 | 45 6 |
| 7 | 922 | 107 | 43.7 | | 76 | 46 | 35 0 10 |
| 8 | 981 | 2.46974 | 49.9 | 5.77 | 6.9682—1 | 52 | 15 14 |

Aeusserer Austritt.

| T | $lg f$ | $lg (-g)$ | h | $-c$ | $lg (-\dot{f})$ | $lg g$ | σ |
|-----------------|---------|-----------|----------|------|-----------------|--------|--------------|
| -8 ^m | 2.25713 | 2.62840 | 46° 12.7 | 5.76 | 0.9666—1 | 0.3454 | 125° 56' 10" |
| 7 | 481 | 906 | 23.5 | | 60 | 48 | 126 11 14 |
| 6 | 248 | 972 | 34.3 | | 54 | 42 | 26 18 |
| 5 | 015 | 2.63037 | 45.2 | | 48 | 36 | 41 22 |
| 4 | 2.24783 | 101 | 56.1 | 5.70 | 42 | 31 | 56 26 |
| 3 | 550 | 165 | 47 7.0 | | 36 | 25 | 127 11 30 |
| 2 | 317 | 229 | 18.0 | | 30 | 19 | 26 34 |
| -1 | 084 | 293 | 29.0 | | 24 | 13 | 41 38 |
| 0 | 2.23852 | 356 | 40.1 | 5.64 | 19 | 08 | 56 42 |
| +1 | 619 | 419 | 51.2 | | 13 | 02 | 128 11 46 |
| 2 | 387 | 481 | 48 2.3 | | 07 | 0.3396 | 26 50 |
| 3 | 154 | 543 | 13.4 | | 01 | 91 | 41 54 |
| 4 | 2.22922 | 605 | 24.5 | 5.58 | 0.9596—1 | 85 | 56 58 |
| 5 | 689 | 666 | 35.7 | | 90 | 79 | 129 12 2 |
| 6 | 457 | 727 | 46.9 | | 85 | 73 | 27 6 |
| 7 | 224 | 788 | 58.2 | | 79 | 67 | 42 10 |
| 8 | 2.21992 | 848 | 49 9.5 | 5.52 | 74 | 62 | 57 14 |

Grösste Phase.

| T | $lg F$ | $lg - G$ | $- H$ | $lg \delta$ | $lg - \mathcal{G}$ | σ |
|-----------------|---------|----------|---------|-------------|--------------------|-------------|
| -5 ^m | 1.94937 | 2.40365 | 5° 52.5 | 0.5195 | 0.8989 | 79° 19' 23" |
| 4 | | 416 | 17.4 | | | 34 27 |
| 3 | | 470 | 4 42.3 | | | 49 31 |
| 2 | | 523 | 7.2 | | | 80 4 35 |
| -1 | | 577 | 3 32.1 | | | 19 39 |
| 0 | 1.94937 | 631 | 2 57.1 | 0.5195 | 0.8989 | 34 43 |
| +1 | | 688 | 22.2 | | | 49 47 |
| 2 | | 746 | 1 47.3 | | | 81 4 51 |
| 2 | | 805 | 12.4 | | | 19 55 |
| 4 | | 869 | 0 37.6 | | | 34 59 |
| 5 | 1.94937 | 932 | 2.8 | 0.5195 | 0.8989 | 50 3 |

Innerer Eintritt.

| T | $lg f$ | $lg g$ | h | e | $lg - \dot{f}$ | $lg g$ | σ |
|-----------------|---------|---------|----------|------|----------------|-----------|-------------|
| -8 ^m | 2.57722 | 2.48875 | 95° 14.2 | 6.18 | 0.9831 | -1 0.3602 | 36° 18' 59" |
| 7 | 788 | 745 | 19.7 | | 37 | 08 | 34 3 |
| 6 | 855 | 614 | 25.1 | | 44 | 15 | 49 7 |
| 5 | 922 | 480 | 30.6 | | 50 | 21 37 | 4 11 |
| 4 | 990 | 346 | 36.0 | 6.25 | 57 | 28 | 19 15 |
| 3 | 2.58058 | 212 | 41.2 | | 63 | 34 | 34 19 |
| 2 | 127 | 077 | 46.2 | | 70 | 41 | 49 23 |
| -1 | 195 | 2.47941 | 51.1 | | 76 | 47 38 | 4 27 |
| 0 | 263 | 803 | 56.0 | 6.32 | 83 | 54 | 19 31 |
| +1 | 332 | 665 | 96 0.7 | | 89 | 60 | 34 35 |
| 2 | 401 | 527 | 5.2 | | 95 | 67 | 49 39 |
| 3 | 470 | 387 | 9.6 | | 0.9901 | -1 73 39 | 4 43 |
| 4 | 540 | 246 | 13.9 | 6.40 | 08 | 80 | 19 47 |
| 5 | 610 | 104 | 18.0 | | 14 | 86 | 34 51 |
| 6 | 681 | 2.46962 | 22.0 | | 21 | 93 | 49 55 |
| 7 | 752 | 820 | 25.9 | | 27 | 99 | 4 59 |
| 8 | 823 | 667 | 29.6 | 6.48 | 34 | 0.3706 | 20 3 |

Innerer Austritt.

| T | $lg f$ | $lg -g$ | h | $-e$ | $lg -f$ | $lg g$ | σ |
|-----------------|---------|---------|----------|------|----------|--------|--------------|
| -8 ^m | 2.33051 | 2.64024 | 42° 41.2 | 6.48 | 0.9920-1 | 0.3707 | 120° 49' 18" |
| 7 | 2.32810 | 089 | 51.2 | | 13 | 701 | 121 4 22 |
| 6 | 569 | 154 | 43 1.2 | | 07 | 694 | 19 26 |
| 5 | 328 | 219 | 11.2 | | 00 | 688 | 34 30 |
| 4 | 088 | 284 | 21.3 | 6.40 | 0.9894-1 | 681 | 49 34 |
| 3 | 2.31847 | 349 | 31.5 | | 88 | 675 | 122 4 38 |
| 2 | 607 | 414 | 41.7 | | 81 | 668 | 19 42 |
| -1 | 366 | 478 | 51.9 | | 75 | 662 | 34 46 |
| 0 | 126 | 542 | 44 2.2 | 6.32 | 68 | 655 | 49 50 |
| +1 | 2.30885 | 606 | 12.5 | | 62 | 649 | 123 4 54 |
| 2 | 645 | 669 | 22.8 | | 55 | 642 | 19 58 |
| 3 | 404 | 732 | 33.2 | | 49 | 636 | 35 2 |
| 4 | 163 | 794 | 43.6 | 6.25 | 42 | 629 | 50 6 |
| 5 | 2.29923 | 856 | 54.1 | | 36 | 623 | 124 5 10 |
| 6 | 684 | 917 | 45 4.6 | | 29 | 616 | 20 14 |
| 7 | 444 | 978 | 15.1 | | 23 | 610 | 35 18 |
| 8 | 205 | 2.65039 | 25.6 | 6.18 | 16 | 604 | 50 22 |

Die Anwendung der Formeln (21.) und 23.) lässt sich am besten an einem numerischen Beispiele zeigen:

Es sei der innere Eintritt für Graz zu berechnen. Hier ist $\varphi = + 47^\circ 4'5$, $\lambda = + 15^\circ 28'8$

$$\begin{aligned}
 lg \operatorname{tg} \varphi &= 0.03149 \\
 lg (1-e) &= 0.99855-1 \\
 \hline
 lg \operatorname{tg} \hat{\varphi} &= 0.03004 & \text{Man setze zuerst } \tau = 0, \text{ so ist} \\
 \hat{\varphi} &= + 46^\circ 58'.8 \\
 lg f &= 2.58263 & \lambda = + 15^\circ 28'.2 \\
 lg \sin \hat{\varphi} &= 0.86440-1 & h = 95 \quad 56.0 \\
 \hline
 lg (f \sin \hat{\varphi}) &= 2.44703 & \lambda + h = 111 \quad 24.2 \\
 lg g &= 2.47803 \\
 lg \cos \hat{\varphi} &= 0.83395-1 \\
 lg -\cos (\lambda + h) &= 0.56221-1 \\
 \hline
 lg -g \cos \hat{\varphi} \cos (\lambda + h) &= 1.87419 \\
 f \sin \hat{\varphi} &= + 279.9 \\
 g \cos \hat{\varphi} \cos (\lambda + h) &= - 74.8 \\
 \hline
 \tau &= + 205.1 \\
 \tau &= + 3^m 25.1
 \end{aligned}$$

Mittelst dieses Näherungswerthes findet man nun genauer:

| | |
|---|---|
| $lg f = 2.58499$ | $h = 96^\circ 11'4$ |
| $lg \sin \tilde{\varphi} = 0.86400-1$ | $\lambda = 15 \quad 28.8$ |
| <hr/> $lg f \sin \tilde{\varphi} = 2.44939$ | <hr/> $\lambda + h = 111 \quad 40.2$ |
| | |
| $lg g = 2.47362$ | $\lambda = 15^\circ 28.8$ |
| $lg \cos \tilde{\varphi} = 0.86440-1$ | $\sigma = 39 \quad 11.0$ |
| $lg - \cos (\lambda + h) = 0.56733-1$ | <hr/> $\lambda + \sigma = 54 \quad 39.8$ |
| <hr/> $lg - g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + h) = 1.90535$ | |
| | |
| $lg - \dot{f} = 0.9904-1$ | $lg g = 0.3676$ |
| $lg \sin \tilde{\varphi} = 0.8640-1$ | $lg \cos \tilde{\varphi} = 0.8644-1$ |
| <hr/> $lg - \dot{f} \sin \tilde{\varphi} = 0.8545-1$ | <hr/> $lg - \cos (\lambda + \sigma) = 0.7623-1$ |
| <hr/> $lg - \dot{f} \sin \tilde{\varphi} + g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + \sigma) = 0.9943-1$ | |
| | |
| $\dot{f} \sin \tilde{\varphi} = - 0.72$ | |
| $g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + \sigma) = + 0.98$ | |
| <hr/> $\dot{f} \sin \tilde{\varphi} + g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + \sigma) = + 0.26$ | |
| | |
| $f \sin \tilde{\varphi} = + 281.44$ | |
| $g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + h) = - 80.42$ | |
| $e = + 6.39$ | |
| <hr/> $[\dot{f} \sin \tilde{\varphi} + g \cos \tilde{\varphi} \cos (\lambda + \sigma)^2] = - 0.07$ | |
| <hr/> $\tau = + 207.34$ | |
| | |
| $\tau = + 3^m 27.34$ | |
| $T_1 = 2^h 25 \quad 11.6$ | |
| <hr/> $T_1 = 2 \quad 28 \quad 38.9$ | |
| $\lambda = 1 \quad 1 \quad 55$ | |
| <hr/> $\mathfrak{T}_1 = 3 \quad 29 \quad 34$ | |

Eine nochmalige Wiederholung der Rechnung wird selten nöthig sein.

Anfang und Ende der Berührungen und der grössten Phase. Grösstes und kleinstes K' . Kürzeste und längste Dauer des Vorüberganges.

Nachstehende Tafel gibt die Zeiten des Anfanges und des Endes der vier Berührungen und der grössten Phase nebst den dazu gehörigen Oberflächenorten:

| | Par. mittl. Zeit | mittl. Ortszeit | φ | λ |
|----------------------|---|---|------------|-------------|
| äuss. Eintr. zuerst | 1 ^h 57 ^m 12 ^s ·2 | 7 ^h 45 ^m 10 ^s ·0 | -48° 39' 3 | + 86° 59' 5 |
| „ „ zuletzt | 2 12 39·0 | 19 53 20·8 | +50 30·3 | - 94 47·3 |
| inner. „ zuerst | 2 17 10·2 | 7 56 14·0 | -51 4·4 | + 84 46·0 |
| „ „ zuletzt | 2 33 23·8 | 20 7 3·9 | +53 12·8 | - 96 35·0 |
| grösst. Phas. zuerst | 5 8 58·7 | 5 31 19·0 | -19 24·5 | + 5 35·1 |
| „ „ zuletzt*) | 5 17 58·8 | 17 19 19·8 | +19 11·8 | -179 39·8 |
| inner. Austr. zuerst | 7 53 29·8 | 5 2 52·9 | +26 22·3 | - 42 39·2 |
| „ „ zuletzt | 8 9 44·7 | 17 8 0·1 | -23 52·1 | +134 33·8 |
| äuss. „ zuerst | 8 14 13·9 | 5 9 10·8 | +23 13·2 | - 46 15·7 |
| „ „ zuletzt | 8 29 41·6 | 17 13 21·8 | -21 6·9 | +130 55·0 |

Für den grössten und kleinsten Werth von K' und die entsprechenden Beobachtungsorte finde ich:

| | φ | λ | mittl. Ortszeit | Par. mittl. Zeit |
|---------------------------|------------|-------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| grösst. $K' = 11' 5'' 91$ | +62° 45' 8 | - 44° 30' 6 | 2 ^h 15 ^m 24·9 | 5 ^h 13 ^m 27·3 |
| klein. $K' = 10 17 08$ | -62 45·8 | +135 29·4 | 14 15 24·9 | |

Die Oberflächenorte der kürzesten und der längsten Dauer des Vorüberganges (vom inneren Eintritte bis zum inneren Austritte gerechnet) sind:

| | φ | λ | mittlere Ortszeit | |
|---|-----------|-----------|---|---|
| | | | Eintritt | Austritt |
| kürzeste Dauer = 5 ^h 21 ^m 29 ^s | +42° 32' | - 63° 56' | 22 ^h 20 ^m 38 ^s | 3 ^h 42 ^m 7 ^s |
| längste „ = 5 51 14 | -40 3' | +114 37' | 9 56 17 | 15 47 31 |

Wie aus den angegebenen Ortszeiten erhellt, hat der Ort längster Dauer nur analytische Bedeutung, indem für denselben sowohl Ein- als Austritt unter dem Horizonte erfolgt.

*) Diese Werthe haben nur eine analytische Bedeutung, da der Planet um die angegebene Zeit etwa 14° unter dem Horizonte des dazu gehörigen Oberflächenortes steht.

Grenzkurven.

Aeusserer Eintritt im Horizonte.

| φ | λ | |
|-----------|-----------|-------------------------------|
| + 67° 13' | — 34° 52' | in der oberen Culmination. |
| + 60 0 | + 9 1 | } im Untergange. |
| + 40 0 | + 35 47 | |
| + 20 0 | + 48 22 | |
| 0 0 | + 57 51 | |
| — 20 0 | + 67 9 | |
| — 40 0 | + 79 19 | } in der unteren Culmination. |
| — 60 0 | + 105 14 | |
| — 67 13 | + 148 20 | |
| — 60 0 | — 168 0 | |
| — 40 0 | — 143 35 | |
| — 20 0 | — 132 29 | } im Aufgange. |
| 0 0 | — 124 21 | |
| + 20 0 | — 116 4 | |
| + 40 0 | — 104 30 | |
| + 60 0 | — 78 30 | |

Aeusserer Austritt im Horizonte.

| φ | λ | |
|-----------|-----------|-------------------------------|
| + 67° 19' | — 127° 9' | in der oberen Culmination. |
| + 60 0 | — 82 56 | } im Untergange. |
| + 40 0 | — 56 38 | |
| + 20 0 | — 44 45 | |
| 0 0 | — 39 41 | |
| — 20 0 | — 27 49 | |
| — 40 0 | — 15 41 | } in der unteren Culmination. |
| — 60 0 | + 8 35 | |
| — 67 19 | + 51 19 | |
| — 60 0 | + 94 23 | |
| — 40 0 | + 119 44 | |
| — 20 0 | + 131 22 | } im Aufgange. |
| 0 0 | + 143 50 | |
| + 20 0 | + 149 28 | |
| + 40 0 | + 159 52 | |
| + 60 0 | — 171 48 | |

Die Kurven O und U , auf welchen die obere und die untere Culmination im Horizonte stattfindet, fallen nahe mit den Parallelkreisen von $\pm 67^\circ 16'$ geographische Breite zusammen.

Innerer Eintritt im Horizonte.

| φ | λ | |
|-----------|-----------|-------------------------------|
| + 67° 14' | — 40° 6' | in der oberen Culmination. |
| + 60 0 | + 3 45 | } im Untergange. |
| + 40 0 | + 30 32 | |
| + 20 0 | + 43 14 | |
| 0 0 | + 52 44 | |
| — 20 0 | + 62 4 | } in der unteren Culmination. |
| — 40 0 | + 74 22 | |
| — 60 0 | + 100 16 | |
| — 67 14 | + 143 22 | |
| — 60 0 | — 173 44 | } im Aufgange. |
| — 40 0 | — 148 35 | |
| — 20 0 | — 137 28 | |
| 0 0 | — 129 23 | |
| + 20 0 | — 121 10 | |
| + 40 0 | — 109 38 | |
| + 60 0 | — 83 44 | |

Innerer Austritt im Horizonte.

| φ | λ | |
|-----------|------------|-------------------------------|
| + 67° 19' | — 121° 51' | in der oberen Culmination. |
| + 60 0 | — 77 41 | } im Untergange. |
| + 40 0 | — 52 54 | |
| + 20 0 | — 39 32 | |
| 0 0 | — 31 1 | |
| — 20 0 | — 22 44 | } in der unteren Culmination. |
| — 40 0 | — 9 10 | |
| — 60 0 | + 13 21 | |
| — 67 19 | + 56 17 | |
| — 60 0 | + 99 19 | } im Aufgange. |
| — 40 0 | + 133 15 | |
| — 20 0 | + 136 24 | |
| — 0 0 | + 145 22 | |
| + 20 0 | + 154 34 | |
| + 40 0 | + 169 35 | |
| + 60 0 | — 166 10 | |

Grösste Phase im Horizonte.

| φ | | λ | | |
|-----------|---------|-----------|---------|----------------------------|
| + | 67° 16' | - | 80° 51' | in der oberen Culmination. |
| + | 60 0 | - | 37 0 | } |
| + | 40 0 | - | 10 35 | |
| + | 20 0 | + | 1 31 | |
| | 0 0 | + | 10 29 | |
| - | 20 0 | + | 19 17 | } |
| - | 40 0 | + | 30 58 | |
| - | 60 0 | + | 56 34 | |
| - | 67 16 | + | 99 42 | |
| - | 60 0 | + | 142 50 | } |
| - | 40 0 | + | 168 17 | |
| - | 20 0 | + | 179 46 | |
| | 0 0 | - | 172 8 | |
| + | 20 0 | - | 162 53 | } |
| + | 40 0 | - | 150 58 | |
| + | 60 0 | - | 124 43 | |

Erklärung der Tafeln.

Tafel I zeigt die Sichtbarkeitsgrenzen des Vorüberganges. Dieselben bestehen aus den Kurvenpaaren E, A und O, U . Auf der Kurve $\left. \begin{array}{l} E \\ A \end{array} \right\}$ findet $\left\{ \begin{array}{l} \text{der äussere Eintritt (der Anfang)} \\ \text{„ „ Austritt (das Ende)} \end{array} \right\}$ im Horizonte statt, während auf der Grenzkurve $\left. \begin{array}{l} O \\ U \end{array} \right\}$ die $\left\{ \begin{array}{l} \text{obere} \\ \text{untere} \end{array} \right\}$ Culmination im Horizonte erfolgt. Die Erdoberfläche wird von diesen vier Kurven in sechs Abschnitte getheilt, als da sind:

Die Dreiecke I und IV ,
die Zweiecke II und III ,
die kleinen Dreiecke egi und fhk .

Diese Abschnitte haben für die Sichtbarkeit des Durchganges folgende Bedeutung:

Für die innerhalb des Abschnittes I liegenden Orte geht die Venus, vor dem Anfange des Vorüberganges, auf, und, nach dessen Ende, unter. Dieselben sehen daher den ganzen Durchgang von Anfang bis zu Ende.

In II geht die Venus vor dem Anfange auf, und während des Durchganges unter. Dieser Abschnitt sieht daher wohl den Anfang, aber nicht das Ende.

In III ist das Ende, aber nicht der Anfang, sichtbar, weil hier der Aufgang nach dem Anfange und der Untergang nach dem Ende stattfindet.

Für IV bleibt der Vorübergang gänzlich unsichtbar, denn hier geht die Venus vor dem Anfange unter, und erscheint erst, nach dem Ende, wieder über dem Horizonte.

Innerhalb des Dreieckes egi sind nur mittlere Partien des Durchganges, aber weder Anfang noch Ende, sichtbar, indem hier die Venus nach dem Anfange auf-, und vor dem Ende untergeht.

Das Dreieck hfk endlich sieht sowohl den Anfang als das Ende, aber doch nicht den ganzen Durchgang, da hier die Venus nach dem Anfange untergeht, aber vor dem Ende wieder aufgeht.

Bezüglich der auf der Karte mit a, b etc. bezeichneten Punkte, gilt Folgendes:

| | | | | |
|-----|------------------|--------|---------|-------------------------------|
| a | sieht den Anfang | zuerst | | |
| b | " " | " | zuletzt | |
| c | " das Ende | zuerst | | |
| d | " " | " | zuletzt | |
| e | " den Anfang | in der | oberen | } Culmination im Horizonte |
| f | " " | " " | unteren | |
| g | " das Ende | " " | oberen | |
| h | " " | " " | unteren | |

Für $\left\{ \begin{matrix} i \\ k \end{matrix} \right\}$ bleibt die Venus gerade vom Anfange bis zum

Ende $\left\{ \begin{matrix} \text{über} \\ \text{unter} \end{matrix} \right\}$ dem Horizonte.

l sieht den Anfang im geocentrischen Zenithe

m " das Ende " " "

Wie aus dieser Karte zu ersehen, wird in dem grössten Theile von Nord- und in ganz Central- und Südamerika der Vorübergang von Anfang bis zu Ende sichtbar sein. In Europa wird nur der Anfang und die darauf folgenden Phasen, aber weder die Mitte noch das Ende sichtbar sein. Für Asien, den östlichen Theil Vorderasiens ausgenommen, bleibt der Vorübergang unsichtbar.

Tafel II zeigt zunächst die Grenzkurven E' und A' , auf welchen der innere Ein- und Austritt im Horizonte erfolgt, mit den Punkten a, b etc., deren Bedeutung derjenigen der gleichnamigen Punkte in Tafel I analog ist. Nebst diesen Grenzlinien enthält Tafel II die Kurven, auf welchen der innere Ein- und Austritt in dem nämlichen Augenblicke gesehen wird. Diese Kurven können näherungsweise als Systeme von Parallelkreisen dargestellt werden, deren Pole a, b und c, d . Die beigefügten Zahlen bezeichnen die zwischen der geocentrischen und der parallaktischen Berührung verfließende Zeit, in mittleren Zeitminuten ausgedrückt. Dieselbe ist positiv oder negativ, je nach-

dem die parallaktische Berührung später oder früher als die geocentrische erfolgt. Die durch die Punkte a , b und c , d gehenden Kurven sind die Haupthöhen-Kurven der Berührungen.

Tafel II dient hauptsächlich dazu, über die mehr oder weniger günstige Lage des Beobachtungsortes Aufschluss zu geben, wenn die Sonnenparallaxe aus der Beobachtung einer einzelnen inneren Berührung abgeleitet werden soll. Wie in der Einleitung nachgewiesen wurde, liegen die günstigsten Orte in der Nachbarschaft der Punkte a , b , c und d . Für die Beobachtung des beschleunigten Eintrittes eignet sich daher am besten das centrale Nordamerika, namentlich West-Canada und die Gegend um die fünf grossen Seen. Minder günstig gestaltet sich die Beobachtung des verzögerten inneren Eintrittes, indem der Punkt b in eine insellose Region des indischen Oceans fällt. Die beste Beobachtungsstation dafür wäre Kerguelen-Eiland.

Auch die Beobachtung des beschleunigten Austrittes ist minder vortheilhaft, da der Punkt c auf eine insellose Stelle des atlantischen Oceans fällt, und der Austritt für die nächste Inselgruppe — die Azoren — unsichtbar ist. Die günstigsten Beobachtungsorte auf den westlichen Antillen. Zur Beobachtung des verzögerten Austrittes eignet sich das ganze östliche Australien.

In *Tafel III* sind die Kurven gleicher Dauer des Vorüberganges (vom inneren Eintritte bis zum inneren Austritte) verzeichnet. Die beigetzten Zahlen bezeichnen, in mittleren Zeitminuten ausgedrückt, den Unterschied zwischen der parallaktischen und geocentrischen Dauer, welcher positiv oder negativ ist, je nachdem erstere grösser oder kleiner als letztere ist.

a und b sind die Punkte der kürzesten und längsten Dauer. Ersterer liegt in der Nähe von Neu-Schottland, weshalb sowohl diese Halbinsel als Neufundland und das ganze östliche Nordamerika vom südlichen Ende der Hudsonsbai bis Florida, ferner die Bahama- und Bermudasinseln, günstige Stationen liefern.

Der Punkt b liegt in dem in *Tafel I* mit IV bezeichneten Abschnitte, wo der ganze Durchgang unsichtbar bleibt, und fallen die Kurven, wo der Vorübergang um 6--14^m länger dauert, als für das Erdcentrum, in ihrer ganzen Ausdehnung, in das

südliche Polarmeer. Beobachtungen der Dauer werden sonach nur in der Nachbarschaft des Punktes a von Vortheil sein.

Tafel IV zeigt die Kurve, auf welcher die grösste Phase im Horizonte erscheint. Ausserdem sind in derselben zwei Parallelbogensysteme verzeichnet, deren Pole sich einerseits in a und b , andererseits in den mit $+90$ und -90 bezeichneten Punkten befinden. Ersteres besteht aus den Kurven gleichzeitiger grösster Phase. Die beigesetzten Zahlen bezeichnen, in Minuten ausgedrückt, den Unterschied, der sich ergibt, wenn man die Zeit der geocentrischen grössten Phase von jener der parallaktischen abzieht, d. i. $T_k' - T_k$. Bei der Schwierigkeit, den Augenblick der grössten Phase scharf zu erfassen, haben diese Kurven in der Praxis keine grosse Bedeutung.

Ungleich wichtiger ist das zweite Kurvensystem, welches über die mehr oder weniger günstige Lage für die Beobachtung der grössten Phase, insoferne es sich dabei um die Bestimmung der Sonnenparallaxe handelt. Aufschluss gibt Auf diesen Kurven hat Δ' um die Zeit T_k einen konstanten Werth. Auf dem Aequator dieses Kurvensystemes ist $\Delta' = K$. Mit dem Abstände von diesem mit 0 bezeichneten Aequator wächst sowohl der numerische Werth der Differenz $\Delta' - K$, als die Günstigkeit der Lage, wenn die Sonnenparallaxe aus dieser Differenz abgeleitet werden soll. Die in der Karte den Kurven beigesetzten Zahlen bezeichnen deren Abstände von der Kurve, wo $\Delta' - K = 0$, in Graden ausgedrückt. Das der Gradzahl vorgesetzte Zeichen

(\pm) bedeutet, dass $\Delta' - K$ $\left. \begin{array}{l} \text{positiv} \\ \text{negativ} \end{array} \right\}$ ist.

Auf den genannten Kurven hat $\Delta' - K$ folgende numerische Werthe:

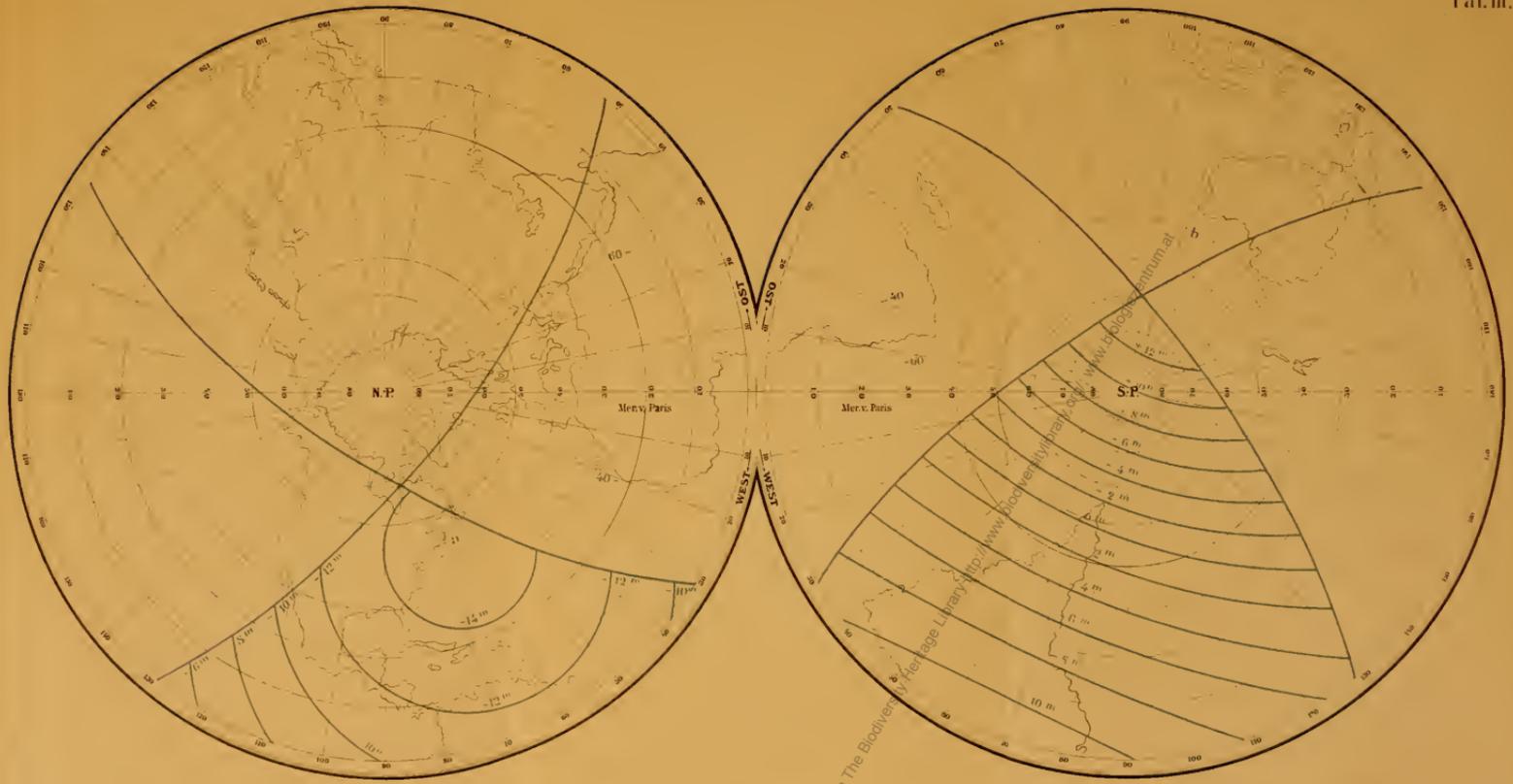
| Kurve | $\Delta' - K$ | Kurve | $\Delta' - K$ |
|-------|---------------|-------|---------------|
| 90° | 24.5 | 40° | 15.7 |
| 80 | 24.1 | 30 | 12.2 |
| 70 | 23.0 | 20 | 8.4 |
| 60 | 21.2 | 10 | 4.2 |
| 50 | 18.7 | 0 | 0.0 |

Zur Bestimmung der Sonnenparallaxe aus Beobachtungen des Positionswinkels u' um die Zeit der grössten Phase, wird man am besten Orte in der Nähe der Punkte a und b wählen.

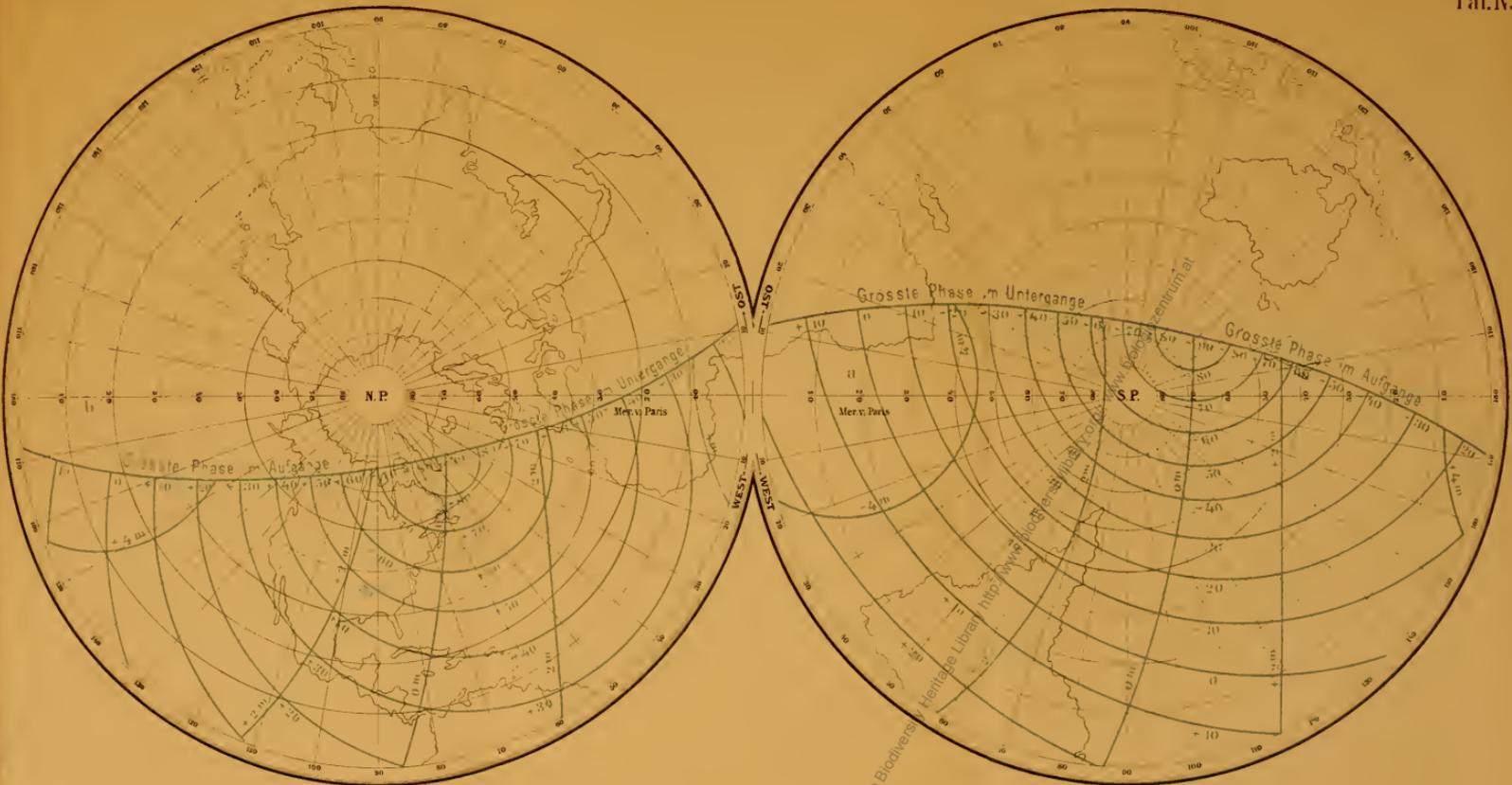
Als Haupthöhen-Kurve für die um die Zeit T_k beobachteten Positionswinkel kann jene Kurve betrachtet werden, wo die parallaktische grösste Phase gleichzeitig mit der geocentrischen erfolgt.



Digitized by the Harvard University, Ernst Mayr Library of the Museum of Comparative Zoology (Cambridge, MA). Original Download from The Biodiversity Heritage Library (<http://www.biodiversitylibrary.org/>) <http://www.biodiversitylibrary.org/>



1870, London, 21/10/10



Download from The Biodiversity Heritage Library <http://www.biodiversitylibrary.org/>

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Mitteilungen des naturwissenschaftlichen Vereins für Steiermark](#)

Jahr/Year: 1878

Band/Volume: [14](#)

Autor(en)/Author(s): Friesach Carl

Artikel/Article: [Venusvorübergang vom 6. December 1882. 115-150](#)