Über die schiefe Projektion für das Kristallzeichnen.

Von

C. Viola in Parma.

Mit 8 Textfiguren.

Die Art und Weise, wie man eine orthogonale parallele Projektion eines Kristalls erhält, ist oft behandelt worden, so daß, wollte man die Geschichte dieses Zweiges der geometrischen Kristallographie schreiben, man zu den Anfängen selbst dieser Wissenschaft zurückgreifen müßte. — Es ist hingegen interessanter, zu vernehmen, wie man aus einer Projektion eine andere erhalten kann. — Die Transformation der gnomonischen Projektion in eine parallele ist, glaube ich, zum erstenmal von V. Goldschmidt[1] angegeben worden. Aber Goldschmidt hat sich darauf beschränkt, aus der gnomonischen Projektion nicht eine beliebige parallele schiefe Projektion abzuleiten, sondern eine orthogonale; die so beschränkte Aufgabe kann in sehr vielen Fällen nützlich sein, kann aber auch mangelhaft werden, wenn man nämlich von einer parallelen Projektion verlangt, daß eine Kristallfläche besonders in die Augen springe, und andere Flächen nicht alle gleichzeitig zurücktreten. Aber ehe ich die Lösung dieses Problems auseinandersetze, möchte ich kurz die von Goldschmidt angegebene Konstruktion wiederholen.

Die gnomonische Projektion des Kristalls ist durch den Grundkreis gg mit dem Scheitelpunkt C (Fig. 1) gegeben

---

[1] V. Goldschmidt, Über Kristallzeichnen. Zeitschr. f. Krist. etc. 19. 4. 1891.

und die Pole der einzelnen Flächen sind ebenfalls gegeben, deren Verbindungsgeraden die Zonen resp. die Kanten des Kristalls festsetzen. — Eine dieser Zonen ist durch die Spur $\pi\pi$ gegeben.

Um eine orthogonale Projektion des Kristalls herzustellen, nimmt man eine Bildebene durch ihre Leitlinie LL. Dann ist auch der Pol P der Bildebene gegeben und der Winkelpunkt W. Beiläufig sei bemerkt, daß, um den Pol P und den durch die Leitlinie gegebenen Winkelpunkt W der Bild-

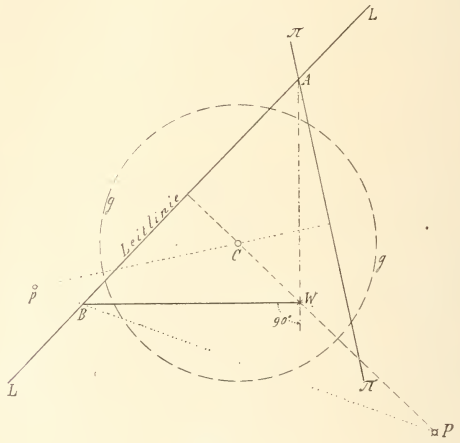

Fig. 1.

ebene zu konstruieren (Fig. 2), es genügt, durch den Scheitelpunkt C der gnomonischen Projektion die zur Leitlinie LL Normale MC zu führen, und auf diese, von C aus, die Normale CD aufzurichten; dann D mit M verbinden und die DP normal zu MD zu machen, womit man in P den Pol der Bildebene gegeben hat. — Um den Winkelpunkt W zu finden, macht man MD = MW.

Stellt man sich vor, die Bildebene sei auf die Grundebene (d. h. Zeichnungsebene) gelegt, indem dieselbe um ihre Leitlinie LL gedreht wird, so fällt der Mittelpunkt der gnomonischen Projektion, der in der Bildebene enthalten ist, mit dem Winkelpunkt W zusammen.

Kehren wir nun zu der Fig. 1 zurück, worin die gegebene Zone des Kristalls durch die Spur $\pi\pi$ festgestellt ist.

Es frägt sich, welches ist die Richtung der durch diese Zone gegebenen Kante, wenn sie auf die Bildebene projektiert und auf die Grundebene umgelegt wird. — Da die Kante zur Zonenebene senkrecht steht, so wird auch ihre orthogonale Projektion zur Spur der Zonenebene mit der Bildebene senkrecht sein. — Die Spur der Zonenebene auf der Bildebene ist aber die Gerade CA, welche, wenn die Bildebene umgelegt ist, nach AW fällt. — Die fragliche Richtung der Kristallkante ist daher BW, indem sie zu AW senkrecht steht, wie Fig. 1 angibt.

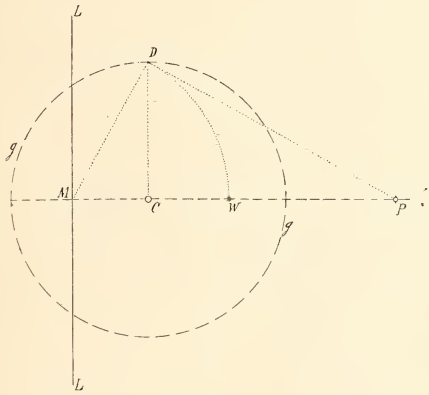

Fig. 2.

Dies ist die von Goldschmidt sehr einfach gegebene Konstruktion. Nachdem die Leitlinie gegeben wird und der Winkelpunkt W gefunden ist, geht die Konstruktion der Kristallkante einfach aus nur einer gezogenen Geraden, der Geraden AW, hervor. Einfacher kann man doch nicht die Zeichnung gestalten.

Zur besseren Einsicht für das, was später vorgetragen wird, kann man noch hinzufügen, daß die Richtung der Kante BW auch gefunden werden kann, wenn der Pol der Zone gegeben ist. Der Pol der Zonenebene $\pi\pi$ sei p. — Und da der Pol P der Bildebene auch gegeben ist, so verbindet man p mit P, deren Gerade die Leitlinie in B schneidet. Die Gerade Pp stellt offenbar die Spur auf der Grundebene derjenigen Ebene dar, welche durch die mit dem Pol p ge-

gebene Kristallkante geht und zur Bildebene senkrecht steht. Eine solche Ebene schneidet die Bildebene in der Geraden BC, welche somit die orthogonale Projektion der gegebenen Kante ist. Wird sie auf die Grundebene umgelegt, so fällt sie mit BW zusammen. — Diese letzte Konstruktion ist offenbar viel komplizierter als diejenige von Goldschmidt, da sie verlangt, daß jedesmal der Pol p der gegebenen Zone konstruiert wird, aber sie mag übersichtlicher sein als jene, da, um die Projektion einer Geraden zu finden, eine Ebene gebraucht wird, die zur Projektionsrichtung parallel ist, welche

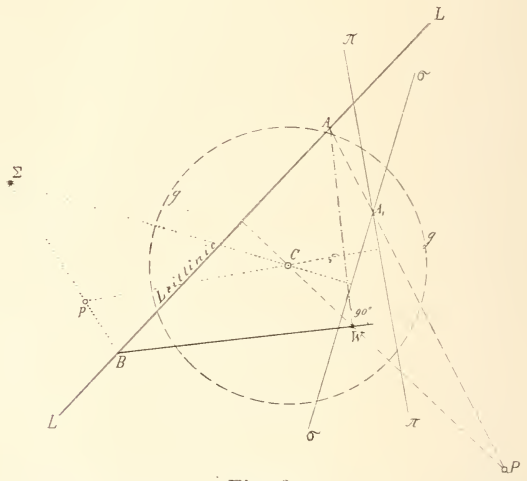

Fig. 3.

in diesem speziellen Fall von Goldschmidt zur Bildebene senkrecht steht. — Um unsere allgemeine Aufgabe zu lösen, werden wir aber verlangen, daß die Projektionsrichtung zur Bildebene schief stehe.

Unsere Aufgabe stellt sich also folgendermaßen dar. Die gnomonische Projektion des Kristalls ist durch den Grundkreis gg (Fig. 3) gegeben mit dem Scheitelpunkt C; ferner ist die Bildebene durch ihre Leitlinie LL und die Projektionsrichtung, letztere schief zur Bildebene, gegeben. Es wird verlangt, die parallele schiefe Projektion des Kristalls umgelegt auf die Grundebene zu finden. — Die Projektionsrichtung in der Fig. 3 ist durch den Pol Σ oder durch seine

Polarebene $\sigma\sigma$ gegeben, welche, wie bekannt, zur Projektionsrichtung senkrecht steht. —

Es handelt sich darum, alle Kanten des Kristalls nach der gegebenen Richtung Σ auf die durch die Leitlinie LL gegebene Bildebene zu projizieren und das Ganze auf die Grundebene umzulegen. Der Pol p der gegebenen Zonenebene $\pi\pi$ sei konstruiert nach der vorher angeführten Methode, der somit die Richtung der gegebenen Kante darstellt. Ferner sei W der Winkelpunkt der Bildebene und P deren Pol.

Man ziehe die Gerade Σp. Sie stellt in der gnomonischen Projektion die Spur der durch die gegebene Kante gehenden Ebene dar, welche zur Projektionsrichtung parallel ist. — Ihre Schnittlinie mit der Bildebene ist eben die Verbindungslinie BC, welche, auf die Zeichnungsebene umgelegt, mit BW zusammenfällt. So ist also BW die parallele schiefe Projektion der gegebenen Kante auf die Bildebene nach der Projektionsrichtung Σ, und umgelegt auf die Grund- oder Zeichnungsebene, was eben die Lösung der gestellten Aufgabe ist. Man gelangt zum gleichen Resultat, ohne den Pol p der gegebenen Zonenebene $\pi\pi$ zu konstruieren, wenn man folgende Betrachtungen anstellt.

Die Spur $\pi\pi$ der gegebenen Zone und die Spur $\sigma\sigma$ der zur Projektionsrichtung Σ senkrecht stehenden Polarebene schneiden sich im Punkt A_1; deshalb ist dieser Punkt A_1 der Pol der Ebene, deren Spur die Gerade Σp ist. — Die Verbindungsgerade A_1P ist also die Spur der zur Geraden BC normalen Ebene. Wird die Bildebene auf die Grundebene umgelegt, so fällt die genannte Spur mit WA zusammen, die somit zu WB senkrecht steht.

Die hier angegebene Konstruktion ist also mit derjenigen von Goldschmidt analog. Sie besteht nämlich aus folgendem:

Nachdem man $\sigma\sigma$ und P konstruiert hat, wird P mit A_1 verbunden, nachher der Punkt A auf der Leitlinie LL festgesetzt und dann A mit W verbunden. Die Richtung der gegebenen Kristallkante ist dann zur Geraden AW senkrecht, was die gesuchte schiefe Projektion der gegebenen Kante bedeutet.

Die parallele schiefe Projektion zeigt viele Vorteile im Gegensatz zu der in ersterer enthaltenen orthogonalen, aus

einem sehr wichtigen Grunde, nämlich daß bei jener zwei Daten beliebig gewählt werden können, Bildebene und Projektionsrichtung, während bei dieser nur das eine zur Verfügung steht.

Ich möchte mit einigen Beispielen diese Vorteile erläutern und zeigen, wie eine solche Projektion sogar unerläßlich beim Kristallzeichnen werden kann.

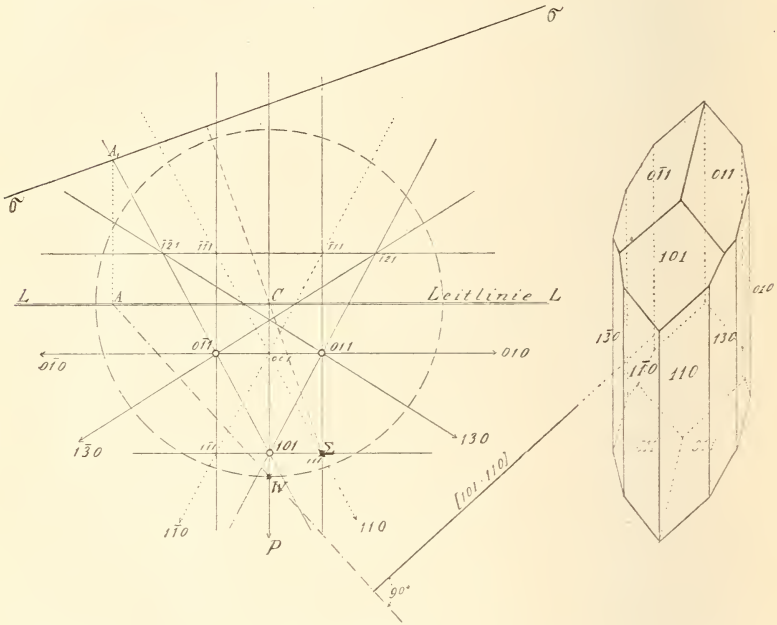

Fig. 4.

In der Fig. 4 ist ein Amphibolkristall schief auf eine zu (100) parallele Bildebene gezeichnet.

Die gnomonische Projektion des Amphibols mit den entsprechenden Flächenpolen und Zonen ist Fig. 4, links, gegeben; ebenso die Bildebene mit der Leitlinie LL.

Die Projektionsrichtung ist nicht senkrecht zur Bildebene, sondern schief, und zwar durch den Pol Σ festgesetzt, der willkürlich in den Pol (111) gebracht worden ist; damit ist auch die Spur σσ der zu Σ gehörigen Polarebene gegeben. — Es sei bemerkt, daß der Pol P der Bildebene ins ∞ in der Richtung CW fällt.

Um die schiefe Projektion einer Kristallkante zu konstruieren, welche zur Zone [0$\bar{1}$1. 101] gehört, suche man zuerst den Schnittpunkt A_1 der die Zone [0$\bar{1}$1. 101] darstellenden Geraden mit der Spur $\sigma\sigma$, dann verbinde man A_1 mit P, oder, was dasselbe ist, man fälle von A_1 die Normale auf LL, wodurch man den Punkt A erhält. Man ziehe die Gerade WA, worauf die gesuchte Richtung der Kante zu WA senkrecht steht, wie in Fig. 4 angegeben ist. — Alle übrigen Kanten sind auf dieselbe Weise konstruiert worden, und man hat die parallele schiefe Projektion des Amphibolkristalls in der Fig. 4 rechts erhalten. —

In sehr vielen Fällen kann es von Interesse sein, die parallele schiefe Projektion eines Kristalls zu besitzen, wenn es erforderlich ist, daß eine seiner Flächen in der richtigen Form erscheine. In diesem Fall muß die Bildebene parallel zur genannten Fläche sein und die Projektionsrichtung soll schief und in der Weise gewählt werden, daß die anderen Flächen sichtbar seien und sich die Kanten in der Projektion nicht decken.

In der Fig. 5 links (p. 110) ist vorerst die gnomonische Projektion eines Hämatitkristalls gezeichnet. —

Die Bildebene muß selbst Grundebene sein, weil man verlangt, daß die Fläche (111) in ihrer wahren Form und Größe erscheint. Um gleichzeitig den Hämatitkristall in einem übersichtlichen Bild zu haben, muß man die Projektionsrichtung schief gegen die Bildebene wählen. Man hat in der Fig. 5 die Projektionsrichtung durch den Pol Σ festgesetzt und daraus seine Polarebene $\sigma\sigma$ konstruiert. — In diesem Fall ist der Winkelpunkt W Zentrum der gnomonischen Projektion, wohin auch der Pol P der Bildebene fällt.

Um die Kantenrichtungen zu erhalten, wird man die Schnittpunkte der Zonen mit der Spur $\sigma\sigma$ finden, darauf die ersteren mit dem Zentrum der gnomonischen Projektion verbinden, dann werden die bezüglichen Kantenrichtungen resp. normal zu dieser Verbindungslinie sein. — Damit ist die parallele Perspektive der Fig. 5 (rechts unten) zum Vorschein gekommen, wo die Flächen (111) und ($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$) in ihrer wahren Form erscheinen, da sie parallel zur Zeichnungsebene sind.

Beschränkt man hingegen das Problem, wie Goldschmidt getan hat, d. h. indem man die orthogonale Projektion anwendet, so erhält man die Perspektive der Fig. 5 rechts oben, die natürlicherweise nicht das Relief aufweist und nicht in die Augen springend ist, wie die parallele schiefe Projektion.

Man kann die parallele schiefe Projektion beanspruchen, wenn man einen Zwillingskristall darstellen will. Dabei kann man verlangen, daß die Zwillingsebene parallel zur Bildebene

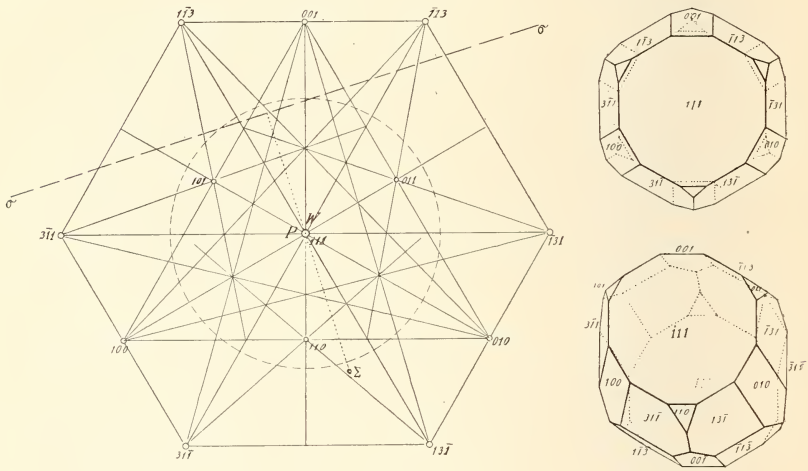

Fig. 5.

sei, oder auch, daß sie normal zu dieser stehe, oder endlich, daß eine gemeinsame Kante der beiden Zwillingsindividuen zur Bildebene senkrecht stehe. In allen diesen Fällen wäre die orthogonale Projektion nicht geeignet und würde den Charakter des Zwillingsgesetzes durchaus nicht wiedergeben.

In der Fig. 6 links ist z. B. die gnomonische Projektion eines kubischen Kristalls dargestellt, in welchem die Zwillingsebene eine der 4 Flächenpaare des Oktaeders sein soll, z. B. die Fläche (111). Die Bildebene ist daher (111), da man verlangt, daß die Zwillingsebene in ihrer wahren Form projektiert erscheine. Da (111) (= P) der Pol der Bildebene ist, so wird letztere in der durch die zwei Pole ($\bar{1}01$) und ($0\bar{1}1$) gehenden Leitlinie dargestellt sein. — Dann konstruiere

man den Winkelpunkt W. — Wäre P auch der Pol der Projektionsrichtung, wie in der orthogonalen Projektion von Goldschmidt, so bekäme man das in der Fig. 7 dargestellte Bild, welches durchaus keinen Zwillingscharakter aufweist.

Wendet man hingegen die schiefe Projektion an, so wird das Bild des Zwillingskristalls ganz anders. Man kann z. B. als Projektionsrichtung diejenige annehmen, deren Polarebene durch die Spur $\sigma\sigma$ (Fig. 6) bestimmt ist.

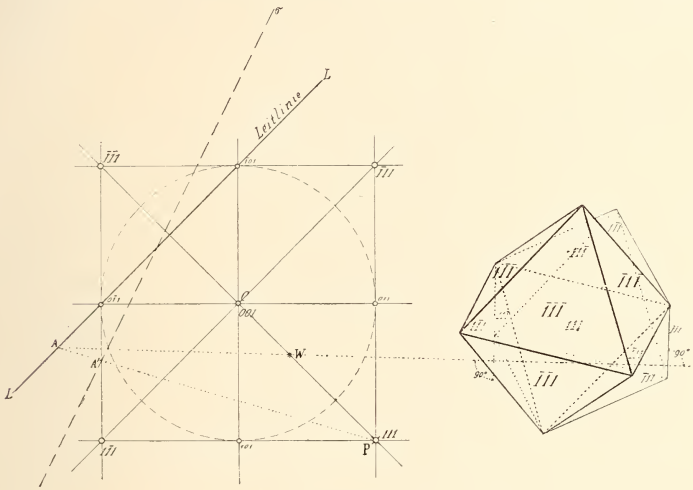

Fig. 6.

Um die Projektion der den zwei Flächen $(\bar{1}\bar{1}1)$ und $(1\bar{1}1)$ gemeinsamen Kante zu erhalten, suche man den Schnittpunkt A_1 dieser Zone mit der Spur $\sigma\sigma$, dann verbinde man A_1 mit P, und man wird auf der Leitlinie LL den Punkt A treffen, der mit W durch eine Gerade verbunden wird, auf welche die gesuchte Kante senkrecht zu stehen kommt. Konstruiert man auf dieselbe Weise alle vorhandenen Kanten, so erhält man endlich das in der Fig. 6 rechts dargestellte Bild des Zwillingskristalls, wo die Flächen (111) und $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ in ihrer wahren Gestalt erscheinen. —

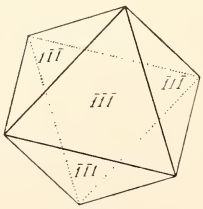

Fig. 7.

Es kann anderseits nützlich erscheinen, daß, wie gesagt, die Bildebene senkrecht zur Zwillingsebene sei. —

In der Fig. 8 ist ein Zwillingskristall eines triklinen Feldspats nach dem Albitgesetz dargestellt, wo die Zwillingsebene (010) ist.

Die Bildebene soll normal zur Zwillingsebene und zur Fläche (010) sein, d. h. senkrecht zur gemeinsamen Kante [100]. Damit ist sie durch die durch p (001) und $\bar{p}$ ($\overline{001}$) gehende Leitlinie bestimmt, deren Winkelpunkt W und der

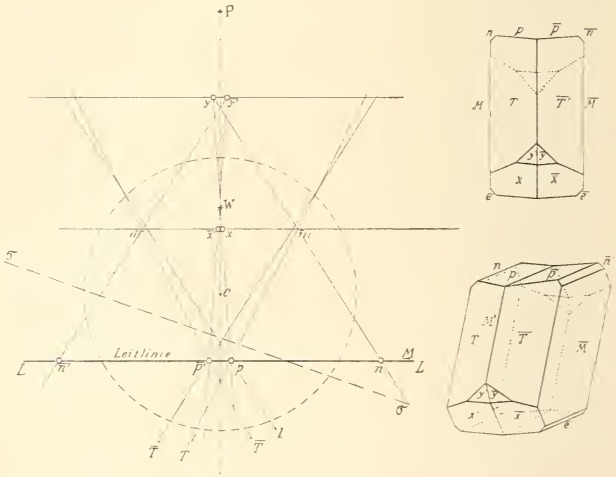

Fig. 8.

Pol P ist. Wenn die parallele Projektion orthogonal wäre, wie diejenige von Goldschmidt, würde man ein Bild erhalten wie das in der Fig. 8 rechts oben, worin zwar die Verzwillingung klar erscheint, aber ohne das Relief der zwei Individuen. — Um dagegen dies letztere zu erhalten, empfiehlt es sich, eine passende Projektionsrichtung zu wählen. Zu diesem Zweck hat man ihre Polarebene durch die Spur $\sigma\sigma$ geführt. —

Indem man die oben ausgeführte Regel befolgt, erhält man das Zwillingsbild, das in der Fig. 8 unten rechts dargestellt ist. Hier ist das Zwillingsgesetz klar, sowie auch das Relief des Zwillingskristalls. Dabei erscheint der wahre

durch die zwei Flächen p und $\bar{p}$ gebildete Winkel, der das Zwillingsgesetz charakterisiert, in seiner wirklichen Größe, wie die Fig. 8 angibt. —

Wir haben gesehen, daß die gnomonische Projektion sich außerordentlich gut eignet, um eine parallele schiefe Projektion des Kristalls zu erhalten, wie auch die Bildebene und die Projektionsrichtung sein mögen. Aber auch die stereographische Projektion entspricht diesem Zweck vollständig. — Ich habe schon gezeigt, wie man aus dieser die orthogonale Projektion erhält[1]. — Nun werde ich mir erlauben, in einer späteren Arbeit diese Frage weiter zu verfolgen. —

[1] C. Viola, Grundzüge der Kristallographie. Leipzig 1904. p. 29.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie

Jahr/Year: 1912

Band/Volume: 1912_2

Autor(en)/Author(s): Viola Carlo Maria

Artikel/Article: Über die schiefe Projektion für das Kristallzeichnen. 103-113