Pat 54 506.436.17 C.448
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Věstník

Královské české společnosti nauk

Třída mathematicko-přírodovědecká.

1918.

SMITHSONIAN INSTITUTION
SEP 1 1927
275508
NATIONAL MUSEUM

Mémoires

de la

Société Royale des Sciences de Bohême

Classe des Sciences.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Věstník Královské české společnosti nauk

Třída mathematicko-přírodovědecká.

Ročník 1918.

*

V Praze 1919.
Nákladem Královské české společnosti nauk.
V komisi u F. Řivnáče.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Mémoires de la Société Royale des Sciences de Bohême

Classe des Sciences.

Année 1918.

★

Prague 1919.
Publié par la Société Royale des Sciences de Bohême.
Librairie F. Řivnáč.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Přednáška konaná roku 1918 ve schůzi třídy mathematicko-přírodovědecké.

15. února. Viktor Janda: O regeneraci pohlavních orgánů Oligochaetů.

OBSAH.

Viktor Janda: Nové zprávy o regeneraci pohlavních orgánů Oligochaetů . . . . . I.
August Žáček: Studie o kondensátorových kruzích . . . . . II.
Quido Vetter: O metodice dějin matematiky . . . . . III.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Conférence faite en 1918 dans la séance de la classe des Sciences.

Le 15 février. Viktor Janda: Sur la régénération des organes de sexe chez les Oligochaeta.

TABLE DES MATIÈRES.

Viktor Janda: Sur la régénération des organes de sexe chez les Oligochaeta . . . . . I.
August Žáček: Sur les circuits oscillatoires . . . . . II.
Quido Vetter: Sur la méthode dans l'histoire des mathématiques . . . . . III.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tiskem Dr. Ed. Grégra a syna v Praze.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

I.

Nové zprávy o regeneraci pohlavních orgánů Oligochaetů.

Podává

Dr. Viktor Janda.

Předloženo v zasedání dne 15. února, vydáno dne 25. února 1918.

(S 1 tabulkou a 2 vyobr. v textu.)

Pracovní program.

Materiálu *Criodrilů (C. lacuum Hoffm.)* s regeneráty pohlavní krajiny, který jsem si za svého delšího pobytu ve Vídni připravil pro další zpracování, užil jsem ve svých dvou pracích (11. b. c.) o regeneraci pohlavních orgánů tohoto Oligochaeta, pouze částečně. Většinu operovaných zvířat jsem tehdy ponechal na živu a pěstil dále. Šlo mi totiž mimo jiné o to, abych přiměl operovaná zvířata ku páření a snášení kokonů, při čemž měly býti řešeny otázky dvě: předně měl býti podán důkaz, že i regenerovaný pohlavní aparát *Criodrila* jest schopen normální činnosti, a za druhé mělo býti na potomstvu operovaných zvířat studováno, zda a do jaké míry se dědí změny ve stavbě pohlavních ústrojů tohoto zvířete uměle vyvolané regenerací. Řešení tohoto problému zdálo se mi tím více žadoucí, že zde, mimo jiné, běží o změny, které se týkají samotných pohlavních žláz.

Dále měly býti zodpovědeny otázky následující: 1. Zda se vyvinuje regenerovaný pohlavní aparát *Criodrila* ve všech regenerátech, či může-li nastati obnova přídy a pohlavního okrsku i bez vytvoření pohlavního ústrojí. 2. Na mnohem větším materiálu než dříve mělo býti zjištěno, zda ono ná-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

padné, a jak se zdá, bezúčelné zmnožení jednotlivých částí pohlavního ústrojí, zejména gonád, které bylo dosud zjištěno ve všech případech, jest skutečně tak všeobecně rozšířeným a pravidelným zjevem, jakým se mi býti zdálo, či připouští-li jisté vyjimky. 3. Šlo mi o to, zda zůstanou přespočetné části regenerovaného pohlavního systému, zejména přespočetné gonády, které pro normální pohlavní činnost zvířete jsou úplně zbytečné, i během dalšího života zachovány, či po nějaké době opět zaniknou a původní jednoduché a normální poměry se obnoví. Při tom měl býti zkoumán i vývojový stav těchto ústrojů nejen v obdobích pohlavní dospělosti, nýbrž i v jiných ročních dobách. 4. Mělo býti provedeno přesnější a o větší srovnávací materiál se opírající určení hranic, až po které se v regenerátech pohlavní aparát může prostírati. 5. Mělo býti věnováno více pozornosti složeným (obojetným) regenerovaným gonádám, o nichž jsem se v předešlém pojednání pouze stručně zmínil. 6. Naskýtala se otázka, jsou-li též dorsální části výstélky tělní stěny schopny tvořiti gonády a zda lze vytvoření jich vyvolati i z ventrálního peritonea středních a zadních tělních segmentů. 7. Zdálo se mi žádoucí, statisticky vyšetřiti i normální pohlavní orgány u většího množství *Criodrilů* vzhledem k tvaru, poloze, počtu a stabilitě jeho složek. Tuto namáhavou a mnoho času vyžadující práci jsem podnikl nejen pro srovnání abnormálních poměrů vyvolaných regenerací s normálními, nýbrž i z toho důvodu, že jí měl býti položen pevnější základ ku pokusům dědičnostním shora uvedeným a vyšetřen alespoň přibližně stupeň variability normálního pohlavního ústrojí tohoto Oligochaeta. 8. Rozšířil jsem své pokusy i na jiné zástupce našich *Oligochaetů*.

A. Criodrilus lacuum Hoffm.

Materiál.*)

Mou snahou bylo, udržeti operovaná zvířata v zajetí co nejdéle na živu; i hleděl jsem jim po svém návratu do Prahy

*) Srov. též má předešlá pojednání: »Die Regeneration der Geschlechtsorgane bei Criodrilus lacuum I. u. II. Teil. Archiv f. Entwicklungsmech. d. Organismen. 1912.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

životní podmínky tak upraviti, aby se pokud možno podobaly podmínkám, za nichž žila ve volné přírodě. Exempláře s regenerovanými přídami jsem rozdělil do šesti prostorných, as 3 dm vysokých a širokých a 4 dm dlouhých skleněných van, do nichž bylo navrstveno asi $1^1/_2$ dm vysoko bahna, přineseného z naleziště. (Dunaj u Vídně a Klosterneuburku.) Toto bahno bylo hojně promíšeno pískem, zetlívajícími listy, kořínky a jinými zbytky rostinnými. Povrch jeho tvořil mírný svah. Bahno bylo v každé nádobě osázeno několika sazenicemi sevláku širolistého *(Sium latifolium)*, zevaru větevnatého *(Sparganium ramosum)* a šípatky *(Sagittaria natans)*, mimo to přidáno do vody několik snítek doušky *(Elodea densa)*. Akvaria byla napájena vodou vltavskou, která stála v nejhlubších místech asi 1 dm nade dnem. Voda byla občas dolévána. Vodní rostinstvo ji udržovalo trvale čistou. Akvaria byla postavena v místnosti i v zimě nevytápěné poblíž oken, ale tak, že byla před příliš prudkým sluncem chráněna. Mimo materiál, který jsem přivezl z Vídně, opatřil jsem si později ještě asi 200 nových exemplářů *Criodrila* z týchž nálezišť jako dříve, a užil jich z největší části k týmž pokusům. Úmrtnost byla i u tohoto materiálu nepatrná. Některé jedince jsem nalezl ještě po půl třetím roce po operaci na živu.

Mimo operovaná zvířata byla chována též zvířata kontrolní (normální) ve dvou zcela podobně zařízených akvariích a za stejných podmínek.

Z kokonů, které jsem 10./VII. nasbíral na březích Dunaje, vypěstil jsem v akvariu asi půl druhého sta mladých *Criodrilů*, jichž jsem použil jednak ku studiu vývoje normálních pohlavních žláz, jednak k měření rychlosti růstu jejich těla. Bohužel, zašli mi po tříměsíčním chovu z neznámých mi příčin do jednoho, čímž byla další má měření přerušena. Jakkoliv jsou mé zkušenosti o růstu mladých *Criodrilů* dosud velmi kusé, přece se mi zdá na základě dosavadních pozorování pravděpodobno, že mladí *Criodrilové* po opuštění schránky kokonové potřebují k dosažení pohlavní dospělosti při nejmenším doby celého roku, ba spíše doby ještě delší. Jelikož většina *Criodrilů*, jichž jsem užil k operacím, byly exempláře dorostlé a velmi často i úplně pohlavně dospělé, které ještě téměř tři roky po operaci žily, usuzuji, že doba

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

života těchto zvířat jest delší čtyř roků. — Ačkoliv *Criodrilové* mého chovu měli v bahně hojnost zetlívajících zbytků rostlinných i kořenů vodních rostlin, přece jsem již po jednom roce zajetí pozoroval, že se velikost těla jak u normálních, tak u operovaných jedinců znatelně zmenšila. Tělo se nejen zkrátilo, nýbrž zároveň ztenčilo.

I při velmi silných redukcích však podrželi *Criodrilové* svou původní čilost v neztenčené míře a ani v pohybech, ani v celkovém vzezření, mimo právě uvedené změny, nebylo lze pozorovati nějakých nepravidelností. Barva kůže zůstala beze změny a ani náběhy k fragmentaci těla se nedostavily. Této redukce přibývalo zvolna sice, ale stále, až asi po 2—2½ roce zajetí se některé exempláře tak silně zkrátily, že dosahovaly sotva jedné čtvrtiny své původní délky a upomínaly celým zevnějškem velice na mláďata. — Zda zde běží o zjev v životě tohoto zvířete obvyklý, či je-li tato redukce následkem změněných a ne zcela normálních životních podmínek, v nichž se zvíře octlo, nemohu rozhodnouti. Nalezl jsem sice mezi zvířaty v pozdním podzimu chycenými i exempláře, které se nápadně podobaly redukovaným jedincům mého chovu, nemohu však s bezpečností udati, jde-li v těchto případech o mláďata, či o zvířata stará, ale redukovaná. — Za abnormálních veder v létě r. 1911 pozoroval W. Harms (5a) u *Lumbricidů*, s nimiž experimentoval, že přes to, že měli hojnost potravy a hlínu stále vlhkou, upadli ve ztrnulý stav, podobný »letnímu spánku«, v němž setrvali po celou dobu veder. Jelikož po celou tuto dobu nepřijímali žádné potravy, počalo se jejich tělo ztravovati a zkrátilo se u některých jedinců až na třetinu původní délky, při čemž se stalo clitellum nezřetelným. Mnoho takto redukovaných exemplářů pošlo. Jakmile nabyla teplota opět obvyklé výše, procitla zvířata ze své lethargie, počala opět žráti a rychle rostla, takže již koncem září 1911 mnohá z nich dorostla téměř do původní velikosti. Clitellum se opět objevilo a skrz kůži zase prosvítaly vaky chámové. Do stavu podobné ztrnulosti upadají tato zvířata i při nízké teplotě v zimě. Tu jsem je nalezl, podobně jako Harms, často schoulena na dně květináčů v malých dutinkách, které si v hlíně upravila. I když zvířata z hlíny vyjmeme, zůstanou po delší dobu stočena

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

v klubko a nehybna. V tomto zimním stavu klidu však jest zmenšení tělného objemu Lumbricidů i po delší době hladovění jen zcela nepatrné, neboť i výměna látková jest při nízké teplotě značně omezena.

Ačkoliv byly pohlavní žlázy i u redukovaných normálních i operovaných *Criodrilů* dobře zachovány, přece se mi dosud nepodařilo pozorovati snesení kokonů a vypěstiti druhou generaci, takže si musím řešení prvých dvou otázek shora uvedených ponechati na pozdější dobu,

Vyskyt pohlavních orgánů v regenerátech.

Na otázku, mohou-li se vyvinouti regeneráty pohlavního okrsku, aniž se v nich vytvoří pohlavní orgány, musím odpověděti záporně, neboť jsem nalezl ve všech 172 starších regenerátech přídy, pohlavní ústroje (až na samčí atria) více méně dokonale vyvinuty.

Pokud se týče atrií, nutno poznamenati, že se tyto orgány vyvinují i u normálních zvířat pouze dočasně, v době pohlavní dospělosti, načež zakrsávají. Jde-li pouze o zjištění základů gonád a vířivých nálevek pohlavních vývodů, netřeba čekati až regeneráty dorostou, neboť je lze nalézti již v regenerátech zcela mladých, sotvaže se počínají členiti v segmenty.

Regenerace pohlavního systému Criodrila (až na atria) jest zjevem zcela pravidelným, který se dostavuje při každé obnově pohlavní krajiny.

Nové gonády se vytvořily nejen při úplném odstranění celé přídy i se všemi pohlavními orgány, nýbrž i tehdy, když byl pohlavní okrsek odstraněn pouze neúplně a odňaty pouze jeho části, které ležely před 10., 11. nebo 13. segmentem, tak že byly staré pohlavní žlázy buď všechny nebo alespoň některé v těle ponechány. Jest tedy u Criodrila regenerace nových gonád (i přespočetných) nezávislá na přítomnosti gonád původních.

Již dříve jsem uvedl, že úmrtnost operovaných *Criodrilů* jest velmi nepatrná. K tomu ještě podotýkám, že se

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

u všech exemplářů, jimž byla odříznuta přída nedaleko za pohlavní krajinou a které se nestaly obětí nákazy, dostavila regenerace odstraněné části s podivuhodnou snadností a úplností. Nenalezl jsem ani jednoho případu, kde by se při tomto způsobu operace byly rány pouze zacelily a regenerát se nevytvořil. Také »heteromorfní zádě« na místě přídy nikdy v těchto případech nenarostly. Děje-li se náhrada přídy a pohlavních ústrojů u *Criodrila* s tak velikou snadností a přesností, jak právě bylo vytčeno, jest zajisté tato podivuhodná mohutnost činitelem pro jeho rozmnožení vysoce důležitým a tím významnějším, že bylo u něho dosud pozorováno pouze rozmnožování pohlavní cestou.

Regenerace gonád může se státi v každém ročním období. Tím ovšem nemá býti řečeno, že by neměla roční doba na vývoj regenerovaných pohlavních žláz vlivu. Nejlépe vyvinuté a mnohdy i úplně zralé regenerované gonády jsem nalezl hlavně v letních měsících, v něž*) — jak jsem se přesvědčil přímo na stanovištích, z nichž pocházel můj materiál — připadá maximum pohlavní činnosti normálních zvířat.

Operují-li se dorostlá zvířata nedlouho před pohlavním obdobím, takže jsou v této době regenerované pohlavní žlázy ještě nevyvinuty, stává se, že se maximum jejich vývoje pošine v pozdější dobu, kdy jsou již pohlavní žlázy ostatních individuí ve stavu částečné redukce.

Rozšíření hyperplasií jednotlivých částí pohlavních orgánů u operovaných jedinců.

Jak jsem již ve své předešlé práci zdůraznil, nalezl jsem tehdy u v š e c h zvířat s regenerovaným pohlavním ústrojím, gonády ve větším úhrnném počtu než v normálním těle. Nejnižší počet regenerovaných gonád byl 4 páry (normálně 3 páry), nejvyšší 12 párů. Vaječníky v normálním počtu (1. páru) nebyly nalezeny; vždy byly zmnoženy. Varlata byla nalezena buď zmnožená neb v normálním počtu, dvou párech, někdy pouze v jednom, anebo byla na jedné

*) viz též mé práce sub 11 b, c uvedené.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

straně úplně potlačena nebo nahrazena vaječníky neb obojetnými žlázami. Nálevky pohlavních vývodů (chámovodů a vejcovodů) vyvinuly se v normálním počtu, třech párech, pouze jednou. V ostatních případech byly zmnoženy. Vaky chámové a vaječné vyskytovaly se sice v regenerátech v kolísavém počtu a ve velmi rozmanitých vývojových fásích, byly však ve valné většině případů taktéž zmnoženy. Jeden pár samčích atrií, jež vyúsťovala ven po obou stranách 13. segmentu (normálně na 15. seg.) byl pozorován pouze jednou.

Šlo mi nyní o to, zda jsou zmíněné hyperplasie pohlavních součástí opravdu tak obecným a pravidelným zjevem při vytváření regenerátů přídy, jak se mi původně zdálo. Při vyšetření serií řezových ze 121 regenerátů přídy nových jedinců jsem zjistil zcela obdobné poměry, jaké jsem dříve popsal a vyobrazil. I v tomto materiálu jsem nalezl pouze hyperplastické vaječníky. Připočteme-li k počtu zkoumaných jedinců shora uvedenému ještě 51 exemplářů již dříve zkoumaných, obdržíme celkem 172 individuí se samými hyperplastickými ovariemi. Také úhrnný počet všech gonád byl ve všech těchto případech větší než normální (3 páry). Tak tomu též bylo ve valné většině případů i u ostatních složek pohlavního systému, zvláště u nálevek pohlavních vývodů. Atria nejsou počítána.

Jakoliv nevylučuji možnost, že se snad při zpracování dalšího materiálu objeví některé menší odchylky od poměrů právě uvedených, což by při známé rozmanitosti regeneračních dějů nebylo nic překvapujícího, přece myslím, že počet dosud pozorovaných případů mne dostatečně oprávňuje k tvrzení, že hyperplasie gonád, pokud se týče jejich úhrnného počtu, jsou zjevem pro regeneráty pohlavní krajiny Criodrila velmi charakteristickým a podle dosavadních zkušeností konstantním.

Mimo to jsem podepřel i svůj dřívější názor, že počet regenerovaných nálevek vejcovodů a chámovodů odpovídá téměř vždy počtu příslušných gonád. — Ve starých segmentech ležících hned za regenerátem přídy není ani náběhu k tvoření gonád. Také v normálních přídách, z nichž vyrostly dlouhé regenerváty ocasu, byly gonády přítomny pouze v ob-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vyklém počtu (3 párů) a ačkoliv některé z těchto příd vytvořily a vyživily regenerāty zádí až skoro 1 dm dlouhé a měly více segmentů než 13 (obyčejně 20—30), přece se za třináctým segmentem nové gonády nevytvořily ani na jednom starém dissepimentu. Nemá tudíž tvoření a vyrůstání regenerátu na přídě neb na zádi žádného vlivu ani na počet původních gonád ani na vznik nových gonád v neporušených segmentech.

Chování se hyperplastických součástí regenerovaného pohlavního ústrojí během dalšího života zvířete a přesnější určení hranic, až po které se může v regenerátu pohlavní aparát prostírati.

Zajímalo mne rozhodnouti, zda přespočetné části pohlavních orgánů *Criodrila*, které nemají pro normální pohlavní činnost tohoto zvířete žádného zvláštního významu, zůstanou zachovány i během jeho dalšího života, či zda se po jisté době opět resorbují a zaniknou a tak se obnoví původní poměry mnohem jednodušší. Tato možnost se mi nezdála při známé plasticitě pohlavních ústrojů Oligochaetů nikterak vyloučena.

K tomu účelu jsem užil exemplářů, které jsem postupně konservoval v různých ročních dobách. Nejstarší regenerāty byly téměř tři roky staré. Ukázalo se, že hyperplastické části pohlavního systému, zvláště gonády, nedegenerovaly ani v těch nejstarších regenerátech, nýbrž i v nejnepříznivějších případech byly vyvinuty asi v té velikosti jako v dvouměsíčních regenerátech. Přitom nutno upozorniti, že mnohá z těchto zvířat, zejména naposled konservovaná, jevila zřetelné známky redukce těla. Drahocenný výživný materiál nahromaděný v pohlavních buňkách přespočetných gonád však nebyl ani v této nepříznivé době zcela resorbován. Na základě dosavadních zkušeností mohu tvrditi, že přespočetné regenerované gonády a nálevky chámovodů a vejcovodů Criodrila se neresorbují ani po půl třetím roce po operaci a zůstanou zachovány i v takových případech, kdy se na ostatním těle objevují nápadné příznaky re-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dukce. Lze tedy tyto hyperplasie označiti za definitivní útvary.

Pokud se týče stanovení nejzazších mezí, až po které může regenerovaný pohlavní aparát *Criodrila* sahati, bylo zjištěno, že meze tyto leží ve směru distálním v devatenáctém a ve směru proximálním ve čtvrtém segmentu.

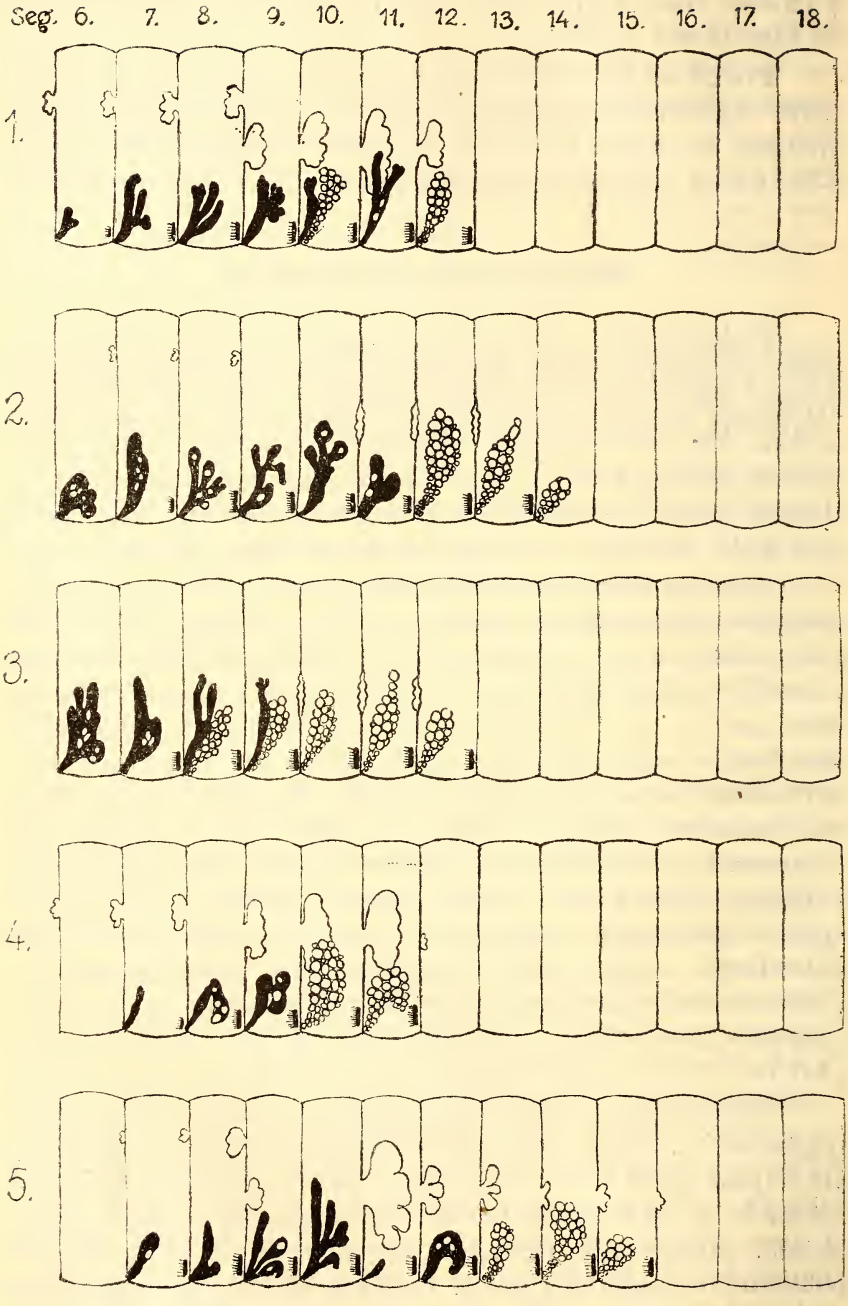
Obojetné regenerované gonády.

Podrobnějším zkoumáním regenerovaných obojetných gonád *Criodrila* došel jsem k poznání, že tyto zajímavé útvary jsou zjevem mnohem častějším, než jsem původně myslil. Při histologickém rozboru těchto žláz učinil jsem některé nálezy, které v mnohém ohledu doplňují mé původní stručné údaje a proto chci o nich šíře pojednati. Ku srovnání byly přibrány i normální gonády tohoto druhu.

Ve svém novém materiálu jsem nalezl zcela zřetelné obojetné regenerované gonády v 38% případů. Poněvadž jsem však do své statistiky pojal pouze případy nesporné a zcela bezpečně zjištěné a ostatní pochybné jsem vyloučil, mám za to, že skutečný počet hermafroditních pohlavních žláz bude v mém materiálu ještě větší. — Velmi zřetelný hermafroditismus byl nalezen zvláště u gonád, které ležely asi uprostřed gonádové řady. Nezřídka však se objevil již v prvních gonádách a pak teprve následovala jednoduchá varlata. Několikráte tvořily dokonce počátek řady gonád typické jednoduché vaječníky a teprve za nimi ležela buď jednoduchá varlata nebo obojetné gonády, načež teprve následovaly jednoduché vaječníky. Zmínky zasluhuje, že řadu regenerovaných gonád uzavíraly vždy pouze jednoduché vaječníky.

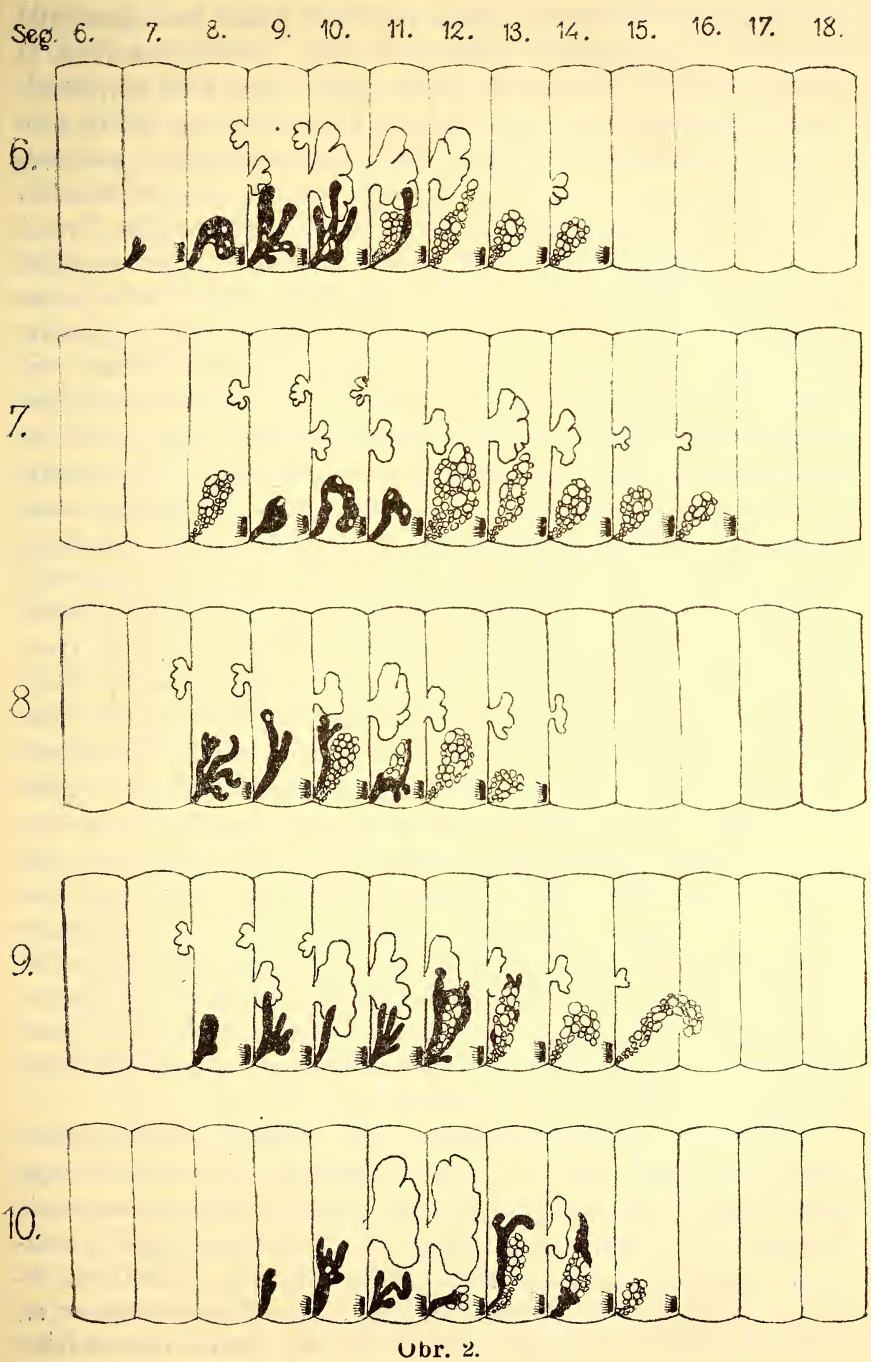
Nejhojněji se vyskytují obojetné gonády v takových regenerátech, které jsou sice dokonale vyvinuty a dorostlé, ale nejsou příliš staré. Ve velmi starých (dvouletých) regenerátech se objevovaly hermafroditní gonády řídčeji, takže se zdá, jakoby zde přecházel organismus ze stavu lability pohlavního charakteru gonád do stavu stabilního, podobného rovnovážnému stavu normálního těla.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Obr. 1.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Obr. 2.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Poloha obojetných regenerovaných gonád jest zpravidla táž jako u normálních pohlavních žláz. Poměr samčích a samičích složek obojetných gonád jest v různých případech velmi rozmanitý nejen po stránce kvantitativní, nýbrž i co do jejich vzájemné polohy. Obě heterogametické součásti těchto žláz jsou nejčastěji spolu tak srostlé, že tvoří takořka jednolitý celek. Hranice mezi pohlavními buňkami obou druhů jsou v těchto gonádách buď dobře znatelné nebo neurčité. Dosti často leží vaječníkový a varlatový oddíl vedle sebe, rovnoběžně s podélnou osou gonády, takže taková gonáda činí dojem, jako by se z jejího proliferačního ohniska vytvořily dva pásy samčích a samičích buněk, které spolu podélně srostly. Oddíl samčí srůstá se samičím buď pouze po jedné straně (vnitřní, vnější neb pobočné) nebo s více stran, při čemž jeden oddíl vězí ve druhém jako ve žlábku nebo v pouzdře, které jej buď z části nebo zcela uzavírá a obaluje, takže vnitřní gonáda mnohdy ani není s povrchu patrna a objeví se teprve na řezech. Různopohlavné elementy však mohou býti spolu i nepravidelně promíšeny, při čemž tvoří buňky jednoho druhu často větší nebo menší ložiska nebo skupiny uvnitř massy gonády jinopohlavní. Velmi podivným dojmem působí na prvý pohled gonády, v nichž tvoří samčí a samičí buňky vrstvy nad sebou uložené a někdy i spolu se střídající, takže na př. svrchní polovina gonády jest tvořena buňkami vaječnými a spodní buňkami samčími aneb naopak. Omyl jest zde vyloučen, neboť se obojí pohlavní buňky ve starších gonádách dají od sebe velmi snadno rozeznati nejen svojí velikostí, nýbrž i zcela jinou strukturou, barvitelností i uspořádáním svých jader. V některých případech se mi podařilo zjistiti souvislost svrchního jinopohlavního oddílu gonády s místem inserce a proliferačním okrskem, v jiných však nikoliv.

Byla též nalezena regenerovaná varlata jinak typická a mnohdy i úplně zralá, v nichž byla spoře roztroušena ojedinělá veliká vajíčka, která byla mnohdy pošinuta až na konce prstovitých výběžků těchto žláz. Vajíčka tato nejevila žádných stop degenerace a měla veliká jádra se zřetelným sítivem a jedním nebo dvěma nukleoly. Od některých takových zralých varlat se odtrhávaly věncovité nebo hroznovité shluky

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

buněčné, které volně kolovaly v dutině segmentální. V jednom případě jsem nalezl, že se od hermafroditní gonády odtrhávala i zralá vajíčka a spadala do dutiny tělesné. Z obou těchto nálezů plyne, že i regenerované složené gonády mohou vytvořovati zralé pohlavní buňky obojího druhu.

V segmentech, v nichž se vyvinuly regenerované obojetné gonády, vytvořily se pravidelně i vířivé nálevky v normálním počtu, t. j. v každé polovině příslušných segmentů pouze po jedné. Tvarem svým upomínaly brzy na nálevky vejcovodů, brzy na nálevky chámovodů. Pro oba druhy pohlavních buněk jedné složené gonády funguje tedy jako vývodní aparát pouze jediná nálevka. Dvě vířivé nálevky naproti jedné obojetné gonádě jsem pozoroval pouze jednou. Poněvadž do některých segmentů s obojetnými regenerovanými žlázami vyúsťovaly pouze vejcovody, které jsem mohl sledovati až na povrch těla, mám za to, že se v těchto případech dostává sperma z obojetných žláz ven vejcovody.

Výskyt obojetných gonád omezuje se téměř výhradně na regeneráty. U normálních zvířat, která jsem dosud vyšetřil, nalezl jsem gonádu složenou ze dvou různopohlavních oddílů pouze jednou. (Viz tab. 19. obr. 5. mé sub 11c citované práce.) V tomto případě však neběží o typickou obojetnou gonádu, nýbrž pouze o dvě, těsně vedle sebe ze společného základu vyrostlé a na spodu částečně spolu srostlé, jinak však samostatné žlázy s různopohlavními elementy.

Naskytá se nyní otázka, jak vyložiti podivnou stavbu regenerovaných obojetných žláz? Některé případy se dají nenásilně vyložiti tím, že se z místa proliferace těchto žláz vytvořily dva druhy pohlavních buněk, které se seskupily ve dva pásy, jež spolu podélně srostly, při čemž zachovaly svůj určitý pohlavní ráz. Obtížněji se dá vyložiti vznik gonád, v nichž jsou samčí a samičí prvky vzájemně promíšeny, anebo tvoří větší neb menší ložiska uvnitř jinopohlavní massy. Tyto případy, jakož i ony, kde jsou v jedné gonádě buňky druhého pohlaví pouze jednotlivě roztroušeny, na př. ve varlatech vajíčka, dají se vysvětliti tím, že různé části proliferační zony těchto gonád vytvořují buňky různého

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pohlaví, které se později od místa svého vzniku odtrhávají a jsou vytlačovány do svrchních vrstev gonády silně se množícími a hromadícími buňkami jiného pohlaví, které se vytvořily ze sousedních center proliferačních. Zastaví-li proliferační centrum jistého druhu (na př. s buňkami samičími) buď dočasně nebo trvale svou činnost, může se státi, že se přeruší spojení původních zplodin onoho centra s ním a tyto se zatlačí bujením okolních buněk mnohdy až na samý obvod gonády. Tak bývají na př. vajíčka vytlačována až na samé konce výčnělků varlat. Tvoří-li buňky vaječné, vytlačené vzhůru samčími buňkami, větší massu, vzniká gonáda, jejíž spodní část jest varletem a svrchní vaječníkem. Fungují-li proliferační centra obojetných gonád střídavě pouze v jistých přestávkách, může se státi, že se vytvoří gonáda představující konglomerát různopohlavních buněk buď více méně dokonale vrstevnatý nebo zcela nepravidelný. — Stavivo pro regenerát a tudíž i pro gonády, které se v něm tvoří, dodávají části těla od pohlavního okrsku často velmi vzdálené (až i ze čtyřicátého segmentu), které svůj somatický charakter podržují nejen během normálního vývoje, nýbrž i po vytvoření regenerátu a musí tudíž býti označeny co útvary v pohlavním ohledu indifferentní. Je-li však substrát, z něhož se tvoří regenerované pohlavní části, pohlavně indifferentní, není příčiny, proč bychom nemohli připustiti podobnou indifferenci charakteru i u zplodin tohoto substrátu — u buněk, jež tvoří prvé základy regenerovaných gonád. Zdá se tedy přijatelným závěr, že prvopohlavní buňky u *Criodrila* nemají již od prvopočátku určitého pohlavního rázu a teprve později se rozrůzní buď v samčí neb samičí jednotky.

Pro názor, že mohou gamety vznikati z jiných částí těla než z původního pohlavního ústrojí, lze uvésti některé doklady. Tak především nálezy T. H. Morgana (18a) na *Planaria lugubris*. Po marných pokusech na *Planaria maculata*, podařilo se Morganovi vypěstovati pohlavně dospělá zvířata, která snášela vajíčka, i z takových kousků *Planaria lugubris*, které byly hned za očima od těla odříznuty, takže neobsahovaly žádných součástí rozplozovacího systému. Autor dochází k následujícímu závěru: »Since the pieces came from a part of the body some distance in front of the region of the old

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

reproductive organs the result shows that new germ cells can develop from the somatic tissues, or at least from cells not included in the old reproductive organs«. (p. 186.)

Zajímavá pozorování vykonal též M. Child (8b) na *Moniezia expansa*. Mladé články tohoto zvířete obsahují ve střední části velmi význačné svalové buňky, u nichž se část plasmy rozrůznila ve fibrillu svalovou, většina však zůstala nerozrůzněna a obsahuje velké jádro. Z těchto buněk vznikají nové mladé buňky, z nichž se tvoří varlata. Zdá se, že svalová fibrilla při tom často degeneruje. Child pozoroval též, že se i některé parenchymové buňky dělí a vytvořují varle. — Znamenitou metaplastickou schopností vyniká podle J. Nussbauma a Oxnera (20) i parenchym *Nemertinů*, neboť se z něho může vytvořiti nejen pletivo svalové a epithel střevní, nýbrž podle nálezů u *Lineus lacteus*, mohou se parenchymové buňky změniti i v pohlavní, jak samčí tak i samičí. Změna tato byla pozorována při velmi dlouhém hladovění a podle písemného sdělení, které mi p. prof. Dr. J. Nussbaum učinil, i u *Lineus ruber* při r e g e n e r a c i.

Srovnejme nyní poměry při regeneraci gonád u *Criodrila* s nálezy P. Iwanowa (10) na Polychaetu *Nerine*, u níž jsou »genitální žlázy« vyvinuty ve všech zadnějších segmentech. V době, kdy se počne tvořiti na místě odříznuté zádě regenerát, počnou vystupovati z »genitálních žláz« dvou neb tří neporušených segmentů, jež sousedí s regenerátem, některé pohlavní buňky a pohybují se zvolna, držíce se poblíž krevních cév, směrem k regenerátu. Tento pohyb buněk se děje po celou dobu vývoje regenerátu zádě. Jakmile se pak v regenerátu rozrůzní břišní céva, přejdou ony pohlavní buňky ze starého těla i na ní a šinou se stále nazad. Při stěhování pohlavních buněk tvoří peritoneum jakoby jemný kanálek, v němž se pohlavní buňky pohybují. Dostanou-li se na své pouti až k dissepimentu, který se v regenerátu zřetelně rozrůznil, počnou po něm vystupovati vzhůru, při čemž se pohybují mezi lupeny jeho peritonea. Na určitém místě se zastaví a zde se postupně druží nově přišlé buňky ke starým, čímž vzniká znenáhla nová »genitální žláza«. U *Neriny* se tedy tvoří nové gonády v regenerátu z á d ě stěhováním pohlavních buněk ze s t a r ý c h pohlavních žláz neporušených

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

segmentů. Peritoneum se na tvoření nových pohlavních buněk zde neúčastní, ač pro jiné červy autor podobnou možnost připouští. — Jistou podobnost s pohlavními buňkami jeví dle Iwanowa i neoblasty některých Oligochaetů. Tyto veliké a nápadné buňky podobné vajíčkům pozoroval zejména Randolph a Iwanow u *Lumbrikula* a já u *Rhynchelmis* v zadních segmentech těla, regenerovaných i normálních. Také neoblasty se dle Iwanowa stěhují do regenerátu zádě přibližně toutéž cestou jako »genitální buňky« a mají také podobnou polohu v těle. Rozdíl mezi »genitálními buňkami« *Neriny* a neoblasty *Lumbrikula* jest dle Iwanowa ten, že z genitálních buněk *Neriny* se tvoří zase jen nové »genitální buňky« (a snad i některé části nefridií), kdežto neoblasty se účastní na znovubudování peritonea, nefridií, podélné svaloviny a j. Podobně jako neoblasty, stěhují se i pohlavní buňky u *Neriny* při regeneraci výhradně jen do zádě těla. P. 29: »In dem vorderen Regenerate werden diese Zellen niemals angetroffen, weshalb in den aus demselben entstehenden Kopfsegmenten auch niemals weder Genitaldrüsen noch Nephridien zur Bildung gelangen«. — U *Criodrila* jsem sice také na přídě ani v regenerátech ani v normálním těle (podobně jako u *Rhynchelmis*) nemohl rozeznati neoblastů, ale vzdor tomu regenerovaly jak pohlavní žlázy, tak i nefridie zcela dobře. Ohledně nefridií srovnej i předešlé moje práce (11b, c). Hlavní rozdíl mezi regenerací gonád u *Neriny* a *Criodrila* jest ten, že u *Criodrila* vznikají nové gonády zcela samostatně a nezávisle na starých gonádách i když byly tyto zúmyslně v těle ponechány. Nové gonády *Criodrila* se vytvoří však zcela dobře i tehdy, když bylo tělo operací úplně zbaveno nejen všech původních pohlavních žláz, nýbrž i pohlavního aparátu vůbec.

V literatuře lze nalézti zprávy, které připouštějí možnost, že i takové buňky, které byly předurčeny za samčí nebo samičí, mohou svoji povahu změniti ve smyslu protivném. Srovnej na př. Th. Boveri (2) p. 95. *(Rhabdonema nigrovenosum)* a B. Zarnik (30) p. 214. (o cyklu chromosomů u *Pteropodů*.) Že by i při vzniku obojetných pohlavních žláz *Criodrila* se mohly díti podobné přeměny, není vyloučeno. K objasnění těchto zjevů jsem již započal s důkladnějším

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

studiem poměrů jaderné hmoty v somatických a pohlavních buňkách tohoto zvířete.

*

Dle mého názoru nedá se rozlišování mezi »plasmou zárodečnou« a somatickou přesně provésti. Při řešení otázky, jaký jest rozdíl mezi gametami a somatickými buňkami, bude důležito definitivně rozhodnouti otázku t. zv. »dediffe-renciace« a »metaplasie« somatických buněk, jakož i problém »zvratných vývojových dějů«, jak ho nadhodil Eugen Schultz (25a), zda totiž mohou zcela rozrůzněné a jisté funkci při-způsobené somatické buňky nejen znovu nabýti embryonál-ního zjednodušení stavby a výkonu, nýbrž vyvíjeti se potom též opačným směrem než postupovalo odrůzňování a tvořiti nové, života schopné celky. Že jest zde při výkladu a hod-nocení vykonaných pozorování třeba veliké obezřelosti, to dokazují na př. nálezy J. Schaxela (24) o redukci žaberního koše u *Clavelliny*, které autora vedou k úplnému popření nějakého zmlazení (»Embryonalwerden«) jistých pletiv. Také otázku »vyššího« a »nižšího« stupně rozrůznění různých druhů buněk, bude nutno určitěji formulovati a při tom si uvědomiti, že to nemusí být vždy jen rozrůznění morfologické, nýbrž i fysiologické, třeba i při stejném tvaru, k němuž nutno přihlížeti.

Všeobecné poznámky ku výskytu obojetných žláz v regenerátech Criodrila.

Rozdíl mezi normálním a regenerovaným pohlavním ústrojím *Criodrila*, pokud se týče hojného objevování se obo-jetných gonád v regenerátech. jest velmi nápadný a nabývá nálezy Meyns-ovými (17.) u *Anur* všeobecnějšího významu. Meyns se zabýval transplantacemi embryonálních a mladých pohlavních žláz na dospělá individua *Anur* a dospěl při tom ku zcela obdobným výsledkům. Jak známo, náleží intratubu-lární poloha vaječných buněk v jinak normálních varlatech obojživelníků k největším vzácnostem. »Um so auffälliger« praví autor p. 173 »muss daher die Tatsache erscheinen, dass bei *Anuren* in Hoden-Regeneraten und Transplantaten inner-halb der Tubuli junge Eier fast regelmässig zur Ausbildung

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kommen. In den meisten Testikelstückchen, nämlich von *Rana fusca* u. *R. esculenta*, welche auto- oder heteroplastisch transplantiert worden waren, ferner in kleinen am Mesorchium zurückgelassenen Hodenresten entwickelten sich bei der Regeneration innerhalb der Samenkanälchen typische junge Eier« p. 174: »Es ist notwendig zu betonen, dass in den exstirpierten Hoden, welchen die Regenerate einst angehört hatten, Eier in keiner Weise nachweisbar waren«. (O výskytu vajíček ve varlatech *Anur*, srovnej též soubornou práci D. Hookera (6.) — U *Tritonů* zjistili vajíčka ve varleti St. George de la Valette *(Triton taeniatus)* (28b) a J. Kříženecký *(T. cristatus)* (14).

F. Braem (3.) uvádí o samičím jedinci červa *Ophryotrocha puerilis*, že počal vytvořovati po regeneraci odstraněné zádě v gonádách místo vajíček spermatozoidy. E. Korschelt (13.) však ukázal, že u *Ophryotrochy* se objevují dosti hojně jedinci hermafroditní, takže Braemovy nálezy vyžadují dalšího potvrzení. — Pravidelné tvoření vajíček ve varleti *Gebia major* pozoroval C. Ischikava (9.). Vajíčka tato však později zanikla. Raka říčního s vajíčky ve varleti popsal St. George de la Valette (28a.). Totéž pozoroval u pavouka *Phalangium* Krohn (15.). U člověka zjistil vaječné buňky ve varlatech J. Babor (1'). Ve varlatech novorozených ssavců (myší, koček, morčat, ježků a ovcí) zjistil buňky podobné vajíčkům Harms (5c.) a Popoff. Zmínky zasluhují též zjevy parasitérní kastrace (Giard, Smith, Potts). Smith (26.) studoval vliv parasita *Sacculina neglecta* na vývoj sekundárních pohlavních znaků korýšů a při tom pozoroval, že u samců, zejména druhu *Inachus mauretanicus*, kteří byli tímto parasitem napadeni, varlata zakrsala. U samčích jedinců však, kteří se ze sakkulinové infekce zotavili, vyvinuly se místo jednoduchých varlat hermafroditní žlázy s velkými vajíčky. U jednoho exempláře se dokonce vytvořil vedle chámovodu i vejcovod. — E. Strassburger (27.) pozoroval, že samičí rostliny *Melandryum rubrum* a *M. album*, které byly napadeny houbou *Ustilago violacea*, vytvořily na místě zničených samičích pohlavních ústrojů ústroje samčí.

V případě Meynsově, Smithově a Strassburgerově jde patrně o vliv fysiologických změn v organismu, ať již byly

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vyvolány zraněním, anebo vlivem parasita. Že i v našem případě u *Criodrila* bylo to hlavně operativní zasažení v organismus a následné nepravidelnosti v chodu jeho životních dějů, které vedly ke vzniku obojetných žláz v regenerátech, pro to svědčí nejen okolnost, že se obojpohlavní žlázy omezují téměř výhradně na regeneráty, nýbrž i poměrně veliké jejich procento u operovaných zvířat. K tomu připomínám, že shora uvedené číslo (38%) se vztahuje pouze na počet jedinců, u nichž byly hermafroditní regenerované gonády nesporně zjištěny, nikoliv však na počet těchto žláz, kterých bývá v jediném regenerátu mnohdy i více párů. Nalezl jsem regeneráty až s desíti obojetnými gonádami, při čemž jich bylo až šest pouze na jedné straně těla. (Srovnej též textová vyobrazení.) — W. Harms (5a.) transplantoval vaječníky z jedné specie *Lumbricidů* do druhé a to tak, že je vyřízl z těla druhu *A* zároveň s částí tělní stěny a vsadil tento výřez do těla druhu *B* na místo, z něhož byly podobným způsobem odstraněny vaječníky. Tak na př. byly přeneseny vaječníky *Lumbricus terrestris* do těla *Helodrilus caliginosus* a naopak. Transplantáty se vhojily u některých zvířat velmi dobře.

Na tab. VII. obr. 2. vyobrazuje Harms vaječník, který byl z těla dešťovky *(L. terrestris)* přesazen do těla *Helodrilus longus* a v něm 40 dní ponechán. Tento vaječník jest podobně jako jiné transplantované vaječníky vyobrazené autorem (i 3 měsíce staré), úplně normálního vzhledu a obsahuje pouze samičí buňky a veliká zralá vajíčka. Po nějakém nábčhu k přeměně vaječníkových buněk v samčí buňky, tedy ke tvoření obojetné gonády, není zde ani stopy, a také autor, který jinak stavbu transplantovaných vaječníků důkladně popisuje, o ničem podobném se nezmiňuje. Zde třeba uvésti, že přenesení vaječníků z jednoho těla do druhého se dálo zároveň s celým souborem okolních pletiv (částmi segmentů), z nichž mohly transplantované vaječníky v prvých nepříznivých dnech čerpati nutnou potravu, a mimo to byly přímo oplachovány živnými šťávami kolujícími v novém těle, takže se porucha způsobená operací v jejich výživě, záhy vyrovnala. Autor uvádí, že transplantát byl již po desíti dnech vhojen. — Jest možno, že u některých druhů jest změna va-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ječníků v obojetné žlázy při regeneraci nebo transplantaci buď vůbec nemožná, nebo alespoň mnohem obtížnější než u varlat. Tu možno opět uvésti pozorování Harmsovo týkající se transplantací vaječníků u různých druhů *Tritonů* (5b). Ačkoliv zde byly pouze menší části vaječníků přeneseny do jiného příbuzného druhu, přece podržely svůj původní jednopohlavní charakter a nezměnily ho ani při částečné své regeneraci. Nejinak vyzněly pokusy J. Meisenheimerovy (16.) na motýlech, týkající se rovněž transplantace pohlavních žláz. Meisenheimer přenesl na př. základ varlete samčí housenky *Lymantria dispar L.* na místo vaječníku do samičí housenky ve třetím larválním období. Histologická stavba tohoto varlete, které se dále nerušeně vyvíjelo, byla úplně normální. Také při transplantaci základů vaječníků ze samičích housenek na místo odstraněných varlat do housenek samčích, neobjevily se na transplantátech žádné změny, které by nasvědčovaly přeměně transplantovaných žláz v hermafroditní útvary. Kopeč (12d.) však nalezl v jednom případě vajíčka ve varleti, které bylo transplantováno do samičí kastrované housenky. Vznik vaječníkového oddílu této gonády regenerací, jest však dle autora úplně vyloučen. Nověji (1914) nalezli Goldschmidt a Poppelbaum (4.) podobné obojetné gonády, které se zevně podobaly varlatům, u bastardů *Lymantria dispar* ♀ × *japonica* ♂. — Podle souhlasných nálezů Meisenheimerových i Kopečových exstirpované gonády motýlů neregenerují a také ostatní části jejich pohlavního ústrojí nemají téměř žádné schopnosti regenerační. Dle Kopeče se mohou obnoviti pouze proximální části vas deferens a vejcovodu.

Pokusy o umělé vytvoření gonád z ventrálních částí středních a zadních oddílů těla jakož i z dorsální tělní stěny vůbec.

Již dříve jsem ukázal, že nejen ventroseptální, nýbrž i čistě ventrální části jistých segmentů regenerované přídy mohou vytvořiti gonády. Mimo to jsem nověji pozoroval, že se může téměř celé břišní peritoneum regenerovaného segmentu v jedné jeho (pravé) polovině změniti v gonádový epithel a vytvořiti ohromnou gonádu (vaječník), která sahá

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

téměř od jednoho dissepimentu ke druhému. — Zdálo se mi hodno námahy, zkoušeti, zda i v peritoneálních buňkách jiných částí těla dřímají podobné metaplastické schopnosti a dají-li se vybaviti zraněním. Především jsem chtěl rozhodnouti, zda lze povzbuditi i ventroseptální a ventrální oddíly středních a zadních segmentů k částečné přeměně v pohlavní buňky. Mimo to mne zajímala otázka, zda lze podobných výsledků docíliti i u částí dorsálních a dorsolaterálních všech tělních oddílů.

Za tím účelem jsem vyřízl u 12 exemplářů z různých, hlavně dorsálních a ventrálních částí těla, asi $^1/_3$—$^1/_2$ *cm* dlouhé a několik milimetrů široké obdélníkovité kousky tělní stěny i se svalstvem, peritoneem a u některých i s břišním nervovým pásmem. Zvířata přestála tyto operace dobře a regenerovala ve dvou až třech měsících odstraněné části velmi dokonale. Na praeparátech jsem však v těchto místech nenalezl po gonádách ani stopy. U šesti jedinců jsem odstranil na přídě horizontálním řezem, který sahal od prvního až do 28. až 32. segmentu, celou horní polovinu těla, která rovněž regenerovala. Na seriích řezových možno se přesvědčiti, že odstraněné části byly nahrazeny do nejmenších podrobností, po gonádách jsem však i v těchto regenerátech marně pátral. Ty se nevyvinuly ze hřbetní stěny ani v takových segmentech, v jejichž spodině ležely normální gonády. Prohlédl jsem též ještě jednou důkladně všechny své ostatní praeparáty z *Criodrilů*, nenalezl jsem však gonády jinak uložené, než jak dříve jsem vylíčil.

Z uvedeného vysvítá, že nelze pouhým zraněním a následnou regenerací vyvolati u *Criodrila* tvoření gonád ani z dorsálního a dorsolaterálního peritonea ani z břišních částí středních a zadních segmentů, a plyne dále, že peritoneum Criodrila, pokud se týče metaplastických potencí ve smyslu tvoření gonád, jest rozrůzněno nejen dle podélné tělní osy, nýbrž i ve směru dorsoventrálním.

O stabilitě normálního pohlavního ústrojí Criodrila.

Jak nyní na základě hojnějších dokladů mohu tvrditi, jest normální pohlavní aparát *Criodrila*, na rozdíl od rege-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nerovaného, velmi stabilní, nejen pokud se týče počtu, nýbrž i polohy jednotlivých jeho částí. Mezi 200 normálními exempláři nalezl jsem pouze 9 menších odchylek, z nichž jsem se o jedné, týkající se složené gonády, již zmínil. Také poloha samčích porů, pokud byly vyvinuty, kolísala jen vzácně a jen ve zcela úzkých mezích. Tak na př. vyúsťovala samčí atria po obou stranách čtrnáctého segmentu souměrně, neb nesouměrně na jedné straně na čtrnáctém, na druhé na patnáctém segmentu. Na šestnáctém segmentu byly samčí pory souměrně uloženy pouze u dvou jedinců. (Normální poloha jest na 15. segmentu). — Poměrně veliká stálost stavby normálního pohlavního systému a neobyčejná náchylnost regenerovaného ke tvoření anomalií, vystupuje tím zřetelněji, čím větší jest srovnávací materiál. Mezi čerstvě chycenými zvířaty jsem nalezl zřetelné přirozené regenerváty přídy pouze dvakrát a v těch jsem na řezech zjistil podobné abnormity, jako u regenerátů vyvolaných uměle.

B. Pokusy na jiných Oligochaetech.

Pokud mi známo, jest *Criodrilus* jediným Oligochaetem, u něhož byla regenerace pohlavních orgánů přímo pozorována a sledována. Jak nasvědčují poslední nálezy Mrázkovy (19), jest asi také pohlavní aparát *Lumbrikula* (*L. variegatus*) schopen regenerace a jeho obnova hraje zajisté důležitou úlohu v životním cyklu tohoto zvířete. Mrázek zjistil, že počet segmentů u regenerovaných příd, jež nalezl ve volné přírodě, může býti ještě vyšší než jest uváděno jinými autory. (Morgan 7—8, Morgulis 6—7, F. v. Wagner 5—9). Praví p. 32: »Relativ oft habe ich acht Segmente, aber auch 9 Segmente und einigemal sogar 10 Segmente, d. h. Kopfsegment und 9 borstentragende Segmente angetroffen.« »Es hat sich eigentlich noch mehr regeneriert als in den Fällen Bülow's, welcher nur von 8 borstentragenden Segmenten spricht.« p. 33: »Jedenfalls aber sind diese Fälle, wo es zur Bildung 9 borstentragender Segmente kommt, wichtig für die Möglichkeit der Ausbildung von normalen Geschlechtsorganen in dem neugebildeten Vorderende.« U *Lumbrikula* byly totiž nalezeny pohlavní orgány v 8., 9. ano již i 7. a

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

6. Segmentu. — Hübner (7.) uvádí, že u dešťovky exstirpované vaky chámové neregenerují. — Poněvadž o regeneraci pohlavního systému ostatních Oligochaetů není dosud ničeho známo, vykonal jsem podobné pokusy jako u Criodrila i u jiných zástupců této skupiny. Byli to: *Rhynchelmis limosella*, *Lumbricus terrestris* a *Allolobophora foetida*.

I. **Rhynchelmis limosella** Hoffm.

Pokusy ns *Rhynchelmis*, při nichž mi šlo hlavně o regeneraci gonád, týkaly se těchto otázek: 1. Regenerují-li varlata a vaječníky i po odstranění celé přídy i se všemi gonádovými segmenty. 2. Lze-li docíliti vytvoření nových, po případě i přespočetných gonád i v tom případě když byly původní pohlavní žlázy buď všechny neb některé v těle ponechány a řez veden před zbylými gonádami. 3. Vytvoří-li se nové gonády v ponechaných starých segmentech, v případě, že by se v regenerátu nevyvinuly.

Materiál a pokusy.

Můj nový materiál (212 exemplářů) pocházel, jako dříve*) z labských tůněk a lučních příkopů v okolí Čelakovic. Část jeho jsem obdržel od p. Ph. C. M. Krejčího, začež mu zde vyslovuji svůj vřelý dík. — Pro další naše vývody jest důležito uvésti některá data o době, kdy se pohlavní ústrojí *Rhynchelmis* vyvinuje nejmohutněji. V tomto ohledu jsme velmi podrobně poučeni jedním z prvých pozorovatelů života a anatomie tohoto zvířete F. Vejdovským, jenž ve své práci »Zrání, oplození a rýhování vajíčka« 1887 p. 12. píše: »Rozmnožování buněk pohlavních pokračuje od března až do října a to tak rychle, že ani nestačí prvotná plasma buněk pohlavních, aby objala veškerá jádra, jež rychle za sebou se dělí . . . následkem čehož v pozdějších stadiích nenacházíme vůbec nějakých buněk určitě ohraničených, nýbrž pouze jádra uložená ve více méně zřetelně vystupující jemnozrnné protoplasmě. Tím stane se, že původní žlázy IX. X. a XI. segmentu rozpadnou se úplně, takže

*) Viz moji práci sub. 11a uvedenou.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na př. již počátkem října nenalézáme ani stopy po prvotných vaječnících a varlatech, ježto z nich se vyvinuvší nesčetná jádra v protoplasmě uložená, posunula se veskrze do vaků pohlavních.« A. p. 38: »Víme z dosavadních zpráv, že pohlavní orgány našeho červa dozrávají v zimě; i v nejtužší zimě při 12°—13° R mrazu byl *Rhynchelmis* v úplné pohlavnosti nalezen« . . . »Víme, že červi sbíraní 28. prosince 1875 úplně vyvinutými pohlavními orgány byli opatřeni.« — Já jsem chytil asi 150 pohlavně úplně dospělých zvířat dne 13. března 1911 a umístil je v akvariu, v němž již mezi 14. a 25. březnem nakladla hojnost kokonů, ze kterých se již 6. a 7. dubna počala líhnouti mláďata.

Gonády, o něž mi hlavně šlo, leží u *Rhynchelmis* dle Vejdovského v IX., X. a XI. segmentu.

Jelikož jsem chtěl získati v regenerátu gonády co možná zřetelné, volil jsem dobu operace tak, aby regenerát dospíval v době, kdy jsou gonády u normálních zvířat nejlépe zachovány a patrny a k tomu se mi podle shora uvedených dat Vejdovského nejlépe hodila doba od března do října. Poněvadž však bylo nutno, aby byly regenerváty v období největšího vývinu gonád, pokud možno vyspělé, volil jsem za dobu operace již leden, únor a březen. Operace byly vykonány bez narkosy. Operovaná zvířata jsem rozdělil na tři skupiny podle toho, bylo-li jim na přídě odříznuto více než 10 (t. j. 11—16) segmentů, neb 10 segmentů, anebo méně než 10 (t. j. 6—9) a choval je první týden v desíti větších skleněných miskách v čisté vodě, která byla dvakráte denně obnovována, později pak, když se rány zacelily, ve větších akvariích v bahně a rostlinném detritu. V akvariích bylo zasazeno více sazenic *Sagittaria natans*, mezi jejichž kořeny se zvířata ráda zdržovala. Bahno tvořilo nakloněnou vrstvu asi 5 cm silnou a bylo v nejhlubším místě asi na 1 dm zatopeno vodou. Výborně se mi osvědčilo přidání čerstvého vypraného mechu na př. *Hypnum Schreberi* a *Hylocomium splendens* a j. Do každé nádoby bylo mimo to vloženo i několik snítek *Elodea canadensis*. V nádobách s mechem pošlo mi některé z operovaných zvířat jen málokdy. Dva měsíce po operaci objevily se již u četných zvířat průsvitné kuželovité regenerváty, z nichž některé měly již dobře vyvinutý

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

bičíkovitý proboscis. Jen několik zvířat nevytvořilo vůbec žádných regenerátů a rány se pouze zacelily. Většinu operovaných zvířat jsem choval až do 23. června a některá až i do 1. srpna téhož roku, načež jsem je konservoval, k čemuž jsem byl nucen objevivšími se příznaky redukce těla. Ke konservování jsem užil studeného sublimátu a z materiálu upravil řezové serie. Pro srovnání jsem též rozřezal 15 normálních příd, v nichž jsem nalezl vesměs obvyklou polohu gonád.

Výsledky pokusů.

Dříve než přistoupím k vlastnímu vylíčení výsledků, musím předeslati několik slov o regeneraci předních segmentů u *Rhynchelmis*. Největší počet regenerovaných segmentů přídy, který jsem dříve*) i nyní zjistil, byl 6 (5 + peristom). Pouze v tom případě, že zvíře ztratilo na přídě jeden až šest segmentů, může všechny regenerovati. Počet nově vytvořených segmentů však není stálý a nestoupá úměrně s počtem odstraněných. Ostrých hranic pro regeneraci přídy nelze určiti. Četné statistické záznamy vedou mne však k mínění, že 15.—20. segment se již velmi blíží oné hranici, za níž přestává pravidelná regenerace přídy. Tím ovšem nechci říci, že by za touto mezí nebyla regenerace možna. V ojedinělých případech se mi podařilo i po odstranění dvaceti segmentů ještě získati menší regeneráty s mozkovou zauzlinou, ano nalezl jsem i malé úlomky ze středu těla, které vytvořily dosti zřetelné a někdy i velmi bizarní základy peristonu s bičíkovitým přívěskem. Tvrdím pouze tolik, že po ztrátě patnácti i více segmentů se rány v největším počtu případů uzavrou a srostou, aniž se vytvořil regenerát a pouze výjimečně dojde k velmi nedokonalé obnově přídy, po případě i k vytvoření heteromorfních zádí místo přídy. Reparaci přídy pozoroval jsem až čtyřikrát po sobě.

Výsledky, k nimž jsem došel při mikroskopickém prozkoumání regenerátů, jsou následující: V žádném z regenerátů jsem nenalezl ani gonád ani jiných částí pohlavního ústrojí, ať již byly odříznuty původní gonády úplně nebo

*) Srovnej mou práci sub 11a citovanou.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jen částečně. Zvířata, jimž bylo tělo rozříznuto za gonádovými segmenty, byla úplně bez pohlavních žláz, ač jinak přídu dobře regenerovala, ovšem s mnohem menším počtem segmentů. U mnohých zvířat souvisely staré gonády přímo s ránou (s regenerátem), přes to však nemělo zranění a vyrůstání regenerátu na jejich počet vlivu a to ani v tom případě, když byly z původních gonád některé odstraněny a zbylé ležely v oblasti čilých proliferačních center regeneračních. Zakládání nových gonád nebylo pozorováno ani v starých segmentech za neporušenými normálními gonádami, ani před nimi. Regeneráty přídy v případech, kdy bylo odstraněno více než 11 segmentů, byly obyčejně složeny jen ze tří neb čtyř segmentů + peristom. V ostatních případech byly nejvýše šestičlenné. U zvířat, jimž byly gonády z části neb úplně ponechány, ocitají se tyto po vyvinutí regenerátu v nápadné blízkosti »hlavy«, zdánlivě již v šestém, neb i pátém, ano i čtvrtém segmentu, což působí velmi zvláštním dojmem. Kdybychom takové zvíře chytili ve volné přírodě, snadno by nás tato veliká změna polohy gonád mohla svésti k tvrzení o velké abnormitě, a to tím spíše, že taková zvířata činí zevně úplně dojem normálního tvora. Že se ostatně něco podobného může státi i ve volném životě tohoto zvířete, o tom nemůže býti pochybnosti, zvláště při značné křehkosti těla tohoto druhu. Zde tedy není nápadné sešinutí a přemístění gonád výsledkem regenerace pohlavních segmentů, jak se pravděpodobně děje u *Lumbrikula*, nýbrž jest naopak vyvoláno vytvořením příliš malého regenerátu přídy. Mezi *Criodrilem* a *Rhynchelmis* jeví se tedy v regeneraci gonád po odstranění přídy i s gonádovými segmenty nápadný rozdíl. Že by se tvořily gonády v nově narostlých segmentech *Rhynchelmis* teprve dodatečně po pěti i více měsících po operaci, a to v době, kdy se regenerovaná pletiva již dokonale vyvinula, ustálila a k nové funkci přizpůsobila, nezdá se mi pravděpodobným, tím méně, když jsou u *Criodrila* základy gonád patrny již ve zcela mladých regenerátech, sotvaže se počnou členiti.

Prohlédl jsem též všechny své staré praeparáty (z r. 1902) z regenerátů *Rhynchelmis*, ale ani zde jsem ničeho z pohlavního ústrojí nenalezl. Prozkoumal jsem mimo to

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

i heteromorfní zádě narostlé místo přídy a fragmenty z různých částí těla; všude byl výsledek negativní. Jakkoliv tedy má regenerace přídy *Rhynchelmis* po řezu vedeném za pohlavními žlázami značný význam pro zachování jedince, předce k zachování druhu dle dosavadních mých zkušeností nestačí, neboť zvíře takto zraněné by se dále pohlavně rozmnožovati nemohlo. Autotomie, která se u *Rhynchelmis* někdy dostavuje, pokud vím, k rozmnožování nevede, činí spíše dojem pathologického zjevu a bývá často předzvěstí blízkého skonu zvířete.

Že by gonády *Rhynchelmis* nebyly vůbec schopny regenerace, na př. po pouhé exstirpaci, nechci tvrditi. Tyto operace však bude lze jen velmi těžko přesně provésti následkem nepatrných rozměrů těla tohoto druhu.

II. Lumbricus a Allolobophora.

Během dvou let vykonal jsem četné pokusy na různých *Lumbricidech* (hlavně *L. terrestris* a *Allolobophora foetida*), které se opíraly o veliký materiál asi 500 jedinců a jejichž účelem bylo zjistiti možnost regenerace rozplozovacího ústrojí po odstranění celé přídy i se všemi jeho součástmi. Regeneráty, které jsem obdržel po rozříznutí těla za 13.—15. segmentem, vytvořily-li se vůbec, byly nepatrné a skládaly se jen z několika málo, nanejvýše pěti až šesti segmentů. Mnohdy okraje ran pouze srostly a jiné změny se na ráně neobjevily přes to, že takováto zvířata zůstala často i přes půl roku i déle na živu. Úmrtnost byla přes veškerou čistotu dosti značná. Zvířata byla operována hlavně na podzim. Na řezech regeneráty jsem zjistil, že zde není po rozplozovacích orgánech ani stopy, což se ostatně již dalo očekávati z nepatrného vývinu regenerátů. Dospěl jsem tedy k týmž negativním výsledkům jako T. H. Morgan. Příčinu těchto negativních nálezů nespatřuji však v naprosté neschopnosti regenerace pohlavního ústrojí těchto zvířat, tím méně, že právě poslední mé pokusy, založené na změněné operační methodě, dávají mi tušiti alespoň jistý positivní úspěch. Nevyvinutí se odstraněných rodidel zaviňuje zde, podobně jako u *Rhynchelmis*, neúplná obnova přídy, totiž malý počet na-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rostlých segmentů. Snad i přílišná blízkost mozkové zauzliny zde rušivě spolupůsobí.

Později jsem způsob operace tím pozměnil, že jsem vystřihl a odpraeparoval z těla pouze břišní stěnu od osmého neb devátého až do čtrnáctého až šestnáctého segmentu i s břišním nervovým pásmem a spodinami dissepimentů zároveň s gonádami, chámovody a vejcovody s nálevkami a pouze tyto výřezy jsem nechal regenerovati. Tyto operace jsem provedl během ledna, února a počátkem března r. 1914 a v prosinci 1917. Během dvou měsíců se rány u zvířat, jež zůstala na živu, velmi dokonale zacelily a vyříznuté části segmentů se obnovily a rozčlenily, takže zvířata mohla býti bez obavy přenesena do květináčů s hlínou a zetlívajícími i čerstvými rostlinami k dalšímu pěstění.

O výsledcích těchto pokusů pojednám ve zvláštní práci.

*

Jest mi milou povinností vzdáti uctivé díky p. dvor. radovi Dru Frant. Vejdovskému, přednostovi zoologického ústavu české university a p. univ. prof. Dru Al. Mrázrovi za všestrannou pomoc v mé práci a ochotné zapůjčení potřebné literatury.

Neue Untersuchungen über die Regeneration der Geschlechtsorgane bei den Oligochaeten.

Résumé.

Das Material von *Criodrilus lacuum* mit regenerierten Geschlechtsregionen, welches ich mir während meines Aufenthaltes in Wien für weitere Untersuchungen vorbereitet hatte, habe ich in meinen zwei Abhandlungen*) nur teilweise bearbeitet. Die Mehrzahl der Tiere mit regeneriertem Vorderende habe ich damals am Leben gelassen und weiter auf-

*) Die Regeneration der Geschlechtsorgane bei Criodrilus lacuum I. u. II. Teil. Archiv f. Entw. mech. d. Organismen Bd. 33. u. 34. 1912. — Im Auszug auch in den Sitzber. d. königl. böhm. Ges. d. Wissensch. Prag 1912.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

gezogen. Es handelte sich mir dabei darum, diese Tiere zur Paarung und Kokonablage zu veranlassen, da ich dadurch erstens den Beweis führen wollte, dass der regenerierte Geschlechtsapparat von *Criodrilus* tatsächlich funktionsfähig ist, und da ich zweitens an der Nachkommenschaft der operierten Tiere untersuchen wollte, ob und in welchem Grade die Veränderungen des Geschlechtsapparats, welche durch die Regeneration hervorgerufen wurden, vererbt werden können. Ferner sollten folgende Fragen gelöst werden: 1. Wird der Geschlechtsapparat von Criodrilus in allen Regeneraten gebildet, oder gibt es auch solche Regenerate, bei welchen die Restitution desselben völlig ausbleibt? 2. Bleiben die überzähligen und für die normale Fortpflanzung überflüssigen Bestandteile der regenerierten Geschlechtsorgane auch weiterhin erhalten, oder fallen sie nach einiger Zeit einer vollkommenen oder teilweisen Degeneration und Resorption anheim, wodurch der ursprüngliche, viel einfachere Zustand von neuem hergestellt wäre? Es sollte drittens an einem neuen reichhaltigeren Materiale festgestellt werden, ob die überraschende und anscheinend vollkommen unzweckmässige Vermehrung der Geschlechtsteile, insbesondere der Gonaden, welche in meinem Materiale bisher bei allen untersuchten operierten Tieren konstatiert wurde, tatsächlich eine so regelmässige und allgemein verbreitete Erscheinung darstellt, oder gewisse Ausnahmen zulässt. Dabei sollte viertens auf Grund eines reichen Materials die Grenze, bis zu welcher sich der neugebildete Geschlechtsapparat in den Regeneraten erstrecken kann, genauer bestimmt werden. 5. Beabsichtigte ich die regenerierten zwitterigen Gonaden eingehender zu untersuchen. 6. War zu entscheiden, ob sich auch die Peritonealzellen der dorsalen Körperwand in Geschlechtszellen umwandeln können und ob eine ähnliche metaplastische Potenz sich auch bei den Zellen des ventralen Peritoneums der mittleren und hinteren Körpersegmente nachweisen lässt. 7. Hielt ich es für wünschenswert auch die Form-, Lage- und die Zahlverhältnisse des normalen Geschlechtsapparats von Criodrilus genauer zu studieren und denselben bezüglich der Stabilität seiner Komponenten zu prüfen. 8. Schliesslich habe ich auch andere Oligochaeten (*Rhynchelmis limosella*, *Lum-*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

bricus terrestris und *Allolobophora foetida*) zu ähnlichen Versuchen verwendet.

Criodrilus lacuum Hoffm.

Trotzdem die Tiere keinen Mangel an Futter zu leiden hatten, so habe ich schon nach einem Jahre Gefangenschaft ganz deutlich gemerkt, dass sich sowohl bei den operierten, als auch bei den normalen Exemplaren die Körpergrösse merklich verringert hatte. Diese Verringerung des Körpers nahm langsam, aber ständig zu, bis nach 2—2½ Jahren manche Tiere etwa nur ein Viertel ihrer ursprünglichen Körperlänge besasen. Sehr starke Körperreduktionen kamen nicht nur bei den operierten, sondern auch bei den normalen in Gefangenschaft gezogenen Kontroltieren vor.

Obwohl selbst bei den reduzierten Criodrilen, einerlei, ob sie unverletzt oder operiert, die Geschlechtsdrüsen wohl erhalten waren, so habe ich bisjetzt weder bei den einen noch bei den anderen Individuen eine Kokonablage beobachtet. Ich muss mir deshalb die Beantwortung der zwei zuerst aufgeworfenen Fragen für spätere Zeit vorbehalten.

Die Frage, ob es auch regenerierte Geschlechtsregionen ohne Geschlechtsapparat gibt, muss ich verneinen, denn ich habe denselben (von den Atrien abgesehen) in allen erwachsenen Regeneraten des Vorderendes angetroffen. Somit stellt die Regeneration der Geschlechtsorgane eine ganz regelmässige Erscheinung dar.

Die Keimdrüsen wurden auch dann regeneriert, wenn die Tiere des Geschlechtsapparats nur teilweise beraubt und nur diejenigen Segmente abgetragen wurden, welche vor dem 10., 11. oder 13. Segmente liegen. Die Regeneration der neuen Gonaden setzt also selbst dann ein, wenn die alten Geschlechtsdrüsen entweder gänzlich oder nur teilweise unversehrt gelassen wurden. Heteromorphe Schwänze haben sich, wenn nur das, was nötig war, entfernt wurde, nie gebildet. Die Regeneration der Gonaden kann zu jeder Jahreszeit erfolgen. Damit soll jedoch nicht gesagt werden, dass die Jahreszeit auf die Ausbildungsstufe der regenerierten Gonaden keinen Einfluss auszuüben imstande wäre.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Die operierten Tiere, welche die Geschlechtsregion regeneriert hatten, wurden sukzessive konserviert und geschnitten. Die zuletzt konservierten Regenerate waren beinahe 3 Jahre alt. Es stellte sich heraus, dass die hyperplastischen Neubildungen (insbesondere die Gonaden und die Samen- und Eiletertrichter) selbst in den ältesten Regeneraten nicht degenerierten, sondern auch in den ungünstigsten Fällen beinahe in derselben Grösse vorhanden waren, wie man sie in den etwa zweimonatigen Regeneraten anzutreffen pflegt. Dementsprechend waren auch die zugehörigen Ausführungsgänge und die Eier- und die Samensäcke zwar nicht überall in voller Entfaltung vorhanden, aber immerhin ganz deutlich erhalten. Dabei muss besonders hervorgehoben werden, dass manche von diesen Tieren (besonders die älteren) eine deutliche Körperreduktion erkennen liessen. Man kann daher die obgenannten hyperplastischen Organe als definitive Gebilde ansprechen.

Wie ich schon in meiner vorigen Arbeit betont habe, habe ich bei allen damals untersuchten Tieren mit dem regenerierten Geschlechtsapparat, die Gonaden in einer grösseren Gesamtzahl angetroffen, als es bei normalen Tieren der Fall war. Es war nun zu ermitteln, ob die in Rede stehenden Hyperplasien (insbesondere diejenigen der Gonaden) tatsächlich eine so allgemeine Verbreitung in den Regeneraten aufweisen, als ich nach Abschluss meiner ersten Untersuchungen zu glauben geneigt war. Bei allen 172 Exemplaren, welche die ganze Geschlechtsregion regeneriert hatten, war die Gesamtzahl der Geschlechtsdrüsen grösser als im normalen Körper. Bei den Ovarien kamen stets nur Hyperplasien vor. Dies war in der Mehrzahl der Fälle auch bei anderen Komponenten des regenerierten Geschlechtsapparats (ausser den Atrien) der Fall. Ferner habe ich durch weitere Nachprüfungen auch meine frühere Behauptung bestätigt gefunden, dass die Zahl der regenerierten Wimpertrichter der Samen- und Eileiter annähernd derjenigen der zugehörigen regenerierten Keimdrüsen entspricht.

Über die Grenzen, innerhalb welcher sich im Körper der regenerierte Geschlechtsapparat von *Criodrilus* auszu-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

bilden pflegt, kann ich berichten, dass sich derselbe vom vierten bis in das neunzehnte Segment (inklusive) erstrecken kann.

Durch eingehendere Untersuchung der zwitterigen regenerierten Keimdrüsen gelangte ich zur Überzeugung, dass diesen interessanten Gebilden eine viel grössere Verbreitung zukommt, als ich ursprünglich angenommen habe. Bei meinen neuen Untersuchungsobjekten habe ich ganz deutliche zusammengesetzte Geschlechtsdrüsen in 38% der Fälle konstatiert. Da ich nur ganz ausgesprochene und unzweideutige Fälle in meine Statistik aufgenommen habe und undeutliche unbeachtet liess, glaube ich, dass der tatsächliche Percentsatz der Zwitterdrüsen noch grösser sein dürfte. Dabei ist zu beachten, dass sich das angeführte Percent nur auf die Zahl der untersuchten Individuen, nicht aber auf die Zahl der zwitterigen Drüsen bezieht und dass diese letzteren in einem und demselben Regenerate in grösserer Anzahl (bis 10) vorkommen können. Sehr deutliche zwitterige Gonaden habe ich besonders in der mittleren Zone der Gonadenreihe gefunden. Doch wurde Hermaphroditismus auch in den ersten Keimdrüsen der Gonadenreihe festgestellt, denen erst einfache Hoden folgten. Einigemal wurde auch beobachtet, dass die ersten Glieder der Gonadenreihe durch typische Eierstöcke vertreten waren und auf diese folgten entweder einfache Hoden oder zusammengesetzte Gonaden und erst dann kamen einfache Ovarien an die Reihe. Besonders beachtenswert ist der Umstand, dass bei allen Exemplaren mit regenerierten Geschlechtsorganen, die Gonadenreihe nur mit einfachen Ovarien abgeschlossen wurde. Die zwitterigen Gonaden kommen am häufigsten bei solchen Regeneraten vor, welche zwar gut ausgebildet, jedoch nicht zu alt sind. In sehr alten Regeneraten waren diese Gonaden verhältnismässig selten zu finden, so dass man den Eindruck gewinnt, dass der operierte Organismus vom Zustand der Labilität des Geschlechtscharakters der Keimzellen in einen stabilen übergeht, welcher dem Gleichgewichtszustande des normalen Körpers ähnelt. Das gegenseitige Verhältnis der weiblichen und männlichen Komponenten der regenerierten Zwitterdrüsen ist in verschiedenen Fällen sehr verschieden, nicht

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nur in Bezug auf ihre Quantität, sondern auch betreffs der Lage derselben.

Beide heterogametischen Bestandteile dieser Drüsen sind meistens in der Weise verwachsen, dass sie fast ein einheitliches Ganze darstellen. Die Grenze zwischen beiderlei Geschlechtszellen solcher Gonaden ist entweder gut erkennbar, oder mehr oder weniger verwischt, je nach der Art und Weise, in welcher sich die verschiedenen Geschlechtselemente mit einander mischen und gegenseitig durchwachsen. Ziemlich oft kommen der Hodenteil und der Ovarialteil nebeneinander und parallel mit der Längsachse der Gonade zu liegen, so dass das Ganze den Eindruck macht, als ob sich aus der Proliferationszone zwei Bänder von männlichen und weiblichen Zellen gebildet hätten, welche der Länge nach mit einander verwachsen wären. Eine Gonade verwächst mit der anderen entweder an einer, oder an mehreren Seiten, so dass der eine Gonadenteil in dem andern wie in einer Rinne oder in einem Futteral teilweise oder vollkommen eingeschlossen erscheint, wobei er in dem letzteren Falle von aussen nicht zu sehen ist und erst auf den Schnitten zum Vorschein kommt. Es können jedoch die heterogametischen Elemente auch unregelmässig durcheinander gemischt sein, wobei die Zellen der einen Art kleinere oder grössere Lager in der fremdartigen Masse bilden.

Sehr eigenartig erscheinen auf den ersten Blick diejenigen Gonaden, bei welchen die männlichen und weiblichen Geschlechtszellen übereinander geschichtet sind, so dass z. B. die obere Hälfte solcher Drüsen aus Eizellen, die untere dagegen aus Hodenzellen besteht oder umgekehrt. Ausserdem wurden auch ganz reife und sonst typisch gebaute Hoden gefunden, in deren Masse gut entwickelte Eizellen eingebettet und sporadisch zerstreut waren. Diese Eier besasen einen grossen Kern mit deutlichem Kerngerüst und mit einem oder zwei Nukleoli und zeigten keine Spur von einer Degeneration. Von einigen solchen Hoden haben sich, wie bei normalen reifen Hoden, typische Zellengruppen losgelöst und flottierten frei in der Leibeshöhle. Von einer andern Gonade, bei welcher der Ovarialteil über den Hodenteil Oberhand gewonnen hatte, hatten sich reife Eier losgetrennt

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

und lagen frei in der Segmentalhöhle. Aus diesen Tatsachen ergibt sich, dass sowohl der männliche als auch der weibliche Teil der regenerierten Zwitterdrüsen imstande ist, normal zu funktionieren. In den Segmenten, in welchen sich die zwitterigen Keimdrüsen befanden, haben sich fast regelmässig auch die Trichter der Geschlechtsgänge in normaler Zahl gebildet. Ihre Form erinnert bald an die der Samentrichter, bald an diejenige der Eileitertrichter. Nur einmal bildeten sich in einem Segment mit regenerierten Zwitterdrüsen zwei Wimpertrichter auf einer Seite. Da ich bei einigen Exemplaren in Segmenten mit regenerierten Zwitterdrüsen nur typische, nach aussen mündende Ovidukte vorfand, so ist anzunehmen, dass in solchen Fällen das Sperma durch Ovidukte nach aussen gelangen muss. Das Vorkommen der Zwitterdrüsen ist fast ausschliesslich auf Regenerate beschränkt. Bei normalen Tieren habe ich nur einmal eine aus einem Hoden- und Ovarialteil bestehende Gonade ermittelt; doch handelt es sich hier um keine typische Zwitterdrüse, sondern nur um zwei in den unteren Partien verbundene, sonst aber selbständige Drüsen. Dieser auffallende Unterschied zwischen den normalen und regenerierten Geschlechtsdrüsen von *Criodrilus* ist sehr merkwürdig und gewinnt durch die Befunde v. Meyns (17.) bei *Anuren* eine allgemeinere Bedeutung.

Dass in unserem Falle der operative Eingriff und die durch ihn hervorgerufenen Unregelmässigkeiten der Lebensfunktionen der operierten Tiere als die Hauptursachen für die Entstehung der Zwitterdrüsen verantwortlich gemacht werden können, dafür spricht nicht nur der Umstand, dass diese Organe fast immer nur in den Regeneraten vorkommen, sondern auch das im Vergleich zum normalen Körper sehr hohe Percent der neugebildeten Zwitterdrüsen. — Um zu prüfen, ob auch der peritoneale Überzug der dorsalen Körperwand die Geschlechtszellen produzieren kann und ob eine ähnliche metaplastische Potenz auch das Peritoneum der ventralen Partien der mittleren und hinteren Segmente besitzt, habe ich aus verschiedenen dorsalen und ventralen Körperteilen etwa $^1/_3$—$^1/_2$ *cm* lange und einige Millimeter breite Stücke der Körperwand samt dem Muskelschlauche, dem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Peritoneum und in der Bauchgegend auch samt dem Bauchstrange mittels feiner sterilisierter Schere herausgeschnitten. Die Tiere (insgesamt 12 Stück) überstanden diese Operation ganz gut und haben die entfernten Körperstücke schon innerhalb kurzer Zeit (2—3 Monaten) vollkommen regeneriert; von den Gonaden war jedoch nichts zu bemerkem, woraus zu schliessen ist, dass der Körper von *Criodrilus*, was gewisse metaplastische Potenzen seiner Zellen anbelangt, nicht nur nach der Längsachse, sondern auch in der dorsoventralen Richtung differenziert ist.

Im Gegensatz zum regenerierten, ist der normale Geschlechtsapparat von *Criodrilus*, wie ich auf Grund von zahlreichen Untersuchungen an normalen Individuen dieser Art schliessen kann, nicht nur in Bezug auf die Zahl, sondern auch auf die Lage seiner Bestandteile ziemlich stabil. Unter 200 Exemplaren habe ich nur 9 kleinere Abweichungen ermittelt. Die ziemlich grosse Konstanz des normalen Geschlechtsapparats von *Criodrilus* einerseits und die kolossale Neigung des regenerierten zur Erzeugung von Mehrfachbildungen anderseits, tritt um so deutlicher in den Vordergrund, je grösser das Material ist, das mir jetzt zu Gebote steht. —

Rhynchelmis limosella Hoffm.

Bei *Rhynchelmis* gestalten sich die Verhältnisse nicht so einfach wie bei *Criodrilus*. Wie ich schon im J. 1902 *) mitgeteilt habe, regeneriert nämlich dieser Oligochaet am Vorderende maximal nur 5 Segmente + Peristom und die Fähigkeit einer regelmässigen Regeneration des Vorderendes hört in den meisten Fällen schon in der Nähe des 15.—20. Segmentes auf.

Es können zwar ausnahmsweise auch nach Fortnahme von mehr als 20 Kopfsegmenten ganz kleine mit einer Mundöffnung versehene Kopfregenerate zum Vorschein kommen, aber es sind dies nur sehr unvollkommene Rudimente. Auch heteromorphe Schwänze am Vorderende wurden beobachtet.

*) V. Janda: Über die Regeneration des zentralen Nervensystems u. Mesoblasts bei Rhynchelmis. Sitzb. d. kön. böhm. Ges. d. Wiss. 1902.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

— Die Gonaden, um welche es sich mir hauptsächlich handelte, liegen bei *Rhynchelmis* im IX., X. u. XI. Segment. Die Tiere (212 Exemplare) wurden ohne Narkose operiert und in besondere Akvarien verteilt, je nach dem ihnen mehr als zehn (11—16), zehn, oder weniger als zehn (6—9) vordere Segmente abgeschnitten worden waren. Die Operationen wurden im Jänner, Feber und März 1914 ausgeführt. Die Mehrzahl der operierten Tiere habe ich am 23. Juni und einige wenige Exemplare am 1. August d. l. J. konserviert und in Schnittserien zerlegt. In keinem einzigen Regenerate bildeten sich neue Gonaden. Dies gilt nicht nur für solche Tiere, welche aller Keimdrüsen entbehrten, sondern auch für diejenigen Exemplare, welchen einige Hoden oder Eierstöcke oder alle Geschlechtsdrüsen im Körper belassen wurden. Auf die Zahl der alten Gonaden übte das Anwachsen des Regenerats keinen Einfluss aus und auch in den unverletzten, in der Nähe der Wunde befindlichen gonadenlosen Segmenten, hatten sich keine neuen Gonaden angelegt. Die Hauptursache dieser negativen Befunde sehe ich in der sehr geringen, am Vorderende regenerierten Segmentenzahl. Dass die Regeneration der Keimdrüsen bei *Rhynchelmis* überhaupt nicht möglich wäre (z. B. nach bloser Exstirpation derselben) will ich nicht behaupten. Meine Experimente beweisen nur soviel, dass die Regeneration der Gonaden bei *Rhynchelmis* nach dem Verluste des ganzen Vorderendes einschliesslich der Gonadenringe, nicht stattfindet.

Lumbricus und Allolobophora.

Auch bei verschiedenen *Lumbriciden (Lumbricus terrestris* und *Allolobophora foetida)* versuchte ich die Regeneration der Keimdrüsen zu erzielen. Zu diesem Zwecke habe ich etwa 500 Exemplare hinter dem 13.—15. Segmente entzweigeschnitten und regenerieren lassen. Das Vorderende hat nur sehr unvollkommen regeneriert und höchstens nur 5—6 neue Segmente hervorgebracht. Manchmal kamen überhaupt keine Regenerate zur Ausbildung. In den Regeneraten war von den Geschlechtsorganen nichts zu bemerken. Später habe ich die Operationsmethode derart modifiziert, dass ich nur den ventralen Teil der Körperwand von mehreren

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Segmenten (vom 8. bis in das 16. Seg.) samt den Gonaden, den Wimpertrichtern, der Muskulatur, dem Bauchmarke und anderen Organen in Form eines Bändchens herauspraeparierte und nur diese Ausschnitte regenerieren liess. Die Verheilung der Wunde erfolgte bei manchen Tieren glatt und schon nach zwei Monaten liess sich an der Wundstelle deutliche Segmentierung des Regenerats erkennen. Die Ergebnisse dieser Versuche, die noch nicht abgeschlossen sind, sollen in einer selbständigen Abhandlung erörtert werden.

Literatura.

1. J. Babor: Ein Beitrag zur Geschlechtsmetamorphose. Verhandl. d. k. k. zoolog.-botan. Ges. in Wien. Jg. 1898.
2. Th. Boveri: Über das Verhalten der Geschlechtschromosomen bei d. Hermafroditismus. Verh. d. phys. med. Ges. Würzburg N. F. Bd. XLI 1911.
3. F. Braem: Zur Entwicklungsgeschichte von Ophryotrocha puerilis. Z. f. wiss. zool. Bd. 57. 1894.
4. R, Goldsghmidt únd H. Poppelbaum: Erblichkeitsstudien an Schmetterlingen. II. Zeitschr. f. ind. Abst- u. Vererb.-Lehre Bd. 11. 1914.
5. W. Harms: *a*) Überpflanzung von Ovarien in eine fremde Art. I. Mitt.: Versuche an Lumbriciden. Arch. f. Entw. Mech. d. Organ. Bd. 34. 1 H. 1912.
   b) Überpflanzung von Ovarien in eine fremde Art. II. Mitt.: Versuche an Tritonen. Ibidem. Bd. 35. 1913.
   c) Experimentelle Untersuchungen über die innere Sekretion der Keimdrüsen. Jena 1914.
6. D. Hooker: Der Hermaphroditismus bei Fröschen. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 79. 1912.
7. O. Hübner: Neue Versuche aus dem Gebiet d. Regeneration und ihre Beziehungen zu Anpassungserscheinungen. Zool. Jahrb. 1902. Bd. 15.
8. Ch. M. Child: *a*) Die physiologische Isolation von Teilen des Organismus. Vorträge u. Aufsätze über Entw. Mech. d. Organismen. H. 11. 1911.
   b) The developement of Germ-Cells from differentiated somatic Cells in Moniezia. Anat. Anz. Bd, 29. 1906.
9. C. Ishikawa: On the Formation of Eggs in the Testis of Gebia major. Zool. Anz. Bd. 26. 1891.
10. P. Iwanow: Die Regeneration der Segmente bei den Polychaeten. Zeitschr f. wiss. Zool. Bd. 85. 1907.
11. V. Janda: *a*) Über die Regeneration des centr. Nervensystems

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

und Mesoblasts bei Rhynchelmis. Sitzb. d. kön. böhm. Ges. d. Wiss. 1902.

b) Die Regeneration der Geschlechtsorgane bei Criodrilus lacuum. Hoffm. I. Theil. Arch. f. Entw. Mech. d. Organ. Bd. 33. 1912.

c) Die Regeneration der Geschlechtsorgane bei Criodrilus lacuum, Hoffm. II. Teil. Ibidem. Bd. 34. 1912. Ve výtahu též ve Věstníku Král. Čes. Spol. Náuk v Praze 1912.

12. Kopeć: *a*) Experimentaluntersuchungen über die Entwicklung der Geschlechtscharaktere bei Schmetterlingen. Bull. de l'Acad. d. Sc. Cracovie 1908.

b) Über morphologische und physiologische Folgen der Kastration und Transplantation bei Schmetterlingen. Ibid. 1910.

c) Untersuchungen über Kastration u. Transplantation bei Schmetterlingen. Arch. f. Entw. Mech. d. Organ. Bd. 33. 1911.

d) Über den feineren Bau einer Zwitterdrüse von Lymantria dispar. Zool. Anz. Bd. 37. 1911.

13. E. Korschelt: Über Ophryotrocha puerilis (Clap.) und die polytrochen Larven eines anderen Anneliden (Harpochaeta cingulata) Z. f. wiss. Zool. Bd. 57. 1894.

14. J. Kříženecký: Ein Fall von Hermaphroditismus bei Triton crist. und einige Bemerkungen zur Frage der sexuellen Differenzierung. Arch. f. Entw. Mech. d. Organ. 42. Bd. 1917.

15. A. Krohn: Zur näheren Kenntnis der männlichen Zeugungsorgane von Phalangium. Arch. f. Naturgeschichte Bd. 31. 1865.

16. J. Meisenheimer: Experimentelle Studien zur Soma- und Geschlechtsdifferenzierung. 1. Beitrag. Jena 1909.

17. R. Meyns: Transplantationen embryonaler und jugendlicher Keimdrüsen auf erwachsene Individuen bei Anuren nebst einem Nachtrag über Transplantationen geschlechtsreifer Froschhoden. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 79. II. Abt. 1912.

18. T. H. Morgan: *a*) Growth and Regeneration in Planaria lugubris. Arch. f. Entw. Mech. d. Organ. Bd. 13. 1901.

b) Experimentelle Zoologie.

19. A. Mrázek: Beiträge zur Naturgeschichte von Lumbriculus. Sitzb. d. kön. böhm. Ges. d. Wissensch. Prag 1913.

20. J. Nusbaum u. M. Oxner: *a*) Studien über die Regeneration der Nemertinen. I. Regeneration des Lineus ruber. Teil I—III. Arch. f. Entw. Mech. Bd. 30. 1910,

b) Weitere Studien über die Regeneration der Nemertinen I. Regeneration b. Lineus ruber. Teil IV. u. V. Ibid. Bd. 32. 1911.

c) Fortgesetzte Studien über die Regeneration der Nemertinen. II. Regeneration des Lineus lacteus I—III. Teil. Ibid. Bd. 35. 1912.

d) Studien über die Wirkung des Hungerns auf den Organismus der Nemertinen. I. Teil. Arch. f. Entw. Mech. Bd. 34. 1912.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

21. J. Nusbaum: Die entwicklungsmechanisch- metaplastischen Potenzen der tierischen Gewebe. Vorträge und Aufsätze über Entw. Mech. d. Organismen. H. 17. 1912.
22. F. A. Potts: The modification of the sexual charakters of the Hermit Crab caused by the parasite Peltogaster. Quart. Journ. Micr. Sc. Bd. 50. 1906.
23. H. Przibram: Experimental-Zoologie (Regeneration-Vitalität). 1913.
24. J. Schaxel: Rückbildung u. Wiederauffrischung tierischer Gewebe. Verhandl. d. D. zool. Ges Freiburg 1914.
25. E. Schultz: *a*) Über umkehrbare Entwicklungsprozesse. Vorträge u. Aufsätze über Entw. Mech. d. Organ. H. 4. 1908.
b) Über Periodizität und Reize bei einigen Entwickelungsvorgängen. Ibid. H. 14. 1912.
26. J. Smith; *a*) Rhizocephala. Fauna u. Flora des Golfes von Neapel 29. Monogr. 1906.
b) Studies in the experimental Analysis of Sex. Quart. Journ. Micr. Sc. Vol. 50, 55, 56, 57. 1910. 1911.
27. E. Strassburger: *a*) Über geschlechtsbestimmende Ursachen. Jahrbuch f. wiss. Bot. Bd. 48. 1910.
b) Zeitpunkt der Bestimmung des Geschlechtes. Jena 1909.
28. de la Valette, St. George: *a*) Über innere Zwitterbildung beim Flusskrebs. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 39. 1892.
b) Zwitterbildung beim kleinen Wassermolch (Triton taeniatus). Arch. f. mikr. Anat. Bd. 45. 1895.
29. F. Vejdovský: *a*) Anatomische Studien an Rhynchelmis limosella Hoffm. Zeitschr. für wiss. Zool. Bd. 27.
b) System u. Morphologie der Oligochaeten. Prag 1884.
c) Zrání, oplození a rýhování vajíčka. Jubil. spis Král. Čes. Spol. náuk. Praha 1887.
d) Neue Untersuchungen über die Reifung und Befruchtung. Prag 1907.
e) Zum Problem der Vererbungsträger. Prag 1912.
30. B. Zarnik: Über den Chromosomencyklus bei Pteropoden. Verhandl. d. deutsch. zool. Ges. 1910 u. 1911.

Výklad tabulky.

Různé tvary obojetných regenerovaných gonád Criodrila.

Obr. 1, 2, 3, 4, 5, 8 a 11: Zralá regenerovaná varlata s vajíčky »v«. U obr. 5. a 8. jsou typické výčnělky těchto varlat zachyceny na jiných řezech.

Obr. 6: Regenerovaná gonáda, jejíž pravá polovina jest vaječníkem a levá varletem.

Obr. 7: Regenerovaný vaječník, jehož svrchní konec nese části varlete s typickými výběžky.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Obr. 9: Regenerovaný vaječník, z něhož nahoře vyčnívá dlouhý prstovitý výběžek varlete, které také dole vaječník objímá.

Obr. 10: Regenerované varle, jehož svrchní oddíl přechází ve vaječník.

v = vaječné buňky (vaječník).
vr = samčí buňky (varle).

Všechna vyobrazení byla pořízena kreslicím přístrojem Abbe-ovým. Leitz Oc III. Obj. 3. Tub. 19.

Textová vyobrazení č. 1. a 2.

Přehled různých způsobů uložení a stavby obojetných regenerovaných gonád různých jedinců *Criodrila* s regenerovanými přídami. Gonády jsou zobrazeny pouze po jedné straně těla. Varlata jsou kreslena černě a vaječníky kroužkovaně. Světlá políčka ve varlatech značí vajíčka. Černé skvrny ve vaječnících značí přimíšenou hmotu varlat. Vířivé nálevky pohlavních vývodů jsou naznačeny co černé čárky s brvami. 6 seg. = šestý segment, 18. seg. = osmnáctý segment.

Tafelerklärung.

Verschiedene Formen der regenerierten Zwitterdrüsen von Criodrilus.

Fig. 1, 2, 3, 4, 5, 8 u. 11: Regenerierte Hoden mit Eizellen — »v«. Bei Fig. 5. u. 8. sind die typischen Hodenausläufer an anderen Schnitten sichtbar.

Fig. 6: Regenerierte Gonade, bei welcher die rechte Hälfte den Eierstock, die linke den Hoden darstellt.

Fig. 7: Regenerierter Eierstock mit kleinen Hodenausläufern am Scheitel.

Fig. 9: Regenerierter Eierstock mit langem fingerförmigen Hodenlappen am distalen Ende. Die unteren Teile dieser Gonade sind durch die Hodenzellen gebildet.

Fig. 10: Regenerierter Hoden, dessen obere Partie in einen Eierstock übergeht.

Leitz Oc. III, Obj. 3. Tub. 19.

Textfiguren Nro 1. u. 2.

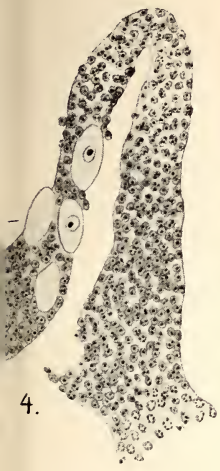
Übersichtliche Darstellung regenerierter Zwitterdrüsen im regenerierten Vorderende bei verschiedenen Exemplaren von *Criodrilus*. Die regenerierten Gonaden sind nur an einer Seite abgebildet. Die Hoden sind schwarz gehalten und die Ovarien als traubenförmige Gebilde gezeichnet. Weise Flecke in der schwarzen Hodenmasse stellen die Eizellen dar. Die schwarzen Flecke in den Eierstöcken sind die beigemengten Hodenteile. Die Wimpertrichter des Fortpflanzungssystems sind als kleine schwarze Striche an den Dissepimenten angedeutet.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

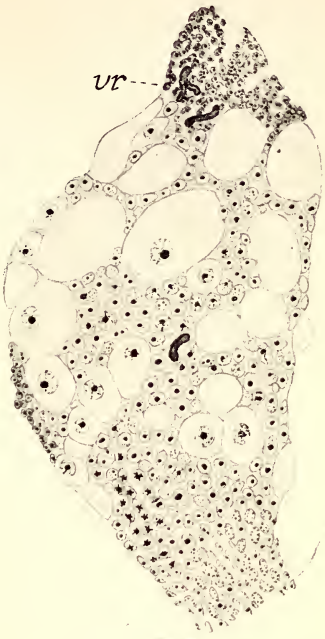
V. Janda del.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



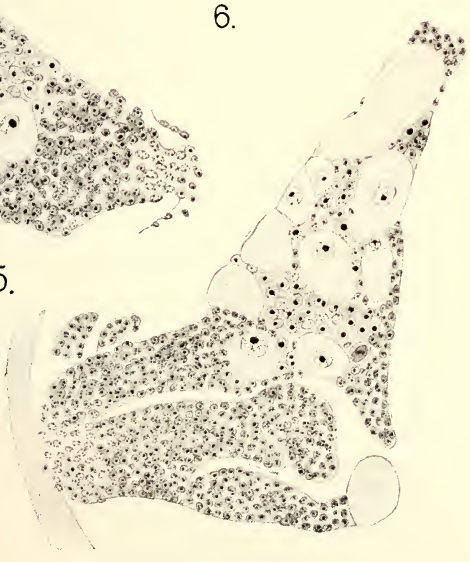
4.

6.



7.

5.

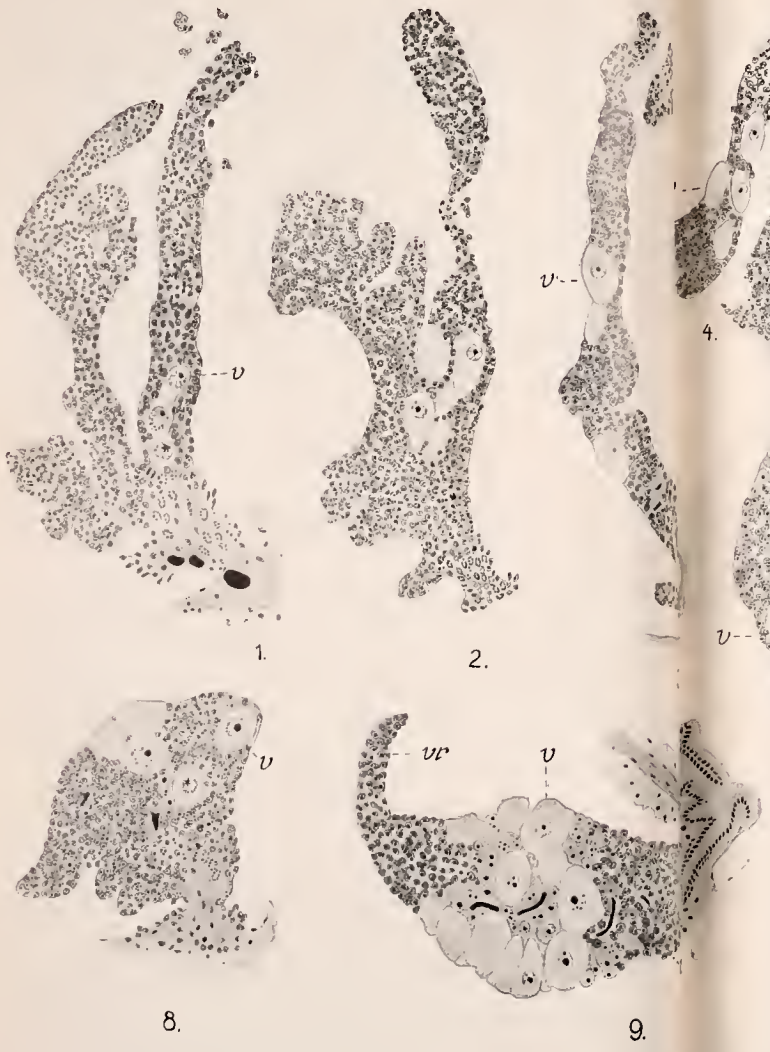


10.

11.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



V. Janda del.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

II.

Studie o kondensátorových kruzích.

Napsal
August Žáček.

Předloženo dne 12. prosince 1917.

V druhé části této práce studován vliv různých faktorů na prodloužení vlnité délky kondensátorových kruhů s krátkou jiskrou. Při tom věnována hlavní pozornost těm okolnostem, jež nejsou bez vlivu také na ostatní vlastnosti krátkých jisker (na zvýšení útlumu a vyhasínání) a pak zejména oněm, jichž studium slibovalo přispěti k výkladu zvláštního chování krátkých jiskřišť v oscillačních kruzích. Max Wien, jenž poprvé pozoroval závislost frekvence elektrických oscillací na materiálu jiskřiště, užíval k určování frekvence obvyklé resonanční methody proudového effektu. Z různých důvodů, jež blíže budou vyloženy na příslušném místě, není tato methoda k podobnému studiu právě nejvhodnější. Proto v této práci určována frekvence methodou založenou na dynamometrickém effektu. Popisem několika takovýchto method založených na bilineárních effektech, v nichž vystupují proudy resp. napětí současně jak kruhu studovaného, tak kruhu měrného, zabývá se první část práce, jež vedle toho obsahuje i theorii těchto effektů.

ČÁST PRVÁ.

Měření konstant elektrických oscillací.

Kapitola I.

Methody založené na kvadratických effektech.

Spřáhněme spolu induktivně dva systémy schopné oscillací; spřažení nechť jest volné. Budiž dále dána mož-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nost spojitě měniti frekvenci vlastních kmitů jednoho z kruhů — resonátoru. Thermoelementem nebo bolometrem zapiatým do resonátoru lze pak stanoviti veličinu úměrnou proudovému effektu v tomto kruhu. Měřený proudový effekt (za úplně konstantních poměrů v primárním oscillátoru) znázorněme graficky jako funkci proměnlivé frekvence N_2 resonátoru, při čemž frekvenci nanášíme jako abscissu, k ní příslušný proudový effekt jako ordinátu. Křivku, již tímto způsobem získáme, nazýváme resonanční křivkou proudového effektu v kruhu sekundárním.

Proudový effekt v resonátoru jest pro frekvence N_2 značně rozdílné od frekvence N_1 vlastních kmitů primárního oscillátoru celkem nepatrný, roste však velmi značně, neliší-li se frekvence obou kruhů příliš: resonanční křivka má vyslovené maximum a sice, jak ihned uvidíme, jest tohoto resonančního bodu dosaženo prakticky pro frekvence $N_2 = N_1$.

Pro jednoduchost jest výhodno zavésti v dalším vedle skutečných frekvencí N_1, N_2 $4\pi^2$-násobné kvadráty frekvencí kruhů netlumených a nespřažených b_1, b_2 relacemi:

$$b_1 = \frac{1}{C_1 L_{11}}, \qquad b_2 = \frac{1}{C_2 L_{22}};$$

dále tak zvané rozladění, jež jest dáno výrazem

$$\xi = 1 - \frac{b_2}{b_1}.$$

Vidíme, že pro případ $b_1 = b_2$, to jest mají-li oba kruhy frekvence stejné, jest rozladění $\xi = 0$.

Macků[1]) počítal pro dva induktivně spřažené kondensátorové kruhy proudový effekt v sekundárním kruhu

$$\psi(2,2) = \int_0^\infty i_2^2 \, dt$$

a dostal pro případ, že amplitud kmitů v primárním kruhu ubývá dle exponencielly, pro něj výraz

---

[1]) B. Macků: Theorie dvou spřažených oscillujících kruhů. Věstník král. čes. spol. nauk 1908. — Jahrb. d. drahtl. Telegraphie und Telephonie 2. 251. 1909.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$(1) \qquad \psi(2,2) = \frac{L_{21}^2 C_1^2 F^2 \sqrt{b_1}}{4\,\vartheta_1 \vartheta_2 L_{22}^2} \cdot \frac{-\vartheta_1 \xi + \vartheta_1 + \vartheta_2}{\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)\xi^2 - 2\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\left(2+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)\xi + (\vartheta_1+\vartheta_2)^2\left(4+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)},$$

kde mají jednotlivá písmena tento význam:*)

F potenciál na jiskřišti

C_1, C_2 kapacita kruhu primárního, sekundárního.

L_{11}, L_{22} koefficient samoindukce primárního, sekundárního kruhu.

L_{12}, L_{21} koefficienty vzájemné indukce.

$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} L_{22}}}$ koefficient induktivního spřažení.

$\vartheta_1 = \frac{\delta_1}{\sqrt{b_1}}, \quad \vartheta_2 = \frac{\delta_2}{\sqrt{b_1}}.$

δ_1, δ_2 koefficienty útlumu primárního, sekundárního kruhu.

Za předpokladu, že ani útlumy obou kruhů nejsou značné, ani jich spřažení příliš těsné — mathematicky za podmínek

$$(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2 < 1,$$

$$(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2 \frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2} < 1$$

— provedl Macků diskussi této rovnice a ukázal, že resonanční křivka proudového effektu v kruhu sekundárním nabývá maxima pro rozladění (zanedbáme-li korrekční člen)

$$\xi_0 = \frac{1}{2}\,\vartheta_1\,(\vartheta_1 + \vartheta_2)\,\frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2}.$$

Vidíme, že v praxi, kdy útlumy nebývají pravidelně velké, volíme-li vedle toho také spřažení mezi oběma kruhy extremně volné, nastává maximum effektu pro rozladění nullové, t. j. pro

$$b_1 = b_2.$$

Této vlastnosti resonanční křivky užíváme k určování

*) V českém originále se vloudily do předešlé formule dvě tiskové chyby.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

frekvence vlastních kmitů oscillátorů. Za resonátor volíme uzavřený kondensátorový kruh, jehož frekvenci lze pohodlně na př. proměnlivou kapacitou měniti. Tento měrný kruh spřáhneme induktivně a to extremně volně se studovaným kruhem; pomocí thermoelementu nebo bolometru stanovíme onu frekvenci měrného kruhu, pro kterou v něm proudový effekt nabývá maxima. Podle předešlého jest potom

$$b_1 = b_2;$$

poněvadž v praktických případech bývá útlum tak malý, že lze zanedbati jeho vliv na prodloužení doby kmitové, možno také psáti bez velké chyby

$$N_1 = N_2.$$

Známe-li tedy pro různé polohy indexu proměnného kondensátoru frekvenci vlastních kmitů měrného kruhu, stanovíme tímto způsobem též frekvenci studovaných oscillací.

Velikost maxima proudového effektu jest podle téže theorie (zanedbáme-li opět korrekční člen)

$$\psi(2,2)_{\max} = \frac{L_{21}^2 C_1^2 F^2 \sqrt{b_1}}{4 \vartheta_1 \vartheta_2 L_{22}^2} \cdot \frac{1}{(\vartheta_1 + \vartheta_2)\left(4 + \frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2}\right)};$$

jest tudíž tím větší, čím menší jsou útlumy obou kruhů.

Pro posouzení charakteru studovaných oscillací jest důležit více nebo méně strmý průběh resonanční křivky. Chceme-li po této stránce srovnávati různé resonanční křivky, musíme je transformovati tak, aby jejich maxima splývala. Volbou rozladění ξ za abscissu máme část úlohy provedenu, neboť pak všechny resonanční křivky mají maximum prakticky pro touž abscissu, totiž pro $\xi_0 = 0$. Aby nám i ordináty maxima u všech křivek splývaly, nenanášíme jako ordináty přímo proudový effekt nýbrž poměr

$$\eta = \frac{\psi(2,2)}{\psi(2,2)_{\max}}$$

t. j. effekt $\psi(2,2)$ pro určité rozladění ξ dělíme vždy maximální jeho hodnotou $\psi(2,2)_{\max}$ pro rozladění nullové ($\xi_0 = 0$). Křivky, jež tímto způsobem obdržíme, budou míti maximum $\eta_{\max} = 1$. Za míru ostrosti takto transformované

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

resonanční křivky můžeme pak voliti její šířku σ t. j. rozdíl absciss dvou bodů křivky, jež mají touž ordinátu: $\sigma = \xi_2 - \xi_1$.

Pro tuto veličinu najde se z rovnice resonanční křivky relace:

$$(\vartheta_1 + \vartheta_2)\sqrt{4 + \frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2}} = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\eta}{1-\eta}}.$$

Vidíme z toho: resonanční křivka jest tím užší, resonance jest tím ostřejší, čím menší jest součet útlumů obou kruhů a čím volnější jest jejich spřažení.

Polohu maxima resonanční křivky určíme tím přesněji, čím křivka probíhá strměji, čím jest užší. Užíváme proto k přesným měřením thermoelementu nebo bolometru ve spojení s galvanometrem pokud možno citlivým, aby bylo lze spřáhnouti měrný kruh se studovaným oscillátorem hodně volně. S druhé strany však mívají tyto stroje tak značný odpor, že přímým zařazením na př. citlivého thermoelementu do měrného kruhu vzrostl by značně jeho útlum, takže by resonanční křivka byla opět tuze plochá. Proto nebývá zvykem měřiti přímo proudový effekt v sekundárním kruhu, nýbrž thermoelement zařadí se do zvláštního aperiodického kruhu (»indikátorového«), který se induktivně a sice opět extremně volně spřáhne s kruhem měrným. Užívá-li se citlivých přístrojů, vzroste tímto připojením indikátorového kruhu útlum měrného kruhu jenom nepatrně.

Také tímto případem se Macků v citovaném pojednání zabýval a odvodil pro proudový effekt v kruhu indikátorovém (je-li jeho odpor veliký proti jeho samoindukci)

$$(2) \qquad = \frac{A_{23}^2 L_{21}^2 C_1^2 b_1^{3/2}}{(1-k^2)\varrho^2 . 4\vartheta_1 \vartheta_2 L_{22}^2} \cdot$$

$$\frac{\vartheta_1 \xi^2 - 2\vartheta_1 (1 + 2\vartheta_1 \vartheta_2)\xi + (\vartheta_1 + \vartheta_2)(1 + 4\vartheta_1 \vartheta_2)}{\left(1 + \frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2}\vartheta_1^2\right)\xi^2 - 2\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)\left(2 + \frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2}\right)\xi + (\vartheta_1 + \vartheta_2)^2\left(4 + \frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2}\right)},$$

kdež značí

A_{23} koefficient vzájemné indukce mezi kruhem měrným a indikátorovým,

ϱ odpor indikátorového kruhu;

význam ostatních písmem jest týž jako dříve.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Rovněž tato resonanční křivka má maximum a sice (zanedbáme-li opět korrekční člen) pro rozladění

$$\xi_0 = -\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2),$$

tedy zůstaneme-li u případů v praxi nejčastějších, kdy útlumy jsou malé, opět pro rozladění nullové.

Hodnota maxima (bez korrekčního členu)

$$= \frac{A_{23}^2 L_{21}^2 C_1^2 b_1^{2/3}}{(1-k^2)\varrho^2 4\vartheta_1\vartheta_2 L_{22}^2} \cdot \frac{1}{(\vartheta_1+\vartheta_2)\left(4+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)}$$

jest opět tím větší, čím menší jsou útlumy obou kruhů.

Také z této resonanční křivky dá se při stejném významu písmen odvoditi relace mezi šířkou křivky a součtem útlumů

$$(3) \qquad (\vartheta_1+\vartheta_2)\sqrt{4+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}} = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\eta}{1-\eta}}.$$

Spřáhneme-li měrný kruh s primárním kruhem extremně volně ($k^2 = 0$), zjednoduší se tato relace (3) na

$$(4) \qquad \vartheta_1+\vartheta_2 = \frac{\sigma}{4}\sqrt{\frac{\eta}{1-\eta}}.$$

Z tohoto vztahu, jenž má týž tvar i pro resonanční křivku proudového effektu v kruhu sekundárním, určujeme součet útlumů obou kruhů.

Zvolíme-li k tomu specielně onu šířku resonanční křivky, při niž výchylka galvanometru klesne právě na polovinu výchylky maximální, to jest body s ordinátou $\eta = \frac{1}{2}$, dostáváme pro součet útlumů jednoduše

$$(4a) \qquad \vartheta_1+\vartheta_2 = \frac{\sigma}{4};$$

formuli tuto udal Brandes.

Resonanční křivky nejsou úplně symmetrické vzhledem k ordinátě procházející maximem; a sice značí-li ξ_σ abscissu bodu půlícího šířku σ resonanční křivky, dostáváme pro poměrnou asymmetrii (zanedbáme-li korrekční člen) vztah:

$$(5) \qquad \xi_\sigma = \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ježto u normální resonanční křivky jest tato asymmetrie vzhledem k ordinátě procházející maximem tak nepatrná, že se prakticky ztrácí v pozorovacích chybách, můžeme klásti:

$$\frac{\sigma}{2} = \xi_2 - \xi_0 = x_2 , \quad \frac{\sigma}{2} = \xi_0 - \xi_1 = x_1 ,$$

při čemž x_1, x_2 značí abscissy bodů téže ordináty; x_1 necht se vztahuje na body rozladění negativního ($\xi_1 < 0$), x_2 na rozladění positivní ($\xi_2 > 0$). Zavedeme-li vedle toho ještě novou proměnnou u vztahem

$$u = + \sqrt{\frac{1-\eta}{\eta}} ,$$

lze psáti relaci (4) ve tvaru

$$2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \frac{x_1}{u} = \frac{x_2}{u} . \tag{6}$$

Pokládáme-li x_1, x_2 za abscissy (obě jsou positivní), u za ordinátu, znázorňují nám rovnice (6) dva splývající polopaprsky procházející počátkem, úhel φ, jejž svírají s osou ordinát, jest dán vztahem

$$tg\,\varphi = 2(\vartheta_1 + \vartheta_2) .$$

Píšeme-li naproti tomu po druhé

$$\bar{x}_2 = \xi_2 - \xi_0 = \frac{\sigma}{2} , \quad -\bar{x}_1 = \xi_0 - \xi_1 = \frac{\sigma}{2}$$

a zavedeme-li novou proměnnou $\bar{u}$ vztahem

$$\bar{u} = \pm \sqrt{\frac{1-\eta}{\eta}} ,$$

kde platí znamení + nebo — podle toho, uvažujeme-li bod s kladným nebo záporným rozladěním, lze psáti relaci (4) opět ve tvaru

$$2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \frac{\bar{x}_1}{\bar{u}} = \frac{\bar{x}_2}{\bar{u}} .$$

Tato rovnice představuje nám nyní jedinou přímku procházející počátkem; trigonometrická tangenta úhlu, jejž svírá s osou ordinát, jest opět rovna dvojnásobnému součtu útlumů.

Settnik[2]) jenž provádí podobné transformace resonanční

[2]) K. Settnik: Ann. d. Phys. 34. 568. 1911.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

křivky při studiu útlumu, béře odmocninu pořád se znamením positivním, čímž se mu transformuje resonanční křivka ve dva polopaprsky procházející počátkem a symmetricky položené vzhledem k ose ordinát. Uvedené zde dva způsoby transformace mají proti Settnikově některé přednosti (tak na příklad ihned vystupuje ev. asymmetrie křivky a pod.). Ovšem v případě normální resonanční křivky, kdy transformací dostáváme přímky, nemá žádný z uvedených způsobů valného významu. Významu nabývají teprve tehdy, když útlumy počítané z různých šířek resonanční křivky nejsou stejné (anomální resonanční křivky); v tom případě, jak jest patrno, nejsou útvary, jež uvedenými transformacemi dostaneme z resonanční křivky, přímkami.

Zavedeme-li do relace (4) kapacity resp. vlnité délky resonátoru, dostáváme pro součet útlumů vztahy

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{1}{4} \frac{C_2 - C_1}{C_r} \sqrt{\frac{\eta}{1-\eta}}$$

resp.

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{1}{2} \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_r} \sqrt{\frac{\eta}{1-\eta}},$$

jichž se v praxi při měření útlumů nejvíce užívá, neboť změna frekvence měrného kruhu se děje obyčejně proměnlivým kondensátorem, jenž někdy bývá pro právě užitou samoindukci graduován také ve vlnitých délkách.

Užíváme-li k znázornění resonančních křivek obyčejných pravoúhlých souřadnic, narážíme na mnohé obtíže: Chceme-li srovnávati různé resonanční křivky, musíme je vztahovati na totéž maximum na příklad tak, že neuvažujeme effekt sám, nýbrž jeho poměr k effektu maximálnímu. Avšak ve skutečnosti měříme vlastně pro množství hodnot proměnlivé kapacity pouze výchylky galvanometru, jež jsou úměrny proudovému effektu. Maximum samo pravidelně ani neměříme přímo, nýbrž určujeme je teprve z křivky proložené měřenými body. A přepočítávání jednotlivých pozorovaných hodnot na relativní effekt η jest dosti zdlouhavé a také může býti spojeno se značnými chybami pro nedosti přesnou znalost maximální výchylky. Vedle toho vykazují resonanční křivky v obyčejných pravoúhlých sou-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

řadnicích rychle se měnící křivost, což zase znesnadňuje prokládání nejpravděpodobnější »hladké« křivky jednotlivými měřenými body. Výpočet součtu útlumů děje se pak ze šířky resonanční křivky v různých výškách. Určování jest nejpřesnější, zvolíme-li měřítka absciss a ordinát tak, aby křivka probíhala v uvažovaném intervallu pod úhlem 45°. Toho však lze při obyčejném znázornění docíliti jen pro nepatrné části křivky. Nejčastěji volívají se poměry tak, aby pod úhlem 45° probíhala část křivky pro $\eta = 50 - 60\%$, potom však probíhá spodní část křivky tak ploše, že nelze již vůbec konstatovati ev. existenci vln od spřažení. Hodnoty útlumu nedají se při tom stanoviti s touž přesností pro různé výšky resonanční křivky, což je pro mnohé účely (na př. při studiu vyhasínání jiskry) velmi důležito.

Tyto úvahy vedly Droysena[3]) k návrhu, aby se pro grafické znázorňování resonančních křivek neužívalo obyčejné pravoúhlé soustavy, nýbrž pravoúhlé soustavy, kde ordinátami jsou Briggsovy logarithmy. V resonanční křivce dle Droysena jest tedy vlastně nanesen ke každé hodnotě rozladění (resp. kapacity) logarithmus proudového effektu. Toto znázorňování resonančních křivek má mnohé přednosti. Viděli jsme, že pro srovnávání různých resonančních křivek bylo nutno transformovati je dříve na stejná maxima, neboť volbou měřítka pro ordinátu se tvar křivky změní. Toho zde není třeba: neboť násobení resp. dělení effektivních hodnot určitým číslem se zde redukuje na připočítávání resp. odečítání určité délky k ordinátám a sice téže délky pro všechny body, tím se ovšem charakter křivky nezmění, pouze její poloha v síti. — Vedle toho vykazuje resonanční křivka s logarithmickými ordinátami daleko menší křivosti. Tak na př. zvolíme-li pro výšku $\eta = 50\%$ v obou případech sklon 55°, jest

u obyčejné křivky	u logarithmické křivky
ve výšce $\eta = 90\%$ sklon $= 63°$	$= 50°$
ve výšce $\eta = 5\%$ sklon $= 3°$	$= 33°$.

To jest veliká přednost uvedeného způsobu znázorňování, jíž jest usnadněno prokládání pravděpodobné křivky diskretně ležícími naměřenými body. Tato vlastnost umožňuje dále,

[3]) O. Droysen: Jahrb. d. drahtl. Tel. 9. 121. 1914.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

což jest nejdůležitější, stanoviti součet útlumů se stejnou přesností pro všechny výšky resonanční křivky.

Vedle resonanční křivky proudového effektu lze vhodným elektrometrem stanoviti také potenciálový effekt; charakter resonanční křivky effektu potenciálového jest v celku týž jako resonančních křivek effektu proudového.

Můžeme tedy užiti k určování frekvence a útlumu kterékoliv methody podle okolností. Při všech popsaných methodách, jež jsou založeny na kvadratických effektech, určuje se frekvence z polohy maxima. K výpočtu součtu útlumů musíme vedle toho znáti i hodnotu tohoto maxima, jíž pravidelně ani neměříme, nýbrž získáváme proložením křivky měřenými body; i to může býti ev. spojeno se značnými chybami.

Proto v případech, kde se jedná o velkou přesnost, hlavně při měření nepatrných změn frekvence, jako je tomu v druhé části této práce, se uvedené methody neosvědčují. Za to velmi dobře lze užiti method založených na bilineárních effektech, jichž jsem několik vypracoval. Také resonanční křivky kteréhokoliv bilineárního effektu mají zhruba týž charakter: při resonanci procházejí nullou, mají kolem nully dvě extremní hodnoty, jichž poloha jest v jednoduché souvislosti se součtem útlumů. V tom, že jsou to methody nullové, tkví jejich hlavní přednost proti methodám založeným na kvadratických effektech.

V dalším oddílu první části své práce podám nejprve popis method založených na bilineárních effektech; až na methodu s indukčním dynamometrem jsou veskrze nové. Pak následuje theorie všech bilineárních effektů a konečně příklady měření, z nichž uvidíme upotřebitelnost popsaných method pro určování konstant oscillačních kruhů.

Kapitola II.

Methody založené na bilineárních effektech.

Různé způsoby, jimiž možno stanoviti resonanční křivky bilineárních effektů, lze roztříditi buď podle měřených effektů nebo podle apparátů užitých při měření. Vzhledem k sta-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

novisku posléze uvedenému můžeme shrnouti všechny methody ve 3 skupiny:

1. methody užívající thermoelementů nebo vzduchových thermometrů.
2. methoda dynamometrická.
3. methody elektrometrické.

Methody užívající thermoelementů.

Již r. 1907 udal Dieckmann [4]) methodu, při níž užívá tří vhodně kombinovaných, úplně stejných thermoelementů k určování effektu

$$\psi\,(1,2) = \int_0^\infty i_1 i_2 dt.$$

Prvými dvěma thermoelementy měří se veličiny

$$\int_0^\infty a^2 i_1{}^2 dt \quad \text{resp.} \quad \int_0^\infty b^2 i_2{}^2 dt,$$

třetím pak hodnota integrálu

$$\int_0^\infty (a i_1 + b i_2)^2\, dt,$$

kde a, b značí koefficienty úměrnosti. Vhodným zařazením thermoelementů a galvanometru docílil toho, že výchylka galvanometru udává nám veličinu

$$\int_0^\infty (a i_1 + b i_2)^2\, dt - \int_0^\infty a^2 i_1{}^2 dt - \int_0^\infty b^2 i_2{}^2 dt = 2\,ab \int_0^\infty i_1 i_2 dt.$$

Týž effekt měří L. Kann [5]) tímto uspořádáním: dvě stejně velké skleněné koule spojeny jsou spolu kapillárou s kapalinovým indexem. Každá koule obsahuje po dvou úplně stejných drátcích. S primárním a sekundárním kruhem jsou extrémně volně spřaženy dvě cívky, jež jsou tak připojeny ke koncům ohřívacích drátků, že proudy protékající drátky jedné koule jsou úměrny proudům i_1 resp. i_2, kdežto proud protékající jedním z drátků druhé koule jest úměrný součtu

[4]) M. Dieckmann: Ann. d. Phys. 24. 771. 1907.
[5]) L. Kann: Phys. Zs. 11. 503. 1910.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$i_1 + i_2.$$

Druhý drátek jest při tomto měření bez proudu. Vzhledem k tomu, že drátky i obě koule jsou úplně stejné, jest výchylka kapalinového indexu úměrna veličině:

$$\int_0^\infty [(i_1 + i_2)^2 - i_1^2 - i_2^2]\, dt = 2\int_0^\infty i_1 i_2 dt.$$

Dvou thermoelementů užívá Isakow[6]): Dva zcela stejné thermoelementy (o stejném odporu a citlivosti) jsou zařazeny do dvou sousedních větví Wheatstoneova mostu, jehož druhé dvě větve jsou tvořeny dvěma stejnými ohmickými odpory, takže jest most vyrovnán. Do jedné diagonály mostu jest zapiata cívka induktivně spřažená s primárním kruhem, do druhé pak cívka spřažená induktivně s kruhem sekundárním. Druhé diagonály thermoelementů jsou spojeny přes tlumící cívku proti sobě ke galvanometru, jehož výchylka jest pak úměrna veličině:

$$\int_0^\infty (i_1 + i_2)^2\, dt - \int_0^\infty (i_1 - i_2)^2\, dt = 4\int_0^\infty i_1 i_2 dt.$$

Při všech těchto methodách, jež udávají hodnotu dynamometrického effektu ψ (1,2), jest podstatnou podmínkou, aby všechny užité thermoelementy resp. ohřívací drátky byly co do elektrických vlastností identické. Methoda Isakowova vyžaduje vedle toho i vyrovnání mostu, methoda Kannova stejnosti obou koulí.

V některých případech však možno s výhodou užiti methody, kde vystačíme pouze s jediným thermoelementem. Odpadá obtížné vyrovnávání jednotlivých částí apparatury. Ovšem má tato methoda zase svoji nevýhodu: údaje stroje neudávají nám totiž přímo resonanční křivku, tu dostáváme teprve z rozdílu dvou údajů. Nutno tedy prováděti dvojnásobný počet měření.

Methoda sama jest neobyčejně jednoduchá: Indikátorový kruh s jediným thermoelementem obsahuje dvě cívky, jimiž jest extremně volně spřažen jednak s kruhem I. jednak s kruhem II. Kommutátorem lze jednu z cívek indikátoro-

---

[6]) L. Isakow: Phys. Zs. 12. 1224. 1911.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vého kruhu kommutovati. Měří se výchylky galvanometru při obou polohách kommutátoru. Rozdíl výchylek galvanometru jest úměrný dynamometrickému effektu

$$\psi\,(1,2) = \int_0^\infty i_1 i_2 dt.$$

Obě indikátorové cívky musí míti takovou vzdálenost a vzájemnou polohu, aby bylo možno zanedbati jich vzájemnou indukci. Potom jest samoindukce indikátorového kruhu při obou spojeních táž a rovna součtu samoindukcí obou cívek.

Jednoduchá theorie methody jest tato*):

Budiž

R_3	odpor	indikátorového kruhu,
L_{33}	koefficient samoindukce	indikátorového kruhu,
M_{13}	koefficienty vzájemné indukce	I.
M_{23}	indikátorového kruhu s kruhem	II.
i_3	intensita proudu v indikátorovém kruhu	před kommutací
i_4	intensita proudu v indikátorovém kruhu	po kommutaci.

Pak platí pro indikátorový kruh při jedné poloze kommutátoru:

$$R_3 i_3 = -M_{13}\frac{di_1}{dt} - M_{23}\frac{di_2}{dt} - L_{33}\frac{di_3}{dt},$$

po kommutaci:

$$R_3 i_4 = -M_{13}\frac{di_1}{dt} + M_{23}\frac{di_2}{dt} - L_{33}\frac{di_4}{dt}.$$

Píšeme-li pro jednoduchost dále:

$$\frac{R_3}{L_{33}} = r,$$

$$\frac{M_{13}}{L_{33}} = m_1,$$

$$\frac{M_{23}}{L_{33}} = m_2,$$

lze předcházející rovnice psáti ve tvaru:

$$(1) \qquad \frac{di_3}{dt} + r i_3 = -m_1\frac{di_1}{dt} - m_2\frac{di_2}{dt},$$

*) Doufám, že později budu moci podati přesnou theorii methody, z níž budou patrny hranice, v nichž lze methody užiti, a velikost chyby, jichž se dopouštíme při užitých zjednodušeních.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$(2) \qquad \frac{di_4}{dt} + ri_4 = -m_1 \frac{di_1}{dt} + m_2 \frac{di_2}{dt}.$$

Galvanometrem měříme při různých polohách kommutátoru výchylky úměrné proudovým effektům:

$$\int_0^\infty i_3^2 dt \quad \text{resp.} \quad \int_0^\infty i_4^2 dt.$$

Rozdíl obou výchylek jest úměrný veličině

$$T = \int_0^\infty i_3^2 dt - \int_0^\infty i_4^2 dt = \int_0^\infty (i_3 + i_4)(i_3 - i_4)\, dt.$$

$i_3 + i_4$ a $i_3 - i_4$ hoví však jednoduchým differenciálním rovnicím, jež dostaneme sečtením a odečtením rovnic (1), (2):

$$\frac{d}{dt}(i_3 + i_4) + r(i_3 + i_4) = -2m_1 \frac{di_1}{dt},$$

$$\frac{d}{dt}(i_3 - i_4) + r(i_3 - i_4) = -2m_2 \frac{di_2}{dt}.$$

Pro počáteční podmínky:

pro $t = 0$ jest $i_1 = 0$, $i_2 = 0$,
$i_3 = 0$, $i_4 = 0$,

dostáváme jako integrály těchto rovnic:

$$i_3 + i_4 = -2m_1 \int_0^t e^{r(u-t)} \frac{di_1}{du}\, du,$$

$$i_3 - i_4 = -2m_2 \int_0^t e^{r(u-t)} \frac{di_2}{du}\, du.$$

Z toho dostáváme integrací per partes:

$$i_3 + i_4 = -2m_1 \left[i_1 - re^{-rt} \int_0^t e^{ru} i_1(u)\, du \right],$$

$$i_3 - i_4 = -2m_2 \left[i_2 - re^{-rt} \int_0^t e^{ru} i_2(u)\, du \right].$$

Poněvadž kruhy I. a II. jsou spolu spřaženy extremně volně, nepůsobí kruh II. na I., takže v něm probíhající oscillace jsou tytéž jako před spřažením, totiž

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$i_1 = a_1 e^{-\delta_1 t} \sin(\omega_1 t + \varepsilon_1);$$

za to v kruhu II. vznikají vedle kmitů vlastních také kmity vynucené, takže nutno klásti:

$$i_2 = b_1 e^{-\delta_1 t} \sin(\omega_1 t + \varepsilon_2) + b_2 e^{-\delta_2 t} \sin(\omega_2 t + \varepsilon_3),$$

kde význam jednotlivých písmen jest patrný.

Uvažujme nyní hodnotu integrálu

$$H_1 = \int_0^t e^{ru} i_1(u)\, du,$$

jenž se vyskytá ve výraze pro $i_3 + i_4$.

Dosadíme-li do něho hodnotu za i_1, dostáváme

$$H_1 = a_1 \int_0^t e^{(r-\delta_1)u} \sin(\omega_1 u + \varepsilon_1)\, du$$

$$= \frac{a_1}{\omega^2 + (r-\delta_1)^2} \Big\{ (r-\delta_1) \Big[e^{(r-\delta_1)t} \sin(\omega_1 t + \varepsilon_1) - \sin \varepsilon_1 \Big] - \omega_1 \Big[e^{(r-\delta_1)t} \cos(\omega_1 t + \varepsilon_1) - \cos \varepsilon_1 \Big] \Big\}$$

$$< a_1 \frac{\omega_1 + r - \delta_1}{\omega_1^2 + (r-\delta_1)^2} (1 + e^{(r-\delta_1)t})$$

$$< \frac{a_1}{\omega_1} \frac{1 + \frac{r-\delta_1}{\omega_1}}{1 + \left(\frac{r-\delta_1}{\omega_1}\right)^2} (1 + e^{(r-\delta_1)t}) < \frac{2\, a_1}{\omega_1} (1 + e^{(r-\delta_1)t}).$$

Jest tedy dále

$$H = r e^{-rt} \int_0^t e^{ru}\, i_1(u) du = r e^{-rt} H_1$$

$$< 2\, a_1 \,.\, \frac{r}{\omega_1} (e^{-rt} + e^{-\delta_1 t}) < 4\, a_1 \frac{r}{\omega_1},$$

neboť

$$|r - \delta_1| < \omega_1, \qquad r > 0, \qquad \delta_1 > 0.$$

Z toho vidíme, že druhý člen v závorce výrazu pro $i_3 + i_4$ jest menší než

$$\frac{\omega_1}{4r} - tá$$

část původní amplitudy proudu i_1. Poněvadž v praxi

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\omega_1 \sim 6 \cdot 10^4 - 6 \cdot 10^6,$$

možno tento druhý člen proti i_1 vůbec zanedbati, vyjímaje snad extremně krátké doby, kdy i_1 prochází nullou; zanedbati jej možno tím spíše, poněvadž lze induktanci indikátorového kruhu voliti velkou proti ohmickému odporu, takže potom jest také r malé.

Podobně lze vésti důkaz i pro

$$i_3 - i_4,$$

i máme tedy celkem

$$i_3 + i_4 = -2m_1 i_1,$$
$$i_3 - i_4 = -2m_2 i_2.$$

Rozdíl výchylek galvanometru před a po kommutaci udává nám tedy hodnotu výrazu

$$T = 4m_1 m_2 \int_0^\infty i_1 i_2 dt$$

t. j. jest úměrný dynamometrickému effektu $\psi(1,2)$.

Induktivním spřažením indikátorového kruhu jak s kruhem primárním, tak měrným pozměňuje se poněkud spřažení mezi kruhy I. a II., a sice při měření křivky

$$\int_0^\infty (i_1 + i_2)^2 dt$$

jest tím spřažení mezi oběma kruhy poněkud zvýšeno, při křivce

$$\int_0^\infty (i_1 - i_2)^2 dt$$

poněkud zmenšeno. To způsobuje při příliš těsném spřažení indikátorového kruhu, že prvá křivka vyjde poněkud výše, druhá poněkud níže, průsečík obou (jehož poloha udává nám resonanci) se trochu posune. Nutno tedy voliti spřažení indikátorového kruhu s oběma kruhy (I. a II.) tak volné, aby další uvolnění tohoto spřažení nemělo již vlivu na polohu průsečíku obou křivek.

Jest přirozeně nevýhodou popsané methody, že výchylky galvanometru nedávají nám přímo hledaný effekt; s druhé strany však jest tato methoda v provedení neobyčejně jedno-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

duchá, nevyžadujíc žádné zvláštní apparatury: stačí jednoduché uspořádání, jehož se užívá k měření obyčejných resonančních křivek. Proto se najde jistě často příležitost jí užiti.

Bližší údaje, hlavně také pokyny k praktickému provádění a schema spojení, uvedeny jsou v poslední kapitole str. 41. a násl.

(Lze sice užitím dvou stejně citlivých thermoelementů zapiatých proti sobě přes galvanometr modifikovati popsanou methodu tak, že odečítání oněch dvou integrálů

$$\int_0^\infty i_3^2 dt \quad \text{a} \quad \int_0^\infty i_4^2 dt$$

provádí si stroj sám, takže výchylky galvanometru jsou přímo úměrny integrálu

$$\int_0^\infty i_1 i_2 dt\,;$$

pak ovšem přestane býti methoda tak neobyčejně jednoduchá, jak jsme ji viděli. Kommutace provádí se při tom Edelmannovým rotujícím kommutátorem; druhého kommutátoru synchronně rotujícího na téže ose užijeme jako přepínače. Při jedné poloze prvního kommutátoru jest pomocí druhého kommutátoru zapiat do kruhu thermoelement první, po kommutaci pak thermoelement druhý. První thermoelement udává $\int_0^\infty i_3^2 dt$, druhý $\int_0^\infty i_4^2 dt$; výchylky galvanometru, spojeného přes oba thermoelementy zařazené proti sobě, jsou pak úměrny rozdílu

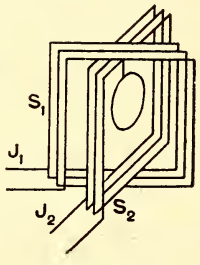
$$\int_0^\infty i_3^2 dt - \int_0^\infty i_4^2 dt = 4 m_1 m_2 \int_0^\infty i_1 i_2 dt\,.$$

Methoda tato hodí se sice k demonstraci průběhu integrálu $\int_0^\infty i_1 i_2 dt$, ale k měření se nehodí pro těžko odstranitelné nepravidelnosti v rotujícím kommutátoru.)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Indukční dynamometr.

K měření effektu $\psi(1,2) = \int_0^\infty i_1 i_2 dt$ bylo by možno prostě užiti obyčejného dynamometru, jehož pevnou cívkou bychom posílali proud i_1 primárního kruhu, a pohyblivou cívku připojili do měrného kruhu, takže by jí procházel proud i_2. Je to však spojeno se značnými obtížemi: Jednak jsou ponderomotorické síly, jež se mají měřiti, velmi malé, jednak bychom zařazením pohyblivé cívky s jejím jemným závěsem přímo do sekundárního kruhu zvětšili příliš jeho útlum. Proto konstruovali Mandelstam a Papalexi[7]) k měření dynamo-



Obr. 1.

metrického effektu zvláštní indukční dynamometr (Kurzschlussringdynamometer), jenž se pro tato měření velmi dobře osvědčil. Ježto jsem jej také užíval při studiu vlivu krátkých jiskřišť, popíši jej poněkud zevrubněji a sice v té úpravě, jak jsem si jej dal v ústavní dílně zhotoviti: Dvě čtvercové cívky S_1, S_2 (obr. 1.) navinuty jsou na dřevěných rámečkách dimensí 95×95 *mm* resp. 65×65 *mm*. Tyto rámečky mohou se otáčeti kolem vertikální osy a mají v zjustovaném apparátu státi na sobě kolmo. Mikrometrickými šrouby, jež se opírají o páky přidělané k rámečkům, lze jejich polohu kolem normální polohy kolmé poněkud měniti. Každá cívka obsahuje po 4 závitech šňůrky svinuté z 3×40 jednotlivě emaillem isolovaných měděných drátků (0·07 *mm* v průměru). Konce cívek jsou vyvedeny k pevným svorkám, k nimž se připojuje jednak kruh I., jednak měrný kruh II.

[7]) L. Mandelstam a N. Papalexi: Ann. d. Phys. *33*. 490. 1910. Jahrb. d. drahtl. Tel. *4*. 605. 1911.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Na jemné bronzové lamettě, jakých se užívá pro závěsy cívek D'Arsonvalových galvanometrů, jest zavěšen prsten z tenkého (0·1 *mm*) měděného plechu. Závěs (délky 30 *cm*) jest upevněn na hlavici trubice a možno tedy otáčením hlavice stočiti prsten tak, aby jeho rovina splývala se střední rovinou cívky S_2. Dimense prstenu jsou: vnější průměr 40 *mm*, vnitřní průměr 32 *mm*. Prsten přilepen na papír, na nějž jest voskem upevněno také malé zrcadélko k odečítání výchylek prstenu methodou Poggendorf-Gaussovou. Přední i zadní stěna cívky S_2 jest zalepena sklíčky, jichž vzájemnou distanci lze měniti; mezi sklíčky pohybuje se prsten. Tím jest jednak zabráněno, aby vzduchové proudy nerušily pohybu prstenu, jednak lze vhodnou vzdáleností obou sklíček, mezi nimiž prsten oscilluje, uděliti prstenu útlum vhodný pro pozorování. U svého apparátu jsem si nařídil distanci tlumících stěn tak, že pohyb jehly byl již téměř aperiodický. Aby se zabránilo vzniku vířivých proudů, nebylo nikde užito massivních kovových hmot; většina částí byla zhotovena z dobře vyschlého dřeva modřínového. Apparát opatřen jest třemi stavěcími šrouby a libellou.

Působení dynamometru si možno jednoduše vyložiti takto: Posíláme-li cívkou S_2 proud i_2, indukuje se v prstenu, jenž jest s ní parallelní, proud i_3. Proud i_3 jest úměrný proudu i_2, poněvadž ohmický odpor prstenu možno proti jeho induktanci zanedbati. Poněvadž prsten a cívka S_2 jsou rovnoběžné, nepůsobí naň cívka S_2 žádným momentem, prsten jest v klidu. Posíláme-li naopak cívkou S_1 proud i_1, neindukuje se v prstenu žádný proud, poněvadž cívka S_1 a prsten stojí na sobě kolmo. Prochází-li však prstenem proud i_3, stáčí jej momentem úměrným součinu $i_1 i_3$. Posíláme-li tedy současně cívkou S_1 proud i_1, cívkou S_2 proud i_2, podléhá prsten momentu úměrnému v každém čase veličině $i_1 i_2$. Kdybychom stáčením hlavice se závěsem tento moment kompensovali tak, aby se vždy prsten vrátil do nullové polohy, udávalo by nám stočení hlavice bezprostředně veličinu úměrnou $\int_0^\infty i_1 i_2 \, dt$. Ovšem daleko pohodlnější jest přímo měřiti výchylky prstenu dynanometru. Je-li však prsten vychýlen ze své rovnovážné

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

polohy, působí na něj také cívka S_2 momentem, s druhé strany indukuje se v něm proud také proudem i_1 cívky S_1. Jednoduchý výklad pro působení dynamometru, jejž jsme právě podali, potom přestává platiti.

Mandelstam a Papalexi podali však i pro tento případ, kdy jehla jest vychýlena z polohy rovnovážné, theorii indukčního dynamometru. Theorii samu podávati nebudu, spokojím se pouze reprodukcí jejích výsledků:

1. případ úplné symmetrie a vyrovnání apparátu; tento případ jest realisován tehdy, když pro

$$\begin{array}{llll} i_1 = 0 & \text{a} & i_2 > 0 & \text{jest } \alpha_1 = 0, \\ i_1 > 0 & \text{a} & i_2 = 0 & \text{jest } \alpha_2 = 0, \end{array}$$

a když kromě toho změní výchylka své znamení, změní-li jeden z proudů i_1, i_2 svůj směr.

Tu jest výchylka α prstenu dána vztahem

$$\alpha = N \frac{L_{12}\,\psi\,(1,2)}{a^2 + NM_1\,\psi(1,1)},$$

kde a^2 značí direkční sílu závěsu, N počet výbojů za sekundu, $\psi\,(1,1$ proudový effekt v primárním kruhu $\int_0^\infty i_1^2 dt$; L_{12}, M_1 jsou konstanty. Vidíme z toho, že při dokonale zjustovaném a úplně symmetrickém apparátu jsou výchylky přímo úměrny dynamometrickému effektu $\psi\,(1,2)$.

2. případ neúplné symmetrie a přibližného zjustování apparátu. Budiž výchylka α

$$\begin{array}{ll} \text{pro } i_2 = 0 & \text{rovna } \alpha_1, \\ \text{pro } i_1 = 0 & \text{rovna } \alpha_2; \end{array}$$

potom z uvedené theorie plyne

$$N \frac{L_{12}\,\psi\,(1,2)}{a^2 + NM_1\,\psi(1,1)} = \alpha - \alpha_1 - \alpha_2 \frac{4\pi^2 + \Lambda_0^2 \tau_1^2}{4\pi^2 + \Lambda_1^2 \tau_0^2},$$

při čemž τ_0, τ_1 značí doby kmitové, Λ_0, Λ_1 logarithmické dekrementy kyvů jehly pro $i_1 = 0$, $i_2 = 0$ resp. pro $i_1 > 0$, $i_2 = 0$. Vidíme z toho, že také v tomto komplikovanějším případě možno z výchylek dynamometru stanoviti effekt $\psi\,(1,2)$, když k odečteným výchylkám α přičteme korrekce

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$-\alpha_1 \quad \text{a} \quad -\alpha_2 \frac{4\pi^2 + A_0^2 \tau_1^2}{4\pi^2 + A_1^2 \tau_0^2}.$$

Je-li měrný kruh spřažen s primárním kruhem extremně volně, jest druhá korrekce tak malá, že ji lze bez chyby zanedbati.

Zvolíme-li závěs tak jemný, že možno jeho direkční sílu a^2 zanedbati proti $NM_1 \psi(1,1)$, dostáváme v 1. případě

$$\alpha = \frac{L_{12}}{M_1} \cdot \frac{\psi(1,2)}{\psi(1,1)},$$

v druhém případě pak

$$\alpha - \alpha_1 = \frac{L_{12}}{M_1} \cdot \frac{\psi(1,2)}{\psi(1,1)}$$

t. j. údaje dynamometru závisejí pouze na poměru

$$\frac{\psi(1,2)}{\psi(1,1)},$$

v širokých mezích však nikoliv od počtu primárních výbojů, od nepravidelností přerušovače, což jest nemalou jeho předností.

Béře-li se také ohled na působení odporu prstenu dynamometru, vychází z přesné theorie stroje, že effekt $\psi(1,2)$ prochází nullou pro rozladění

$$\xi_0 = -4\vartheta_3 (\vartheta_1 + \vartheta_2),$$

kde značí

$$\vartheta_3 = \frac{\delta_3}{\sqrt{b_1}}, \quad \delta_3 = \frac{w_3}{2L_{33}},$$

při tom se vztahuje index 3 na prsten.

Bližší údaje o methodě, jejím užití, zároveň se schematem spojení uvedeny jsou v poslední kapitole prvního dílu (str. 45. a násl.).

Elektrometrické methody.

Další skupina method užívá k měření určitých bilineárních effektů, z nichž lze stanoviti konstanty kondensátorových kruhů, binantního elektrometru Curie-Dolezalkova. Podle theorie, již podal Dolezalek,[8]) platí pro výchylku jehly binantního elektrometru jednoduchý vztah

[8]) F. Dolezalek: Ann. d. Phys. *26*. 312. 1908.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\alpha = \text{konst.}\,(P_1 - P_2)\,(P_3 - P_4),$$

kde P_1, P_2 značí potenciály obou polovin jehly, P_3, P_4 potenciály binantů. Vidíme z toho, že výchylky jehly binantního elektrometru jsou i bez kommutace (jak je tomu u kvadrantního elektrometru) přímo úměrny potenciální differenci na binantech a to i pro sebe menší rozdíly potenciálu. To Dolezalek svými měřeními potvrdil. Úměrnost mezi výchylkou jehly a potenciální differencí na obou polovinách jehly platí dle měření Dolezalkových přesně asi do 400 Volt, pro větší potenciální rozdíly rostou výchylky poněkud, ač ne o mnoho, pomaleji. Citlivost binantního elektrometru s jemným závěsem jest velmi značná.

Tohoto elektrometru lze užiti v různém spojení k měření některých bilineárních effektů.

Methoda udávající $\int_0^\infty V_1 V_2\, dt.$

Je-li potenciální difference V_1 na polepech primárního kondensátoru malá (max. kolem 400 Volt), lze měřiti binantním elektrometrem effekt $\int_0^\infty V_1 V_2\, dt$ tím způsobem, že obě poloviny jehly připojíme na primární kondensátor, binanty pak na kondensátor měrného kruhu. Jeden binant a jednu polovinu jehly připojíme k zemi, nebo ještě lépe odvedeme k zemi středy samoindukčních cívek obou kruhů. Spřažení mezi oběma kruhy volíme extremně volné. Podle dříve uvedené formule jest v tomto případě výchylka jehly elektrometru dána vzorcem

$$\alpha = \text{konst.}\, N \int_0^\infty V_1 V_2\, dt,$$

kde N značí počet primárních jisker za sekundu.

Poznámka: Při tom nutno míti na paměti, že připojením elektrometru ke kondensátorům obou kruhů zvětšili jsme jak primární, tak sekundární kapacitu o kapacitu elektrometru. Poněvadž při nullové poloze jehly stojí přímka dělící jehlu kolmo na přímce dělící obal v binanty a ježto se dále pozoruje jen při velmi malých výchylkách jehly, jest spřažení

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

obou kruhů kapacitou elektrometru nepatrné. O jistých nesnázích při praktickém užití této methody zároveň se schematem spojení pojednáno jest v poslední kapitole prvního dílu str. 51. a 52.

Methoda udávající $\int_0^\infty \frac{di_1}{dt} V_2 \, dt.$

Je-li potenciální difference na polepech primárního kondensátoru značnější, jak je tomu vždy, obsahuje-li primární kruh jiskru, nelze užiti právě popsané methody. Ale pomůžeme si snadno: Mějme zase měrný kruh spřažený s kruhem primárním extremně volně. Nechme působiti primární kruh na několik závitů s ním volně induktivně spřažených, jež připojíme k oběma polovinám jehly. Měněním tohoto spřažení naregulujeme na jehle vhodné napětí. Binanty připojíme na polepy kondensátoru měrného kruhu. Opět odvedeme jeden binant a polovinu jehly k zemi nebo, což jest výhodnější, spojíme se zemí střed spřahovací cívky kruhu III. a samoindukce měrného kruhu.

Kruh III., obsahující spřahovací cívku a jehlu elektrometru, tvoří vlastně také systém schopný oscillací. Platí tedy pro něj

$$R_3 i_3 = V_3 - L_{33} \frac{di_3}{dt} - L_{13} \frac{di_1}{dt},$$

kde značí:

R_3 odpor, L_{33} koefficient samoindukce kruhu III. s elektrometrem, L_{13} koefficient vzájemné indukce mezi kruhy I. a III., i_3 intensitu proudu v kruhu III., V_3 potenciální rozdíl na obou polovinách jehly elektrometru.

Zvolíme-li samoindukci L_{33} spřahovací cívky tak, aby vlastní frekvence kruhu III. značně se lišila od frekvence kruhu I., tedy abychom byli hodně vzdáleni od resonance — což není těžko realisovati, uvážíme-li, že elektrometr má malou kapacitu — jest proud i_3 velmi nepatrný, takže jest možno v předešlé relaci zanedbati členy

$$R_3 i_3 \quad \text{a} \quad L_{33} \frac{di_3}{dt};$$

zbývá tedy konečně pro differenci potenciálů na jehle

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$V_3 = L_{12} \frac{di_1}{dt}.$$

Udává nám proto výchylka elektrometru v tomto spojení effekt:

$$\alpha = \text{konst. } N \int_0^\infty \frac{di_1}{dt} V_2 \, dt.$$

Poznámka: Také zde nesmíme zapomenouti, že jsme připojením elektrometru k polepům měrného kondensátoru zvětšili jeho kapacitu. Primární kapacita se při této methodě nezvětšuje. Praktické užití této methody na určování konstant kondensátorových kruhů spolu se schematem spojení uvedeno jest v poslední kapitole prvého dílu str. 50.

Methoda udávající $\int_0^\infty \frac{di_1}{dt} \cdot \frac{di_2}{dt} \, dt.$

Konečně můžeme k jehle elektrometru a k binantům připojiti po cívce, které volně spřáhneme s kruhem primárním resp. sekundárním. Volbou tohoto spřažení naregulujeme na elektrometru vhodné napětí. Opět se postaráme o odvedení obou kruhů k zemi. Pak platí pro oba tyto kruhy totéž, co bylo řečeno u předešlé methody pro kruh III. Za kautel tam vyložených bude na jehle potenciální diference

$$V_3 = L_{13} \frac{di_1}{dt},$$

na binantech pak

$$V_4 = L_{24} \frac{di_2}{dt}.$$

Udává nám tedy výchylka elektrometru v tomto spojení effekt

$$\alpha = \text{konst. } N \int_0^\infty \frac{di_1}{dt} \cdot \frac{di_2}{dt} \, dt.$$

Poznámka: Při této methodě se ovšem užitím elektrometru kapacita žádného kruhu nezmění. Praktické užití této methody spolu se schematem spojení uvedeno jest v poslední kapitole prvního dílu str. 48. a 49.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Kapitola III.

Theorie bilineárních effektů.

V této kapitole chceme odvoditi a diskutovati výrazy pro ony bilineární effekty, jež předešlými methodami měříme. Jsou to:

u methody užívající thermoelementu a indukčního dynamometru

(a) $$\int_0^\infty i_1 i_2 dt\,;$$

u method s binantním elektrometrem:

(b) $$\int_0^\infty V_1 V_2 dt = \frac{1}{C_1 C_2} \int_0^\infty q_1 q_2 dt,$$

(c) $$\int_0^\infty \frac{di_1}{dt} V_2 dt = \frac{1}{C_2} \int_0^\infty \frac{di_1}{dt} q_2 dt = \frac{1}{C_2} \int_0^\infty i_1 i_2 dt,$$

(d) $$\int_0^\infty \frac{di_1}{dt} \frac{di_2}{dt} dt.$$

Postup, jehož užijeme k výpočtu těchto bilineárních effektů, applikoval poprvé Macků (l. c.) k výpočtu kvadratických effektů vycházeje z jisté poznámky v jedné Koláčkově práci, kde tento upozorňoval na možnost vypočítati proudový effekt bez znalosti kořenů známé charakteristické rovnice. Princip methody jest tento: Násobíme-li totiž differenciální rovnice pro dva spřažené kondensátorové kruhy vhodnými veličinami a integrujeme je potom v mezích $0 - \infty$, dostáváme pro hledané effekty systém lineárních rovnic. Řešením těchto rovnic dostáváme pro ně výrazy, obsahující pouze koefficienty oněch differenciálních rovnic, z nichž jsme vyšli. Není tedy vůbec třeba znáti kořeny příslušné charakteristické rovnice 4. stupně, úloha se redukuje na řešení systému lineárních rovnic.

Označení:

R_1, R_2 odpory
C_1, C_2 kapacity
L_{11}, L_{22} koefficienty samoindukce

} v kruhu primárním a sekundárním,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

L_{12}, L_{21} koefficienty vzájemné indukce obou kruhů,
i_1, i_2 intensity proudu v kruhu primárním a sekundárním,
V_1, V_2 potenciální rozdíly
q_1, q_2 elektrické náboje } na kapacitách C_1, C_2,

$\delta_1 = \frac{R_1}{2L_{11}}$
$\delta_2 = \frac{R_2}{2L_{22}}$ } koefficienty útlumu primárního a sekundárního kruhu,

$b_1 = \frac{1}{L_{11}C_1}$
$b_2 = \frac{1}{L_{22}C_2}$ } $4\pi^2$-násobné čtverce kmitočtů nespřažených a netlumených kruhů,

$\vartheta_1 = \frac{\delta_1}{\sqrt{b_1}}$, $\vartheta_2 = \frac{\delta_2}{\sqrt{b_1}}$,

$\xi = 1 - \frac{b_2}{b_1}$ rozladění obou kruhů,

ξ_0 rozladění, pro něž effekt má hodnotu nullovou,

ξ_1
ξ_2 } rozladění, pro něž effekt nabývá extremních hodnot,

$k_1 = \frac{L_{12}}{L_{11}}$, $k_2 = \frac{L_{21}}{L_{22}}$,

$k^2 = k_1 k_2$ koefficient induktivního spřažení,
V_{10} počáteční potenciál na primárním kondensátoru,
q_{10} počáteční náboj na primárním kondensátoru,

$$\varphi(1,2) = \int_0^\infty q_1 q_2 dt,$$

$$\Phi(1,2) = \frac{1}{C_1 C_2}\varphi(1,2) = \int_0^\infty V_1 V_2 dt,$$

$$\psi(1,1) = \int_0^\infty i_1^2 dt, \quad \psi(2,2) = \int_0^\infty i_2^2 dt, \quad \psi(1,2) = \int_0^\infty i_1 i_2 dt,$$

$$\Psi(1,2) = \frac{1}{C_2}\psi(1,2) = \int_0^\infty \frac{di_1}{dt} V_2 dt,$$

$$\sigma(1,2) = \int_0^\infty i_1 q_2 dt = -\int_0^\infty i_2 q_1 dt,$$

$$\tau(1,2) = \int_0^\infty i_1 \frac{di_2}{dt} dt = -\int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt,$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\chi(1,1) = \int_0^\infty \left(\frac{di_1}{dt}\right)^2 dt, \quad \chi(2,2) = \int_0^\infty \left(\frac{di_2}{dt}\right)^2 dt, \quad \chi(1,2) = \int_0^\infty \frac{di_1}{dt}\frac{di_2}{dt}\, dt.$$

Při odvozování hledaných effektů budeme předpokládati nejprve, že intensity v obou kruzích jsou quasistacionární, za druhé, že vliv jiskry jest aequivalentní jisté hodnotě odporu nezávislého na intensitě. Tato supposice »konstantního odporu« jiskry ovšem ve skutečnosti splněna není.

Za platnosti obou supposic popisují zjevy ve dvou kondensátorových kruzích spřažených spolu induktivně tyto dvě differenciální rovnice:

$$V_1 = R_1 i_1 + L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt},$$

$$V_2 = R_2 i_2 + L_{22}\frac{di_2}{dt} + L_{21}\frac{di_1}{dt};$$

při tom platí:

$$i_1 = -\frac{dq_1}{dt} = -C_1\frac{dV_1}{dt},$$

$$i_2 = -\frac{dq_2}{dt} = -C_2\frac{dV_2}{dt}.$$

K určení integračních konstant máme tyto počáteční podmínky:

$$\text{pro } t = 0 \quad \text{jest} \quad i_1 = 0, \quad i_2 = 0,$$
$$V_1 = V_{10}, \quad V_2 = 0,$$
$$\text{resp.} \quad q_1 = q_{10}, \quad q_2 = 0.$$

Uvedené differenciální rovnice lze po zavedení nového označení psáti ve tvaru:

$$\text{(I.)} \qquad \frac{di_1}{dt} + 2\delta_1 i_1 - b_1 q_1 + k_1\frac{di_2}{dt} = 0,$$

$$\text{(II.)} \qquad \frac{di_2}{dt} + 2\delta_2 i_2 - b_2 q_2 + k_2\frac{di_1}{dt} = 0.$$

Násobme rovnici (I.) postupně veličinami

$$q_2,\ i_1,\ i_2,\ \frac{di_1}{dt},\ \frac{di_2}{dt},$$

rovnici (II.) pak veličinami:

$$q_1,\ i_2,\ i_1,\ \frac{di_2}{dt},\ \frac{di_1}{dt}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a takto vzniklé relace integrujme v mezích $0 - \infty$ s ohledem na počáteční podmínky a na okolnost, že pro $t = \infty$

$$\text{jest } q_1 = 0, \quad q_2 = 0,$$
$$i_1 = 0, \quad i_2 = 0.$$

Dostáváme po provedení těchto 10 rovnic:

(1) $\psi(1,2) + 2\delta_1\sigma(1,2) - b_1\varphi(1,2) + k_1\psi(2,2) = 0,$ [I. q_2]

(2) $\psi(1,2) - 2\delta_2\sigma(1,2) - b_2\varphi(1,2) + k_2\psi(1,1) = 0,$ [II. q_1]

(3) $2\delta_1\psi(1,1) + k_1\tau(1,2) = \frac{b_1}{2} q_{10}^2,$ [I. i_1]

(4) $2\delta_2\psi(2,2) - k_2\tau(1,2) = 0,$ [II. i_2]

(5) $-\tau(1,2) + 2\delta_1\psi(1,2) + b_1\sigma(1,2) = 0,$ [I. i_2]

(6) $\tau(1,2) + 2\delta_2\psi(1,2) - b_2\sigma(1,2) = 0,$ [II. i_1]

(7) $\chi(1,1) - b_1\psi(1,1) + k_1\chi(1,2) = 0,$ [I. $\frac{di_1}{dt}$]

(8) $\chi(2,2) - b_2\psi(2,2) + k_2\chi(1,2) = 0,$ [II. $\frac{di_2}{dt}$]

(9) $\chi(1,2) + 2\delta_1\tau(1,2) - b_1\psi(1,2) + k_1\chi(2,2) = 0,$ [I. $\frac{di_2}{dt}$]

(10) $\chi(1,2) - 2\delta_2\tau(1,2) - b_2\psi(1,2) + k_2\chi(1,1) = 0,$ [II. $\frac{di_1}{dt}$]

z tohoto systému lineárních rovnic vypočítáme hledané effekty

$$\varphi(1,2), \ \psi(1,2), \ \chi(1,2).$$

K tomu konci eliminujme $\sigma(1,2)$ z rovnic (1), (2) a (5), (6); dostáváme

(11) $(\delta_1 + \delta_2)\psi(1,2) - (b_1\delta_2 + b_2\delta_1)\varphi(1,2) + k_1\delta_2\psi(2,2) + k_2\delta_1\psi(1,1) = 0,$

(12) $(b_1 - b_2)\tau(1,2) + 2(b_1\delta_2 + b_2\delta_1)\psi(1,2) = 0.$

Z rovnice (3) vypočítáme $\psi(1,1)$ a nalezenou hodnotu dosadíme do (7) a (11); podobně z rovnice (4) vypočítáme $\psi(2,2)$ a dosadíme do (8) a (11).

Vychází

(13) $\chi(1,1) + \frac{b_1k_1}{2\delta_1}\tau(1,2) + k_1\chi(1,2) = \frac{b_1^2}{4\delta_1} q_{10}^2,$

(14) $\chi(2,2) - \frac{b_2k_2}{2\delta_2}\tau(1,2) + k_2\chi(1,2) = 0,$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$(15)\quad (\delta_1+\delta_2)\,\psi(1,2)-(b_1\delta_2+b_2\delta_1)\,\varphi(1,2)=-\frac{b_1k_2}{4}\,q_{10}{}^2.$$

Hodnotu za $\chi(1,1)$ vypočtenou z (13) dosadíme do (10), $\chi(2,2)$ z rovnice (14) dosadíme do (9); dostáváme

$$(16)\quad (1-k^2)\,\chi(1,2)+(2\delta_1+\frac{b_2k^2}{2\delta_2})\,\tau(1,2)-b_1\psi(1,2)=0.$$

$$(17)\quad (1-k^2)\,\chi(1,2)-(2\delta_2+\frac{b_1k^2}{2\delta_1})\,\tau(1,2)-b_2\psi(1,2)=-\frac{b_1{}^2k_2}{4\delta_1}\,q_{10}{}^2.$$

Odečtením (16) a (17) eliminujeme $\chi(1,2)$:

$$(18)\quad \left[2(\delta_1+\delta_2)+\frac{k^2}{2}\left(\frac{b_1}{\delta_1}+\frac{b_2}{\delta_2}\right)\right]\tau(1,2)-(b_1-b_2)\,\psi(1,2)=\frac{b_1{}^2k_2}{4\delta_1}\,q_{10}{}^2.$$

Z rovnic (12) a (18) vypočítáme $\psi(1,2)$, $\tau(1,2)$ ve tvaru

$$(19)\quad \psi(1,2)=-\frac{b_1{}^2(b_1-b_2)\,k_2}{4\delta_1 D}\,q_{10}{}^2,$$

$$(20)\quad \tau(1,2)=\frac{b_1{}^2(b_1\delta_2+b_2\delta_1)\,k_2}{2\delta_1 D}\,q_{10}{}^2,$$

kde jsme položili pro krátkost

$$D=(b_1-b_2)^2+4(\delta_1+\delta_2)(b_1\delta_2+b_2\delta_1)+\frac{k^2}{\delta_1\delta_2}(b_1\delta_2+b_2\delta_1)^2.$$

Z rovnice (17) vypočítáme potom

$$(21)\quad \chi(1,2)=-\frac{b_1{}^2[b_1(b_1-b_2)+(4\delta_1+\frac{b_2}{\delta_2}k^2)(b_1\delta_2+b_2\delta_1)]\,k_2}{(1-k^2)\cdot 4\delta_1 D}\,q_{10}{}^2,$$

z rovnice (15) konečně

$$(22)\quad \varphi(1,2)=\frac{b_1[\delta_1 D-b_1(b_1-b_2)(\delta_1+\delta_2)]\,k_2}{(b_1\delta_2+b_2\delta_1)\,4\delta_1 D}\,q_{10}{}^2.$$

Vedle toho vystupují v předešlé kapitole veličiny

$$(23)\quad \Phi(1,2)=\frac{1}{C_1C_2}\,\varphi(1,2)=\frac{b_1{}^2b_2[\delta_1 D-b_1(b_1-b_2)(\delta_1+\delta_2)]}{(b_1\delta_2+b_2\delta_1)\,4\delta_1 D}\,L_{11}L_{21}q_{10}{}^2,$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$(24)\quad \Psi(1,2)=\frac{1}{C_2}\psi(1,2)=-\frac{b_1^2 b_2(b_1-b_2)}{4\delta_1 D}L_{21}q_{10}^2.$$

Zavedeme-li rozladění ξ vztahem

$$\xi=1-\frac{b_2}{b_1}$$

a analoga dekrementů ϑ_1, ϑ_2 relacemi

$$\vartheta_1=\frac{\delta_1}{\sqrt{b_1}},\qquad \vartheta_2=\frac{\delta_2}{\sqrt{b_1}},$$

dostáváme:

$$(25)\quad \psi(1,2)=-\frac{q_{10}^2 L_{21}\sqrt{b_1}}{4\vartheta_1 L_{22}}\cdot\frac{\xi}{\xi^2\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)-2\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\left(2+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)\xi+(\vartheta_1+\vartheta_2)^2\left(4+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)},$$

$$(26)\quad \Psi(1,2)=-\frac{q_{10}^2 L_{21} b_1\sqrt{b_1}}{4\vartheta_1}\cdot\frac{\xi(1-\xi)}{\xi^2\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)-2\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\left(2+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)\xi+(\vartheta_1+\vartheta_2)^2\left(4+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)},$$

$$(27)\quad \chi(1,2)=-\frac{q_{10}^2 L_{21} b_1\sqrt{b_1}}{4\vartheta_1 L_{22}(1-k^2)}\cdot\frac{\xi^2\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2+\left[1-4\vartheta_1^2-\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1(2\vartheta_1+\vartheta_2)\right]\xi+\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\left(4+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)}{\xi^2\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)-2\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\left(2+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)\xi+(\vartheta_1+\vartheta_2)^2\left(4+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)},$$

$$(28)\quad \Phi(1,2)=\frac{q_{10}^2 L_{11} L_{21} b_1\sqrt{b_1}}{4\vartheta_1}\cdot\frac{(\xi-1)\left[\xi\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)-4\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\left(1+\frac{k^2}{4\vartheta_1\vartheta_2}\right)\right]}{\xi^2\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)-2\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\left(2+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)\xi+(\vartheta_1+\vartheta_2)^2\left(4+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)}.$$

Diskusse effektu $\psi(1,2)$.

Jmenovatel ve výrazu (25) pro $\psi(1,2)$ jest (pro $\vartheta_1 \leqq 1$) positivní, pro žádnou reálnou hodnotu ξ nerovná se nulle; proto má $\psi(1,2)$ pro všechny hodnoty ξ konečnou hodnotu.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Nullou stává se $\psi(1,2)$ pro

$$\xi_0 = 0, \quad +\infty, \quad -\infty.$$

Pro jednoduchost pišme

$$\psi = \frac{A\xi}{a\xi^2 - b\xi + c}, \tag{29}$$

kde význam jednotlivých písmen jest patrný srovnáním s (25). Křivka daná rovnicí (25) resp. (29) jest racionálná 3. stupně; pišme dále relaci (29) ve tvaru:

$$F(\psi,\xi) = \psi(a\xi^2 - b\xi + c) - A\xi = 0. \tag{30}$$

Vidíme, že křivka

$$F(\psi,\xi) = 0,$$

nevykazuje ani osové ani středové symmetrie.

Z (29) plyne naopak, že

$$|\psi(+\xi)| > |\psi(-\xi)|.$$

Každá rovnoběžka s osou $\xi = 0$ protíná křivku $F = 0$ v jednom reálném bodě, rovnoběžky s osou $\psi = 0$ buď ve dvou reálných bodech nebo v žádném. Každá jiná přímka protíná ji buď v jednom nebo ve 3 reálných bodech.

Poněvadž jest

$$\frac{\partial F}{\partial \psi} = a\xi^2 - b\xi + c > 0,$$

nemá křivka F žádných mnohonásobných bodů.

Abychom stanovili, jak se chová vyšetřovaná křivka v počátku a v nekonečnu, rozviňme pravou stranu relace (29) podle stoupajících resp. klesajících potencí ξ.

Dostáváme pro malá ξ

$$\psi = \frac{A}{c}\xi\left[1 + \frac{b}{c}\xi + \left(\frac{b^2}{c^2} - \frac{a}{c}\right)\xi^2 + \ldots\right],$$

pro velká ξ

$$\psi = \frac{A}{a\xi}\left(1 + \frac{b}{a\xi} + \ldots\right).$$

Pro určení průběhu v okolí počátku užijeme prvého rozvoje; podržíme-li pouze prvý člen, dostáváme jako přibližnou křivku:

$$\psi = \frac{A}{c}\xi,$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

t. j. effekt $\psi(1,2)$ prochází nullou jako přímka. Jde-li o vyšetření průběhu v nekonečnu ($\xi = \infty$), užijeme druhého rozvoje; podržíme-li opět pouze prvý člen, dostáváme za přibližnou křivku effektu ψ (1,2) v nekonečnu rovnostrannou hyperbolu

$$\psi = \frac{A}{a\xi}.$$

Konečně můžeme ještě určiti, v kterých částech roviny křivka $F = 0$ probíhá.

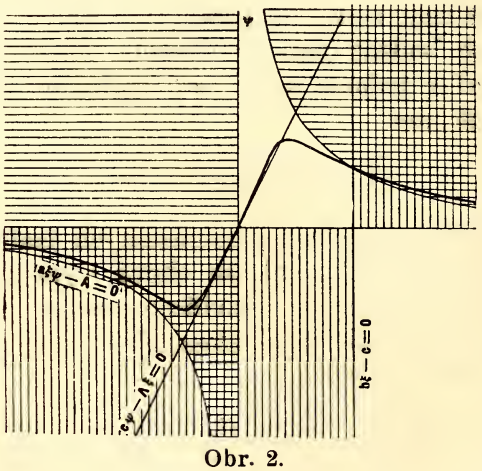
K tomu konci pišme rovnici (30) ve tvaru:

$$\xi(a\xi\psi - A) = \psi(b\xi - c), \tag{31}$$

a veďme si křivky odpovídající rovnicím:

$$\xi = 0, \quad a\xi\psi - A = 0, \quad \psi = 0, \quad b\xi - c = 0.$$

V částech roviny (viz obr. 2)*) vyčárkovaných horizontálně jest levá strana rovnice (31) positivní, v částech vy-



Obr. 2.

čárkovaných vertikálně jest zase pravá strana rovnice (31) positivní. Křivka $F = 0$ nemůže tedy probíhati v oněch částech roviny, které jsou čárkovány pouze jednou, ale může probíhati v těch částech, které buď vůbec nejsou čárkovány

*) **Při rýsování tohoto obrázku a některých dalších nebyl brán zřetel na úplně bezvýznamné negativní znamení konstanty A, rýsováno tedy vlastně $-\psi(1,2)$.**

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

anebo jsou čárkovány dvojnásobně. Na základě odvozených vlastností byl narýsován graf studované křivky v obr. 2.

Dále: extrémy nastávají pro rozladění

$$\left.\begin{matrix}\xi_1\\ \xi_2\end{matrix}\right\} = \pm 2(\vartheta_1+\vartheta_2)\sqrt{\frac{1+\frac{k^2}{4\vartheta_1\vartheta_2}}{1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2}}$$

a mají hodnotu:

$$\overset{+}{\psi}_{\min} = \frac{A}{4(\vartheta_1+\vartheta_2)}\cdot\frac{+1}{\sqrt{\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)\left(1+\frac{k^2}{4\vartheta_1\vartheta_2}\right)}-\vartheta_1\left(1+\frac{k^2}{2\vartheta_1\vartheta_2}\right)}$$

pro $\xi_1 > 0$,

$$\overset{-}{\psi}_{\max} = \frac{A}{4(\vartheta_1+\vartheta_2)}\cdot\frac{-1}{\sqrt{\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)\left(1+\frac{k^2}{4\vartheta_1\vartheta_2}\right)}+\vartheta_1\left(1+\frac{k^2}{2\vartheta_1\vartheta_2}\right)}$$

pro $\xi_2 < 0$;

z toho vidíme ihned, že

$$|\overset{+}{\psi}_{\min}| > |\overset{-}{\psi}_{\max}|.$$

Dále odvodíme snadno vztah:

$$\frac{|\overset{+}{\psi}_{\min}|-|\overset{-}{\psi}_{\max}|}{|\overset{+}{\psi}_{\min}|+|\overset{-}{\psi}_{\max}|} = \vartheta_1\frac{1+\frac{k^2}{2\vartheta_1\vartheta_2}}{\sqrt{\left(1+\frac{k^2}{4\vartheta_1\vartheta_2}\right)\left(1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2\right)}}.$$

Jsou-li ξ', ξ'' dvě hodnoty rozladění, pro něž effekt $\psi(1,2)$ má touž hodnotu, lze z rovnosti

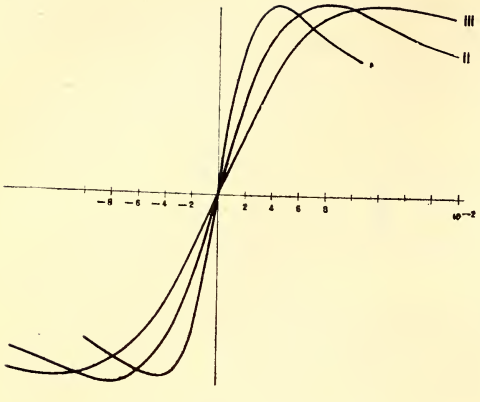
$$\psi(1,2)_{\xi'} = \psi(1,2)_{\xi''}$$

odvoditi vztah

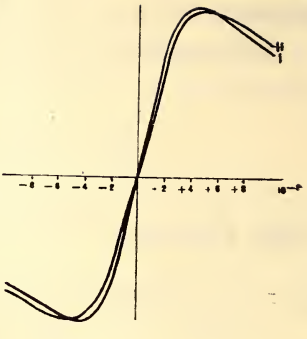
$$\sqrt{\xi'\xi''} = 2(\vartheta_1+\vartheta_2)\sqrt{\frac{1+\frac{k^2}{4\vartheta_1\vartheta_2}}{1+\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2}}.$$

Z rovnice (25) vypočítal jsem numericky průběh effektu ψ (1,2) jako funkce rozladění pro různé útlumy a koefficienty spřažení: výsledek jest znázorněn graficky na obr. 3. a obr. 4.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Obr. 3. Vliv útlumu.
Spřažení extremně volné ($k^2 = 0$).
Křivka I: $\vartheta_1 = 0{\cdot}02$, $\vartheta_2 = 0{\cdot}002$.
Křivka II: $\vartheta_1 = 0{\cdot}02$, $\vartheta_2 = 0{\cdot}02$.
Křivka III: $\vartheta_1 = 0{\cdot}10$, $\vartheta_2 = 0{\cdot}02$.



Obr. 4. Vliv spřažení.
$\vartheta_1 = 0{\cdot}02$, $\vartheta_2 = 0{\cdot}002$.
Křivka I: $k^2 = 0$.
Křivka II: $k^2 = \vartheta_1 \vartheta_2$.

Z provedené diskusse vidíme, že funkce ψ (1,2) prochází nullou pro nullové rozladění ($\xi_0 = 0$) nezávisle na spřažení a útlumech obou kruhů; za to ovšem jinak závisí tvar křivky ψ (1,2) na spřažení (srovn. obr. 4), neboť její rovnice (25) obsahuje koefficient spřažení, avšak vždy pouze ve faktorech:

$$1 + \frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2} \vartheta_1^2, \quad 1 + \frac{k^2}{2\vartheta_1 \vartheta_2}, \quad 1 + \frac{k^2}{4\vartheta_1 \vartheta_2}.$$

Zvolíme-li tedy spřažení tak volné, že bude možno $\frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2}$ zanedbati proti 1, nebude tvar funkce ψ (1,2) na spřažení vůbec záviseti. Jak ukázal Max Wien, musí býti splněna pro spřažení táž podmínka, chceme-li měřiti konstanty oscillací pomocí Bjerknesovy methody, jež je založena na vlastnostech resonančních křivek kvadratických effektů.

Zvolíme-li tedy skutečně spřažení tak volné, že jest

$$\frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2} \ll 1.$$

dostaneme rovnici effektu ψ (1,2) a relace z ní odvozené v tomto jednoduchém tvaru:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\psi(1,2) = -\frac{q_{10}^2 L_{21} \sqrt{b_1}}{4\vartheta_1 L_{22}} \frac{\xi}{\xi^2 - 4\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\xi + 4(\vartheta_1+\vartheta_2)^2}.$$

$$\psi(1,2) = 0 \quad \text{pro } \xi_0 = 0,\ \xi_0 = \pm\infty.$$

Extremů nabývá funkce $\psi(1,2)$ pro

$$\left.\begin{matrix}\xi_1\\ \xi_2\end{matrix}\right\} = \pm 2(\vartheta_1+\vartheta_2).$$

Dále máme:

$$\sqrt{\xi'\,\xi''} = 2(\vartheta_1+\vartheta_2),$$

$$\vartheta_1 = \frac{|\overset{+}{\psi}_{\text{min.}}| - |\overset{-}{\psi}_{\text{max.}}|}{|\overset{+}{\psi}_{\text{min.}}| + |\overset{-}{\psi}_{\text{max.}}|}$$

Diskusse effektu $\Psi(1,2)$.

Effekt $\Psi(1,2)$ jako funkce rozladění jest křivka 3. stupně bez dvojného bodu. Každá rovnoběžka s osou $\xi = 0$ protíná ji v jediném bodě, rovnoběžka s osou $\Psi = 0$ buď ji vůbec neprotíná, nebo ji protíná ve dvou bodech reálných. Jak z tvaru rovnice (26) pro $\Psi(1,2)$ plyne, probíhá v okolí počátku effekt $\Psi(1,2)$ stejně jako $\psi(1,2)$.

$$\Psi(1,2) = 0 \quad \text{pro } \xi_0 = 0,\ \xi_0 = 1$$

a to nezávisle na spřažení.

Další průběh effektu $\Psi(1,2)$ ovšem závisí na spřažení. Tato závislost opět zmizí, zvolíme-li spřažení tak volné, že možno psáti

$$\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2} \ll 1.$$

Potom vychází výraz pro $\Psi(1,2)$ jednoduše takto:

$$\Psi(1,2) = B\frac{\xi(1-\xi)}{\xi^2 - 4\vartheta_1(\vartheta_1+\vartheta_2)\xi + 4(\vartheta_1+\vartheta_2)^2},$$

kde jsme pro krátkost položili

$$B = -\frac{L_{21} q_{10}^2 b_1 \sqrt{b}}{4\vartheta_1}.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pro $\xi < 0$ jest $\Psi(1,2) > 0$,
pro $0 < \xi < 1$ jest $\Psi(1,2) < 0$,
pro $1 < \xi$ jest $\Psi(1,2) > 0$.

V okolí počátku probíhá studovaná křivka jako přímka:

$$4(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2 \Psi(1,2) = B\xi.$$

Pro $\xi = \pm \infty$ jest

$$\Psi(1,2) = -B;$$

to jest křivka $\Psi(1,2)$ má asymptotu rovnoběžnou s osou absciss ve vzdálenosti — B od ní.

Útlumy ϑ_1, ϑ_2 jsou pravidelně velmi malé, nepřesahující 0·01; můžeme tedy zanedbati druhé a vyšší potence těchto veličin proti 1, aniž bychom se dopustili ve většině praktických případů znatelné chyby. Učiníme-li tak, dostáváme pro polohu extremů effektu $\Psi(1,2)$ výrazy:

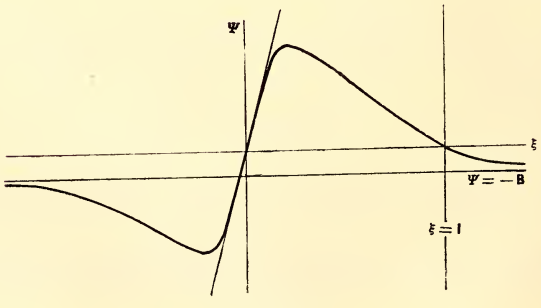
$$\xi_1 = 2(\vartheta_1 + \vartheta_2)[1 - 2(\vartheta_1 + \vartheta_2)],$$
$$\xi_2 = -2(\vartheta_1 + \vartheta_2)[1 + 2(\vartheta_1 + \vartheta_2)].$$

Z toho odvodíme pro součet útlumů relaci:

$$2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \frac{\xi_1 - \xi_2}{2},$$

nebo

$$2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \frac{|\xi_1| + |\xi_2|}{2}.$$



obr. 5.

Na základě provedené diskusse narýsován je na obr. 5. průběh effektu $-\Psi(1,2)$ jako funkce rozladění ξ.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Diskusse effektu $\chi(1,2)$.

Při diskussi effektu χ (1,2) supponujme hned s počátku, že spřažení jest tak volné, že možno klásti

$$\frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2} \ll 1 .$$

Zanedbáváme-li vedle toho druhé a vyšší potence útlumů, lze psáti jednoduše:

$$\chi(1,2) = C \frac{\xi^2 \frac{k^2}{\vartheta_1 \vartheta_2} \vartheta_1^2 + \xi \quad + 4\vartheta_1 (\vartheta_1 + \vartheta_2)}{\xi^2 - 4\vartheta_1 (\vartheta_1 + \vartheta_2) \xi + 4 (\vartheta_1 + \vartheta_2)^2},$$

kde jsme položili pro krátkost

$$C = - \frac{q_{10}^2 L_{21} b_1 \sqrt{b_1}}{4\vartheta_1 L_{22} (1 - k_2)}.$$

Není-li vedle toho ξ příliš značné, odpadá také první člen v čitateli, takže potom dostáváme:

$$\chi(1,2) = C \frac{\xi + 4\vartheta_1 (\vartheta_1 + \vartheta_2)}{\xi^2 - 4\vartheta_1 (\vartheta_1 + \vartheta_2) \xi + 4 (\vartheta_1 + \vartheta_2)^2}.$$

Je to opět křivka 3. stupně bez dvojného bodu úplně analogického průběhu jako $\psi(1,2)$ a $\Psi(1,2)$.

$$\begin{aligned} \chi(1,2) &= 0 \quad \text{pro} \quad \xi_0 = -4\vartheta_1 (\vartheta_1 + \vartheta_2), \\ \chi(1,2) &< 0 \quad \text{pro} \quad \xi > -4\vartheta_1 (\vartheta_1 + \vartheta_2), \\ \chi(1,2) &> 0 \quad \text{pro} \quad \xi < -4\vartheta_1 (\vartheta_1 + \vartheta_2). \end{aligned}$$

Dále jest

$$|\chi(+\xi)| > |\chi(-\xi)| .$$

Poloha extremů jest dána výrazy:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \quad 2(\vartheta_1 + \vartheta_2)(1 - 2\vartheta_1), \\ \xi_2 &= -2(\vartheta_1 + \vartheta_2)(1 + 2\vartheta_1). \end{aligned}$$

Z toho odvodíme pro součet útlumů

$$2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \frac{\xi_1 - \xi_2}{2},$$

resp.

$$2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \frac{|\xi_1| + |\xi_2|}{2}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

analogicky jako u předešlých effektů; vedle toho dostáváme dále

$$2\vartheta_1 = \frac{\xi_2 + \xi_1}{\xi_2 - \xi_1},$$

resp.

$$2\vartheta_1 = \frac{|\xi_2| - |\xi_1|}{|\xi_2| + |\xi_1|}.$$

Konečně jde o to, abychom si učinili přibližný obraz o průběhu funkce $\chi(1,2)$. Z příslušného Newtonova polygonu odvodíme, že při průchodu osou ξ a v nejbližším okolí lze křivku $\chi(1,2)$ nahraditi přímkou:

$$4(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2 \chi(1,2) - C\xi = 4C\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2).$$

Pro poněkud větší rozladění ξ možno v čitateli vůbec vynechati výraz $4\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)$, jde-li nám o to, učiniti si představu o průběhu studované křivky. Vidíme z toho, že pro větší rozladění má $\chi(1,2)$ týž průběh jako effekt $\psi(1,2)$.

Diskusse effektu $\Phi(1,2)$.

Effekt $\Phi(1,2)$ prochází nullou pro

$$\xi_0 = 1$$

$$\xi_0 = 4\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)\frac{1 + \frac{k^2}{4\vartheta_1\vartheta_2}}{1 + \frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2}\vartheta_1^2}.$$

Celkový průběh effektu $\Phi(1,2)$ závisí na koefficientu spřažení; tato závislost však přestane, zvolíme-li opět spřažení tak volné, aby bylo

$$\frac{k^2}{\vartheta_1\vartheta_2} \ll 1;$$

za této supposice dostaneme jednoduše:

$$\Phi(1,2) = D\frac{(\xi - 1)[\xi - 4\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)]}{\xi^2 - 4\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)\xi + 4(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2},$$

kdež jsme položili

$$D = \frac{L_{11}L_{21}q_{10}^2 b_1 \sqrt{b_1}}{4\vartheta_1}.$$

Také effekt $\Phi(1,2)$ dá se při volném spřažení znázor-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

niti křivkou 3. stupně analogického průběhu jako effekty již studované.

$$\Phi(1,2) = 0 \quad \text{pro } \xi_0 = 1$$
$$\text{a pro } \xi_0 = 4\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2),$$
$$\Phi(1,2) > 0 \quad \text{pro } \xi > 1$$
$$\text{a pro } \xi < 4\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2),$$
$$\Phi(1,2) < 0 \quad \text{pro } 4\vartheta_1(\vartheta_1 + \vartheta_2) < \xi < 1.$$

Pro $\xi = \pm\infty$ jest

$$\Phi(1,2) = D,$$

je to asymptota studované křivky.

Pro poněkud větší rozladění jest průběh funkce $\Phi(1,2)$ přibližně týž jako $\Psi(1,2)$.

Zanedbáme-li opět druhé a vyšší mocniny útlumů, dostáváme pro polohu extremů křivky $\Phi(1,2)$ výrazy:

$$\xi_1 = \quad 2(\vartheta_1 + \vartheta_2)(1 + 2\vartheta_2),$$
$$\xi_2 = -2(\vartheta_1 + \vartheta_2)(1 - 2\vartheta_2).$$

Z toho odvodíme pro součet útlumů

$$2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \frac{\xi_1 - \xi_2}{2},$$

$$2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \frac{|\xi_1| + |\xi_2|}{2};$$

dále

$$2\vartheta_2 = \frac{\xi_1 + \xi_2}{\xi_1 - \xi_2},$$

nebo jinak

$$2\vartheta_2 = \frac{|\xi_1| - |\xi_2|}{|\xi_1| + |\xi_2|}.$$

Kapitola IV.

Měření.

Zbývá nyní ještě ukázati na provedených měřeních, že method popsaných v druhé kapitole skutečně lze s výhodou užiti k určování konstant elektrických oscillací kondensátorových kruhů.

Z diskusse provedené v předešlé kapitole jest patrno, že všechny uvažované bilineární effekty mají v okolí nullového rozladění (resonance) přibližně týž průběh: procházejí

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nullou pro rozladění buď přesně nullová nebo aspoň velmi malá. Značí-li dále ξ_1, ξ_2 ona rozladění, pro něž příslušný effekt nabývá extremní hodnoty, dostáváme všeobecně platný vztah

$$4(\vartheta_1 + \vartheta_2) = |\xi_1| + |\xi_2|.$$

Poněvadž extremy jsou poměrně ploché, nedá se jejich poloha přímo určiti s dostatečně velkou přesností, proto postupujeme takto: vedeme rovnoběžky s osou ξ, které nám protnou křivku studovaného effektu pro rozladění ξ', ξ''; atd. Najdeme pro každý pár průsečíků ξ', ξ'' jich geometrický průměr $\sqrt{\xi' \xi''}$, jehož polohu si na příslušné rovnoběžce označíme. Všechny body takto získané spojíme (leží velmi přibližně na přímce téměř rovnoběžné s osou ordinát); tato spojnice prodloužena protíná křivku právě v maximu resp. minimu.

Postupujeme tedy při určování konstant elektrických oscillací pomocí bilineárních effektů takto: spřáhneme se studovaným kruhem induktivně a to extremně volně měrný kondensátorový kruh, u něhož lze na př. proměnlivou kapacitou pohodlně měniti vlastní frekvenci a u kterého vedle toho známe pro každou hodnotu kapacity velikost dekrementu ϑ_2. Potom některou z popsaných method měříme příslušný bilineární effekt. Pro onu hodnotu sekundární kapacity (C_{20}), pro niž onen effekt se rovná nulle, jest s chybou uvedenou při diskussi jednotlivých effektů v předešlé kapitole

$$\xi_0 = 0, \quad b_1 = b_2,$$

t. j. oba kruhy jsou v resonanci.

Mezi libovolnou hodnotou sekundární kapacity C_2 a příslušným rozladěním platí dle definice rozladění vztah:

$$\xi = \frac{C_2 - C_{20}}{C_2}.$$

Jsou-li tedy $C_{2\max}$, $C_{2\min}$ ony hodnoty sekundární kapacity, pro něž měřený effekt nabývá maxima resp. minima, dostáváme dle horní formule pro součet útlumů

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{1}{4} C_{20} \frac{|C_{2\min} - C_{2\max}|}{C_{2\min} \cdot C_{2\max}};$$

poněvadž možno klásti

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$C_{2\max} = C_{20} - \varepsilon_1,$$
$$C_{2\min} = C_{20} + \varepsilon_2,$$

kde ε_1, ε_2 jsou kapacity velmi malé proti C_{20}, dostáváme definitivně:

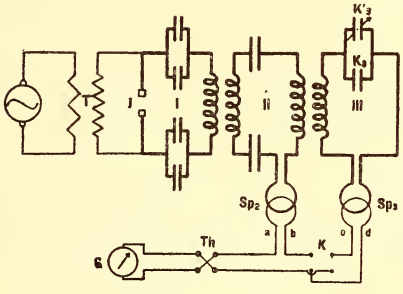
$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{1}{4} \frac{|C_{2\min} - C_{2\max}|}{C_{20}}.$$

Je to analogická formule jako máme u resonančních křivek kvadratických effektů pro $\eta = \frac{1}{2}$.

V dalších paragrafech studována prakticky, měřeními frekvence a útlumu oscillací, upotřebitelnost jednotlivých svrchu popsaných method.

Methoda užívající thermoelementu.

Nejprve studována methoda, jež měří jediným thermoelementem effekt $\psi(1, 2)$; popsána jest na str. 12. a násl. Uspořádání, jehož bylo při tom užito, jest schematicky znázorněno na obr. 6.



Obr. 6.

Leydenské láhve primárního kruhu (spojené vždy dvě a dvě vedle sebe a obě skupiny pak za sebou) byly nabíjeny velkým induktoriem T, jež bylo poháněno střídavým proudem. Jiskřiště J bylo tvořeno dvěma zinkovými kuličkami průměru 15 *mm* ve vzdálenosti ca 6 *mm*. Jako kapacity bylo užito v kruhu II. dvou proměnlivých olejových kondensátorů, jež byly spojeny za sebou. K_3 jest vzduchový proměnlivý kondensátor Huthův, u něhož možno měniti kapacitu (K_3) buď hruběji, anebo otáčením pouze 2 desek velmi jemně (K'_3). Při určování resonančních křivek byla hlavní kapacita K_3

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zastavena pevně na 720 *cm*, změna kapacity dála se jen kondensátorem K'_3; pootočením o jeden dílek škály (buď v positivním nebo negativním smyslu) změní se kapacita o 0·52 *cm* (srov. obr. 7.). Sp_2, Sp_3 jsou dva páry cívek sprostředkujících induktivní spřažení indikátorového kruhu jak s kruhem studovaným (II.), tak s měrným kruhem (III.). *K* značí miniaturní kommutátor, *Th* — Klemenčičův thermoelement (kombinace: konstantan-manganin, 0·015 *mm* v průměru), *G* — cívkový galvanometr fy Siemens-Halske s odporem systému 50 Ω. Byl mu předřazen takový odpor, že výchylky byly již téměř aperiodické.

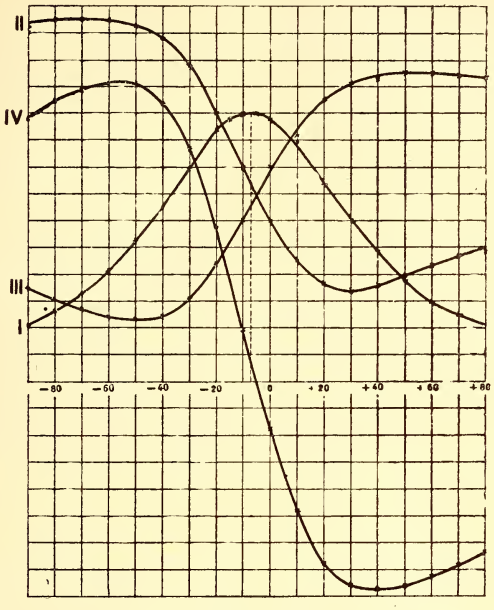
Kruh II. byl naladěn na kruh I. Vlnitá délka λ kruhu II. jest rovna ca 700 *m*. Spřažení mezi oběma kruhy bylo zvoleno daleko volnější než je ono, pro něž vystupují v resonanční křivce dvě maxima od spřažení. Spřažení mezi indikátorovým kruhem a kruhy II. resp. III. a mezi těmito kruhy bylo zvoleno tak volné, jak dovolovala citlivost thermoelementu a galvanometru.

Při vlastním měření skákala jiskra jen tak dlouho, kolik bylo nutno k odečtení výchylky. Abych eliminoval vliv změny intensity během celé serie pozorování, bylo vždy mezi dvěma pozorováními opakováno měření pro určitou hodnotu kapacity K'_3 (kontrolní měření). Jednotlivé výchylky pak děleny vždy středem ze dvou sousedních kontrolních měření.

Při definitivním měření stanovena nejprve resonanční křivka proudového effektu v indikátorovém kruhu tím způsobem, že ponecháno pouze spřažení Sp_3. V obr. 7. je to křivka I. Potom připojeno také spřažení Sp_2 a měřeny pro jednotlivé polohy indexu kapacity K'_3 jednak $\int_0^\infty (i_2 + i_3)^2 dt$ a po kommutaci cívky v Sp_2 konečně i hodnota integrálu $\int_0^\infty (i_2 - i_3)^2 dt$. V obr. 7. jsou to křivky II. resp. III. Z obou těchto křivek konstruována odečítáním ordinát křivka IV., jež nám znázorňuje průběh effektu $\int_0^\infty i_2 i_3 dt$.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Jak vidíme, nabývá resonanční křivka maximální hodnoty skutečně téměř pro touž kapacitu, pro niž prochází dynamometrický effekt nullou. Zcela nepatrný rozdíl (něco málo přes 0·1% resonanční kapacity) má aspoň z části důvod



Obr. 7.

v tom, že maximum resonanční křivky proudového effektu v kruhu thermoelementu nastává pro rozladění

$$\xi_0 = -\vartheta_1 (\vartheta_1 + \vartheta_2),$$

kdežto effekt ψ (1,2) prochází nullou přesně pro nullové rozladění. Další důvod tohoto nepatrného posunutí spočívá asi v těsném spřažení indikátorového kruhu s kruhem studovaným a měrným (srovnej str. 16. a 17.)

Počítáme-li součet útlumů ze šířky resonanční křivky pro výšky $\eta = 0{\cdot}4,\ 0{\cdot}5,\ 0{\cdot}6,\ 0{\cdot}7,\ 0{\cdot}8$, dostáváme hodnoty poněkud rostoucí, totiž:

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0{\cdot}0160,\ 0{\cdot}0162,\ 0{\cdot}0163,\ 0{\cdot}0163,\ 0{\cdot}0164.$$

Střední hodnota jest

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0{\cdot}0162,$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kdežto z poloh extremů effektu $\psi(1,2)$ vychází více, totiž

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0{\cdot}0172.$$

Avšak tak tomu skutečně musí býti, neboť při měření resonanční křivky byl II. kruh spřažen pouze s kruhem III., kdežto při určování effektu $\psi(1,2)$ odevzdával II. kruh část energie také indikátorovému kruhu, čímž jeho útlum vzrostl. Rozdíl dal by se přirozeně zmenšiti užitím ještě citlivějšího (evakuovaného) thermoelementu a galvanometru. Ježto však vyžaduje úplné narýsování křivky $\psi(1,2)$ podle této methody dvojnásobného počtu pozorování než u method jiných, nehodí se příliš tento způsob k měření útlumu, naproti tomu jest velmi výhodný při přesném určování frekvence.

Při praktickém provádění methody postupujeme takto: Nejprve spřáhneme indikátorový kruh pouze s kruhem měrným a rychlým orientačním měřením zjistíme přibližnou hodnotu kapacity, pro niž nastává resonance. Pak měrný kruh hodně rozladíme a připojíme spřažení Sp_2 s kruhem studovaným. Toto spřažení volíme tak těsné, abychom dostali přibližně touž výchylku, jako jsme dostali při resonanci, když indikátorový kruh byl spřažen pouze s kruhem měrným. Po této přípravě, nevyžadující mnoho času, přistoupíme k vlastnímu měření. Pro stanovení frekvence přirozeně není třeba určovati celý průběh effektu $\psi(1,2)$, stačí omeziti se na okolí již dříve zhruba určené resonanční kapacity. Jak jsme v druhé kapitole dovodili, lze $\psi(1,2)$ nahraditi v okolí nully přímkou; rovněž křivky $\int_0^\infty (i_2 + i_3)^2 dt$ a $\int_0^\infty (i_2 - i_3)^2 dt$ redukují se v nejbližším okolí svého průsečíku na přímky. Poněvadž z předběžného, informačního pokusu známe přibližnou hodnotu resonanční kapacity, určíme hodnoty integrálů $\int_0^\infty (i_2 + i_3)^2 dt$ a $\int_0^\infty (i_2 - i_3)^2 dt$ pro jednu kapacitu poněkud menší a jednu poněkud větší než jest ona kapacita určená z předešlého pokusu. Tím dostaneme dva páry bodů. K sobě příslušné body (získané za téže polohy kommutátoru) spojíme přímkami: abscissa průsečíku obou přímek jest přesná hodnota hledané resonanční kapacity.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

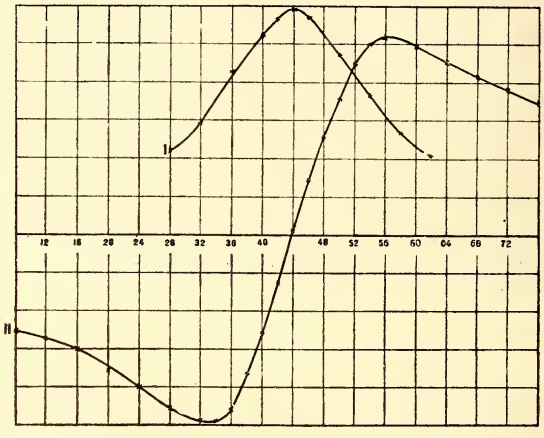
Uvážíme-li výhody i nevýhody popsané methody, pokud jí užíváme k určování frekvence, lze říci: Proti methodám založeným na kvadratických effektech jest tento způsob daleko rychlejší, a což jest hlavní, také mnohem přesnější. Stačí totiž k velmi přesnému určení frekvence pouze čtyři měření, kdežto u obvyklých resonančních method nutno měřiti množství bodů kolem maxima; polohu maxima nelze dále určiti nikdy s takovou přesností jako průsečík dvou přímek. Proti ostatním methodám, které přímo udávají příslušný bilineární effekt, má naše methoda jisté nevýhody. Naproti tomu však jest velkou její předností, že nevyžaduje zvláštních strojů a zařízení, že není třeba zdlouhavé justace — vystačíme téměř s apparaturou potřebnou k měření obyčejné resonanční křivky. Nemalou výhodou uvedené methody jest také to, že je možný snadný a jednoduchý přechod k měření obyčejné resonanční křivky, což je důležito z toho důvodu, že z tvaru resonanční křivky usuzujeme, zda studované oscillace mají normální průběh či nikoliv.

Indukční dynamometr.

Indukčním dynamometrem v úpravě popsané na str. 18. byly měřeny konstanty elektrických oscillací kondensátorového kruhu s jiskrou. Při měření užito téhož uspořádání jako v druhé části práce při studiu vlivu krátkých jisker (schema spojení na obr. 12. str. 54.) s těmito změnami: Jiskřiště bylo tvořeno dvěma magnesiovými kuličkami průměru 1 *cm* ve vzdálenosti ca 6 *mm*. Sekundární cívka dynamometru nebyla zapiata přímo do měrného kruhu (jak je tomu na schematě), nýbrž spojena s ním induktivně tak, že připojena ke koncům cívky obstarávající spřažení s kruhem měrným. Kapacita měrného kruhu byla tvořena dvěma parallelně spojenými vzduchovými kondensátory, jedním o stálé kapacitě 540 *cm* a druhým o kapacitě proměnlivé. Před vlastním měřením byl dynamometr dokonale zjustován: Nejprve zapiata pouze primární cívka dynamometru, zatím co je spojení s jeho sekundární cívkou přerušeno; stáčením primární cívky hledíme docíliti toho, aby zrcadélko dynamometru neukazovalo výchylky. Potom zase vypneme primární cívku

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a připojíme sekundární, jejíž polohu stejným způsobem korrigujeme. Při mém modellu, u něhož lze jednak hlavicí se závěsem otáčeti prstenem, jednak mikrometrickými šrouby jemně stáčeti obě cívky kol osy a konečně stavěcími šrouby upraviti polohu osy prstenu vzhledem k osám cívek, dá se při trochu trpělivosti a cviku provésti justace velmi přesně. Při měření resonanční křivky proudového effektu vypiata sekundární cívka dynamometru a na její místo připojen Voegův thermoelement.



Obr. 8.

Výsledky obou měření jsou znázorněny graficky na obr. 8, kde křivka I. jest obyčejná resonanční křivka proudového effektu v kruhu thermoelementu, křivka II. pak znázorňuje průběh dynamometrického effektu ψ (1,2). Jako abscissy naneseny dílky proměnlivého kondensátoru připojeného parallelně ke kapacitě 540 *cm*; při tom odpovídá dle srovnání s normálním kondensátorem Gerdienovým jeden dílek proměnlivého kondensátoru kapacitě 3·50 *cm*. Z obrázku vidíme, že effekt ψ (1,2) má skutečně průběh odpovídající theorii: křivka prochází osou absciss přesně pro onu kapacitu, pro niž obyčejná resonanční křivka má maximum. Na velkém originálním obrázku jest to přirozeně daleko lépe viděti než na malé reprodukci. Vlnitá délka studovaných oscillací jest dle toho ca 750 *m*. Dále stanoven pro různé výšky resonanční křivky součet analog dekrementů $\vartheta_1 + \vartheta_2$ kruhu

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

primárního a kruhu měrného. Jednotlivé hodnoty kolísají poněkud — střední hodnota jest $\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0{\cdot}0267$. Pro touž veličinu dostáváme z poloh extremů effektu ψ (1,2) hodnotu 0·0264. Souhlas mezi oběma čísly jest jistě velmi dobrý.

Methody elektrometrické.

Kdežto předešlé methody byly zkoušeny jednak na kondensátorovém kruhu s jiskrou, jednak na kruhu volně spřaženém s primárním kruhem, byly v dalším probírané methody elektrometrické k vůli úplnosti zkoušeny také na kruzích, v nichž vznikaly oscillace nárazovým buzením. Uspořádání, jehož bylo při tom užito, jest v celku totéž, jak jest znázorněno schematicky na obr. 6. Jiskřiště jest typu deskového, jak je staví společnost Telefunken; podle žádané výkonnosti užíváno jiskřiště jednoduchého až čtyřnásobného. K docílení čistého buzení nárazem pracováno pravidelně při velmi četných parciálních výbojích. Sekundární kruh byl s primárním spřažen tak těsně, jak jen bylo možno, aniž by nastávalo zpětné vzplanutí jiskry, t. j. voleno takové spřažení, aby proud v sekundárním kruhu byl maximální. Měrný kruh byl se studovaným kruhem sekundárním spřažen co nejvolněji. Při měření resonanční křivky proudového effektu byl s měrným kruhem induktivně spřažen indikátorový kruh s thermoelementem. Ježto byl jednak užitý (evakuovaný) thermoelement velmi citlivý, s druhé strany bylo zase pracováno jak v primárním tak sekundárním kruhu se značnými intensitami, ukazoval galvanometr výchylku, a to někdy dosti značnou, i tehdy, když spřažení mezi kruhem měrným a indikátorovým bylo velmi uvolněno, ba dokonce tato výchylka zůstala i v tom případě, když měrný kruh byl odstraněn nebo přerušen. Důvod nutno hledati v oscillacích, jež vznikají přímým působením primárního resp. sekundárního kruhu jednak v cívce indikátorového kruhu, jednak ve vedení a cívce galvanometru. Tyto parasitní proudy způsobují procházejíce drátky thermoelementu výchylku galvanometru. Byly zkoušeny různé způsoby odstraniti ji. Nejlépe osvědčilo se toto: ke svorkám thermoelementu, k nimž připojen galvanometr, připojena současně velmi značná kapacita (20 MF).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Oscillacím, jež vznikají indukcí ve vedení galvanometru, podává se tak kondensátorem vedlejší spojení o malém odporu, takže thermoelementem prochází již jen malá jich část. Zvýšením odporu v kruhu galvanometru lze pak vůbec snížiti intensitu těchto oscillací. Současným užitím obou těchto opatření bylo lze docíliti značného zmenšení výchylky galvanometru, úplně ji odstraniti se však nepodařilo. Proto byla pokládána za nullovou polohu galvanometru jeho výchylka při přerušeném kruhu měrném.

Binantní elektrometr (se zrcadélkem) v úpravě Dolezalkově byl justován tím způsobem, že oba binanty a obal spojeny se zemí, obě poloviny jehly připojeny pak na př. na kondensátor měrného kruhu, jehož jeden bod na př. střed samoindukční cívky, odveden k zemi. Stáčením jehly a ev. korrekcí pomocí stavěcích šroubů snadno se dá docíliti toho, že jehla jest v klidu, i když na polepech kondensátoru jest střídavý potenciál. Bližší údaje o připojení elektrometru uvedeny jsou při jednotlivých methodách.

Methoda udávající $\chi(1,2)$.

Obě poloviny jehly spojíme s konci *a*, *b* cívky Sp_2, binanty pak se svorkami *c*, *d* cívky Sp_3 (obr. 6.). Konce *a*, *c* cívek odvedeme k zemi. Ještě výhodnější jest odvésti k zemi středy cívek Sp_2 a Sp_3, pak totiž jest celé uspořádání úplně symmetrické a platí proporcionalita mezi výchylkou jehly a rozdíly potenciálu i pro velké výchylky a vysoké potenciály. Elektrometr justován popsaným způsobem. Někdy ukazoval elektrometr výchylku i tehdy, když měrný kruh III. byl přerušen. Důvod jest patrně týž jako pro analogickou výchylku galvanometru — úplně ji odstraniti nebylo možno, proto byla za nullovou polohu elektrometru pokládána výchylka při přerušeném kruhu měrném.

V obr. 9. jsou graficky znázorněny jednak obyčejná resonanční křivka (I.), jednak effekt $\chi(1,2)$ (II.) měřený popsanou methodou. Jako abscissy nanášeny jsou dílky kondensátoru K'_3 (jeden dílek $= 0{\cdot}52$ *cm*); kapacita konstantního kondensátoru K_3 jest rovna 715 *cm*. Vlnitá délka studovaného kruhu jest rovna ca 700 *m*.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

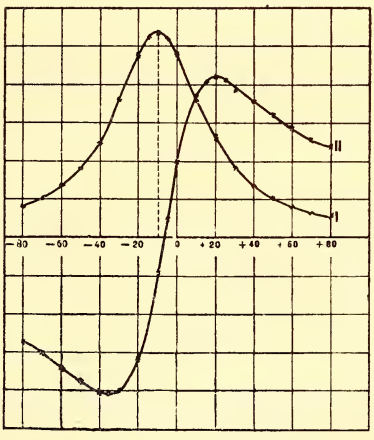
Z obrázku vidíme, že rozdíl mezi polohou maxima resonanční křivky a průchodem effektu $\chi(1,2)$ nullou jest opět nepatrný.

Z resonanční křivky dostáváme pro součet útlumů pro různé výšky

$\eta =$	0·19	0·28	0·37	0·47	0·56	0·66
$\vartheta_1 + \vartheta_2 =$	0·0104	0·0104	0·0102	0·0102	0·0102	0·0103
$\eta =$	0·74	0·84	0·93			
$\vartheta_1 + \vartheta_2 =$	0·0104	0·0103	0·0102.			

Střed: $\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0{\cdot}0103.$

Vidíme z toho, že jednotlivé hodnoty vypočítané ze šířky resonanční křivky liší se od sebe velmi málo t. j. vyšetřovaná



Obr. 9.

resonanční křivka jest normální. Můžeme z toho souditi, že supposice, jež jsme učinili při odvozování výrazů pro jednotlivé effekty, jsou při nárazovém buzení splněny, neboť jsou to tytéž podmínky, za nichž se odvozují rovnice resonančních křivek.

Počítáme-li útlumy z poloh extremů effektu $\chi(1,2)$, dostáváme

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0{\cdot}0102$$

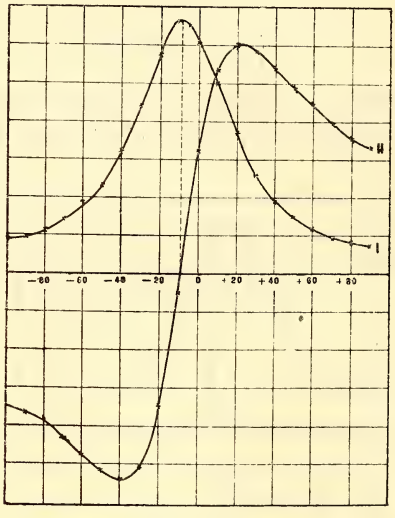
v souhlase s hodnotou vypočítanou z resonanční křivky.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Methoda udávající $\Psi(1,2)$.

Obě poloviny jehly připojíme na kondensátor K_3 měrného kruhu, binanty pak ke svorkám a, b cívky Sp_2. K docílení úplné symmetrie jest opět výhodno odvésti střed cívky Sp_2 a střed samoindukce měrného kruhu k zemi.

Resonanční křivka proudového effektu byla měřena tak, že byl thermoelement připojen k svorkám c, d cívky Sp_3, při tom však zůstala spojení s elektrometrem beze změny. Ke



Obr. 10.

kapacitě K_3 ($= 665$ cm) nutno přičísti kapacitu elektrometru ($= 111$ cm). $\lambda =$ ca 700 m.

Z obr. 10., v němž jsou graficky znázorněny výsledky měření, vidíme opět, že effekt $\Psi(1,2)$ nabývá nullové hodnoty pro touž kapacitu, pro niž má resonanční křivka maximum.

Hodnota pro součet útlumů $\vartheta_1 + \vartheta_2$ vypočítaná z resonanční křivky pro různé výšky jest opět konstantní. Střed z jednotlivých hodnot jest

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0{\cdot}0103,$$

kdežto pro touž veličinu dostáváme z poloh extrémů effektu $\Psi(1,2)$:

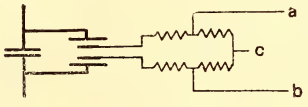
$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0{\cdot}0101.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Methoda udávající $\Phi(1,2)$.

Při methodě, u níž měříme hodnoty integrálu $\int_0^\infty V_1 V_2 dt$, jsou poměry poněkud obtížnější. Potenciální rozdíl na polepech kondensátoru studovaného kruhu bývá příliš veliký, než aby bylo možno k němu přímo připnouti jehlu elektrometru.

Obešel jsem tuto nesnáz po delším zkoušení takto: Parallelně ke kondensátoru studovaného kruhu jest připojen kondensátor ze dvou desek (obr. 11.). Do pole tohoto kondensátoru vložen opět kondensátor složený ze dvou malých destiček, jež spojeny spolu přes čtyřikrát 50000 Ω. Střed odporu odveden k zemi (c). Poloviny jehly, připojené parallelně k odporu 100,000 Ω (*a*, *b*), mají tedy vždy potenciální diffe-



Obr. 11.

renci, jež jest v každém momentě úměrná potenciální differenci na kondensátoru sekundárního kruhu. Změnou vzdálenosti destiček malého kondensátorku jest dána možnost upraviti na jehle vhodný potenciál. Binanty jsou opět připojeny ke kondensátoru měrného kruhu. Odvedeme-li k zemi jednak střed odporu 200,000 Ω, jednak střed samoindukce měrného kruhu, máme opět uspořádání úplně symmetrické. Křivky, jež jsem obdržel pro $\Phi(1,2)$ mají v celku charakter vyžadovaný theorií, avšak nikoliv úplně. Zdá se, že se překládá přes effekt $\Phi(1,2)$ ještě nějaký jiný effekt způsobený parasitním napětím, podobně jak jsme to viděli u methody $\chi(1,2)$. To způsobuje, že se zdánlivě křivka effektu $\Phi(1,2)$ posouvá parallelně s osou ordinát, čímž se mění poloha průchodu křivky $\Phi(1,2)$ osou absciss. Tato změna jest ovšem nepatrná, poněvadž křivka $\Phi(1,2)$ prochází nullou velice strmě. Vzdálenost poloh extremů se nemění: možno tedy s nevelkou chybou, způsobenou pouze změnou průchodu effektu $\Phi(1,2)$ osou absciss, vypočítati z nich součet dekrementů. Za

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

to se velmi značně liší absolutní hodnoty extremů effektu $\Phi(1,2)$; to je ovšem pro určování konstant kruhu bez významu. Velikost posunutí křivky $\Phi(1,2)$ závisí jednak na spřažení měrného kruhu, jednak na velikosti napětí na jehle. Dosud se mi nepodařilo ji odstraniti, proto upouštím od reprodukce naměřených křivek. Chyba, jíž se dopouštíme vypočítávajíce konstanty oscillací z posunutého effektu, jest z důvodů právě vyložených poměrně malá.

ČÁST DRUHÁ.

O vlivu jiskry na frekvenci elektrických oscillací.

Max Wien[9]) našel při studiu resonančních křivek kondensátorových kruhů s jiskřištěm, že jiskra má vliv nejen na šířku resonanční křivky, nýbrž také i na polohu jejího maxima — jinak řečeno: jiskrou mění se jak útlum, tak i frekvence oscillací. A sice nastává vždy současně zvýšení útlumu i prodloužení vlnité délky oscillací; výjimku činí jiskřiště magnesiové a kalciové, kde prodloužení vlnité délky proti témuž kruhu s jiskřištěm spojeným na krátko není buď vůbec žádné anebo tak nepatrné, že se ztrácí v pozorovacích chybách.

Poněvadž toto prodloužení vlnité délky jde vždy souběžně se zvýšením útlumu, mohlo by se zdáti na prvý pohled, že pozorované posunutí polohy maxima resonanční křivky má za bezprostřední příčinu zvýšení útlumu kruhu (viz str. 6.). Wien však vypočítal, že změna způsobená zvýšením útlumu jest pouze malým zlomkem pozorovaného posunutí. Ukázal také že maximum resonanční křivky kruhu s magnesiovým jiskřištěm, jehož útlum byl vřazeným odporem uměle zvětšen tak, že převyšoval útlum téhož kruhu s jiskřištěm stříbrným, jest sice poněkud posunuto (v souhlase se str. 6.), ale toto posunutí jest velmi nepatrné proti posunutí maxima resonanční křivky kruhu, užijeme-li jiskřiště stříbrného.

Svá měření prováděl Wien tak, že zjišťoval vždy polohu bodu půlícího šířku pro effekt $\eta = \frac{1}{2}$ redukované resonanční křivky proudového effektu v kruhu thermoelementu.

---

[9]) M. Wien: Phys. Zs. *11.* 282. 1910.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Vedle Wiena dotýká se této otázky zběžně také Hans Riegger[10]) ve své studii o buzení nárazem.

Výsledky, k nimž oba autoři došli, můžeme v krátkosti shrnouti takto: Kromě magnesia a kalcia způsobují všechny kovy, užity jako elektrody jiskřiště, posunutí maxima resonanční křivky proudového effektu k delším vlnitým délkám. Dle velikosti tohoto posunutí lze je řaditi v řadu:

Ca, Mg, Bi, Cd, Sb, Zn, Al, Pt, Cu, Ag.

(Tato řada byla získána pro kuličkové jiskřiště délky 5 *mm.*) Velikost posunutí závisí na povrchu — u nově očištěného jiskřiště jest posunutí menší, než když jiskra již delší dobu přeskakuje. Zdroj elektřiny a velikost elektrod jest bez vlivu. Za to však velký vliv má délka jiskry: čím jest jiskra kratší, tím větší jest ono posunutí. Velikost posunutí nezávisí, aspoň v jistých mezích, na útlumu a spřažení měrného kruhu. Konečně záleží také na samoindukci a kapacitě; hlavně zmenšíme-li kapacitu, můžeme pozorovati vzrůst posunutí maxima. Posunutí maxima resonanční křivky jde vždy souběžně se zvětšením středního logarithmického dekrementu počítaného Bjerknesovou methodou z tvaru resonanční křivky.

Úlohou, již jsem si v této práci předložil, bylo studovati ještě jiné okolnosti a faktory, které mají vliv na prodloužení vlnité délky elektrických oscillací kondensátorového kruhu s jiskrou, a vnésti tak poněkud světla do komplikovaného mechanismu výboje v krátké jiskře.

K určování vlnité délky užíval jsem effektu

$$\psi(1,2) = \int_0^\infty i_1 i_2 dt,$$

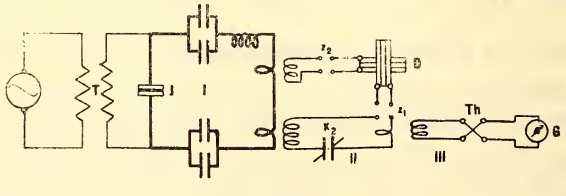
jejž jsem měřil indukčním dynamometrem. (Srovn. str. 18. a str. 45.) Proti methodě založené na proudovém effektu, jíž užíval Wien i Riegger, má tato methoda v našem případě četné výhody: Jako nullová methoda jest tak přesná, že jí lze konstatovati i velmi nepatrné změny vlnité délky, jež by při obyčejné resonanční methodě zmizely v pozorovacích chybách. Effekt $\psi(1,2)$ prochází nullou pro rozladění nullové,

[10]) H. Riegger: Jahrb. d. drahtl. Tel. 5. 35. 1911.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

bez ohledu na spřažení a útlumy obou kruhů.*) Konečně lze touto methodou pohodlně sledovati také změny, jež se dějí během velmi krátké doby, což má význam při studiu vlivu čerstvých povrchů.

Diskusse a vlastnosti effektu $\psi(1,2)$ probrány již na str. 30., methoda popsána na str. 18. Schema uspořádání vyobrazeno jest na obr. 12. Zdrojem bylo velké induktorium T



Obr. 12.

poháněné pravidelně 0·9 A střídavého proudu o 50 periodách. Jiskřiště J bylo typu užívaného společností pro bezdrátovou telegrafii Telefunken: Jsou to dvě kovové desky v průměru 50 *mm*, jež jsou od sebe isolovány slídovým prstenem, jímž jsou současně udržovány v žádané vzdálenosti. Zvláštním šroubovým zařízením jsou obě desky tlačeny k sobě. Uprostřed jedné desky jest jeden malý kruhový otvor, v druhé desce jsou pak dále od středu až u slídového prstence tři takové otvory; tím jest umožněno zaváděti do jiskřiště různé plyny. Užijeme-li několika párů podobných desek vždy od sebe isolovaných slídovým prstenem, máme tak zvané mnohonásobné jiskřiště. Kapacita jest tvořena 4 leydenskými láhvemi v uspořádání patrném ze schematu. Celková kapacita kruhu byla ca 2000 *cm*.

Samoindukce skládá se ze tří cívek: první má 14 závitů poloměru 12·7 *cm* z drátu 4 *mm* v průměru, druhá, jež sprostředkuje spřažení s jednou cívkou dynamometru D, 7 závitů poloměru 3 *cm*, třetí, jež působí na měrný kruh, má 2 závity poloměru 5 *cm*. Poslední dvě cívky jsou vinuty ze šňůry spletené z jednotlivě isolovaných drátků. Vlnitá délka primárního kruhu byla ca 600 *m*.

---

*) Prsten dynamometru byl zhotoven z měděného plechu, proto jest vliv jeho odporu na měření frekvence tak nepatrný, že se vůbec neuplatňuje (srov. obr. 8.).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Měrný kruh má vedle hlavní samoindukce (23 závitů poloměru $9{,}8_4$ *cm* z drátu 0·8 *mm* v průměru) ještě menší cívku (13 závitů průměru $4{\cdot}7_4$ *cm* z drátu 0·8 *mm* v průměru), která působí na indikátorový kruh (III.); vedle toho obsahuje měrný kruh také druhou cívku dynamometru. Celková samoindukce kruhu II. obnáší ca 190.000 *cm*. Huthův proměnlivý kondensátor vzduchový měrného kruhu skládá se vlastně ze dvou parallelně spojených kondensátorů. Jedním provádějí se hrubší změny kapacit, druhým (1 dílek = 0·52 *cm*) změny malé. Vypínači Z_1, Z_2 lze libovolnou cívku dynamometru vypnouti, jak je to nutno při jeho justaci (str. 20.). Bylo měřeno vždy při úplně zjustovaném apparátu. Před každou serií měření a také občas mezi jednotlivými měřeními byla justace kontrolována event. opět zřízena.

S měrným kruhem jest induktivně a to extremně volně spřažen indikátorový kruh (III.) s Voegeovým vakuovým thermoelementem a cívkovým galvanometrem (citlivosti asi $9{\cdot}5 \,.\, 10^{-7}$ Volt na 1 *mm*; odpor systému 54·1 Ω, předřazený odpor 60 Ω).

Vliv materiálu jiskřiště v různých plynech.

Délka jiskry = 0·48 *mm*, k pohonu induktoria užito střídavého proudu 0·9 *A*. Plyn, jenž velmi zvolna proudil jiskřištěm, byl napřed sušen v promývačce kyselinou sírovou, potom fosforpentoxydem. K vůli orientaci, při které kapacitě nastává resonance, byla před každým definitivním měřením provedena celá řada měření orientačních, ku konci také kontrolována justace dynamometru; potom jiskřiště rozebráno, elektrody čistě osmirkovány, načež teprve provedeno definitivní měření. Tím způsobem bylo možno studovati vliv povrchu elektrod nově osmirkovaných stejně jako opotřebovaných.

V z d u c h.

V následující tabulce jsou sestaveny pro různé kovy v sušeném, mírně proudícím vzduchu relativní vzrůsty $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ vlnité délky, vyjádřené v procentech, vzhledem k jiskřišti magnesiovému za týchž poměrů. První sloupec vztahuje se

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na čerstvé povrchy u elektrod osmirkovaných bezprostředně před pokusem, druhý sloupec obsahuje vzrůsty, jež se ustálily, když jiskra jistou dobu přeskakovala.

Magnesium . . .		0
Aluminium . . .	0·73	0·42
Zinek	0·67	0·58
Stříbro	0·55	0·59
Měď	0·71	0·90
Nikl	0·80	0·91
Mosaz	0·78	0·95
Ocel	0·95	1·32

Jak vidíme z této tabulky, lze studované kovy sestaviti podle rostoucího vlivu na vlnitou délku v řadu skupin, jichž jednotlivé členy působí téměř stejně — tak na př. máme pro opotřebované elektrody skupiny:

Mg Al, Zn, Ag Cu, Ni, Mosaz Ocel

Povrchy všech kovů pokrývají se povlakem, skáče-li mezi nimi jiskra jistou dobu. U aluminia vzniká povlak připomínající na šedobílou bronzovou barvu — u zinku povrch zčerná. U obou těchto kovů stává se téměř pravidelně, když skáče jiskra delší dobu, že se »vpálí« do jednoho místa, jež na povrchu jest vyznačeno tmavou tečkou, pod níž se po otření elektrody objeví dosti hluboká dirka. Jakmile se začne tvořiti ona tečka na znamení, že jiskra skáče neustále mezi týmiž body, přestane býti vlnitá délka konstantní, začne se velmi mnoho a nepravidelně měniti.

Toto »vpalování se« jiskry nebylo u ostatních kovů pozorováno — údaje byly pravidelné i když jiskra velmi dlouho přeskakovala. Celý povrch elektrod pokryje se stejnoměrnou vrstvou, jiskra skáče pořád mezi jinými body. U stříbra jest tato vrstva modravá, později šedivá. U niklu povrch sežloutne a pokryje se bílými skvrnami. Měď nejprve zčervená, později se pokryje šedomodrým povlakem. Celý povrch mosazných

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

elektrod se pokryje po jisté době malinkými dolíčky. U oceli jest povlak žlutavý, prorvaný bílými žilkami.

Že velké prodloužení vlnité délky u elektrod ocelových není způsobeno magnetickými vlastnostmi, bylo zjištěno takto: Nejprve měřena vlnitá délka s jiskřištěm magnesiovým, potom elektrody magnesiové obklopeny elektrodami ocelovými, ale tak, že jiskra skákala opět jenom mezi magnesiem: vlnitá délka jest táž jako v prvém případě.

Pro výklad důležit jest rozdíl ve směru změny pro povrchy čerstvé a opotřebované u různých kovů: u aluminia a zinku jest pro elektrody nově osmirkované vlnitá délka větší než když jiskra již delší dobu přeskakuje. U ostatních kovů jest tomu právě naopak.

Cín a vismut nemohly býti studovány pro veliké nepravidelnosti. K magnesiu se ještě vrátíme.

Dusík.

Užitý dusík z bomby nebyl úplně prost kyslíku. Relativní vzrůsty $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ vlnité délky, vyjádřené v procentech, vzhledem k opotřebovanému jiskřišti magnesiovému v dusíku sestaveny jsou v následující tabulce; při tom opět platí první čísla pro elektrody nově osmirkované, čísla druhého sloupce pak pro jiskřiště jsoucí již delší dobu v činnosti.

Magnesium . . .		0
Aluminium . . .	0·52	
Zinek	0·59	0·41
Stříbro	0·49	0·66
Měď	0·66	0·82
Nikl	0·93	0·93
Mosaz	0·84	0·95
Ocel	1·15	0·93—1·6

Seřadíme-li opět kovy v řadu podle rostoucího působení dostáváme:

Mg Al, Zn, Ag, Cu, Ni, Mosaz Ocel.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Je to řada identická jako pro vzduch, pouze stříbro nutno zařaditi do vyšší skupiny. Také v dusíku jest pro nově osmirkované jiskřiště z aluminia nebo zinku vlnitá délka větší než pro jiskřiště opotřebované. U niklu jest táž, u ostatních kovů jest tomu naopak.

U aluminia se již po velmi krátkém výboji objevila černá tečka s bílým okrajem na tom místě, kde jiskra trvale přeskakovala. Od toho okamžiku přestala býti vlnitá délka určitá — proto ani neuvádím v předešlé tabulce určitého čísla pro vzrůst vlnité délky. Také u zinku se objeví, ač po delší době, v tmavošedém povrchu elektrody červenohnědá stopa jiskry. Vlnitá délka pak rapidně roste. Také u opotřebované ocele nebyly výsledky konstantní, někdy se také jiskra »vpálila« na jediné místo. Poměry u ostatních kovů jsou naprosto konstantní. Stříbro se pokrývá šeděmodrou vrstvou, nikl ztmaví, měď dostane modravě černý povrch.

K y s l í k.

Užito technického kyslíku z bomby. Výsledky měření seřazeny v tabulku podobným způsobem jako v předešlém případě.

Magnesium . . .	0·05	0
Zinek	0·76	0·49
Aluminium . . .	0·72	0·64
Stříbro	0·87	0·71
Ocel	0·95	0·80
Nikl	1·00	0·84
Mosaz	1·03	0·88
Měď	0·96	0·91

V kyslíku jest sled kovů poněkud jiný než ve vzduchu nebo dusíku, totiž:

Mg Zn, Al, Ag, Ocel, Nikl, Mosaz, Cu.

Na rozdíl od předešlého jest v kyslíku u všech kovů pro nově osmirkované elektrody vlnitá délka větší než pro elektrody, mezi nimiž již delší dobu skáče jiskra. Jak vidíme, na-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

stává tato změna vlnité délky i u magnesiových elektrod. Jest ovšem velmi malá a nastává tak brzy po zapnutí proudu, že ji Wien svojí methodou nemohl konstatovati. V kyslíku nebylo u žádného kovu pozorováno, že by jiskra skákala pouze mezi dvěma body elektrod (»vpalování se« jiskry) ani u aluminia, které je k tomu velmi náchylné. Naopak již po několika jiskrách pokryje se celý povrch elektrod stejnoměrnou vrstvou: u niklu a oceli je to žlutavý povlak s bílými skvrnami, u stříbra šedomodrý, u mědi temně modrý, zinek naproti tomu pokryje se šedožlutým práškem. Po celém povrchu mosazi objeví se malinké mělké jamky.

Kysličník uhličitý.

Jak ukazuje následující tabulka obsahující výsledky, k nimž jsem došel pro jiskřiště v technické kyselině uhličité lze studované kovy seřaditi v řadu

Mg Al, Zn Ag, Cu, Mosaz, Ni Ocel,

jež jest téměř identická s řadou pro vzduch.

Magnesium . . .		0
Aluminium . . .	0·51	0·49
Zinek	0·65	0·56
Stříbro	1·06	0·80
Měď	0·99	0·82
Mosaz	0·97	0·83
Nikl	1·14	0·87
Ocel	1·27	1·22

Podobně jako v kyslíku, tak i v kyselině uhličité jest u všech kovů vlnitá délka pro nově osmirkované elektrody větší, než když mezi nimi jiskra delší dobu skáče. Rovněž nebyla ani v jediném případě pozorována tendence jiskry usaditi se pevně mezi dvěma body elektrod — naopak celý povrch elektrod pokrývá se velmi rychle stejnoměrným povlakem; u zinku a aluminia jest tmavošedý, u stříbra nejprve jasně modrý, později šedomodrý, u mědi červenošedý, u niklu

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zelenavý, u oceli žlutavý s bílými skvrnami, u mosazi zelenavý s jemnými důlky.

Studujeme-li jednotlivá jiskřiště v různých plynech, vidíme, že rozdíly mezi působením různých plynů na totéž jiskřiště nejsou příliš značné. Vedle toho nelze v tomto působení konstatovati žádnou zákonitost, jež by byla pro všechny kovy táž.

Vodík.

Užito bylo jednak vodíku z bomby, jednak z Kippova apparátu. Prodloužení vlnité délky bylo pro všechny kovy, magnesium nevyjímaje, velmi značné. Výsledky byly však tak nepravidelné, že upouštím od jich reprodukce. S touto nepravidelností byl opět spojen známý fakt, že jiskra neskáče mezi různými body elektrod: u vodíku naopak u všech kovů (i u magnesia) přeskakuje jen mezi malými ploškami, jež jsou silně attakovány, kdežto ostatní partie elektrod zůstávají intaktní.

Ammoniak.

Koncentrovaným vodním roztokem ammoniaku vháněn vzduch do jiskřiště. Také v tomto případě byl vzrost vlnité délky značný. Tak dostáváme

$$\text{pro měď ve vzduchu } \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0{\cdot}64\%,$$

$$\text{pro měď v ammoniaku } \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 1{\cdot}24\%$$

vzhledem k magnesiu ve vzduchu. Také zde není zjev příliš konstantní; elektrody se pokryjí černou vrstvou se zeleným okrajem. Velký vliv ammoniaku snadno si můžeme vyložiti ze známého faktu, že účinkem elektrických jisker se ammoniak rozkládá ve své součásti: dusík a vodík.

Magnesium v různých plynech.

Konečně byl sledován vliv různých plynů na opotřebované jiskřiště magnesiové. Volíme-li za základ vlnitou délku při průchodu sušeného vzduchu, dostáváme tabulku:

	N_2	CO_2	Vzduch	O_2	H_2
$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\%$	$-0{\cdot}052$	$-0{\cdot}046$	0	$+0{\cdot}055$	nepravidelné, velmi značné

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Vliv par.

Do jiskřiště (délky 0·45 *mm*) nassáván vodní vývěvou vzduch promývačkami naplněnými studovanou látkou. Dostal jsem pro měděné jiskřiště následující hodnoty relativního vzrůstu vlnité délky vztahované na magnesiové jiskřiště v sušeném vzduchu:

Mg v suchém vzduchu	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0$,
Cu v suchém vzduchu	$= 0{\cdot}64\%$,
Cu v kafrových parách	$= 0{\cdot}72\%$.
Cu v terpentinových parách	$= 0{\cdot}80\%$,
Cu ve vodních parách	$= 0{\cdot}80\%$,
Cu v parách alkoholu aethylnatého . .	$= 0{\cdot}82\%$,
Cu v parách alkoholu methylnatého .	$= 0{\cdot}85\%$.

Jiskřiště pokryté solemi.

Jak Wehnelt ukázal, vysílá do červena rozžhavený platinový drátek pokrytý některými kysličníky velké množství elektronů. Abych vyložil rozdílné působení nově osmirkovaného a delší dobu pracujícího jiskřiště, pokryl jsem uměle plochy elektrod jiskřiště různými solemi (CaO, SrO, CuO, $CaCl_2$, $SrCl_2$). Kysličníky vápenatý a strontnatý se dychtivě slučují s vodou v hydroxydy; jimi elektrody pokryty a zahřátím na líhovém plameni odstraněna voda. Prášek kysličníku měďnatého nerozpustného ve vodě byl nasypán do vody, ta protřepána a rychle, dokud oxyd se ještě neusadil na dně, nalita na elektrodu a odpařena. Oba chloridy jsou ve vodě rozpustny; nalit tedy na elektrody jich roztok a ten odpařen. Užíváno elektrod měděných v dusíku, jiskry délky 0·45 *mm*. Výsledkem měření jest tabulka:

Mg	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0$
Cu osmirkovaná	$= 0{\cdot}60\%$
Cu s CaO	$= 0{\cdot}41\%$
Cu s SrO	$= 0{\cdot}30\%$
Cu s $CaCl_2$	$= 0{\cdot}77\%$
Cu s $SrCl_2$	$= 0{\cdot}82\%$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Cu s CuO: vlnitá délka byla velmi nekonstantní a větší než u čisté mědi; bylo to pravděpodobně způsobeno (jak jsem na to již v předu upozornil u Al a Zn) tím, že některé z poměrně hrubých zrnek CuO stalo se trvalou stopou jiskry; také skutečně nebyl attakován celý povrch elektrody, nýbrž vždy jen velmi malý kroužek. V analogickém případě byl i u aluminia, které se jinak vyznačuje velmi malým vzrůstem vlnité délky, pozorován vzrůst velmi značný a nepravidelný. Nelze tedy z měření s CuO nic konkludovati.

Z předešlé tabulky vidíme, že elektrody pokryté oxydy alkalických zemin zmenšují vlnitou délku, za to chloridy týchž kovů ji poněkud prodlužují.

Vliv délky jiskry.

Wien a Riegger konstatovali, že vzrůst vlnité délky jest tím větší, čím kratší jiskry se užije. To jsem také potvrdil u opotřebovaného měděného jiskřiště ve vzduchu. Tak máme vzhledem k magnesiu

pro délku jiskry	0·55 *mm*	0·27 *mm*	0·17 *mm*	0·13 *mm*
$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ %	0·50	1·47	2·38	3·68

Wien ve své práci uvádí, že u magnesiového jiskřiště vlnitá délka nezávisí na délce jiskry. Opakoval jsem tedy toto měření pro opotřebované magnesiové elektrody ve vzduchu a našel jsem na rozdíl od Wiena mírný vzrůst vlnité délky s klesající délkou jiskřiště, jak vidno z tabulky:

Délka jiskry	0·73 *mm*	0·45 *mm*	0·29 *mm*	0·18 *mm*
$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ %	0	0·01	0·07	0·12

Mnohonásobné jiskřiště.

Espinosa de los Monteros ukázal, že při nárazovém buzení lze s výhodou užiti místo jiskřiště jednoduchého při témž celkovém doskoku jiskřiště poddeleného. Poněvadž velmi pravděpodobně mnohé z faktorů, jež způsobují účinné buzení nárazem, spolupůsobí při prodloužení vlnité délky jednoduchého oscillujícího kruhu, byla i tato otázka studo-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vána a sice na měděném jiskřišti. Výsledky jsou opět vztaženy na délku vlny při jiskřišti magnesiovém:

Jiskřiště z Mg . . . . . $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0\,\%$,

Jiskřiště měděné:

Jednoduché jiskřiště délky 0·55 *mm* . . . $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0{\cdot}50\,\%$,

dvojnásobné jiskřiště
délky 0·27 *mm* + 0·28 *mm* . . . . . $= 1{\cdot}26\,\%$,

trojnásobné jiskřiště
délky 0·17 *mm* + 0·18 *mm* + 0·20 *mm* $= 1{\cdot}75\,\%$.

Vidíme z toho, že vlnitá délka značně vzroste, užijeme-li mnohonásobného jiskřiště místo jednoduchého jiskřiště téže délky.

Nesymmetrické jiskřiště.

Dále bylo vyšetřováno, jaký vliv na vlnitou délku má jiskřiště, jehož obě elektrody nejsou z téhož kovu. Ukazuje se, že vzrůst vlnité délky způsobený tímto jiskřištěm leží mezi hodnotami pro jiskřiště symmetrická, v nichž obě elektrody jsou jednou z jednoho, podruhé z druhého kovu užitého v jiskřišti nesymmetrickém.

V prvním momentě po zapnutí proudu je vlnitá délka přibližně uprostřed mezi těmito hodnotami, ale velmi brzy klesá a ustálí se definitivně daleko blíže u hodnoty onoho z obou kovů, jemuž přísluší menší vlnitá délka. Po rozebrání jiskřiště vidíme, že povrch obou elektrod jest pokryt téměř stejným povlakem. Popsaná asymmetrie jasně se dá stopovati v následujících tabulkách, získaných pro jiskřiště v klidném vzduchu.

Kov jiskřiště	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ %	
	po zapnutí	definitivně
Mg—Mg		0
Ag—Ag		0·50
Ag—Mg	0·31	0·15

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Kov jiskřiště	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ %	
	po zapnutí	definitivně
Mg—Mg		0
Ni—Ni		0·85
Ni—Mg	0·57	0·33

Kov jiskřiště	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ %	
	po zapnutí	definitivně
Ni – Ni		0·85
Ag—Ag		0·50
Ag—Ni		0·63

Kov jiskřiště	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ %	
	po zapnutí	definitivně
Mg—Mg		0
Cu—Cu		0·89
Cu—Mg	0·44	0·33

Jiskřiště ionisované plamenem.

Rohmann pozoroval, že dáme-li mezi jiskřiště Bunsenův plamen, dostaneme čisté buzení nárazem i pro taková spřažení, pro něž bez plamene dostáváme vysloveně dvě vlny od spřažení. Tuto otázku sledoval také Kaltenbach.[11]) Konal jsem podobné pokusy a našel jsem, že kruh s mosazným jiskřištěm délky ca 8 *mm* má také daleko větší vlnitou délku, je-li jiskřiště v plameni, než když jím není ionisováno; při tom není velkého rozdílu mezi plamenem svítivým a nesvítivým. Poněvadž neionisované jiskřiště pracovalo velmi nepravidelně, spokojuji se pouze konstatováním faktu bez udání číselných hodnot.

[11]) Peter Kaltenbach: Diss. Strassburg 1912. Jahrb. f. draht. Tel. 7. 157. 1913.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Vliv četných parciálních výbojů.

Konečně byla studována vlnitá délka kruhu při četných parciálních jiskrách. Lze totiž očekávati, že znalost chování se jiskry za četných parciálních výbojů také přispěje k tomu, abychom hlouběji vnikli do podstaty celého zjevu. Otázka tato má také své analogon při buzení nárazem: podařilo se totiž Rohmannovi[12]) docíliti při velmi četných parciálních výbojích čistého nárazového buzení i pro tak těsná spřažení, při nichž bez parciálních výbojů vždy vystupovaly dvě vlny od spřažení. Čistého buzení nárazem bylo možno docíliti při této methodě i u jiskřiště magnesiového, jehož právě naopak užíváme v těch případech, v nichž chceme, aby jiskra záhy nevyhasla. Z těchto důvodů bylo zajímavo všimnouti si vlivu četných parciálních výbojů na vlnitou délku.

Bylo tedy měřeno prodloužení vlnité délky u niklového jiskřiště (délky 0·45 *mm*) v dusíku v závislosti na intensitě proudu, jímž bylo napájeno induktorium.

Jak vidno z připojené tabulky, kde procentuální vzrůsty udávány jsou jednak vzhledem k jiskřišti magnesiovému (při proudu 0·82 A $\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\,\%\right)$, jednak vzhledem k jiskřišti niklovému pro 0·32 A $\left(\frac{\Delta\lambda'}{\lambda}\,\%\right)$, roste vlnitá délka kruhu s intensitou primárního proudu, t. j. s rostoucím počtem parciálních výbojů, velmi značně.

Proud	0·35	0·53	0·83	1·0	1·4	2·8	4·0 A
$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\,\%$	0·93	0·94	1·00	1·05	1·23	1·34	1·40
$\frac{\Delta\lambda'}{\lambda}\,\%$	0	0·01	0·07	0·12	0·30	0·41	0·47

Vzrůst vlnité délky s rostoucím počtem parciálních výbojů byl však konstatován nejen u kovů jako je nikl, u nichž vedle toho celé množství faktorů působí tento zjev, nýbrž byl pozorován i u magnesia; a sice jest toto prodloužení vlnité délky u magnesia přibližně stejně velké jako u niklu,

[12]) H. Rohmann: Phys. Zs. *12*. 649. 1911.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kdežto vzhledem k jiným faktorům jest magnesiové jiskřiště téměř immunní. Výsledky měření pro magnesiové jiskřiště jsou shrnuty v tabulku:

Proud	0·32	0·55	0·75	1·0	1·5	2·0	3·6 A
$\frac{\Delta\lambda'}{\lambda}$ %	0	0·01	0·07	0·13	0·25	0·30	0·32

V literatuře velmi často bývá doporučováno magnesium za vhodný materiál pro jiskřiště. Z předcházejícího vidíme však, že i při magnesiu musíme býti opatrni a voliti napájecí proud induktoria pokud možno slabý, abychom znemožnili četné parciální výboje.

Resonanční křivky proudového effektu.

Ku konci bylo proměřeno několik resonančních křivek proudového effektu studovaného kruhu s krátkou jiskrou. Jsou veskrze anomální: počítáme-li totiž součet logarithmických dekrementů*) ze šířek v různých výškách křivky, nedostáváme hodnoty konstantní, nýbrž hodnot od vrcholu dolů neustále, a sice velmi značně, ubývá. Jako příklad uvádím tabulku pro kruh s jikřištěm niklovým (0·45 *mm*) ve vzduchu při četných parciálních výbojích.

Jiskřiště niklové:		Jiskřiště magnesiové:	
η	$\vartheta_1^* + \vartheta_2^*$	η	$\vartheta_1^* + \vartheta_2^*$
0·9	0·640	0·82	0·357
0·8	0·628	0·69	0·343
0·7	0·596	0·62	0·337
0·6	9·583	0·48	0·314
0·5	0·556	0·41	0·302
0·4	0·514	0·27	0.286
0·3	0·482	0·20	0·282
		0·10	0·264

Ale ani resonanční křivky kruhů s velmi krátkým jiskřištěm magnesiovým nejsou normální, jak o tom svědčí

*) Počítány jsou skutečné logarithmické dekrementy ϑ^*_1, ϑ^*_2, jež jsou rozdílny od veličin ϑ_1, ϑ_2 zavedených v I. díle této práce (srov. str. 26.).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

druhá tabulka naměřená pro týž kruh jako předešlá, jenom jiskřiště bylo magnesiové a parciálních výbojů nebylo.

Pojem logarithmického dekrementu pozbývá tím vlastně v podobných případech smyslu. Abychom však přece jenom měli nějaké číslo, jímž by bylo možno aspoň poněkud charakterisovati průběh oscillací, zavádíme t. zv. střední logarithmický dekrement. Je to střed z hodnot logarithmického dekrementu stanoveného dle Bjerknesovy methody z resonanční křivky pro různé výšky. Jak již v úvodě bylo poznamenáno, ukázal Wien v citované práci, že prodloužení vlnité délky jest vždy provázeno vzrůstem středního logarithmického dekrementu; měl jsem mnohokráte příležitost tuto souvislost potvrditi.

Popsaný anomální tvar resonanční křivky vykládá Macků[13]) předčasným vyhasnutím jiskry, t. j. výboj nejde až do amplitud nekonečně malých, nýbrž při jisté amplitudě rázem přestane.

Vedle této anomalie našel jsem u resonančních křivek kruhů s krátkou jiskrou ještě jinou odchylku, jež, jak se zdá, souvisí velmi úzce s prodloužením vlnité délky. Viděli jsme (na str. 6. prvního dílu), že normální resonanční křivky jsou poněkud asymmetrické vzhledem k ordinátě procházející vrcholem. Poměrná asymmetrie jest pro extremně volné spřažení u křivky proudového effektu v kruhu thermoelementu dána výrazem (srovn. Macků l. c.):

$$\xi_\sigma = \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 \left\{ 1 - \frac{(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2}{8} \left[16 \left\{ 1 + \frac{\vartheta_1}{\vartheta_1 + \vartheta_2} + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + 4 \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_1 + \vartheta_2} \right)^2 \right\} \frac{1-\eta}{\eta} + 45 \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_1 + \vartheta_2} \right)^2 \right] \right\},$$

kdež ξ_σ značí abscissu bodu půlícího šířku σ resonační křivky ve výšce η. V následujících dvou tabulkách jest počítána podle této formule hodnota poměrné asymmetrie ξ_σ pro resonanční křivky právě uvažované.

---

[13]) B. Macků: Vliv předčasného vyhasnutí jiskry na měření útlumu. Věstník král. č. spol. nauk 1911.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Jiskřiště magnesiové:

η	$\xi_\sigma . 10^{-3}$	$\xi'_\sigma . 10^{-3}$	$(\xi'_\sigma - \xi_\sigma) . 10^{-3}$
0·31	7·0	7·0	0
0·34	6·2	6·8	0·6
0·41	5·1	5·6	0·5
0·48	4·1	4·6	0·5
0·55	3·4	4·4	1·0
0·61	2·7	4·1	1·4
0·68	2·1	3·2	1·1
0·82	1·8	2·2	0·4
0·95	0·2	1·0	0·8

Jiskřiště niklové:

η	$\xi_\sigma . 10^{-3}$	$\xi'_\sigma . 10^{-3}$	$(\xi'_\sigma - \xi_\sigma) . 10^{-3}$
0·3	14·3	14·3	0·0
0·35	12·7	12·8	0·1
0·40	11·8	12·1	0·3
0·45	10·3	10·7	0·4
0·50	10·2	10·3	0·1
0·60	7·3	9·4	2·1
0·70	6·0	8·3	2·3
0·80	3·3	6·3	3·0
0·90	1·4	4·5	3·1

Další sloupec tabulek ($\xi'_\sigma . 10^{-3}$) obdržel jsem takto: Z důvodů, o nichž později pojednám, jest pravděpodobno, že velikost asymmetrie bude daleko od vrcholu resonanční křivky odpovídati theorii. Proto rozdělil jsem si pro nejmenší η šířku σ a pokládaje ξ_σ podle horní formule určené za správné, určil jsem počátek souřadnic, od něhož nutno ξ_σ počítati. A nyní určil jsem vzhledem k takto zvolené ose ordinát polohu jednotlivých bodů půlících šířky resonančních křivek. V tabulkách jsou to čísla pod ξ'_σ. Rozdíl mezi ξ_σ a ξ'_σ mohli bychom vyjádřiti také takto: ξ_σ jest poměrná asymmetrie počítaná podle theorie normální resonanční křivky, kdežto v číslech ξ'_σ počítaných z poloh středních bodů vystupují ev. odchylky od normální asymmetrie.

Z tabulek vidíme, že rozdílu $\xi'_\sigma - \xi_\sigma$ směrem k vrcholu přibývá, zřetelně se to jeví hlavně u niklového jiskřiště při četných partiálních výbojích. To znamená: odpovídá-li

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

asymmetrie pro značná rozladění theorii, vzrůstá nad theoretickou hodnotu, blížíme-li se resonanci. Velikost této odchylky jest sice nepatrná, ale dostal jsem ji u všech resonančních křivek kruhů s elektrodami niklovými, u nichž se současně jeví posunutí maxima.

Kromě niklových a magnesiových elektrod nemohly býti dosud studovány jiné elektrody, poněvadž nedávaly dosti konstantní výchylky. Bude ovšem nutno vrátiti se ještě k této otázce a studovati ji zevrubněji, než jsem to mohl učiniti v této práci. Ale již z provedených měření jest existence popsané anomální asymmetrie u krátkých jiskřišť velmi pravděpodobná.

Možno tedy říci: Resonanční křivky kondensátorových kruhů s krátkou jiskrou neprobíhají tak, jak nás tomu učí obvyklá theorie. Rozdíly jsou tyto: předně jest její maximum posunuto k positivním rozladěním, za druhé má tato resonanční křivka pro velká η větší, pro malá η menší šířku než křivka theoretická, konečně jeví anomální asymmetrii, jíž směrem k vrcholu přibývá.

Diskusse a výklad výsledků.

Při výkladu popsaných pozorování velmi nám prospěje fakt, na nějž jsem upozornil v předešlém odstavci, že totiž prodloužení vlnité délky jde vždy parallelně se zvýšením středního útlumu a je doprovázeno anomaliemi resonanční křivky. Zvýšením útlumu nedá se vyložiti pozorované posunutí polohy maxima resonanční křivky, jak dokázal Wien. U methody mnou užité jest to a priori jasno, neboť hned při diskussi effektu $\psi(1,2)$ jsme ukázali, že prochází nullou vždy přesně pro nullové rozladění bez ohledu na velikost útlumu a spřažení. Vliv odporu prstenu dynamometru nepadá u mého modellu v úvahu (srovn. obr. 8.). Stejně není způsobeno posunutí maxima obyčejné resonanční křivky předčasným vyhasnutím jiskry; vliv předčasného vyhasnutí jiskry na tvar bilineárních effektů nebyl dosud vyšetřován.

Ta okolnost, že se všecky nahoře uvedené zjevy vyskytají vždy pospolu, nutně nás vede k závěru, že všechny mají

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

touž příčinu nebo lépe pravidelně tytéž příčiny, jichž účinky se superponují. Vycházejíce s tohoto hlediska můžeme vyložiti množství popsaných zjevů úplně stejně, jak je to zvykem na př. při výkladu vyhasínání jiskry.

Obecně možno říci, že příčinou snížení frekvence jsou všechny momenty, jež způsobují malou »vodivost« jiskry, nebo způsobují, že tato »vodivost«, s počátku snad značná, během oscillací rychle klesá, t. j. usnadňují rychlou deionisaci jiskřiště.

Při vyšetřování vlivu materiálu mohli jsme jednotlivé kovy seřaditi podle velikosti způsobeného prodloužení vlnité délky. Tyto řady jsou pro různé plyny různé a liší se také od řady kovů sestavené podle rostoucí tepelné vodivosti. Nemůže tedy v našem případě tato vlastnost nějak rozhodovati.

Taege[14]) vykládá různou vhodnost jednotlivých kovů pro nárazové buzení jejich různou schopností vysílati elektrony. Tato okolnost hraje pravděpodobně velikou roli i při prodloužení vlnité délky jiskrou. Viděli jsme totiž, že toto prodloužení u měděných elektrod velmi se zmenšilo, byly-li pokryty oxydy kovů alkalických zemin, o nichž Wehnelt dokázal, že žhnouce vydávají veliké množství elektronů. S tím asi také souvisí pozorovaný fakt, že velikost prodloužení závisí na tom, je-li povrch jiskřiště nově osmirkován, či je li opotřebován.

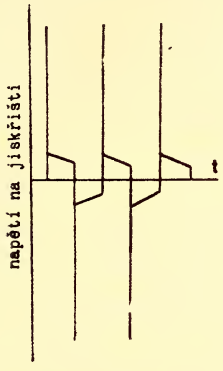
Pro výklad různého působení jednotlivých kovů jsou důležita velmi zajímavá pozorování Roschanského[15]) o průběhu napětí na jiskře. Pro velmi dlouhé a prostřední vlny (až asi k 400 *m*) má napětí na jiskře tento průběh (obr. 13.): stává se současně s proudem nullou, vzroste potom velmi rychle na hodnotu 300—500 Volt načež opět rychle klesne na několik desítek Volt. Tím vznikají na křivce napětí velmi ostré hroty, jež možno pokládati za doutnavý výboj, jímž se zavádí výboj obloukový. Tyto hroty vystupují nejvýznačněji u stříbra a mědi, scházejí úplně u magnesia, u ostatních kovů jsou různě mnoho vytvořeny. Když napětí kleslo již na nor-

[14]) Taege: Dissertace. Göttingen 1914. Jahrb. d. drahtl. Tel. *10*. 485. 1916.

[15]) Roschansky D.: Ann. d. Phys. *36*. 281. 1911. Phys. Zs. *9*. 627. 1908.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

mální hodnotu, jsou další jeho změny během půlperiody již malé a u různých kovů různé: u stříbra klesá napětí neustále a stejnoměrně během půlperiody, u magnesia má křivka napětí ploché maximum, po jehož obou stranách probíhá téměř symmetricky. Křivky napětí na jiskře vykazují tedy vedle popsaného hrotu ještě také asymmetrii.



Obr. 13. Časový průběh napětí na stříbrném jiskřišti.

A touto asymmetrií vykládá Roschansky[16]) prodloužení vlnité délky jiskrou; odvodil pro relativní změnu periody formuli:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{2}{V_0 T} \int_0^{\frac{T}{4}} [f(t) - f(\frac{T}{2} - t)] \cos \frac{2\pi}{T} t \, . \, dt,$$

kde značí $f(t)$ napětí na jiskře, V_0 napětí na polepech kondensátoru na počátku výboje. Probíhá-li napětí symmetricky vzhledem k střední ordinátě, t. j. je-li

$$f(t) = f(\frac{T}{2} - t),$$

pak vychází

$$\Delta T = 0,$$

t. j. doba kmitová se nezmění (magnesium). Vykazuje-li však křivka napětí positivní asymmetrii, t. j. je-li

$$f(t) > f(\frac{T}{2} - t),$$

dostáváme prodloužení vlnité délky: $\Delta T > 0$.

[16]) D. Roschansky: Phys. Zs. 11. 1177. 1910.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Podle hořejší formule také možné zkrácení vlnité délky nenastává ve skutečnosti nikdy, poněvadž u žádného kovu není asymmetrie negativní. Ježto řada kovů sestavená podle velikosti asymmetrie jest identická s řadou kovů sestavených podle velikosti prodloužení vlnité délky, možno souditi, že prodloužení vlnité délky s touto asymmetrií souvisí. Ale tento souhlas jest pouze kvalitativní. Roschansky sám ukázal, že prodloužení vlnité délky u elektrod stříbrných počítané z asymmetrie křivky napětí podle horní formule jest menší než prodloužení skutečně pozorované. Musíme tedy míti za to, že vedle asymmetrie spolupůsobí tu ještě nějaký jiný činitel.

A tím jsou ony hroty u křivek napětí. Počítal jsem totiž jinou cestou než Roschansky prodloužení vlnité délky způsobené vlivem napětí na jiskře a došel jsem k obecné formuli, podle níž jest prodloužení skutečně způsobeno asymmetrií křivky napětí na jiskře, ale na velikost tohoto prodloužení má také podstatný vliv velikost a doba trvání onoho počátečního velmi vysokého napětí (doutnového výboje).

Podáme v dalším odvození oné formule: Jiskru v oscillujícím kruhu lze si nahraditi působením periodické elektromotorické síly $f(t)$, jež má frekvenci touž jako oscillace, současně s proudem prochází nullou a mění s ním své znamení. Můžeme tedy oscillační zjev v kruhu s jiskřištěm popsati touto differenciální rovnicí:

$$Ri = V - L\frac{di}{dt} - f(t),$$

kde V jest napětí na kondensátoru, $f(t)$ napětí na jiskře. Význam ostatních písmen jest patrný. Mezi proudem i a napětím V existuje relace:

$$i = -C\frac{dV}{dt}.$$

Možno tedy předcházející rovnici psáti v známém tvaru:

$$\frac{d^2V}{dt^2} + 2\delta\frac{dV}{dt} + (a^2 + \delta^2)\,V = (a^2 + \delta^2)\,f(t), \tag{1}$$

kde kladeno pro jednoduchost

$$\frac{R}{L} = 2\delta, \qquad a^2 = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{4L}\right)^2.$$

Počáteční podmínky jsou:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pro $t = 0$ máme

$$V = V_0, \quad \frac{dV}{dt} = 0.$$

Jako obecný integrál rovnice (1) dostáváme pomocí methody variace konstant:

$$V = e^{-\delta t}\,(c_1 \cos at + c_2 \sin at) - \frac{a^2+\delta^2}{a}\int_0^t e^{\delta(u-t}\, f(u) \sin a(u-t)\, du.$$

Z počátečních podmínek určíme konstanty takto:

$$c_1 = V_0, \qquad c_2 = V_0 \frac{\delta}{a}.$$

I máme tedy konečně

$$V = \frac{V_0}{a} e^{-\delta t}(a \cos at + \delta \sin at) - \frac{a^2+\delta^2}{a}\int_0^t e^{\delta(u-t)} f(u) \sin a(u-t)\, du.$$

Budiž Θ onen čas, pro nějž proud prochází nullou, t. j.

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_{t=\Theta} = 0;$$

i dostáváme

$$V_0 \sin a\Theta - \int_0^\Theta e^{\delta u} f(u)\,[\delta \sin a(u-\Theta) + a \cos a(u-\Theta)]\, du = 0.$$

Zaveďme do této podmínky úhel φ definovaný relacemi:

$$\delta = \sqrt{\delta^2+a^2} \sin a\varphi,$$
$$a = \sqrt{\delta^2+a^2} \cos a\varphi.$$

Máme potom:

$$V_0 \sin a\Theta - \sqrt{\delta^2+a^2}\int_0^\Theta f(u)\, e^{\delta u} \cos a\,(u-\Theta-\varphi)\, du = 0.$$

V dalším pišme pro krátkost

$$F(u) = e^{\delta u} f(u).$$

Zavedeme-li novou integrační proměnnou u_1 vztahem

$$u_1 = \Theta - u,$$

dostaneme:

$$(2) \quad V_0 \sin a\Theta - \sqrt{\delta^2+a^2}\int_0^\Theta F(\Theta - u_1) \cos a\,(u_1+\varphi)\, du_1 = 0.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Integrál v druhém členu rozložme na součet tří integrálů:

$$\int_0^{\Theta} = \int_0^{\frac{T}{4}} + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} + \int_{\frac{T}{2}}^{\Theta}$$

Do druhého integrálu zaveďme novou proměnnou u_2:

$$u_1 + u_2 = \frac{T}{2};$$

tím dostaneme v obou prvých integrálech tytéž meze:

$$\int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} F(\Theta - u_1)\cos(u_1+\varphi)\,du_1 = -\int_0^{\frac{T}{4}} F(\Theta - \frac{T}{2} + u_2)\cos a\,(u_2-\varphi)\,du_2$$

Poslední z oněch tří integrálů transformujme pomocí věty o střední hodnotě: klademe-li

$$\Theta = \frac{T}{2} + \tau,$$

máme

$$\int_{\frac{T}{2}}^{\Theta} F(\Theta - u)\cos a\,(u+\varphi)\,du = -\frac{2}{a}F[(1-\varepsilon)\tau]\sin\frac{a\tau}{2}\cos a\left(\frac{\tau}{2}+\varphi\right),$$

kde $$0 < \varepsilon < 1.$$

Poněvadž τ i φ jsou veličiny velmi malé, možno psáti hodnotu posledního integrálu dále ve tvaru:

$$= -\tau\,.\,F[(1-\varepsilon)\tau]\,.$$

Dosadíme-li takto vypočítané hodnoty integrálů do relace (2), dostáváme:

$$-V_0 a\tau - \sqrt{\delta^2+a^2}\left\{\int_0^{\frac{T}{4}} [F(\Theta-u)\cos a\,(u+\varphi) - F(\tau+u)\cos a(u-\varphi)]\,du - \tau F[(1-\varepsilon)\tau]\right\} = 0.$$

$$\tau = \frac{1}{\frac{V_0}{\sqrt{1+\frac{\delta^2}{a^2}}} - F[(1-\varepsilon)\tau]} \int_0^{\frac{T}{4}} \Big[F(\tau+u)\cos a\,(u-\varphi) - F(\Theta-u)\cos a\,(u+\varphi)\Big]\,du.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zavedeme-li ještě původní označení, dostáváme pro relativní prodloužení $\frac{\Delta T}{T}$ doby kmitové přesný vzorec:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{2}{T\left[\frac{V_0}{\sqrt{1+\frac{\vartheta^{*2}}{4\pi^2}}} - e^{\frac{\vartheta^*}{T}\varepsilon_1\tau} f(\varepsilon_1\tau)\right]} \int_0^{\frac{T}{4}} \left[e^{\frac{\vartheta^*}{T}(\tau+u)} f(\tau+u)\cos a(u-\varphi) - e^{\frac{\vartheta^*}{T}(\Theta-u)} f(\Theta-u)\cos a(u+\varphi)\right] . du,$$

kdež ϑ^* jest logarithmický dekrement, $\varepsilon_1 = 1 - \varepsilon$,
$0 < \varepsilon_1 < 1$.

V této všeobecné formuli jest obsažen vzorec odvozený Roschanskym jako specielní případ. Pro zjednodušení diskusse supponujme, že lze klásti

$$\vartheta^{*2} \ll 4\pi^2 ;$$

pak jest úhel φ velmi malý, takže dostáváme pro relativní prodloužení $\frac{\Delta T}{T}$ doby kmitové vzorec:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{2}{T[V_0 - e^{\frac{\vartheta^*}{T}\varepsilon_1\tau} f(\varepsilon_1\tau)]} \int_0^{\frac{T}{4}} \cos au \left[e^{\frac{\vartheta^*}{T}(\tau+u)} f(\tau+u) - e^{\frac{\vartheta^*}{T}(\Theta-u)} f(\Theta-u)\right] du .$$

Přistupme nyní k diskussi tohoto výrazu: k tomu konci si představme napětí na jiskře $f(u)$ znázorněno jako funkci času u. Násobme si každou ordinátu $f(u)$ výrazem $e^{\frac{\vartheta^*}{T}u}$, tak dostáváme grafické znázornění funkce

$$F(u) = e^{\frac{\vartheta^*}{T}u} f(u) .$$

Charakter funkce $F(u)$ jest týž jako funkce $f(u)$; jedině asymmetrie jest poněkud zmenšena.

Intervall $(0 - \Theta)$ rozdělme na 3: $(0, \tau)$ $(\tau, \tau + \frac{T}{4})$, $(\tau + \frac{T}{4}, \Theta)$. Každému bodu u' intervallu $(\tau, \tau + \frac{T}{4})$ odpovídá bod u''

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

intervallu $(\tau + \frac{T}{4}, \Theta)$ symmetricky položený s bodem u' vzhledem k ordinátě v bodě $\tau + \frac{T}{4}$. Ordináty příslušné ke korrespondujícím bodům odečteme: $F(u')—F(u'')$ a provedeme naznačenou integraci. Poněvadž křivky napětí všech kovů mají positivní asymmetrii, jak ukázal Roschansky, jest hodnota tohoto integrálu positivní. Ježto se integrace nevztahuje na body intervallu $(0, \tau)$, nebudou na hodnotu uvažovaného integrálu míti vlivu vysoké hodnoty napětí na počátku výboje (hroty na křivce), jeho hodnota jest určena hlavně jen asymmetrií křivky. Prodloužení doby kmitové není vázáno na existenci oněch hrotů, nastává však vždy, když jest křivka napětí nesymmetrická. Za to mají tyto hroty křivky napětí podstatný vliv na velikost prodloužení; $\varepsilon_1 \tau$ jest velmi malá abscissa, pro niž, jak jsem dříve vykládal, nabývá napětí na jiskře několika set Volt, aby ihned potom kleslo na několik desítek Volt. Tak může výraz pro relativní vzrůst doby kmitové nabýti hodnot daleko větších, než by měl, kdyby křivka napětí neměla onoho počátečního hrotu. V tom tkví podstatná přednost naší formule před vzorcem udaným Roschanským.

Jak jsme viděli, mají ony kovy, které značně prodlužují vlnitou délku, ony hroty velmi vysoké, naproti tomu magnesium jich vůbec nemá. Řada kovů sestavená dle velikosti oněch hrotů jest identická s řadou kovů seřazených dle velikosti prodloužení vlnité délky.

Macků (dle písemného sdělení) vykládá prodloužení vlnité délky takto: S počátku, než se jiskra stane dosti »vodivou«, nastává pouhý výboj doutnavý. Při něm jest »odpor« jiskry tak velký, že tato část výboje jest aperiodická; po chvíli teprve nastane výboj jiskrový s dobou kmitovou dle Thomsonovy formule. To se opakuje během každé půlperiody. Tak se stane, že se měřená doba kmitová prodlouží a sice právě o trvání onoho doutnavého výboje.

Mezi příčinami způsobujícími prodloužení vlnité délky nutno dále jmenovati všechny faktory, jež usnadňují deionisaci jiskřiště. U studovaných krátkých jiskřišť deskových nepadá mnoho na váhu deionisace způsobená rekombinací

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

iontů a jich diffusí z prostoru jiskřiště; neboť jak jsme viděli, jest prodloužení vlnité délky tím větší, čím jest jiskra kratší, ačkoliv se tím diffuse iontů značně ztěžuje.

Spíše může v tomto případě přicházeti v úvahu adsorpce iontů elektrodami jiskřiště; přijde-li totiž ion do blízkosti elektrody, jest jí přitahován, až se jí dotkne a odevzdá jí svůj náboj, čímž se stane pro vedení elektřiny v jiskře bezcenný.

Adsorpci usnadňuje také elektrické pole mezi elektrodami jiskřiště; jím jsou positivní ionty hnány k negativní elektrodě, negativní ionty pak k positivní, a odevzdávají tam svůj náboj. Tato okolnost hraje velikou roli hlavně u velmi krátkých jiskřišť; neboť je-li v střední specifická rychlost iontu t. j. rychlost, již mu udělí pole $\frac{1 \text{ Volt}}{cm}$, jest napětí, jehož jest třeba, aby ion urazil dráhu d mezi oběma elektrodami jiskřiště za půl periody, dáno výrazem

$$= \frac{d^2}{v} . 2N.$$ [17]).

Dle této formule klesá potřebné napětí s druhou mocninou vzdálenosti a jest tedy při velmi krátkých jiskrách poměrně malé (tak na př. pro $\lambda = 1000$ m jest při jiskře dlouhé 0·1 mm potřebí pouze 40 Volt). Tím vyložíme také daleko větší prodloužení vlnité délky u jiskřiště mnohonásobného proti jednoduchému jiskřišti téže délky.

Rozdíly mezi působením různých plynů jsou většinou nepatrné. Okolnost, že toto působení nejde u všech kovů týmž směrem, dávala by tušiti, že vedle fysikálních vlastností plynů uplatňují se tu ještě nějaké vlivy chemické. Vodík způsobuje u všech kovů velmi značné prodloužení vlnité délky; lze to snadno pochopiti, uváží-li se že koefficient diffuse vodíku jest daleko větší než u ostatních plynů. Také pohyblivost iontů ve vodíku jest několikrát větší než v jiných plynech.

Přítomnost par prodlužuje vlnitou délku; prodloužení nezávisí mnoho na chemickém složení páry, jde však prallelně s velikostí napětí nasycených par látky. Výklad jest jedno-

[17]) J. Zenneck: Lehrbuch d. drahtlosen Telegraphie. 2. vyd. 1913. str. 117.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

duchý: Ionty, jež se utvoří v první půlperiodě, stanou se kondensačními jádry pro nasycenou páru v jiskřišti; tím však se zvětší jejich hmota do té míry, že při elektrickém poli v jiskřišti nemohou již nabýti takové rychlosti, aby nárazem daly podnět k vzniku nových iontů a nahražovaly tak ztrátu vzniklou rekombinací, diffusí a adsorpcí iontů.

Vedle uvedených příčin nutno vzíti v některých případech v úvahu i následující okolnost: Je-li z nějakého důvodu (na př. při velmi četných parciálních výbojích nebo v jiskřišti ionisovaném plamenem a pod.) atmosféra jiskřiště značně ionisována, přeskočí jiskra již při nižším potenciálu než normálně; to však má za následek, že se jiskrou vytvoří jen málo kovové páry. Molekuly ionisovaného plynu, které nyní hlavně sprostředkují průchod proudu, jsou však daleko pohyblivější než částice kovové a jiskřiště ztrácí tedy v tomto případě svoji vodivost daleko rychleji. To nastává i u magnesia a sice, jak jsme viděli, téměř ve stejné míře jako u niklu.

Růzností výbojového potenciálu jest snad také poněkud podmíněn různý vliv materiálu a plynu jiskřiště. Jest totiž známo, že na př. u vodíku jest výbojový potenciál velmi nízký; s druhé strany jsme viděli, že prodloužení vlnité délky je velmi značné.

Postupující deionisace jiskřiště způsobuje, že útlum není konstantní, nýbrž roste během oscillací a s ním také doba kmitová. Že nelze vyložiti vzrůst doby kmitové pouhým zvětšením útlumu, pokud tento zůstává konstantní, ukázal již Wien. Nezůstává-li však doba kmitová konstantní, pak nemá vlastně smyslu mluviti o určité době kmitové, o určité vlnité délce. Přes to mluvíme o t. zv. střední době kmitové podobně, jako jsme zavedli pojem středního logarithmického dekrementu. Je tím míněna ona doba kmitová, již dostaneme užitím method platných pro kmity s normálním průběhem. Důvodem, proč tyto pojmy zavádíme, jest, abychom mohli při kvalitativních úvahách oscillační zjevy v kondensátorovém kruhu charakterisovati analogickými veličinami jako v kruhu bez jiskry. Při tom ovšem není vyloučeno, že hodnota pro střední dobu kmitovou, již dostaneme z polohy maxima resonanční křivky proudového effektu, nesplývá úplně s hodnotou nalezenou z průchodu nějakého bilineárního effektu nullou.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Jak jsme viděli, jsme nutně vedeni k představě, že elektrické oscillace v kruhu s jiskrou neprobíhají normálně. Tím můžeme vyložiti některé anomalie resonančních křivek proudového effektu, na něž jsem upozornil v předešlém odstavci.

Rychle postupující deionisace jiskřiště způsobuje, že »vodivost« jiskry rychle klesá, že »odpor« jiskry brzy nabývá velmi vysokých hodnot. Proto jiskra vyhasne dříve než amplitudy napětí na kondensátoru klesnou na hodnoty nekonečně malé — jiskra předčasně vyhasíná. To je důvod, proč resonanční křivka jest u maxima příliš široká, jak ukázal Macků.

Všimněme si dále, čistě kvalitativně, jak se změní resonanční křivka proudového effektu, roste-li během výboje útlum a kmitová doba oscillací. Představme si nejprve (*A*) resonanční křivku odpovídající frekvenci a dekrementu, jež mají kmity na počátku. Když zůstává frekvence konstantní, má vzrůst útlumu, t. j. rychlejší ubývání amplitud, jediné ten následek, že ordináty resonanční křivky jsou menší než v předešlém případě, poloha maxima zůstává nezměněna (případ *B*). Přistupme konečně k případu (*C*), kdy roste během výboje také doba kmitová. Frekvence měrného kruhu nechť jest nejprve rovna počáteční frekvenci primárních oscillací. V případech dříve uvažovaných (*A*, *B*) jsou oscillace, vzbuzené v měrném kruhu prvními kmity v primárním kruhu, sesilovány dalšími primárními kmity; účinku ubývá jen tak, jak ubývá amplitud primárních kmitů. V případě (*C*) je však tomu jinak, neboť tam vzniká mezi oběma proudy také fásové posunutí, jež během oscillací roste; tím se stane, že příslušný proudový effekt bude ještě menší než v případě (*B*). Je-li měrný kruh rozladěn, a sice má-li frekvenci vyšší, tu i v případě (*A*) vzniká mezi oběma proudy v měrném kruhu rostoucí fásové posunutí. V případě (*C*), kdy doba kmitová během výboje roste, roste tato fásová diference ještě rychleji, proudový effekt bude následkem toho daleko menší než v případě (*B*). Má-li však měrný kruh positivní rozladění, t. j. je-li jeho frekvence nižší než počáteční frekvence oscillací, nepřibývá posunutí fásového tak rychle, ba může ho dokonce po jistou dobu ubývati, až jsou oba proudy ve fási;

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

při dalším průběhu oscillací vzniká opět rostoucí fásové posunutí opačného směru. To má za následek, že proudový effekt pro positivní rozladění neklesne tak mnoho, naopak pro malá positivní rozladění bude dokonce větší než pro rozladění nullové, t. j. maximum resonanční křivky v případě (*C*) bude vzhledem k maximu v případě (*B*) posunuto k positivním rozladěním. Na levo od maxima křivky (*B*) leží body křivky (*C*) pod křivkou (*B*), na pravo od maxima však nad ní. Poněvadž vzrůst frekvence v primárním kruhu během výboje jest malý, splývají téměř obě křivky pro velká rozladění jak positivní tak negativní.

Normální resonanční křivka má také mírnou asymmetrii, jež se jeví v tom, že proudový effekt pro positivní rozladění jest větší než pro stejně velké rozladění negativní. Roste-li kmitová doba primárních oscillací, značí to, že positivního rozladění měrného kruhu vzhledem k primárnímu neustále ubývá, bude tedy proudový effekt opět menší, než kdyby této asymmetrie nebylo. Ovšem rozdíl nebude asi značný a zmizí úplně, jsme-li hodně vzdáleni od resonance, takže můžeme ve spodních partiích resonanční křivky pokládati asymmetrii za normální. Pozorovanou anomální asymmetrii, rostoucí směrem k vrcholu, lze aspoň z velké části vyložiti posunutím maxima, jež má příčinu ve vzrůstu kmitové doby oscillací během výboje.

*

Předložená práce byla provedena ve fysikálním ústavě české university. Oběma svým šefům, p. dvor. radovi dr. Č. Strouhalovi a p. prof. dr. B. Kučerovi, kteří mi poskytli k provedení práce jak ústavních prostředků tak potřebného času, vzdávám upřímný dík. Rovněž jsem díkem zavázán p. dr. B. Mackůovi, prof. brněnské techniky, který laskavě pročetl práci v rukopise.

V Praze, v březnu 1918.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

III.

O metodice dějin matematiky.

Napsal Dr. **Q. Vetter.**

(Předloženo dne 14. listopadu 1917.)

I. Úvod.

Účel metodických úvah bývá v každé vědě nejčastěji didaktický: buď udělují badatelé, za nimiž leží velký kus vlastní vědecké práce, pokyny svým žákům, čerpajíce z bohatých svých zkušeností a zážitků získaných při práci, nebo shledávají si mladí adepti vědy pracně metodickou výzbroj, aby se mohli dobře připraveni pustiti ve zpracování širého pole svých vědeckých snů a záměrů. Metodické úvahy takové pohybují se v rámci jakéhosi proseminář, jsouce buď pracemi učitelů nebo žáků. Dovolím si zde ukázati cesty, kterými lze žádoucí výzbroj si opatřiti, při čemž uvedu mnohé, co historikovi jest samozřejmo, nám matematikům však, uvyklým jinému způsobu myšlení, jeví se novým neb aspoň nezvyklým.

Vědy příbuzné dějinám matematiky mají svá metodická díla, kterých ony těžce pohřešují. Důvody toho jsou nasnadě. Obory, rozkládající se na hranici dvou neb více věd, bývají zpravidla zanedbanými popelkami, skromňoučce vybavenými, leč tím půvabnějšími, okouzlujíce malý sice kruh ctitelů, ale zato velmi obětavý. Musíť přinésti zájem a znalosti ze dvou neb i více věd. Vědou, jak známo, stává se souhrn poznatků teprve tehdy, když byl kriticky probádán a systematicky spořádán dle vnitřní příčinné souvislosti. Tohoto stupně vývoje dosahují však dějiny matematiky poměrně velmi pozdě. Tyto okolnosti ve spojení s nedostatkem universitních odborných přednášek z dějin matematiky vůbec,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

neřku-li přednášek o metodice tohoto oboru, ukazují, jak by podobný metodický spis byl potřebný. Na tuto mezeru v literatuře poukázáno bylo ode dvou z nejvýznačnějších historiků matematiky, od Gustava Eneströma a Gino Loriy. Eneström doporučuje[1]) jako poslední svazek velké německé Encyklopedie matematických věd »Anleitung zu mathematisch-historischen Forschungen«. Leč pro pozvednutí prací matematicko-historických nepřikládá tomutu »Návodu« takového významu jako G. Loria.[2]) Tento předložil svůj návrh na »Manuel pour l'aspirant-historien des mathematiques« matematické veřejnosti na římském kongresu a zvláště pak ve svých článcích pod názvy: »Sur les moyens pour faciliter et diriger les études sur l'histoire des mathématiques«[3]) a »Développements relatifs au projet d'un Manuel pour les recherches sur l'histoire des mathématiques«.[4]) Vzorem byly Loriovi podobné příručky z příbuzných věd, zvláště G. Mazziniho: »Avviamento allo studio critico delle lettere italiane« (2. vyd. z r. 1907) a E. Bernheima: »Lehrbuch der historischen Methode«, (vydané již několikrát). Manuel měl by: 1. podati historickou metodu v duchu Bernheimově, 2. popsati metodu vědeckých dějin literatury a jejich prameny, chronologii a metrologii, 3. vytknouti směry badání historicko-matematického a proto rozebrati hlavní díla z dějin matematiky, jakož i ukázati na materiál pro historii dějepisectví matematiky, na biografii a korespondenci matematiků, 4. pojednati o dějinách matematiky před vynalezením tisku ve staro- a středověku, o všeobecném i speciálním studiu rukopisů, jich katalogisování atd. a 5. poučiti o tištěné knize a jejích dějinách, o sebraných spisech moderních matematiků, o publikacích učených společností, o časopisech a o bibliografii. Loria si slibuje od prove-

---

[1]) G. Eneström: Über kritische Behandlung der Geschichte der Mathematik, Bibliotheca mathematica, (3), IX., (1908—9), 11.

[2]) W. W. Ball: A short account of the history of Mathematics, rec. Bibl. math., (3), X., (1909—10), 86.

[3]) Archiv f. d. Gesch. d. Naturwissensch., I., (1909).

[4]) Bibl. math., (3), IX., (1908—9), 227—236. Slíbený spis vyšel pod názvem »Guida allo studio della storia delle matematiche« v Miláně r. 1916. Pro přerušení veškerého spojení s Italií za války nemohl jsem ho použíti.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dení svého návrhu obrodu matematicko-historického badání a zabránění vzniku prací nespolehlivých a diletantských. Ve svém jižním temperamentu přeceňuje poněkud působnost Manuelu, jak mu správně vytkl G. Enestrőm.[5]) Naproti tomu není bez podkladu Loriova námitka těžké proveditelnosti Eneströmova návrhu, aby každou matematicko-historickou práci prohlédl, tedy jaksi censuroval na slovo vzatý znalec dějin matematiky.[6]) Ony práce sice neznemožní, ale aspoň omezí G. Eneströmem žádané přísné recense[7]) spíše než Loriův Manuel. Jest však jisto, že by přispěl k poznání nutnosti školených autorů matematicko-historických prací a že by školenost tu usnadnil a tak těm, kteří se badání tomu chtějí věnovati, ušetřil mnoho drahocenného času, jejž za dnešních poměrů ztrácejí shledáváním své metodické přípravy.

II. Pojem a cíl dějin matematiky.

Cesty, kterými se badání musí bráti, a metodické prostředky, jichž mu jest použíti, jsou podmíněny cílem, k němuž vědecká práce spěje, a celým stanoviskem, jež jí autor vstříc přináší.

Obsah pojmu matematického dějepisectví se během doby různě měnil. Z plének bibliografických výčtův a suchých biografických dat nebo zábavných anekdot ze života starých spisovatelů vybíraly se dějiny matematiky jen pomalu k vědecké výši.

Toto k r o n i k á ř s k é r e f e r o v á n í bylo znenáhla vystřídáno snahou, v y s v ě t l i t i vědecká fakta určitými kulturně historickými teoriemi, použíti jich jako d o k l a d ů pro předpokládané vlohy jednotlivých národů pro různé obory matematických věd, podříditi je dějinně filosofickým schematům, jak jich vyžadovala nauka o duchu doby a duchu dějin. Typickou mi tu připadá předmluva Arnethových dějin z roku 1852, kde autor staví teorii rasového nadání matematického, rasy semitsko-egyptské v Africe a arijské v Asii, proti nižším

[5]) W. W. Ball: A short account etc., recense l. c. 86.
[6]) G. Enestrőm: Über kritische Behandlung etc., l. c. 14.
[7]) Ibidem, 7, a jinde.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rasám černošské a mongolské. I Hankel[8]) dekretoval schema matematického vývoje: Předvědecké poznatky egyptsko-babylonské, geometrie řecká, aritmetické nadání indické, spojení obého a rozšíření po tehdejším světě Araby. Jest přirozeno, že v dobách starších a u autorů méně kritických široké, všeobecné, předem vytčené hypotésy lehce svádějí k nesprávnému ocenění a jednostrannému vybírání fakt a ke vkládání lecčehos do starých autorů, co tam není. Při časté nedostatečné školenosti umožňuje toto stanovisko vznik prací nevědeckých, diletantských.

Moderní matematicko-historická škola, vykazující řadu mužů, věnujících se výlučně tomuto oboru s uvědomělou metodickou přípravou, vyznačuje se vroucí oddaností historické pravdě, vyšetřené přísnou vědeckou kritikou. Odtud ono přísné měřítko v recensích, onen vášnivý boj proti šíření nespolehlivých údajů, ono volání po školenosti specielně matematicko-historické, potírání příliš odvážných, neodůvodněných a fakty nedoložených hypothés. Vedle toho stojí moderní škola pod vlivem ideje vývoje, ovládající naše vědecké myšlení, ať již ve formě Darvinovy teorie v biologii, nebo kinetického vzniku geometrických útvarů, nebo aspoň v úvahách o spojitých proměnách, zvláště však pod vlivem moderního genetického pojetí historie vůbec, ve spojení s poznáním vzájemné souvislosti duševní kultury lidské a její sounáležitosti k celému životu. Dle síly tohoto vlivu a dle toho, na čem při sledování vývoje více záleží, rozrůznila se moderní matematicko-historická škola v několik směrů.

Již Kästner, »básník mezi matematiky a matematik mezi básníky« dle Chaslesa, podává v zajímavé předmluvě ke svým dějinám[9]) své názory na dějiny matematiky se současnými vtipnými narážkami a metodickými poukazy. I Kästnerovi jest hlavním pravidlem pravda; kde ji nelze podati, jest vyznačiti pochybnosti. Žádá, aby se vyšetřilo, čemu určitý matematik se mohl naučiti od předchůdců a zač mu mohou vdě-

---

[8]) H. Hankel: Zur Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter, (1874).

[9]) A. G. Kästner: Geschichte der Mathematik, Göttingen (1790—1800).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

čiti nástupci, tedy aspoň zdaleka vývoj matematických poznatků. Pokud ovšem jeho dějiny těmto všem požadavkům vyhovují, není zde na místě rozhodovati.

Dle S. Günthera[10]) formuluje Priestley po prvé dějiny exaktních věd jako komparativní nauku metod.[11])

Myšlenkové proudy posledních let přiléhavě charakterisuje G. Sarton[12]) v Isis r. 1913: Uvedeme několik význačných zjevů matematicko-historických, jakožto příklady různých směrů od naprostého podřízení dějin matematiky účelům kulturně historickým až po snahy, pokud možno odpoutati dějiny ty od všeho nematematického.

Na nejzazším křídle stojí C. H. Müller,[13]) jenž v dějinách matematiky hledá jen odpověď na otázku: »Co znamená a co za různých dob znamenala matematika pro kulturu?«[14])

Kus tragiky vyzírá z vědeckého osudu Cantorova. Tento badatel tvoří přechod ze starší periody dějin matematiky ke škole moderní. Jeho slavné »Beiträge« vyšly 11 let po Arnethových dějinách.[15]) Ukazují lví spár, který si vynutil uznání i u tak přísného a vůči Cantorovi neúprosného kritika jako jest G. Eneström. P. Tannery v recensi o prvém díle jeho velkých dějin praví, že si Cantor od »Beiträge« zachoval bohatství sugestivních domněnek a schopnost divinace, tak potřebné při studiu otázek temných a sporných, že pak získal historiku nepostradatelné vlastnosti, obezřelost v exposici nových thesí a nestrannost v diskusi mínění, byť naprosto opač-

---

[10]) S. Günther: Ziele und Resultate der neueren mathematisch-historischen Forschung, Erlangen, (1876), 69.

[11]) J. Priestley: Geschichte und gegenwärtiger Zustand der Optik, deutsch, von G. S. Klügel, Leipzig, (1776).

[12]) G. Sarton: Les tendances actuelles de l'histoire mathématique. Isis I., (1913—14), 578.

[13]) C. H. Müller: Studien zur Geschichte der Mathematik insbesondere des mathematischen Unterrichtes an der Universität Göttingen im XVIII. Jahrhundert, Abh. z. Gesch. d. math. Wissenschaften, (1904).

[14]) G. Eneström: Über planmässige Forschung auf den mathematisch-historischen Forschungsgebiete, Bibl. math., (3), VIII., (1907—8), 11.

[15]) M. Cantor: Matematische Beiträge zum Kulturleben der Völker, Halle, (1863).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ných svému vlastnímu.[16]) Dle předmluvy jest účelem »Beiträge« ukázati, kde se vyskytují stejné matematické poznatky, z nichž lze usuzovati na kulturní styky národů. Dle Cantora mají dějiny exaktních věd hlavní význam pro vyučování a pro dějiny lidstva jako kulturního celku.[17]) Proto snaží se podati dějiny matematiky na kulturním pozadí. Když mu Eneström toto jeho pojetí vytýkal, bránil[18]) práva každé individuality na své pojetí, jen když dle sil svých předstihuje práce starší. Příklad ryzí matematiky v dějinách vidí ve velké »Encyklopedii matematických věd«, kde na př. Pringsheim s velkým uměním seřadil poučky, opatřené v poznámkách poukazy, kdy a kdo je objevil, takže čtenář vyčítá z nich vývoj příslušné teorie. Cantor dle vlastních svých slov zdůrazňuje v pojmu »dějiny matematiky« slovo »dějiny«. Jeho kulturně historické pojetí vede jej přirozeně ke tvoření hypothés. Oprávněnosti tohoto počínání právě hájí, opírají-li se hypothésy o fakta a zůstává-li si autor jich hypothetického podkladu vědom, ba zdají se mu býti nutným poukazem nematematikům, filologům a jiným odborníkům, co mají z matematického materiálu pro historiky matematiky zaznamenávati. Také způsob, jakým si rozdělil látku ve svých velkých dějinách dle zemí, matematiků, stále kratších a kratších období, souvisí s tímto pojetím. Již při posudku II. dílu ukazoval P. Tannery,[19]) jak se stává téměř nemožno následkem vzrůstu materiálu od založení akademií zpracovati dějiny v jediném toku, nýbrž že je nutno rozděliti celou látku na dějiny jednotlivých oborů. To pro druhou polovinu XVIII. stol. uznal i Cantor sám na matematickém kongrese r. 1900,[20]) kde si představuje dějiny matematiky pro dobu po r. 1759 jako dějiny jednotlivých oborů se

---

[16]) Bull. d. sciences mathématiques (Darboux), XV. (1880) 305.

[17]) H. Stoy: Zur Geschichte des Rechenunterrichtes I. Th., recense Cantorova, Zeitschrift für Math. u. Phys. XXII. (1877), Hist.-litt. Abt. 56.

[18]) M. Cantor: Wie soll man die Geschichte der Mathematik behandeln? Bibl. math. (3), IV., (1903/4), 114.

[19]) M. Cantor: Vorlesungen etc., II. díl, recense Tanneryova, Bull. d. sciences math., XXVIII., (1893), 58.

[20]) M. Cantor: Sur l'historiographie des mathématiques, Congr. int. d. math. (1900).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zakončujícím dílem, který by resumoval ideje dílů předchozích. Tragika jeho vědeckého osudu záleží v tom, že právě on, jenž tak mistrně zpracovával prameny pro své cenné studie a jimi učinil z dějin matematiky teprve vědu,[21]) jejím pozdějším pokrokům nepostačil. Byloť mu zvláště Eneströmem ostře vytýkáno v recensích jeho velkých dějin a v řadě úvodních článků pod různými tituly, jakož i ve stálé rubrice oprav jeho dějin, uveřejněných v Bibl. math. od r. 1900, že opomíjí moderní matematicko-historickou literaturu, nerozumí pramenům, nedostatečně zná matematiku, přílišně a neodůvodněně důvěřuje schematicky předem postaveným hypothésám, přináší nespolehlivé zprávy, zkrátka vytýkána mu nevědeckost a diletantismus. Byť i Cantorovy dějiny vyžadovaly hojných korrekcí a údaje jejich musily býti co do spolehlivosti zkoumány, byť i některé hypothésy jejich byly příliš odvážny, přece budí úctu před neúnavnou prací a vysokou inteligencí v nich uloženou. Jejich význam pro pokrok dějepisectví matematického jest nesporný, neboť jsou kostrou, bohatým podkladem pro další práce.

Representantem francouzské moderní školy jest Paul Tannery. Německou oposici proti suchému, schematicky pojímanému řetězu idejí přenesl do své vlasti. »Snažil se porozuměti historické skutečnosti, viděti vědu rodící se z praktických, technických a sociálních potřeb a tradic, vědce chápati jako skutečné žijící lidi.«[22]) Ve vlastní historii,[23]) která zbývá po vyloučení částí bibliografických a těch, jež dle jeho názoru patří do vědy samé, totiž úvah o určité metodě, o poměru mezi ní a metodami novějšími, konečně vylíčení theorémů nebo řešení problémů, vidí pletivo domněnek různé pravděpodobnosti, jež se mění novými fakty, kritikou a hypothésami. »Proto nikdy není ukončena historická kritická práce požadující souhrn materiálních fakt, stanovící jejich logickou filiaci, po případě vysvětlující nesouhlas mezi nimi. Účelem historie vědy není ukojiti marnou zvědavost, nýbrž ob-

[21]) M. Cantor: Vorlesungen etc. I. díl, 2. vyd., Eneströmova recense, Bibl. math. (3), VII., (1906/7), 405.

[22]) Paul Tannery: Bull. d. sciences math., XL., (1905), 104.

[23]) P. Tannery: Le vrai problème de l'histoire des mathématiques anciennes, Bull. d. sciences math., XX., (1885), 104.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jasniti studiem minulosti budoucnost.«[24]) Tento účel ukládá dějinám matematiky také různé úkoly. Jako příklad uvádí nutnost podrobného vyšetření příčin úpadku řecké matematiky po rozkvětu v tak zvané »zlaté době«, neboť kdyby nějaké velké sociální převraty povznesly v čelo lidské společnosti vrstvy hospodářsky materielněji založené, tu by se chemie, fysika a i astronomie dočkaly pro svou praktickou užitečnost a nepostradatelnost v technickém a hospodářském pokroku vždy podpory a rozvoje. Ale matematika? Její využití v přírodních vědách garantuje zájem společnosti na ní až ve druhé řadě. Proto třeba po poučení na minulosti zabrániti podobnému úpadku v budoucnosti. Když se pak Tannery ucházel o stolici dějin exaktních věd na Sorbonně, precisoval přesněji své myšlenky o cíli těchto dějin.[25]) Exaktní učenec žádá dle něho »specielní detaily, filiaci idejí a řetěz objevů, historik, nerozumějící exaktním vědám, populární nástin, filosof rovněž, ale obšírnější v otázkách metody a vývoje vědeckých idejí«. Všem nelze vyhověti, jak se o to pokusil Cantor. Proto jest cíl každého díla jiný dle kruhu čtenářstva, pro něž jest psáno.

Z nejvýznamnějších italských moderních historiků matematiky jest Gino Loria. Dle jeho přesvědčení[26]) lze dějiny matematiky neškodně odloučiti od ostatního světa, od všeobecných dějin myšlenek a i od politické historie jen při thematu omezeném na malý zlomek celého komplexu matematické vědy, ač i tu ohled na všeobecné dějiny může býti s užitkem. Kdo se však chce povznésti ke všeobecným úvahám, může se dodělati správných konklusí jen v rámci všeobecných dějin. Takové kulturně historické zpracování zove »vyšším«. Cílem historie matematiky jest Loriovi »rekonstrukce minulosti pomocí všech stávajících pramenů informace«.

Aug. Heller[27]) pokládá za jádro dějin fysiky dějiny

---

[24]) Ibidem, 111.

[25]) P. Tannery: De l'histoire général des sciences, Rev. d. synthése historique, VIII., (1904), 3.

[26]) G. Loria: Développements etc., Bibl. math., (3), IX., 227—236.

[27]) A. Heller: Über die Aufgabe einer Geschichte der Physik, Abh. z. Gesch. d. math. Wissensch., IX., (1899), 181.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vývoje idejí. Ty nazývá »vnitřními dějinami« fysiky, kdežto dějiny života a vývoje jednotlivých badatelů jsou mu »dějinami vnějšími«. Není bez zajímavosti, že témuž autorovi o 17 let dříve vytýkal S. Günther, že napsal dějiny »fysiků« a nikoli »fysiky«, ač recensent si nepřeje zatlačení biografického elementu pod čáru nebo snad dokonce jeho vytlačení z dějin vůbec.[28])

Ve zmíněné recensi jakož i v recensi dějin Suterových,[29]) kde praví, že není jediným účelem dějin podati obšírnou znalost vynikajících jednotlivců, naznačuje S. Günther své názory, jež došly plného vyjádření r. 1876 ve spisku: Ziele und Resultate der neueren mathematisch-historischen Forschung. Dějiny matematiky pokládá za samostatnou vědu, pěstovanou pro sebe samu,[30]) mající však širší význam. Plně cítí úzkou souvislost matematiky s celým kulturně historickým prostředím a myšlenkovým vývojem jednotlivého autora, leč její dějiny jsou mu více než snůškou životopisů a knižních titulů, totiž komparativní naukou metod.[31]) Sleduje metody objevů, vznik myšlenek v pomalém vývoji během věků, jak praví P. Tannery, který jej proto zve evolucionistou.[32])

Historický a biografický moment ze souvislého vylíčení dějin matematiky vylučuje H. G. Zeuthen. Odkazuje jej[33]) do zvláštní úvodní kapitoly, aby nerušil tok svých dalších vývodů, jichž cílem jest vylíčiti vývoj matematiky srovnané dle látky.

Druhé nejzazší křídlo tvoří G. Eneström. Dějiny matematiky vybudovává na přesných, vědeckou kritikou peč-

---

[28]) A. Heller: Geschichte der Physik von Aristoteles bis auf die neueste Zeit, Güntherova recense, Zeitschr. f. Math. u. Phys., XXVIII., (1883), hist.-lit. Abt. 20.

[29]) H. Suter: Geschichte der mathematischen Wissenschaften, II. díl, Güntherova recense, Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXI. (1876), hist.-lit. Abt. 65 nn.

[30]) L. c., 4.

[31]) L. c., 8 nn.

[32]) S. Günther: Ziele und Resultate etc., Tanneryova recense, Bull. d. sciences math., XIII., (1878), 145.

[33]) H. G. Zeuthen: Geschichte der Mathematik im XVI. und XVII. Jahrhundert, Lipsko, (1903).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

livě vybudovaných základech, opírajících se o pokud možno nejsvědomitěji vyšetřená spolehlivá fakta. Věda pro vědu, které se pěstitelé oddají celým svým vědeckým snažením, věda matematická, psaná matematiky na prvém místě zase pro matematiky, z níž nutno vše nematematické pokud možno vyloučiti, jest mu kýženým ideálem, za nímž spěje s veškerou houževnatostí svého severského temperamentu, celou silou své vysoké inteligence. Ve vroucím nadšení pro svou ideu láme kopí na kolbišti ostrých vědeckých polemik, zachází až ke chladné bezohlednosti svých přísných kritik, přináší i nejminuciesnější korrekce ve svých obšírných recensích. Při jeho přísném vědeckém stanovisku jest nasnadě, že pokud možno nejabsolutnější vědecká pravda jest mu conditio sine qua non. Odtud jeho neúprosné kritiky, zvlášť otevřený ostrý boj proti některým nespolehlivostem Cantorových »Vorlesungen«. Proto snaží se všemi prostředky zabrániti publikaci prací nepovolaných autorů[34]) aneb aspoň dosíci, jak jsem již uvedl, nad jejich pracemi jakési censury povolaných znalců.[35]) Ideálními kulturně historickými dějinami matematiky nazývá[36]) ty, které v případech, kde nelze nějaký zjev matematicko-historický vysvětliti věcnými důvody matematickými, snaží se jej vysvětliti zvláštním nadáním určitého matematika nebo určitými časovými proudy, prostředím kulturním, na němž jest matematický vývoj závislý. Leč toto ideální zpracování pokládá dnes za naprosto nedostižné mezi jinými důvody i proto, že předpokládá úplnou znalost souvislosti duševních schopností člověka.[37]) Také otázku opačnou, jaký význam má matematika pro kulturu, jejíž odpověď ostatně neřadí mezi úkoly dějin matematiky, pokládá za nezodpověditelnou, dokud nebude vyšetřena otázka, jak by se byla vyvinula naše kultura,

---

[34]) G. Eneström: Welche Forderungen sind an Rezensionen mathematischer Arbeiten zu stellen? Bibl. math., (3), V., (1904/5), 300.

[35]) G. Eneström: Über kritische Behandlung der Geschichte der Mathematik. Bibl. math. (3), IX., (1908/9), 13.

[36]) G. Eneström: Über kulturhistorische und rein fachmässige Behandlung der Geschichte der Mathematik, Bibl. math., (3), IV., (1903/4), 1.

[37]) G. Eneström: Zur Frage über Behandlung der Geschichte der Mathematik, Bibl. math., (3), IV., (1903/4), 228.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kdyby se byla většina práce na matematiku vynaložená věnovala jinému oboru, otázka to, kterou dnes nelze zodpověděti.[38]) Dosavadní pokusy v tomto směru nazývá pouze »kulturně historickými dějinami matematiky« a obrací proti tomuto směru, tak hojně pěstovanému, nejčastěji ostří svého břitkého péra. Toto jeho stanovisko jest snad také příčinou, že ve výčtu[39]) pomocných věd uvádí sice matematiku, literární historii a filologii, nejmenuje však dějepisu. Kulturně historickým dějinám matematiky vytýká řadu hříchů. Staví si prý dle tvrzení Eneströmova[40]) předem určité hypothésy, jimiž doplňují, ba i opravují fakta. Nemají pevného podkladu, neboť málokterá matematická teorie a matematický objev měl patrný vliv na kulturu.[41]) Vysvětlují matematická fakta důvody byť i někdy zajímavými, přece jen příliš odlehlými, v detailech nejistými.[42]) Nehodnotí správně důležitost jednotlivých otázek[43]) a ukládají dějinám matematiky nevhodné, složité problémy, jako na př. Tanneryův problém o úpadku matematiky.[44]) Měly by býti vůbec ponechány kulturním historikům, kdežto matematikové mají se věnovati zcela jiným dějinám, jež Eneström nazývá »odbornými« a ohražuje se proti tomu, aby tento jeho směr nebyl degradován Loriou, který kulturně historický směr nazval »vyšším«.[45])

---

[38]) G. Eneström: Über Probleme der mathematischen Geschichtsschreibung, Bibl. math., (3), XI., (1910/11), 2.

[39]) G. Eneström: Ziele und Aufgaben eines Organes für mathematisch-historische Forschung und für aktuelle Fragen auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften, Bibl. math., (3), I., (1900/1), 1.

[40]) G. Eneström: Über kulturhistorische etc., Bibl. math., (3), IV., 1—6.

[41]) G. Eneström: Über planmässige Forschung etc., Bibl. math., (3), VIII., 11.

[42]) G. Eneström: Zur Frage der verschiedenen Arten mathematischer Geschichtsschreibung, Bibl. math., (3), X., (1909/10), 4, 7.

[43]) G. Eneström: Über kulturhistorische etc., Bibl. math., (3), IV., 5.

G. Eneström: Zur Frage der verschiedenen etc., Bibl. math., (3), X., 6.

[44]) G. Eneström: Über Probleme etc. Bibl. math., (3), XI., 2.

[45]) G. Eneström: Zur Frage der verschiedenen etc., Bibl. math., (3), X., 13.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Druhý směr, k němuž se Enestrom snaží svůj poměr vyšetřiti, jsou »literární dějiny matematiky«,[46]) jak nazval směr, všímající si spisů matematických, jak chronologicky vyšly, s příležitostnými poznámkami o jich obsahu a autorech. Směr ten sice nepokládá za nevědecký, jak výslovně podotýká, ale staví proti němu svůj ideál dějin matematiky, jejž v tomto spojení nazývá »vědeckým«. Byť i výsledky této literárně historické práce byly zajímavé, nejsou mu ještě »vědou«, nýbrž teprve přípravou k ní,[47]) která činí prameny přístupnými, sbírajíc a vydávajíc materiál potřebný pro vědecké dějiny. Vlastním cílem mohou literární dějiny matematické býti spíše ve všeobecných dějinách literatury než v dějinách matematiky. Ani dějiny objevů ani dějiny matematiků, kde biografický element má převahu, nejsou Eneströmovým ideálem.

Tážeme-li se, co jest tedy oním kýženým ideálem, oněmi »odbornými« a »vědeckými« dějinami, jež mají býti účelem dějin matematiky, metou, k níž jest všem badatelům spěti jako k nejvyššímu cíli, tu odpovídá švédský vědec: »Dějiny vývoje matematických teorií a metod,[48]) které teprve činí z dějin vědu. Byť i lze při monografiích připustiti obšírnější zřetel na nematematické okolnosti, nutno při souborném zpracování omeziti nematematické části na př. všechny životopisné a osobní okolnosti na minimum, aby tím lépe vynikla vývojová souvislost jednotlivých matematických fakt. Ústupky připouští jen při spisech populárních a při úvodních universitních přednáškách [49]) ač při díle, psaném nejen pro kruhy učenecké, ale i pro vzdělané obecenstvo mu nevadí, nerozumí-li mnohý čtenář většině čteného, neboť nevýhoda ta jest prý dle Eneströma vyvážena tím, že přemnozí čtenáři nabudou všeobecné představy o významu dnešní badatelské čin-

---

[46]) G. Eneström: Über litterarische und wissenschaftliche Geschichtsschreibung auf dem Gebiete der Mathematik, Bibl. math., II. (1901/2), 1.

[47]) G Eneström: Über planmässige etc., Bibl. math., (3), VIII., 1—12.

[48]) G. Eneström: Über litterarische etc., Bibl. math., (3), II., 1—7.

[49]) Ibidem, 7.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nosti.[50]) Vývojové dějiny matematiky musí se snažiti vysvětliti jednotlivá historická fakta z předcházejícího stavu matematiky nejvýše za pomoci individuálního nadání dotčeného matematika.[51]) Z tohoto názoru vyplývá řada problémů, na př.: stanoviti cestu, která nějakého matematika vedla k jeho objevům; určiti, které matematické práce a myšlenky lze pokládati za přípravu pozdějších objevů;[52]) vyšetřiti, které otázky zajímaly v různých dobách na prvém místě matematiky a v které jsou souvislosti.[53]) Takto pojímané dějiny matematiky jsou mu více než vědou literární a kulturně historickou, jsou mu vědou matematickou,[54]) kterou lze nejspíše ještě srovnati s dějinami filosofie.[55]) Jak již praveno, tento směr jest Eneströmovi nejvyšším cílem, jemuž jest vše podříditi, proto mají se autoři podrobiti určitým všeobecným normám.[56]) Snaží se získati mladé, nadané pracovníky, z nichž by se měli jiným směrům věnovati jen ti, jejichž schopnosti pro jeho směr nestačí, neboť dnes právě na tomto směru nejvíce záleží. V polovině stol. XIX. bylo málo zájmu na dějinách matematiky a tudíž nezáleželo tolik na směru matematicko-historických děl, psaných jen pro několik milovníků. V polovině XX. stol. zajisté již bude existovati řada dobrých vývojových dějin, takže nebude potřeba pracovníků tak veliká. Ale dnes, kdy se má tento stav teprve vytvořiti, jest každé schopné hlavy třeba.[57]) Odtud ten boj proti jiným smě-

---

[50]) G. Eneström: Die Geschichte der Mathematik als Bestandteil der Geschichte der mathematischen Wissenschaften, Bibl. math., (3), VII., (1906/7), 4.

[51]) G. Eneström: Zur Frage der verschiedenen etc., Bibl. math., (3), X., 8.

[52]) G. Eneström: Über Probleme etc., Bibl. math., (3), XI., 4.

[53]) G. Eneström: Welcher Platz gebührt der Geschichte der Mathematik in einer Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften? Verhandl. d. 3. intern. Math. Kongr., Heidlberg (1905).

[54]) Ibidem.

[55]) G. Eneström: Zur Frage der verschiedenen etc., Bibl. math., (3), X., 7.

[56]) G. Eneström: Zur Frage über die Behandlung etc., Bibl. math., (3), IV., 5.

[57]) G. Eneström: Zur Frage über die Behandlung etc., Bibl. math., (3), IV., 226.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rům, kterým vytýká, že odvádějí nadané pracovníky, odtud také jeho přísné posudky.

Kdo dnes vážněji přemýšlí o metodických otázkách dějin matematiky, ten musí zaujmouti určité stanovisko ke směru celého snažení, které jistě bude podmíněno zvláště reakcí na vývody Eneströmovy. Vždyť tento badatel se nejvíce zabýval otázkami sem spadajícími, jimž věnoval, jak jsem již dříve podotkl, od r. 1900 úvodní články svého časopisu. I já dovolím si zde své názory precisovati.

Spolehlivost sdělených fakt, přísná svědomitost při vyšetřování pokud možno nejabsolutnější p r a v d y jest prvou podmínkou, pročež jsou korrekce Eneströmovy velmi záslužny. Dějiny matematiky v celé b o h a t o s t i svých zjevů jsou předmětem badání historického. Proto bych neomezoval badatele. Vědeckým zajisté může býti každý směr, jen když hoví všeobecným požadavkům vědecké práce, totiž systematickému pořádání fakt kriticky probadaných a dovolává-li se spolehlivých, z pramenů doložených údajů, podepřených stávající kulturou. Kde pak nutno použíti hypothésy, tam musí si autor tohoto hypothetického podkladu býti stále vědom a tím svědomitěji zkoumati vše, co by mohlo hypothésu vyvrátiti. Proto nemohu souhlasiti s Eneströmovým označením vývojových dějin dějinami »vědeckými« a »odbornými« na rozdíl od směrů jiných. V Eneströmově volání po dějinách vývoje matematických idejí vidím ohlas moderních směrů historických. Přiblížení toto jest mi sympatické.

Také pojmenování různých směrů převzal bych raději z dějepisu,[58]) než abych se přidržoval pojmenování zvolených jednotlivými autory někdy jednostranně a vyvolávajících snadno nedorozumění. Prvé stadium dějin matematiky, které podává kronikářské výčty matematických objevů, bibliografické seznamy matematických děl, prostá vypravování životopisná, vše bez zvláštní tendence a bez každého vnitřního zdůvodnění, jest dějepisem r e f e r u j í c í m. Druhé stadium, kdy jest účelem vypravování nikoli obsah matematických zjevů minulých, ale zdůvodnění nějaké všeobecné, na př. kulturně historické hypothésy, nauky o zvláštním nadání nějakého ná-

[58]) E. Bernheim: Lehrbuch etc., vyd. 5. a 6., (1908), 21 nn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

roda a pod., nebo kde se jeví jakákoli tendence didaktická či jiná, jest dějepisem pragmatickým. Nesouhlasím tudíž s Nesselmannem, který, jak praví Loria, takto nazval dějiny malého zlomku vědy, data nějakého a pod.,[59]) nýbrž používám označení, zavedeného v dějepise již Polybiem. Tážeme-li se však, jak se historická událost stala tím, čím jest, na souvislost fakt, na místo, kam ji zařaditi v celkovém vývoji dějinného proudu, tu nalézáme odpověď v genetickém dějepise, požadavku to dnešního vědeckého názoru. Proto nezáleží na tom, vede-li záliba autora ke zdůraznění vztahů matematiky s kulturní historií nebo k probadání nějakého literárního díla, jen když dovede vyhledati kořeny uvažovaného zjevu, využíti jich kriticky a zařaditi zjev ve vývojovou linii: všímáme-li si výlučně teorií matematických, při čemž postupujeme ovšem geneticky, přicházíme ke směru Eneströmovu, jejž hojně pěstovati by jistě bylo velmi záslužno. Genetické stanovisko přirozeně vylučuje podkládati dějinám matematiky cizí tendence. Věda pro vědu musí býti dle mého názoru hlavní vzpruhou badatelovou, kterému jest se oddati svému studiu s láskou. Věda nese zajisté ovoce i mimo úzký okruh svého oboru. Dějiny matematiky mají velký význam didaktický[60]) i hodegetický,[61]) zabraňujíce tříštění badatelů na neřešitelných nebo již rozřešených problémech, ukazujíce různé cesty, jimiž může badání dojíti svého cíle, tak jako jiné vědy mají význam pro život a musí si všímati také problémů života. Avšak tyto ohledy nemají býti jedině a hlavně vedoucími motivy, neboť plody vědecké práce často až po velmi dlouhé době uzrávají pro jiné obory a pro život. Badatel nemůže tušiti, co bude jednou budoucnost v jeho práci hledati.

Poněvadž genetický názor se táže po vzniku a vývoji určitého fakta, jest přihlížeti ke všem složkám, jimiž jest uvažovaný zjev podmíněn.

Ovšem budou se na prvém místě vyhledávati složky ma-

---

[59]) G. Loria: Développements etc., Bibl. math., (3), IX., 228. G. H. F. Nesselmann: Die Algebra der Griechen, Berlin, (1842), 19.

[60]) Q. Vetter: Dějiny matematiky ve vyučování středoškolském, Věstn. čes. prof., XXIV., část paed., 54—64.

[61]) S. Günther: Ziele etc., 5 nn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tematické, které jsou pro nás nejdůležitější. Ale věda naše jest výtvor lidí, a proto i člověk, autor onoho fakta, jest podstatným činitelem. Vždyť i Eneström připouští individuelní nadání příslušného matematika za směrodatné. Tím nabývá oprávnění biografický element. Jest přirozeno, že biografie matematika bude psána zcela jiným duchem, než umělce nebo kohokoliv jiného, jak plyne ze základů nauky o metodě biografiky, podaných L. Steinem.[62]) Při tvůrčí práci matematické hraje význačnou úlohu podvědomý život představ. Upozorňuji jen na známý výklad H. Poincaréa. Na matematickou práci může míti vliv i duševní život badatelův, na př. mystický sklon Keplerův, jak se o něm rozepsali Günther, Förster a Rollet.[63]) I pouhý cit vděčnosti zavazuje potomstvo všímati si nejen výtvorů vědeckých, nýbrž i mužů, kteří jim věnovali snažení snad celého žití, často strádáním a utrpením vyplněného. A nejen v životech matematiků, i v technických výtvorech, v leckterých zjevech života vůbec lze nalézti potřebný materiál pro dějinné badání. Správně vidí, jak jsem již podotkl, Loria dějiny matematiky v rekonstrukci její minulosti pomocí všech stávajících pramenů informace. Že pro tyto nematematické části bude v monografii více místa než v souborném díle, kde tyto části nesmí zatlačiti vlastní látku, dějiny matematické vědy, toť ovšem samozřejmo.

Tyto zde vyslovené názory tvoří rámec dalších úvah.

III. Poměr k jiným vědám.

Příroda, proud dění i obé vnímající a zpracovávající člověk, jsou tak komplikované celky, jichž prvky jsou spjaty množstvím vzájemných vztahů, že nelze jeden obor vědní od ostatních zcela odloučiti, uzavříti jej jakousi čínskou zdí.

---

[62]) L. Stein: Zur Methodenlehre der Biographik, Biographische Blätter, I., (1895), 29.

[63]) S. Günther: Ziele etc., 20 a 115 nn.

W. Förster: Joh. Kepler, Populärwissenschaftliche Vorträge, Berlin, 6, (1862).

Rollet: Přednáška na 48. sjezdu německých přírodopiscův a lékařů ve Štýrském Hradci (1875).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tím by se stal neplodným a zašel na scestí. Každá věda musí se opírati o výsledky jiných věd, čerpati z nich obohacení motivů neb jich aspoň používati jako pomůcek badání. Tato poslední okolnost vytvořila zvláště v historii užívaný pojem t. zv. pomocných věd. S hlediska dějin matematiky lze také řadu věd považovati za pomocné. Poněvadž matematické poznatky slouží ve svých aplikacích hojně praktickému životu a jiným vědám, lze někdy v těchto oborech nalézti materiál pro vlastní matematicko-historické účely.

Styk dvou vět jest však také ještě jiný. Obírají se často stejnými předměty, ovšem s různých hledisek, ba někdy mohou tato hlediska spojitě jedno v druhé přecházeti. Nutno proto poukázati na poměr naší vědy k vědám pomocným a příbuzným, při čemž předem vyloučíme otázky zvláštní školenosti a vlastní úkoly pomocných věd při badání matematicko-historickém, ponechávajíce si je pro pozdější úvahy.

Dějepis všeobecný a kulturní pomáhají vykresliti prostředí, v němž tvůrci matematiky vyrůstali a žili. Poněvadž každá vědecká a tedy i matematická činnost jest výtvorem lidského ducha, ovocem lidské práce, jsou i dějiny této činnosti v určitém smyslu součástí dějin lidské společnosti, tedy pojem zvláštní, podřaděný širšímu, obecnějšímu pojmu všeobecných dějin. Proto si mají také tyto všímati resultátů dějin matematiky. Kdežto však naše věda svůj hlavní zřetel obrací k matematickému dění, pokud který zjev měl význam pro další vývoj matematických věd, bude historika zajímati, zda a pokud se způsob matematického myšlení obráží v usuzování společnosti lidské v určité době, pokud mají aplikace matematických teorií praktický hospodářský význam, zkrátka, čím přispěly matematické vědy k vývoji člověka, jakožto sociálního tvora. Dějiny matematiky mohou také výhodně použíti, ovšem s patřičnými změnami, metodiky dějepisné, jež jest velmi propracována.[64])

---

[64]) Poukazuji zde jen na díla:

E. Bernheim: Lehrbuch etc., kde jest uvedena obšírná literatura.

Ch. V. Langlois et S. Ch. Seignobos: Introduction aux études historiques, Paříž, (1898).

A. Meister: Grundzüge der historischen Methode, Grundriss der Geschichtswissenschaft, díl I., část 6., Lipsko, (1913).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Také literární dějiny jsou vědou, jež dějinám matematiky mohou poskytnouti některé metodické pomůcky. Jakožto širší obor, zabývající se literární produkcí v nejširším toho slova smyslu, tedy také vědeckou, zahrnují i literárně historickou část dějin matematiky. Ovšem, jejich základní hledisko liší se od matematického.

Dějiny filosofie podávají myšlenkový okruh, z něhož duševní činnost jednotlivých dob vyrůstala. Souvislost matematického a filosofického myšlení, která jest vyznačena i tím, že přečasto významné myšlenky obou těchto oborů vznikly v téže hlavě, jest zvlášť úzká. Jest nasnadě, že v současné filosofii nalézáme někdy základy, z nichž psychologicky vyrůstaly ideje matematické a naopak. Proto dějiny každého tohoto oboru naleznou v dějinách druhého oboru složky pro vysvětlení svých zjevů.

Dějiny exaktních a technických věd stýkají, ba proplétají se s dějinami matematiky všude tam, kde problémy jejich byly matematiky zpracovány a kde používáno stejných metod.

Logika a psychologie jednají o cestách, jimiž matematický badatel se dopracovává svých výsledků.[65]) Dějiny poskytují za to jmenovaným naukám látky pro jejich úvahy.[66])

Že dějiny matematiky jsou součástí vědy matematické, to by snad bylo zbytečno dokazovati. Vždyť jen na stanovisku matematickém lze získati to jemné cítění pro potřeby této vědy, které umožňuje správně hodnotiti jednotlivé úkazy minulosti. Jaký význam pro pochopení přítomného stavu vědy má znalost její minulosti, o tom jsem se již jinde zmínil.[67])

Zvláštní postavení zaujímají chronologie, metrologie a peněžnictví. Jsouce z části vědami pomocnými,

---

[65]) G. Eneström: Zur Frage der verschiedenen etc., Bibl. math., (3), X., 8, ukazuje na důležitost psychologického výkladu matematických zjevů.

[66]) E. Mach: Erkenntnis und Irrtum, 2. vyd., Lipsko (1906), pěkně vykládá badatelskou činnost na historických příkladech.

[67]) Q. Vetter: Dějiny matematiky etc., Věstn. čes. prof., XXIV., část paedag., 54 nn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jichž prostřednictvím lze porozuměti některým pramenným údajům a je vyložiti, tvoří také zároveň materiál přímého matematicko-historického badání, pokud jsou výrazem početní činnosti.

IV. Heuristika a bibliografie.

Při každém metodicky postupujícím badání historickém nutno materiál sebrati a jemu porozuměti — práce heuristická — skutečná fakta konstatovati a látku spořádati — práce historické kritiky — jednotlivé zjevy správně oceniti a souvislost poznati — pojetí — látku vhodně vyjádřiti — zpracování.[68])

Historický materiál nalézáme v pramenech, které dělíme na pozůstatky a tradici.

Pozůstatky jsou přímé prameny, bezprostřední doklady o matematické činnosti, na př. číslovky v nějaké řeči svědčí o vytvořování pojmu čísla a číselné soustavy, nápisy o matematických vědomostech svých tvůrců, stavby o dovednosti v používání matematických aplikací, jak jsem si dovolil ukázati ve své přednášce o dějinách nivelace,[69]) a pod. Sem patří také veškeré spisy matematického obsahu a posléze listiny a pozůstatky, týkající se osob matematiků. Že matematický materiál lze nalézti i v nematematických spisech různého druhu a zvláště, byl-li jejich autorem matematik, jak na to již Kästner poukázal,[70]) nemusím podotýkati.

Tradicí zoveme vše, co se o událostech zachovalo pomocí nějakého prostředníka, co tedy bylo lidským pojetím třeba bezděčně pozměněno. Pod tímto slovem zahrnujeme ústní a písemné podání matematicko-historického obsahu, na př. zprávy o nejstarších matematických objevech, legendy o matematicích a jejich biografie a v poslední řadě matematicko-historické spisy.

Mnohé matematicko-historické prameny jest třeba teprve objeviti neb aspoň učiniti přístupnými. Enestrom v jednom

---

[68]) Při vývodech o těchto jednotlivých metodických částech (kap. IV.—VII.) použil jsem uvedené již učebnice Bernheimovy (kap. III.—VI.) a spisku Meisterova.

[69]) Dne 3./6. 1917 v Jedn. čes. mat. a fys.

[70]) A. G. Kästner: Geschichte etc., 14.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ze svých metodických článků[71]) ukazuje, že pro starověk jest nutno ještě uspořádati dobrá vydání a překlady nejdůležitějších matematiků a dobré monografie o ostatních. Staro- a středověké spisy orientální jsou dosud ještě velmi málo vydávány, neboť matematikové nemívají potřebných filologických znalostí a orientalisté matematického zájmu. Křesťanská středověká matematická literatura jest většinou v rukopisech dosud neprobadaných. Bylo by záhodno pořídit seznam tohoto materiálu, nejdůležitější texty vydati a o ostatních vypracovati obšírné referáty. I z tištěných knih jsou mnohé pro svou vzácnost těžce přístupny, pročež by se měly monograficky zpracovati. Ba nemáme dosud kriticky vydány ani sebrané spisy všech vynikajících matematiků.

Vyhledávati určité ztracené matematické rukopisy jest nesmírně obtížno, jak podotýká M. Cantor,[72]) neboť jest nutno nejen pracně v bezpočetných dílech všeho druhu shledávati poukazy, aby se našla stopa třeba lichá, nýbrž i vybrati z komplexů, v nichž bývají starší rukopisy uloženy, co hledanému autoru přísluší. Při tom nelze se spoléhati na poznámky rukopisných katalogů, jichž autoři bývají sice bibliograficky a všeobecně historicky velmi vzděláni, matematice však zpravidla nerozumějí. Proto musí se historik matematiky obeznámiti s naukou o rukopisech, částí to nauky o archivech, jakož i s prací v těchto. Archivnictví vykazuje obsáhlou literaturu[73]) i řadu katalogů rukopisných. Pro moderní rukopisy podal zajímavý návrh Eneström,[74]) aby totiž byly zřizovány z pozůstalostí matematiků archivy. K tomu podotýkám, že rukopisný materiál dnešních matematiků by byl velmi cenným materi-

---

[71]) G. Eneström: Über planmässige etc., Bibl. math., (3), VIII., 2 nn.

[72]) Scritti da Leonardo Pisano publicati da Bald. Boncompagni, Řím (1857), recense Cantorova, Zeitschr. f. Math. u. Phys., VIII., hist.-lit. Abt., 41.

[73]) Literaturu viz: A. Hettler: Archivalische Bibliographie. Halle nad S., (1908). Uvádím jen:

F. v. Löher: Archivlehre. (1890).

Ch. V. Langlois: La sciences des archives, Revue internationale des archives des bibliothèques et des musées, (1895).

[74]) G. Eneström: Über den Nutzen der Begründung eines Mathematikerarchivs, Bibl. math., (3), VI., (1905/6), 97—100.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

álem budoucích historiků matematiky, neboť rukopisná pozůstalost, zvláště poznámky, výpisky a skizzy, vrhají ostré světlo do duševní dílny badatelovy, ukazujíce, jak tvořil.

Nejobsáhlejším dokumentem matematické činnosti jest tištěná kniha. Z děl o ní jednajících uvádím jen spis v naší universitní knihovně se nalézající: F. J. Kleemeier: Handbuch der Bibliographie. Kurze Anleitung zum Katalogisieren, Vídeň, (1903). Obsahuje dějiny knihtisku, popis inkunabulí a nejdůležitější jich tiskárny, latinsko-německý slovník jmén měst, v nichž bývaly tištěny knihy, důležitou to pomůcku pro bibliografické údaje, popis knihy, na př. formátu jejího, a popis její výroby, různých způsobů reprodukce, podrobný popis katalogisace, důležitou to zase pomůcku pro porozumění seznamům. Znalost těchto věcí neosvědčuje se jen při bibliografických studiích, nýbrž i při posouzení různých nám nezvyklých úprav a při usuzování dat na knize neudaných.

Knihy, materiál svých studií, shledává historik matematiky v knihovnách. O jejích zařízení a vzájemném půjčování poučí nás na př. Gräsel: Führer für Bibliothekbenützer, Lipsko 2. vyd., (1913). Tam nalezneme i nejpohodlnější schematický návod pro shledávání materiálu o určitém tematě: první orientaci nám podá nějaká velká reální encyklopedie nebo biografický slovník, podrobnou informaci nalezneme v reálních slovnících a bibliografiích dotyčného oboru, nejnovější zjevy pak poskytnou nám katalogy hesel.

Bylo by příliš obšírné, kdybych chtěl zde uvésti seznam i jen nejdůležitějších bibliografií. Odkazuji na uvedené spisy Kleemeierův a Gräselův. Mnoho se nalezne i v knihkupeckých katalozích, na př. v publikacích Hinrichových, Heinsiových a Kayserových nebo seznamech knihoven, na př. Britického musea nebo Bibliothèque nationale. Z bibliografií pomocných věd přináší výčet historických a biografických bibliografií učebnice Bernheimova. Pro české látky upozornil bych na velkou Zíbrtovu Bibliografii české historie a na každoroční bibliografii v Českém časopise historickém.

Nejdůležitější heuristickou pomůckou jsou ovšem bibliografie matematické. Jich výčet nalezneme v bibliografii Fel.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Müllera.[75]) Uvedu zde jen některé, zvláště pokud jsou v naší universitní knihovně. Scheibelova z r. 1784[76]) ve čtyřech svazcích jest na svou dobu dosti obšírná,[77]) kritisujíc i stručně uvedené spisy. Uspořádání není jednotné. Obšírná bibliografie jest Murhardova.[78]) Dvousvazková bibliografie J. W. Müllera[79]) z r. 1820 jest rozdělena na obory, v kterýchž jsou tituly abecedně spořádány. Rovněž dle oborů jsou spořádány bibliografie Roggova a její pokračování Sohnckeovo[80]) sahající do r. 1854. Tato má i věcný rejstřík. Erlecke-ova Bibliotheca mathematica[81]) jest dle recense M. Curtzeho kompilace, přinášející tituly dle látky rozdělené do r. 1870, podávající leccos zbytečného a vynechávající zase věci důležité. Pojednání časopisecká srovnána jsou dle časopisů a v těch abecedně dle autorů. Obšírnou bibliografii XIX. stol. všech exaktních věd, nezachovávající bohužel originální názvy, jest Catalogue,[82]) vydávaný anglickou královskou společností, jehož vyšlo do r. 1908 dvanáct svazků. Pro jeho pokračování ve stol. XX. byly navazovány styky internacionální.[83]) Uve-

---

[75]) F. Müller: Führer durch die mathematische Literatur. Abh. z. Gesch. d. math. Wissensch. XVII., Lipsko a Berlín (1909).

[76]) J. E. Scheibel: Einleitung zur mathematischen Bücherkenntnis. Vratislav (1784).

[77]) A. G. Kästner: Geschichte etc., díl I., 24.

[78]) F. Murhard: Litteratur der mathematischen Wissenschaften I.—V., Lipsko (1797—1805).

[79]) J. W. Müller: Auserlesene mathematische Bibliothek. Repertorium der mathematischen Literatur, Norimberk (1820).

[80]) J. Rogg: Bibliotheca mathematica sive criticus librorum mathematicorum, qui inde ab rei typographicae exordio ad anni 1830mi usque finem excusi sunt etc. Tubinky (1830).

L. A. Sohncke: Bibliotheca mathematica. Verzeichnis der Bücher über die gesammten Zweige der Mathematik, w. i. Deutschland u. i. Auslande v. J. 1830 bis Mitte 1854 erschienen sind, Lipsko (1854).

[81]) A. Erlecke: Bibliotheca mathematica, Halle n. S. (1873), recense Curtzeova, Zeitschr. f. Math. u. Phys. XVIII., hist.-lit. Abt., 1—4.

[82]) Catalogue of scientific papers. Edited by the Royal Society of London, Cambridge (1908).

[83]) International Catalogue of scientific Literature. Publ. by the R. Soc. of London (1902 nn).

J. H. Graf: Über die geplante internationale naturwissenschaftliche Bibliographie, Bibl. math. (3), I., (1900/1), 250—257.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dená již bibliografie Müllerova podává v jednom svazku systematický přehled pojednání a děl, informujících o jednotlivých předmětech a teoriích matematických, berouc ohled na historicky důležité práce. Srovnána jest dle oborů, uvedených vždy několika charakterisujícími slovy. U některých titulů jsou krátké poznámky. Rejstřík věcný a jmenný dodávají celku přehlednosti a praktické upotřebitelnosti. Cenné bibliografické údaje dle předmětů srovnané aspoň pro prvou informaci přináší také velká Encyklopedie matematických věd, zvláště její francouzské vydání, opravující a doplňující matematicko-historické údaje vydání německého. Répertoire bibliographique des sciences mathématiques bude obšírným lístkovým katalogem všech matematických prací mimo literaturu pedagogickou od r. 1800. Přímo ohromným podnikem, úctu vzbuzujícím mravenčí pílí jediného autora, který mu věnoval celé své žití, jest zamýšlená veliká matematická bibliografie Valentinova.[84]) Řada časopisů, matematikům dobře známá, přináší bibliografii produkce roční anebo dob ještě kratších, ať to již jsou bibliografie všeobecné nebo věnované jen určitému oboru, uvádějící pouhé názvy nebo i stručné referáty.[85]) Enestrom[86]) radí, zvláště dokud není Valentinova bibliografie uveřejněna a není jisto, zda v dohledné době vyjde, aby se vypracovaly referáty o matematickém obsahu některých časopisů XVII. a XVIII. stol., přinášející jen příležitostně matematické články, které jednak pro svou těžkou přístupnost, jednak pro různorodý obsah snadno ujdou pozornosti badatelově. Rovněž doporučuje přehledy podstatného obsahu matematické literatury před r. 1868, kdy počíná Jahrbuch über die

---

[84]) G. Valentin: Die Vorarbeiten für die allgemeine mathematische Bibliographie, Bibl. math., (3), I., (1900/1), 237—245.

G. Valentin: Über den gegenwärtigen Stand der Vorarbeiten für die allgemeine mathematische Bibliographie, Bibl. math., (3), XI., (1910—1911), 153—157.

G. Enestrom: Wie soll die Herausgabe der Valentinschen mathematischen Bibliographie gesichert werden? Bibl. math. (3), XI., (1910/11), 227—232.

[85]) Obšírnou literaturu přináší F. Müller: Führer etc., 7, 22 nn.

[86]) G. Enestrom: Über planmässige etc., Bibl. math., (3), VIII., 4—5.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fortschritte der Mathematik, chronologicky srovnané, jež by Jahrbuch doplnily. Že se zde jedná o velmi obšírný materiál, plyne z poznámky Fel. Müllera,[87]) že seznam časopisů, kde se vyskytují matematické články, vykazuje do konce XVIII. stol. 270, do konce XIX. stol. 1400 položek.

Bibliografickou heuristickou pomůckou jsou jenerální rejstříky v časopisech, respektive rejstříky vůbec. Jenerální rejstříky bývají zpravidla zpracovány z obsahů řady svazků časopisu. Nejkratší, ale také nejméně přehledné jest prosté otištění jednotlivých obsahů, tedy srovnání dle let. Někdy bývají názvy seřaděny abecedně dle autorů, někdy dle oborů a v těchto dle autorů. Ideálním by bylo, kdyby každý takový rejstřík byl spojen se jmenným a věcným rejstříkem, jak si je představuje Eneström[88]) a jak aspoň jmenné rejstříky ve své Bibliotheca mathematica vypracovává pro každý svazek a vřele doporučí pro jednotlivé svazky časopisů. Tyto věcné i jmenné rejstříky přál by si u jenerálních rejstříků a souborných děl. Nezpracovává jen tituly, nýbrž i celé články, udávaje přesně stránky, kde se příslušné jméno uvádí neb i naznačuje. Velkou váhu klade na iniciály, neboť jejich zanedbávání vede často k omylům. Pokusem zjistil, že vypracování rejstříku v jednom svazku Bibliotheca mathematica trvá asi 56 hodin, neboť se v historickém časopise jména často citují. Rejstřík svazku dogmaticko-matematického časopisu, jako na př. Mathematische Annalen, trval mu 8 hodin. Při věcných rejstřících jsou obtíže zvýšeny vyžadovanou věcnou znalostí z nejrůznějších oborů a po případě i různých řečí. Pro budoucnost by se snad mohly tyto obtíže zmenšiti, kdyby redakce vyžadovala od každého autora připojené rejstříky ke každému článku dle určitých, předem stanovených, jednotných pravidel. Redakci by pak zbývala jen kontrola a spojení rejstříků. Autoři časopiseckých rejstříků naleznou cenné pokyny v Eneströmově recensi o Wölflingově jenerálním rej-

[87]) M. Simon: Über die Entwickelung der Elementar-Geometrie im XIX. Jahrhundert, Jahresber. d. deutschen Math.-Ver., Ergänzungsb. I., (1906), recense Bibl. math., (3), VII., (1906/7), 407.

[88]) G. Eneström: Über Bearbeitung von Bandregistern zu mathematischen Zeitschriften oder Sammelwerken, Bibl. math., (3), VII., (1906/7), 193—202.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

stříku 50 prvých svazků Zeitschr. für Mathematik und Physik,[89]) kde ukazuje také na nutnost registrovati i autory recensí, které mají někdy cenu originelních prací.

Každá bibliografie předpokládá autorovu znalost bibliografických pomůcek, aby pokud možno vyhovovala ve vytčených mezích možnosti požadavku úplnosti a výběr uvedených spisů nebyl libovolným. Jednotnost a správné roztřídění materiálu jsou podmíněny naprostou věcnou znalostí. Ježto nejspolehlivější zprávy lze čerpati z autopsie, bylo by ovšem nejžádostivějším, kdyby každá zaznamenaná práce prošla autorovou rukou. To ovšem při obsáhlosti a často nepřístupnosti materiálu jest jen z části možno. Proto jest dle Eneströma záhodno označiti odjinud převzaté údaje, po případě uvésti pramen jakožto měřítko spolehlivosti dotyčného záznamu.[90]) Týž vědec žádá zvláště při starých tiscích přesný popis, obsahující mimo obvyklé bibliografické údaje — autor, nadpis, vydání, rok a místo tisku, vydavatel nebo tiskař, počet stránek, formát, po případě počet ilustrací — také ještě počet prázdných stránek. Jeť popis ten často důležitý k identifikaci nějakého exempláře s popsaným, čímž lze se vyhnouti nedorozuměním.[91]) Že tituly mají býti reprodukovány s naprostou věrností, v originální řeči, po případě s překladem, jest samozřejmo. Eneström žádá toho i na recensích,[92]) neboť na ně jest bibliograf někdy při nepřístupnosti originálu odkázán.

V některých bibliografiích zkracují se časopisy určitými písmenami, takže musí býti připojen klíč. Při diskussi otázky, jak jest zkracovati časopisecké názvy, přimlouvá se P. Stäckel[93]) za to, by se zachovaly zvyky velkých knihoven, totiž:

---

[89]) E. Wölfling: Generalregister zu Band 1—50 der Zeitschrift für Mathematik und Physik, Lipsko, 1905, recense Bibl. math. (3), VI., (1905/6), 411—417.

[90]) D. E. Smith: Rara arithmetica. A catalogue of the arithmetics written before the year MDCI with a description of the in the library of George Plimpton of New York, Boston 1908. Eneströmova recense, Bibl. math. (3), IX., (1908/9).

[91]) Ibidem.

[92]) G. Eneström: Welche Forderungen etc. Bibl. math., (3), V., 301 nn.

[93]) P. Stäckel: Wie sollen die Titel der Zeitschriften abgekürzt werden? Bibl. math., (3), II., 1901/2, 133—140.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

1. Neužívati jmen vydavatelů pro jich proměnlivost, což doplnil E. Wölfling,[94]) že jest je nutno uvésti tam, kde dva časopisy mají týž název, 2. pro častá slova použíti určitých každému lehce srozumitelných zkratek, 3. nepřipojovati ničeho, co ve vlastním názvu není, 4. nezkracovati bez podstatné úspory místa, 5. místní jména klásti na konec. Pořad jednotlivých slov jest nejlepší ten, že se na první místo dává podstatné jméno, pak přídavné je provázející a přívlastek, po němž následuje ostatek titulu. Wölfling[95]) si přeje, aby se u spisů akademií a společností počalo s geografickým označením. Dále žádá Stäckel, aby za zkráceným titulem stála v závorce serie, pak číslo svazku nebo dílu, v závorce rok, kde se rok vyjití neshoduje s rokem zapsání, připojuje se ještě tento, a posléze stránka, při čemž jest záhodno uvésti stránku prvou i poslední nějaké práce, by byl patrný její rozsah.

Velkou obtíž při pracích bibliografických a i heuristických působí nesrozumitelnost a vůbec nevhodnost n a d p i s ů pojednání, jak na to ukázal G. Eneström.[96]) Autoři vědeckých prací nechť považí, že také jednou budou vyhledáváni blibliografy a historiky a že ostatně už dnes jsou vyhledáváni jakožto prameny studia jiných matematiků. Proto jest třeba, aby názvy svých prací stylisovali jako stručnou a vhodnou informaci obsahu. Ovšem, dlouhé rovnice a vzorce nehodí se do nadpisů z důvodů technických i estetických. Lze-li některým nadpisům vytýkati přílišnou stručnost, nemá tím býti řečeno, že bychom si snad přáli návrat ke zvykům XVI. a XVII. stol., kdy si autoři libovali v titulech třeba na stránku dlouhých, slibujících skorem více, než práce pod nimi uvedená přinášela, a oplývajících naivně superlativy vyjádřenou chválou všech jejích výhod a předností. Eneström zvláště uvádí, že názvy nemají zaváděti na scestí a při článcích téhož autora o témže předmětě mají se z bibliografických důvodů různiti.

Také otázkou o vhodnosti datování matematických po-

---

[94]) E. Wölfling: Über die Abkürzungen der Titel mathematischer Zeitschriften, Bibl. math., (3), III., (1902/3), 135.

[95]) L. c. 135.

[96]) G. Eneström: Über zweckmässige Abfassung der Titel mathematischer Aufsätze, Bibl. math., (3), IV., (1903/4), 201—204.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jednání zabývá se Eneström[97]) a dochází k výsledku, že mnozí matematikové, měníce a přepracovávajíce svá pojednání, ponechávají staré datum a proto datování zavrhuje. S tím bych nesouhlasil. Datování by jistě bylo velmi výhodné, ovšem za předpokladu naprosté spolehlivosti. Posléze bych vznesl ke všem autorům snažnou prosbu, aby přesně citovali, udávajíce nejen název díla, nýbrž i pokud možno stránku neb aspoň kapitolu, odkud bylo čerpáno. Právě pro historika matematiky, který sleduje vývoj myšlénky od prvního záblesku až po její vrcholný rozkvět a musí každý převzatý údaj na jeho spolehlivost zkoumati, není, jak z vlastní zkušenosti vím, pracnější námahy než shledávati citáty po stech a tisících stránek nejrůznějších děl a třeba na základě nesprávných údajů.

Když byl materiál sebrán, nutno jej učiniti s r o z u m i t e l n ý m. F i l o l o g i e jakožto pomocná věda poskytuje tu nutné znalosti. Při novějších pracích stačí rozuměti řeči pramene. Uvádí se zpravidla pro historika matematiky nutná znalost latiny, angličtiny, francouzštiny, italštiny a němčiny. Při materiálu starém nestačí však všeobecná znalost řeči, neboť značné obtíže působí měnící se řeč odborná, lexikálně ne dosti zpracovaná, po případě nám naprosto nezvyklý způsob označování matematických pojmů.[98])

Klíč ke starému těžko čitelnému písmu, k obvyklým zkratkám a k určení stáří dle písma a typů tištěných dává nám p a l e o g r a f i e. Z obšírné literatury[99]) budiž tu jmenována kniha česká G. Friedrich: Učebnice latinské paleografie.

---

[97]) G. Eneström: Ist es zweckmässig, dass mathematische Zeitschriftenartikel datiert werden? Bibl. math., (3), V., (1904/5), 196—199.

[98]) G. Eneström: Über die Bedeutung von Quellenstudien bei mathematischer Geschichtsschreibung, Bibl. math., (3), XI., (1910—1911), 3—8.

Z literatury o terminologii matematické uvádím jen práce F. Müllera: Terminologie der ältesten mathematischen Schriften in deutscher Sprache, Abh. z. Gesch. d. math. Wissensch. IX., (1899), Über die mathematische Terminologie, Bibl. math., (3), II., (1901/2), 282—325.

[99]) Viz E. Bernheim: Lehrbuch etc., 294 nn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pomocnou heuristickou vědou jest chronologie jen potud, pokud slouží k datování historických pramenů a fakt. I o ní existuje obšírná literatura uvedená v každé dějepisné metodice.[100]) Z českých knih musím jmenovati J. Emlera: Rukověť chronologie křesťanské, zvláště české (1876).

Úkolem metrologie a peněžnictví jakožto heuristicky pomocných věd jest staré míry, váhy a peníze vyjádřiti dnes obvyklými hodnotami a tak učiniti nám v nich vyslovené vztahy srozumitelnými.

V. Kritika.[101])

Jak již řečeno, jest prvním úkolem historické kritiky stanoviti skutečnost pramenných údajů. S úmyslnými falsifikáty se historik matematiky asi mnohem řidčeji setká než dějepisec. Jsou to hlavně nápisy, které bývají sběrateli, ba i t. zv. učenci z ješitnosti a obchodníky ze ziskuchtivosti padělány, ačkoliv i o starém situačním plánu Vídně, prý z XI. až XII. stol., dokázal H. Schuster,[102]) že pochází od domnělého nálezce Zapperta.

Z ústní tradice sem patří úmyslně i bezděčně fantasií pozměněné vypravování o matematicích, legendy a různé anekdoty, od nejstarších až do nejnovějších dob, jež nutno podrobiti historické kritice, na př. Galileovo »točí se přec«. Za kriteria pro posouzení falsifikátů udává E. Bernheim: 1. Shoduje se posuzovaný pramen co do formy, řeči, písma, slohu, komposice s jinými prameny téže doby a místa? 2. Odpovídá obsah pramene tomu, co nám zaručené prameny o témže předmětě vypravují, při čemž třeba dbáti i toho, zamlčuje-li náš pramen něco, o čemž by se pramen pravý jistě byl zmínil? 3. Hodí se obsah a forma pramene do celého vývoje? Nenese pramen známky umělé masky, t. j. nezvyklý způsob nálezu nebo uchování, zvláštní, velmi pozdní datum

---

[100]) Viz E. Bernheim: Lehrbuch etc., 312 nn.

[101]) Hojnou literaturu, jednající o látce jednotlivých částí, viz E. Bernheim, Lehrbuch etc., kap. IV.

[102]) R. Schuster: Zapperts ältester Plan von Wien, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, phil.-hist. Kl., XXVII., (1892).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

objevu, napodobení pramenů, jež autoru nemohly býti přístupny, anachronismy, vzniklé ze snahy po starobylosti, tendence vysvětlitelné z motivů padělků a nikoliv pramene samého? Ovšem nestačí jedno kriterium pro odsuzující rozhodnutí.

Staré texty bývá nutno očistiti od interpolací, pozdějších vsuvek s úmyslem padělku, označiti pozdější korektury a rozlišiti od pozdějších glos, poznámek in margine rukopisů, které opisovači z nedbalosti nebo z neporozumění věci vpletli v text, jakož i od komentářů a doplňků vydavatelů. Upozorňuji zde na př. na vydání Euklida.

Dalším úkolem historické kritiky jest odstranění omylů, totiž nesprávné mínění o pramenech, vzniklých nikoli podvodnými úmysly, nýbrž nedostatečnou znalostí. Z nejznámějších matematických případů sem spadajících jest spor o pravost t. zv. geometrií Boëthiovy a Gerbertovy, jichž hájil zvláště M. Cantor, za nepravé mezi jinými vyhlašoval H. Weissenborn. Někdy jsou omyly způsobeny také hyperkritikou, kdy totiž jednostranné nebo povrchní posuzování svádí k odsuzujícímu úsudku bez pronikavé znalosti předmětu. Omyly vznikají i z okolnosti, že za účelem slohových cvičení byly sestavovány a psány jakési vzorníky listin a zvláště sbírky fingovaných dopisů, jejichž autoři se dovedli skutečným poměrům připodobniti. Naproti tomu lze snadno opisy skutečných takových listin a dopisů, do sbírek pojatých považovati za fingované. Tu bývá nejlepším vodítkem výsledek zkoumání, zda sloh a jednostranný snad směr fantasie neukazuje na jediného autora. Metodickou pomůckou při vyvracování omylů jest pečlivé srovnávání posuzovaného pramene s uznaně pravým pramenným materiálem.

Při každém prameni nutno stanoviti dobu vzniku, neboť na ní závisí místo, kam jej jest ve vývojovém toku zařaditi, jakož i cena věrohodnosti, zvláště jedná-li se o pramen referující o nějaké události. Nebylo vždy zvykem každý rukopis opatřiti datem a ostatně i některé knihy jsou bez data. Tu jest třeba dle celkové povahy, formy, slohu a obsahu pramen zařaditi do určité doby, k čemuž při originálech slouží způsob písma, pak řeč a ovšem i celkový stav a směr matematického obsahu. Pak se přihlíží k jednotlivostem obsahovým,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jež by poukazovaly na fakta ať již všeobecná či matematicko-historická, která době prameni přisuzované předcházela nebo následovala. Sem patří i pomlčení o určitém faktu, které by byl autor mohl a pravděpodobně musil znáti, dále přímé citáty nebo aspoň doložitelné použití nedatovaného pramene datovaným. Často nelze vyšetřiti přesné datum, nýbrž jen terminus »post quem« a »ante quem«.

Méně důležité, ač nikoli vždy bez významu jest také místo vzniku. Připomínám jen snahu o důkaz, že t. zv. Gerbertova geometrie byla napsána v klášteře bobbienském, z čehož pak konstruovány důkazy pro Gerbertovo autorství. Místo vzniku snažíme se poznati, ač velmi nespolehlivě, dle místa nálezu a vydání, spolehlivěji již dle lokálního zabarvení řeči, místních znalostí a zájmů, zvláště když je autor i u svého čtenářstva předpokládá, dle nápadné neznalosti poměrů jiných a dle podobných okolností.

Důležitý údaj pramene, jméno autorovo, bývá rovněž přečasto předmětem pečlivého vyšetřování, neboť ve starověku a ve středověku nebývalo vždy zvykem autorovo jméno uváděti. Leč nestačí znáti jen jméno. Jak jsem se již dříve snažil ukázati, může některý biografický moment vysvětliti psychologické prostředí, z něhož matematická práce vyrůstá, intelektuelní vývoj, způsob výchovy a vzdělání, vnější popudy, celé myšlenkové ovzduší, z něhož autor čerpal. Jest to zase pečlivé srovnávání s jiným pramenným materiálem, jež může vésti k cíli. Doba a místo vzniku omezují okruh tohoto srovnávacího materiálu. Celková forma a obsah vede nás k určitému myšlenkovému směru. Při rukopisných originálech jest to i písmo, jež slouží za indicie, na př. nálezy rukopisů Tychona Brahe, určení knih jím používaných provedeno dle poznámek in margine a pod. K takovému rozpoznání jest ovšem zapotřebí bohatého materiálu srovnávacího a důkladné znalosti písma dotyčné doby, by se individuelní zvláštnosti rozeznaly od dobových. Totéž platí o řeči a slohu, zvláště při naučené latině, málo individualisujícího výrazu starých knih, kde snadno lze karakteristické zvláštnosti rázu všeobecného zaměniti za značky individuelní. Určité pojetí, záliba pro nějaké téma mohou také poskytnouti cenné pokyny. Třeba však vždy uvážiti, že názory, zájmy, sloh, ba i

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rukopis může se u celé společnosti i jednotlivce měniti léty, ba i dle probíraného předmětu a předpokládaného čtenářstva. Také z díla samotného lze někdy vyčísti různé poukazy, přímé či nepřímé, na osobu autorovou, z jeho zájmů, ze způsobu, jímž mluví o jiných atd., neboť jest nemožno zcela zakrýti všecky své životní okolnosti, názory a poměry doby.[103]) Je to tím důležitější, že staro- a středověcí autoři o sobě někdy mluví ve třetí osobě. Více náhodnými poukazy jsou citáty ve spisech známých autorů, leč ty bývají někdy nespolehlivé. Sem patří i rozhodnutí, pochází-li pramen od jednoho či více autorů, jedná-li se o přepracování nebo o překlad. Na více autorů poukazují někdy různosti a spory ve formě, slohu a obsahu, leč nesmí se zde ukvapeně usuzovati, neboť i při jediném autoru se někdy vyskytují podobné nedůslednosti. Zmíněná již geometrie Gerbertova jest zajímavým případem složeného pramene. Weissenborn[104]) ukázal, že se skládá ze tří nesouvislých částí, z nichž druhá a třetí jsou konglomerátem výtržků z několika předloh opisovaných s nevalným porozuměním. Z onoho neporozumění odvozuje jeden ze svých důvodů proti autorství neb aspoň redakci Gerbertově. Také otázka pseudonymů a nesprávných autorských jmen sem patří. Jako pomůcky byly také vydány slovníky pseudonymů.

Stanovením vzájemné závislosti pramenů zabývá se t. zv. analysa pramenů. Otázka této závislosti nabývá v dějinách matematiky a každé vědy tím větší zajímavosti, že souvisí jednak s pojmem vývoje vědy, jednak s otázkami priority a plagiátu.

Při každém prameni snažíme se rozhodnouti, zda jest celý nebo v částech pramenem původním nebo odvozeným. Úsudek o závislosti dvou pramenů jest založen na dvou psychologických zkušenostech: 1. Dva lidé nevnímají týmž způsobem tutéž událost — a matematický objev i důkaz jest psychickou a logickou událostí — pročež při líčení nepoužijí těchže momentů a téhož postupu. 2. Dva lidé nedají nikdy té-

---

[103]) A. Rhomberg: Die Erhebung der Geschichte zum Range einer Wissenschaft, (1883), 37.

[104]) H. Weissenborn: Gerbert. Beiträge zur Kenntnis der Mathematik des Mittelalters, Berlin, (1888).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

muž obsahu představ stejného výrazu, kromě určitých, tradicí ustálených a běžných obratů a slov. Ovšem tam, kde matematické vztahy jsou tak jednoduché, že je jinak vyjádřiti nelze, kde by byla důkazu předepsána jediná možná cesta logickou nutností a předchozími vědomostmi, tam nelze jen tak beze všeho těchto psychologických poznatků užíti. Nutno je přizpůsobiti látce a vzíti v úvahu uvedené okolnosti. Že však táž myšlenka různými cestami se rodí a různým způsobem dochází svého výrazu, toho jest v dějinách věd velká řada dokladů. Jako příklad z nejznámějších byl by objev infinitesimálního počtu.

Z okolnosti, že se dva prameny neshodují ve formě, nelze ještě souditi na jich úplnou nezávislost, neboť autor pramene odvozeného mohl původního pramene použíti nejrůznějším způsobem od doslovného opisování, jak se to dělo ve starověku a středověku bez vědomí porušování duševního majetku, až k úplnému úmyslnému přepracování. Také za všech dob autoři silnějších, výraznějších individualit své předlohy více si asimilovali než jiní. I způsob práce, zda v jednotlivých případech autor reprodukuje zpaměti či na základě výpisků či přímo dle předlohy má na přichýlení se k výrazu originálu vliv.

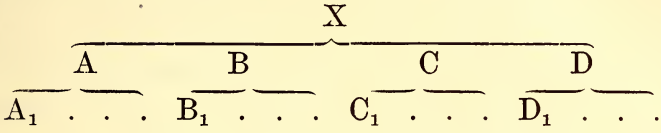
Při pramenech na sobě přímo závislých používáme několika kriterií, bychom určili který pramen jest odvozený. Jím bude ten, který převzal něco, co se hodí do pramene původního, nikoli však do odvozeného. Zjevné neporozumění nějakému výrazu, obratu nebo celému matematickému obsahu, jak se často u středověkých opisovačů antických předloh vyskytá, ze zběhlosti učiněné výpustky smysl porušující, ale na druhé straně i oprava řeči a slohu, ba i obsahu, může prozraditi pramen odvozený, nejedná-li se o zhoršení formy při překladu, změnách a vložkách. Zvláštní pozornost jest věnovati právě vložkám a výpustkům.

Při více než dvou pramenech probíráme postupně poměr každého ke všem ostatním, snažíce se sestaviti soustavu vzájemné závislosti. Často se podaří ukázati, že řada pramenů má jedinou společnou ztracenou předlohu, jako na př. nejstarší existující rukopisy Vitruviovy.[105]) Pro přehlednost sesta-

[105]) Vitruvius Pollio: De architectura, edidit F. Krohn, Bibl. Teubneriana classicorum, Lipsko, (1912), VIII.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vují se prameny do rodokmenů, při čemž se jednotlivé rukopisy označují písmeny. Zachované rukopisy, odvozené z téže předlohy, zahrnujeme do jedné třídy, označujíce je týmž písmenem (z počátku abecedy) s indexy, srovnanými dle ceny rukopisů, ztracené předlohy posledními písmeny abecedy, po případě zase s indexy. Rodokmen rukopisů Vitruviova díla by tedy byl asi tento:



Při tom A_1, B_1, C_1, D_1 značí eventuelní opisy, pořízené dle rukopisů A, B, C a D.

Aby se takto prozkoumaný pramen mohl státi předmětem badání, nutno jej vydati čili uspořádati jeho e d i c i, zvláště je-li rukopisem nebo těžko přístupným exemplářem. Nelze vypočísti všechna pravidla, platná pro vydávání pramenů, jsouť dle různých předmětů různá. Podám zde jen několik nejdůležitějších všeobecně uznaných, jak je ve svém již uvedeném spisku probírá A. Meister.[106]) Podkladem edice má býti nejlepší, možno-li originelní text, po případě s udáním variantů. Citáty z jiných pramenů jest vyznačiti a udati jich původ, připojiti historické a po případě věcné vysvětlivky k obsahu, při větších edicích vypracovati patřičné rejstříky. V ohledu formálním tiskne se ležatým písmem vše, co jest mimo text přídavkem vydavatelovým, petitem slovně převzaté citáty z jiných pramenů, proloženým petitem citáty s pozměněným slovným výrazem. Oblými závorkami označují se závorky a vedlejší poznámky pramene, hranatými závorkami přídavky vydavatelovy v textu. Vyložené omyly písma a tisku jest opraviti, interpunkci upraviti, zkratky rozřešiti, šifrované písmo rozluštiti, libovolný pravopis upraviti, nejistá čtení označiti otazníkem a zarážející vykřičníkem v hranatých závorkách. Samozřejmě musí se každé subjektivní zasáhnutí vydavatelovo v poznámkách nebo v předmluvě vysvětliti. V aktech XVI. až XVIII. stol. se začáteční a koncové obvyklé formule, není-li

[106]) A. Meister: Grundzüge etc., 28—29.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zvláštních důvodů pro jich ponechání, vynechávají. Pravopis mimo vlastnoruční dopisy vynikajících osobností a vlastní jména se modernisuje, při čemž se v němčině nemění vokály, u nás se ovšem mění »au« v »ou« a dle dnešního pravopisu píše tvrdé y. Také psaní v, w a u se upravuje dnešním způsobem. Jest se vyhnouti zkratkám až na nejsrozumitelnější. Příliš narůstající materiál nové doby vyžaduje omezení a výběr edicí, jakož i jich nahrazení výtahy a zpracováním látky. Pro účely čistě matematicko-historické lze ještě dodati, že jest záhodno k vydání původního textu připojiti přepis do moderního matematického písma. Tím se docílí mnohem větší srozumitelnosti a zabrání nedorozuměním.

Kritické úvahy, jimiž jsme se dosud zabývali, zahrnují se v obvyklé historické terminologii označením k r i t i k y v n ě j š í.

K r i t i k a v n i t ř n í zabývá se vyšetřením poměru pramene k objektivní pravdě, snažíc se z různých svědectví určiti skutečný průběh událostí. Nejvlastnější předměty matematicko-historického badání, totiž projevy matematické činnosti, vymykají se metodám historické vnitřní kritiky jakožto pozůstatky. Vyšetřiti jejich poměr k pravdě znamená posouditi správnost matematických vývodů, což jest úkol ryze matematický a souvisí s jejich matematickou kritikou a oceněním pro vědecký vývoj. Vnitřní historická kritika může proto svůj zřetel obrátiti jen na prameny obsahu biografického a matematicko-historického, podléhající změnám pod subjektivním vlivem autorů, vážiti jejich svědectví, oceňovati jejich spolehlivost a na základě toho čerpati z nich poznání skutečnosti.

A u t o r o v o p o j e t í, stanovisko, které zaujímá, porozumění, které matematickému obsahu probíraných prací a celému vědeckému toku vstříc přináší, tvoří zrcadlo, v němž se matematické dění obráží a v němž vidíme jeho obraz. Čím bude autor inteligentnější a vzdělanější všeobecně a matematicky zvláště, tím lépe porozumí onomu dění a volí vhodnější výběr v materiálu, který má k disposici. Čím méně se dá vésti stranickým, často zcela nematematickým stanoviskem, tím spíše se ani nevědomky nedá svésti ke zkreslení skutečnosti. Tak Libriovým dějinám matematiky v Italii se vytýká velké stranictví jak z důvodů vlasteneckých, tak protipapežských

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ve sporu Galileově,[107]) kdež zvláště autoři obou stran nedovedli zachovati nestranosti. Všeobecné hypothésy, jak zvláště Eneström ukázal,[108]) mají mnohou nespolehlivost na svědomí. Také poměr autorův k práci a seriosnost, s níž úkol svůj pojímá, pochopení pro vážnou a důkladnou vědeckou činnost určují jeho svědomitost ve vyhledávání materiálu, v kontrole jeho pramenů, v ohledu na stávající literaturu, zkrátka, celý způsob jeho badání. Dokladů mohla by se nalézti celá řada. Upozorňuji zvláště na Eneströmovo vysvětlování nespolehlivostí u Cantora.[109]) Velká díla, zvláště vycházející během dlouhé doby, vykazují snáze nespolehlivosti, neboť autor ztrácí přehled, »nemoha tak rychle psáti, jak jiní čtou, aby vše viděl před svým duševním zrakem sjednocené.«[110]) Slovní výraz sám jest příčinou leckterého porušení pravého stavu věci. Nekryje-ť se vždy slovo přesně s představou, lze mu různě rozuměti. Řeč autorů jest individuelně zabarvena a úkolem naším jest ji do řeči každého z nás přeložiti. Právě tato různost výrazu může vésti k nedorozuměním. Při každém novém zpracování určité matematicko-historické látky se tyto poruchy opakují a násobí, takže pro posouzení spolehlivosti pramene na tom záleží, čerpal-li autor svůj materiál z pramenů původních, či převzal-li jej z druhého či kolikátého zpracování. P. Tannery zpozoroval, že se zdá, jako by omyly měly zvláštní osudnou přitažlivost, neboť i při použití velmi dobrých prací s řídkými chybami právě tyto bývají přebírány.[111])

---

[107]) Phil. Chasles: Galileo Galilei, sa vie, son procés et ses contemporains d'après documents originaux, Cantorova recense, Zeitschr[3] f. Math. u. Phys., IX., (1864), 18.

[108]) G. Eneström: Über kulturhistorische etc., Bibl. math., (3), IV,. 2—5.

G. Eneström: Über die Bedeutung historischer Hypothesen für die mathematische Geschichtsschreibung, Bibl. math., (3), VI., (1905/6), 1—8.

[109]) Na př. M. Cantor: Vorlesungen etc., I. díl, 3. vyd., Eneströmova recense, Bibl. math., (3), VII., 398 nn.

[110]) F. Cajori: A History of Mathematics, New York and London, Cantorova recense, Zeitschr. f. Math. u. Phys., XL., (1895), hist.-lit. Abt., 220.

[111]) F. Cajori: A History etc., Tanneryova recense, Bull. d. sciences math., XXXII., (1897), 119.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Biografie bývají obzvláště snadno podrobeny zkreslenému podání. Je-li autorem současník líčené osoby, bývá jeho úsudek, výběr materiálu a volba výrazu zvláště silně určena osobní zaujatostí a účastí. Někdy i účel, na př. nekrology, jubilea a pod. mimoděk biografii zabarvují. Leč i když není osobní účast autorova předem dána, tu intensivní obírání se jednou osobností mimoděk navazuje dle Bernheima nepoznatelné nitky sympatie a vnitřní účasti autorovy k předmětu jeho badání, jež mohou působiti na jeho vylíčení, jakož i při naprosté posléze objektivitě působí již seskupení událostí kol určité osoby snadno zdáním, že se jí přisuzuje větší účast na událostech, než ve skutečnosti měla a než jaký dojem chtěl autor ve čtenáři vyvolati. Snaha korigovati tyto poruchy může zase vésti k extrémům opačným. Svérázným toho dokladem jest anekdota. Touha vniknouti do zákulisí vynikajících osob, ba někdy i malá zlomyslnost a dotčená ješitnost, která se za převahu v jednom oboru mstí sesměšňováním v praktickém životě, bývají vzpruhami jejího vytvoření.[112]) Fabulační schopnost a záliba ve vtipných pointách jejich známých i neznámých autorů přispívají k jejímu vyšperkování, podvědomá asociace různých představ připisuje někdy ve věci pravdivý příběh nepravému nebo i několika různým vědcům.

Vnitřní kritika oceňuje věrohodnost jednotlivých pramenů a očišťuje je od uvedených poruch, opírajíc se při tom o studium autora pramene, jeho doby a místa a o srovnání s prameny jinými. Při studiu autora nutno dbáti jeho individuality, zda mohl a chtěl pověděti pravdu, tedy spolehlivosti jím používaných pramenů, jeho schopností a vzdělání, jeho povolání, názorů a objektivity. Doba a místo působí celým svým filosofickým pojetím a názorem na vědecké požadavky a cíle matematicko-historické, jakož i stav této vědy a matematiky samé, na jichž výši se autor pramene mohl postaviti. Tohoto poznatku využitkoval H. G. Zeuthen ve svém známém spise o kuželosečkách ve starověku,[113]) aby odůvodnil

---

[112]) W. Ahrens: Gelehrten-Anekdoten, Berlin-Schöneberg (1911), 21—22.

[113]) H. G. Zeuthen: Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum, Kodaň, (1886).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

svůj názor, proč lze předpokládati, že Řekové propracovali nauku o kuželosečkách dále, než v nám známých památkách se jeví, ač se nezachovaly ani spisy ani zmínky o tom.

Poněvadž lze dle naší zkušenosti předpokládati, že by nikdo nepodával vědomě bez příčiny ve vědecké práci nespolehlivých údajů, lze po vyloučení uvedených poruch každý pramen považovati za spolehlivý. Možnost nespolehlivosti a její příčiny jsou však tak složity, že přebíráme-li bona fide matematicko-historické a biografické údaje nikoli přímo z původních děl starých autorů a původních listin, nýbrž již z pramenů odvozených, nutno pokud možno každý převzatý údaj kontrolovati jinými prameny,[114]) při čemž nám nesmí brániti žádné jméno, byť jeho autorita působila sebe více hypnoticky.[115])

Prvou informaci o moderních matematicko-historických pramenech, o jejich celkové spolehlivosti, ba někdy i o dosti podrobných detailech podávají nám recense v »Bulletin des sciences mathématiques«, v historicko-literárním oddělení »Zeitschrift für Mathematik und Physik«, v Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik« a zvláště v »Bibliotheca mathematica«. Bohužel nezachovávají autoři matematicko-historických prací těchto zásad, jinak by nepřebírali úsudků, na př. z dějin Marieových a jen opatrně používali údajů Cantora a mnoha jiných. Proto onen zrovna sisyfovský boj Eneströmův proti nespolehlivým údajům, jeho zavrhování každé blahovůle vůči chybujícím autorům[116]) a jeho i jiných podrobné korrekce v recensích, jakož i celá rubrika »Kleine Mitteilungen« v Bibliotheca mathematica, o čemž jsem se již zmínil.

---

[114]) G. Eneström: Wie kann die weitere Verbreitung unzuverlässiger mathematisch-historischer Angaben verhindert werden? Bibl. math., (3), XIII., (1912—13), 1—13.

[115]) J. Gow: A short history of greek Mathematics, Tanneryova recense, Bull. des sciences math., XX., 158 nn.

G. Eneström: Über die Bedeutung der Hypothese etc. Bibl. math., (3), VI., 4.

[116]) G. Eneström: Welche Forderungen etc., Bibl. math., (3), V., 298—304.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VI. Pojetí.

Poslední funkcí, shrnující výsledky činnosti heuristické a kritické, prolínající a oduševňující v určitém smyslu každou historickou činnost, jest p o j e t í, hledisko badatelovo. Jest to ono subjektivní plus, které badatel vnáší do svého materiálu, nechť se již projevuje zálibami a vůdčími idejemi při volbě témat a sbírání materiálu, či kritickou důvěrou v pravdivost těch neb oněch pramenů, či volbou rámce a způsobem, zasazujícím do něho v souvislosti historickou látku, jakož i měřítkem, dle něhož oceňuje jednotlivé projevy matematické činnosti. Tento osobní poměr badatelův k předmětu badání, tento soubor jeho názorů tvoří půdu, na níž vyrůstají h y p o t h é s y. Hypothetický element jest při badání matematicko-historickém a při každém historickém vůbec nejen v určitých mezích přípustný, nýbrž i nutný.[117])

První podmínkou, aby se historik mohl dle možnosti nejvíce přiblížiti pravdě, jest a s i m i l a c e, snaha, vžíti se pokud možno nejvíce do doby, prostředí a duše jednotlivých tvůrců vědy. Jen tak lze pochopiti jejich činnost a vytušiti ony neznatelné, často jakoby uměle zakryté stezky a stezičky, vedoucí do jejich duševní dílny, kde snad lze nahlédnouti ve vědomé a podvědomé pletivo myšlenek a metod, jež stvořilo obdivované dílo. Kulturní sféra s filosofickým a vědeckým názorem své doby, se svým charakteristickým uměním odpozorovávati fakta a z nich spřádati vlákna dalších spekulací, všecky ty zjevné a zdánlivě utajené vlivy prostředí musíme si uvědomiti, chceme-li pojmouti určitý kulturní čin v celém jeho dosahu, v jeho závislosti na minulosti a působivosti do budoucna. Při tom třeba se uvarovati jednostranného přeceňování některých kulturních vlivů. Leč nejen toto vnější prostředí doby a místa, nýbrž i vnitřní, psychický, zcela individuelní život každého jednotlivce anebo družiny dodává projevům lidského ducha charakteristické rysy. Posléze i hospodářské a jiné osobní poměry nemohou zůstati bez vlivu na směry a způsoby duševní činnosti.

---

[117]) G. Eneström: Über die Bedeutung historischer etc., Bibl. math., (3), VI., 1.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Jen značná dávka sebezapření a sebeovládání na straně jedné a pevné, dnešní vědeckou situaci ovládající stanovisko na straně druhé nám umožňují pohrouziti se co nejhlouběji do cizí kulturní sféry, cizí psychy a cizích poměrů a neztratiti při tom pevnou půdu pod nohama, nestati se měkkým bezvýrazným ohlasem minulosti, který není schopen ji oceniti a z ní vyvážiti to, co si jako spolubudovatel vědeckého vývoje zasloužilo nesmrtelnosti.

Vlastní, dnešní hledisko dochází svého výrazu při volbě tématu a výběru materiálu. Prohlásil-li jsem dříve »věda pro vědu«, nechtěl jsem tím snad popříti veškeren vliv potřeb živé skutečnosti, bohatého, vroucího, kypícího života. Jest přirozeno, že moderní badatel bude v hlubině minulosti vyhledávati úkazy, mající vztah k otázkám, zachvívajícím přítomností. Jest žádoucno, ba příkazem národní povinnosti, onoho nás všechny prožehujícího žáru, který zvláště dnes tak oslnivě prozařuje každé české nitro, odhaliti clonu zakrývající naši českou vědeckou minulost, vyšetřiti kulturní vlivy, které u nás působily, a objasniti úlohu, kterou ve všech jednotlivých odvětvích kulturního snažení lidstva hrál náš národ. Tento úkol dějin věd má širší význam než pouze teoretický, neboť ukazuje nám hodnoty, na které se lze opírati při dovolávání se našich práv.

Naprostého sebezapření a vpravení se v cizí individualitu jest zvláště tam třeba, kde se jedná o vyplnění mezer, kde se snažíme zachytiti poznatky písemně nezpracované, nebo provésti rekonstrukci ztracených spisů. Z literatury toho druhu připomínám jen Chasles-ovu mistrnou rekonstrukci Euklidových Porismat[118]) a upozorňuji na práce H. G. Zeuthena, jemuž sice Cantor vytýká, že své moderní úsudky vnáší do řeckých autorů,[119]) kterého však P. Tannery vynáší, že on teprve řeckou nauku o kuželosečkách pochopil a znovu ob-

---

[118]) M. Chasles: Les trois livres de porismes d'Euclide, rétablis pour la première fois d'après la notice et les lemmes de Pappus, et conformément au sentiment de R. Simmon sur la forme des énoncés de ces propositions, Paris, (1860).

[119]) H. G. Zeuthen: Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter, Cantorova recense, Zeitschr. f. Math. u. Phys. XLI., (1896), hist.-lit. Abt., 182 nn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jevil staré metody,[120]) a jehož učenost a ostrovtip chválí G. Eneström.[121])

S t á l o u s e b e k o n t r o l o u bdí badatel nad svým pojetím, zda dovede tak abstrahovati od vlastní kulturní sféry, svých psychologických a vědeckých podkladů a individuelních vztahů, aby mohl oddáliti veškeré neoprávněné vlivy. Musí si býti stále vědom, že jeho vlastní individualita jest pramenem omylů. Nejlepší pomůckou k jich vyvarování jest snaha pochopiti a odůvodniti si právě sobě nejvzdálenější a nejméně sympatické stanovisko. Ač naprostá objektivita jest u člověka nemožná, musí býti v každé vědecké práci aspoň přesně vyznačeny mezníky, kde autor opouští půdu zcela neinteresovaného pozorovatele a pronáší úsudky svého vlastního stanoviska.

Teprve když jsme se v ducha doby a materiálu, o něž jde, zcela vmyslili, můžeme prameny správně pochopiti a vyložiti čili i n t e r p r e t o v a t i. V úvaze o heuristice a kritice jsem úmyslně nezdůraznil subjektivní, hypothetický moment, ponechávaje si jej pro tuto část. Kdykoli jest rozhodnouti o výběru historického materiálu, zvláště však vždy, pronášíme-li kritický úsudek o pravosti nějakého pramene, určujeme-li bližší data jeho provenience, vykládáme-li jeho obsah nejasnou formou a nezvyklou terminologií vyjádřený, tu musíme mezerovitost materiálu někdy méně, někdy více doplniti, tomu či onomu stejně doloženému důvodu větší důvěru věnovati, zkrátka zasáhnouti čistě subjektivními činiteli. Sem patří každý výklad pramene, ať odvozuje úsudky pomocí paleografie z písma, nebo pomocí filologie a odborné terminologie z řečí, ať určuje dobu a místo vzniku, nebo jméno a osobnost autorovu. Při tom třeba toho dbáti, jak se význam slov, způsob vyjadřování, obvyklé, stereotypní fráze a obraty, vědecké požadavky, svědomitost citování děl a předchůdců, ba i přímé zakrývání metod objevitelských, požadavky vědecké akribie v různých dobách měnily a vyvíjely. Příklady nesprávné

---

[120]) H. G. Zeuthen: Die Lehre etc., Tanneryova recense. Bull. d. sciences math., XXI., (1886), 261—267.

[121]) G. Eneström: Über literarische etc., Bibl. math., (3), II., 3.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

interpretace pramenů podává zase G. Eneström.[122]) Na nejhlavnější chyby interpretace upozorňuje A. Meister.[123]) Jsou to předpojatost, vkládáme-li do pramene, co tam není, zvláště hledáme-li tam doklady pro všeobecné hypothésy, předem koncipované, nesprávná indukce, vykládáme-li pramen na základě nedostatečného počtu dokladů, a nesprávná analogie, odvozujeme-li identitu ze stejnosti nepodstatných vlastností. Poslední chyby se často dopouštíme zevšeobecňujíce bez oprávnění, srovnávajíce poměry z různých kulturních stupňů, různých dob a míst, soudíce na stejný vývoj z jednotlivých podobných zjevů.

Když byla historická látka předešlými metodami analysována a jednotlivé prvky metodicky prozkoumány, nastává nutnost spojovati je v celky, shrnovati ve vývojové genetické řady, což jest úkolem kombinace. Kombinační schopnost, spojující představy často zdánlivě různorodé, jest vrozená vloha, příbuzná fantasii. Jest část onoho, řekl bych, uměleckého elementu, který vězí v každé opravdu tvůrčí vědecké činnosti. Šťastná intuice, dobrý nápad, vhodná asociace představ má však projíti zkouškou metodickým ohněm, než ji lze přijmouti za oprávněnou a důvody podepřenou historickou hypothésu. Každá kombinace musí vyhovovati všem získaným datům a ani jediné z nich jí nesmí odporovati. Její podklady musí býti vědecky zajištěny. Při tom nesmí býti opomenuto, že působnost není ještě příčinností a že náhodná shoda okolností lehce se zaměňuje za domnělou nutnost. Badatel nechť si přesně uvědomí hranice mezi vědeckou jistotou a možnou hypothésou. Všecky stejně pravděpodobné kombinace jest konstatovati. Hypothetický ráz nějaké kombinace nutno nejenom vytknouti, nýbrž třeba si ho býti i stále vědom, neboť zanedbání tohoto pravidla zaviňuje snad nejvíce chyb, jak v historii matematiky ukázal G. Eneström.[124])

---

[122]) G. Eneström: Über die Bedeutung von Quellenstudien etc., Bibl. math., (3), XI., 1—20.

[123]) A. Meister: Grundzüge etc., 32.

[124]) G. Eneström: Über kultur-historische etc., Bibl. math., (3), IV., 3 nn.

G. Eneström: Über die Bedeutung historischer etc., Bibl. math., (3), VI., 1—8.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Matematicko-historická práce nemůže se jen omeziti na suchý výčet fakt. Čtenáři vyvstane jen tehdy prohloubený obraz dějinného fakta na mysli, je-li faktum to náležitě o c e n ě n o, ať se tak již děje přímo vysloveným uznáním aneb odsouzením, ať se jen jeho plastika zobrazuje taktním vyzdvižením jasných a stinných stránek a vystižením všech nitek, spojujících fakt ten s myšlenkovým proudem celého vývoje. Toto hodnocení zjevů jest vždy silně podkresleno subjektivním pojetím autorovým a právě ono znesnadňuje objektivní posudek, ač naproti tomu jen toto subjektivní pojetí dodává celé práci ono oživující intimní kouzlo osobního procítění. A b s o l u t n í hodnotící objektivní měřítko nesnadno lze získati nám, kteří jsme součástí jedné epochy, jediné složky onoho bohatého komplexu, tvořícího vědecký vývoj. Přípravou a podkladem pro tento ideál jsou však měřítka r e l a t i v n í, z jichž souboru teprve lze objektivně posouditi pravou cenu nějakého fakta. Relativní měřítko podává dotyčná doba s tehdejším stavem vědy a tehdejší kulturní sférou, pochopení osobnosti starého autora, cíl a prostředky jeho tvoření, vývojová linie určité teorie nebo řešení jednotlivého problému. Také Eneströmův pojem p r a v i d e l n é h o a n e p r a v i d e l n é h o v ý v o j e,[125]) totiž souhlasného se systematickým vývojem či nikoli tu může prospěti. Taková relativní měřítka zbavují naše úsudky nemístné nekritické přísnosti, odsuzující vše, co nezůstalo ve vývoji vědy definitivním, jak to J. Bertrand vytýkal Dühringovi.[126])

Lidskému duchu vrozená jednotící snaha, která jej vede k filosofii a která jej nutí povznésti se nad jednotlivé zjevy, hledati v nich pořádající systém, vzájemnou souvislost, uvádějící je v harmonii, ona touha vyjádřena jest v genetickém směru historického badání, zařaděním jednotlivých vývojových řad do vývoje všeobecnějšího proudu k u l t u r n í h o. Ne kulturně historické hypothésy a p r i o r i pragmatického dějinného směru, jak proti nim správně brojí G. Eneström,

[125]) G. Eneström: Über regelmässige und unregelmässige historische Entwickelung auf dem Gebiete der Mathematik, Bibl. math., (3), V., (1904—5), 1—4.

[126]) E. Dühring: Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik, recense J. Bertranda, Bull. d. sc. math. IX. 9.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ale celková vývojová linie a p o s t e r i o r i, kriticky z fakt odpozorovaná a abstrahovaná, jak ji žádá směr genetický, jest oním pásem, spojujícím jednotlivé vývojové řady. Z ryze psychologických důvodů nelze ovšem tento postup vždy zachovati. Dle P. Tanneryho,[127]) »zbývá po vyloučení všech bibliografických, biografických a matematických elementů pletivo domněnek. Nechce-li badatel riskovati, že by ničeho nevytvořil, musí si aspoň provisorně známá fakta předem logicky spořádati a tak položiti základy zamýšleného díla. Tento kadlub zpravidla zůstává, neboť člověk mimoděk vše, co se s ním shoduje, snadno adaptuje, co se mu příčí, podrobuje přísné kritice a činí skrupulosnější výhrady«. Jest právě věcí historické metody tuto stranickost pojetí omeziti na minimum.

VII. **Zpracování.**

Když byl historik vykonal vlastní právě popsanou historickou práci, zbývá mu již jen poslední oddíl, výsledky svého badání odíti ve vhodnou formu, dáti jim patřičný slovný výraz. Metodická a estetická pravidla tohoto úkolu jsou často táž jako u ostatních věd, a bylo by zbytečno zde o nich šířiti. Dovolím si proto jen některá naznačiti, pokud se proti nim nejčastěji hřešívá.

Ke zpracování lze přistoupiti teprve pak, když byla látka úplně proniknuta, aby se vypravovatel neutápěl v bezvýznamných detailech, jak mu je badání podává, ale aby se povznesl nad své thema. Z toho stanoviska může rozsah své látky přehlédnouti a ji vhodně omeziti.[128]) Obtíže působívá při historických látkách volba počátečního bodu, neboť při ponenáhlém vývoji zavádějí nás příliš často kořeny stopované myšlenky do blízké i vzdálenější minulosti, nejen k prvnímu zřejmému jejímu vyslovení, nýbrž i k jejím neuvědomělým tuchám.[129])

Mnohem více než při jiných naukách rozhoduje při ma-

---

[127]) P. Tannery: Le vrai etc., Bull. d. sc. math. XX. 104—106.

[128]) A. Bouché-Leclercq: L'astronomie grecque, recense Tanneryova, Bull. d. sc. math. XXXV., (1900), 37.

[129]) G. Loria: Il teorome fondamentali delle equazioni algebriche. Riv. d. mat., (1891), 185—248, recense Cantorova, Zeitschrift f. Math. u. Psyh., XXXVI., hist. lit. Abt. 57.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tematických vědách a tedy i při jejich dějinách o způsobu zpracování a o bohatství předpokládaných vědomostí kruh čtenářstva, jemuž jest určitá práce věnována. Učence zajímají specielní detaily, filiace idejí a řetěz objevů, filosofa i neodborníka srozumitelný výklad o otázkách metody a vývoje vědeckých idejí,[130]) ryzí historik přeje si resultátů podaných v širokých rysech, možno-li s kulturně-historickými a technickými důsledky, kladoucí na jeho exaktně vědecké znalosti jen nejelementárnější požadavky, široké obecenstvo inteligence pak upoutá popularisující dílo, zajímavě podané, propletené hojně elementy biografickými, kulturními a pod.[131]) Povinností autora jest dobře se vžíti v potřeby a duševní úroveň předem zvolené vrstvy čtenářstva a důsledkům této své svobodné volby se důsledně podříditi. Tím ovšem není řečeno, že by autor populárního díla měl cokoli sleviti ze své vědecké výše nebo že by odborník byl povinen prokousávati se nezáživnými, suše a koženě psanými spisy. Pro každého stává se zajímavou práce srovnávající minulost s přítomností a osvětlující aktuelní otázky reflexemi historickými.

V mezích vědeckých požadavků jest umělecké zpracování látky, duchaplné roucho, v něž se halí přísně vědecký obsah, učlánkovaný do logické disposice, kouzlem, dodávajícím každému dílu vůbec a historickému zvláště poutavého půvabu. Vzornými v tomto ohledu jsou práce Loriovy a některé práce francouzské. Důležité a méně důležité jest vždy dobře rozeznávati a v celém spisu uchovati úměrné rozdělení látky. Souborné dějiny matematiky rády se zdržují u počátku a došedše k období modernímu, bývají přemáhány narůstajícím materiálem, který nelze tak obšírně zpracovati, takže tuto látku snadno příliš sestručňují. Celek pak působí neharmonickým dojmem.

Chce-li nějaká práce činiti nárok na označení práce vědecké, musí její autor nejen dokonale ovládati »literaturu otázky«,[132]) nýbrž má i v celém zpracování vhodnými poukazy

[130]) P. Tannery: De l'histoire etc., Rev. d. synthèse hist., VIII., 3 nn.

[131]) G. Eneström: Über kultur-historische etc., Bibl. math. (3), IV.

[132]) G. Eneström: Über kritische etc., Bibl. math. (3), IX., 2.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

čtenáři umožniti, aby kráčel po jeho stopách. Někteří recensenti matematicko-historických spisů zvláště chválí, když se staří autoři uvádějí v doslovném znění.[133]) Naproti tomu požadavek uměleckého zpracování historických látek vyžaduje, aby se prameny v textu necitovaly doslova, není-li toho nevyhnutelně třeba, nýbrž aby se odkazovaly do poznámek.[134]) Tuto nesrovnalost lze vysvětliti přiblížením se dějin věd k dějinám literatury, kde prameny, písemné doklady, jsou vlastním objektem badání, a dosavadní častou nepřístupností pramenů, takže recensent příliš dobře zná cenu zpřístupnění pokud možno nejhojnějšího pramenného materiálu. Stejnorodost a uhlazenost formy příliš častým doslovným přejímáním starých, zpravidla velmi obšírným slohem psaných statí trpí a příliš dlouhé citáty čtenáře unavují. Jest věcí taktu odvážiti pravou míru mezi vlastním doprovodem a slovy starých autorů. Míra ta bude různá dle rázu celé práce od edice starého spisu, kde vlastní doprovod téměř mizí, k obšírné monografii, kde důkladné a podrobné probadání tématu ze všech stran vyhražuje vlastnímu slovu i citátům hojně místa, až k souborným spisům, podávajícím ve velkých rysech resultáty badání v celých epochách neb látkových skupinách.

Velmi často hřeší autor nesrovnalostí titulu a obsahu.[135]) Budí-li nadpis klamné naděje, tu ztrácí snadno i jinak cenná práce na důvěryhodnosti. Autor vtiskuje nevhodným nadpisem kritice zbraň proti sobě přímo do ruky. Probíráme-li recense, nalezneme hojně dokladů těchto slov.

Nejdůležitější pravidla úpravy při edicích starých pramenů podal jsem již dříve. Výsledky badání ukládají se

---

[133]) J. Todhunter: A history of the progress of the calculus of variations during the nineteenth century, Gieselova recense v Zeitschr. f. Math. u. Phys., VIII., hist.-lit. Abt., 1 nn.

Bretschneider: Die Geometrie und die Geometer vor Euklid, recense J. H. Bull. d. sc. math., IV., 113 nn.

H. Faye: Sur l'origine du monde, Cantorova rec., Zeitschr. f. Math. u. Phys., XLII., (1897), hist.-lit. Abt., 44 nn.

[134]) A. Meister: Grundzüge etc., 34, pozn.

[135]) F. J. Obenrauch: Geschichte der darstellenden und projektiven Geometrie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Österreich, rec. Haussnerova, Bibl. math., (2), II., 102 nn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

v pojednáních a monografiích. Tyto práce, které se mají opírati pokud možno o přímé studium pramenů, jsou stavebními kameny, z nichž teprve lze vybudovati budovu souborného díla. Počet těchto prací čím dále tím více vzrůstá, takže jest již velmi obtížno udržeti si přehled celé tvorby. Nelze na dějepisci vždy žádati nových fakt a dokumentů. Dle Cantora stačí, poskytne-li nových průzorů do historického pletiva.[136]) Proto originelní pojetí aneb aspoň srovnání látky třeba známé může matematicko-historické práci dodati ceny. Kostrou monografie jest vždy určitá jednotící myšlenka, ať to již jsou dějiny nějaké teorie, problému či myšlenky, nebo tvorby a osudů nějakého vědce. Toto poslední seskupení doporučuje G. Eneström zvláště pro dějiny moderní matematiky.[137])

Základy metodiky biografické nalezneme ve velmi zajímavém, instruktivním pojednání L. Steina.[138]) Za cíl vědecké biografie staví Stein: 1. cíl historický, t. j. vysvětliti, jak velká osobnost se vyvíjela, její díla vznikala a působila, co podmiňuje její dějinné postavení a význam, zda podporovala pokrok kulturního lidstva, a 2. cíl pedagogicko-etický, zdůrazňující silně vše vzorné, příklad vzbuzující, vyzývající epigony k stejným výkonům. Psychologické umění biografie záleží v tom, vyzvednouti ty vlastnosti, jež osobnost razí na historickou. Leckterá okolnost osobní intimity, ba i všedního života může, použita cum grano salis, celému líčení dodati pikantního kouzla a kořenné vůně. Biografickým elementem dostává se paměti pevných bodů, na něž lze resultáty badání teoretického zachytiti. Líčení prolnuté osobním momentem budí více zájmu. Vědec není pouhý myslící stroj, nýbrž za strojem kryje se jeho osobní »já«, dirigující a pořádající vlákna myšlenek, aby vytvořilo vzor na mysli mu tanoucí v žádaném barevném odstínu. Toto »já« jest však podřízeno časovým proudům, náladám a různým vlivům. Proto třeba především zachytiti ekonomické, duševní a mravní milieu, jež vyni-

---

[136]) Ph. Chasles: Galileo etc., Cantorova recense, Zeitschr. f. Math. u. Phys., IX. (1864), hist.-lit. Abt.

[137]) G. Eneström: Über planmässige etc., Bibl. math. (3), VIII., 5.

[138]) L. Stein: Zur Methodenlehre etc., Biogr. Blätter, 1, 22—39.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kajícím myslitelem dochází svého výrazu, po případě jest jím přerůstáno, čímž se nové budoucí milieu vytváří. Stein dále ukazuje na dějinách filosofie vliv domoviny a doby a upozorňuje, že jednotlivý biografický badatel sotva může rozhodnouti, co ze života historické osobnosti poslouží budoucímu životopisci, a proto že jest nutno sbírati vše, plevy i zrní, do posledních podrobností.

Zajímavá jest otázka účelnosti a proveditelnosti d ě j i n m a t e m a t i k y j e d n o h o j e d i n é h o n á r o d a. Zvláště Cantor staví se proti tomuto způsobu zpracování, nejedná-li se snad o naprosto isolovaný národ, a zdůrazňuje, že autor buď musí objasniti následkem vzájemného působení národův i vědu jinonárodní a tím překročiti vytčený rámec, aneb autor zachová toto omezení, pak ale stanou se jeho dějiny snadno mezerovitými a jeho postavy budou zkresleny, neboť nelze podati vědecké předpoklady, z nichž vyrůstaly, a zdánlivě se jim připisuje větší význam, než ve skutečnosti mají.[139]) S názory Cantorovými nemohu bez výhrady souhlasiti. Stranického, národně šovinistického přeceňování jest se ovšem bezpodmínečně uvarovati. Avšak z psychologicky vysvětlitelných důvodů zvýšeného zájmu neb aspoň větší znalosti bývá i vynikající autor také při souborných dějinách sváděn ke zdůraznění zásluh příslušníků svého národa. S. Günther praví o výtečných Wolfových dějinách astronomie, že »přidělují čestné místo produktům německého ducha«.[140]) P. Tannery si stěžuje, že Cantor ve třetím díle svých Vorlesungen podrobně líčí pokroky vyučování jen v Německu a ještě snad v Italii.[141]) G. Loria praví o W. W. Ballovi, že znal přirozeně nejlépe dílo

---

[139]) A. Quetelet: Histoire des sciences mathématiques et physiques chez lés Belges, Cantorova recense, Zeitschr. f. Math. und Phys., XI., (1866), hist.-lit. Abt., 29 nn.

R. Wolf: Geschichte der Astronomie, recense Cantorova, Zeitschrift f. Math. u. Phys., XXIII., (1878), hist.-lit. Abt., 85 nn.

M. Cantor: Sur l'historiographie etc., Congr. intern. d. math., (1900), 27 nn.

[140]) R. Wolf: Geschichte etc., Güntherova recense, Bull. d. sc. math., XIII., (1878), 427.

[141]) M. Cantor: Vorlesungen etc., III. díl, Tanneryova recense, Bull. d. sc. math., XXVII., (1892).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

svých krajanův, o nichž podává nové detaily, že se však bohužel dal vlastenectvím svésti k nadržování anglickým matematikům.[142]) Při dějinách matematiky určitého národa nejedná se o celý dějinný vývoj, jest tudíž povinností autorovou nedopustiti se mezerovitosti ve vývoji matematiky u dotyčného národa a nikoli v celém vývoji dějinném. Proto může líčiti jen ty části dějin, které souvisí s předmětem jeho vypravování. Nemá-li se však dopustiti nevědecké stranickosti, musí ovládati celý dějinný vývoj tak, aby mohl líčené postavy a matematické činy správně oceniti a stručnými slovy svůj úsudek odůvodniti. Dějiny matematiky určitého národa přál bych si tímto způsobem vykreslené na pozadí světového vědeckého milieu, které jim teprve může dodati pravého osvětlení a čtenáři poskytnouti vhodného měřítka pro spravedlivé hodnocení. Tento postup nepovažuji za překročení vytčeného rámce. Byť i vyžadovalo značného autorova umění, domnívám se, že mu nekladu neproveditelných úkolů. Myslím, že zvláště členové malého, o své bytí zápasícího národa nesmějí se vzdáti a priori myšlenky vylíčiti dějiny kterékoli kulturní práce svého národa. Členové národů velkých a těch, jichž existence jest zajištěna, nepochopí, jak často musí se jejich méně šťastní bratři veškeré své kulturní váhy, každičké své zásluhy o pokrok lidstva dovolávati v boji o svá práva.

Konečným cílem jednotlivých matematicko-historických prací jsou souborné dějiny matematických věd, onen široký veletok, čerpající ze všech řek, říček, potoků a pramének svého poříčí. Způsob jich zpracování řídí se účelem a rozsahem, od krátkých přehledů pro studenty a prvou informaci až po obšírná kritická díla vědecká pro historiky matematiky. Čím kratší přehled, tím pečlivější a jemnější musí býti ruka autorova při výběru materiálu. Díla souborná budou vždy odkázána na přebírání látky z druhé ruky, pročež musí tím opatrněji kontrolovati věrohodnost svých pramenův a vystříhati se nekonsekventnosti,[143]) neúměrnosti v rozsahu a nestejnoměrného hodnocení.

---

[142]) W. W. Ball: A short account of the history of Mathematics, Loriova recense, Bibl. math., (2), III., (1889), 56.

[143]) F. Cajori: A History of Matematics, Tanneryova recense, Bull. d. sc. math., XXXII., (1897).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VIII. Autor.

V předešlých kapitolách zabývali jsme se matematicko-historickým badáním a zpracováním. Zbývá nám ještě ukázati, jakým podmínkám musí vyhovovati autor sám, aby se hodil za dějepisce vůbec a naší vědy zvláště. P. Tannery shrnuje tyto podmínky stručně tak, že k tomu, aby kdo byl dobrým historikem, nestačí býti vědcem, neboť nutno chtíti oddati se dějinám, míti chuť k tomu, projevovati kritický smysl různý od exaktně vědeckého a ovládati řadu zvláštních vědomostí, bezpodmínečně to nutných pomůcek historických, které jsou zcela neužitečné exaktnímu vědci, zajímajícímu se o pokrok vědy.[144])

Jest jistě zapotřebí velké lásky k dějinám, má-li se exaktní vědec oddati badání, vyžadujícímu často způsob myšlení cizí jeho dosavadní práci a přinášející mu celkem méně uznání než vlastní tvůrčí činnost.

Ne každý, kdo jest obrněn dostatečnou trpělivostí při sbírání materiálu, hodí se pro historickou činnost. Při přísně vědeckém kritickém smyslu jest to, jak jsme již ukázali, schopnost asimilační, která nevzdávajíc se svých názorů, dovede úplně pochopiti a vžíti se do duše cizí. Z této asimilační schopnosti vyvíjí se historikovi nutná blahovolná snášelivost a naprostá nestrannost.

Tyto hlavní podmínky, láska k věci a historický smysl dnes nestačí k badání matematicko-historickému, jak tomu bylo tehdy, kdy byly dějiny naší vědy v plénkách. Vyspělý pokrok historie matematiky vyžaduje specielní přípravy, celého muže, nemají-li práce z tohoto oboru zůstati v mezích diletantismu, byť i duchaplného. Ženiální muži, kteří by jako vedlejší činnost vytvořili vynikající, na výši vědy stojící díla matematicko-historická, jsou vzácnými výjimkami. Proto volá G. Eneström po historických odbornících exaktních věd, kteří by měli na universitách přednášeti.[145])

Vývoj matematiky pochopiti a význam prací matemati-

---

[144]) P. Tannery: De l'histoire etc., Rev. de synth. hist., VIII., 3.

[145]) G. Enestrőm: Die Geschichte der Mathematik und der Universitätsunterricht, Bibl. math., (3), V., (1904—5), 63—67.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ckých oceniti může zase jen matematik,[146]) pročež i pro historii matematiky platí *μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω*.[147]) Připojil bych ještě požadavek pokusu o vlastní tvůrčí činnost na poli matematickém, třeba jen malé pojednání, aby historik matematiky dovedl oceniti obtíže a cesty, jimiž se tvůrčí genius ubírá, pocítil radost z docílených resultátů a zklamání z nezdarů a aby dovedl pochopiti psychologické stavy, vyvolané rodícím se objevem.

Kdo se chce věnovati dějinám matematiky, musí se obeznámiti se základy pomocných věd, jak jsme o nich dříve hovořili. Dalším nutným studiem jest Eneströmem nazvané »přípravné studium pramenů«, na rozdíl od studia za účelem určité zamýšlené publikace.[148]) Jest to studium z historického stanoviska nejdůležitějších děl v originále, tak aby se historik obeznámil se starou terminologií. Z moderní literatury má dle téhož autora matematicko-historický odborník znáti nejnovější souborná zpracování, v nichž bývají zužitkována cenná starší pojednání, a aspoň poslední ročníky matematicko-historických časopisů, aby stál na výši současné vědy.[149]) Produktivním matematikům doporučuje Enestrom historické zpracování partií z XVIII. a XIX. stol., zvláště pak vědecké biografie nedávno zemřelých matematiků,[150]) práce to, které nevyžadují ani tak matematicko-historické školenosti, jako spíše odborné matematické vědomosti a proniknutí tvůrčích procesů duševních.

K souborným dějinám měl by historik matematiky přistupovati teprve tehdy, když se může vykázati již značnějšími úspěchy na poli prací monografických, aby z vlastní zkušenosti znal dopodrobna práci matematicko-historickou ve všech jejích fásích, dovedl oceniti své prameny

---

[146]) G. Eneström: Zur Frage über die Behandlung etc., Bibl. math., (3), IV., 230.

[147]) F. Hoefer: Histoire des Mathématiques depuis leurs origine jusqu' au commencement du XIX siècle, recense J. H., Bull. d. sc. math., X., 137.

[148]) G. Eneström: Über die Bedeutung von Quellenstudien etc., Bibl. math., (3), XI., 9.

[149]) G. Eneström: Über kritische etc., Bibl. math., (3), IX., 2 nn.

[150]) Ibidem, 12.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a mohl je kontrolovati a aby byl schopen přinésti nějaké odůvodněné cenné nové pojetí a nikoli snad jen fantastické hypothésy. Každému historikovi matematiky má býti dle Cantora vzorem Montucla, který své síly nejdříve změřil na monografii, než přistoupil ke všeobecným dějinám.[151]) Kdyby z jakýchkoli důvodů bylo nutno, aby se souborných dějin ujal pracovník nedosti školený, pak by se vpravdě mělo zameziti rozšiřování nespolehlivých údajů tak, jak si přeje G. Eneström, předložením rukopisu zdatnému a školenému odborníku ke korektuře.[152])

*

V předchozích úvahách pokusil jsem se snésti v jedno spojiti a vlastními úvahami doplniti vše, co jsem našel o metodice dějin matematiky. Snad tím ušetřím váženým čtenářům pracné shledávání materiálu pro vlastní práce matematicko-historické a podám měřítka k posouzení matematicko-historických spisů a tak se jim zavděčím.

V Humpolci, srpen 1917.

Résumé.

Le présent traité est le premier essai[153]) d'établir une méthodologie systématique de l'histoire des mathématiques. De même que l'historiographie en général, l'évolution de l'historiographie des mathématiques a passé par trois phases: d'abord elle était narrative, puis elle devint pragmatique, enfin génétique. L'histoire génétique est en accord avec les exigeances de la science moderne. L'auteur de ce traité ne veut nullement prescrire la direction des recherches dans l'histoire des mathématiques, pourvu qu'elles satisfassent aux exigeances du principe génétique et de la critique scientifique. L'histoire en général, l'histoire de la civilisation et de la litterature, celle de la philosophie, des sciences exactes et des sciences techniques,

---

[151]) M. Cantor: Sur l'historiographie etc., Congr. intern. d. math., (1900), 31.

[152]) G. Eneström: Über kritische etc., Bibl. math., (3), IX., 13.

[153]) excepté le Manuel de G. Loria.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

la logique et la psychologie, la métrologie, la chronologie et la partie de la science des finances se rapportant aux mathématiques ainsi que la philologie et la paléographie sont des sciences auxiliaires ou pour moins des sciences les plus proches. Bien entendu l'historien des mathématiques en premier lieu a besoin surtout des sciences mathématiques. Les recherches historiques exigent trois sortes de travail:

1° le travail heuristique, pour lequel la bibliographie est d'un aide précieux.

2° le travail critique examinant l'authenticité et la véracité des sources, le temps et le lieu de leur origine ainsi que la personalité de leur auteur.

3° la conception supposant de la faculté d'assimilation, un point de vue déterminé et un contrôle constant de soi même, de la faculté d'interpreter et de combiner et appréciant les phénomènes d'après leur valeur mathématique.

La rédaction verbale est du domaine littéraire et artistique. Le travail mathématique-historique exige une érudition spéciale.

Tiskem Dra Ed. Grégra a syna v Praze. — Nákladem vlastním.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VĚSTNÍK
KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK

TŘÍDA
MATEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

Smithsonian Institution
AUG 17 1921
252894
National Museum.

1919

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHÊME

CLASSE DES SCIENCES

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VĚSTNÍK
KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK

TŘÍDA
MATEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

ROČNÍK 1919.

V PRAZE 1921.
NÁKLADEM KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK.
V KOMISI U FRANTIŠKA ŘIVNÁČE.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHÊME

CLASSE DES SCIENCES

ANNÉE 1919.

PRAGUE 1921.
PUBLIÉ PAR LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHEME.
LIBRAIRIE F. ŘIVNÁČ.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Přednášky konané roku 1919 ve schůzích třídy matematicko-přírodovědecké.

Dne 9. dubna. Prof. Dr. **B. Hostinský:** O některých applikacích elliptických integrálů v geometrii.
Dne 28. listopadu. Prof. Dr. **B. Hostinský:** O pružnosti atomů.

OBSAH.

Karel Kavina: O cystidách Hymenomycetů . . . . . I.
B. Hostinský: Sur quelques applications géométriques des intégrales elliptiques et sur les relations entre les intégrales complètes . . . . . II.
Gerhard Kowalewski: Eine doppelte Maximumseigenschaft des regulären Rhombendodekaeders . . . . . III.
Edmund Landau: Konvergenzbeweis einer Lerchschen Reihe IV.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Conférences faites en 1919 dans les séances de la classe des Sciences.

Le 9. avril. Dr. **B. Hostinský:** Sur quelques applications des intégrales elliptiques en géométrie.
Le 28. novembre. Dr. **B. Hostinský:** Sur l'élasticité des atomes.

TABLE DES MATIÈRES.

Karel Kavina: On the Cystidia of Hymenomycetes. . . . . 1.
B. Hostinský: Sur quelques applications géométriques des intégrales elliptiques et sur les relations entre les intégrales complètes . . . . . II.
Gerhard Kowalewski: Sur une double propriété de maximum du dodecaèdre aux losanges. . . . . III.
Edmund Landau: Proof of the convergence of a series given by Lerch. . . . . IV.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

I.

O cystidách Hymenomycetů.

Morfologicko-biologická studie.

Píše **Karel Kavina.**

Botanický ústav zemědělské fakulty čes. vys. školy techn. v Praze

(Předloženo dne 6. listopadu 1918.)

1. Kapitola historická.

Cystidy jsou mykologům známy již od dob, kdy geniální florenčan *Petr Antonius Micheli* v nádherném životním svém díle »Nova plantarum genera«, položil základy kryptogamologie a obrátil interes botaniků i na nepatrné, ale tím více zajímavé a důležité rostliny tajnosnubné. *Micheli* pozoroval a nakreslil [1]) na ostří i ploše lamel vynikající drobná tělíska, jež zejména nápadná a pouhou lupou již patrna jsou u Coprinů, a domníval se, že slouží k tomu, aby lamely navzájem od sebe byly oddělovány a tak mohly se výtrusy dobře vyvíjeti; cystidy jiných druhů však zaměňoval s výtrusy, a oboje označoval prostě jako »flores«. Pozdější autoři, zejména *Dillenius* a pak *Gleditschius*,[2]) jenž specielně houbami se zabýval, označovali prostě cystidy za

[1]) Florenciae 1729, tab. 65 fig. 6 C, tab. 73. fig. 1. B, C, D, E, I, K, L; str. 133.: »In aliquis praeterea Fungorum speciebus, ac potissimum in iis, quae in equorum, boum, ac similium animalium fimo nascuntur illud observavimus dignum animadversione, videlicet superficiem earundem laminarum non seminibus tantum, verum etiam quibusdam corporibus diaphanis, figura vero in nonnulis speciebus conica, in aliis pyramidata ornatum esse, quibus corporibus fit sagaci naturae consilio, ne alteram ex iisdem laminis altera contingat, ne forte semina inter easdem laminas degentia depraventur, vel non decidant, nisi quando decidere debent, quae quidem corpora maturo, ac etiam delapso semine concidunt.«

[2]) *Joh. Gottl. Gleditsch*, Methodus fungorum, Berolini 1753 pag.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tyčinky. Avšak již *J. Hedwig*, který v pověstném svém díle »Theoria generationis et fructificationis plantarum cryptogamicarum« (Lipsiae 1798) uvedl studium kryptogamů v koleje, v nichž jich výzkum namnoze ještě dnes se nalézá, pochybuje, že by *Micheli*-ho »corpora diaphana« byla samčími orgány; sám však přiznává se poctivě, že neví, jaká funkce záhadným těmto útvarům přísluší.[3]) Nicméně současní botanikové byli ještě pevně přesvědčeni, že tělíska tato mají význam samčích orgánů; značnou pozornost jim věnoval tou dobou zejména *M. Bulliard*,[4]) jenž je nazýval »vésicules spermatiques« a pozoroval i nakreslil u velké řady hub. Leč *Bulliard* považuje a kreslí jako spermatové váčky nejen vlastní cystidy, ale i samotné výtrusy rouškatých hub, vřecka, a u Pyrenomycetů dokonce i perithecia; v tomto ohledu učinila mykologie značný krok nazpět, neboť *Hedwig* již perithecie i asky (které nazýval thecae; název ascus zaveden byl teprve *Nees ab Essenbeckem*[5]), pozoroval a správně vysvětlil. Na začátku minulého století všechna pozornost mykologů byla obrácena k systematickému propracování hub a všeobecné otázky byly ve-

---

89: »Lamellae cui ipso pileolo magna ex parte in foetidum et nigerrimum liquamen resolutae guttatim defluunt, margo autem laminarum (cui vera stamina infixa sunt), colorem cinereum cum nigro non commutat.«

[3]) l. c. pag. 243: »Ingenue fateor, me in disquisitione horum vegetabilium necdum eo pervenisse, neque pervenire potuisse, ut pro certo decernere possim.«

[4]) *M. Bulliard* Histoire des champignons de la France. Paris 1791 p. 39.—46. Pl. 1. fig. III., 2. fig. IX., XII. 44. fig. XII. Pag. 39.: ». . . ont de petites vessies, dans lesquelles est renfermé leur fluide spermatique.« P. 40.: »Les vésicules spermatiques des champignons, comme je l'ai déjà fait remarquer plus haut, sont tantôt errantes, tantôt fixes. P. 43.: » . . . les vésicules spermatiques sont si fines qu'il faut des lentilles qui n'aient pas plus d'une ligne de foyer pour les appercevoir; . . .« P. 44.: »Pour l'ordinaire les vésicules spermatiques sont solitaires, placées d'espace en espace dans le voisinage des graines.«

[5]) *Nees ab Essenbeck*, Das System der Pilze und Schwämme. Würzburg 1816 a *týž*, Das System der Pilze. Bonn 1837.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

směs nechávány stranou. Tak již v *Persoonovi*[6]) marně hledáme podrobných údajů o reprodukčních orgánech; stejné znalosti nabudeme i s *Friesem.*[7]) Oba tito velicí mykologové, jichž díla stala se základem veškeré moderní systematiky houbové, vycházejí, jak na velmi četných místech v jich dílech jest patrno, úplně z přesvědčení o pohlavnosti všech hub, a pravděpodobně i existenci »semenných váčků«, za něž cystidy byly vykládány. Teprve *A. C. J. Corda* r. 1834 věnoval větší pozornost anatomickému složení hub, specielně lamelly Agaricaceí[8]); přišel k názoru, že tělíska Michelim pozorovaná (jež proto také corpora Micheliana nazval), jsou skutečnými samčími orgány, v jichž obsahu domníval se viděti i pohyblivé spermatozoidy. Proto je označuje prostě jako anthery, a v podrobnějším rozboru pozdějším (1839)[9]) též antheridia; názor jeho, tlumočený poprve na sjezdu přírodopisců ve Vratislavi, setkal se u tehdejších mykologů s velkým nesouhlasem. Později *Corda* považoval cystidy za homologa pylových zrnek a označoval je důsledně jako pollinaria.[10]) Pozoroval velmi dobře, že cystidy vylučují sliz dávno ještě před zráním výtrusů, a že výtrusy odpadnuvše od basidie zůstávají nalepeny na pollinariích; v tomto úkazu viděl pohlavní akt: výtrusy jsou prý při tom súrodňovány slizem cystidovým, v němž možno pozorovati drobounká tělíska v čilém pohybu.[11]) Nálezy *Cordovy* potvrdil *Klotzsch* a *Zobel.*[12]) Mezitím ale vyšla znamenitá práce *J. H. Léveilléea*, jež korrigovala mnoho chyb a nesprávných údajů o skladbě hymenia a vyvolala četné diskusse pro i proti; *Léveillé* nazval tělíska Micheliova poprvé cystidami,[14]) a přesně je

[6]) *C. H. Persoon*, Synopsis methodica fungorum. Gottingae 1801. *týž*, Mycologia europaea. Erlangae 1872—1878.

[7]) *E. Fries*, Systema mycologicum. I. Gryphiswaldiae 1821, introductio p. XXV.

[8]) *A. C. J. Corda*, Ueber Michelis Antheren der Fleischpilze, Okenova Isis 1834 p. 643.

[9]) *týž*, Icones fungorum hucusque cognitorum. Pragae 1839 T. III. pag. 44. a násl.

[10]) *týž*, Anleitung zum Studium der Mycologie. Prag 1842 p. XXXI.

[11]) l. c. 1839 p. 45., Icones V. 1842, pag. 83.

[12]) Icones VI. 1854 p. 40. t. III. 1839 p. 45.

[14]) *J. H. Léveillé*, Recherches sur l' Hymenium des Champi-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

definoval oproti basidiím, pro něž rovněž název i pojem poprvé dokonale vymezil. O významu a funkci těchto orgánů nenalézáme ani v práci *Léveilléově*, ani jeho kritiků žádné zmínky.[15]) V současných pracech německých badatelů, jako *Linka*, *Meyena* a zvláště *Phoebusa*[16]) jsou cystidy vykládány jen jako parafysy, jež mají účel čistě mechanický, oddělovati od sebe basidie a chrániti je podobně, jako činí parafysy v hymeniu vřeckatých hub; *Berkeley* nazývá cystidy prostě »asci« a v jejich funkci jest téhož názoru, jako autoři němečtí.[17]) *Bischoff* ještě r. 1842 tlumočil názory *Cordovy*, opatrně ale připisuje poznámku, že přesto vlastní účel »tělísek Michelových« jest nám neznámý;[18]) téměř doslovně překládá staf o cystidách náš *Presl* nazývaje je »tílky vřeckovitými«.[19]) R. 1856 zabýval se podrobně cystidami *H. Hoffmann;*[20]) zdá se, že základní práce *Léveilléova* jest mu neznámou, označujef cystidy starým názvem *Cordovým* pollinariemi. Naprosto odmítá, že by útvary tyto hrály nějakou úlohu pohlavní; domnělé spermatozoidy *Cordovy* jsou jenom bakterie (Bacterium Termo Duj.*). Jako vlastní po-

---

gnons. Annales des science naturelles II. Série, T. 8., Bot., Paris 1837 p. 321—338, p. 325: »Ces corps, je le désignerai sous le nom de cystides«. p. 326: »Les Cystides sont de corps vésiculeux, diaphanes, perpendiculaires à la surfaces sur laquelle ils sont placés; ils sont formés d'une seule membrane; leur surface, ainsi que l'a observé M. Decaisne, est quelquefois réticulée et rappelle les cellules des végétaux d'un ordre supérieur; leur existence n'est pas constante«.

[15]) *Brogniart* et *Guillemin*, Raport fait à la Société Philomatique sur un mémoire de M. le docteur *Léveillé*, intitulé: Recherches sur l'hymenium des champignons. Ibid. p. 338—345.

[16]) *Phoebus*, Deutschlands kryptogamische Giftgewächse in Abbildungen und Beschreibungen. Berlin 1838 též, Ueber den Keimkörperapparat.

[17]) Die *Cordy* l. c. 1839 T. III. a *Cooke* et *Berkeley*, Les Champignons. Paris 1878 p. 21.

[18]) *G. W. Bischoff*, Handbuch der botanischen Terminologie und Systemkunde. Nürnberg 1842, II. T. p. 906.

[19]) *J. Sv. Presl*, Počátkové rostlinosloví. Praha 1848 str. 218.

[20]) *H. Hoffman*, Die Pollinarien und Spermatien von Agaricus-Botanische Zeitung 1856, XIV. p. 137.—148., 153.—163.

*) Ve skutečnosti mikrosomy a drobné částečky metaplasmatické v Brownově pohybu.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

hlavní buňky zdají se mu býti drobounké spermacie**) oddělované na spermaforiích, zvláštních štětinkách myceliových, jež *Hoffmann* objevil a vývoj jich důkladně studoval u Agaricus metatus***). Pollinarie nemají pro rozmnožování hub vůbec žádného významu, jsou to změněné buňky palisádové; srovnává je s parafysami Pezizaceí a domnívá se, že snad jsou to také orgány analogické žláznatým chlupům rostlin jevnosnubných. Pro zajímavý svůj náhled o funkci této však nepodává nijakých důkazů. R. 1863 vyslovil *J. de Seynes*[21]) v disertační své práci pojednávající podrobně histologii Agaricineí názor, že cystidy jsou jen hypertrofované basidie a mají úlohu analogickou prstenu; důkaz k tomu vidí u r. Pluteus, kde rohaté výběžky cystid jsou vlastně sterigmata. Dle *Seynesa* jsou všechny části hymenia vůbec identické. Tentýž názor tlumočí i *Cooke* a *Berkeley;*[22]) podobně souhlasí se *Seynesem* i *H. Baillon*,[23]) jenž vykládá cystidy za teratologicky změněné basidie, jež podobně jako v květu abnormálně karpel někdy se zvrací v list, vrátily se k funkci vegetativní. O tři roky později vydal *De Bary*[24]) »Morfologii«, v níž ale nevyslovuje žádného samostatného úsudku o funkci cystid; tak jako *Corda* a *Klotzsch*[25]) pozo-

**) t. j. oidie, dle dnešní nomenklatury.

***) Mycena metata (*Fr.*) Systema I. p. 144., Hymenomycetes eur. p. 142, *Winter* p. 758, *Ricken* p. 443, týž autor poprvé popisuje na myceliu této houby i přesky.

[21]) J. de Seynes, Essai d'une flore mycologique de la région de Montpellier et du Gard; observations sur les Agaricinés, suivies d'une énumeration méthodique. Paris 1863. Podrobný referát *Fournierův* v Bull. d. la Soc. Bot. de France 1863, X. p. 106—108; na str. 106. cituje z díla *Seynova*: »M. de Seynes, combattant l'hypothèse emise par Corda sur le rôle des cystides, ne voit dans ces cellules »que des organes revenus à des fonctions végétatives par une sorte d'hypertrophie du baside«.

[22]) *M. C. Cooke* et *M. J. Berkeley*, Les champignons. Paris 1878 p. 21. a *Cooke*, Anatomie d'un champignon, Popular Science Review. VIII. p. 380.

[23]) *H. Baillon*, Dictionaire de botanique. Paris 1886. T. II. p. 339.

[24]) *A. de Bary* Morphologie und Physiologie der Pilze, Flechten und Myxomyceten. Leipzig 1866 p. 170—172.

[25]) *Klotzch* v *Alb. Dietrichově*, Flora regni borussici, Berlin 1838, t. VI. u Coprinus deliquescens.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

roval, že spory zhusta bývají na cystidách nalepeny. Nevidí ale v tomto faktu žádný akt sexualní, nýbrž spíše jen jakési pohnojování výtrusů, jež lépe a rychleji pak klíčí; v druhém vydání své učebnice[26]) opustil tento svůj náhled a přiklonil se plně k názoru *Brefeldovu*. Mezitím r. 1877 zabýval se totiž cystidami *O. Brefeld*[27]) u Coprinus stercorarius, jenž vykládá je jen za ochranná zařízení oddalující od sebe lamelly, aby tvořícím se výtrusům zjednávaly patřičného prostoru. Přes všechny důkazy o nepohlavnosti cystid nazývá ještě roku 1876 *M. L. Quélet*[28]) orgány tyto pollinariemi, a tvrdí, že viděl u Tricholoma albellum a Hygrophorus cossus zralé cystidy pukati a vypouštěti drobná tělíska, velmi podobná spermatozoidům. Tvrzení toto zdá se býti vyvoláno těsně před prací *Quéletovou* vyšlým pojednáním známého anglického mykologa *Worthingtona Smitha*,[29]) který snažil se dokázati, že cystidy jsou skutečnými antheridiemi oplodňující drobnými spermatozoidy výtrusy na sobě nalepené; ještě r. 1881 publikoval *Smith* podrobnou práci o tomto thematu.[30]) Zatím v Německu r. 1883 vyšla práce *Hesse*-ho[31]) o anatomii lamelly Agaricineí, jež beze změny otištěna současně pod změněným titulem v pojednáních bran-

---

[26]) *A. de Bary*, Vergleichende Morphologie und Biologie der Pilze, Mycetozoen und Bacterien. Leipzig 1884 p. 322—329.

[27]) *Oscar Brefeld*, Botanische Untersuchungen über Schimmelpilze. III. Heft: Basidiomyceten. Leipzig 1877. p. 58.: »... Der Gedanke, dass die Cystiden seitliche Schutzpfosten sind, deren Gestalt sie nachahmen, könnte villeicht noch darin eine Stütze finden, dass die kürzeren Lamellen an ihrer Spitze keine Cystiden ausbilden wie die grossen, die bis zum Stiel reichen«. Coprinus ephemerus, jehož vývoj *Brefeld* v tomtéž sešitě popisuje (p. 109—116.) jest dle *Bresadoly* (Pringsheim's Jahrb. f. wiss. Bot., 1912, Bol. 50. p. 471.) C. radiatus (Bolt.) *Fr.*

[28]) *M. L. Quélet*, Sur la classification et la nomenclature des Hyméniés. Bulletin de la Société botanique de France. T. XXIII. Paris 1876 p. 140.-150; o cystidách p. 141. a 142., též 1. pozn. pod čarou.

[29]) *Worthington G. Smith*, Reproduction in Coprinus radiatus Grevillea 1875—6. vol. IV. p. 53.—63.

[30]) *W. G. Smith*, Cystidia in the Mushroom Tribe. Grevillea, 1881, vol. X. p. 78., p. 304., též v Gardeners' Chronicle, 1881, p. 367.

[31]) *Herm. Hesse*, Die Anatomie der Lamelle und ihre Bedeutung für die Systematig der Agaricineen. Inaug. Diss. Berlin 1883

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

deburského spolku botanického.[32]) *Hesse* domnívá se, že cystidy mají blízký vztah k rozšiřování spor; tak jako peristom u mechů, rozhazují výtrusy všemi směry do vzduchu a zabraňují, aby nepadaly přímo pod houbu, kde by na substratě, již mateřským myceliem značně vyžitém, měly velmi špatné podmínky existenční. Marburský botanik *Kohl*,[33]) referuje o práci *Hesse*-ho, kloní se však opět k staré sexuelní theorii pollinariové; tento pán jest posledním zastancem pohlavní funkce cystid.

Velmi důležitým zjevem v mykologické literatuře jest práce *Patouillardova*,[34]) jež vyšla roku 1887; bystrý badatel tento vykládá, že cystidy jsou vlastně exkrečními orgány, aniž by ale uváděl podrobných důkazů. Téhož roku *Massee*[35]) dokázal, že zralé cystidy obsahují hojně glykogenu, jenž jest vylučován drobounkým otvorem na vrcholu: údaj tento byl však později od různých badatelů, jmenovitě také *Leo Errerou*,[36]) jenž specielně glykogenem se u rostlin zabýval, popřen. Současně i *R. v. Wettstein*[37]) vydal studii o cystidách;

[32]) *Hermann Hesse*, Beiträge zur Classification der einheimischen Agaricineen auf anatomischer Grundlage. Verhandlungen des Botanischen Vereins der Provinz Brandenburg. Berlin 1884, XXV. Bd. p. 89.—131.; cystidy str. 120—125. Viz též nekrolog *Magnusův* o *Hessem* v těchže pojednáních za rok 1886, XXVII. Bd. p. XXXIII.

[33]) Referát v Bot. Centralblatt, 1884.. Bd. XVII. p. 68.—70.

[34]) *N. Patouillard*, Les hyménomycètes d'Europe. Paris 1887, p. 48.: »Quand au rôle des cystides, diverses explication ont été émises, plusieurs auteurs pensent qu'ils servent à l'épanouissement de l'hymenophore, dont ils font communiquer dans le jeune âge les différente couches hyménifères entre elles. Mais si nous considérons que dans une foule de cas, c'est dans les cystides, qui viennent s'accumuler les résidus de l'épuration du protoplasma, nous sommes amenés à penser que *les cystides jouent le role d'organes d'excretion.*

[35]) *G. Massee*, Journal Royal Microscop. Society, 1887 p. 205. sec. *Buller* l. c. 1910 p. 615.

[36]) *Léo Errera*, Sur le glycogène chez les Basidiomycètes. Poprvé v Mem. de l'Acad. royale de Belgique, 1885, t. XXXVII., podruhé v Recueil de l'instit. bot. univ. Bruxelle, 1906 I. p. 77.—123.

[37]) *R. v. Wettstein*, Zur Morphologie und Biologie der Cystiden. Sitzungsber. d. kais. Akad. der Wissensch. in Wien, Bd. XCV. I. Abt. 1887, Sep.-Abdr. Též ve Verhandl. d. kais.-königl. zool. — bot. Gesellschaft in Wien, 1887, Bd. XXXVII., Sitzungsber. p. 6.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

studoval výhradně jen poměry u r. Coprinus, a vývody své neprávem zevšeobecňuje na všechny houby. O funkci cystid vykládá totéž, co již jich objevitel *Micheli* a nejnověji *Brefeld* tvrdili: jsou to orgány oddalující lamelly, aby výtrusy měly zdůstatek místa k vývoji; ale i jinak práce *Wettsteinova* ničeho nového nepodává.

R. 1889 vydal *Fayod*[38]) obsáhlou svoji publikaci o Agaricineích; polemisuje v ní proti názoru *Patouillardovu*. · Cystidy nejsou žádnými orgány exkrečními, nýbrž pouhé ochranné brvy, intermediérní útvary mezi parafysou a basidií. *Zopf*[39]) ve známém svém kompediu, o rok později vyšlém, naproti tomu připouští možnost sekrece u některých cystid, jimž ale jinak přikládá mechanický význam úplně ve smyslu *Brefeldově*. Také *Tavel*[40]) tlumočí ve své »Morfologii hub« výhradně jen názory Brefeldovy, aniž by respektoval vůbec práce jiných autorů.

Téměř celé desítiletí nenacházíme v literatuře žádných prací týkajících se našeho thematu. Teprve r. 1901 *Topin*[41]) ve speciálním pojednání obhajuje opět názor *Patouillardův*; domnívá se, že cystidy v mládí fungují jako reservní orgány a teprve později počíná u nich sekrece. Úkaz tento jest jen přirozeným následkem chemických processů, jež se při přeměňování reservatů uvnitř buňky odehrávají. *Massee*[42]) ale ve své monografii r. Inocybe opět jakoukoliv sekretorickou činnost těchto orgánů popírá; mohl toliko konstatovat, že vrcholky jich v stáří vždy seslizovatí a se rozplynou. V po-

---

[38]) ***M. V. Fayod***, Prodrome d'une histoire naturelle des Agaricinés. Annales des sciences naturelles. S. VII. T. 9. Paris 1889 p. 181.—411.; o cystidách p. 255.—260.

[39]) *Wihelm Zopf*, Die Pilze. *Schenk*, Handb. d. Bot. IV. Bd. Breslau 1890, p. 323.

[40]) *F. von Tavel*, Vergleichende Morphologie der Pilze. Jena 1892, p. 144., 147., 159. a j. m.

[41]) *J. Topin*, Notes sur les cristaux et concrétions de Hyménomycéte et sur le rôle physiologique des cystides. St. Germain -en-Lare, 1901.

[42]) *George Massee*, A monograph of the genus Inocybe, Karsten. Annals of Botany, vol. XVIII., London 1904 p. 459, až p. 462.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zdější všeobecné svojí knize nevyslovuje se ale o funkci cystid nijak přesně; pouze o cystidách r. Peniophora tvrdí, že jsou orgány transpiračními.[43]) Také *W. Smith*[44]) v nové svojí »Synopsis« nepovídá ničeho o funkci cystid; od prvotního svého bizarrního náhledu ale upustil. *Buller*[45]) v zajímavých svých studiích zastává celkem stanovisko *Brefeldovo;* v pozdější své studii[46]) o cystidách Coprinus atramentarius dokázal, že cystidy v mládí skutečně slouží jako oddalovací orgány lamel, a později autodiggescí úplně mizí, právě, když zralé spory počínají odpadávati, aby na ně tyto nenarážely, nenalepovaly se a tak nebyly v rozšiřování obmezovány. R. 1911 počala studovati cystidy pí. *Paula Demeliová,* a výsledky své publikuje rok od roku v pojednáních vídeňské zoologicko-botanické společnosti;[47]) sleduje pečlivě tvar těchto orgánů u nejrozmanitějších druhů, vzdalujíc se jakékoliv úvahy o jejich funkčním významu. Cystidy jsou dle této autorky emergence mající za úkol chrániti hymenium od požerku drobných škůdců živočišných; protkávajíce prostor mezi lamellami všemi směry znemožňují těmto vniknouti blíže k basidiím. Velikou práci věnoval otázce cystidové r. 1912 *F. Knoll*;[48]) studoval cystidy u Psathy-

[43]) *George Massee,* Text-Book of Fungi. London 1906. p. 48., 343

[44]) *Worthington George Smith,* Synopsis of the british Basidiomycetes. London 1908, p. 3.

[45]) *A. H. R. Buller,* Researches on Fungi. London 1909. p. 196—215.

[46]) *A. H. R. Buller,* The function and fate of the cystidia of Coprinus atramentarius, together with some general remarks on Coprinus fruit-bodies. Annals of Botany. Vol. XXIV., London 1910, p. 613.—629.

[47]) *Paula Demelius,* Beitrag zur Kenntnis der Cystiden. Verhandl. der k. k. zool.-bot. Gesellschaft in Wien. I., 1911, p. 278.—287.; II., 1911, p. 322,—332.; III., 1911, p. 378.—395.; IV., 1912, p. 97.—108.; V., 1912, p. 113.—124.; VI., 1913, p. 316.—333.; VII., 1915, p. 36.—47.

[48]) *F. Knoll,* Untersuchungen über den Bau und die Funktion der Cystiden und verwandter Organe. Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik, Bd. 50., 1912, p. 453.—500; p. 497.: »Die Cystiden und die »Cystidenzellen« des Lamellenrandes sind die Hydathoden des Hymeniums«, p. 499.: »Gleich den Hygrophyten unter den höheren Pflanzen besitzen auch viele Fruchtkörper der Hymenomyceten eigene Organe für die Absonderung von Wasser in tropfbar flüssiger Form. Die Organe (Hydothoden) können an der sterilen Ober-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rella disseminata (*Pers.*) *Quél.*, Coprinus ephemerus *Fr.*, C. radiatus *(Bolt.) Fr.*, Psathyrella gracilis (*Fr.*) *Quél.*, Ps. consimilis *Bres.* et *P. Harms.*, Inocybe trechispora (*Berk.*) *Sacc.*, I. petiginosa *(Fr.) Gillet*, Collybia esculenta *(Wulf.) Quél.*, Galera tenuissima *(Weinm.) Gillet*, G. tenera *(Schaef.) Quél.* a Peniophora glebulosa (*Fr.*) *Sac.* et *Syd.* U všech těchto druhů pozoroval, že orgány tyto vylučují kapénky vodní a tvrdí proto, že cystidy jsou hydathodami; srovnává je s aktivními hydathodami epidermálními, jež popisovány jsou *Haberlandten* u Phanerogam (Gonocaryum, Anamirta), ale od nichž liší se tím, že činí ven nad niveau povrchu plodnice. Podobně jako tyto, tak i cystidy regulují turgor a přispívají k zvýšení pevnosti šťavnatých plodnic houbových: osmotický tlak šťávy buněčné jest dle *Knolla* v cystidách roven tlaku 3·7% KNO_3, tedy přes 12 atmosfér. V pozdější své práci dokázal *Knoll* [49]) na plodnicích Paneolus helveolus *(Schaef.) Bres.* a Coprinus lagopus *Fr.*, že kterákoliv hyfa může na plodnicích vylučovati vodu; tak fungují jako hydathody četné hyfy třeňové, jež nejen vylučují vodu v podobě rosných kapének na zevní straně třeně, nýbrž často i ve středu třeně v dřeni nashromažďují značnou zásobu vody, která při pozdějším vzrůstu jest opět vstřebávána a na povrchu vylučována. Názor *Knollův* tlumočí i *Neger*,[50]) jenž srovnává cystidy s hydathodami podbílku a tvrdí, že jedině cystidy zaviňují mohutný proud transpirační, který by jinak houbám musel chyběti. Nejnověji ale *Ricken* [51]) ve svém velikém díle tvrdí opět, že cy-

fläche des Fruchtkörpers aber auch an den Hymenophoren zur Ausbildung gelangen. Von dieser Region des Fruchtkörpers sind die Hydathoden schon seit langer Zeit (unter der Bezeichnung *Cystiden*) bekannt, doch hat man bisher die Hauptfunktion dieser Organen, die Hydathodenfunktion, übersehen.

[49]) *F. Knoll*, Über die Abscheidung von Flüssigkeit an und den Fruchtkörpern verschiedener Hymenomyceten. Berichte der Deutschen Botanischen Gesellschaft. XXX Jhg. 1912., p. (36.)—(44.).

[50]) *Fr. W. Neger*, Biologie der Pflanzen. Stuttgart 1913. p. 694.

[51]) *A. Ricken*, Die Blätterpilze (Agaricaceae) Deutschlands und der angrenzenden Länder, besonders Oesterreichs und der Schweiz Leipzig 1915. Bd. I. p. VIII.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

stidy mají význam čistě mechanický, jednak oddělovati lamelly od sebe, jednak chrániti výtrusy před požerkem hmyzím.

Jak z předešlého patrno, není dneska v literatuře mykologické nijak jasno ani o funkci, ani o významu cystid. Všímaje si cystid již po řadu let, přišel jsem na základě pozorování příležitostně na velmi četných druzích z nejrozmanitějších čeledí i rodů docela samostatně (studoval jsem literaturu teprve po ukončených studiích na materialu) k závěrům dosti zajímavým i podrobnostem dosud neznámým; vedle toho ohledával jsem u 40 druhů cystidy i cytologicky a studoval jich vývoj, o čemž marně v literatuře zmínky hledáme.

Užité methody byly následující: Pozorování na čerstvém materialu v přírodě i v kulturách. Fixace roztokem *Flemmingovým*, acetopikroformolem, pikrooctosírovou; nejlépe osvědčil se roztok *Flemmingův* a acetopikroformol v modifikaci *Maireově*,[52]) špatně se ukázala tekutina *Zenkerova* a samotný formalín, které sice fixovaly dobře jádro, ale nezachovaly struktur plasmatických. Řezy, barveny methodou *Heidenhainovou*, safraninem s anilinovou vodou (po předchozím moření v taninu nebo kaliumstibiotartarátu[53]), polychromovou modří a fuchsinem.[54])

2. Morfologie a systematický význam cystid.

Hymenium Basidiomycetů sestává, jak jest všeobecně známo, ze tří elementů: jsou to především b a s i d i e*), které

---

[52]) *René Maire*, Recherches cytologiques et taxonomiques sur les Basidiomycètes. Thèses présentées à la fac. d. sc. de Paris, Lons-le-Saunier 1902 p. 18.

[53]) Viz methodu *Němcovu* v Příspěvcích k poznání nižších hub Rozpravy české akademie cís. Frant. Josefa 1911, XX. 12., 24., 31.; XXI. 1912, 8., 35. 43.

[54]) Dle návodu *R. Mairea* v Annales mycologici 1905, III. 2; též *P. Dop* et *A. Gautié*, Manuel de technique botanique. Paris 1909 p. 145.

*) Poprvé termín tento vymezen *Léveilléem* (l. c. p. 328.); dříve nazývány tyto buňky sporofory (*Berkeley*) nebo prostě též a s c i s u f f u l t o r i i (*Corda*); název p a r a p h y s e s pochází od *Willdenova* pro obalné buňky v reprodukčních orgánech vůbec V starších knihách najdeme někdy i *Hedwigův* termín f i l a s u c c u l e n t a

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

oddělují výtrusy a sterilní parafysy a cystidy, které nacházejí se mezi basidiemi do rouška vklíčeny. Parafysy jsou obyčejně buňky kratší než basidie, jemnější, nezřídka nitkovité, bezbarvé, hyalinní protoplasmou naplněné; jsou zakončením hyfových vláken tvořících hymenopodní vrstvu a mají význam zřejmě mechanický rozdělovati basidie od sebe. Dle toho, že parafysy se vyvíjejí během doby buď v basidie, neb i cystidy, dlužno parafysy pokládati za základní mateřské hyfy rouškotvorné, které jen dočasně se odlišují od ostatních prvků hymeniových. Cystidy za to jsou ale tak jako basidie buňky definitivní, jimž přísluší určitá funkce fysiologická; jsou vždy větší než basidie a vynikají více méně nad niveau hymenia. Velmi zhusta již pouhou lupou jeví se na ostří lamel jako jemné třásnění; jich obsah buněčný zpravidla bývá odlišný od obsahu ostatních buněk, a obyčejně i stěna jejich se vyznačuje též odchylnými vlastnostmi. Na rozdíl od všech ostatních buněk v roušku jsou cystidy značně turgescentní a vyvíjejí se dříve než vývoj basidie a výtrusů byl ukončen. Tvar jejich jest rozmanitý; v některých případech podobají se toliko zveličelé basidii, ale velmi často jsou tvaru naprosto odchylného, takže na první pohled jsou vždy v roušku nápadnými. Francouzští autoři, po příkladu *Fayodově* (l. c. 410.. Tab. VI. fig. 7.), rozeznávají celkem jedenáct typů.*)

---

nebo *Achariův* cellulae accesoriae; teprve *Montagne* (Essai organographique sur les champignons) zavedl název parafysy všeobecně pro sterilní vyplňovací buňky hymenia.

) 1. Cystide en quille (cystidium metulaeforme; ku př. Naucoria melinoides *Bull.*), 2. C. cylindrique (c. cylindricum — Gomphidius viscidus *Pers.*), 3. C. aculéiforme (c. aculeiforme — Melaleuca adstringens *Pers*), 4. C. cuspidé (C. cuspidatum — Acanthocystis geogenius *Dc**), 5. conique ventru (c. ventricoso-conicum — Pluteus umbrosus *Pers.*) 6. C. en hamecom (c. hamuliferum — Pluteus atricapillus *Batsch*), 7. C. couronné (c. coronatum — Inocybe pyriodora), 8. C. rempli (C. farctum — Russula emetica *Fr.*), 9, c. oléifère (c. oleiferum—Marasmius saccharinus *Batsch*), 10. C. subsporifère (c. subsporiferum — Hygrocybe coccinella *Ehrenberg*), 11. C. utriculeux (C. utriculosum — Coprinus atramentarius *Bull.*).

*) walzenförmig, keulenförmig, spindelig, blasig, bauchig, per-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Také němečtí autoři, jako na př. *Ricken*, rozeznávají řadu typů cystidových*); avšak nepanuje v označování tvarů žádná jednota, neboť *Ricken* často pro tutéž formu na různých místech své knihy užívá nejrozmanitějších názvů. Bylo by žádoucno, aby konečně i tato terminologie internacionální nějakou úmluvou byla upravena. Nejčastějším a nejjednodušším tvarem jsou cystidy kyjovité, které vlastně připomínají zveličelé basidie: takovéto cystidy nalezneme na př. u většiny Russul, Amanit, Pholiot a téměř u všech druhů r. Hebeloma. Někdy bývají cystidy zúženy, takže jsou pak pravidelně válcovité (na př. Gomphidius, Hypholoma sublateritium) až vláknitě protáhlé (některé druhy r. Psilocybe, Panaeolus, Collybia tuberosa) nebo vřetenovitě zúžené (některé ryzce, holubinky, Galery). Často jsou cystidy více méně nadmuté tvaru až vejčitého, vakovité nebo láhvovité, je-li konec jich zúžen (Inocybe, Psathyrella, některé Myceny). Všechny tyto formy navzájem do sebe přecházejí, takže nelze žádnou samostatně přesně vymeziti. Odchylné jsou však u některých Galer ze sekce Conocephale *Fries:* široce vejčité cystidy súžují se náhle v tenkou stopku ukončenou malou paličkou. Někdy bývá povrch cystid drsný, nezřídka i ostnitý, velmi často pokryty bývají na temeni drobnými krystalky různých solí. V mnohých případech lze velmi těžce rozlišiti přesně cystidy od parafys, jmenovitě u Corticeí, nebo některých tropických Polyporeí, v hymeniu jsou přítomny rozvětvené útvary, jež brzo za cystidy, brzo jako parafysy bývají vykládány. Velmi vzácně kdy jsou cystidy přehrádkovány; takové dodatečně dvou- i vícebuněčné cystidy mají některé Inocyby (na př. I. caesariata *Fr.*, I. dulcamara *Schw.*, někdy i I. geophilla *Sow.*) a Psilocyby. Z posledně jmenovaných jest nápadným tento zjev jmenovitě u Ps. semilanceata *Fr.*, jež má na ostří lamel cystidy vřetenovitě protáhlé v dlouhou, téměř vláknitou špičku, která bývá oby-

---

lnkettenartig, krugförmig, birnförmig besenförmig, schlauchförmig, pfriemlich, lanzettlich, kopfig, eingeschnürt, flaschenförmig, fadenförmig, sackförmig.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

čejně oddělena příčnou přepážkou a velmi snadno od basalní buňky odpadá. Dosti častým úkazem bývá i různě zbarvený obsah cystid, které nápadně se pak liší od bezbarvých basidií: Russula albonigra má cystidy naplněné černou tekutinou, některé Inocyby (na př. praetervisa *Quél.*) zelenou, Psilocyby žlutohnědou (Ps. ericaea *P.*), Coprinus sterquilinus *Fr.* červenavou, Hebeloma punctatum *Fr.* žlutou, obyčejný Pluteus cervinus *Schffr.* má jednu odrůdu, výhradně na koniferových pařezech rostoucí a od *Friese* za samostatný druh Pl. umbrosus *Pers.*[55]) uznávanou, jejíž cystidy jsou na ostří lamel černou hmotou vyplněná. Následkem toho jeví se ostří lupenů krásně čeěně brvitě lemované, téhož původu jest odchylné, často nápadně pestré zbarvení ostří lamel u Mycen z oddělení Calodontes[56]) (M. aurantiomarginata *Fr.*, M. elegans *Pers.*, M. citrinomarginata *Gill.*, M. avenacea *Fr.*, M. janthina *Fr.*, M. rosella *Fr.*, M. atromarginata *Lasch.*). U všech těchto druhů jsou cystidy na ostří lamelly naplněny barevnou šťavou.

Zajímavo jest, že na ostří lamel bývají cystidy četnější než na ploše; u některých druhů (na př. Naucoria lugubris, N. festiva, N. cidaris, Amanitae, Hypholoma Candolleanum, Stropharia semiglobata *Batsch.*, často i Str. aeruginosa *Curt.*, Mycena atrocyanea) bývají cystidy výhradně jen na ostří lamel, na ploše vůbec chybí, jindy na ostří lamel jsou odlišné podoby než na ploše (na př. Hypholoma hydrophi-

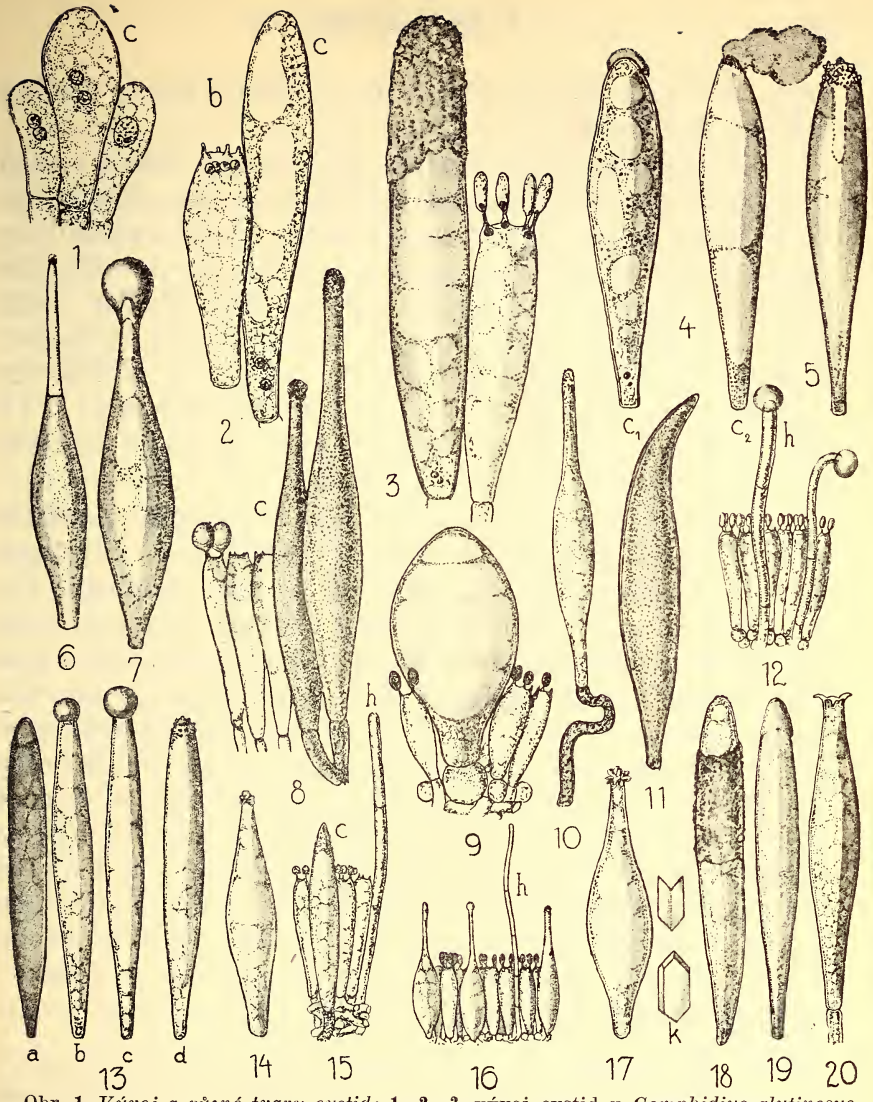
---

[55]) *E. Fries*, Hymenomycetes europaei. Upsaliae 1874 p. 186. *D. C. H. Persoon*, Synopsis methodica fungorum, Gottingae 1801. p. 358.

[56]) První upozornil *J. Schröter*: Die Pilze Schlesiens I. Breslau 1889 p. 637; *Fries* (l. c. p. 130.), jenž skupinu tuto utvořil, neměl ani tušení, proč jest »lamellarum acies obscurior, denticulata, qua nota ab omnibus differunt« u těchto opravdu »longe nobilissimae species.«

*) Poprvé na tyto cystidy upozornil *Cooke*, který nazýval je »metuloids« — Grewilla VIII. p. 17. a 20. — a vymezil tak svůj rod Peniophora. Viz též Massee, The journal of the Linnean Society, 1890 vol. XXV. p. 107.—155.; p. 118; vol. XXVII. p. 95.—205.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Obr. **1.** *Vývoj a různé tvary cystid:* **1., 2., 3.** vývoj cystid u *Gomphidius glutinosus.* **1.** Rozlišování hyf v protohymeniu; *c* protocystidium, po stranách protobasidie, v levé jádra jsou k sobě přiblížena, v pravé velké sekundární jádro splynutím dvou vzniklé. **2.** Cystida *c* jeví velké vakuoly a jádra jsou zatlačena k spodní straně, kdežto basidie *b* pučí v rozích a sekundérní jádro zatím se rozdělilo ve čtyři, jež jsou shloučena pod hořením polem. **3.** Cystida již dospěla, vylučuje slizovitý obal na svém povrchu, jádra její se zmenšila, basidie však teprve dokončuje vývoj basidiospor, do nichž právě putují jádra. **4.** Sekrece cystid u *Russula depallens;* c_1 pozorována in vivo, c_2 preparát v slabém roztoku ammoniakovém, sekret se rozpouští. **5.** Starší cystida u *Russula livescens* s krystalinickým zrnitým sekretem na vrcholu. **6.** Článkovaná cystida u *Psilocybe semilanceata.* **7.** Cystida u *Pholiota praecox* v sekreci. **8.** Část hymenia *Fistulina buglossoides* s dozralými basidiosporami, a cystidami *c* již sekretujícími. **9.** Mladá vakovitá cystida *Coprinus micaceus.* **10.** Cystida u *Mycena lactescens* přisedající na mléčnou hyfu. **11.** Zahnutá cystida u *Polyporus hispidus.* **12.** Část hymenia z plodnice *Lentinus tigrinus* s hymeniálními trichomy, fungujícími jako hydathody a vyměšujícími v ovzduší vlhkém círe kapénky vody. **13.** Různá stadia sekrece cystidy v roušku *Hebeloma punctatum.* **14.** Cystida *Psilocybe cernua.* **15.** Rouško u *Russula drimeia* s cystidou *c* a hymeniální brvou *h.* **16.** Rouško opěnky *Pholiota mutabilis* s třemi cystidami a hymeniálním trichomem *h.* **17.** Cystida u *Inocybe carpta* se kšticí krystalků na vrcholu, *k* jednotlivý krystal a rostlice při větším zvětšení. **18.** Cystida u *Telamonia brunnea* s plášťovým sekretem. **19.** Cystida z rouška *Marasmius alliacens* s čirou kápí sekretu na vrcholu. **20.** Cystida dr. *Pluteus cervinus.* Zvětšeno 640—1800nás. Reichert obj. 8a. homog. im. 18, ok. 4, kompens. 12.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

lum, Panus stipticus *Bull.*, Pluteus cervinus, některé Marasmii).

U některých druhů cystidy také chybějí, ačkoliv nelze o výskytu jich a nepřítomnosti žádného pravidla zjistiti: jsou rody, kde u většiny druhů není žádných cystid vyjma dvou, nebo i druhu jediného, a naopak u rodů, kde cystidy jsou pravidlem, najdeme i druhy, jež cystid nemají. Celkem možno říci, že u většiny rodů i skupin Hymenomycetů jsou cystidy všeobecně přítomny; z ostatních Basidiomycetů jsou cystidy vzácně vyvinuty jen u Hymenogastraceí (Gautiera, Hymenogaster, Hydnangium, Sclerogaster), jinak vždy chybějí.

O systematické ceně cystid jako význačného znaku se názory mykologů velmi rozcházejí; někteří, jako *Hoffmann*, *Seyne* a *Wettstein*, jim jakéhokoliv významu odpírají, tvrdíce, že pro systematika přítomnost a forma cystid jest úplně charakterem bezcenným, jiní opět, jako *Patouillard*, *Fayod* a nejnověji zvláště *Ricken* a *Höhnel* pokládají je za velmi cenná kriteria druhová i rodová. Abychom mohli význam cystid pro systematiku dobře oceniti, budiž tu podán krátký přehled jich výskytu a variace formové, jenž sestaven jest nejen na základě vlastních zkušeností, nýbrž i četných udajů literárních, pokud byly pisateli k disposici: I. V řadě **Thelephoraceae,** kam dle nejnovějších výzkumů čítáme i dřívější Hypochnaceae jsou cystidy neobyčejně vyvinuty. Monografové této skupiny *F. v. Höhnel* a *V. Litschauer*[57]) rozeznávají dokonce čtyři typy cystid,

[57]) *F. v. Höhnel* u *V. Litschauer*, Revision der Corticieen in Dr. J. Schröter's Pilze Schlesiens, nach seinen Herbarexemplaren. Annales mycologici 1906, p. 288.—294. *v. Höhnel u. Litschauer*, Beiträge zur Kenntnis der Corticieen. Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, m.-nat. Cl. Bd. CXV., 1906., p. 1549—1620; Bd. CXVI., 1907., p. 739.—852., Bd. CXVII., 1908., p. 1081.—1124. *v. Höhnel u. Litschauer*, Österreichische Corticieen. Wiesner-Festschrift, Wien 1908, p. 56.—80. *v. Höhnel u. Litschauer*, Westfälische Corticieen. Öster. Bot. Zeitschr. Bd. LVIII., 1908, p. 329.—333. *v. Höhnel u. Litschauer*, Norddeutsche Corticieen. Ibid. 1908, p. 441.—444., 470.—478. Corticiaceae ve smyslu těchto autorů má přehledně zpracovány *W. Herter*, Pilze. Kryptogamenfl. d. M. Brandenburg, Bd. VI., Leipzig 1910 p. 67.—128., a *W. Migula*, Kryptogamenfl.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

které v hymeniu Thelephoraceí přicházejí: 1. peniophorové cystidy čili normální cystidy, které zpravidla daleko nad rouškou vyčnívají, a mají značně tlustostěnnou blánu, takže lumen jejich jest neobyčejně uzoučké; zpravidla jsou inkrustovány, drsné, bezbarvé nebo slabě nažloutlé až nahnědlé. Tvaru jsou nejčastěji válcovitého, k hořejšímu konci přišpičatělé, na basi rozvětvené; přechází znenáhla v dlouhé, tuhé štětinky (t. zv. setulae). které jsou význačné pro rod Hymenochaete *Lévilelé* (Annales d. sc. nat. 1846, V., 3. s. p. 150.). Že tomu skutečně tak jest, můžeme pozorovati u Peniophora globulosa *(Fries) Sac.*, P. chaetophora *v. Höhn.*, P. setosa *Schr.* a jiných druhů bývalého r. Hypochnus, jež mají podobně brvité hymenium; u r. Tomentellina *v. Höhn.* et *Lit.* (l. c. 1906, CXV. p. 1604) jsou tyto cystidy napříč přehrádkovány. Celkem možno říci, že tyto peniophorové cystidy úplně se liší od cystid, s nimiž se u ostatních hub v roušku setkáváme; jest proto nevysvětlitelno, proč *Höhnel* a *Litschauer* právě tento typ »normálním« označují. 2. Daleko více hodilo by se toto označení na t. zv. gloeocystidy; tyto jsou tvaru kyjovitého, válcovitého nebo vřetenovitého, na vrcholku více méně tupé, vždy tenkostěnné a mají obsah olejovitý, prysky-řičný, silně světlolomný, obyčejně zbarvený. Nevynikají nikdy tak daleko nad hymenium jako cystidy předešlého typu, a jsou ve vzácných případech přehrádkovány (Gloocystidium pallidulum (*Bres.*) *H.* et *L.*

3. Dendrophysy jsou jemné, parohovitě rozvětvené hyfy nezřídka na větvičkách svých ostnité, jež mezi basidiemi jsou rozloženy a často vynikají i nad rouško tvoříce jemný, plstnatý povlak, jakési epihymenium. Nalézáme je jmenovitě u r. Aleurodiscus *(Rabenhorst) Schröter* (l. c. 1888 I. p 429); u r. Dendrothele *H. et L.* (l. c. 1907, CXVI. p. 819*), splétají se dendrophysy v papilkovité útvary vysoko nad hymenium vynikající. Také dendrophysy nejsou žádnými cystidami v pravém slova smyslu. 4. Pseudophysy jsou

*) zvláště D. papillosa *H. et L.* (l. c. p. 820.) který dle všeho jest ale jen formou hojného jinak velmi variabilního Aleurodiscus acerinus (*Pers.*) *H.* et *L.*, od něhož jen nepatrně se liší.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

útvary dlouze kyjovité až válcovité, užší než basidie a vynikající nad rouško; jsou buď tenkostěnné, ale hladké a v nepravidelných odstavcích zaškrcované, takže mají velmi charakteristické vzezření (»perlschnurartig« *H.* et *L.* l. c. 1907, CXVI. p. 795: Aleurodiscus disciformis (*DC*) *Pat.* A. amorphus [*Pers. Rabh.*]) nebo tlustostěnné, a pak na celém povrchu, neb pouze v dolejší části ostnité (A. croceus *Pat.*). Druhá forma tvoří znenáhlé přechody k dendrophysám (A. Oakesii *Berk.*, A. sparsus (*Berk.*) *H.* et *L.*, A. usambarensis P. *Henn.*; viz *H.* et *L.* 1907 DXVI. tab. IV. fig. 3.). Na základě různých tvarů cystid rozdrobili vídeňští autoři dřívějších několik rodů v řadu nových, vesměs jen mikroskopicky pak charakterisovaných. Rody Tomeutella (*Persoon*) *Schröter*, Aldridgea *Massee*, Coniophora *DC.*, Cytydia *Quélet***), Vuilleminia *Maire*, Asterostromela *Höhnel* et *Litschauer*, Corticium *Persoon*, Stereum *Persoon* nemají vůbec žádných cystid. Tomentelina *H* et *L.* má válcovité, přehrádkované cystidy, Coniophora *Karsten* kyjovité až vřetenovité, Hypochnella *Schröter* kyjovité***); Gloeocystydium *Karsten* má pouze gleocystidy, Gleopeniophora gleocyst. i peniophorové cyst.; Aleurodiscus (*Rabenhorst*) *Schröter* gleocystidy, dendrophysy i pseudophysy, Dendrothele *H.* et *L.* pouze dendrophysy; Kneiffia *Fries* (= Peniophora *Cooke* e. m. p.), Scopuloides (*Massee*) *H.* et *L.* a Lloydiella *Bresadola* pouze peniophorové válcovité nebo kyjovité cystidy, které u r. Hymenochaete vytvořeny jsou jako dlouhé, ostře špičaté a tuhé brvy. Není pochyby, že extremní ocenění cystid vedlo autory k tomuto roztříštění přirozené skupiny, jež prakticky jest vůbec nemožné a neproveditelné. Již vytýčení typů jednotlivých cystid činilo jim samým velké obtíže; jen tak si můžeme vysvětliti nedůslednost jich v označování cystid u jednotlivých druhů, které ve své fragmentární monografii popisují. Tyto rozpory jsou pak ještě větší u *Hertera*, který slepě při zpracování severo-

---

**) secund. *Herter* l. c. p. 83.

***) secund. *Herter* l. c. p. 83. *Höhnel* a *Litschauer* (1907, CXVI p. 750) nenalezli u H. violacea *Auersw.* žádných cystid.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

německých Corticiaceí *Höhnela* a jeho žáka následoval. Tak jsou označovány stromečkovitě rozvětvené nebo hvězdičkovité hyfy v subhymeniálním pletivu u r. Asterostroma *Massee*[58]) a Asterostromella *H.* et *L.* jako cystidy, a skupiny hyfových vláken u Epithele *(Pat.) H.* et *L.* brzo jsou jim cystidami, brzy jen výrůstky (»stachelartige Gebilde«), a povyšují skupinu *Masseeho* Scopuloides, vyznačující se od r. Kneiffia pouze tím, že cystidy sdružují v svazečkovité skupiny, na celý rod. Mohl jsem se několikráte přesvědčiti, že takovéto znaky, právě tak jako přítomnost gloeocystid, nebo naopak nedostatek těchto cystid, mění se u téhož druhu, ba dokonce u různých jedinců na témže stanovisku. Je-li konečně jakž takž oprávněn *Coockeův* rod Peniophora, ačkoliv vážní mykologové, jako ku př. *Schröter*, uznávají jej toliko za subgenus, nezdají se nám nové rody zmíněných autorů naprosto oprávněnými.

Ostatní rody této skupiny (Thelephora *Ehrhart*, Craterellus *Persoon*, Cyphella *Fries*, Solenia *Hoffmann)* nemají většinou žádných cystid.

II. **Clavariaceae** vyjma tropické rody Baumaniella *P. Hennings* a Gloeocephala *Massee* vůbec cystid postrádají; ze zmíněných rodů prvý má cystidy láhvicovité, druhý válcovité na konci zaškrcené. Jen u některých druhů r. Pterula *Fries*, Typhula *Persoon* a Pistillaria *Fries* objevují se vzácně na povrchu plodnice v hymeniu parafysy někdy cystidy upomínající.

III. **Hydnaceae**: Mucronella *Fries*, Grandinia *Fries*, Radulum *Fries*, Hericium *Persoon*, Irpex *Fries*, Sistostrema *Persoon* nemají v roušku cystid. U r. Hydnum *Linné* jsou cystidy v některých sekcích (Dryodon, Pleurodon) velmi hojné, v jiných chybí úplně; nejčastěji jsou válcovité nebo vřetenovité. Odontia *Fries* a Kneiffiella *P. Hennings* mívají zpravidla cystidy prodloužené a shloučené ve svazky na koncích ostnů; u r. Asterodon

[58]) *G. Massee*, A monograph of the Thelephoraceae. The journal of the Linnean Society 1890, vol. XXV. p. 107.—155., vol. XXVII. p. 95.—205.; p. 154: »Allied to Corticium, but readily distinguished by the brown stellatae hyphae present in the subiculum, ...« Pl. XLVI. fig. 8.

*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Patouillard přichází v hymeniu hnědé hvězdičkovitě rozvětvené hyfy, které vesměs v literatuře jako cystidy se vykládají.

IV. **Polyporaceae**: Téměř u všech rodů jsou vždy cystidy přítomny. U Poryporeí jsou cystidy válcovité nebo vřetenovité, někdy i láhvicovité, u Boletineí a Meruileí kyjovité; někdy bývá konec cystid hákovitě ohnut (Polyporus pinicola *Fr.*, P. hispidus *Pers.*, dle *Demeliové* [1912 l. c. p. 118] též P. cuticularis *B.*). Některé tropické druhy Polyporů (z podrodu Petaloides) mají cystidy s růžkatými výrůstky nebo i parohovitě rozvětvené (*Lloyd*[59]). U hřibů, jmenovitě mléčících, bývají kyjovité cystidy seskupeny v shluky. U Fistuliny tvar i rozdělení cystid jest zase týž jako u Polyporeí.

V. **Agaricaceae**: U této skupiny jsou cystidy nejlépe vyvinuty; tvar i výskyt jest daleko rozmanitější, než u všech skupin předešlých. U Cantharelleí chybí, nebo jsou jen válcovité, nepatrně nad rouško vyčnívající a od parafys téměř nerozeznatelné (C. cibarius *Fr.*), vzácně mírně vřetenovitě zduřelé (C. carbonarius *Schur.*). Z Hygrophoreí má význačné, válcovité a vysoko nad rouško vyčnívající již pouhou lupou viditelné cystidy jedině Gomphidius *Fr.*, ostatním rodům (Hygrophorus, Limacium, Nyctalis) chybí. Značně vyvinuty jsou ale u Coprineí; většina druhů r. Coprinus *Pers.* má velké, nápadné, válcovitě váčkovité cystidy, které chybí jen málokterým druhům. Naproti tomu u r. Bolbitius *Fr.* shledáváme cystidy (vřetenovité nebo válcovité) u menšiny druhů, u většiny chybí nebo jsou nezřetelné. Lactarieae mají skoro vždy cystidy, u r. Lactarius *Pers.* nejčastěji kyjovité s ostře vytaženou špičkou až kopinatě vřetenovité u r. Russula *Pers.* většinou kyjovité až vřetenovité. U Marasmieí jsou málo vyvinuty; u r. Lentinus *Fr.* úplně chybí, u r. Marasmius *Fr.* a Panus *Fr.* jen vzácně kdy jsou vřetenovité cystidy vyvinuty (M. epiphyllus *Fr.*, M. alliaceus *Jacq.*; M. confluens *Pers.* má dle *Rickena* [l. c. p. 727.] cystidy zaškrcované, jako jsou pseu-

[59]) *C. G. Lloyd*, Synopsis of the stipitate Polyporoids. Ohio 1912, p. 138. 139., fig. 441., 442.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dophysy u Aleurodiscus). Z Agariceneí chybí cystidy většině druhů r. Paxillus *Fr.*, Amanita *Fr.*, Leptonia *Fr.* Eccilia *Fr.*, Nolanea *Fr.*, Clitocybe *Fr.*, Entoloma *Fr.*, a celému oddělení Cortinarií; tam přichází jen ojediněle a nanejvýš vzácně u r. Myxacium *Fr.* (ku př. M. elatius *Fr.*, M. mucifluum *Fr.*) a Dermocybe *Fr.* (D. einnamomea, D. anthracina). Za to u ostatních Ochrosporeí jsou vždy vyvinuty: u r. Pholiota většinou kyjovité, u Flammula kopinaté, zhusta nadmuté až lahvicovité, u r. Crepidotus vláknitě protáhlé nebo válcovité, u r. Naucoria podobně protáhlé, ale často vřetenovité.

V rodě Galera možno rozeznávati dvě sekce: stará *Friesova* skupina Conocephalae (Hymen. eur. 1874 p. 267) má cystidy kyjovité nebo opakvejčité, na konci zaškrcené v dlouze stopkatou kulatou paličku, kdežto skupina Bryogenae (*Fries* ibid. p. 269) má cystidy vřetenovité nebo válcovité. U r. Psalliota jsou cystidy vesměs kyjovité, od basidií často nerozeznatelné; podobně i Stropharia vykazuje většinou kyjovité, jen nepatrně nad rouško vyčnívající cystidy. Kyjovitý tvar převládá i u r. Hypholoma a Psilocybe, ačkoliv vždy jsou tu cystidy zřetelné; u prvního rodu bývají vždy více méně nadmuté, u druhého opět válcovité až vřetenovité. Psathyra a Psathyrella mají cystidy většinou vřetenovité nebo kopinaté, Panaeolus kyjovité nebo válcovité; vždy jsou vyvinuty u rodu Pluteus, nejčastěji lahvicovité a na špičce v několik růžků vytaženy. Druhy r. Lepiota mají cystidy kyjovité nebo válcovité, r. Tricholoma rovněž většinou kyjovité, podobné basidiím, v menšině kopinaté. V r. Clitocybe *Fr.* nalézáme jedině cystidy u druhů bývalých r. Armillaria (sekce Clitocybella i. s. *Schröter*) a Laccaria; ale i u těchto jsou kyjovité, málo od basidií se lišící. U r. Omphalia a Collybia jsou nejčastěji cystidy kyjovité, v posledním rodě náchylny k válcovitému až kopinatému tvaru. Druhy r. Pleurotus byly dosud mikroskopicky málo ohledávány pro sporadický svůj výskyt; pokud analysy provedeny, shledány většinou cystidy vřetenovitě sůžené. Velmi bohatý rod Mycena *Fr.* vykazuje i značnou varia-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

bilitu cystid; u druhů se tření slizovitou (Glutinipedes *Fries*, Hymenom. 1874 p. 149) jsou cystidy drobné, vejčité až váčkovité nebo kyjovité a velmi záhy se rozplývají ve sliz, takže v starších plodnicích pak vůbec chybí. Skupina Calodontes má cystidy vejčité neb hruškovité, s barevným obsahem. Ostatní druhy mají cystidy bezbarvé, vejčité, vřetenovitě sůžené až i vláknité (versiformní); u několika druhů popisuje *v. Höhnel*[60]) i cystidy s různými výrůstky (M. zephira *Fr.*, M. galericulata *Scop.*, M. galopoda *P.*), a jen u málokterých nejsou vůbec vyvinuty (M. pithya Fr., M. acicula *Sch.*, M. ludia Fr., M. cyanorhiza *Quél.*). Druhy r. Tricholoma mají cystidy kopinaté neb kyjovité, r. Lepiota kyjovité, válcovité více méně naduté.

U Hymenogastrineí (jež sice nespadají v naše thema, ale o nichž se nutno v souvislosti zmíniti) nacházíme v hymeniu, které pokrývá stěny komůrek glebových, útvary identické s cystidami; poprvé na výskyt cystid u těchto hypogeí upozornil, pokud vím, *Hesse*,[61]) ačkoliv u epigeických Secotiaceí byly vejčité až kyjovité, zpravidla žlutým obsahem nápadné cystidy známy již *Cordovi* (viz Icones l. c. vol. VI. p. 30, tab. VI. fig. 15.). Až dosud nalezeny byly cystidy u r. Hydnangium *Wallv.*, Sclerogaster *Hesse*, Hymenogaster *Vit.*, kde jsou kyjovité až vejčité, a u r. Gautiera *Vit.*, kde jsou kulaté, často v dlouhou tenkou stopku sůžené a velmi nápadné.

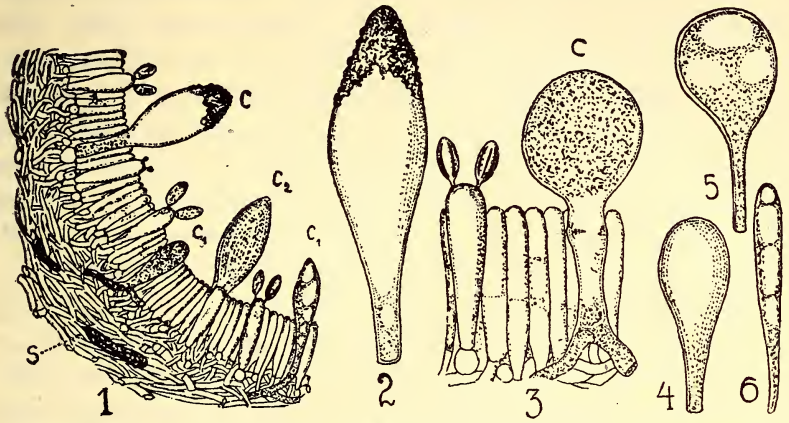
Jak z předešlého stručného přehledu jest patrno, jest tvar i výskyt cystid neobyčejně variabilní a marně snažíme se nějakou zákonitost v tomto směru zjistiti. Přítomnost cystid u téhož rodu není nikdy stálou, a vždy jest podmínečně platnou vlastností; u rodů, kde skoro všechny druhy mají cystidy, nalezneme vždy jeden nebo několik druhů zcela bez cystid, a naopak u rodů, kde většina druhů cystid postrádá, vyskytnou se ojedinělé druhy s nádherně vyvinutými cystidami. Stejně i tvar cystid u jednoho a téhož druhu

[60]) *F. v. Höhnel*, Fragmente zur Mykologie: 794. Zur Kenntnis der Gattung Mycena. Sitzungsber. d. math. naturwiss. Kl. d. kais. Akad. d. Wissensch. Wien, 1913, Bd. CXXII., Abt. I. p. 256.—278.

[61]) *R. Hesse*, Die Hypogaeen Deutschlands. Berlin 1891, Bd I. p. 57.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

značně se mění dle stáří a okolností, za nichž plodnice se vyvíjí. Z těchto okolností chápeme také, proč v literatuře bývají údaje o cystidách tak diametrálně rozdílné, a proč často ohledávání různých autorů dává rozmanité výsledky.



Obr. 2. *Cystidy Hymenogastrineí:* 1. rouško *Hymenogaster citrinus;* c_1, c_2, *c* cystidy v různém stadiu vývoje, *s* hyfy se zrnitým, tmavým obsahem, na něž pravděpodobně cystidy se připojují. 2. *Hymenogaster Klotzschii* var. *aromaticus,* cystida se zrnitým sekretem. 3. Rouško u *Gautiera graveolens* s velkou cystidou, 4., 5. mladé cystidy, 6. mladá parafysa téže houby. Zvětš. 1100nás. Reichert obj. 9. ok. 5.

Pozorování taková o měnlivosti tvaru cystid u téhož druhu jsou velmi četná; *Demeliusová* (l. c.) dokazuje tak ve velmi četných případech, *Maire*[62]) u Russul, *Bataille*[63]) u Lactarií, *v. Höhnel* u Mycen (l. c.). Zdálo by se, že tedy pro systematika jsou cystidy znakem úplně bezcenným. Leč nelze tyto zkušenosti zevšeobecňovati; u jednoho a téhož druhu jest tvar i výskyt cystid variabilní právě tak jen v určitých mezích jako znaky ostatní. Nikdo neupře podivuhodnou zákonitost rozdělení forem cystidových u jistých rodů, jako na př. Inocybe,[64]) Galera a j.; i u rodů zdánlivě s uniformními cystidami lze častokráte u blízkých druhů

---

[62]) *R. Maire*, Les basses de la classification dans le genre Russula. Bulletin de la Société mycologique de France. Paris 1910, T. XXVI. p. 41. (separ. otisku).

[63]) *F. Bataille*, Flore monographique des Astérosporés. Besançon, 1908 p. 8 a na j. m.

[64]) Sám *Bataille*, který jinak ignoruje mikroskopické znaky hymenia, uznává ve své monografii tohoto rodu (Flore analytique des Inocybes d'Europe, Besançon (1910, p. 5.) důležitost těchto.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nalézti velké rozdíly v cystidách (na př. *Massee*-ovo kriterium Russula cyanoxantha a R. heterophylla).[65]) K rozeznávání rodů naprosto pouhý znak v cystidách nestačí, ale při charakteristice druhové, ovšem vždy jen jako znak podružný, jsou cystidy velmi cenným vodítkem; není tedy nijak správným počínání *Höhnelovo* a *Litschauerovo*, již na vratkých rozdílech cystidových budují celé rody, ani jednostranný náhled mykologů výše jmenovaných, kteří vůbec cystid jako charakteru neuznávají. Moderní mykolog musí využitkovati a bedlivě uvážiti každý znak, který se mu naskytá; toto pravidlo platí o cystidách zejména a nutno tedy systematickou jich cenu případ od případu uvažovati.

Morfologický význam cystid jest sporný. Kdežto *Léveillé* (l. c. p. 324) a celá řada botaniků (nejnověji zvláště *Demeliusová*) považuje je za samostatné orgány, vykládá je *Phoebus*, *Luerssen* (l. c. p. 291), *Wettstein* za změněné parafysy, *Seynes* (l. c. 250), *Brefeld*, *Harter* za změněné basidie, *Fayod* (l. c. p. 256) za přechodní orgán mezi parafysou a basidií; *Van Tieghem de Bary* a jiní opět identifikují cystidy s trichomy hymeniálními, které jako prosté ukončení hymeniálních a subhymeniálních hyf někdy z rouška ven vyčnívají. Zajímavo jest, že velmi často trichomy na třeni nebo i na povrchu klobouka, které u četných druhů Agaricineí bývají přítomny, tvarem svým nápadně cystidám se podobají: poprvé na shodu tuto upozornil *Biffen*,[66]) který snaží se též homologii obou útvarů dokázati. Proti posledně uvedenému názoru dlužno se obrátiti, neboť velice často vyskytují se podobné útvary i vedle sebe v roušku, a možno vždy pozorovati, že trichomy (t. zv. poils hyméniaux francouzských autorů) jsou docela odlišným útvarem. Jsou sice cystidy i tyto trichomy stejně ukončením hyf, ale rozhodně jsou to dva, morfologicky — pokud ovšem možno při nesmírně jednoduché stavbě stélky Thallophyt o morfologii mluviti — úplně odlišné orgány. Nikdy nelze stanoviti přechody mezi trichomy těmito a cystidami v hymeniu; stejně proto i útvary,

[65]) *G. Massee*, British Fungus Flora. London, vol. III. 1893 p. 63.

[66]) *R. H. Biffen*, On the Biology of Agaricus velutipes *Curt.* (Collybia velutipes *P. Karst.*) The Journal of the Linnean Society. London 1898, vol. XXXIV. p. 147.—162., p. 153.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na povrchu plodnice mimo hymenium se nalézající, nejsou homologické s cystidami, a není také správným, jestliže oba druhy orgánů jsou tímže jménem označovány, namnoze i navzájem zaměňovány, jak novější mykologové, zejména američtí, činí. Jinak jest tomu ovšem s názory ostatními; nejpřípadnějším zdál by se býti náhled *Seynesův*, který veškeré elementy v hymeniu považuje za homologa. Názory druhých pak všech autorů jsou pouhou modifikací tohoto; jsou-li parafysy, cystidy i basidie útvary homologickými, jest lhostejno, vykládáme-li cystidu za přeměnou parafysu nebo basidii, nebo formu intermediérní. Pro tento náhled mluví spousta případů pozorovaných nejrůznějšími autory, kdy fakticky mění se cystida v druhé útvary hymeniové; bylo by naprosto zbytečným uváděti ještě jiné důkazy, když klasické takové přechody zobrazeny jsou již v *Cookových*, *Brefeldových*, *Seynesových* i jiných pracích a když každý mykolog mnoho stejných případů ze své praxe může uvésti. Jakýsi rozpor v tomto názoru vnáší ale ontologické a cytologické výzkumy, které dokazují, že hyfy, dávající vznik cystidám, nejsou úplně totožny s hyfami, jež obligátně končí basidiemi nebo parafysami; jestliže ale přes to četné zkušenosti dosvědčují, že konec kterékoliv hyfy v roušku může se měniti buď v cystidu nebo basidii, jest to opětným důkazem neobyčejné schopnosti jednoduchého vlákna houbového, které dovede prostým splétáním plektenchymovým vytvářeti nejrozmanitější formy karpoforové a oddělovati rozmnožovací buňky v nejmožnějších kombinacích. Jak dovolím si ihned vysvětliti není cystida homologickým útvarem s basidií, s kterou ale jest úplně identickým elementem parafysa; jestliže přece mění se někdy cystida v basidii, jest to již přeměna sekundérní. Dle některých pozorování zdá se, že když basidie mění se v útvary zdánlivě téže podoby jako bývají cystidy, tyto nikdy funkci pravých cystid nevykonávají; případy takové jsou však velkou vzácností.

Vývoj basidií a basidiospor byly již předmětem celé řady studií moderních cytologů [*Rosenvinge*,[67]) *Wager*,[68]) *Ro-*

---

[67]) *Rosenvinge*, Sur les noyaux des Hyménomycètes. Annales des sciences naturelles. 1886, VII. Sér. T. III. p. 75.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

sen,[69]) *Dangeard,*[70]) *Juel,*[71]) *Ruhland,*[72]) *Maire,*[73]) *Harper,*[74]) *Nichols,*[75]) *Fries,*[76]) *Kniep,*[77]) *Levine.*[78])] **vývoj cystid** však až dosud byl jen jako vedlejší odbýván, a žádná specielní práce nebyla mu věnována.*) Poněvadž měl jsem příležitost sledovati vývoj a cytologické změny během tohoto u cystid roz-

---

[68]) *H. Wager,* The nuclei of the Hymenomycetes. Annals of Botany 1892, vol. VI. p. 146 et seq. *týž,* On nuclear division in the Hymenomycetes. Annals of Botany 1893, vol. VII. p. 489.—514. *týž* On nuclear division in the Hymenomycetes. Ibid. 1894, vol. IX. p. 330. *týž,* The sexuality of the Fungi. Ibid. 1899, vol. XIII. p. 575.—597.

[69]) *Felix Rosen,* Beiträge zur Kenntniss der Pflanzenzellen. II. Studien über die Kerne und die Membranbildung bei Myxomyceten und Pilzen. Cohn's Beiträge zur Biologie d. Planz. 1893, Bd. VI. p. 237.—266.

[70]) *P. A. Dangeard,* Mémoire sur la réproduction sexuelle des Basidiomycètes. Le Botaniste 1895, T. IV. p. 90.—119.

[71]) *H. Q. Juel,* Die Kerntheilungen in den Basidien und die Phylogenie der Basidiomyceten. Pringsheims Jahrb. für wiss. Botanik, 1898, Bd. XXXII. p. 361.

[72]) *W. Ruhland,* Zur Kenntniss der intracellularen Karyogamie bei den Basidiomyceten. Botanische Zeitung 1901, LIX. Jhg. p. 187.—206.

[73]) *R. Maire,* Recherches cytologiques et taxonomiques sur les Basidiomycètes. Lors-le-Saunier 1902.

[74]) *R. A. Harper,* Binucleate cells in certain Hymenomycetes. Botanical Gazette, 1902, V. XXXII. p. 1.

[75]) *S. P. Nichols,* The nature and origin of the binucleated cells in some Basidiomycetes. Transactions Wiscons. Academie of sciences, Madison 1904, V. XV. p. 30.

[76]) *R. E. Fries,* Über die cytologischen Verhältnisse bei der Sporenbildung von Nidularia. Zeitschrift für Botanik, 1911, Jhg. III. p. 145.

[77]) *H. Kniep,* Über das Auftreten von Basidien im einkernigen Mycel von Armillaria mellea, Zeitschrift für Botanik, 1911, Jhg. III. p. 529. *týž,* Beträge zur Kenntniss der Hymenomyceten. Ibid. I. II. 1913, Jhg. V. p. 593.—637.; III. 1915, Jhg. VII. p. 369.—398.; IV. 1916, Jhg. VIII. p. 353.—359.

[78]) *M. Levine,* Studies in the cytology of the Hymenomycetes especially the Boleti. Bulletin of the Torrey Botanical Club, 1913. Vol. XL. p. 137.—181.

*) Viz přehled *A. Gulliermond,* Les progrès de la cytologie des champignons. Progressus rei botanicae, Jena 1913, Bd. IV. p. 389.—542, *P. Vuillemin,* Les bases actuelles de la systématique en mycologie. Ibid. 1907, Bd. II. p. 1.—170.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

manitých druhů, dovoluji si stručně všeobecné výsledky svých studií v následujících řádkách načrtnouti.

U nižších skupin Hymenomycetů, u nichž jest hymenium hladké a prostírá se na povrchu celé plodnice (Thelephoraceae, Clavariaceae) nastává v povrchové vrstvě hyf, skládajících základ rouška, velmi záhy diferenciace elementů hymeniálních; cystidy i basidie vznikají i vyvíjejí se sukcessivně po dlouhou dobu při postupujícím vzrůstu plodnice. Ale již u Hydnaceí, zvláště pak u Polyporaceí a Agaricaceí, kde rouško nalézá se na spodní straně klobouka, zakládá se hymenium poměrně pozdě, když již plodnice značně jest vyvinuta a diferenciace jest téměř simultanní. Ve vývoji rouška možno u plodnic těchto skupin rozeznávati celkem dva typy, které v podstatě rozlišil ve vývoji plodnic bedlovitých americký badatel *Atkinson.*[79]) U většiny Polyporaceí (Boletus, Polyporus) a několika málo rodů Agaricaceí (Amanita, Amanitopsis) nachází se na spodu klobouku souvislá vrstva pletiva hyfového, v němž teprve později rozlišují se hustší partie od řidčích a rourky nebo lamelly vznikají sekundérním rozstupem nebo vzrůstem; u zmíněných rodů bedlovitých diferencují se v této zoně záhy radiální pruhy pletiva řidčího střídající se s partiemi pletiva hustšího, jež jsou vlastními základy lupenů. U chorošovitých vznikají tyto partie pletivné stejnoměrně po celém spodu klobouku, a teprve velmi pozdě dojde k rozestoupení stěn vnitřních a k oddělení vnějších, jež isolují dospělé rourky. Oproti tomuto typy vývojovému, jenž označujeme jako »Polyporový«, charakterisován jest *Atkinsonův* »Agaricus-Type«, který jest platný pouze pro bedlovité; u těch tvoří se záhy pod mladičkým kloboukem, nebo jeho základem prstenčitá horizontální dutina, v níž vznikají lupeny jako radiální vyvýšeniny. Jakýsi

[79]) *G. F. Atkinson,* Origin and development of the lamellae in Coprinus. Botanical Gazette 1916, vol. LXI, p. 89.—130., pl. V.—XII. *týž* development of Armilaria mellea. Mycol. Cbl. IV. 1914. p. 113. — 121. Ref. Bot. Cblt. 1915, Bd. 128. p. 7. *týž,* The development of Lepiota clypeolaria. Ann. mycol. XII. 1914., p. 346.—356. *týž,* Homology of the »universal viel« in Agaricus. Myc. Cblt. 1914, V. p. 13. — 19.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

přechod tvoří u Polyporaceí r. Fistulina, kde rourky zakládají se jako samostatné hrbolky, ale později se stěny jich diferencují dle polyporového typu; vývoj rouška u Secotiaceí, jak nejnovější výzkumy *Conardovy*[80]) ukázaly, souhlasí s vývojem většiny angiokarpních Agaricaceí (zejména Psalliota, Stropharia, Arnnllaria), kdežto ostatní Gasteromycety mají samostatný způsob vývoje.

Povrch mladého základu hymenoforového tvoří vrstva hyf, jež jsou pěkně palisádově seřazeny. Hyfy tyto mají vždy jen dvě jádra, jež jsou zpravidla větší a intensivněji se barví než jádra hyf tramatových nebo ostatních částí karposomu; hyfy třeně, a často i partií subhymeniálních v klobouku mívají obyčejně větší počet jader než dva — 4, 6 i 8 —, jež vznikly synchronickým dělením párů jaderných. Jak páry jaderné vznikají není dosud úplně jasno; zdá se, že neexistuje při tom žádné všeobecně platné pravidlo. *Nichols* (l. c. 1904) vykládá, že páry jaderné vznikají již v nejmladších stadiích myceliových, *Kniep* (l. c. 1913 p. 627) tvrdí, že spojování jader po dvou děje se pomocí přesek častěji až v karpoforu ve vrstvě hymeniální, nežli na myceliu. Pro naše potřeby však tato detailní otázka cytologická nemá naprosto žádného významu. Brzo u jedněch hyf v mladém protohymeniu jádra takového páru splývají ve velké jádro sekundární; tyto hyfy jsou pak základem příštích basidií. Zpravidla lze v subhymenialní vrstvě stanoviti, že tyto basidiové buňky odvětvují se od hyf již v hymenopodiu hojně přeskami opatřených; *Kniep* (l. c. 1916, p. 356. e. s.) tvrdí, že přesky tyto jsou homologické s hákovitými útvary, jež *Clausen* a jiní pozorovali u Discomycetů (Pyronema) při tvorbě asku. U jiných hyf v roušku však jádra nesplývají, nýbrž setrvávají netečně vedle sebe: tyto hyfy setrvávají později sterilní a rozliší se záhy v parafysy a cystidy. Cystidové hyfy velice záhy počnou se zvětšovati a brzo přerostou buňky basidiové i parafysové; skoro vždy — zejména

[80]) *H. S. Conard,* The structure and development of Secotium agaricoides. Mycologia 1915, V. VII. p. 94.—103., pl. CLVII. Viz *E. Fischer,* Einige neuere Arbeiten über der Entwicklungsgeschichte der Gastromyceten-Fruchtkörper. Zeitschrift f. Bot. 1916, Jhg. VIII.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na preparátu prostým rozcupováním získaném — lze sledovati jich kontinuitu s hyfou tramatovou, bez přesek a s nápadně světlelomným obsahem. Tato okolnost jasně svědčí, ze cystidy jsou úplně odlišným elementem od basidií a parafys, jichž subhymeniální hyfy jsou u obou stejné, neodlišné od ostatního plektenchymu a hojně přeskaté.

Zatím co v basidiích se velké sekundární jádro dělí ve čtyři a blána na konci v rozích pučí rovněž ve čtyři (zřídka dvě) sterigmata okončená basidiosporami, do nichž se posléze jednotlivá jádra dceřinná nastěhují, neprodělávají jádra v cystidě žádnou karyogamii, nýbrž putují zvolna k basálnímu konci a plasma celé buňky stává se nápadně zrnitou. Objevují se stále větší a větší vakuoly a na povrchu cystidy počne se vylučovati tlustý povlak slizovitý, v němž nezřídka objevují se drobné i velké druzy krystalové. Během této sekrece jádra se zmenšují, někdy i oddělují od sebe, jedno setrvává ve středu, druhé usazuje se na basi cystidy; často i zmenšování děje se nestejně, což by nasvědčovalo, že konjugační souvislost páru jaderného jest úplně porušena. U cystid, u nichž blána jaderná později tloustne a barví se rozmanitými pigmenty, jak jsem pozoroval zejména u mechanických t. zv. cystid Corticiaceí (specielně u r. Hymenochaete), mizí konečně jádro i všechen plasmatický obsah úplně a trichomová cystida činí z hymenia jako odumřelá buňka v definitivních stereomech. Ale i v normálních cystidách bývá na konec velmi sporý obsah buněčný, a když úplně bezjaderná basidie nese již staré spory, jsou také v cystidě jádra nezřetelná a konečně celá cystida — až na zmíněné stereidy — podléhá autodigesci. Autodigesční pochod byl podrobně popsán *Bullerem* (l. c. 1910, p. 622), u r. Coprinus, a pokud mohl jsem pozorovati u většiny hub probíhá docela obdobně.

Z těchto údajů vidíme, že cystidy jsou cytologicky i ontogeneticky rozdílné od ostatních elementů rouška a že homologie všech těchto útvarů jest pouze zdánlivou; četné přechody, o nichž jsme se svrchu zmínili, lze jen vysvětliti neobyčejnou schopností propagační, která stélce tajnosnubných přináleží. Skoro každá buňka může u kryptogam změniti se k účelu propagačnímu; u hub pak, kde jest náhradou za po-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

hlavní vegetativní rozmnožování v nejrůznějších způsobech vyvinuto, jest snadno pochopitelno, jestliže hyfa původně k jinému účelu určená, přejímá fnnkci propagační. Zmíněné přechody jsou vždy případy takové, kde cystida m se v basidii, a nikoliv, jak *Seynes*, *Cooke*, *Berkeley* a jiní se domnívali, naopak. Obdobné jsou případy, kdy čtyřsporová basidie redukuje počet výtrusů, ano někdy jich ani nevytváří a toliko svazečky trichomových rudimentů sterigmatových zdobí vrchol basidie; případy takové nejsou u Psalliot, Stropharií, Psathyr, Lepiot žádnou zvláštností, ačkoliv v literatuře nalézáme jen sporé o nich zmínky *(Martin*[81]*)*. U Stropharií koprofilních jsem pozoroval, že tyto redukované basidie fungují často jako hydathody. Uvážíme-li všechny tyto okolnosti. musíme nezbytně dojíti k závěru, že cystidy jsou samostatné útvary hymeniální, jež nelze se žádnými jinými v karposomatu homologisovati.

Docela jinak vypadají poměry u vláken, jež vynikají z rouška ven, a často cystidám bývají podobny; němečtí autoři (na př. *Ricken*) je od cystid a parafys nerozlišují, kdežto francouzští mykologové je přesně označují trichomy hymeniálními (poils hyméniaux *Fayod* l. c. p. 260). Tyto jsou prosté konce hyf, jež brzo jako postranní větve přeskatých hyf basidionosných, brzo jako výrůstky ze subhymeniálního mediostrata prorůstají rouško a daleko ven vyčnívají. U těchto útvarů nastává degenerace jader, jichž bývá obyčejně několik párů, velmi pozdě a celá hyfa pak usychá. Zřejmě jsou to normální sterilní hyfy karposomové, jež s vlastním rouškem nemají nic společného; o funkci těchto trichomů zmíníme se v následující kapitole. Stejnou cytologii mají i trichomové útvary, jež vyskytují se často na povrchu klobouku nebo třeně, a někdy nabývají i tvarů cystidových (t. zv. dermatocystidy *De Seynes* či cellules cystidiformes *Topin*). Cytologické, specielně jaderné poměry

[81]) *C. E. Martin*, Notes mycologiques. 1. Combien les basides de Psalliota campestris portent-elles de spores? L'éspèce Inocybe rimosa *Bull.* a-t-elle des cystides? Bulletin de la soc. bot. de Genève. 1913, T. 2. Sér. V. p. 277.—280.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

cystid jsou docela podobné změnám jaderným, jež *Molisch*[82]) popisuje u mléčných nebo slizovitých buněk u různých rostlin jevnosnubných; okolnost tato jest velmi závažnou při posuzování funkčního významu těchto útvarů. Také v parafysách Discomycetů jsou podobné poměry jaderné.

3. Bioylogie cstid.

Jak z nástinu historického patrno, není druhého orgánu v rostlinstvu, o jehož funkčním významu bylo tolik napsáno a theoretisováno jako právě cystidy; a přece, ačkoliv taková řada prací byla jim věnována, otázka jejich dosud není rozluštěna a zůstává záhadnou.*) Nehledíme-li k výkladu o sexualitě těchto orgánů *(Corda, Smith, de Bary, Quélet, Kohl)*, zbývá ještě pět různých názorů: 1. cystidy jsou pouhé mechanické zařízení (*Micheli, Brefeld, Wettstein, Tavel, Zopf, Ricken, Buller);* 2. slouží k rozšiřování výtrusů (*Hesse*); 3. jsou orgány exkrečními (*Hoffmann, Patouillard, Topin*); 4. představují ochranné brvy (*Fayod, Istvánffi, Demeliusová*); 5. jsou hydathodami (*Knoll, Neger*).

Náhledy tyto od autorů a jich stoupenců vesměs generalisované opírají se vždy o malý počet konkrétních případů; autor, ohledávaje několik druhů, snaží se pozorování a závěry z tohoto plynoucí zevšeobecňovati. Postup takový není správný, a jest potom tím vážnějším zjevem ostrá diskusse a vytýkání nesprávného pozorování autoru jinému, jak na př. *Knoll* činí. Již různá stavba cystid nasvědčuje tomu, že asi i funkce nebude v každém případě identickou; studie naše, konané na bohatém materiálu, nás také v tomto směru dokonale poučily.

Všimněme si nejčastějšího typu cystid; jsou to tenkostěnné, více méně kyjovité buňky, jež u Thelephoraceí označují se gloeocystidami, ale které vesměs u ostatních skupin jsou obecnými. Jest nesporno, že buňky tyto během svého života secernují určité látky, jež shromažďují

---

[82]) *H. Molisch*, Ueber Zellkerne besonderer Art. Botanische Zeitung 1899, Jhg. 57. p. 177.—191.

*) Viz též *A. Gulliermond*, 1913 l. c. p. 429.: Le rôle des cystides est encore resté très obscure.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

se na jejich povrchu, zejména na tupém konci jako hyalinní, průhledná, jen výminečně silně světlolomná hmota, velmi často rychle vysychající. Sekreci tuto můžeme docela dobře pozorovati ve všech stadiích vývoje na čerstvých plodnicích houbových pod mikroskopem; nejnápadnější a nejintensivnější jest v době zrání spor. I když nebývá sekret právě patrný, přece prozradí se jeho přítomnost tím, že výtrusy se na cystidy přichycují a zůstávají na nich nalepeny; úkaz tento jest každému mykologu dobře známým a v literatuře často uváděným (*Corda*, *De Bary*, *Zopf*, *Patouillard*). Mladá cystida má jemnou zrnitou plasmu, bohatou na zrníčka, dávající všechny reakce glykogenu; později objevují se uvnitř buňky velké vakuoly a na temeni jemný povlak exkretu, jenž nejčastěji má tvar kápě, zhusta ale i kulovité kapky. Nejnápadněji jeví se tento proces u Hebeloma: cystida v mládí vyplněna jest žlutou šťavou, později ale obsah její se zjasní a na špičce počne se vylučovati čirá kapka, zatím co celé cystidy ubývá a silně se tenčí; když kapička odpadne, objeví se na místě jejím drobounká zrnka organické látky, která se někdy jeví i makroskopicky na povrchu lamelly jako rezavá skvrna. *Russuly* vykazují rovněž hojnou sekreci, jevící se pouhému oku jako t. zv. »slzení lamel«; zjev tento jest ale i u jiných rodů obyčejným, a není *naprosto žádné ceny* systematické, kterou mu Ricken přikládá. Vedlo by nás daleko líčiti jednotlivé případy u různých druhů; dovolili jsme si typické úkazy tyto na tabulce nakresliti. Sekrece děje se vždy *na úkor cytoplasmy* i *jádra*, jakž již předem jsme vylíčili. Zbytky po odpaření vody a prchavých látek sekretu jsou obyčejně drobné, blíže neurčitelné krystalky, jedině u rodu *Inocybe* tvoří se druzy krystalové, jež možno lépe ohledávati. Krystalky tyto dle vlastností svých v polarisovaném světle jeví se opticky jednoosými; v $C_2H_4O_2$ se nerozpouští, ale za to v HCl a H_2SO_4 snadno. jmenovitě při zahřátí, aniž by nějaké bubliny plynu vystupovaly. $BaCl_2$ netvoří na krystalech žádných povlaků, a v $ZnCl_2I$ se krystalky po delší době (24 hodinách) rozpouštějí, snad proto, že tato reagens obsahuje vždy sledy volné kyseliny. Někdy všechny tyto reakce probíhají nesmírně zvolna; domnívám se proto, že krystaly bývají povlečeny jemnou

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kolloidální blankou organické hmoty, jež současně cystidou jest secernována. Dle těchto všech okolností lze souditi, že krystalky jsou pravděpodobně CaC_2O_4[83]). Autoři popisují vesměs tyto krystalky jako kšticovité výrůstky blány buněčné (Ricken); Höhnel[84]) pozoroval stejné útvary ještě u několika druhů r. *Psilocybe*, *Psathyra*, *Hypholoma*, *Nolanea*, mně ale nepodařilo se tento materiál získati.

Chemická povaha sekretu jest dosud neznámou; jednak nepodařilo se získati jej ve větším množství, jednak nebylo, následkem všeobecného nedostatku v dnešní době válečné, mi možno opatřiti si potřebných všech reagencií. U Dermocybe cinnamomea, Boletus granulatus *L.* Boletus Boudieri *Quél.*, Lepiota cristata *Bolt*; Marasmius alliaceus *Jacq.*, Corticium evolvens *Fries*, Stropharia stercoraria *Fr.*, Merulius tremellosus *Schrad.*, Inoloma pholideum *Fr.*, Boletus luridus *Schaef.* var. sordarius *Fr.*, Naucoria cucumis *Sow.*, kde cystidy jsou obaleny pláštěm nebo kápí sekretu, podařilo se po zahřátí s $CCl_3 . CH(OH)_2$ získati pérovité dendrity nápadně upomínající na krystaly kyseliny agaricinové, jež popisuje Tunmann[85]) u Polyporus officinalis *Fr.*

Nejen viditelné, v nesčetných případech dobře konstatovatelné vylučování exkretu, nýbrž jiné ještě okolnosti dostatečně nasvědčují exkreční funkci cystid:

Nápadnou jest shoda plasmatického obsahu cystid s mléčnými hyfami t. zv. »kondukčními hyfami vodivého systému«, jež popisuje *Istvánffi*[86]), *Olaf Johan - Olsen*[87]),

---

[83]) *O. Tunman*, Pflanzenmikrochemie, Berlin 1913 p. 141.
H. Molisch, Mikrochemie der Pflanze, Jena 1913 p. 48, 101.

[84]) *F. v. Höhnel*, Fragmente zur Mykologie. Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wiss. 1907, Bd. CXVI. p. 89.

[85]) *O. Tunmann*, Über die Bildung des Harzes, den mikrochemischen Nachweis der Harzsäuren und über die Kristalle in Polyporus officinalis *Fr.* Schwend. Wochenschr. f. Chemie u. Pharm. 1909, Bd. XLVII. H. 11.

[86]) *Gyula v. Istvánffi*, Untersuchungeu über die physiologische Anatomie der Pilze mit besonderer Berücksichtigung des Leitungssystems bei den Hydnei, Thelephorei und Tomentellei.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Bambeke[88]), a které vlastně jsou rovněž orgány exkrečními. Zajímavo, že již *Fayod* (l. c. pag. 258) a po něm *Istvánffi* (l. c. pag. 1396) na tuto shodu poukazují, ale přes to cystidám ochrannou funkci, od těchto hyf docela rozdílnou, přisuzují. Při barvení preparátů, i při reakcích mikrochemických mohli jsme se o této podobnosti dokonale přesvědčiti.

Nejnápadnější jeví se tato okolnost u druhů, jichž plodnicí procházejí mléčnice; podařilo se nám u ryzců (Lactarius subdulcis *Fr.*, L. scrobiculatus *Scop.*, L. fuliginosus *Fr.*, L. serifluus *Fr.*, L. glyciosmus *Fr.*, L. rufus *Scop.*) stanoviti direktní souvislost cystid s mléčnými hyfami. K studiu se hodí zejména druhy s mlékem sporým, vodnatým, neboť u druhů bohatě mléčících pryskyřice znemožňuje záhy jasný přehled v preparátu. Z těchto důvodů jsou zvláště vhodným objektem Russuly, u nichž můžeme mléčnice pomocí reagence Arnould-Gorisovy[89]) (síranu vanilinového) nebo sulfoformolu pěkně sledovati a kontinuitu jich s cystidami dokázati. U Mycena lactescens jsou rovněž cystidy okončením mléčných hyf, jež vyznačují se pěknými čípkatými ztlustlinami na vnitřní stěně. *Chr. Luerssen*[90]) popírá jakoukoliv souvislost cystid s mléčnicemi, zato ale *Massee*[91]) kreslí ji u Russula ochroleuca, *Patouillard* (l. c. p. 48) uvádí u Hymenocheate Mougeotii a některých

Pringsheim's Jahrbücher für wissenschaftl. Botanik, 1896, XXIX Bd. p. 391. — 440.

[87]) *G. Istvánffi* u. *Olav Johan-Olsen*, Über die Milchsaftbehälter und verwandte Bildugen bei den höheren Pilzen. Botanisches Centralblatt 1887, XXIX. Bd. p. 372,—375., 385.—390.

[88]) *Ch. van Bambeke*, Recherches sur les hyphes vasculaires des Eumycetes I. Hyphes vasculaires des Agaricinées. Botanisch Jaarbock, nitgegeven door hat. krindkundig Genootschap Dodonoea 1892, IV.

Ch. Van Bambeke, Contribution à l'étude des hyphes vasculaires de Agaricinés. Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 1892, 3. S. J. 23., p, 472.—490.

[89]) *L. Arnould* et *A. Goris*, Sur une réactiou colorée chez les Lactaires et les Russules. Compt. rend. 1907, J. CXLV, p. 1199,

[90]) *Chr. Luerssen*, Handbuch der system. Botanik Leipzik 1879, I, p. 291.

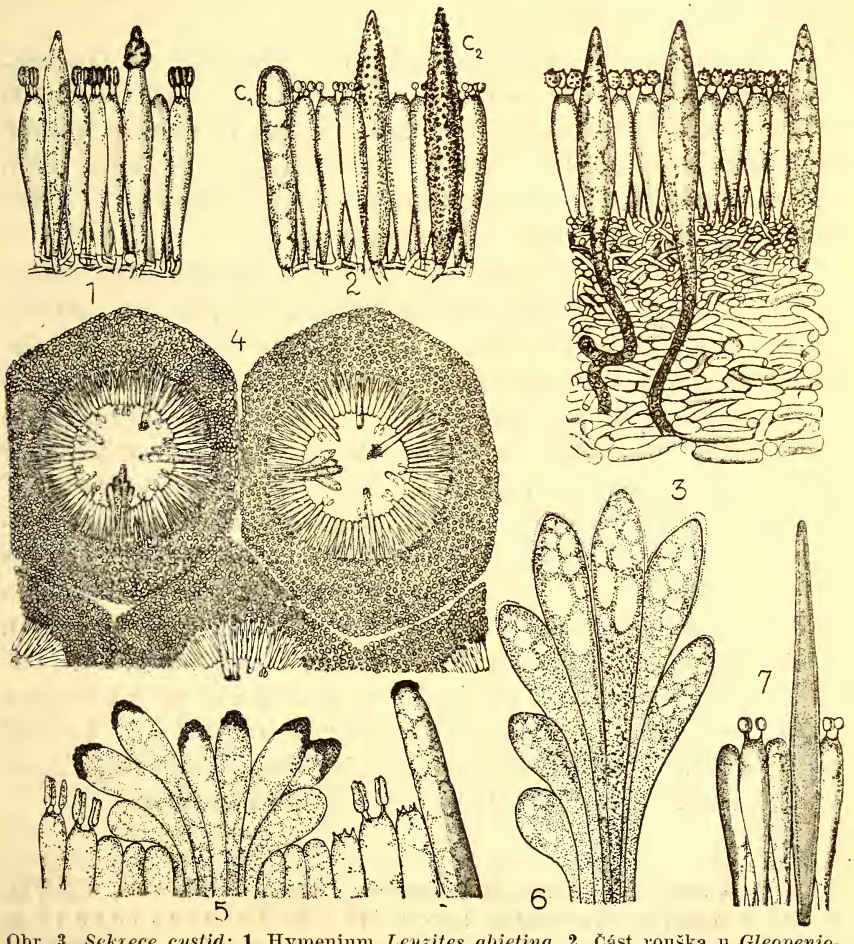
[91]) *G. Massee*, British Fungus Flora, III. London 1893 p. 3.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Porií; u Gloeocystidií, jež jsme ohledávali, nepodařilo se nám souvislost dokázati.

Také při vývoji hymenia můžeme sledovati kontinuitu záhy se differencujících cystid s hyfou širší než ostatní, mající nápadně světlolomný, silněji barvitelný, s počátku homogenní, ale brzo zrnéčkatý obsah; cystidy nejsou tedy nic jiného než konce hyf systému exkrečního.

U mléčících hříbků, z nichž studovali jsme toliko Boletus granulatus *L.* a B. Boudieri *Quél.*, u Fistu-



Obr. 3. *Sekrece cystid:* 1. Hymenium *Lenzites abietina.* 2. Část rouška u *Gleopeniophora evolvens*; c_1 gloeocystida, c_2 peniophorové cystidy normální. 3. Roušk mléčníku *Lactarius flexuosus*, cystidy připojují se na hyfy podobné mléčnicím. 4. Příčný průřez rourkami klouzku *Boletus granulatus*. 5. Cystidy a basidie *Boletus Boudieri*: sekret na vzduchu červená až hnědne. 6. Skupina mléčících cystid u *B. granulatus*. 7. Část rouška *Hymenochaete rubiginosa*. Zvětšení jako v obr. 1.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

lina hepatica *Schaef.*, a u Hypholoma lacrimabundum *Bul.* tvoří cystidy konce hyf exkrečních, které bývají kratičké, jenom subhymeniální; cystidy jsou kyjovité, obyčejně ve svazečcích sdruženy a vylučují hojný bílý sekret (u zmíněných klouzků bohatý na kapénky pryskyřice, jež u B. Boudieri rychle na vzduchu se oxyduje, červená, až zhnědne), který ve velikých kapénkách sbírá se na ústí rourek, nebo ostří lamely a skapává dolů, zanechávaje na hymeniu nebo třeni zaschlé šupinaté zbytky, jako skvrny nebo zrnéčka se jevící.*)

Zajímavo, že holubinky palčivé, náležející do *Quéletových* skupin »Insidiosae« a »Ingratae« mají vždy větší počet cystid než druhy s dužinou sladkou (Gratae *Quilet*, Amoenae *Bataille*); druhy vyznačující se silnou vůní mívají zpravidla více cystid, než nevonné (Clitocyby, Tricholomy, Hymenogastrineae, Marasmie aj).

Zdá se, že počet cystid je odvislý i od okolností stanoviska; individua jednoho a téhož druhu na stanovisku suchém, teplém mají zpravidla více a lépe cystidy vyvinuty, než jedinci ve vlhkém chladném prostředí vyrostší; učinili jsme tuto zkušenost na několika druzích a sledujeme okolnost tuto statisticky. Podobné pozorování uvádí *Höhnel* a *Litschauer* u Gloeopeniophora incarnata (*Pers.*) *H.* et *L.* (l. c. II., Bd. CXVI. p. 819.); nápadná tato okolnost jeví se zejména u Galera tenera *Schaef.*, Boletus variegatus *Schw*, z polabských borů a z hřebenových rašelin krkonošských (u prvního na obvod rourky připadá 20—30 cystid, u krkonošského 5—15!), Boletus luridus *Schaef.*, Russula fragilis *Pers.*, R. delica *Fr.* (Lactarius exsucca *Pers.*), R. puellaris *Fr.*, Lactaria helva *Fr.*, L. lignyota *Fr.*, Mycena lactescens *Schr.*, Rozites caperata (*Pers.*) *Karst.* a Clitocybe laccata *Scop.*

---

*) Názor *Höhnelův* (Sitzungsber. Akad. Wien 1908, CXVII. p. 990. a Annales mycologici 1905 p. 548.), že Boletus luteus je pouze forma B. granulatus jest naprosto chybný. Nehledě ani k přítomnosti závoje, nemá B. luteus *L.* nikdy žádných mléčných cystid, ani mléčnic a vývoj i stavba hymenia obou druhů vykazuje značné rozdíly.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Také dermatocystidy, v něž ukončeny bývají někdy hyfy na povrchu plodnic a třeně, vyznačují se často zřetelnou sekrecí; to jest nápadným zejména u mléčicích hříbků (Boletus Boudierii, B. granulatus), kde skupiny dermatocystid vylučují na třeni charakteristické kapičky sekretu, houstnoucí záhy v zrnka. Tato okolnost svědčí nejlépe, že cystidy funkcí svojí nemají s ostatními elementy hymeniovými nic společného.

Analogickými orgány u Discomycetů jsou parafysy; také tyto vylučují na kyjovitě ztlustlém svém konci exkret (Humaria leucoloma *Hedw.*, H. rutilans *Fr.*, Otidella nigrella *Pers.*, Otidea cochleata *L.*, Peziza cerea *Sow.*), a nezřídka mají i obsah plasmatický barevný, takže udávají tón thecia a jsou ve spojení s exkrečními, nebo i mléčnými hyfami (Plicaria subg. Galactinia *Cooke*). U četných druhů mají ovšem parafysy pouze význam mechanický. Cytologické poněry, reakce i stavba plasmy byly u exkrečních parafys, pokud jsme mohli vyšetřiti, shodné s poměry cystid.

Zpravidla obsahuje sekret cystidový i sliz, v němž bývají četné substance pryskyřičné; zejména mléčné sekrety dříve zmíněných druhů obsahují vždy veliké krůpěje pryskyřic, jež jistě nejsou jednoduchými individuy chemickými. Z mléčné šťávy ryzců popisuje již r. 1867 *Boudier*[92]) gummu t. zv. mycetid a Chodat s Chuitem[93]) isolovali r. 1889 ze šťávy Lactarius piperatus *L. kyselinu laktarovou* ($C_{15}H_{30}O_2$, 1879 *Thörnerem* po prvé u Russula integra *L.* objevenou) a pryskyřičný *piperon* zaviňující ostrou chuť mléka. Pryskyřice v plodnici hub jsou obvyklým zjevem; nejčastěji studovány byly u chorošů (*Bouillon, Lagrange, Buchholz, Trommsdorf, Bley, Martius, Schoonbrodt, Harz, Fleury, Masing, John, Schmieder, Tschirch*), aniž by se bylo došlo k definitivnímu výsledku (*Zellner* l. c. p. 174.—185.). Na rozdíl od pryskyřic těchto, jichž sekrece děje se bez účasti plasmy,

[92]) *Boudier*, Die Pilze, 1867, p. 77., sec. *J. Zellner*, Chemie der höheren Pilze, Leipzig, 1907 p. 217.

[93]) *Chodat* et *Chuit*, Archiv des sciences physiques de Génève 1889 21. str. 285 sec. *Zellner* l. c. p. 185.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ve zvláštní vrstvě blány, která, jak *Tschirch*[94]) dokázal, jest rozpouštěna, vylučovány jsou sekrety cystid naopak v těsné souvislosti s činností cytoplasmy. Jest pravděpodobným, že současně jsou v sekretu cystidovém obsaženy i terpeny a etherické oleje, jež dodávají plodnicím hub v době největšího vývinu charakteristických zápachů; téměř všechny odstíny a kategorie vůní nalezneme u plodnic houbových — a silně vonné druhy mají vždy četné cystidy. U Hymenogastraceí jsou cystidy v mládí čiré a teprve když počíná plodnice silně voněti, nacházíme je vyplněny a pokryty hnědou hmotou; také tato okolnost mluví pro naši domněnku. Otázku tuto řešiti patří ovšem routinovanému organickému chemikovi; až dosud, vyjma prací *Haenselových*, *Wentových*, *Hinsbergových*, *Rooseho*, *Zellnera* a *Tanreta* nebylo ničeho studováno[95]).

Tážeme-li se na biologický význam sekrece cystidové, musíme opustiti exaktní pole pozorování a obrátiti se k různým theoriím, jež v otázce sekrece vůbec byly vysloveny. Jako jinde v říši rostlinné (*Tschirch*, l. c. 1908 p. 77.) jsou i u hub sekrety jednak produkty výměny látek, namnoze regressivní, jednak odpadky a odštěpky biochemických processů buněčných. A jako o mléčnicích rostlin jevnosnubných doposud úporně zápasí extrémní názory dvou táborů fysiologů, z nichž jedni považují je za exkreční apparát, vylučující škodlivé produkty životní činnosti z organismu (*Leblois*, *Martinet*), druzí za aktivní součást systému assimilačního, rozvádějící výživné substance a sloužící k cirkulaci reservátů (*Trécul*, *Faivre*, *Schulterus*, *Treub*, *Haberlandt*, *Gaucher*[96])), nelze ani o cystidách hub vysloviti definitivního úsudku. Nejpravděpodobněji spojují cystidy oba úkoly: exkretují nejen látky organismu škodlivé, produkty neobyčejně

[94]) *A. Tschirch*, Die Harze und Harzbehälter. Leipzig 1906 p. 754.
A. Tschirch, Die Chemie und Biologie der pflanzlichen Sekrete. Leipzig 1908 p. 10.

[95]) *Zellner* l. c. p.; *H. Fischer*, Die chemischen Bestandteile der Schizomyceten und der Eumyceten v *Lafar*, Handb. d. techn. Mykologie, Jena 1907, Bd. I. p. 293.

[96]) *M. L. Gaucher*, Du rôle des lacticifères. Annales des sciences. nat. 1900. VII. S. T. XII. p. 241—260.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

intensivní činnosti hymeniálních hyf v době pučení konidií, nýbrž jsou i skladnými orgány pro glykogen, který později v starých cystidách úplně mizí; ovšem činnost první převládá, k cirkulaci reservátů (ať již jakýchkoliv) slouží hyfy, jichž okončením jsou cystidy samy.

Vonné látky secernované cystidami hrají asi úlohu mnohoznačnou, právě tak jako etherické oleje a terpény v květu a listu vyšších rostlin; snad jsou tu lakadlem, tu obranou, podle okolností. Že u zoochorních hub jistě má vůně úkol lákadla, jest evidentním; u Hymenogastrineí, některých Phallaceí nacházíme ku podivu v hymeniu buňky analogické cystidám, u Tuberaceí exkreční hyfy (*Buchholtz*), u druhů, jež nepotřebují lakadla vlastního (jako ku př. Nyctalis lycoperdioides *Bull*, jejíž chlamydospory jsou roznášeny mouchami lákanými páchnoucím substrátem), nebývá zvláštních aparátů sekrečních. Ovšem myšlenky tyto, jako vůbec většina theorií biologických, jsou velmi těžko exaktně dokazatelny a dlužno na jich pravděpodobnost usuzovati toliko ze sousledu příčinných okolností, případ od případu.

Na jednu zajímavou okolnost dovoluje si pisatel upozorniti; při sekreci cystid, která jest v nejlepším chodu, když celé hymenium nalézá se v nejintensivnějším vzrůstu, a pak při autodigesci těchto orgánů, když již spory dozrávají, vyvíjí se teplo, jakž ani jinak při tomto pochodu není možno. Tak na místech, kde jsou cystidy, jest vždy teplota o něco vyšší než obvyklá temperatura okolí; nepatrný třebas často tento rozdíl ale stačí, aby vznikaly jemné proudy vzduchové. Úkaz tento lze docela dobře spojiti s *Falckovým*[97]) výkladem o aktivním pohybu výtrusů hymenomycetů v bezvětrném ovzduší a jich radiosensitivitě.

Knoll (l. c.) tvrdí, že cystidy mají význam pouhých hydathod; mohli jsme se mnohonásobně přesvědčiti, že nikdy tomu tak není. Jako hydathody fungují válcovité, dlouhé, někdy i různě zkroucené hyfy vybíhající z hymenia do ovzduší., t. zv. »*poils hyméniaux*«, o nichž jsme se zmínili (str. 24., 30.); tyto hyfy vylučují kapénky vody a pečují o bilanci

[97]) *R. Falck*, Die Sporenverbreitung bei den Hymenomyceten und der biologische Wert der Basidie. Beitr. z. Biol. d. Pfl. Bd. IX. Hft 1. Breslau 1904. Sep.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a turgor vodní v celé plodnici. Souvisle s jejich funkcí, vyskytují se u plodnic ve vlhkém ovzduší rostoucích daleko ve větším množství, než ve vzduchu poměrně suchém; jmenovitě vlhká a teplá atmosféra podmiňuje jich vývoj. Coprinus atramentarius *Bull.*, C. radiatus *Bolt.*, C. ephemerus *Fr.*, C. stercorarius *Bull.*, Stropharia stercoria *Fr.*, Str. semiglobata *Batsch* tvořily v thermostatu při 37—40° C a 100% vlhkosti dlouhé hydathody po celém třeni, na lamellách i na povrchu klobouka; za nepřístupu světla přestaly tvořiti klobouku a plodnice nabyly podoby hadovitých útvarů, celých od hydathod hustě huňatých. V přírodě nacházíme často hydathody i na povrchu třeně, klobouka, ano na vnitřní straně dutých tření, popřípadě i plodnic (často u Discomycetů); nezřídka jsou hydathody tyto i kyjovité a pak bývají neprávem (jak jmenovitě francouzští mykologové činí!) popisovány jako cystidy. Dík těmto hydathodám vznikají uvnitř třeňů nebo i plodnic (Otidella, Sarcosoma, Bulgaria a j.) značné zásoby vody; také *Knoll* (l. c.) nejnověji přiznává, že i tyto trichomy mohou u Panaeolus helvolus, *(Sch.) Bres.* a Coprinus lagopus *Fr.* jako hydathody fungovati. Úplně analogické vytváření a zmnožení hydathod, jako jsme experimentálně obdrželi v thermostatu, nalézáme u abnormálně vyvinutých plodnic z dolů a jeskyň; na exemplářích z dolů kladenských, z Krasu, z Duchcova a z Příbrami mohli jsme dostatek důvodů pro tuto parallelu získati. Nejen nedostatek světla, nýbrž i vyšší temperatura a abnormálně vlhká atmosféra zaviňují bizarní tyto tvary, jež právem obdivujeme.

Ačkoliv sekreční činnost cystid jest nejčastější jejich úlohou, přece nesmíme zapomínati, že u plodnic s kloboukem velmi jemným (Coprinellus, Coprinus, Marasmius, Galera, Mycena, Leptonia a pod.), který se někdy i v řásně skládá, mohou cystidy sloužiti i jako rozpory, brániti nebezpečnému přiblížení se lamel a získávati tak dostatek volného prostoru pro pučící výtrusy. Cystidy se ztlustlými stěnami, jaké nacházíme u Thelephoraceí a některých Polyporaceí, mají rozhodně úkol mechanický; jmenovitě u druhů s resupinátní plodnicí a hymeniem nekrytým, ochranný význam těchto orgánů dobře vysvítá. Den-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

drophysy pak jsou rozvětvené hyfy, jimž přísluší úkol vyplňovací a jichž analogie všeobecně v říši rostlinné nalézáme; asterostromové hyfy jsou obdobné útvary sklereidům a jiným idioblastům rostlin ostatních a také jich význam bude identický.

Jest tedy otázka cystid složitější, než na prvý pohled by se zdálo; řešení její, navazující na řadu problémů jiných, jest opětně důkazem, jak málo jest nám biologie hub a oekologické vztahy jejich života ještě známy. Dogmatické řešení problemů a generalisování výsledků není nikde jinde tak nebezpečné, jako právě při studiu kterékoliv otázky, týkající se zajímavých a proměnlivých hub, jež tvoří jakoby samostatnou, od ostatní říše rostlinné velmi rozdílnou skupinu organickou.

On the Cystidia of Hymenomycetes.

Summary of the chief results.

There is no other plant-organ about which so many theories ware written as about cystidia. As early as the year 1729 they were discovered by *Peter Andrew Micheli*, and a whole series of special works was devoted to them without the definite solution of the question of their import, their function and evolution.

The morphological significance and ontogenesis of cystidia:

Phoebus, *Luerssen* and *Wettstein* consider them to be metamorphosed paraphyses, *Seynes*, *Brefeld* and *Herter* basidia, *van Tieghem* and *de Bary* modified hymenial trichomes, *Fayod* sees in them an intermediate organ between a paraphysis and a basidium, while *Léveillé* and *Demelius* hold that they are specific independent organs. On the basis of its ontogenesis the author ascertained that the cystidium is a formation differing from all the other hymenial elements. It originates as the end of a special hypha which differs in contents and form from the rest of the plectenchym.

Early in the young proto-hymenium are differentiated hyphae with large nuclei, secondarily formed by the union of two (— proto-basidia), and hyphae permanently having a pair of nuclei originating by synchronic division (proto-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

paraphyses and proto-cystidia). The proto-paraphyses have the subhymenial hyphae abundatly buckled, entirely the same as the proto-basidia; the proto-cystidia have the continuation of the hyphae very different, — smooth, without buckles, and with strongly light-refracting contents. While in the proto-basidia the nucleus divides into four parts and the cell-wall at the end begins to bud into four basidiospores, into which the nucleus moves, the nuclei of the cystidium do not undergs any karyogamy, but move slowly to the basal end. The plasma of the whole cell becomes granular, vacuoles are formed, and on the surface of the cystidium ther begins to be excreted a slimy coating. This secretion takes places at the expense of the nuclei, which grow smaller, — in the case of the stereo-cystidia of the Corticiaceae the nuclei in the end dissapear entirely; in other cases the cystidium finally undergoes autodigestion.

Cystidia are cytologically and ontogenetically entirely different from the rest of the hymenial organs and it is impossible to homologize them with any other organ.

The systematical significance of cystidia: Cystidia are organs of universal occurence in fungi. They are developed in the greatest variety of forms in Thelephoraceae, where we must distinguish four types: Peniophora-cystidia, gloeocystidia, dendrophyses and pseudophyses. Clavariaceae for the most part lack cystidia, Hydnaceae have them unequally developed, in Polyporaceae they are never missing, and in Agaricaceae they are very rarely not developed. Of Hymenogastrineae they were found to be possessed by Hydnangium, Sclerogaster, Hymenogaster and Gautiera. The occurence and shape of cystidia are not bound by any fast rules; the systematic value of cystidia is therefor changeable, must be investigated from case to case, and never suffices as a single differentiating characteristic.

The function and biology of cystidia: *Micheli*, *Brefeld*, *Wettstein*, *Zopf*, *Tavel*, *Buller* and *Ricken* judge that cystidia prevent the coming into contact of the lamellae and thus

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

insure sufficient room for the newly-forming spores; *Corda*, *Smith*, *Quélet* and *Kohl* hold that cystidia are male sexual organs; *Hesse* affirms that they serve to the purpose of dissemination of spores, analogically to the peristome of mosses, or the elaters of hepatics; *Hoffman*, *Patouillard* and *Topin* are of the opinion that cystidia are excretory organs, but offer no proofs of their theory; *Istvánfi*, *Fayod* and *Demelius* say them to be mechanically protective hairs; *Knoll* and *Neger* explain them as hydathodes regulating turgor and the water-balance in the sporophore.

In the greatest number of cases cystidia act as secretive organs. Their secretion is as a rule very perceptible at the time of the budding of the spores; the chemical character of the secretion is not yet thoroughly known, in the first place because so far it has not been possible to obtain any larger quantity of it, in the second place because on account of the lack of reagents consequents on the war it has been impossible to carry out all the necessary reactions and analytical tests. Almost always it contains minuty drops of resin, ethereal oils, terpenes, and different organic salts; the bunchy, hairy formations in the cystidia of Inocybe are not, as is usually stated, out growths of the cell-wall, but crystals of CaC_2O_4. In the cystidia of Dermocybe cinamommea, Boletus granulatus, B. Boudieri *Quél.*, Lepiota cristata *Bolt.*, Marasmius alliaceus *Jacq.*, Corticium evolvens *Fries*, Stropharia stercoraria, Merulius tremellosus, Inoloma pholideum *Fr.*, Boletus luridus *Schaef.* var. sordarius *Fr.*, Naucoria cucumis *Sow.*, by warming with $CCl_3CH(OH_2)$ there are obtained feathery dendrites, strikingly resemblant to *Tunmann's* crystals of agaricin acid. The quantity of resin contained often gives to the flesh of the head a sharp, bitter teste, while the terpenes and ethereal oils are responsible for the characteristic odor. Further testimony to the secretive nature of cystidia is born by the following circumstances: 1. the striking similarity of the plasmatic contents of cystidia to that of hyphae of the conductive-system, which as secretive organs are threaded through the whole sporophore; 2. in species of Lac-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tarius, in the genus Russula, Fistulina and in lacticiferous species of Mycena (after the use of sulphoformol or the Arnould-Goris reagent) it is always possible to demonstrate the direct connection of cystidia with lacticiferous-cells (milk-vessels); in the rest of fungi the cystidia are the mere-terminations of the excretory conductive hyphae; 3. the watering and lactescence of lamellae always proceed from cystidia; the author describes in detail lactescence in Boletus granulatus, Bol. Boudieri *Quél.*, Fistulina hepatica and Hypholoma lacrimabundum *Fr.*; 4. species of Russula from the section Insidiosae and Ingratae always have a greater number of cystidia than species with palatable flesh; 5. individuals growing in dry and warm situations always have more cystidia than those in damp and cold places; Boletus variegatus *Schw.* from the ridges of the Krkonoš-mountains (Giant-Mnts; 1300 m in alt.), displayed on the circumference of the tubes 5—15 cystidia, whereas individuals from the warm pine-woods along the Elbe usually have 20—30. Similar observations were made on Galera tenera *Schaef.*, Boletus luridus *schaef.*, Rusula fragilis *Pers.*, R. delica *Fr.*, R. puellaris *Fr.*, Lactarius helvus *Fr.*, L. lignyotus *Fr.*, Mycena lactescens *Schr.*, Rozites caperata (*Pers.*) *Karst.* and Clitocybe laccata *Scop.*

Analogical organs are the paraphyses of Discomycetes, in which it is also possible to ascertain secretions.

The biological significance of the secretion: in earliest youth cystidia are reserve organs, containing especially glycogen, but later they excrete the products of decomposition folloving intensive action during the formation of spores. By secretion and later autodigestion is evolved heat, which causes the origin of delicate air — currents, important for the dissemination of spores; this circumstance explains *Falck's* theory of the active movement of fungus-spores in calm air and of the radio-sensitiveness of the hymenium. Odorous matters play the same rôle as in other plants, and it is necessary to investigate their import from case to case; in Hymenogastrineae they occur in connection

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

with zoochory. Therefore in these fungi the cystidia are closer together on the periphery than in the middle.

Cystidia never act as hydathodes; this function is performed by the »poils hyméniaux«, which can grow out from any place on the cap and stem. The author ascertained experimentally that a high temperature and abundant moisture in the atmosphere are conducive to the rise of these trichome-hydathodes; therefore in the heads of fungi growing in darkness they are abnormally developed.

Besides excretion, however, cystidia perform other functions, according to their structure; in fungi with a very delicate pileus they prevent the touching each other of the lamellae, and insure space for the unhindered development of spores (Coprinus); in fungi with resupinate cap and uncovered hymenia (Thelephoraceae, Polyporeae), the cystidia with thickened walls have a mechanically protective function; dendrophyse are normal hyphae branched, and to them is to be ascribed a filling-out function; asterostrome-hyphae are of analogical import as sclereo- and stereoidioblasts generally.

Prague, May 1918.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

II.

Sur quelques applications géométriques des intégrales elliptiques et sur les relations entre les intégrales complètes.

Par **B. Hostinský.**

Předloženo dne 6. listopadu 1918.

1. L' intégrale de la courbure moyenne d'un ellipsoïde à trois axes inégaux. — Soit E l'ellipsoïde

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1;\ a>b>c>o.$$

L' aire totale S de E s'exprime par la formule connue

$$S=8\int\int\sqrt{\frac{1-\frac{a^2-c^2}{a^2}\frac{x^2}{a^2}-\frac{b^2-c^2}{b^2}\frac{y^2}{b^2}}{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}}\,dxdy$$

le champ d'intégration étant un quart de l'ellipse défini par les conditions

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1\leqq o,\ x\geqq o,\ y\geqq o.$$

Prenons x/a, y/b pour nouvelles variables d'intégration; la formule se change en

$$S=ab\,f\left(\frac{c^2}{a^2},\ \frac{c^2}{b^2}\right), \tag{1}$$

où

$$f(m,n)=8\int\int\sqrt{\frac{1-(1-m)\,x^2-(1-n)\,y^2}{1-x^2-y^2}}\,dxdy;$$

le champ d'intégration de la dernière intégrale est un quart du cercle défini par les conditions

$$x^2+y^2-1\leqq o,\ x\geqq o,\ y\geqq o.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

La fonction $f(m, n)$ peut être exprimée, d'après Legendre, au moyen des intégrales elliptiques de première et de seconde espèce. On a en effet

$$f(m,n) = 2\pi\sqrt{m\,n} + \frac{2\pi}{\sqrt{1-m}} \int_0^{\sqrt{1-m}} \frac{1-(1-n)x^2}{\sqrt{(1-x^2)\left(1-\frac{1-n}{1-m}x^2\right)}}\,dx.$$

Cela posé, soit M *l'intégrale de la courbure moyenne* de l'ellipsoïde E, c'est à dire l'intégrale suivante étendue à la surface de E

$$M = \frac{1}{2}\iint_E \left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right) d\omega,$$

R, R' étant les rayons de courbure principaux et $d\omega$ l'élément de la surface de l'ellipsoïde. Pour calculer l'intégrale M nous employerons une équation très remarquable due à Minkovski. Soit K une sphère auxiliaire dont le rayon est égal à l'unité. Menons, par le centre de K, des rayons parallèles aux normales extérieures de E. On fait ainsi correspondre un élément $d\omega'$ de la surface sur K à chaque élément $d\omega$ sur E. En désignant par p la distance du plan tangent de l'ellipsoïde E à l'origine, on a d'après Minkovski*) :

$$\iint_E \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right) d\omega = \iint_K p\,d\omega'.$$

L'intégrale dans le second membre est étendue à la surface totale de la sphère K.

La distance p est donnée en fonction des cosinus directeurs ξ, η, ζ de la normale par la formule

$$p^2 = a^2\xi^2 + b^2\eta^2 + c^2\zeta^2 = a^2(1-\eta^2-\zeta^2) + b^2\eta^2 + c^2\zeta^2.$$

ξ, η, ζ étant les coordonnées cartésiennes du point-image sur la sphère K, on a

$$d\omega' = \frac{d\eta\,d\xi}{\xi} = \frac{d\eta\,d\zeta}{\sqrt{1-\eta^2-\zeta^2}}$$

$$p\,d\omega' = a\sqrt{\frac{1-\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\eta^2-\left(1-\frac{c^2}{a^2}\right)\zeta^2}{1-\eta^2-\zeta^2}}\,d\eta\,d\zeta.$$

*) La formule s'applique à tout corps convexe (*Minkovski*: Math. Annalen 57; Ges. Abhandlungen II. p. 241.)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Intégrons cette expression par rapport à η et ζ, le champ d'intégration étant un quart de cercle défini par les conditions

$$\eta^2 + \zeta^2 - 1 \leqq o, \quad \eta \leqq o, \quad \zeta \leqq o;$$

le résultat, multiplié par huit, donne, d'après l'équation de Minkovski, la valeur de M. On aura par conséquent

$$M = a f\left(\frac{c^2}{a^2}, \frac{b^2}{a^2}\right) \tag{2}$$

En rapprochant ce résultat à la formule (1) on voit que *l'intégrale de la courbure moyenne de l'ellipsoïde s'exprime au moyen de la même fonction f qui donne l'aire totale de l'ellipsoïde.*

2. Quelques propriétés de deux ellipsoïdes dont l'un a des axes en raison inverse de ceux de l'autre. — a, b, c étant les demi-axes de l'ellipsoïde E considéré dans le numéro précédent, soit E_1 un autre ellipsoïde dont les demi-axes a_1, b_1, c_1, sont donnés par les formules suivantes:

$$a_1 = \frac{k}{c}, \quad b_1 = \frac{k}{b}, \quad c_1 = \frac{k}{a},$$

k étant une constante. On a

$$a > b > c \quad \text{et} \quad a_1 > b_1 > c_1.$$

Soit S_1 l'aire totale de l'ellipsoïde E_1, et M_1 son intégrale de la courbure moyenne. On a, d'après les formules (1) et (2):

$$S_1 = a_1 b_1 f\left(\frac{c_1^2}{a_1^2}, \frac{c_1^2}{b_1^2}\right), \quad M_1 = a_1 f\left(\frac{c_1^2}{a_1^2}, \frac{b_1^2}{a_1^2}\right).$$

Mais

$$\frac{c_1}{a_1} = \frac{c}{a}, \quad \frac{c_1}{b_1} = \frac{b}{a}, \quad \frac{b_1}{a_1} = \frac{c}{b},$$

d'où

$$f\left(\frac{c_1^2}{a_1^2}, \frac{c_1^2}{b_1^2}\right) = f\left(\frac{c^2}{a^2}, \frac{b^2}{a^2}\right), f\left(\frac{c_1^2}{a_1^2}, \frac{b_1^2}{a_1^2}\right) = f\left(\frac{c^2}{a^2}, \frac{c^2}{b^2}\right)$$

et

$$\frac{S_1}{a_1 b_1} = \frac{M}{a}, \quad \frac{M_1}{a_1} = \frac{S}{ab}.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Donc: *Les axes d'un ellipsoïde E étant en raison inverse de ceux d'un autre ellipsoïde E_1, l'aire totale de E divisée par le produit du plus grand et de moyen demi-axe de E est égale à l'intégrale de la courbure moyenne de E_1 divisée par le plus grand demi-axe de E_1.*

Considérons deux cas particuliers de ce théorème.

Supposons que, en premier lieu, le demi-axe b soit la moyenne proportionnelle géométrique entre a et b:

$$b^2 = ac,$$

et prenons l'ellipsoïde E_1, identique au E. On peut poser

$$a_1 = a,\ b_1 = b,\ c_1 = c,\ k = b^2 = ac$$

et on a

$$S = bM.$$

Un axe de l'ellipsoïde étant égal à la moyenne proportionnelle géométrique entre deux atures, l'aire totale de l'ellipsoïde est égale à son intégrale de la courbure moyenne multipliée par le moyen demi-axe.

Considérons, en second lieu, une ellipse aux demi-axes a et b, $a > b$. Faisons tourner cette ellipse autour de son grand axe. Les demi-axes de l'ellipsoïde allongé, E engendré par ce mouvement, sont a, b, $c = b$. Faisons ensuite tourner la même ellipse autour de son petit axe. Les demi-axes de l' ellipsoïde E_1 applati correspondant sont $a_1 = a$, $b_1 = a$, $c_1 = b$. On a

$$ac_1 = bb_1 = ca_1.$$

Les lettres S, M, S_1, M_1 ayant la signification définie précédemment on trouve

$$S_1 = aM,\ S = bM_1.$$

Considérons un ellipsoïde de révolution allongé et l'ellipsoïde applati correspondant qui a avec le premier la même section méridienne. L'intégrale de la courbure moyenne d' un quelconque de ces ellipsoïdes, multipliée par son demi-axe dont la direction coïncide avec celle de l' axe de révolution, est égale à l'aire totale de l'autre ellipsoïde.

3. Une inégalité vérifiée par la fonction $f(m, n)$. —

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Soit S l'aire totale d'une surface convexe fermée et M son intégrale de la courbure moyenne. Si S n'est pas une sphère, on a d'après Minkovski:

$$M^2 > 4\pi S.$$

Appliquons cette inégalité à l'ellipsoïde E; nous y avons à substituer

$$a \cdot f\left(\frac{c^2}{a^2}, \frac{b^2}{a^2}\right) \text{ et } ab\, f\left(\frac{c^2}{a^2}, \frac{c^2}{b^2}\right)$$

à la place de M et de S. Nous obtenons ainsi

$$\left[f(m, n)\right]^2 > 4\pi \sqrt{n}\, f\left(m, \frac{m}{n}\right) \tag{3}$$

en posant, pour abréger:

$$m = \frac{c^2}{a^2}, \quad n = \frac{b^2}{a^2}.$$

En remplaçant n par $\frac{m}{n}$ on trouve

$$\left[f\left(m, \frac{m}{n}\right)\right]^2 > 4\pi \sqrt{\frac{m}{n}}\, f\left(m, n\right),$$

d'où, en éliminnant $f\left(m, \frac{m}{n}\right)$:

$$f(m, n) > 4\pi (m\, n)^{\frac{1}{6}}$$

4. Une relation entre les intégrales elliptiques complètes.

Introduisons, pour simplifier l'écriture, les carrés α, β, γ de demi-axes de l'ellipsoïde E:

$$\alpha = a^2, \quad \beta = b^2, \quad \gamma = c^2, \quad \alpha > \beta > \gamma,$$

et posons

$$\varphi(u) = (\alpha - u)\,(\beta - u)\,(\gamma - u).$$

L'équation de l'ellipsoïde E s'écrit

$$\frac{x^2}{\alpha} + \frac{y^2}{\beta} + \frac{z^2}{\gamma} = 1.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Les coordonnées cartésiennes x, y, z d'un point de l'ellipsoïde E expriment en fonction des coordonnées elliptiques u et v par les formules connues

$$x = \sqrt{\frac{\alpha(\alpha-u)(\alpha-v)}{(\alpha-\beta)(\alpha-\gamma)}},\quad y = \sqrt{\frac{\beta(\beta-u)(\beta-v)}{(\beta-\gamma)(\beta-\alpha)}},$$

$$z = \sqrt{\frac{\gamma(\gamma-u)(\gamma-v)}{(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)}}.$$

Attribuons aux racines carrées des valeurs positives; on obtient tous les point réels de l'ellipsoïde dont les coordonnées cartésiennes sont positives en faisant varier u dans l'intervalle (β, α) et v dans l'intervalle (γ, β):

$$\beta \leqq u \leqq \alpha,\quad \gamma \leqq v \leqq \beta.$$

Il en résulte que l'on a toujours

$$\varphi(u) \leqq o,\quad \varphi(v) \leqq o.$$

En conservant les notations introduites dans le n^0 1, on a

$$p = \sqrt{\frac{\alpha\beta\gamma}{uv}},\quad \frac{1}{RR'} = \frac{\alpha\beta\gamma}{u^2 v^2},\quad \frac{1}{R}+\frac{1}{R'} = \sqrt{\frac{\alpha\beta\gamma}{uv}}\left(\frac{1}{u}+\frac{1}{v}\right)$$

$$d\omega = \frac{(u-v)\sqrt{uv}\,du\,dv}{4\sqrt{\varphi(u)}.\sqrt{-\varphi(v)}},$$

$$d\omega' = \frac{d\omega}{RR'} = \frac{\alpha\beta\gamma(u-v)\,du\,dv}{4\sqrt{u^3 v^3}\sqrt{\varphi(u)}.\sqrt{-\varphi(v)}}.$$

On sait que certaines intégrales étendues à la surface de l'ellipsoïde peuvent être transformées, quand on prend les coordonnées elliptiques pour variables d'intégration, en des produits d'intégrales simples. C'est ainsi que l'on peut, par exemple, déduire la relation de Legendre entre les intégrales elliptiques complètes de 1re et de 2de espèce soit en calculant le volume de l'ellipsoïde par la formule:

$$\frac{1}{3}\int_E\int p\,d\omega = \frac{4}{3}\pi abc,$$

soit en calculant sa courbure totale:

$$\int_E\int \frac{d\omega}{RR'} = 4\pi.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Nous allons appliquer la même méthode à l'équation de Minkovski rapellée dans le n° 1. On a

$$\frac{M}{\sqrt{\alpha}} = f\left(\frac{\gamma}{\alpha}, \frac{\gamma}{\beta}\right) = \frac{4}{\sqrt{\alpha}} \iint_E \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) d\omega = \frac{8}{\sqrt{\alpha}} \iint_E p \cdot \frac{d\omega}{RR'},$$

ou en prenant les coordonnées elliptiques u et v pour variables d'intégration:

$$f\left(\frac{\gamma}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}\right) = \sqrt{\beta\gamma} \begin{vmatrix} \int_\beta^\alpha \frac{u\,du}{\sqrt{\varphi(u)}}, & \int_\gamma^\beta \frac{v\,dv}{\sqrt{-\varphi(v)}} \\ \int_\beta^\alpha \frac{du}{u\sqrt{\varphi(u)}}, & \int_\gamma^\beta \frac{dv}{v\sqrt{-\varphi(v)}} \end{vmatrix}$$

$$f\left(\frac{\gamma}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}\right) = 2\,\alpha\sqrt{\beta^3\gamma^3} \begin{vmatrix} \int_\beta^\alpha \frac{du}{u\sqrt{\varphi(u)}}, & \int_\gamma^\beta \frac{dv}{v\sqrt{-\varphi(v)}} \\ \int_\beta^\alpha \frac{du}{u^2\sqrt{\varphi(u)}}, & \int_\gamma^\beta \frac{dv}{v^2\sqrt{-\varphi(v)}} \end{vmatrix} \Bigg\} \quad (4)$$

Comparons les deux déterminants. Nous obtenons, en réduisant, une *relation entre les intégrales elliptiques complètes:*

$$\begin{vmatrix} \int_\beta^\alpha \frac{(u^3 + 2\alpha\beta\gamma)\,du}{u^2\sqrt{(\alpha-u)(\beta-u)(\gamma-u)}}, & \int_\beta^\alpha \frac{du}{u\sqrt{(\alpha-u)(\beta-u)(\gamma-u)}} \\ \int_\gamma^\beta \frac{(v^3 + 2\alpha\beta\gamma)\,dv}{v^2\sqrt{(\alpha-v)(\beta-v)(\gamma-v)}}, & \int_\gamma^\beta \frac{dv}{v\sqrt{(\alpha-v)(\beta-v)(\gamma-v)}} \end{vmatrix} = o \quad (5)$$

Remarquons que, dans cette équation, les constantes α, β, γ sont assujetties à la condition $\alpha > \beta > \gamma$,

5. Transformation de la relation. (5). — Pour ramener le radical $\sqrt{\varphi(u)}$ à la forme normale de Legendre, introduisons dans les intégrales qui figurent dans l'équation (5) une nouvelle variable d'intégration x liée à u (ou à v) par l'équation

$$u = \gamma + (\beta - \gamma)\,x^2.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

En posant

$$k^2 = \frac{\beta - \gamma}{\alpha - \gamma}, \quad \mu = \frac{\beta - \gamma}{\gamma}, \quad \text{d'où} \quad \frac{\alpha\beta}{\gamma^2} = \frac{(\mu+1)(\mu+k^2)}{k^2},$$

la relation (5) devient

$$A\,B' - B\,A', = o, \tag{5'}$$

A, A', B, B' étant les intégrales complètes suivantes:

$$A = \int_0^1 \frac{dx}{(1+\mu x^2)\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}$$

$$A' = \int_1^{\frac{1}{k}} \frac{dx}{(1+\mu x^2)\sqrt{(x^2-1)(1-k^2x^2)}}$$

$$B = \int_0^1 \frac{k^2(1+\mu x^2)^3 + 2(\mu+1)(\mu+k^2)}{(1+\mu x^2)\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}\,dx.$$

$$B' = \int_1^{\frac{1}{k}} \frac{k^2(1+\mu x^2)^3 + 2(\mu+1)(\mu+k^2)}{(1+\mu x^2)^2\sqrt{(x^2-1)(1-k^2x^2)}}\,dx.$$

Les paramètres k et μ sont positifs; k est plus petit qu'un.

6. Sur un cas particulier, où les équations (4) représentent deux relations distinctes entre les intégrales complètes. —

L'intégrale elliptique qui figure dans la formule de Legendre

$$f(m,n) = 2\pi\sqrt{mn} + \frac{2\mu}{\sqrt{1-m}} \int_0^{\sqrt{1-m}} \frac{1-(1-n)x^2}{\sqrt{(1-x^2)\left(1-\frac{1-n}{1-m}x^2\right)}}\,dx$$

ne peut être ramenée, pour des valeurs générales de m et de n, à une intégrale complète. Donc, en général, on ne peut déduire des équations (4) qu'une seule relation (5) entre des intégrales complètes. Mais il y a un cas particulier, signalé par Cesàro, où l'intégrale qui figure dans l'expression $f(m, n)$ peut être transformée dans une intégrale complète. Dans ce cas, on aura deux relations distinctes (4) entre les intégrales complètes.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Voici en quoi consiste la remarque de Cesàro: Calculons l'aire totale d'un ellipsoïde E_1 dont les carrés $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ de demi-axes vérifient la condition

$$\alpha_1 = \beta_1 + \gamma_1;$$

le quotient de cette aire et de $\sqrt{\alpha_1 \beta_1}$ est égal (voir n° 1) à l'expression $f\left(\frac{\gamma_1}{\alpha_1}, \frac{\gamma_1}{\beta_1}\right)$ et l'intégrale elliptique qui figure dans cette expression devient complète.

La même expression

$$f\left(\frac{\gamma_1}{\alpha_1}, \frac{\gamma_1}{\beta_1}\right) = f\left(\frac{\gamma}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}\right)$$

se présente (n° 2), quand on calcule l'intégrale de la courbure moyenne d'un autre ellipsoïde E dont les carrés α, β, γ de demi-axes sont en raison inverse de $\gamma_1, \beta_1, \alpha_1$, de sorte que

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \tag{6}$$

Afin de vérifier la remarque de Cesàro, posons

$$\Pi(x) = \int_0^x \frac{P + Q x^2}{\sqrt{(1-x^2)(1-r^2 x^2)}}\, dx.$$

L'intégrale Π admet, d'après Euler, le théorème d'addition

$$\Pi(x) - \Pi(y) - \Pi(z) = Q \cdot xyz,$$

z étant donné par la formule

$$z = \frac{x\sqrt{(1-y^2)(1-r^2 y^2)} - y\sqrt{(1-x^2)(1-r^2 x^2)}}{1 - r^2 x^2 y^2}.$$

Si l'on pose

$$P = 1,\ Q = k - 1,\ r^2 = 1 - k^2,\ x = 1,\ y = \frac{1}{\sqrt{k+1}},$$

on a

$$x = y = \frac{1}{\sqrt{k+1}},$$

et

$$\Pi(1) - 2\,\Pi\left(\frac{1}{\sqrt{k+1}}\right) = \frac{k-1}{k+1}$$

ou

$$\Pi\left(\frac{1}{\sqrt{k+1}}\right) = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{1 - (1-k)x^2}{\sqrt{(1-x^2)\,(1 - [1-k^2]\,x^2)}}\, dx + \frac{1-k}{2(1+k)}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Substituons ensuite dans la formule de Legendre rappellée plut haut

$$m = \frac{k}{k+1}, \quad n = k.$$

Nous trouvons

$$f\left(\frac{k}{k+1}, k\right) = \frac{2\pi k}{\sqrt{k+1}} + 2\pi\sqrt{k+1}.\ \Pi\left(\frac{1}{\sqrt{k+1}}\right)$$

ou (7)

$$f\left(\frac{k}{k+1}, k\right) = \pi\sqrt{k+1}\ \left(1 + \int_0^1 \frac{1-(1-k)x^2}{\sqrt{(1-x^2)(1-[1-k^2]x^2)}}\,dx.\right)$$

Les intégrales complètes de première et de seconde espèce qui figurent dans cette expression ont $\sqrt{1-k^2}$ pour module; si l'on veut avoir des intégrales au module k, on n'a qu'à introduire une nouvelle variable d'intégration y qui est liée à x par la formule

$$x = \frac{\sqrt{y^2-1}}{y\sqrt{1-k^2}}.$$

Cela posé, écrivons les équations (4), les quantités α, β, γ étant liées par l'équation (6). Nous remplaçons, comme dans le n° 4, les variables d'intégration u et v par $\gamma+(\beta-\gamma)x^2$, où x signifie la nouvelle variable; puis, en posant

$$\frac{\beta}{\alpha} = k$$

on aura, parce que la relation (6) doit être vérifiée:

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{k}{k+1}, \quad \frac{\gamma}{\beta} = \frac{1}{k+1}.$$

Les équations (4) et (7) conduisent, en définitive, au résultat suivant: la quantité

$$\frac{1}{\sqrt{k+1}} \cdot f\left(\frac{k}{k+1}, k\right)$$

est égale à trois expressions suivantes:

$$\pi + \pi\int_0^1 \frac{1-(1-k)x^2}{\sqrt{(1-x^2)(1-[1-k^2]x^2)}}\,dx =$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$= \begin{vmatrix} \int_1^{\frac{1}{k}} \frac{4k(1+kx^2)\,dx}{\sqrt{(x^2-1)(1-k^2x^2)}}, & \int_1^{\frac{1}{k}} \frac{dx}{(1+kx^2)\sqrt{(x^2-1)(1-k^2x^2)}} \\ \int_0^{1} \frac{4k(1+kx^2)\,dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}, & \int_0^{1} \frac{dx}{(1+kx^2)\sqrt{(1+x^2)(1-k^2x^2)}} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \int_1^{\frac{1}{k}} \frac{8(k+1)\,dx}{(1+kx^2)\sqrt{(x^2-1)(1-k^2x^2)}}, & \int_1^{\frac{1}{k}} \frac{dx}{(1+kx^2)^2\sqrt{(x^2-1)(1-k^2x^2)}} \\ \int_2^{1} \frac{8(k+1)\,dx}{(1+kx^2)\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}, & \int_0^{1} \frac{dx}{(1+kx^2)^2\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} \end{vmatrix}$$

On trouve ainsi deux équations où ne figurent que des intégrales complètes relatives au module k ou $\sqrt{1-k^2}$.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

III.

Eine doppelte Maximumseigenschaft des regulären Rhombendodekaeders.

Von **Gerhard Kowalewski** in **Prag.**

(Předloženo dne 5./XI. 1919.)

Man denke sich vier von einem Punkte O ausgehende Vektoren e_1, e_2, e_3, e_4, alle von der Länge 1. Sie sollen so zueinander liegen, dass immer je zwei durch die Ebene der beiden andern getrennt werden. Dies findet seinen Ausdruck darin, dass die aus den Koordinaten der Vektoren gebildeten Determinanten

$$(e_2\ e_3\ e_4),\ (e_1\ e_3\ e_4),\ (e_1\ e_2\ e_4),\ (e_1\ e_2\ e_3)$$

abwechselnd positiv und negativ sind. Hat man die Numerierung derart gewählt, dass $(e_2\ e_3\ e_4) > o$ ist, so werden die obigen Determinanten der Reihe nach die Zeichen $+, -, +, -$, haben.

Nun ergänze man je drei der Vektoren e zu einem Parallelepiped. Dadurch entstehen vier Parallelepipede, die wegen der besonderen Lage der e- Vektoren keinen Volumteil gemein haben. Sie bilden zusammen einen Körper, den wir als s c h i e f e s R h o m b e n d o d e k a e d e r bezeichnen wollen. Seine vierzehn Ecken sind durch folgende von O ausgehende Vektoren bestimmt:

$$e_1,\ e_2,\ e_3,\ e_4,$$
$$e_2 + e_3 + e_4,\ e_1 + e_3 + e_4,\ e_1 + e_2 + e_4,\ e_1 + e_2 + e_3,$$
$$e_1 + e_2,\ e_3 + e_4,\ e_1 + e_3,\ e_2 + e_4,\ e_1 + e_4,\ e_2 + e_3.$$

Die acht ersten Ecken sind dreikantig, die sechs letzten vierkantig.

Ein schiefes Rhombendodekaeder lässt sich übrigens auf z w e i W e i s e n durch vier solche Grundvektoren erzeugen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Das zweite Quadrupel lautet $-e_1$, $-e_2$, $-e_3$, $-e_4$, und geht von einem Zentrum O' aus, das durch

$$OO' = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

definiert ist.

Die schiefen Rhombendodekaeder mit der Kante 1 bieten eine Mannigfaltigkeit von ∞^5 Gestalten dar. Will man sich diese Mannigfaltigkeit an einem Modell veranschaulichen, so muss man aus 48 gleichen, unbiegsamen Stäben 12 ebene Gelenkvierecke herstellen, die dann in geeigneter Weise durch Kantenscharniere zu verbinden sind. Für Vorlesungszwecke habe ich mir ein rohes Modell aus schmalen Kartonstreifen konstruiert. Die Gelenkrhomben sind mittels Heftfäden hergestellt, die Kantenscharniere durch dünnes Klebpapier ersetzt. Ein solches Modell hat fünf Freiheitsgrade und lässt sich, soweit es die Unvollkommenheit der Konstruktion gestattet, in jene ∞^5 Gestalten deformieren, deren ein schiefes Rhombendodekaeder mit gegebener Kante fähig ist.

Wir stellen uns hier die Aufgabe, unter den ∞^5 Rhombendodekaedern mit der Kante 1 erstens das von grösstem Inhalt und zweitens das von grösster Oberfläche herauszusuchen. Beidemal wird sich das reguläre Rhombendodekaeder der Krystallographie als Lösung ergeben. Ihm kommt also eine doppelte Maximumseigenschaft zu. Es hat unter jenen ∞^5 Rhombendodekaedern nicht nur den grössten Inhalt, sondern zugleich auch die grösste Oberfläche. Ebenso verhält sich der Würfel gegen alle Parallelepipede von gegebener Kante. Wann übrigens ein Polyeder, das aus ebenen Gelenkpolygonen mit Hilfe von Kantenscharnieren hergestellt ist, sich deformieren lässt, scheint noch Niemand untersucht zu haben. Unter den platonischen Körpern käme ausser dem Würfel nur noch das Pentagondodekaeder in Frage. Solche Probleme hoffe ich bei anderer Gelegenheit behandeln zu können.

§ 1.

Das Rhombendodekaeder grössten Inhalts bei gegebener Kante.

Der Inhalt V des schiefen Rhombendodekaeders ist die Inhaltssumme der vier Parallelepipede, aus denen wir es zusammengesetzt haben, also

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$V = (\mathfrak{e}_2\,\mathfrak{e}_3\,\mathfrak{e}_4) - (\mathfrak{e}_1\,\mathfrak{e}_3\,\mathfrak{e}_4) + (\mathfrak{e}_1\,\mathfrak{e}_2\,\mathfrak{e}_4) - (\mathfrak{e}_1\,\mathfrak{e}_2\,\mathfrak{e}_3)$$

oder, wenn man die Koordinaten von $\mathfrak{e}_r$ mit x_r, y_r, z_r bezeichnet,

$$V = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}.$$

Wird unter h eine beliebige positive Grösse verstanden, so können wir auch schreiben:

$$V = \frac{1}{h} \begin{vmatrix} h & x_1 & y_1 & z_1 \\ h & x_2 & y_2 & z_2 \\ h & x_3 & y_3 & z_3 \\ h & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}.$$

Nach dem Hadamardschen Determinantensatz ist nun

$$V \leqq \frac{1}{h}(1 + h^2)^2,$$

weil $x_r^2 + y_r^2 + z_r^2 = 1$. Die Funktion

$$\frac{1}{h}(1 + h^2)^2 = \frac{1}{h} + 2h + h^3$$

wird aber am kleinsten für $h = 1 : \sqrt{3}$, und zwar lautet dieser kleinste Wert $16 : 3\sqrt{3}$. Es ist also

$$V \leqq \frac{16}{3\sqrt{3}}.$$

Das Gleichheitszeichen tritt bei dem Hadamardschen Determinantensatz nur dann ein, wenn die Zeilen der Determinante die Orthogonalitätsbedingung erfüllen, wenn also

$$x_r x_s + y_r y_s + z_r z_s + \frac{1}{3} = 0$$

ist. V wird also den grössten Wert $16 : 3\sqrt{3}$ nur dann annehmen, wenn die Vektoren $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}_2$, $\mathfrak{e}_3$, $\mathfrak{e}_4$ paarweise gleiche Winkel bilden. Dies ist der Fall beim regulären Rhombendodekaeder. Ein solches reguläres Vektorenquadrupel erhält man, wenn man den Mittelpunkt eines Würfels mit vier nicht benachbarten Ecken verbindet. Das zugehörige Rhombendodekaeder wird gebildet von den acht Würfelecken und den sechs

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Spiegelbildern des Mittelpunktes in Bezug auf die Wände des Würfels.

§ 2.

Das Rhombendodekaeder grösster Oberfläche bei gegebener Kante.

Aus der Art, wie wir das schiefe Rhombendodekaeder konstruiert haben, geht hervor, dass man seine Oberfläche S erhält, indem man aus je zweien der $\mathfrak{e}$-Vektoren den Rhombus bildet und die doppelte Summe dieser sechs Rhomben nimmt.

Wird also mit ϑ_{rs} der Winkel zwischen $\mathfrak{e}_r$ und $\mathfrak{e}_s$ bezeichnet, so ist

$$S = \Sigma \sin \vartheta_{rs}. \qquad (r \gtrless s)$$

Wir wollen die Bedingung, dass je zwei $\mathfrak{e}$-Vektoren durch die Ebene der beiden andern getrennt werden sollen, zunächst fallen lassen. Dann sind $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}_2$, $\mathfrak{e}_3$, $\mathfrak{e}_4$ frei um O drehbare Einheitsvektoren, und S muss als stetige Funktion in einem abgeschlossenen Bereich einen grössten Wert S^* haben.

Dieser Maximalwert S^* kann unmöglich eintreten, wenn zwei Vektoren des Quadrupels, z. B. $\mathfrak{e}_1$ und $\mathfrak{e}_2$, zusammenfallen. Sie müssten dann nämlich mit $\mathfrak{e}_3$ und $\mathfrak{e}_4$ ein orthogonales Tripel bilden. Dreht man nun $\mathfrak{e}_1$ in der Ebene $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}_3$ etwas gegen $\mathfrak{e}_3$ hin, so behalten die vom Index 1 freien Glieder in S ihren Wert 1, ebenso $\sin \vartheta_{14}$. Dagegen tritt an die Stelle von $\sin \vartheta_{12} + \sin \vartheta_{13} = 1$ die Summe $\sin \alpha + \cos \alpha$, wobei α den Drehungswinkel von $\mathfrak{e}_1$ bedeutet. Da nun $\sin \alpha + \cos \alpha > 1$ ist, nämlich die Summe der Katheten grösser als die Hypotenuse, so würde jene Drehung des Vektors $\mathfrak{e}_1$ eine Vergrösserung von S bewirken. Offenbar bleibt S bei Ersetzung eines $\mathfrak{e}$ durch $-\mathfrak{e}$ ungeändert. Wir können also sagen, dass der Maximalwert S^* nie dann eintritt, wenn ein Gleid von S verschwindet. Diese Bemerkung ist deshalb von Wichtigkeit, weil nachher $\sin \vartheta_{rs}$ im Nenner auftreten wird.

Ebenso leicht macht man sich klar, dass der Maximalwert S^* unmöglich stattfinden kann, wenn alle vier Vektoren in einer Ebene liegen. Es liesse sich nämlich sofort eine Vergrösserung von S dadurch herbeiführen, dass man einen der vier Vektoren senkrecht zu dieser Ebene stellt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wenn nun dem Quadrupel e_1, e_2, e_3, e_4 der Maximalwert S^* entspricht, so darf bei Drehung eines Vektors e_r um den Ursprung O keine Vergrösserung von S eintreten. Eine solche Drehung kann man am einfachsten dadurch zum Ausdruck bringen, dass man einen zu e_r senkrechten Einheitsvektor $\overline{e_r}$ zu Hilfe nimmt. Dann ist nämlich $e_r \cos\varphi + \overline{e_r} \sin\varphi$ der gedrehte Vektor e_r. An die Stelle von

$$\sin\vartheta_{rs} = \sqrt{([e_r e_s]\,[\overline{e_r} e_s])} \qquad (s \gtrless r)$$

tritt nach erfolgter Drehung der Ausdruck

$$\sqrt{([e_r \cos\varphi + \overline{e_r} \sin\varphi,\ e_s]\,[e_r \cos\varphi + \overline{e_r} \sin\varphi,\ e_s])}.$$

Bezeichnet man den Winkel zwischem $\overline{e_r}$ und e_s mit $\overline{\vartheta_{rs}}$, so lautet dieser Ausdruck, nach Potenzen von φ geordnet,

$$\sin\vartheta_{rs} - \varphi \cot\vartheta_{rs} \cos\overline{\vartheta_{rs}} + \ldots .$$

Soll also S nie eine Vergrösserung erfahren, wie man auch φ wählen mag, so muss

$$\sum_s{}' \cot\vartheta_{rs} \cos\overline{\vartheta_{rs}} = 0 \qquad (s \gtrless r)$$

sein. Diese Gleichung besagt, dass der Vektor $\overline{e_r}$, von dem wir nur wissen, dass er zu e_r orthogonal ist, auch auf dem Vektor

$$\sum_s{}' \cot\vartheta_{rs} \cdot e_s$$

senkrecht steht. Daraus folgt

$$(1) \qquad \sum_s{}' \cot\vartheta_{rs} \cdot e_s = \lambda\ e_r. \qquad (r = 1, \ldots, 4)$$

Der Proportionalitätsfaktor λ_r bestimmt sich durch innere Multiplikation mit e_r. Dadurch ergibt sich

$$(2) \qquad \sum_s{}' \cot^2\vartheta_{rs} \sin\vartheta_{rs} = \lambda_r, \qquad (r = 1, \ldots, 4)$$

woraus man ersieht, dass λ_r nicht negativ ist.

Die vier Relationen (1) müssen sich im Wesentlichen auf eine einzige reduzieren. Sonst würden die vier Vektoren e sich linear durch zwei von ihnen ausdrücken, d. h. sie würden alle in einer Ebene liegen, was im Falle des Maximalwertes S^* nicht sein kann (vgl. S. 4). Setzt man nun in der Matrix der Gleichungen (1) die zweireihigen Hauptminoren gleich Null, so findet man

$$\cot^2\vartheta_{rs} = \lambda_r\ \lambda^s.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Dann ist aber

$$\sin \vartheta_{rs} = \frac{1}{\sqrt{1+\lambda_r \lambda_s}},$$

die Wurzel positiv genommen, und das Gleichungssystem (2) geht über in

$$(3) \qquad \sum_s{}' \frac{\lambda_r \lambda_s}{\sqrt{1+\lambda_r \lambda_s}} = \lambda_r \qquad (r=1, \ldots, 4)$$

Es handelt sich jetzt darum, vier nichtnegative Grössen λ so zu wählen, dass diesen Gleichungen Genüge geschieht. Augenscheinlich bleibt das System (3) ungeändert, wenn man die λ irgendwie vertauscht. Es ist also die Annahme gestattet $\lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \lambda_3 \geqq \lambda_4 \geqq 0$.

Wir werden im nächsten Paragraphen sehen, dass dieses System (3) nur folgende Lösungen zulässt:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \frac{1}{2\sqrt{2}};$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda_4 = 0;$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0.$$

Die letzte kommt für uns nicht in Betracht, weil die vier Vektoren $\mathfrak{e}$ unmöglich paarweise orthogonal sein können. Bei den beiden ersten hat

$$S = \Sigma \sin \vartheta_{rs} = \Sigma \frac{1}{\sqrt{1+\lambda_r \lambda_s}}$$

folgende Werte

$$S_1 = 8\sqrt{2}, \quad S_2 = 6+3\sqrt{3}.$$

Da $S_1 > S_2$, so folgt, dass $S^* = 8\sqrt{2}$ ist und dass im Falle des Maximalwertes alle λ gleich sein müssen. Dann hat man aber

$$\cos \vartheta_{rs} = \frac{\varepsilon_{rs}}{3},$$

wobei ε_{rs} die positive oder negative Einheit bedeutet.

Wir kehren nun zu der Voraussetzung zurück, dass je zwei Vektoren $\mathfrak{e}$ durch die Ebene der beiden anderen getrennt werden sollen. Dass z. B. die Vektoren $\mathfrak{e}_r$ und $\mathfrak{e}_s$ durch die

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ebene der beiden anderen e_ϱ und e_σ getrennt werden, findet seinen Ausdruck in der Ungleichung

$$(e_r\, e_\varrho\, e_\sigma)\,(e_s\, e_\varrho\, e_\sigma) < 0$$

oder

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{rs} & \varepsilon_{r\varrho} & \varepsilon_{r\sigma} \\ \varepsilon_{\varrho s} & 3 & \varepsilon_{\varrho\sigma} \\ \varepsilon_{\sigma s} & \varepsilon_{\sigma\varrho} & 3 \end{vmatrix} < 0,$$

d. h.

$$8\,\varepsilon_{rs} - \varepsilon_{\varrho s}\,(3\varepsilon_{\varrho r} - \varepsilon_{\varrho\sigma}\,\varepsilon_{\sigma r}) - \varepsilon_{\sigma s}\,(3\varepsilon_{\sigma r} - \varepsilon_{\varrho\sigma}\,\varepsilon_{\varrho r}) < 0.$$

Die Bestandteile

$$\varepsilon_{\varrho s}\,(3\varepsilon_{\varrho r} - \varepsilon_{\varrho\sigma}\,\varepsilon_{\sigma r}),\ \varepsilon_{\sigma s}\,(3\varepsilon_{\sigma r} - \varepsilon_{\varrho\sigma}\,\varepsilon_{\varrho r})$$

sind ihrem Betrage nach $\leqq 4$. Die linke Seite der Ungleichung wäre also im Falle $\varepsilon_{rs} = 1$ sicher $\leqq 0$. Daher muss $\varepsilon_{rs} = -1$ sein, und wir kommen wieder auf das reguläre Rhombendodekaeder. Dieses hat also eine grössere Oberfläche als alle schiefen Rhombendodekaeder mit derselben Kante. Der obige Beweis lässt sich übrigens dadurch erleichtern, dass man vorher noch eine weitere Aussage über die ε herleitet, indem man alle zweireihigon Minoren in der Matrix des Systems (1) gleich Null setzt, nicht bloss die Hauptminoren.

§ 3.

Ein merkwürdiges Gleichungssystem.

Wir sind in § 2 auf ein Gleichungssystem gekommen, das in verallgemeinerter Form so lautet:

$$(4) \qquad \sum_s{}' \frac{\lambda_r\,\lambda_s}{\sqrt{1+\lambda_r\,\lambda_s}} = \lambda_r. \qquad (r = 1, \ldots, n;\ s \geqq r)$$

Die Unbekannten λ werden als nichtnegativ vorausgesetzt. Man kann sie, da das System in den λ symmetrisch ist, absteigend ordnen. Es sei also unter der Annahme, dass nicht alle Unbekannten verschwinden,

$$\lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \ldots \geqq \lambda_p > 0 \text{ und } \lambda_{p+1} = \ldots = \lambda_n = 0.$$

Wir haben es dann mit einem p-gliedrigen Gleichungssystem zu tun, nur dass jetzt die Unbekannten $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ alle positiv sind. Das neue System lässt sich daher auch folgendermassen schreiben:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$(5) \qquad \sum_s \frac{\lambda_s}{\sqrt{1+\lambda_r \lambda_s}} = 1. \qquad (r = 1, \ldots, p;\ s \leqq r)$$

Es genügt die erste und die letzte der Gleichungen (5) ins Auge zu fassen, also

$$(I) \qquad \frac{\lambda_2}{\sqrt{1+\lambda_1 \lambda_2}} + \frac{\lambda_3}{\sqrt{1+\lambda_1 \lambda_3}} + \ldots + \frac{\lambda_p}{\sqrt{1+\lambda_1 \lambda_p}} = 1$$

und

$$(II) \qquad \frac{\lambda_1}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_1}} + \frac{\lambda_2}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_2}} + \ldots + \frac{\lambda_{p-1}}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_{p-1}}} = 1.$$

Die Funktion

$$\varphi(x) = \frac{x}{\sqrt{1+\lambda x}} \qquad (\lambda > o)$$

hat für $x > o$ die Ableitung

$$\varphi'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\lambda x}} - \frac{1}{2} \frac{\lambda x}{(\sqrt{1+\lambda x})^3} = \frac{1+\frac{\lambda x}{2}}{(\sqrt{1+\lambda x})^3} > o,$$

nimmt also gleichzeitig mit x zu. Daher ist

$$\frac{\lambda_1}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_1}} + \frac{\lambda_2}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_2}} + \ldots + \frac{\lambda_{p-1}}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_{p-1}}}$$

grösser oder gleich

$$\frac{\lambda_2}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_2}} + \frac{\lambda_3}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_3}} + \ldots + \frac{\lambda_p}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_p}},$$

nämlich jedes Glied des ersten grösser oder gleich dem entsprechenden Gliede des zweiten Ausdrucks. Nach (II) hat man also sicher

$$\frac{\lambda_2}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_2}} + \frac{\lambda_3}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_3}} + \ldots + \frac{\lambda_p}{\sqrt{1+\lambda_p \lambda_p}} \leqq 1.$$

Schreibt man unter den Wurzeln statt $\lambda_p \lambda_r$ $(r = 2, \ldots, p)$ überall $\lambda_1 \lambda_r$, so würde im Falle $\lambda_1 > \lambda_p$ eine wirkliche Verkleinerung der linken Seite erfolgen, und es ergäbe sich

$$\frac{\lambda_2}{\sqrt{1+\lambda_1 \lambda_2}} + \frac{\lambda_3}{\sqrt{1+\lambda_1 \lambda_3}} + \ldots + \frac{\lambda_p}{\sqrt{1+\lambda_1 \lambda_p}} < 1,$$

im Widerspruch mit Gleichung (I). Daher muss $\lambda_1 = \lambda_p$ sein, also

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_p,$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Der gemeinsame Wert dieser Grössen bestimmt sich aus der Gleichung

$$\frac{(p-1)\,\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}} = 1,$$

woraus man findet

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{p(p-2)}}.$$

Offenbar muss $p > 2$ sein.

Man findet somit alle Lösungen des Systems (4) auf Seite 7, indem man $n-p$ Unbekannte gleich Null und die p übrigen gleich $1 : \sqrt{p(p-2)}$ setzt $(p = 3, \ldots, n)$ oder sämtliche Unbekannte gleich Null.

Andere Lösungen sind unter der Voraussetzung, dass keine Unbekannte negativ sein darf, nicht vorhanden.

G. Kowalewski:

Sur une double propriété de maximum du dodecaèdre aux losanges.

De douze losanges articulées, de côté 1, on peut composer un dodecaèdre déformable admettant cinq degrés de liberté. Entre ces ∞^5 dodecaèdres il-y-a un seul, qui a un volume plus grand et en même temps une surface plus grande que tous les autres. C'est le dodecaèdre aux losanges de la cristallographie.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

IV.

Konvergenzbeweis einer Lerchschen Reihe.

Von **Edmund Landau** in Göttingen.

In seinen *Ergänzungen zu dem Aufsatz »Bemerkungen über trigonometrische Reihen mit positiven Koeffizienten«* (diese Sitzungsberichte, Jahrgang 1903, No. XXXVIII) wirft Herr Lerch die Konvergenzfrage für die trigonometrische Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Theta_1(n)}{n^2 \pi} \sin 2 n x \pi \tag{1}$$

auf, wo $\Theta_1(n)$ die Divisorensumme von n bezeichnet. Er bemerkt, dass die Frage mit seiner Methode nicht zu erledigen geht, und dass, wenn die Reihe (1) konvergiert, ihre Summe

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} \left(\frac{1}{2} - R(\nu x) \right) \tag{2}$$

sei, wo $R(z) = z - [z]$ gesetzt ist.

Ich werde im folgenden beweisen, dass die Reihe (1) stets konvergiert und, wenn $R(z)$ für ganzes z nicht als 0, sondern als $\frac{1}{2}$ definiert wird, den angegebenen Summenwert (2) hat*). Hierbei benutze ich für die Partialsumme

$$\sum_{a \leqq u} \frac{\sin 2 a z \pi}{a \pi} = f(z, u)$$

von

$$\sum_{a=1}^{\infty} \frac{\sin 2 a z \pi}{a \pi} = \frac{1}{2} - R(z) \tag{3}$$

*) (2) ist (mag $R(z)$ für ganze z als 0 oder $\frac{1}{2}$ definiert sein) wegen der gleichmässigen Konvergenz offenbar für jedes irrationale x stetig, für jedes rationale x unstetig. Herr Lerch gebrauchte — wie er mir freundlichst bestätigt — seine Worte »überall unstetig« auch nur in dem Sinne: »unstetig in einer überall dichten Menge«.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

die inzwischen vielfach beachtete und verwertete (schon im »Gibbsschen Phänomen« von 1899 enthaltene) Tatsache, dass $f(z,u)$ in z und u gleichmässig beschränkt ist:

$$|f(z,u)| < c, \tag{4}$$

wo c eine absolute Konstante ist.

Es ist für $y \geqq 1$

$$\Phi(y) = \sum_{n \leqq y} \frac{\Theta_1(n)}{n^2 \pi} \sin 2nx\pi = \sum_{n \leqq y} \frac{\sin 2nx\pi}{n^2\pi} \sum_{a|n} a$$

$$= \sum_{a\nu \leqq y} \frac{\sin 2a\nu x\pi}{(a\nu)^2 \pi} a = \sum_{\nu \leqq y} \frac{1}{\nu^2} \sum_{a \leqq \frac{y}{\nu}} \frac{\sin 2a\nu x\pi}{a\pi}$$

$$= \sum_{\nu \leqq y} \frac{1}{\nu^2} f\left(\nu x, \frac{y}{\nu}\right) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} f\left(\nu x, \frac{y}{\nu}\right) - \sum_{\nu > y} \frac{1}{\nu^2} f\left(\nu x, \frac{y}{\nu}\right).$$

Hierin ist nach (4) erstens bei $y \to \infty$

$$\left| \sum_{\nu > y} \frac{1}{\nu^2} f\left(\nu x, \frac{y}{\nu}\right) \right| < c \sum_{\nu > y} \frac{1}{\nu^2} \to 0,$$

zweitens für alle $y \geqq 1$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} f\left(\nu x, \frac{y}{\nu}\right)$$

gleichmässig konvergent. Also ist wegen (3)

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2}\left(\frac{1}{2} - R(\nu x)\right) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} \lim_{y=\infty} f\left(\nu x, \frac{y}{\nu}\right) = \lim_{y=\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} f\left(\nu x, \frac{y}{\nu}\right)$$

$$= \lim_{y=\infty} \Phi(y).$$

Göttingen, den 20. November 1919.

Proof of the convergence of a series given by Lerch.

The author gives the proof of the convergence of the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Theta_1(n)}{n^2 \pi} \sin 2nx\pi$$

(Lerch, Sitzber. d. Kgl. böhm. Ges. d. Wissenschaften 1903, No 38), where $\Theta_1(n)$ denotes the sum of the divisors of n.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

DR. ED. GRÉGR A SYN, KNIHTISKÁRNA V PRAZE.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VĚSTNÍK
KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK

TŘÍDA
MATEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

1920

SMITHSONIAN INSTITUTION
SEP 1 1927
275509
NATIONAL MUSEUM

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHÊME

CLASSE DES SCIENCES.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VĚSTNÍK
KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK

TŘÍDA
MATEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

ROČNÍK 1920.

V PRAZE 1922.
NÁKLADEM KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK.
V KOMISI U FRANTIŠKA ŘIVNÁČE.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

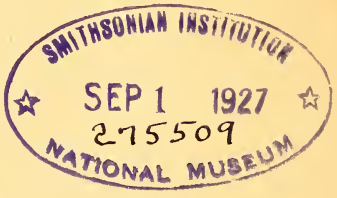
MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHÊME

CLASSE DES SCIENCES.

ANNÉE 1920.



PRAGUE 1922.
PUBLIÉ PAR LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHÊME.
LIBRAIRIE F. ŘIVNÁČ.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Přednášky konané roku 1920 ve schůzích třídy matematicko-přírodovědecké.

Dne 11. února a 1. března. **B. Hostinský:** O důkazech nepřímých v mathematice.

OBSAH.

Václav Špaček: Pohyb kyvadla se zřetelem ke křivosti země a změnám urychlení . . . . . I.
Dr. Jos. Klobouček: Některé vlastnosti komplexu 4. řádu G_{pp}. II.

G. Kowalewski und A. Weizsaecker: Neue Grundlegung und neue Entwickelungsmöglichkeiten der Geometria intrinseca ebener Transformationsgruppen . . . . . III.
J. Zbořil: Vegetativní množení druhů Roripa amphibia a Sagittaria sagittaefolia . . . . . IV.
Franz Rogel: Darstellung von Strecken und Ebenen . . . . . V.
Jos. Rohlena: Několik novinek z květeny černohorské . . . . VI.
Jaroslav Milbauer a Kam. Kohn: Studie o chromové žluti . . VII.
Jarom. Wenig: Branchiální rýhy a štítná žláza ryb kruhoústých . . . . . VIII.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Conférences faites en 1920 dans les séances de la classe des Sciences.

Le 11. février et le 1. mars. **B. Hostinský:** Les démonstrations indirectes dans les mathématiques.

TABLE DES MATIÈRES.

V. Špaček: Le mouvement du pendule, si l'on tient compte de la courbure de la terre et des variations de la pesanteur . I.
J. Klobouček: Quelques propriétés du complexe des droites du 4e degré G_{pp}. . . . . II.
G. Kowalewski et **A. Weizsaecker:** Nouveaux fondements et nouvelles perspectives de la géométrie intrinsèque des groupes de transformations dans le plan . . . . . III.
J. Zbořil: Augmentation végétative de la Roripa amphibia et Sagittaria sagittafolia . . . . . IV.
Fr. Rogel: Representation of segments and plans . . . . . V.
J. Rohlena: Plantae montenegrinae novae . . . . . VI.
J. Milbauer et **K. Kohn:** Sur le jaune de chrome VII
J. Wenig: Sur le gouttières branchiales et le corps thyroïde des Cyclostomes . . . . . VIII.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

I.

Pohyb kyvadla se zřetelem ke křivosti země a změnám urychlení.

Napsal **Václav Špaček**.

Předloženo dne 5. března 1918.

Při měřeních kyvadlových stanoví se doba kyvu s přesností několika jednotek sedmého místa desetinného. V práci této odvodil jsem, jaký vliv na dobu kyvu má sbíhavost vertikál a rozdíly urychlení tíže v jednotlivých bodech kyvadla. Výpočet ukazuje, že vliv ten činí u kyvadla vteřinového asi 2.10^{-7} sek. V příslušné rovnici pohybu odpadly posléze členy, obsahující čtverce úhlové rychlosti otáčení země.

Tato okolnost vedla k tomu, že jsem odvozených výrazů pro složky přitažlivosti zemské použil též při pohybu Foucaultova kyvadla. V rovnicích pohybu tohoto zavedl totiž Denizot též členy, obsahující čtverce úhlové rychlosti zemské plynoucí z transformace rovnic pohybu při pevných osách souřadnicových do soustavy s osami pohybujícími se s povrchem zemským. Vezme-li se zřetel ke sbíhavosti svislic, odpadají členy uvedené rovněž jako v případě horním.

I. Soustavy souřadnic.

Buďtež x', y', z' pravoúhlé souřadnice pohybujícího se bodu B vzhledem k pevným osám X', Y', Z', x, y, z souřadnice téhož bodu vzhledem k pohyblivým osám X, Y, Z, jejichž pohyblivý počátek jest O (x_0, y_0, z_0). Označíme-li cosinusy úhlů, jež spolu tvoří osy obou soustav, dle následujícího schematu,

1)

	x	y	z
x'	α_1	β_1	γ_1
y'	α_2	β_2	γ_2
z'	α_3	β_3	γ_3

budou souřadnice v obou soustavách souviseti spolu rovnicemi

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$2) \quad \begin{aligned} x' &= x_0 + \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z \\ y' &= y_0 + \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z \\ z' &= z_0 + \alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z. \end{aligned}$$

Pro pohyb kyvadla na povrchu zemském volme za O závěsný bod kyvadla Foucaultova neb průsečík vodorovné osy, kol níž fysické kyvadlo kývе, a střední jeho přímky. Osa X měj směr tečny poledníka k severu, Y vodorovně k východu, Z svisle dolů. Abstrahujeme-li od postupného pohybu země, jejž lze považovati v kratších dobách za rovnoměrný, možno voliti za Z' osu zemskou, za X' průsečnici rovin rovníka a poledníka v poloze, kterou zaujímá v okamžiku, od něhož začínáme čas počítati, Y' kolmo k rovině $Z'X'$ směrem k východu. Pak tvoří poledník bodu O v čase t s rovinou $X'Z'$ úhel ωt, značí-li ω úhlovou rychlost otáčení země.

Týž úhel ωt tvoří osy Y, Y' stojíce na obou těchto rovinách kolmo, takže $\beta_2 = \cos \omega t$. Osa Y leží v rovině rovnoběžky a tvoří tudíž se Z' úhel pravý, $\beta_3 = 0$. Pro všechny body téhož poledníka jsou osy Y spolu rovnoběžny, i jest zřejmo, hledíme-li k bodu ležícímu na rovníku, že Y tvoří s X' úhel $\omega t + \frac{\pi}{2}$, načež $\beta_1 = -\sin \omega t$. Osa X tvoří tečnu poledníka a svírá se Z' úhel rovný zeměpisné šířce ψ_0 bodu O, takže $\alpha_3 = \cos \psi_0$. Ze známých vztahů mezi veličinami 1)

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1, \qquad \alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2 + \alpha_3 \beta_3 = 0$$

obdržíme pomocí hodnot právě uvedených $\alpha_1^2 = \sin^2 \psi_0 \cos^2 \omega t$. Pro $t = 0$ tvoří XX' úhel $90^0 + \psi_0$, třeba tudíž při α_1 voliti negativní znamení, načež

$$\alpha_1 = -\cos \omega t \sin \psi_0, \quad \alpha_2 = -\sin \omega t \sin \psi_0.$$

Zbývající hodnoty γ určí se z rovnic $\gamma_1 = \alpha_2 \beta_3 - \alpha_3 \beta_2$ a obdobných pro γ_2, γ_3. Jest tudíž

$$3) \quad \begin{array}{lll} \alpha_1 = -\sin \psi_0 \cos \omega t & \beta_1 = -\sin \omega t & \gamma_1 = -\cos \psi_0 \cos \omega t \\ \alpha_2 = -\sin \psi_0 \sin \omega t & \beta_2 = \cos \omega t & \gamma_2 = -\cos \psi_0 \sin \omega t \\ \alpha_3 = \cos \psi_0 & \beta_3 = 0 & \gamma_3 = -\sin \psi_0. \end{array}$$

Označíme-li R_0 vzdálenost počátku O od středu země, φ_0 geocentrickou šířku tohoto bodu, jest průmět R_0 na rovinu rovníka $R_0 \cos \varphi_0$, načež

$$4) \quad x_0 = R_0 \cos \varphi_0 \cos \omega t, \quad y_0 = R_0 \cos \varphi_0 \sin \omega t, \quad z_0 = R_0 \sin \varphi_0.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pro kyvadlo samo zaveďme soustavu pravoúhlých souřadnic s kyvadlem pevně spojenou. Horizontální jeho osa budiž osou ξ, osa ζ nechť prochází těžištěm. Počátek této soustavy jest rovněž O.

Označíme-li směrové cosinusy mezi ξ, η, ζ a osami druhých soustav jak následuje,

5)

	ξ	η	ζ
x'	a_{11}	a_{12}	a_{13}
y'	a_{21}	a_{22}	a_{23}
z'	a_{31}	a_{32}	a_{33}

6)

	ξ	η	ζ
x	b_{11}	b_{12}	b_{13}
y	b_{21}	b_{22}	b_{23}
z	b_{31}	b_{32}	b_{33}

bude

7)
$$x' = x_0 + a_{11}\xi + a_{12}\eta + a_{13}\zeta$$
$$y' = y_0 + a_{21}\xi + a_{22}\eta + a_{23}\zeta$$
$$z' = z_0 + a_{31}\xi + a_{32}\eta + a_{33}\zeta$$

8)
$$x = b_{11}\xi + b_{12}\eta + b_{13}\zeta$$
$$y = b_{21}\xi + b_{22}\eta + b_{23}\zeta$$
$$z = b_{31}\xi + b_{32}\eta + b_{33}\zeta .$$

Leží-li rovina kyvu mezi $+X, +Y$ tvořic s poledníkem úhel α, volme směr $+\xi$ mezi osami $+X, -Y$. Pak svírá ξ s osami X, Y, Z úhly $\frac{\pi}{2} - \alpha$, $\pi - \alpha$, $\frac{\pi}{2}$, takže

9) $b_{11} = \sin\alpha$, $b_{21} = -\cos\alpha$, $b_{31} = 0$.

Čítáme-li elongaci kyvadla ϑ od polohy, v níž splývá ζ s osou Z, jest patrně $b_{33} = \cos\vartheta$, osa η tvoří pak se Z úhel $\frac{\pi}{2} + \vartheta$, tudíž $b_{32} = -\sin\vartheta$ a ze známých vztahů mezi hodnotami b určí se pak ještě zbývající hodnoty

10)
$$b_{12} = \cos\alpha\cos\vartheta \quad b_{22} = \sin\alpha\cos\vartheta \quad b_{32} = -\sin\vartheta$$
$$b_{13} = \cos\alpha\sin\vartheta \quad b_{23} = \sin\alpha\sin\vartheta \quad b_{33} = \cos\vartheta$$

O správnosti znamének zde volených možno se snadno přesvědčiti, položíme-li za ϑ buď $\frac{\pi}{2}$ neb 0.

Pomocí hodnot α, β, γ (3) a hodnot b (9, 10) lze vyjádřiti cosiny a (5). Jest totiž

$$a_{11} = \cos\xi x' = \cos\xi x\cos x' x + \cos\xi y\cos x' y + \cos\xi z\cos x' z =$$
$$= \alpha_1 b_{11} + \beta_1 b_{21} + \gamma_1 b_{31}$$

a obdobně stanovíme i ostatní veličiny a (5).

$$a_{11} = \cos\alpha\sin\omega t - \sin\alpha\sin\psi_0\cos\omega t$$
$$a_{12} = -\sin\alpha\cos\vartheta\sin\omega t + (\sin\vartheta\cos\psi_0$$
$$-\cos\alpha\sin\psi_0\cos\vartheta)\cos\omega t$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$
\begin{aligned}
a_{13} &= -\sin\alpha\sin\vartheta\sin\omega t - (\cos\vartheta\cos\psi_0 + \\
&\quad + \cos\alpha\sin\psi_0\sin\vartheta)\cos\omega t \\
a_{21} &= -\sin\alpha\sin\psi_0\sin\omega t - \cos\alpha\cos\omega t \\
11)\quad a_{22} &= (\cos\psi_0\sin\vartheta - \cos\alpha\sin\psi_0\cos\vartheta)\sin\omega t + \sin\alpha\cos\vartheta\cos\omega t \\
a_{23} &= -(\cos\psi_0\cos\vartheta + \cos\alpha\sin\psi_0\sin\vartheta)\sin\omega t + \\
&\quad + \sin\alpha\sin\vartheta\cos\omega t \\
a_{31} &= \sin\alpha\cos\psi_0 \\
a_{32} &= \sin\psi_0\sin\vartheta + \cos\alpha\cos\psi_0\cos\vartheta \\
a_{33} &= -\sin\psi_0\cos\vartheta + \cos\alpha\cos\psi_0\sin\vartheta\,.
\end{aligned}
$$

Označíme-li derivace dle času čárkami $a', a'', \vartheta', \vartheta''$, obdržíme (proměnnou jest pouze ϑ)

$$
\begin{array}{lll}
a_{11}' = -a_{21}\,\omega & a_{21}' = a_{11}\,\omega & a'_{31} = 0 \\
a_{12}' = -a_{22}\,\omega - a_{13}\,\vartheta' & a_{22}' = a_{12}\,\omega - a_{23}\,\vartheta' & a_{32}' = -a_{33}\,\vartheta' \\
a_{13}' = -a_{23}\,\omega + a_{12}\,\vartheta' & a_{23}' = a_{13}\,\omega + a_{22}\,\vartheta' & a_{33}' = +a_{32}\,\vartheta'
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
a_{11}'' &= -a_{11}\,\omega^2 \\
12)\quad a_{12}'' &= -a_{12}\,\omega^2 + 2\,a_{23}\,\omega\,\vartheta' - a_{12}\,\vartheta'^2 - a_{13}\,\vartheta'' \\
a_{13}'' &= -a_{13}\,\omega^2 - 2\,a_{22}\,\omega\,\vartheta' - a_{13}\,\vartheta'^2 + a_{12}\,\vartheta'' \\
a_{21}'' &= -a_{21}\,\omega^2 \\
a_{22}'' &= -a_{22}\,\omega^2 - 2\,a_{13}\,\omega\,\vartheta' - a_{22}\,\vartheta'^2 - a_{23}\,\vartheta'' \\
a_{23}'' &= -a_{23}\,\omega^2 + 2\,a_{12}\,\omega\,\vartheta' - a_{23}\,\vartheta'^2 + a_{22}\,\vartheta'' \\
a_{31}'' &= 0,\quad a_{32}'' = -a_{32}\,\vartheta'^2 - a_{33}\,\vartheta'',\quad a_{33}'' = -a_{33}\,\vartheta'^2 + a_{32}\,\vartheta''
\end{aligned}
$$

II. Složky urychlení.

Mysleme si, že osa kyvadla ξ místo stativem jest udržována ve své vodorovné poloze pevné vzhledem k zemi dvěma silami působícími ve dvou jejích bodech, na př. v O silou, jejíž složky ve směru pevných os X', Y', Z' označíme X_0', Y_0', Z_0', a v bodě $O_1\,(\xi_1, 0, 0)$ silou o složkách X_1', Y_1', Z_1'. Na jednotlivé body kyvadla působí pak přitažlivost zemská, jejíž složky buďtež X', Y', Z', nikoliv tíže, která je výslednicí přitažlivosti a síly odstředivé. Složky ve směru os X, Y, Z jsou

$$
\begin{aligned}
X &= X'\alpha_1 + Y'\alpha_2 + Z'\alpha_3 \\
13)\quad Y &= X'\beta_1 + Y'\beta_2 + Z'\beta_3 \\
Z &= X'\gamma_1 + Y'\gamma_2 + Z'\gamma_3
\end{aligned}
$$

a obdobně pro $X_0, Y_0, Z_0,\ X_1, Y_1, Z_1$.

Abychom obdrželi složky přitažlivosti zemské, třeba k tíži působící ve směru Z připojiti složky síly odstředivé

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

s opačným označením. V bodě, jehož vzdálenost od středu země jest R, geocentrická šířka φ, zeměpisná šířka ψ, jest urychlení odstředivé síly $\omega^2 R \cos\varphi$ a jeho složky ve směru os X, Y, Z jsou

14) $X_c = -\omega^2 R \cos\varphi \sin\psi$, $Y_c = 0$, $Z_c = -\omega^2 R \cos\varphi \cos\psi$.

$R\cos\varphi$ jest poloměr kruhu, jejž bod onen při rotaci země opisuje a tudíž vzhledem k 7)

$$R^2\cos^2\varphi = x'^2 + y'^2 = R_0^2\cos^2\varphi_0 + 2x_0(a_{11}\xi + a_{12}\eta + a_{13}\zeta) + 2y_0(a_{21}\xi + a_{22}\eta + a_{23}\zeta),$$

při čemž vypuštěny členy druhého stupně vzhledem ke ξ, η, ζ. Pokud $R_0\cos\varphi_0$ t. j. vzdálenost O od osy zemské jest značná proti ξ, η, ζ — rozměrům kyvadla — bude

$$R\cos\varphi = R_0\cos\varphi_0\left[1 + \frac{x_0(a_{11}\xi + a_{12}\eta + a_{13}\zeta)}{R_0^2\cos^2\varphi_0} + \frac{y_0(a_{21}\xi + a_{22}\eta + a_{23}\zeta)}{R_0^2\cos^2\varphi_0}\right]$$

a po krátké úpravě

15) $$R\cos\varphi = R_0\cos\varphi_0 - \xi\sin\alpha\sin\psi_0 + c_1\eta - c_2\zeta,$$

kdež

16) $$c_1 = \cos\psi_0\sin\vartheta - \cos\alpha\sin\psi_0\cos\vartheta,$$
$$c_2 = \cos\psi_0\cos\vartheta + \cos\alpha\sin\psi_0\sin\vartheta.$$

Zanedbané členy jsou řádu $\xi\frac{\xi}{R_0\cos\varphi_0}$.

Označíme-li g urychlení tíže působící ve směru svislém, budou složky přitažlivosti zemské v bodě (x, y, z).

17) $\overline{X} = \omega^2 R\cos\varphi\sin\psi$, $\overline{Y} = 0$, $\overline{Z} = g + \omega^2 R\cos\varphi\cos\psi$.

Ležatou čárkou označeny z toho důvodu, že směry svislý i vodorovný se od místa k místu mění a nejsou již X, $\overline{X}$ atd. spolu rovnoběžny.

V rovnicích 3) jest ωt úhel, jejž tvoří rovina poledníka bodu O s rovinou druhého poledníka, jenž obsahuje osy Z', X', to jest rozdíl zeměpisných délek obou poledníků. Dle toho tvoří osy $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ v bodě (x, y, z) s osami Z', X_2 ležícími v rovině poledníka bodu O a s třetí osou Y_2 kolmou k oběma posledním úhly, jichž cosiny jsou uvedeny v 18), kdež uvedeny i příslušné hodnoty pro osy Z, Y, Z. Rozdíl zeměpisných délek označen $\Delta\lambda$.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

18)

	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{Z}$	X	Y	Z
X_2	$-\sin\psi\cos\Delta\lambda$	$-\sin\Delta\lambda$	$-\cos\psi\cos\Delta\lambda$	$-\sin\psi_0$	0	$-\cos\psi_0$
Y_2	$-\sin\psi\sin\Delta\lambda$	$\cos\Delta\lambda$	$-\cos\psi\sin\Delta\lambda$	0	1	0
Z'	$\cos\psi$	0	$-\sin\psi$	$\cos\psi_0$	0	$-\sin\psi_0$

Odtud plyne pro úhly mezi $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ a X, Y, Z

$$\cos\overline{X}X=\cos\psi_0\cos\psi+\sin\psi_0\sin\psi\cos\Delta\lambda$$
$$\cos\overline{X}Y=-\sin\psi\sin\Delta\lambda$$
$$\cos\overline{X}Z=-\sin\psi_0\cos\psi+\cos\psi_0\sin\psi\cos\Delta\lambda$$
$$\cos\overline{Z}X=-\cos\psi_0\sin\psi+\sin\psi_0\cos\psi\cos\Delta\lambda$$
$$\cos\overline{Z}Y=-\cos\psi\sin\Delta\lambda$$
$$\cos\overline{Z}Z=\sin\psi_0\sin\psi+\cos\psi_0\cos\psi\cos\Delta\lambda$$

O tvaru země jsme ničeho nepředpokládali. Roviny poledníkové, stanovené svislicí a přímkou k ose zemské rovnoběžnou, neobsahují všeobecně tuto osu, průsečnice rovin poledníkových jsou s ní však rovnoběžny. Jsou-li ϱ_1, ϱ_2 poloměry křivosti poledníka a rovnoběžky v bodě O, jest rozdíl zeměpisných délek $\Delta\lambda$ a zeměpisných šířek $\Delta\psi$ jednotlivých bodů v blízkosti O ležících vůči tomuto bodu

19)
$$\Delta\lambda=\frac{y}{\varrho_2}\,,\quad \Delta\psi=\frac{x}{\varrho_1}$$

vzhledem k tomu, že x, y možno považovati v korrekčních členech za oblouk rovnoběžky neb poledníka. Klademe-li ještě vzhledem k nepatrným úhlům $\sin\Delta\lambda=\Delta\lambda$, $\cos\Delta\lambda=1$ a obdobně při $\Delta\psi$, obdržíme zenedbávajíce členy řádu $\left(\frac{x}{\varrho_1}\right)^2$, $\left(\frac{y}{\varrho_2}\right)^2$ po krátké úpravě

$$\cos\overline{X}X=1,\qquad \cos\overline{X}Y=-\sin\psi\frac{y}{\varrho_2},\qquad \cos\overline{X}Z=\frac{x}{\varrho_1},$$
$$\cos\overline{Z}X=-\frac{x}{\varrho_1},\quad \cos\overline{Z}Y=-\cos\psi\frac{y}{\varrho_2},\qquad \cos\overline{Z}Z=1.$$

Složky přitažlivosti zemské ve směru os X, Y, Z jsou pak

$$X=\overline{X}\cos X\overline{X}+\overline{Z}\cos X\overline{Z}=$$
$$=\omega^2R\cos\varphi\left(\sin\psi-\frac{x\cos\psi}{\varrho_1}\right)-\frac{x}{\varrho_1}g$$
$$Y=\overline{X}\cos Y\overline{X}+\overline{Z}\cos Y\overline{Z}=$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

20) $$= -\omega^2 R\cos\varphi\frac{y}{\varrho_2} - g\cos\psi\frac{y}{\varrho_2}$$

$$Z = \overline{X}\cos Z\overline{X} + \overline{Z}\cos Z\overline{Z} =$$

$$= g + R\omega^2\cos\varphi\left(\cos\psi + \frac{x\sin\psi}{\varrho_1}\right)$$

Urychlení tíže v bodě O označme g_0, jeho derivace ve směru poledníka $\left(\frac{\delta g}{\delta x}\right)_0 = g'_x$, ve směru vertikály $\left(\frac{g\delta}{\delta z}\right)_0 = g'_z$ a ve směru východním $\left(\frac{\delta g}{\delta y}\right)_0 = g'_y$. Pak jest

21) $$g = g_0 + xg'_x + yg'_y + zg'_z .$$

Při pravidelném průběhu tíže se nemění ve směru vodorovném kolmo k poledníku a $g'_y = 0$. Změna urychlení ve směru do výše

22) $$\frac{\delta g}{\delta n} = -0{\cdot}000003069 - 0{\cdot}000000004\sin^2\psi$$ [1])

a tudíž

23) $$g'_z = \frac{\delta g}{\delta z} = -\frac{\delta g}{\delta n}$$

Na hladině mořské jest dle Helmerta[2])

24) $$g = 978{\cdot}046\,(1 + 0{\cdot}005302\sin^2\psi + 0{\cdot}000007\sin^2 2\psi,$$

načež

25) $$g'_x = \frac{\delta g}{\delta x} = \frac{1}{\varrho_1}\frac{\delta g}{\delta\psi} = \frac{978}{\varrho_1}(0{\cdot}005302\sin 2\psi + 0{\cdot}000014\sin 4\psi)$$

III. Rovnice pohybu.

Do obecných rovnic pohybu vzhledem k pevným osám

$$\Sigma m\frac{d^2x'}{dt^2} = \Sigma X' \quad \Sigma m\left(y'\frac{d^2z'}{dt^2} - z'\frac{d^2y'}{dt^2}\right) = \Sigma(y'Z' - z'Y')$$

26) $$\Sigma m\frac{d^2y'}{dt^2} = \Sigma Y' \quad \Sigma m\left(z'\frac{d^2x'}{dt^2} - x'\frac{d^2z'}{dt^2}\right) = \Sigma(z'X' - x'Z')$$ 27)

---

[1]) Rudzki, Physik der Erde, st. 62.

[2]) Der normale Teil der Schwerkraft im Meeresniveau. Sitzb d. Pr. Ak. d. W. Berlín 1901 st. 328.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\Sigma m \frac{d^2z'}{dt^2} = \Sigma Z' \quad \Sigma m \left(x' \frac{d^2y'}{dt^2} - y' \frac{d^2x'}{dt^2} \right) = \Sigma (x'Y' - y'X')$$

dosaďme na levo hodnoty 7), i obdržíme ze 26)

$$28) \quad M \frac{d^2x_0}{dt^2} + M a_{13}'' \varrho = \Sigma X', \quad M \left(\frac{d^2y_0}{dt^2} + a_{23}'' \varrho \right) = \Sigma Y',$$

$$M \left(\frac{d^2z_0}{dt^2} + a_{33}'' \varrho \right) = \Sigma Z'$$

značí-li M hmotu kyvadla, ϱ vzdálenost těžiště jeho od osy. Jest totiž

$$29) \qquad \Sigma m\xi = 0, \qquad \Sigma m\eta = 0, \qquad \Sigma m\zeta = M\varrho.$$

Násobíme-li rovnice 28) pořadem α_1, α_2, α_3, pak β_1, β_2, β_3 a posléze γ_1, γ_2, γ_3 a sečteme, obdržíme vzhledem ke 13) kladouce dle 4) $\frac{d^2z_0''}{dt^2} = 0$ a píšíce x_0'', y_0'' místo $\frac{d^2x_0}{dt^2}$, $\frac{d^2y_0}{dt^2}$

$$M(\alpha_1 x_0'' + \alpha_2 y_0'') + M\varrho(\alpha_1 a_{13}'' + \alpha_2 a_{23}'' + \alpha_3 a_{33}'') = \Sigma X$$

$$30) \quad M(\beta_1 x_0'' + \beta_2 y_0'') + M\varrho(\beta_1 a_{13}'' + \beta_2 a_{23}'' + \beta_3 a_{33}'') = \Sigma Y$$
$$M(\gamma_1 x_0'' + \gamma_2 y_0'') + M\varrho(\gamma_1 a_{13}'' + \gamma_2 a_{23}'' + \gamma_3 a_{33}'') = \Sigma Z.$$

Rovnice 27) nabudou tvaru

$$-My_0''z_0 + M\varrho(y_0 a_{33}'' - a_{33}y_0'' - z_0 a_{23}'') + L_1 = \Sigma(y'Z' - z'Y')$$

$$31) \quad Mz_0x_0'' + M\varrho(z_0 a_{13}'' + a_{33}x_0'' - x_0 a_{33}'') + L_2 = \Sigma(z'X' - x'Z')$$

$$M(x_0y_0'' - x_0''y_0) + M\varrho(x_0 a_{23}'' - a_{23}x_0'' + a_{13}y_0'' - a_{13}''y_0) + L_3 = \Sigma(x'Y' - y'X'),$$

kdež jest

$$L_1 = A_{11}(a_{21}a_{31}'' - a_{21}''a_{31}) + A_{22}(a_{22}a_{32}'' - a_{22}''a_{32}) +$$

$$32) + A_{33}(a_{23}a_{33}'' - a_{23}''a_{33}) + A_{12}(a_{21}a_{32}'' - a_{21}''a_{32} + a_{22}a_{31}'' - a_{22}''a_{31}) + A_{13}(a_{21}a_{33}'' - a_{21}''a_{33} + a_{23}a_{31}'' - a_{23}''a_{31}) + A_{23}(a_{22}a_{33}'' - a_{22}''a_{33} + a_{23}a_{32}'' - a_{23}''a_{32})$$

$$L_2 = A_{11}(a_{31}a_{11}'' - a_{31}''a_{11}) + A_{22}(a_{32}a_{12}'' - a_{32}''a_{12}) + A_{33}(a_{33}a_{13}'' - a_{33}''a_{13}) + A_{12}(a_{31}a_{12}'' - a_{31}''a_{12} + a_{32}a_{11}'' - a_{32}''a_{11}) + A_{13}(a_{31}a_{13}'' - a_{31}''a_{13} + a_{33}a_{11}'' - a_{33}''a_{11}) + A_{23}(a_{32}a_{13}'' - a_{32}''a_{13} + a_{33}a_{12}'' - a_{33}''a_{12})$$

$$L_3 = A_{11}(a_{11}a_{21}'' - a_{11}''a_{21}) + A_{22}(a_{12}a_{22}'' - a_{12}''a_{22}) + A_{33}(a_{13}a_{23}'' - a_{13}''a_{23}) + A_{12}(a_{11}a_{22}'' - a_{11}''a_{22} +$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$+a_{12}a_{21}''-a_{12}''a_{21})+A_{13}(a_{11}a_{23}''-a_{11}''a_{23}+a_{13}a_{21}''-a_{13}''a_{21})$$
$$+A_{23}(a_{12}a_{23}''-a_{12}''a_{23}+a_{13}a_{22}''-a_{13}''a_{22})$$
$$A_{11}=\Sigma m\xi^2,\ A_{22}=\Sigma m\eta^2,\ A_{12}=\Sigma m\xi\eta\ \ atd.$$

Vyjádříme-li složky X', Y', Z' pomocí X, Y, Z

$$X'=X\alpha_1+Y\beta_1+Z\gamma_1$$
$$Y'=X\alpha_2+Y\beta_2+Z\gamma_2$$
$$Z'=X\alpha_3+Y\beta_3+Z\gamma_3$$

a dosadíme hodnoty 2), nabudou pravé strany rovnic 31. tvaru

$$\Sigma(y'Z'-z'Y')=\Sigma\{y_0Z'-z_0Y'+(\alpha_2\beta_3-\beta_2\alpha_3)(xY-yX)$$
$$+(\alpha_2\gamma_3-\gamma_2\alpha_3)(xZ-zX)+(\beta_2\gamma_3-\gamma_2\beta_3)(yZ-zY)\}$$

aneb vzhledem k 28) a známým vztahům mezi 1)

$$\Sigma(y'Z'-z'Y')=-My_0''z_0+M\varrho(a_{33}''y_0-a_{23}''z_0)$$
$$+\alpha_1\Sigma'(yZ-zY)+\beta_1\Sigma(zX-xZ)+\gamma_1\Sigma(xY-yX)$$

a obdobně

$$\Sigma(z'X'-x'Z')=Mx_0''z_0+M\varrho(a_{13}''z_0-a_{33}''x_0)+\alpha_2\Sigma(yZ-zY)$$
$$+\beta_2\Sigma(zX-xZ)+\gamma_2\Sigma(xY-yX)$$
$$\Sigma(x'Y'-y'X')=M(y_0''x_0-x_0''y_0)+M\varrho(a_{23}''x_0-a_{13}''y_0)$$
$$+a_3\Sigma(yZ-zY)+\beta_3\Sigma(zX-xZ)+\gamma_3\Sigma(xY-yX).$$

Dosadíme-li výrazy tyto do 31), odpadnou většinou na obou stranách členy s činitelem M. Násobíme-li rovnice ty pořadem α_1, α_2, α_3, pak β_1, β_2, β_3 a posléze γ_1, γ_2, γ_3 a sečteme, obdržíme

$$M\varrho[x_0''(a_{33}\alpha_2-a_{23}\alpha_3)+y_0''(a_{13}\alpha_3-a_{33}\alpha_1)]+$$
$$+L_1\alpha_1+L_2\alpha_2+L_3\alpha_3=\Sigma(yZ-zY)$$

33)
$$M\varrho[x_0''(a_{33}\beta_2-a_{23}\beta_3)+y_0''(a_{13}\beta_3-a_{33}\beta_1)]+$$
$$L_1\beta_1+L_2\beta_2+L_3\beta_3=\Sigma(zX-xZ)$$
$$M\varrho[x_0''(a_{33}\gamma_2-a_{23}\gamma_3)+y_0''(a_{13}\gamma_3-a_{33}\gamma_1)]+$$
$$+L_1\gamma_1+L_2\gamma_2+L_3\gamma_3=\Sigma(xY-yX).$$

Označíme-li složky urychlení X, Y, Z uvedené ve 20) g_x, g_y, g_z, a složky sil, jež udržují osu kyvadla v jeho poloze, X_0, Y_0, Z_0, X_1, Y_1, Z_1, jest

34)
$$\Sigma X=\Sigma mg_x+X_0+X_1$$
$$\Sigma Y=\Sigma mg_y+Y_0+Y_1$$
$$\Sigma Z=\Sigma mg_z+Z_0+Z_1$$

Tyto součty budou tedy státi na pravé straně rovnic 30) a na pravé straně rovnic 33) součty

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\begin{aligned} &\Sigma m(yg_z - zg_y) + y_1 Z_1 - z_1 Y_1 \\ &\Sigma m(zg_x - xg_z) + z_1 X_1 - x_1 Z_1 \\ &\Sigma m(xg_y - yg_x) + x_1 Y_1 - y_1 X_1, \end{aligned} \tag{35}$$

při čemž dle 8)

$$x_1 = \xi_1 \sin\alpha,\ y_1 = -\xi_1 \cos\alpha,\ z_1 = 0. \tag{36}$$

Z prvých dvou rovnic 33) lze neznámou Z_1 eliminovati a tak obdržíme rovnici pohybu fysického kyvadla. Prvou násobíme sin α, druhou cos α, načež obě odečteme, i bude

$$\begin{aligned} &M\varrho\{x_0''[(a_{33}\beta_2 - a_{23}\beta_3)\cos\alpha - (a_{33}\alpha_2 - a_{23}\alpha_3)\sin\alpha] + \\ &+ y_0''[(a_{13}\beta_3 - a_{33}\beta_1)\cos\alpha - (a_{13}\alpha_3 - a_{33}\alpha_1)\sin\alpha] + \\ &+ (L_1\beta_1 + L_2\beta_2 + L_3\beta_3)\cos\alpha - (L_1\alpha_1 + L_2\alpha_2 + L_3\alpha_3)\sin\alpha = \\ &= \cos\alpha\Sigma m(zg_x - xg_z) - \sin\alpha\Sigma m(yg_z - zg_y) \end{aligned}$$

a vzhledem k významu a, α, β po krátké úpravě

$$\begin{aligned} &M\varrho(a_{12}x_0'' + a_{22}y_0'') - L_1 a_{11} - L_2 a_{21} - L_3 a_{31} = \\ &= \cos\alpha\Sigma m(zg_x - xg_z) - \sin\alpha\Sigma m(yg_z - zg_y). \end{aligned} \tag{37}$$

Pomocí rovnic 32) a 11) nalezneme

$$\begin{aligned} &L_1 a_{11} + L_2 a_{21} + L_3 a_{31} = A_{22}(a_{12}''a_{13} + a_{22}''a_{23} + a_{32}''a_{33}) - \\ &- A_{33}(a_{13}''a_{12} + a_{23}''a_{22} + a_{33}''a_{32}) + A_{12}(a_{11}''a_{13} + a_{21}''a_{23} + \\ &+ a_{31}''a_{33}) - A_{13}(a_{11}''a_{12} + a_{21}''a_{22} + a_{31}''a_{32}) + A_{23}(a_{13}''a_{13} + \\ &+ a_{23}''a_{23} + a_{33}''a_{33} - a_{12}''a_{12} - a_{22}''a_{22} - a_{32}''a_{32}) \end{aligned}$$

a se zřetelem ke 12)

$$\begin{aligned} &L_1 a_{11} + L_2 a_{21} + L_3 a_{31} = A_{22}(-\vartheta'' + \omega^2 a_{32}a_{33}) - A_{33}(\vartheta'' + \\ &+ \omega^2 a_{32}a_{33}) + A_{12}\omega^2 a_{31}a_{13} - A_{13}\omega^2 a_{31}a_{32} + A_{23}(a_{33}^2 - a_{32}^2) = \\ &= -(A_{22} + A_{33})\vartheta'' + P_1 \sin\vartheta + Q_1 \cos\vartheta + S_1 \sin 2\vartheta + \\ &+ T_1 \cos 2\vartheta, \end{aligned} \tag{38}$$

kdež

$$\begin{aligned} P_1 &= \omega^2(A_{12}\cos\alpha\cos\psi_0 - A_{13}\sin\psi_0)\sin\alpha\cos\psi_0 \\ Q_1 &= -\omega^2(A_{12}\sin\psi_0 + A_{13}\cos\alpha\cos\psi_0)\sin\alpha\cos\psi_0 \\ S_1 &= \tfrac{1}{2}\omega^2(A_{22} - A_{33})(\cos^2\alpha\cos^2\psi_0 - \sin^2\psi_0) - \omega^2 A_{23}\cos\alpha\sin 2\psi_0 \\ T_1 &= \omega^2 A_{23}(\sin^2\psi_0 - \cos^2\alpha\cos^2\psi_0) - \tfrac{1}{2}\omega^2(A_{22} - A_{33})\cos\alpha\sin 2\psi_0. \end{aligned}$$

Prvý člen 37)

$$M\varrho(a_{12}x''_0 + a_{22}y''_0) = -M\varrho\omega^2 R_0 \cos\varphi_0 c_1 \tag{39}$$

a pravá strana téže rovnice nabude vzhledem k hodnotám g_x, g_y, g_z 20) tvaru

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$- M\varrho\omega^2 R_0 \cos\varphi_0 c_1 + \tfrac{1}{2}\omega^2 \sin\vartheta (A_{12}\sin 2\alpha \sin^2\psi_0 +$$
$$+ A_{13}\sin\alpha \sin 2\psi_0) + \tfrac{1}{2}\omega^2 \cos\vartheta (A_{12}\sin\alpha \sin 2\psi_0$$
$$- A_{13}\sin 2\alpha \sin^2\psi_0) + \tfrac{1}{2}\omega^2 \sin 2\vartheta [(A_{33} - A_{22})(\cos^2\psi_0$$
$$- \cos^2\alpha \sin^2\psi_0) + 2A_{23}\cos\alpha \sin 2\psi_0] +$$

40) $$+ \omega^2 \cos 2\vartheta [A_{23}(\cos^2\psi_0 - \cos^2\alpha \sin^2\psi_0)$$
$$- \tfrac{1}{2}(A_{33} - A_{22}) \cos\alpha \sin 2\psi_0] - \frac{\omega^2 R_0 \cos\varphi_0}{\varrho_2} \sin\alpha \Sigma myz$$
$$- \Sigma mg(x\cos\alpha + y\sin\alpha) - g_0 \Sigma mz \left(\frac{x\cos\alpha}{\varrho_1} + \frac{y\sin\alpha}{\varrho_2}\cos\psi\right),$$

jestliže podržíme členy řádu $\frac{x}{\varrho_1}$ a píšeme

$$\sin\psi = \sin\psi_0 + \frac{x}{\varrho_1}\cos\psi_0, \quad \cos\psi = \cos\psi_0 - \frac{x}{\varrho_1}\cos\psi_0.$$

Označíme-li ještě momenty setrvačnosti vzhledem k osám ξ, η, ζ

41) $$A = \Sigma m(\eta^2 + \zeta^2), \quad B = \Sigma m(\xi^2 + \zeta^2), \quad C = \Sigma m(\xi^2 + \eta^2),$$

jest patrně

42) $$A = A_{22} + A_{33}, \quad C - B = A_{22} - A_{33},$$

načež bude rovnice pohybu 37) vzhledem ke 38) až 42)

$$A\vartheta'' - \tfrac{1}{2}\omega^2 \sin\vartheta A_{12}\sin 2\alpha + \tfrac{1}{2}\omega^2 \cos\vartheta A_{13}\sin 2\alpha +$$
$$+ \tfrac{1}{2}\omega^2 \sin 2\vartheta (C - B)\sin^2\alpha - \omega^2 \cos 2\vartheta A_{23}\sin^2\alpha =$$
$$= -\cos\alpha \frac{g_0}{\varrho_1}\Sigma mxz - \sin\alpha \cos\psi_0 \frac{g_0}{\varrho_2}\Sigma myz - \Sigma mg(x\cos\alpha +$$
$$+ y\sin\alpha) - \omega^2 \frac{R_0\cos\varphi_0}{\varrho_2}\sin\alpha \Sigma myz.$$

Dle 8) jest

$$\Sigma mxz = -A_{12}\sin\alpha\sin\vartheta + A_{13}\sin\alpha\cos\vartheta + A_{23}\cos\alpha\cos 2\vartheta$$
$$- \frac{1}{2}(C - B)\cos\alpha\sin 2\vartheta$$

$$\Sigma myz = A_{12}\cos\alpha\sin\vartheta - A_{13}\cos\alpha\cos\vartheta + A_{23}\sin\alpha\cos 2\vartheta$$
$$- \frac{1}{2}(C - B)\sin\alpha\sin 2\vartheta$$

a označíme-li g'_ξ změnu g ve směru ξ, g'_η změnu ve vodorovném směru ku ξ kolmém, bude

$$g'_x\cos\alpha + g'_y\sin\alpha = g'_\eta, \quad g'_x\sin\alpha - g'_y\cos\alpha = g'_\xi,$$
$$\Sigma m g(x\cos\alpha + y\sin\alpha) = M\varrho g_0 \sin\vartheta + A_{13} g'_\xi \sin\vartheta +$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$+ A_{12}\, g'_\xi \cos\vartheta + A_{23}\, g'_\eta \sin 2\vartheta + \frac{1}{2}(A_{22} + A_{33})\, g'_\eta +$$

$$+ \frac{1}{2}(A_{22} - A_{33})\, g'_\eta \cos 2\vartheta - \frac{1}{2}(A_{22} - A_{33})\, g'_z \sin 2\vartheta +$$

$$+ A_{23}\, g'_z \cos 2\vartheta$$

a rovnice pohybu kyvadla jest posléze

43) $A\,\vartheta'' + P\sin\vartheta + Q\cos\vartheta + S\sin 2\vartheta + T\cos 2\vartheta + U = 0,$

kdež

$$P = M\varrho g_0 - \frac{1}{2}\omega^2 A_{12}\sin 2\alpha - \frac{1}{2}A_{12}\sin 2\alpha\,\frac{g_0}{\varrho_1}$$

$$+ \frac{1}{2}A_{12}\sin 2\alpha\left(\frac{g_0\cos\psi_0}{\varrho_2} + \frac{\omega^2 R_0\cos\varphi_0}{\varrho_2}\right) + A_{13}\, g'_\xi$$

$$Q = \frac{1}{2}A_{13}\sin 2\alpha\left(\omega^2 + \frac{g_0}{\varrho_1} - \frac{g_0\cos\psi_0}{\varrho_2} - \frac{\omega^2 R_0\cos\varphi_0}{\varrho_2}\right) + A_{12}\, g'_\xi$$

$$S = \frac{1}{2}(C-B)\left(\omega^2\sin^2\alpha - \cos^2\alpha\,\frac{g_0}{\varrho_1}\right.$$

$$\left. - \sin^2\alpha\left[\frac{g_0\cos\psi_0}{\varrho_2} + \frac{\omega^2 R_0\cos\varphi_0}{\varrho_2}\right] - g'_z\right) + A_{23}\, g'_\eta$$

$$T = -A_{23}\left(\omega^2\sin^2\alpha - \cos^2\alpha\,\frac{g_0}{\varrho_1} -\right.$$

$$\left. - \sin^2\alpha\left[\frac{g_0\cos\psi_0}{\varrho_2} + \frac{\omega^2 R_0\cos\varphi_0}{\varrho_2}\right] - g'_z\right) + \frac{1}{2}(C-B)\, g'_\eta .$$

$$U = \frac{1}{2}A g'_\eta .$$

Prvý integrál rovnice 43) obdržíme násobíce ji $2\vartheta' dt$

$$A\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 - 2P\cos\vartheta + 2Q\sin\vartheta - S\cos 2\vartheta + T\sin 2\vartheta + 2U\vartheta = K,$$

při čemž konstanta K určí se z podmínky, že při amplitudě ϑ_0 jest úhlová rychlost rovna 0, načež

44) $$A\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 = 2P(\cos\vartheta - \cos\vartheta_0) - 2Q(\sin\vartheta - \sin\vartheta_0) +$$

$$+ S(\cos 2\vartheta - \cos 2\vartheta_0) - T(\sin 2\vartheta - \sin 2\vartheta_0) - 2U(\vartheta - \vartheta_0).$$

Rovnovážná poloha, kde $\vartheta'' = 0$, bude se nepatrně lišiti od svislé, i obdržíme ze 43) kladouce $\vartheta = \varepsilon$, $\sin\vartheta = \varepsilon$, $\cos\vartheta = 1$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

45) $$\varepsilon = -\frac{Q+T+U}{P+2S}$$

Velikost amplitudy na druhé straně obdržíme ze 44), dosadíme-li $\vartheta' = 0$, $\vartheta = -(\vartheta_0 + \sigma)$. Pro malé kyvy, na něž se dále omezíme, nalezneme $\sigma = -2\varepsilon$ a velikost celého kyvu $2\vartheta_0 - 2\varepsilon$. Čítají-li se však výchylky od rovnovážné polohy, mají obě amplitudy touž velikost $\vartheta - \varepsilon$. Při malých kyvech $\sin \vartheta = \vartheta$, $\cos \vartheta = 1 - \frac{\vartheta^2}{2}$, načež dle 44) se zřetelem k 45) jest

$$\mathrm{d}t = \mathrm{d}\vartheta \sqrt{\frac{A}{(P+2S)\,[\vartheta_0^2 - \vartheta^2 - 2\varepsilon\,(\vartheta_0 - \vartheta)\,]}},$$

z čehož

$$t = \sqrt{\frac{A}{P+2S}} \arcsin \frac{\vartheta - \varepsilon}{\vartheta_0 - \varepsilon} + \text{konst.}$$

Pro polovici doby kyvu od $\vartheta = \varepsilon$ do $\vartheta = \vartheta_0$ plyne odtud

46) $$\frac{1}{2} T_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{A}{P+2S}}.$$

Je-li $\xi\zeta$ rovinou souměrnosti kyvadla, jest $A_{12} = 0$, $A_{23} = 0$, a je-li též $\eta\zeta$ rovinou souměrnosti, bude také $A_{13} = 0$. Značí-li ϱ_3 poloměr křivosti řezu kolmého k rovině poledníka, jest $\varrho_2 = \varrho_3 \cos \psi_0$. A jsou-li ϱ_1, ϱ_3 hlavními poloměry křivosti, jest poloměr křivosti geoidu v rovině kyvu ϱ_η stanoven vztahem

$$\frac{1}{\varrho_\eta} = \frac{\cos^2 \alpha}{\varrho_1} + \frac{\sin^2 \alpha}{\varrho_3}.$$

S uvedeným zjednodušením bude, píšeme-li též $g'_y = 0$,

$$P = Mg_0\varrho,\ Q = 0,\ T = \frac{1}{2}(C-B)\ g'_\eta,\ U = Ag'_\eta.$$

47) $$S = \frac{1}{2}(C-B)\left(\omega^2 \sin^2 \alpha - \frac{g_0}{\varrho_\eta} - \omega^2 \sin^2 \alpha \frac{R_0 \cos \varphi_0}{\varrho_2} - g'_z\right)$$

$R_0 \cos \varphi_0$ značí poloměr kruhu, jejž opisuje bod O při otáčení země, ϱ_2 poloměr rovnoběžky geoidu v témž bodě a podíl jejich jest téměř roven 1. Pak ale z výrazů 43) pro P, Q, S, T odpadají členy s ω^2 a otáčení „země“ nemá tudíž

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na pohyb kyvadla vlivu žádného. Kde by křivost geoidu v řezu rovnoběžky byla zvlášť nepravidelná a rozdíl obou poloměrů $R \cos \varphi_0 - \varrho_2 = d$, vystoupí v S člen $\omega^2 \frac{d}{\varrho_2} = 53.10^{-10} \frac{d}{\varrho_2}$ vedle $\frac{g_0}{\varrho\eta} = \frac{10^3\, cm}{637.10^6\, cm} = 15.10^{-7}$, proti němuž úplně mizí. Ve výrazech P, Q, kde A_{12}, A_{13} jsou téhož řádu, stojí $\omega^2 \frac{d}{\varrho_2}$ vedle $g'_z = 3.10^{-6}$, odpadá tedy rovněž. Doba kyvu jest dle 46)

$$48) \qquad T_0 = \pi \sqrt{\frac{A}{Mg_0\varrho - (C-B)\left(g'_z + \frac{g_0}{\varrho\eta}\right)}} =$$

$$= \pi \sqrt{\frac{A}{Mg_0\varrho}} \left[1 + \frac{C-B}{2Mg_0\varrho}\left(g'_z + \frac{g_0}{\varrho\eta}\right)\right].$$

Zlomek $\frac{C-B}{M\varrho}$ značí přibližně redukovanou délku kyvadla, u vteřinového kyvadla přibližně 100 cm, takže korrekční člen činí pak 2.10^{-7} sek, o něž se doba kyvu zkracuje.

Pohybuje-li se kyvadlo ve směru rovnoběžky, jest $\alpha = \frac{\pi}{2}$, načež $T = O$, $U = O$ a rovnici 44) lze řešiti pohodlně rozvinutím v řady i pro amplitudu konečnou, obdobně jako v případě, kde k změně tíže a jejího směru se nepřihlíží. Ve výraze T_0 třeba pak v hranaté závorce ke korrekčnímu členu připojiti činitele $\cos^2 \frac{\vartheta_0}{2}$ a celý výraz na pravé straně násobiti mnohočlenem

$$1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 (1+m) \sin^2 \frac{\vartheta_0}{2} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \left(1 + \frac{2}{3} m + m^2\right) \sin^4 \frac{\vartheta_0}{2},$$

kdež hodnota $m = \frac{2S}{P + 2S \cos^2 \frac{\vartheta_0}{2}}$ nemá znatelného vlivu.

IV. Kyvadlo Foucaultovo.

Přihlédněme k nejjednoduššímu případu, kde hmotný bod zavěšen na netěžkém vlákně. Z rovnic pohybu bodu hmoty m

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$m\frac{d^2x'}{dt^2} = X', \qquad m\frac{d^2y'}{dt^2} = Y', \qquad m\frac{d^2z'}{dt^2} = Z'$$

obdržíme pomocí 2), 3) a 4) rovnice pohybu v soustavě x, y, z ve tvaru, jejž uvádí *Denizot*[1]).

$$mx'' = X - m\omega^2 h \sin\psi_0 + m\omega^2 (x \sin\psi_0 + z\cos\psi_0)\sin\psi_0$$

49 $$- 2m\omega y' \sin\psi_0$$

$$my'' = Y + m\omega^2 y + 2m\omega (x' \sin\psi_0 + z' \cos\psi_0)$$

$$mz'' = Z - m\omega^2 h\cos\psi_0 + m\omega^2 (x\sin\psi_0 + z\cos\psi_0)\cos\psi_0$$
$$- 2m\omega y' \cos\psi_0$$

kdež $h = R_0 \cos\varphi_0$ značí vzdálenost O od osy zemské. Označíme-li l délku kyvadla, jest vzhledem k podmínce

$$x^2 + y^2 + z^2 = l^2$$

připojiti k rovnicím uvedeným pořadem na pravé straně členy

$$2\lambda x, \qquad 2\lambda y, \qquad 2\lambda z.$$

O složkách X, Y, Z dí Denizot, že jsou složky přitažlivosti zemské a klade $X = O$, $Y = O$, $Z = m\,G$, je-li G urychlení gravitační, a $G - \omega^2 h\cos\psi = g$ (urychlení tíže). V prvé z rovnic 49), jež možno krátiti m, vypouští Denizot člen $\omega^2 h \sin\psi_0$, o němž praví (str. 40): »Konstanta $\omega^2 h \sin\psi$ zbývající v prvé rovnici, jež pro střední šířky nabývá největší hodnoty 0·017 *cm* sec^{-2}, jest v poměru ku $g = 981$ vždy malá. Zanedbá-li se tato hodnota, t. j. současně odchylka δ (vertikály) od poloměru zemského, plynou přibližně následující rovnice pohybu: (49).« Jestliže však podržuje Denizot členy s činitelem ω^2, nesmí klásti $X = O$, $Y = O$ ani považovati ψ, φ za stálé, nýbrž nutno za složky urychlení položiti výrazy nahoře odvozené 20, načež

$$x'' = \omega^2 R\cos\varphi \left(\sin\psi - \frac{x\cos\psi}{\varrho_1}\right) - \frac{x}{\varrho_1} g - \omega^2 h \sin\psi_0 +$$
$$+ \omega^2 (x\sin\psi_0 + z\cos\psi_0)\sin\psi_0 - 2\omega y' \sin\psi_0 + 2\lambda x$$

$$y'' = -\omega^2 R\cos\varphi \frac{y}{\varrho_2} - g\cos\psi \frac{y}{\varrho_2} + \omega^2 y +$$

[1]) Das Foucaultsche Pendel und die Theorie der relativen Bewegung, Leipzig, 1913, str. 39.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$+ 2\omega (x' \sin\psi_0 + z' \cos\psi_0) + 2\lambda y$$

$$z'' = g + R\omega^2 \cos\varphi \left(\cos\psi + \frac{x \sin\psi}{\varrho_1}\right) - \omega^2 h \cos\psi_0 +$$

$$+ \omega^2 (x \sin\psi_0 + z \cos\psi_0) \cos\psi_0 - 2\omega y' \cos\psi_0 + 2\lambda z.$$

Z rovnic 2) obdržíme snadno

$$R^2 \cos^2\varphi = x_0^2 + y_0^2 + 2x_0 (\alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z) +$$
$$+ 2y_0 (\alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z)$$
$$= R_0^2 \cos^2\varphi_0 - 2R_0 \cos\varphi_0 (x \sin\psi_0 + z \cos\psi_0),$$

$$R \cos\varphi = R_0 \cos\varphi_0 \left[1 - \frac{x \sin\psi_0 + z \cos\psi_0}{R_0 \cos\varphi_0}\right]$$

a rovnice pohybu budou s omezením na členy řádu $\frac{x}{\varrho_1}$

$$x'' = \omega^2 h \sin\psi_0 - \omega^2 (x \sin\psi_0 + z \cos\psi_0) \sin\psi_0 -$$

$$- \frac{x}{\varrho_1} g - \omega^2 h \sin\psi_0 + \omega^2 (x \sin\psi_0 + z \cos\psi_0) \sin\psi_0$$

$$- 2\omega y' \sin\psi_0 + 2\lambda x$$

$$y'' = -\omega^2 R_0 \cos\varphi_0 \frac{y}{\varrho_2} - g_0 \cos\psi_0 \frac{y}{\varrho_2} + \omega^2 y +$$

$$+ 2\omega (x' \sin\psi_0 + z' \cos\psi_0) + 2\lambda y$$

$$z'' = g_0 + x g'_x + y g'_y + z g'_z + \omega^2 (h - x \sin\psi_0 -$$
$$- z \cos\psi_0) \cos\psi_0 - \omega^2 h \cos\psi_0 + \omega^2 (x \sin\psi_0 + z \cos\psi_0) \cos\psi_0 -$$
$$- 2\omega y' \cos\psi_0 + 2\lambda z$$

čili

$$x'' = -g_0 \frac{x}{\varrho_1} - 2\omega y' \sin\psi_0 + 2\lambda x.$$

50) $$y'' = -g_0 \frac{y}{\varrho_3} + 2\omega (x' \sin\psi_0 + z' \cos\psi_0) + 2\lambda y$$

$$z'' = g_0 + x g'_x + y g'_y + z g'_z - 2\omega y' \cos\psi_0 + 2\lambda z.$$

I jest zřejmo, že členy obsahující čtverec ω^2 zavedené Denizotem do rovnic relativního pohybu na povrchu zemském nejsou oprávněny. V 50) vystupují místo nich členy $g_0 \frac{x}{\varrho_1}$, $g_0 \frac{y}{\varrho_3}$ mající původ v zakřivení geoidu a členy g'_x, g'_y, g'_z vyjadřující změny urychlení.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Résumé.

Le mouvement du pendule, si l'on tient compte de la courbure de la terre et des variations de la pesanteur.

Dans cet article on déduit les équations du mouvement oscillatoire du pendule sur la surface de la terre, en tenant compte à la fois des variations de la pesanteur et de la force centrifuge due à la rotation de la terre dans ses différents points, et de la convergence des verticales.

La durée d'oscillation se trouve exprimée par

$$T = \pi \sqrt{\frac{A}{M g_0 \varrho}} \left[1 - \frac{B - C}{2 M g_0 \varrho} \left(g'_z + \frac{g_0}{\varrho} \right) \right]$$

où A, B, C représentent les moments d'inertie par rapport aux trois axes rectangulaires dont le premier est l'axe du pendule et le trosième passe par le centre d'oscillation; g_0 signifie l'accéleration de la pesanteur à l'origine, g'_z sa dérivée suivant la verticale, ϱ le rayon de courbure du géoïde dans le plan d'oscillation. Le terme de correction dans T atteindra la valeur 2.10^{-7}.

En appliquant les équations d'oscillation ainsi déduites au pendule de Foucault, on en fera disparaître les termes dépendant du carré de la vitesse angulaire introduits par Denizot qui ne tenait pas compte de la convergence des verticales. — *r.*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

II.

Některé vlastnosti komplexu 4. řádu G_{pp}.

Napsal Dr. **Jos. Klobouček.**

Předloženo 16. května 1919.

Rovnici komplexu 4. řádu G_{pp} odvodil jsem již v práci, uveřejněné v XXX. ročníku Rozprav č. 21.; v této práci podávám rovnici téhož komplexu, vyvozenou však jinou cestou a mimo to některé vlastnosti tohoto komplexu.*)

Položivše hlavní přímku p do osy Y, stanovme polohu nekonečně blízké druhé hlavní přímky p^* rovinou asymptotickou XY, centrálním bodem O jakožto počátkem a konečně parametrem torse

$$z = \varrho tg\varphi.$$

Polohu libovolné další přímky q k tomuto systému souřadnému stanovme pomocí veličin ϱ, x, y, z, kde ϱ značí vzdálenost dotyčného bodu T, tečné roviny ω_p elementu (p), rovnoběžné s přímkou q od počátku O, x, y jsou pravoúhlé souřadnice stopy U přímky q na rovině XY, z jest úsek přímky q na stopě z roviny $\omega_q \parallel \omega_p$ na rovině XZ.

Úhel φ rovin ω_q resp. ω_p s rovinou asymptotickou XY měříme tak, že

$$-\frac{\pi}{2} \leqq \varphi \leqq \frac{\pi}{2},$$

a pro $\lim \varrho = \pm 0$ jest $\lim \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$, a pro $\lim \varrho = \pm \infty$ jest $\lim \varphi = \pm 0$.

Veličinu z měříme obdobně jako úsečky na ose Z; považujme onu část osy z za kladnou, která svírá s kladnou

*) Pokud se týče základních pojmů a označení, týkajících se tohoto komplexu poukazuji k práci »O jistém komplexu 4. řádu G_{ab}«, uveřejněné v Rozpravách České Akademie roč. XXX. č. 21.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

osou X ostrý úhel φ, buď kladný nebo záporný. Stanovme parametr torse přímky q, vedouce elementem (p) a přímkou q, kterou předpokládáme v poloze obecné, sborcenou plochu $\mathbf{H}^2$.

Centrální bod C přímky q obdržíme, vedeme-li nejprve centrální rovinu přímky q kolmo k asymptotické rovině $q\,q'$, při čemž $q' \parallel q$ a prochází dotyčným bodem T roviny ω_p na elementu (p). Potom určíme průsečík V této centrální roviny s přímkou p a sestrojíme v něm příslušnou rovinu tečnou ν k elementu (p). Průsečík přímky q s touto rovinou ν jest hledaný centrální bod C; přímka q' a přímka $p' \parallel p$ vedená bodem U, náležejí patrně ploše $\mathbf{H}^2$.

K určení parametru torse $\varkappa^*$ přímky q použijme tečné roviny ω_q přímky q v bodě U plochy $\mathbf{H}^2$.

Označíme-li φ^* úhel odchylky roviny ω_q od roviny asymptotické $q\,q'$ a ϱ^* délku $\overline{CU}$, měříce je opět dle sjednaného způsobu, bude

$$\varkappa^* = \varrho^* tg\varphi^*.$$

Úhel φ^* určíme jakožto úhel roviny ω_p s rovinou $q\,q'$ a sice tím, že uvažujeme trojhran tvořený stopami rovin $q\,q'$ a ω_p na rovině XZ a přímkou q'.

Zavedouce pomocné úhly α, γ, které tvoří jednak přímka q' se stopou roviny ω_p, jednak úhel, který tvoří obě tyto stopy spolu, nalezneme

$$tg\,\varphi^* = \frac{tg\,\gamma}{\sin\alpha}.$$

Avšak
$$tg\,\gamma = \frac{xy \sin\varphi}{z\,(\varrho - y) - xy\cos\varphi}$$

a tedy
$$tg\,\varphi^* = \frac{\varkappa x \sqrt{y^2 + z^2}}{z\,(\varrho - y)\sqrt{\varkappa^2 + \varrho^2} - \varrho\,xy}$$

Znaménka kořenů závisí na velikostech úhlů α resp. φ, jež snadno odhadneme dle polohy přímky q resp. q'.

Abychom určili ϱ^*, zaveďme pomocné délky n, e, ϱ_ν a úhel φ_ν roviny ν s rovinou XY; délka n jest úsek roviny ν na stopě z roviny ω_q, e kolmá vzdálenost bodu V od přímky q' a $\varrho_\nu = \overline{OV}$ tak, že $\varkappa = \varrho_\nu\, tg\,\varphi_\nu$.

Potom jest
$$\varrho^* = \frac{n}{z}\sqrt{y^2 + z^2}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a dále $$n = x \frac{\sin \varphi_\nu}{\sin (\varphi + \varphi_\nu)}$$

čili po krátké úpravě $n = \frac{x \sqrt{z^2 + \varrho^2}}{\varrho + \varrho_\nu}$.

Avšak $$\varrho + \varrho_\nu = \frac{e}{\cos \alpha};$$

vyjádříme-li délku e nejprvé vzdáleností rovin ω_q, ω_p potom veličinou x, nalezneme

$$\varrho + \varrho_\nu = x \frac{\sin \varphi}{\cos \alpha} \left(tg\, \varphi^* + \frac{1}{tg\, \varphi^*} \right).$$

Tedy $$\varkappa^* = \frac{z^2 + \varrho^2}{\varkappa} \sin^2 \varphi^*.$$

Vložíme-li za $\sin^2 \varphi^*$ ze vzorců dříve odvozených příslušný výraz bude konečně:

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa x^2 (y^2 + z^2)(z^2 + \varrho^2)}{\varkappa^2 x^2 (y^2 + z^2) + [z(\varrho - y)\sqrt{z^2 + \varrho^2} - \varrho\, x\, y]^2}.$$

Volíme-li $\varkappa^*$ a $\varkappa$ stálé, budou přímky, jichž souřadnice ϱ, x, y, z vyhovují této rovnici, tvořiti jistý komplex G_{pp} totožný s komplexem dříve uvažovaným. Dříve než zavedeme do této rovnice souřadnice p_i a provedeme důkaz identity s rovnicí uveřejněnou v »Rozpravách«, povšimněme si některých zajímavých metrických vztahů tohoto komplexu. Volme libovolnou rovinu ω_q rovnoběžnou s hlavní přímkou p, tedy s osou Y; pro tu jest ϱ a x stálé; volíme-li dále za osy souřadné v této rovině stopy její na rovině XY a XZ, a položíme-li

$$y = -\frac{1}{u}, \quad z = -\frac{1}{v},$$

budou u, v Plückerovy souřadnice paprsku komplexového v této rovině a tedy rovnice komplexové křivky bude

$$(u^2 + v^2) \frac{\varkappa\varkappa^* - \varkappa^2 - \varrho^2}{\varkappa^2 + \varrho^2} \frac{\varkappa x^2}{\varkappa^*} + \left[1 + \varrho u - \frac{\varrho x}{\sqrt{\varkappa^2 + \varrho^2}} v \right]^2 = 0,$$

což jest rovnicí křivky kruhové v tečnových souřadnicích; střed má souřadnice

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\varrho\,,\ -\frac{\varrho x}{\sqrt{x^2+\varrho^2}},$$

čtverec poloměru R dán jest výrazem

$$R^2=\left(\frac{\varkappa}{\varkappa^*}-\frac{x^2}{x^2+\varrho^2}\right)x^2.$$

Dle toho platí: V každé rovině ω_q rovnoběžné s hlavní přímkou, komplexové paprsky obalují obecně kružnici.

Poněvadž dle předchozího sjednání o měření úseček z na stopě z platí stále

$$\cos(\pm\varphi)=\frac{\pm\varrho}{\pm\sqrt{x^2+\varrho^2}}>0,$$

při čemž ostrý úhel φ rovin ω_q a XY jest měřen mezi kladnými osami X a z, vychází souřadnice z středu komplexové kružnice stále záporná pro kladné x a stále kladná pro záporná x, z čehož soudíme, že střed komplexové kružnice v rovině ω_q jest kolmým průmětem dotyčného bodu T roviny $\omega_p \parallel \omega_q$ na elementu (p). Tedy středy všech komplexových kružnic naplňují paraboloid normál příslušný elementu (p).

Vyjádříme-li poloměr R vzdáleností d bodu T od roviny kružnice obdržíme

$$R^2=\frac{x^2-\varkappa\varkappa^*+\varrho^2}{\varkappa\varkappa^*}d^2,$$

z čehož plyne: Volíme-li přímkou p jistou rovinu ω_p jsou komplexové kružnice všech rovin $\omega_q \parallel \omega_p$ položeny na rotačním kůželi, jehož osou jest normála elementu (p) v bodě T, to jest příslušná přímka paraboloidu normál.

Dle pojmenování Plückerova náleží tyto rotační kůželové plochy mezi ekvatoriální plochy komplexu.

Jak patrno z posledního vzorce obdržíme v rovinách, které jsou charakterisovány veličinami $(+\varrho, d)$, resp. $(-\varrho, d)$ shodné komplexové kružnice; rovněž tak i v rovinách položených symetricky k těmto vzhledem ku přímce p, jak přímo z posledních úvah vysvítá. Jsou tedy shodné i příslušné

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ekvatoriální plochy kuželové; osami jejich jsou přímky paraboloidu normál symetricky položené k centrálnímu bodu O.

Kružnice redukují se na bod, jakožto místo druhé třídy

pro $$x = o,$$

nebo pro $$\varkappa^2 - \varkappa\varkappa^* - \varrho^2 = o.$$

Prvá hodnota dává pro středy těchto kružnic body přímky p a paprsky komplexové vytvoří parabolickou kongruenci tečen elementu (p), která jest současně kongruencí dvojných paprsků našeho komplexu G_{pp}.

Druhá hodnota dává

$$\varrho_{1,2} = \pm \sqrt{\varkappa(\varkappa^* - \varkappa)},$$

kteréžto dvě hodnoty stanoví dvě povrchové přímky $\triangle_1$, $\triangle_2$ paraboloidu normál takové, že jejich normálové kongruence $[\triangle_1]$, $[\triangle_2]$ náleží ke kongruenci singulárních paprsků komplexu G_{pp}.

Pokud se týče veličin $\varkappa^*$, $\varkappa$ mají význam délek a můžeme se omeziti pouze na hodnoty kladné, jelikož parametr torse všech přímek téže soustavy sborcené plochy 2. stupně má totéž znamení; druhé soustavě povrchových přímek bylo by nutno přisouditi znamení opačné.

Jsou-li tedy $\varkappa^*$, $\varkappa$ kladné hodnoty a současně $\varkappa^* > \varkappa$, jsou ϱ_1, ϱ_2 reálné hodnoty a příslušné roviny ϱ_1, ϱ_2 nulových kružnic tvoří rozhraní mezi rovinami obsahujícími reálné nebo pomyslné komplexové kružnice; podobně i příslušné ekvatoriální kužele jsou reálné nebo pomyslné.

Je-li $\varkappa^* < \varkappa$ neexistují tato rozhraní a všecky roviny rovnoběžné s hlavní přímkou p obsahují reálné kružnice mimo roviny rovnoběžné s rovinou asymptotickou, o nichž bude pojednáno později a jež obsahují vždy dva reálné nebo pomyslné systemy rovnoběžných paprsků.

Jak z předchozích vzorců plyne, nemění se středy komplexoyých kružnic, měníme-li $\varkappa^*$ a je-li $\varkappa$ a element (p) pevný, mění se jen poloměr.

Není jiných kružnic v komplexu G_{pp} mimo kružnice právě vytčené, a celý komplex lze vytvořiti tečnami těchto kružnic.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Výrazu pro poloměr R možno dáti výhodný konstruktivní tvar a sice:

poněvadž bylo $$tg\,\varphi = \frac{\varkappa}{\varrho},$$

jest $$\sin^2\varphi = \frac{\varkappa^2}{\varkappa^2 + \varrho^2}$$

a tedy výraz $$R^2 = \left(\frac{\varkappa}{\varkappa^*} - \frac{\varkappa^2}{\varkappa^2 + \varrho^2}\right) x^2$$

přechází na tvar $$R^2 = \frac{\varkappa}{\varkappa^*}\, x^2 - d^2.$$

Je-li $\varkappa^* > \varkappa$, položme $\sin^2 \varphi_0 = \frac{\varkappa}{\varkappa^*}$,

při tom jest úhel φ_0 úhlem rovin nulových kružnic s rovinou asymptotickou, jak ze vzorce

$$tg\varphi_0 = \frac{\varkappa}{\varrho_{1,2}}$$ vyplývá.

Potom jest $$R^2 = x^2 \sin^2 \varphi_0 - d^2.$$

Je-li $\varkappa^* < \varkappa$, položme

$$\sin^2 \overline{\varphi} = \frac{\varkappa^*}{\varkappa},$$

načež $$R^2 = \frac{x^2}{\sin^2 \overline{\varphi}} - d^2.$$

Z toho plyne velmi jednoduchá konstrukce poloměru komplexových kružnic a sice: opišme v hlavní rovině XZ kolem centrálního bodu O jakožto počátku kružnici k poloměrem $x \sin \varphi_0$ resp. $\frac{x}{\sin\varphi}$, a veďme bodem A na ose X, jehož úsečka $\overline{OA} = x$, sečny k této kružnici; délky tetiv obsažených na těchto sečnách stanoví kolmé průměty komplexových

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kružnic položených v rovinách vedených těmito sečnami kolmo k rovině XZ.

Jak patrno, jest v prvém případě, kdy $\varkappa^* > \varkappa$, poloměr kružnice k vždy menší než úsečka $\overline{OA}$ a proto lze také bodem A vésti k této kružnici dvě tečny, které jsou stopami dvou rovin nulových kružnic. Ve druhém případě, kdy $\varkappa^* < \varkappa$, jest poloměr kružnice k vždy větší než úsečka $\overline{OA}$ a tedy poloměry komplexových kružnic jsou vždy reálné.

Spojnice bodu O s krajními body tetiv dávají hned obrysy ekvatoriálních kuželů. Úhly φ_0 resp. φ sestrojíme vhodně pomocí délky $\sqrt{\varkappa^* \varkappa}$, a jak z konstrukce předešlé lze viděti, má úhel φ ten význam, že stanoví minimální osový úhel ekvatoriálního kužele, jehož osou jest osa X, to jest normála vedená k elementu (p) v centrálním bodě.

Kružnice k tvoří také obrys komplexové plochy příslušné přímce rovnoběžné s hlavní přímkou p a položené v rovině XY, na rovinu XZ; o těchto plochách pojednáno bude později.

Je-li $\varkappa^* = \varkappa$ dotýkají se veškeré komplexové kružnice asymptotické roviny čili roviny XY; přímky $\triangle_1 \equiv \triangle_2$ splývají s osou X.

Zaveďme nyní do výrazu pro $\varkappa^*$ souřadnice (ξ, η) stopy přímky q na rovině souřadné XZ; pak nalezneme:

$$\zeta = \xi - x = \frac{z\varrho}{\sqrt{\varkappa^2 + \varrho^2}}, \quad \eta = \frac{z\varkappa}{\sqrt{\varkappa^2 + \varrho^2}},$$

načež eliminací z a ϱ obdržíme po krátké úpravě:

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa (y^2 + \eta^2 + \zeta^2) x^2 \eta^2}{x^2 y^2 \eta^2 + x^2 \eta^4 + (y\eta - \zeta\varkappa)^2 (\eta^2 + \zeta^2) + 2xy\eta\zeta (y\eta - \zeta\varkappa)}$$

Volíme-li mimo $\varkappa^*$, $\varkappa$ ještě veličiny x, y stálé, vidíme z tohoto vzorce, že komplexové paprsky procházející libovolným bodem roviny asymptotické tvoří kuželovou plochu 4. stupně; podobně volíme-li místo x, y veličiny ξ, η pevné, obdržíme kuželovou plochu komplexovou 4. stupně, jejíž vrchol jest v hlavní rovině XZ.

Zaveďme konečně souřadnice (α, β) stopy přímky q na rovině centrální YZ; osami souřadnými buďtež dřívější osy ZY; snadno najdeme

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\zeta = \xi - x = \frac{xy}{\beta - y}, \quad \eta = -\frac{\alpha y}{\beta - y}$$

a tedy $$\varkappa^* = \frac{\varkappa\alpha^2 x^2 [\alpha^2 + x^2 + (\beta - y)^2]}{\alpha^4 x^2 + (\alpha\beta + \varkappa x)^2 x^2 + (\alpha y + \varkappa x)^2 \alpha^2}.$$

Totéž vychází i použijeme-li rovnic přímky q

$$\frac{X - a}{a - x} = \frac{Y - b}{b - y} = \frac{Z - c}{c}$$

spojující body (XYZ), (abc); (xyo), na které leží také body (o, β, α), (ξ, o, η). Vyloučíme-li α, β pomocí rovnic, které z posledních snadno odvodíme

$$\alpha = -\frac{xZ}{X - x}, \quad \beta = \frac{Xy - Yx}{X - x},$$

obdržíme

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa x^2 Z^2 [(X - x)^2 + (Y - y)^2 + Z^2]}{x^2 Z^4 + [(Xy - Yx) Z - \varkappa (X - x)^2]^2 + [Zy - \varkappa (X - x)]^2 Z^2};$$

nebo konečně

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa (aZ - cX)^2 [(X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2]}{(aZ - cX)^2 (Z - c)^2 + [(bX - aY)(Z - c) - \varkappa (X - a)^2]^2 + [bZ - cY - \varkappa (X - a)]^2 (Z - c)^2}$$

Rovnice tato dává rovnici komplexového kužele o vrcholu (a, b, c); pošineme-li systém souřadný rovnoběžně do vrcholu kužele jakožto počátku, můžeme psáti

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa (aZ - cX)^2 (X^2 + Y^2 + Z^2)}{(aZ - cX)^2 Z^2 + [(bX - aY) Z - \varkappa X^2]^2 + [bZ - cY - \varkappa X]^2 Z^2}$$

Odvoďme hned rovnici komplexové křivky v libovolné rovině; obdržíme ji z rovnice pro $\varkappa^*$ obsahující souřadnice (x, y), (α, β), eliminujeme-li y, β, takto:

Rovnice roviny komplexové křivky budiž

$$Ux + Vy + Wz + 1 = o,$$

poněvadž obsahuje body (x, y, o), (o, β, α), platí rovnice:

$$Ux + Vy + 1 = o, \quad V\beta + W\alpha + 1 = o;$$

odtud vypočtěním hodnot y, β a eliminací obdržíme

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa\alpha^2 x^2[\,\alpha^2 + x^2)\,V^2 + (Ux - W\alpha)^2]}{\alpha^4 x^2 V^2 + [\varkappa x V - \alpha\,(1 + W\alpha)]^2\,x^2 + [\varkappa x V - \alpha\,(1 + Ux)]^2\,\alpha^2},$$

čili zavedeme-li Plückerovy souřadnice u, w pro projekce komplexových paprsků na hlavní rovinu xz rovnicemi

$$x = -\frac{1}{u}, \quad \alpha = -\frac{1}{w},$$

obdržíme rovnici projekce komplexové křivky na tuto rovinu ve tvaru

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa\,[(u^2 + w^2)\,V^2 + (Uw - Wu)^2]}{u^2 V^2 + [\varkappa w^2 V - (w - W)\,u]^2 + [\varkappa w V - (u - U)]^2\,u^2}$$

Z této rovnice můžeme konečně eliminovati hodnoty u, w, vedeme-li paprskem, v němž se protínají roviny (U, V, W) a (u, o, w), ještě třetí rovinu (U_0, V_0, W_0).

Potom jest $u = \frac{U_0 V - V_0 U}{V - V_0}$, $w = \frac{W_0 V - V_0 W}{V - V_0}$

a výsledek eliminační, použijeme-li osových souřadnic π_{ik} pro paprsky komplexu, jest

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa\,(\pi_{23}^2 + \pi_{42}^2 + \pi_{34}^2)\,\pi_{13}^2}{\pi_{13}^2\,\pi_{23}^2 + (\varkappa\pi_{34}^2 + \pi_{14}\,\pi_{23})^2 + (\varkappa\pi_{34} - \pi_{12})^2\,\pi_{23}^2},$$

při čemž hodnoty π_{ik} jsou úměrny determinantům druhého stupně, utvořeným z matice

$$\begin{Vmatrix} 1 & U_0 & V_0 & W_0 \\ 1 & U & V & W \end{Vmatrix}.$$

Poslední rovnice jest však rovnicí našeho komplexu G_{pp} psanou v souřadnicích π_{ik}; tutéž rovnici, psanou souřadnicemi p_{ik} obdržíme z této, použijeme-li známého vztahu

$$\pi_{ik} = {}^*p_{jh}$$

anebo přímo z rovnice komplexového kužele zavedeme hodnoty p_{ik}, jakožto determinanty druhého stupně v matici

$$\begin{Vmatrix} 1 & a & b & c \\ 1 & X & Y & Z \end{Vmatrix}.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Rovnice komplexu potom zní

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa (p_{12}^2 + p_{13}^2 + p_{14}^2)\ p_{42}^2}{p_{42}^2 p_{14}^2 + (\varkappa p_{12}^2 + p_{14} p_{23})^2 + (\varkappa p_{12} - p_{34})^2\ p_{14}^2}$$

Jak patrno, jest rovnice tato totožná s rovnicí dříve*) odvozenou, psanou souřadnicemi p_i a tedy výsledky odvozené první i druhou cestou platí společně.

Pokud se týče druhého způsobu, zasluhuje zvláštního vyšetření případ, kdy přímka q jest rovnoběžna s asymptotickou rovinou elementu (v), poněvadž potom přechází sborcená plocha $\mathbf{H}^2$ určená elementem (p) a přímkou q na hyperbolický paraboloid; parametr torse určíme takto:

Rovina asymptotická přímky q jest rovnoběžná s asymptotickou rovinou přímky p a centrální rovina přímky q jest tedy rovnoběžna s osou Z, ponecháme-li v platnosti dřívější systém souřadný. Centrální bod C obdržíme tím, že určíme průsečík V této centrální roviny s přímkou p a vedeme v něm tečnou rovinu ν; bod C jest potom průsečík přímky q s rovinou ν.

Označíme-li vzdálenost bodů O, V na ose Z $\varrho_\nu = \beta$, úhel roviny asymptotické XY s rovinou ν φ_ν, měřivše je opět dle dříve naznačeného způsobu, máme

$$\varkappa = \beta . tg\, \varphi_\nu .$$

K určení parametru $\varkappa^*$ použijme tečné roviny přímky q v průsečíku S s centrálnou rovinou YZ přímky p. Poněvadž dotyčný bod centrální roviny YZ jest v počátku O, jest spojnice SO povrchovou přímkou hyperbolického paraboloidu a tedy tečná rovina bodu S jde počátkem.

Označíme-li dále φ^* úhel této roviny s asymptotickou rovinou přímky q a ϱ^* délku $\overline{CS}$ jest

$$\varkappa^* = \varrho^* tg\, \varphi^* .$$

Pomocí dalších dvou úhlů δ, γ z nichž δ měří odchylku přímky q od roviny XZ a γ úhel osy X a stopy tečné roviny v bodě S na rovině XZ, nalezneme opět

$$tg\, \varphi^* = \frac{tg\, \gamma}{\sin \delta} ,$$

*) Rozpravy České Akademie roč. XXX. č. 21.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ponecháme-li i zde původní význam veličin (α, β) a (ξ, η), bude

$$tg\,\varphi^* = \frac{\alpha\sqrt{\xi^2+\beta^2}}{\xi\beta}, \quad \varrho^* = \frac{\alpha\beta\sqrt{\xi^2+\beta^2}}{\varkappa\xi},$$

tedy potom $\varkappa\varkappa^*\,\xi^2 = \alpha^2(\beta^2+\xi^2)$.

Výsledek tento bychom obdrželi z dříve odvozených obecných vzorců na příklad ze vzorce

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa\alpha^2\xi^2[\xi^2+\beta^2+(\eta-\alpha)^2]}{\alpha^2\xi^2(\eta-\alpha)^2+[\beta(\eta-\alpha)-\varkappa\xi]^2\xi^2+(\beta\eta-\varkappa\xi)^2(\eta-\alpha)^2}$$

položíme-li $\eta = \alpha$.

Učiňme opět $\xi = -\frac{1}{u}, \quad \beta = -\frac{1}{v}$,

obdržíme rovnici komplexové křivky v rovině rovnoběžné s rovinou XY, to jest

$$v^2(\varkappa\varkappa^*-\alpha^2)-\alpha^2u^2 = o,$$

což dává dva nekonečně vzdálené body tedy dva systémy rovnoběžných přímek a sice systém přímek l_1 a systém přímek l_2 o směrnicích

$$\pm\frac{\sqrt{\varkappa\varkappa^*-\alpha^2}}{\alpha}.$$

Poněvadž $\varkappa^*$ i $\varkappa$ jsou vždy téhož znamení kladného, jest hodnota

$$\alpha_{1,2} = \pm\sqrt{\varkappa\varkappa^*}$$

vždy reálná; v tomto případě splývají oba systémy paprskové v jediný a sice systém rovnoběžný s osou X; příslušné roviny jmenujme α_1, α_2. Podobně i pro $\alpha = o$ splývají oba systémy v systém rovnoběžný s osou Y.

Právě odvozená rovnice jest současně rovnicí konoidu 4. stupně, který vytvoří paprsky komplexu protínající danou přímku rovnoběžnou s osou Z. Pošineme-li skutečně systém souřadný rovnoběžně tak, že nová osa Z splyne s touto zvolenou přímkou a počátek zůstane v původní rovině XY, jest $\alpha = Z$ a veličiny ξ, β jsou úměrny hodnotám X, Y, takže potom rovnice konoidu jest

$$(X^2+Y^2)Z^2-\varkappa\varkappa^*X^2 = o.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Na počátku*) našich úvah bylo dokázáno a také z dalších úvah vysvitne, že každý paprsek rovnoběžný s osou Y jest dvojným paprskem komplexu; dle toho v každé rovině rovnoběžné s osou Y nachází se mimo paprsky komplexové, obalující křivku kruhovou, po případě dva právě zmíněné svazky rovnoběžných paprsků, ještě v jeden svazek dvojných paprsků rovnoběžných s osou Y; tudíž i v těchto rovinách tvoří komplexové paprsky geometrické místo 4. třídy.

Přihlédneme-li k rovnici komplexové plochy kuželové v její nejobecnější formě, po případě k rovnici komplexové křivky, seznáme, že celý komplex jest orthogonálně symetrický ke všem třem osám souřadným, neboť na příklad rovnice komplexové plochy se nemění pro následující polohy vrcholu a s nimi spojené transformace souřadnic

$$\begin{array}{ll} a, b, c; & X, Y, Z. \\ -a, -b, c; & -X, -Y, Z. \\ -a, b, -c; & -X, Y, -Z. \\ a -b -c; & X, -Y, -Z. \end{array}$$

Tedy na příklad můžeme s daného komplexového kužele rotací 180° kolem souřadných os X, Y, Z odvoditi nové tři komplexové kužele; podobně i u křivek komplexových dospěli bychom k témuž výsledku výměnou příslušných skupin souřadnic U_0, V_0, W_0 a U, V, W.

Rovnici komplexového kužele, je-li vrchol současně počátkem souřadnic, lze upraviti na tvar

$$(aZ - cX)^2 [\varkappa^* Z^2 - \varkappa (X^2 + Y^2 + Z^2)] + \varkappa^* [bZ - \varkappa X - - cY]^2 Z^2 + \varkappa^* [(bZ - \varkappa X) X - aYZ]^2 = o;$$

odtud ihned plyne, že rovina σ o rovnici

$$aZ - cX = o$$

obsahuje obě dvojné přímky dané druhými rovnicemi

$$X = o, \quad bZ - cY - \varkappa X = o;$$

prvá přímka d_1 jest osa Y, druhá d_2 jest spojnice vrcholu kužele (a, b, c) s dotyčným bodem roviny σ na elementu (p).

*) Rozpravy roč. XXX. č. 21.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Rovina σ prochází skutečně přímkou p, jelikož rovnici její hoví bod $(-a, -b, -c)$; rovnici druhé roviny lze pomocí rovnice roviny σ psáti

$$(bc - az)X - acY = o.$$

Směrnice stopy její na rovině XY jest

$$\frac{b - \frac{az}{c}}{a} = \frac{b - \varrho}{a}.$$

Avšak pro dotyčný bod roviny σ na elementu (p) platí

$$\varrho\, tg\, \varphi = z$$

a poněvadž

$$tg\, \varphi = \frac{c}{a},$$

jest skutečně

$$\varrho = \frac{za}{c},$$

jak také z rovnosti pro směrnici vychází.

Podobně v libovolné rovině o souřadnicích (U, V, W) jest průsečnice s tečnou rovinou elementu (p) vedenou v průsečíku zvolené roviny s přímkou p dvojnou tečnou komplexové křivky.

Učiníme-li v rovnici pro kolmý průmět komplexové křivky na rovinu xz

$$\lim u = \lim w = \infty,$$

obdržíme pro tečny vedené z počátku souřadnic

$$\left(zV \lim \frac{w}{u} - 1\right)^2 . \left(\lim^2 \frac{w}{u} + 1\right) = o,$$

což dává především dvojnou tečnu

$$z \lim \frac{w}{u} = \frac{1}{V};$$

poněvadž úsek roviny (U, V, W) na ose Y jest $-\frac{1}{V}$, platí pro tečnou rovinu vedenou v tomto bodě

$$tg\, \varphi = -\lim \frac{u}{w} = \frac{z}{\varrho}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a tedy vzdálenost ϱ jest skutečně

$$\varrho = - z \lim \frac{w}{u} = - \frac{1}{V}.$$

Druhý faktor dává tečny dobíhající do imag. kruhových bodů roviny xz.

Podobně bychom dokázali, že lze vésti ke komplexové křivce roviny obecně položené již jen dvě rovnoběžné tečny symetricky položené dle počátku.

Počtem snadno zjistíme, že komplexové kuželové plochy pro body položené na ose Y, to jest na přímce p, rozpadají se vždy na příslušný svazek dvojných paprsků a na další dva svazky položené ve dvou pevných rovinách které procházejí přímkou p a jichž stopy dobíhají do imag. kruhových bodů roviny XZ. Jest tedy každý paprsek obou cyklických rovin svazku o ose p paprskem komplexu; paprsky tyto jsou pomyslné.

Také pro každý nekonečně vzdálený bod daný jistým směrem s rozpadá se komplexová plocha kůželová na svazek dvojných paprsků v nekonečně vzdálené rovině a na dva systémy tečen rovnoběžných se směrem s, vedených ke komplexovým kružnicím v rovinách rovnoběžných s přímkami p, s. Tyto tečny tvoří dvě osnovy rovnoběžných paprsků, a jsou položeny v tečných rovinách ekvatoriátní rotační kůželové plochy, která jest těmito komplexovými kružnicemi vytvořena.

Je-li směr s, stanovící nekonečně vzdálený vrchol kůžele, kolmý k jedné z přímek $\triangle_1$, $\triangle_2$ splývají obě osnovy rovnoběžných paprsků v jedinou a příslušný komplexový kůžel skládá se z dvojnásob počítaného svazku rovnoběžných paprsků s tímto směrem s protínajících přímku $\triangle_1$, po případě $\triangle_2$, a ze svazku dvojnásobných paprsků v nekonečně vzdálené rovině.

Charakter komplexové kůželové plochy lépe poznáme, vytvoříme-li ji jakožto tečnou plochu kůželovou vedenou z vrcholu kužele ke komplexové ploše, příslušné přímce v rovnoběžné s přímkou p a procházející vrcholem.

Tato komplexová plocha **V** jest vytvořena komplexovými kružnicemi, jichž roviny obsahují přímku v; středy

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

těchto kružnic nacházejí se na prostorové křivce 3. stupně, která jest průsečnou čarou paraboloidu normál elementu (p) a rotační plochy válcové, jejíž dvě diametrální přímky jsou přímky p a v. Plocha **V** jest 4. stupně, má jednu dvojnou přímku v přímce v, druhou v nekonečně vzdálené přímce roviny XY čili roviny asymptotické elementu (p), jakožto kružnici o poloměru nekonečně velkém. Mimo to má na přímce p a přímkách $\triangle_1$, $\triangle_2$ po jednom konickém bodu, které jsou meznými případy kružnic o poloměru nekonečně malém.

Rovnici této plochy **V** bychom snadno nalezli, a sice ve tvaru:

$$\varkappa^2 (X^2 + Z^2)(Z - c)^2 + \varkappa^2 [Y(Z - c) - \varkappa (X - a)]^2 - \\ - \varkappa (aZ - cX)^2 = o,$$

pro původní systém souřadný; hodnoty a, b, c stanoví jako dříve souřadnice vrcholu M komplexového kůžele.

Dle předchozích úvah jest patrno, že rovina proložená přímkou v rovnoběžně s rovinou asymptotickou XY protíná komplexový kužel, jehož vrcholem jest kterýkoliv bod M přímky v vždy ve dvou reálných přímkách l_1, l_2 souměrně položených k přímce v a svírajících s ní pevné úhly, pokud přímka v, resp. bod M zůstává položen v téže rovině rovnoběžné s rovinou XY. Podobně i rovina obsahující přímku v a kolmá k rovině přímek p, v protíná komplexový kužel ve dvou reálných nebo pomyslných přímkách symetricky položených dle přímky v, poněvadž příslušná kružnice má střed svůj na přímce v.

Jak již dříve bylo řečeno jsou přímka v a spojnice vrcholu kůžele s dotyčným bodem roviny p v na elementu (p) dvojnými přímkami d_1, d_2 této kůželové plochy.

Jelikož každým bodem přímky $v \equiv d_1$ procházejí dvě reálné nebo pomyslné komplexové kružnice, dávají roviny σ_1, σ_2 kružnic jdoucích vrcholem kužele dvě tečné roviny vedené dvojnou přímkou $v \equiv d_1$ ke ploše kuželové; druhé dvě tečné roviny, které touto přímkou k této kuželové ploše procházejí jsou roviny ϱ_1, ϱ_2 nulových kružnic kolmé ku přímkám $\triangle_1$, $\triangle_2$.

Souvislost mezi polohou průsečíků komplexových kružnic s přímkou v a polohou rovin, ve kterých leží, obdržíme

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

z rovnice plochy **V**, stanovíme-li na př. polohu jednotlivých rovin hodnotou

$$\lambda = \frac{Z - c}{X - a}$$

a položíme-li pak $X = a$, čímž obdržíme vztah

$$z^* [(a^2 + c^2) \lambda^2 + (Y\lambda - z)^2] - z (a\lambda - c)^2 = o,$$

kde Y značí pořadnici průsečíků.

Ze souvislosti této jest patrno, že oba průsečíky stávají se nekonečně blízkými je-li

$$z (a\lambda - c)^2 - z^* (a^2 + c^2) \lambda^2 = 0;$$

z toho soudíme, že libovolné přímky, rovnoběžné s hlavní přímkou p, dotýkají se dvě komplexové kružnice,

Roviny τ_1, τ_2 těchto dotyčných kružnic dávají, jak patrno, tečné roviny komplexové kůželové plochy podél dvojné přímky v a jsou pro všecky komplexové kůžele, jichž vrcholy se nacházejí na přímce v, pevné.

Označíme-li kořeny poslední rovnice λ_1, λ_2 jest

$$\frac{1}{\lambda_{1,2}} = \frac{az \pm \sqrt{(a^2 + c^2)\, z z^*}}{zc},$$

a je-li úhel roviny přímek p, v s rovinou asymptotickou φ, měřený jako dříve, a $\psi_{1,2}$ úhel tečných rovin τ_1, τ_2 s toutéž rovinou měřený jako úhel φ, máme

$$\lambda_{1,2} = tg\, \psi_{1,2}, \quad \frac{c}{a} = tg\, \varphi$$

a poslední výraz nabývá tvaru

$$\frac{\sin (\psi_{1,2} - \varphi)}{\sin \psi_{1,2}} = \pm \sqrt{\frac{z^*}{z}}.$$

A však úhel $\psi_{1,2} - \varphi = \delta_{1,2}$ měří odchylku roviny $p\,v$ s rovinami τ_1 resp. τ_2, tedy

$$\frac{\sin \delta_{1,2}}{\sin \psi_{1,2}} = \pm \sqrt{\frac{z^*}{z}},$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nebo je-li $\overline{pv}$ kolmá vzdálenost přímek p, v, a $\overline{pt_1}$ resp. $\overline{pt_2}$ kolmá vzdálenost přímky p od průsečnic t_1, t_2 rovin τ_1, τ_2 s rovinou asymptotickou, jest

$$\frac{\overline{pt_{1,2}}}{\overline{pv}} = \pm \sqrt{\frac{\varkappa^*}{\varkappa}}.$$

Odtud plyne, že pro všecky přímky v, položené na rotačním válci, jehož osou jest přímka p, procházejí tečné roviny, vedené podél dvojné přímky v ke příslušným komplexovým kuželům jichž vrcholy jsou položeny na této válcové ploše týmiž dvěma pevnými přímkami roviny XY.

Jinak můžeme říci, že roviny τ_1, τ_2 tvoří s rovinou pv a s rovinou rovnoběžnou s rovinou asymptotickou a procházející přímkou v harmonickou čtveřinu.

Jak dříve uvedeno, dávají roviny komplexových kružnic, které procházejí vrcholem kužele, tečné roviny σ_1, σ_2 tohoto kůžele podél přímek, které jsou tečnami těchto kružnic vedenými ve vrcholu. Roviny tyto splývají pro ony hodnoty (XYZ) souřadnic vrcholu komplexového kužele, které činí diskriminant rovnice

$$\varkappa^* [(a^2 + c^2)\lambda^2 + (Y\lambda - \varkappa)^2] - \varkappa (a\lambda - c)^2 = 0$$

utvořený vzhledem k λ rovný nule, to jest platí-li

$$(X^2 + Z^2)(\varkappa\varkappa^* - Z^2) - (YZ - \varkappa X)^2 = 0.$$

Rovnice tato podává rovnici jisté plochy 4. stupně Π; pro každý bod této plochy Π jest komplexový kužel racionální, to jest má tři dvojné přímky.

Jako celý komplex jest i tato plocha orthogonálně souměrná k osám souřadým. Snadno se pozná, že každá rovina proložená osou Y, čili hlavní přímkou p, protíná plochu tuto obecně v kružnici, jejímž středem jest dotyčný bod této roviny s elementem (p) a poloměr dán jest výrazem

$$\frac{\sqrt{\varkappa\varkappa^*}}{\sin\varphi},$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

značí-li jako dříve úhel sečné roviny s rovinou asymptotickou.

Z výrazu pro poloměr kružnice plyne hned, že veškeré kružnice, které vytvořují plochu Π, dotýkají se týchž dvou pevných rovin α_1, α_2 vedených rovnoběžně s rovinou asymptotickou XY ve vzdálenostech $\pm\sqrt{\varkappa\varkappa^*}$.

Roviny α_1, α_2 dotýkají se tedy plochy Π podél přímek α_1, α_2 o směrnicích

$$\pm\sqrt{\frac{\varkappa}{\varkappa^*}}$$

mající s plochou ještě společnou nekonečně vzdálenou přímku roviny asymptotické; přímka tato jest druhou dvojnou přímkou plochy Π.

Každá rovina α rovnoběžná s rovinou asymptotickou seče plochu Π v hyperbole, je-li rovina α položená mezi rovinami α_1, α_2; pro ostatní polohy roviny α není průsečná křivka reálná.

Résumé.

Quelques propriétés du complexe des droites du 4e degré G_{pp}.

Par Dr. Jos. Klobouček.

La notion et la génération du complexe des droites du 4e degré G_{ab} se trouvent dans le travail intitulé »Sur un complexe des droites du 4e degré G_{ab}« qui j'ai publié dans les Rozpravy České Akademie, vol. XXX., num. 21. Ici je donne l'équation du complexe spéciale G_{pp} déduite d'une autre manière et, après quelques propriétés de ce complexe.

Supposons un système cartésien tel que la droite principale p se trouve dans l'axe des Y; si nous déterminons la droite p^* infiniment voisine de la droite p par le plan asymptotique XY, par le point central comme origine et par le paramètre de torsion $\varkappa = \varrho tg\varphi$, nous pouvons prendre pour coor-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

données d'une droite quelconque q en espace les quantités ϱ, ϑ, y, z, où ϱ mesure la distance entre le point central et le point de contact d'un plan tangent ω_p de l'élément superficiel gauche (p) déterminé par les droites pp^*; x, y sont les coordonnées rectangulaires de la trace de la droite q sur le plan XY, z mesure la longueur du segment que fait la droite q sur la trace z du plan $\omega_q \| \omega_p$ dans le plan de XZ. φ est l'angle que fait le plan ω_q avec le plan asymptotique.

La droite q détermine en général avec l'élément (p) une surface réglée $\mathbf{H}^2$; le paramètre $\varkappa^*$ de torsion de l'élément superficiel gauche (q) que la surface $\mathbf{H}^2$ détermine avec la droite q peut s'exprimer comme il suit

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa x^2 (y^2 + z^2) (\varkappa^2 + \varrho^2)}{\varkappa^2 x^2 (y^2 + z^2) + [z (\varrho - y) \sqrt{\varkappa^2 + \varrho^2} - \varrho x y]^2}.$$

Nous supposons chercher toutes les droites en espace qui, d'après les indications précédentes, donnent $\varkappa^*$ constant, ce qui nous conduit au complexe G_{pp}.

Introduisons dans la formule précédente les coordonnées Plückeriennes par les formules $y = -\frac{1}{u}$, $z = -\frac{1}{v}$ en considérant comme axes rectangulaires du plan ω_q ses deux traces dans les plans XY et XZ et nous trouvons l'équation de la courbe du complexe située dans ce plan sous la forme

$$(u^2 + v^2) \frac{(\varkappa \varkappa^* - \varkappa^2 - \varrho^2) \varkappa}{(\varkappa^2 + \varrho^2) \varkappa^*} x^2 + \left[1 + \varrho u - \frac{\varrho x}{\sqrt{\varkappa^2 + \varrho^2}} v\right]^2 = 0,$$

ce qui est l'équation tangentielle d'un cercle.

Une simple analyse montre que, pour tous les cercles du complexe, situés dans le plan ω_q parallèles à un plan fixe ω_p mené par la droite principale p, les centres des ces cercles se trouvent sur la droite normale au plan ω_p du paraboloïde des normales de l'élément (p), et que tous ces cercles forment un cône de rotation.

La construction du rayon d'un cercle du complexe est la suivante: Soit x l'abscisse d'un point quelconque A sur l'axe des X et posons $\sin^2 \varphi_0 = \frac{\varkappa}{\varkappa^*}$ pour $\varkappa^* < \varkappa$ et $\sin^2 \varphi = \frac{\varkappa^*}{\varkappa}$ pour $\varkappa < \varkappa$; traçons autour du point central comme origine dans

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

le plan XZ un cercle k du rayon $x \sin \varphi_0$ ou $\frac{x}{\sin \varphi} =$. Alors les cercles du complexe situés dans tous les plans qui passent par le point A et sont parallèles a l'axe des Y ont leurs projections orthogonales au plan XZ dans les cordes que ces plans déterminent avec le cercle k.

Dans le cas où $\varkappa < \varkappa^*$ nous avons deux droites réelles $\triangle_1$, $\triangle_2$ du paraboloïde des normales qui sont les lieux des centres des cercles nuls et qui donnent deux congruences normales $[\triangle_1]$, $[\triangle_2]$ appartenant à la congruence des rayons singuliers du complexe.

De l'équation primitive donnée plus haut on peut arriver par quelques procédés à l'équation du complexe

$$\varkappa^* = \frac{\varkappa (p_{12}^2 + p_{13}^2 + p_{14}^2)\, p_{42}}{p_{42}^2 p_{14}^2 + (\varkappa p_{12}^2 + p_{14} p_{23})^2 + (\varkappa p_{12} - p_{34})^2 p_{14}^2}$$

qui se trouve dans le travail publié auparavant.

Puis, on détermine les rayons doubles du complexe et cherche les caractères générales du cône et de la courbe du complexe qui appartiennt à un point ou à un plan quelconque en espace.

Un cône du complexe a en général deux génératrices doubles; l'une est la droite parallèle à la droite p, l'autre passe par le point de contact du plan mené par le sommet du cône et par la droite p.

Les courbes du complexe ont une tangente double située dans l'infini, l'autre se trouve dans le plan tangent de l'élément (p) menée au point d'intersection de la droite p avec le plan de la courbe.

Si le sommet d'un cône du complexe se trouve sur la surface

$$(x^2 + z^2)(\varkappa\varkappa^* - z^2) - (yz - \varkappa x)^2 = 0$$

le cône a trois génératices doubles.

Tout ce complexe est orthogonalement symmétrique aux trois axes X, Y, Z.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

III.

Neue Grundlegung und neue Entwickelungsmöglichkeiten der Geometria intrinseca ebener Transformationsgruppen.

Von **G. Kowalewski** und **A. Weizsaecker** in Prag.

Vorgelegt am 17. September 1919.

In einer kurzen Note »La géométrie intrinsèque et la première proposition fondamentale de *Sophus Lie*« (Comptes rendus der Pariser Akademie vom 23. II. 1914) hat *G. Kowalewski* gezeigt, wie man im Anschluss an gewisse Ideen von *E. Cartan*[1]) einen neuen und sehr bequemen Eingang in die von *G. Pick*[2]) begründete natürliche Geometrie ebener Transformationsgruppen gewinnen kann. Das wichtigste Ergebnis dieser Note war die Zurückführung der Fundamentalformeln, die von *G. Pick* als Identitätsbedingungen, von *E. Cesàro*[3]) als Unbeweglichkeitsbedingungen bezeichnet werden, auf den sogenannten ersten Fundamentalsatz der *Lie*-schen Gruppentheorie.

Die vorliegende Abhandlung setzt sich eine ausführlichere Darlegung und weitergehende Verwertung der dort nur kurz angedeuteten Gedanken zum Ziele. Es treten hier aber auch verschiedene neue Begriffe auf, so z. B. die Relativkoordinaten eines Punktes in Bezug auf z w e i Kurvenelemente von passenden Ordnungen. Dass es sich dabei keineswegs um eine geistreiche Spielerei, sondern um ein nützliches Instrument geometrischer Forschung handelt, dürf-

[1]) *E. Cartan:* La structure des groupes de transformations continus et la théorie du trièdre mobile. Bulletin des sciences math. 1910.

[2]) *G. Pick*: Natürliche Geometrie ebener Transformationsgruppen. Sitzungsberichte der Wiener Akademie, math.-phys. Kl. 1906.

[3]) *E. Cesàro:* Vorl. über natürliche Geometrie. Deutsch von *G. Kowalewski*. Leipzig 1901.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ten die von *Amélie Weizsaecker* durchgeführten Beispiele am Schlusse der Abhandlung zeigen. Die Bestimmung dieser neuen Relativkoordinaten für alle ebenen Transformationsgruppen nebst den zugehörigen Identitätsbedingungen bildet den Gegenstand einer umfangreichen Arbeit, mit der die Genannte beschäftigt ist.

I.

Relativkoordinaten in Bezug auf ein Kurvenelement.

Unter Γ denken wir uns eine *Lie*sche Transformationsgruppe der Ebene, mit r wesentlichen Parametern $a_1, a_2, \ldots, a_r$, geschrieben in gewöhnlichen cartesischen Koordinaten. Diese Gruppe möge — so wollen wir annehmen — auf die Kurvenelemente $(r-2)$-ter Ordnung transitiv wirken. D. h. ein Element $\mathfrak{e}_0$ oder $x_0, y_0, y_0', \ldots, y_0^{(r-2)}$ von allgemeiner Lage soll durch Transformationen der Gruppe Γ in alle Elemente $\mathfrak{e}$ oder $x, y, y', \ldots, y^{(r-2)}$ überführbar sein, die einem gewissen Bereich um $\mathfrak{e}_0$ angehören. Schränkt man diesen Bereich genügend ein, so wird in gewisser Nähe der Identität eine und nur eine Transformation $T_\mathfrak{e}$ von Γ existieren, die die gewünschte Überführung leistet. Die Parameter $a_1, a_2, \ldots, a_r$ von $T_\mathfrak{e}$ lassen sich daher als Funktionen der Koordinaten des Elements $\mathfrak{e}$ ausdrücken, und man kann die Elementkoordinaten $x, y, y', \ldots, y^{(r-2)}$ statt $a_1, a_2, \ldots, a_r$ als neue Parameter einführen. Die in der Nähe der Identität liegenden Transformationen von Γ werden bei dieser Auffassung durch ihre Einwirkung auf das Anfangselement $\mathfrak{e}$ voneinander unterschieden.

Wenn wir zu dem Anfangselement $\mathfrak{e}_0$ noch ein anderes Gebilde, z. B. einen Punkt $\mathfrak{P}_0$ mit den Koordinaten X_0, Y_0, hinzunehmen und auf beide die Transformationen T der Gruppe Γ einwirken lassen, so entsteht eine invariante Mannigfaltigkeit $\mathfrak{M}$, deren Glieder jedes aus einem Punkte $\mathfrak{P} = (\mathfrak{P}_0)\,T$ und einem Element $\mathfrak{e} = (\mathfrak{e}_0)\,T$ bestehen. Dass $\mathfrak{M}$ eine invariante Mannigfaltigkeit ist, liegt auf der Hand. Wendet man nämlich auf $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{e}$ eine Transformation S der Gruppe Γ an, so ergibt sich dasselbe Resultat, wie bei Einwirkung von TS auf $\mathfrak{P}_0$ und $\mathfrak{e}_0$. Nach *Lies* Terminologie wäre

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$\mathfrak{M}$ als die kleinste invariante Mannigfaltigkeit um $\mathfrak{P}_0$, $\mathfrak{e}_0$ zu bezeichnen (vgl. *Lie-Engel*, Theorie der Transformationsgruppen, Bd. I, S. 224).

Denken wir uns $\mathfrak{e}_0$ als absolut fest, $\mathfrak{P}_0$ dagegen als veränderlich, so gibt es ∞^2 durchgehend verschiedene Mannigfaltigkeiten $\mathfrak{M}$. Jede von ihnen ist vollkommen bestimmt durch den Punkt $\mathfrak{P}_0$, der sie zusammen mit $\mathfrak{e}_0$ unter Einwirkung der Gruppe Γ hervorbringt.

Wird nun ein Punkt $\mathfrak{P}$ und ein Element $(r-2)$-ter Ordnung $\mathfrak{e}$ vorgelegt, so gehört das Paar $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{e}$ einer ganz bestimmten Mannigfaltigkeit $\mathfrak{M}$ an. Es gibt nämlich, wenn $\mathfrak{e}$ nicht zu stark von $\mathfrak{e}_0$ abweicht, in gewisser Nähe der Identität eine und nur eine Transformation $T_\mathfrak{e}$, die $\mathfrak{e}_0$ in $\mathfrak{e}$ überführt, und dieselbe Transformation verwandelt den Punkt $\mathfrak{P}_0 = (\mathfrak{P})\, T_\mathfrak{e}^{-1}$ in $\mathfrak{P}$. Das Paar $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{e}$ gehört also derjenigen Mannigfaltigkeit $\mathfrak{M}$ an, die aus $\mathfrak{P}_0$, $\mathfrak{e}_0$ unter Einwirkung von Γ entsteht.

Als Relativkoordinaten des Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf das Element $\mathfrak{e}$ würde *Cartan*[1]), der diesen Sonderfall allerdings nicht betrachtet hat, zwei Grössen bezeichnen, welche die Lage von $\mathfrak{P}$ bestimmen, sobald $\mathfrak{e}$ fixiert ist, und sich invariant verhalten, wenn man $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{e}$ zusammen irgend einer Transformation der Gruppe Γ unterwirft. Da das Paar $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{e}$ hierbei die Mannigfaltigkeit $\mathfrak{M}$, in der es liegt, nicht verlässt und sich transitiv in $\mathfrak{M}$ bewegt, so liegt es nahe, als Relativkoordinaten des Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf $\mathfrak{e}$ die cartesischen Koordinaten X_0, Y_0 des Punktes $\mathfrak{P}_0$ zu betrachten, durch den im Verein mit $\mathfrak{e}_0$ jene Mannigfaltigkeit charakterisiert ist. Diese Grössen genügen auch der ersten Forderung, dass sie den Punkt $\mathfrak{P}$ festlegen, sobald $\mathfrak{e}$ gegeben ist. Durch $\mathfrak{e}$ wird nämlich die Transformation $T_\mathfrak{e}$ der Gruppe Γ bestimmt, die $\mathfrak{e}_0$ in $\mathfrak{e}$ verwandelt. Dieselbe Transformation führt aber $\mathfrak{P}_0$ in $\mathfrak{P}$ über.

---

[1]) *Cartan* nennt als seinen Vorläufer auf unserem Gebiete *Emile Cotton*. Dieser geistvolle Mathematiker hat schon im Jahre 1905 die Theorie des beweglichen Dreikants auf beliebige Transformationsgruppen übertragen (Bulletin de la Soc. math. de France, t. XXXIII., p. 42). Seine Abhandlung ist leider wenig beachtet worden.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Kurz gefasst würde die obige Definition folgendermassen lauten: Die Relativkoordinaten des Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf das Element e sind die cartesischen Koordinaten des Punktes $(\mathfrak{P})\,T_e^{-1}$, wobei T_e die durch $(e_0)\,T_e = e$ bestimmte Transformation der Gruppe Γ bedeutet.

Genau entsprechend werden die Relativkoordinaten anderer Gebilde in Bezug auf das Element e definiert. So sind z. B. die Relativkoordinaten eines Kurvenelementes $\mathfrak{E}$ in Bezug auf e nichts anderes als die gewöhnlichen Koordinaten des Elementes $(\mathfrak{E})\,T_e^{-1}$. Doch wollen wir zunächst bei den Relativkoordinaten eines Punktes bleiben. Diese sind offenbar simultane Invarianten von $\mathfrak{P}$ und e, d. h. invariante Funktionen von X, Y und x, y, y', . . . , $y^{(r-2)}$. Sie haben die Eigenschaft, sich auf X, Y zu reduzieren, wenn e mit e_0 zusammenfällt. Dann ist nämlich T_e die Identität, also $(\mathfrak{P})\,T_e^{-1}$ der Punkt $\mathfrak{P}$ selbst.

G. Picks kovariante Koordinaten sind dasselbe, wie die oben definierten Relativkoordinaten. Nur wird von ihm nicht ausdrücklich gefordert, dass sie sich auf X, Y reduzieren sollen, wenn das Element e eine besondere Anfangslage e_0 annimmt. *Cartan* scheint die grundlegende *Pick*sche Abhandlung aus dem Jahre 1906, die seine allgemeine Idee der Relativkoordinaten in einem wichtigen Falle anticipiert, nicht zu kennen und nennt, wie bereits oben erwähnt, nur *E. Cotton* (1905) als Vorläufer.

Liegen die endlichen Transformationen der Gruppe Γ vor, so kann man die Relativkoordinaten des Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf das Element e ohne Integration berechnen. Verfügt man dagegen nur über die infinitesimalen Transformationen $A_1 f, \ldots A_r f$ von Γ, so muss man sie $(r-2)$-mal erweitern, um zu erkennen, wie bei Γ die Elemente e transformiert werden. Da $\mathfrak{P}$ und e immer beide derselben Transformation von Γ unterliegen, so wirkt auf die Paare $\mathfrak{P}$, e die Gruppe

$$\overline{A}_1 f + A_1^{(r-2)} f, \ \ldots, \ \overline{A}_r f + A_r^{(r-2)} f$$

ein. Dabei bedeutet $A_\varrho^{(r-2)} f$ die $(r-2)$-te Erweiterung von $A_\varrho f$ und $\overline{A}_\varrho f$ das in X, Y geschriebene $A_\varrho f$. Die Relativko-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ordinaten des Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf das Element $\mathfrak{e}$ sind nun, als simultane Invarianten von $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{e}$, Lösungen des vollständigen Systems

$$\overline{A}_\varrho f + A_\varrho^{(r-2)} f = 0, \quad (\varrho = 1, \ldots, r)$$

und zwar, weil sie sich im Falle $\mathfrak{e} = \mathfrak{e}_0$ auf X, Y reduzieren, die Hauptlösungen dieses Systems für $\mathfrak{e} = \mathfrak{e}_0$ (vgl. *Lie-Engel*, Bd. I, S. 91, Theorem 12). Dadurch sind sie eindeutig bestimmt.

Hat man bei einer Transformationsgruppe Γ das obige vollständige System integriert und die Relativkoordinaten gewonnen, so ist man im Stande, die endlichen Transformationen von Γ aufzuschreiben. Sind nämlich

$$X_0 = \varphi(X, Y, x, y, y', \ldots, y^{(r-2)}),$$
$$Y_0 = \psi(X, Y, x, y, y', \ldots, y^{(r-2)})$$

die Relativkoordinaten des Punktes $\mathfrak{P}$ oder X, Y in Bezug auf das Element $\mathfrak{e}$ oder x, y, y', $\ldots$, $y^{(r-2)}$, so lassen sich X_0, Y_0, wie wir wissen, als cartesische Koordinaten des Punktes $\mathfrak{P}_0$ auffassen, aus welchem $\mathfrak{P}$ durch die Transformation $T_\mathfrak{e}$ der Gruppe Γ hervorgeht. Dabei können wir als Parameter dieser Transformationen die Koordinaten x, y, y', $\ldots$, $y^{(r-2)}$ des Elements $\mathfrak{e}$ benutzen. Die obigen Gleichungen, die man in die symbolische Formel $\mathfrak{P}_0 = (\mathfrak{P})\, T_\mathfrak{e}^{-1}$ zusammenfassen kann, stellen also die Transformation $T_\mathfrak{e}^{-1}$ dar. Da nun die Transformationen einer *Lie*schen Gruppe sich paarweise als inverse zusammenordnen, so haben wir tatsächlich alle endlichen Transformationen der Gruppe Γ vor uns, wenigstens alle in einer gewissen Umgebung der Identität. Es gilt somit folgender Satz:

Die Relativkoordinaten der Punkte in Bezug auf ein gegebenes Element $(r-2)$-ter Ordnung (bei einer r-gliedrigen Transformationsgruppe, die diese Elemente transitiv vertauscht,) hängen mit den Absolutkoordinaten durch eine Transformation der Gruppe zusammen. Man findet die ganze Gruppe, indem man das Element $(r-2)$-ter Ordnung anders und anders wählt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

E. Nohel hat (vgl. Sitzungsberichte der Wiener Akademie, math.-phys. Klasse, 1914) für alle Transformationsgruppen der Ebene, die in $(r-2)$-maliger Erweiterung einfach transitiv sind, die Relativkoordinaten eines Punktes in Bezug auf ein Element $(r-2)$-ter Ordnung berechnet. Seine Ergebnisse entsprechen aber nicht durchweg dem obigen Satze, weil die von ihm berechneten Grössen irgendwelche Funktionen unserer Relativkoordinaten sein können. Es fehlt eben die Forderung, dass die Relativkoordinaten im Falle $\mathfrak{e} = \mathfrak{e}_0$ mit den gewöhnlichen Koordinaten X, Y identisch sein sollen.

II.

Endliche und differentielle Identitätsbedingungen.

Wenn man einen und denselben Punkt $\mathfrak{P}$ auf zwei verschiedene Elemente $(r-2)$-ter Ordnung $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ bezieht, so hat er das eine Mal die Relativkoordinaten X_0, Y_0, das andere Mal die Relativkoordinaten X'_0, Y'_0. Wie wir gesehen haben, sind X_0, Y_0 die cartesischen Koordinaten des Punktes $(\mathfrak{P})\, T_{\mathfrak{e}}^{-1}$ und X'_0, Y'_0 die des Punktes $(\mathfrak{P})\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1}$, während $T_{\mathfrak{e}}$ und $T_{\mathfrak{e}'}$ durch die symbolischen Gleichungen

$$(\mathfrak{e}_0)\, T_{\mathfrak{e}} = \mathfrak{e}, \quad (\mathfrak{e}_0)\, T_{\mathfrak{e}'} = \mathfrak{e}'$$

festgelegt werden.

Wir fragen nun nach der Beziehung zwischen X_0, Y_0 und X_0', Y_0'. Diese Frage ist leicht zu beantworten. Aus

$$\mathfrak{P}_0 = (\mathfrak{P})\, T_{\mathfrak{e}}^{-1}\,, \quad \mathfrak{P}_0' = (\mathfrak{P})\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1}$$

folgt

$$\mathfrak{P}_0' = (\mathfrak{P}_0)\, T_{\mathfrak{e}}\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1} = (\mathfrak{P}_0)\, T_{\mathfrak{e}^*}.$$

$T_{\mathfrak{e}}\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1}$ ist nämlich eine Transformation $T_{\mathfrak{e}^*}$ der Gruppe Γ. Die Parameter von $T_{\mathfrak{e}^*}$ sind Funktionen der Koordinaten von $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$, und zwar r Simultaninvarianten der beiden Elemente $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ gegenüber der Gruppe Γ. Um das einzusehen, braucht man sich nur die Bedeutung von $\mathfrak{e}^*$ klar zu machen. Dies gelingt sofort, wenn man die Trans-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

formation $T_{\mathfrak{e}}\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1} = T_{\mathfrak{e}^*}$ auf das Element $\mathfrak{e}_0$ anwendet. Dabei ergibt sich nämlich

$$(\mathfrak{e}_0)\, T_{\mathfrak{e}}\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1} = (\mathfrak{e})\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1},\quad (\mathfrak{e}_0)\, T_{\mathfrak{e}^*} = \mathfrak{e}^*,$$

also

$$\mathfrak{e}^* = (\mathfrak{e})\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1}.$$

Hiernach sind die cartesischen Koordinaten des Elements $\mathfrak{e}^*$ die Relativkoordinaten von $\mathfrak{e}$ in Bezug auf $\mathfrak{e}'$. Als Relativkoordinaten bleiben sie aber invariant, sobald $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ gleichzeitig irgend einer Transformation der Gruppe Γ unterworfen werden. Sie reduzieren sich, wie man aus der Beziehung $T_{\mathfrak{e}}\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1} = T_{\mathfrak{e}^*}$ ersieht, auf die cartesischen Koordinaten des Elementes $\mathfrak{e}$, wenn $\mathfrak{e}'$ mit $\mathfrak{e}_0$ zusammenfällt. Diese Grössen sind also die Hauptlösungen des vollständigen Systems

$$A_\varrho^{(r-2)} f + A'_\varrho{}^{(r-2)} f = 0 \quad (\varrho = 1, \ldots, r)$$

für $\mathfrak{e}' = \mathfrak{e}_0$. Dadurch sind sie eindeutig bestimmt, und man sieht zugleich, dass ausser ihnen keine wesentlich neue Invariante von $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ gegenüber der Gruppe Γ existiert.

Es sei hier noch auf folgende interessante Tatsache hingewiesen. Die r Relativkoordinaten von $\mathfrak{e}$ in Bezug auf $\mathfrak{e}'$ bestimmen die Gruppe Γ vollkommen, d. h. jede Transformation der Elemente $(r-2)$-ter Ordnung, die bei gleichzeitiger Anwendung auf $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ jene r Grössen invariant lässt, ist die $(r-2)$-malige Erweiterung einer Transformation von Γ.

Am leichtesten überzeugt man sich hiervon, wenn man nur infinitesimale Elementtransformationen betrachtet. Es sei also Wf eine infinitesimale Transformation der Elemente $(r-2)$-ter Ordnung, welche, auf $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ angewandt, die r simultanen Invarianten, die diese Elemente bei der Gruppe Γ haben, ungeändert lässt. Dann muss die Gleichung $Wf + W'f = 0$ eine Folge der r Gleichungen $A_\varrho^{(r-2)} f + A'_\varrho{}^{(r-2)} f = 0$ sein, d. h. es muss eine Relation von folgender Form stattfinden:

$$Wf + W'f = \Sigma \varphi_\varrho \,(A_\varrho^{(r-2)} f + A'_\varrho{}^{(r-2)} f).$$

Diese Relation zerfällt aber in die beiden Relationen

$$Wf = \Sigma \varphi_\varrho\, A_\varrho^{(r-2)} f \quad \text{und} \quad W'f = \Sigma \varphi_\varrho\, A'_\varrho{}^{(r-2)} f.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Aus der ersten ersieht man, dass $\varphi_1, \ldots, \varphi_r$ nur von den Koordinaten des Elements $\mathfrak{e}$, aus der zweiten, dass sie nur von den Koordinaten des Elements $\mathfrak{e}'$ abhängen. Daraus folgt, dass $\varphi_1, \ldots, \varphi_r$ konstante Werte $c_1, \ldots, c_r$ haben. Es ergibt sich also

$$Wf = \Sigma c_\varrho A_\varrho^{(r-2)} f,$$

d. h. Wf ist die $(r-2)$-malige Erweiterung einer infinitesimalen Transformation $\Sigma c_\varrho A_\varrho f$ der Gruppe Γ.

Will man nicht mit infinitesimalen, sondern mit endlichen Transformationen operieren, so wäre der Beweis unter Anlehnung an ein von *Cartan* bei ähnlicher Gelegenheit benutztes Verfahren folgendermassen zu führen. E sei eine Transformation der Elemente $(r-2)$-ter Ordnung, die $\mathfrak{e}$ in $\bar{\mathfrak{e}}$ und $\mathfrak{e}'$ in $\bar{\mathfrak{e}}'$ verwandelt. Lässt diese Transformation die r simultanen Invarianten von $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ ungeändert, so gilt die Gleichung

$$T_{\bar{\mathfrak{e}}}\, T_{\bar{\mathfrak{e}}'}^{-1} = T_{\mathfrak{e}}\, T_{\mathfrak{e}'}^{-1}.$$

Daraus folgt

$$T_{\mathfrak{e}}^{-1}\, T_{\bar{\mathfrak{e}}} = T_{\mathfrak{e}'}^{-1}\, T_{\bar{\mathfrak{e}}'},$$

d. h. $T_{\mathfrak{e}}^{-1} T_{\bar{\mathfrak{e}}}$ ist eine feste Transformation S der Gruppe Γ, und man hat $T_{\bar{\mathfrak{e}}} = T_{\mathfrak{e}} S$, also $(\mathfrak{e}_0)\, T_{\bar{\mathfrak{e}}} = (\mathfrak{e}_0)\, T_{\mathfrak{e}} S$, d. h.

$$\bar{\mathfrak{e}} = (\mathfrak{e}) S.$$

Die betrachtete Elementtransformation E drückt demnach aus, wie die Transformation S der Gruppe Γ auf die Elemente $(r-2)$-ter Ordnung wirkt, sie ist mit anderen Worten die $(r-2)$-malige Erweiterung einer Transformation von Γ. Nur die $(r-2)$-mal erweiterten Transformationen von Γ haben die Eigenschaft, die r Invarianten der Elemente $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ ungeändert zu lassen. Kennt man diese Invarianten

$$I_1(\mathfrak{e}, \mathfrak{e}'), \ldots, I_r(\mathfrak{e}, \mathfrak{e}'),$$

so kann man die endlichen Gleichungen der $(r-2)$-mal erweiterten Gruppe Γ sofort hinschreiben. Zunächst gelten für alle Transformationen der erweiterten Gruppe und nur für sie die Relationen

$$I_1(\bar{\mathfrak{e}}, \bar{\mathfrak{e}}') = I_1(\mathfrak{e}, \mathfrak{e}'),$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$I_r(\bar{\mathfrak{e}}, \bar{\mathfrak{e}}') = I_r(\mathfrak{e}, \mathfrak{e}').$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Lässt man $\bar{\mathfrak{e}}'$ mit $\mathfrak{e}_0$ zusammenfallen, so reduzieren sich die linken Seiten auf die Koordinaten von $\bar{\mathfrak{e}}$, und man hat die endlichen Gleichungen der $(r-2)$-mal erweiterten Gruppe Γ vor sich. Vorausgesetzt wird hierbei, dass die Invarianten $I_1(\mathfrak{e}, \mathfrak{e}'), \ldots, I_r(\mathfrak{e}, \mathfrak{e}')$ gerade die Relativkoordinaten von $\mathfrak{e}$ in Bezug auf $\mathfrak{e}'$ darstellen.

Dass die Relativkoordinaten von $\mathfrak{e}$ in Bezug auf $\mathfrak{e}'$ charakteristische Invarianten der $(r-2)$-mal erweiterten Gruppe Γ sind, ist übrigens ein Spezialfall einer allgemeinen Eigenschaft, die allen Relativkoordinaten zukommt. Auch die Relativkoordinaten eines Punktes $\mathfrak{P}$ bezüglich eines Elements $\mathfrak{e}$ von $(r-2)$-ter Ordnung sind charakteristische Invarianten der auf $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{e}$ erweiterten Gruppe Γ. Dies hat folgenden Sinn.

Wenn eine Punkttransformation $\mathfrak{P}$ in $\bar{\mathfrak{P}}$ verwandelt und eine Elementtransformation $(r-2)$-ter Ordnung $\mathfrak{e}$ in $\bar{\mathfrak{e}}$, so jedoch, dass die Relativkoordinaten von $\mathfrak{P}$ in Bezug auf $\mathfrak{e}$ ungeändert bleiben, dann gehört die Punkttransformation der Gruppe Γ an, und die Elementtransformation ist ihre $(r-2)$-te Erweiterung. Aus

$$(\bar{\mathfrak{P}})\ T_{\bar{\mathfrak{e}}}^{-1} = (\mathfrak{P})\ T_{\mathfrak{e}}^{-1}$$

folgt in der Tat

$$\bar{\mathfrak{P}} = (\mathfrak{P})\ T^{-1}\ T_{\bar{\mathfrak{e}}} = (\mathfrak{P})\ T.$$

Hieraus ersieht man, dass die betrachtete Punkttransformation eine bestimmte Transformation T der Gruppe Γ ist. Aus $T_{\bar{\mathfrak{e}}}^{-1}\ T_{\bar{\mathfrak{e}}} = T$ folgt aber $T_{\bar{\mathfrak{e}}} = T_{\mathfrak{e}}\ T$ und $(\mathfrak{e}_0)\ T_{\bar{\mathfrak{e}}} = (\mathfrak{e}_0)\ T_{\mathfrak{e}}\ T$, d. h.

$$\bar{\mathfrak{e}} = (\mathfrak{e})\ T.$$

Die betrachtete Elementtransformation drückt also aus, wie T auf die Elemente $(r-2)$-ter Ordnung einwirkt.

Kennt man die Ausdrücke $J_1(\mathfrak{P}, \mathfrak{e})$, $J_2(\mathfrak{P}, \mathfrak{e})$ der Relativkoordinaten von $\mathfrak{P}$ in Bezug auf $\mathfrak{e}$, so erfüllen alle Transformationen der Gruppe Γ und nur sie allein die Bedingungen

$$J_1(\bar{\mathfrak{P}}, \bar{\mathfrak{e}}) = J_1(\mathfrak{P}, \mathfrak{e}),$$
$$J_2(\bar{\mathfrak{P}}, \bar{\mathfrak{e}}) = J_2(\mathfrak{P}, \mathfrak{e}).$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Lässt man $\overline{\mathfrak{e}}$ mit $\mathfrak{c}_0$ zusammenfallen, so reduzieren sich die linken Seiten auf die Koordinaten des Punktes $\overline{\mathfrak{P}}$, und man hat die endlichen Gleichungen der Gruppe Γ vor sich.

Kehren wir nach dieser Abschweifung zurück zu der symbolischen Formel

$$(*) \qquad \mathfrak{P}'_0 = (\mathfrak{P}_0)\ T_{\mathfrak{e}}\ T_{\mathfrak{e}'}^{-1},$$

die den Zusammenhang zwischen den Relativkoordinaten eines Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf zwei verschiedene Elemente $(r-2)$-ter Ordnung $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ vermittelt.

Die in ihr zusammengefassten beiden Gleichungen wollen wir unter Anlehnung an *G. Picks* Terminologie die endlichen Identitätsbedingungen nennen. Sie drücken nämlich aus, dass der Punkt mit den Relativkoordinaten X_0, Y_0 in Bezug auf $\mathfrak{e}$ und der Punkt mit den Relativkoordinaten X'_0, Y'_0 in Bezug auf $\mathfrak{e}'$ miteinander identisch sind.

Diese endlichen Identitätsbedingungen treten in der natürlichen Geometrie bisher nirgends auf. Vielmehr operiert man gewöhnlich mit anderen, viel bequemeren Identitätsbedingungen, die sich aus den endlichen ergeben, wenn man die Elemente $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}'$ unendlich benachbart annimmt. Dann wird $T_{\mathfrak{e}}\ T_{\mathfrak{e}'}^{-1}$ eine infinitesimale Transformation der Gruppe Γ, und die symbolische Identitätsrelation (*) auf Seite 11 nimmt die konkretere Form an:

$$(\dagger) \qquad df = \Sigma\ U_\varrho\ A_\varrho^{\,0}\ f,$$

wobei f eine willkürliche Funktion der Relativkoordinaten X_0, Y_0 ist, die auch in den Symbolen $A_\varrho f$ an die Stelle von x, y treten, was durch die oben angefügte Null zum Ausdruck gebracht wird. Unter $A_1 f, \ldots, A_r f$ hat man die infinitesimalen Transformationen der Gruppe Γ zu verstehen. Was die U_ϱ anbetrifft, so sind sie simultane Invarianten der unendlich benachbarten Elemente $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e}' = \mathfrak{e} + d\mathfrak{e}$. Sie erscheinen als *Pfaff*sche Ausdrücke in den Koordinaten des Elements $\mathfrak{e}$. Dies alles geht aus der oben entwickelten allgemeinen Theorie hervor, wenn man $\mathfrak{e}'$ unendlich nahe an $\mathfrak{e}$ heranrücken lässt. Doch darf man sich mit dieser Herleitung nicht begnügen, muss vielmehr einen strengen direkten Beweis verlangen. Einen solchen hat *G. Kowalewski* in seiner oben zitierten Pariser Note gegeben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Die Formel (†) ist die Zusammenfassung zweier Gleichungen, die man die differentiellen Identitätsbedingungen nennen könnte, im Gegensatz zu den endlichen Identitätsbedingungen, die in der symbolischen Formel (*) auf Seite 10 enthalten sind. Die differentiellen Identitätsbedingungen beziehen sich auf die infinitesimalen Inkremente, welche die Relativkoordinaten eines Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf das Element $\mathfrak{e}$ bei infinitesimaler Änderung dieses Elementes erfahren. Anstatt die Inkremente der beiden Relativkoordinaten zu betrachten, kann man nach einem bewährten Kunstgriff *Lies* das Inkrement einer willkürlichen Funktion dieser Koordinaten ins Auge fassen. Dadurch entsteht die Formel (†). So würde *Lie* die Identitätsbedingungen geschrieben haben, wenn er sich mit natürlicher Geometrie beschäftigt hätte. Die Formel (†) kommt, wie in *Kowalewskis* Pariser Note bemerkt wurde, sogar tatsächlich bei *Lie* vor, freilich in ganz anderer Bedeutung, nämlich als analytischer Ausdruck seines ersten Fundamentalsatzes.

Hinsichtlich der Pfaffschen Ausdrücke U_ϱ ist noch folgendes zu sagen. Aus einer Bemerkung von *Cartan* über *Lies* ersten Fundamentalsatz folgt, dass die U_ϱ charakteristische Differentialinvarianten der Gruppe Γ sind, d. h. jede Transformation der Elemente $(r-2)$-ter Ordnung, die $U_1, U_2, \ldots, U_r$ einzeln invariant lässt, ist die $(r-2)$-te Erweiterung einer Transformation von Γ. Da die U_ϱ, nach einem Satze von *Lie*, eine nicht verschwindende Determinante haben, so kann man jeden Pfaffschen Ausdruck U in $x, y, y', \ldots, y^{(r-2)}$ aus den U_ϱ linear kombinieren:

$$U = \Sigma \psi_\varrho (x, y, y', \ldots, y^{(r-2)})\, U_\varrho.$$

Soll nun U die Gruppe Γ gestatten, so müssen die Koeffizienten ψ_ϱ Konstanten sein. $\Sigma c_\varrho U_\varrho$ ist also die allgemeine Form eines bei Γ invarianten Pfaffschen Ausdrucks in $x, y, y', \ldots, y^{(r-2)}$. Die U_ϱ selbst wollen wir die Pfaffschen Fundamentalinvarianten von Γ nennen.

Bei der Gruppe der Bewegungen $p, q, -yp + xq$ lauten die drei Pfaffschen Fundamentalinvarianten z. B. folgendermassen:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$U_1 = \frac{dx + y'dy}{\sqrt{1+y'^2}},\ U_2 = \frac{y'dx - dy}{\sqrt{1+y'^2}},\ U_3 = \frac{dy'}{1+y'^2}.$$

Die einzigen Linienelementtransformationen, die diese drei Pfaffschen Ausdrücke ungeändert lassen, sind die einmal erweiterten Bewegungen, und ein Pfaffscher Ausdruck in x, y, y', der alle Bewegungen gestattet, hat die Form $c_1 U_1 + c_2 U_2 + c_3 U_3$.

Es darf nicht unerwähnt bleiben, dass die differentiellen Identitätsbedingungen gewöhnlich nicht in der allgemeinen Form (†) zur Verwendung gelangen. Sie werden vielmehr in der Weise spezialisiert, dass man unter $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{e} + d\mathfrak{e}$ unendlich benachbarte Elemente $(r-2)$-ter Ordnung einer Kurve versteht. Es handelt sich also um die Inkremente der Relativkoordinaten eines ruhenden Punktes in Bezug auf ein Element $(r-2)$-ter Ordnung, das längs einer festen Kurve variiert. Versteht man unter ds das niedrigste Bogenelement[1]) der Gruppe Γ, so sind die Quotienten $U_\varrho : ds$ Differentialinvarianten $(r-1)$-ter Ordnung, mithin Funktionen der niedrigsten Differentialinvariante I dieser Gruppe. Die speziellen Identitätsbedingungen lassen sich also in folgender Form schreiben:

$$\frac{df}{ds} = \Sigma\, \omega_\varrho(I)\, A^0_\varrho f.$$

In der oben zitierten Arbeit von *E. Nohel* haben die Identitätsbedingungen nicht überall diese kanonische Form, d. h. die Inkremente der Relativkoordinaten sind bei ihm nicht in allen Fällen durch eine infinitesimale Transformation der Gruppe Γ realisierbar. Der Grund hierfür liegt offenbar darin, dass die *Pick*schen kovarianten Koordinaten beliebige Funktionen unserer Relativkoordinaten sind, wie bereits früher hervorgehoben wurde. Dagegen sind unsere Relativkoordinaten eindeutig bestimmt, sobald man das Anfangelement $\mathfrak{e}_0$ festgelegt hat.

---

[1]) Diese Bogenelemente hat auf *Lies* Veranlassung *Heineck* bestimmt, und zwar nicht nur für alle Gruppen der Ebene, sondern auch für einige räumliche Gruppen. Vgl. seine Leipziger Dissertation: Invariante Kurvenintegrale etc. 1899. Wegen des Terminus »invariantes Bogenelement« vgl. man z. B. die Dissertation von *G. Noth*, Leipziger Berichte, 1904, S. 21.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

III.

Relativkoordinaten mit zwei Bezugselementen.

Neue Entwickelungsmöglichkeiten der natürlichen Geometrie ergeben sich, wenn man den Begriff der Relativkoordinaten in der Weise erweitert, dass man statt eines Bezugselements mehrere, also z. B. zwei Bezugselemente einführt, ein Element $\mathfrak{e}_1$ von der Ordnung r_1-2 und ein Element $\mathfrak{e}_2$ von der Ordnung r_2-2. Die Gesamtzahl ihrer cartesischen Koordinaten muss gleich der Gliederzahl der Gruppe Γ sein, also $r_1+r_2=r$, und die Mannigfaltigkeit der Paare $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2$ durch Γ transitiv transformiert werden. Unter dieser Voraussetzung gibt es, wenn $\mathfrak{e}_1^0, \mathfrak{e}_2^0$ ein Anfangspaar von allgemeiner Lage ist und $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2$ ein beliebiges Paar einer gewissen Umgebung des Anfangspaares, in der Nähe der Identität eine und nur eine Transformation $T_{\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2}$ von Γ, die $\mathfrak{e}_1^0, \mathfrak{e}_2^0$ in $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2$ überführt, d. h. $\mathfrak{e}_1^0$ in $\mathfrak{e}_1$ und zugleich $\mathfrak{e}_2^0$ in $\mathfrak{e}_2$. Die in der Nähe der Identität liegenden Transformationen von Γ lassen sich also durch ihre Einwirkung auf das Elementpaar $\mathfrak{e}_1^0, \mathfrak{e}_2^0$ voneinander unterscheiden.

Als Relativkoordinaten eines Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf das Elementpaar $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2$ definieren wir jetzt die cartesischen Koordinaten des Punktes $\mathfrak{P}_0 = (\mathfrak{P})\, T_{\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2}^{-1}$ (vgl. die analoge Definition auf S. 4). Diese Grössen haben erstens die Eigenschaft, die Lage des Punktes $\mathfrak{P}$ zu bestimmen, sobald man das Elementpaar $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2$ fixiert hat, weil in der Tat durch Angabe von $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2$ die Transformation $T_{\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2}$ festgelegt ist, die $\mathfrak{P}_0$ in $\mathfrak{P}$ überführt. Zweitens bleiben die Relativkoordinaten ungeändert, wenn man sowohl $\mathfrak{P}$ als auch das Bezugssystem $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2$ irgend einer Transformation T der Gruppe Γ unterwirft. Ist nämlich

$$\bar{\mathfrak{e}}_1 = (\mathfrak{e}_1)\, T, \bar{\mathfrak{e}}_2 = (\mathfrak{e}_2)\, T, \bar{\mathfrak{P}} = (\mathfrak{P})\, T,$$

so hat man

$$\bar{\mathfrak{e}}_1 = (\mathfrak{e}_1^0)\, T_{\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2} T, \bar{\mathfrak{e}}_2 = (\mathfrak{e}_1^0)\, T_{\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2} T,$$

mithin

$$T_{\bar{\mathfrak{e}}_1 \bar{\mathfrak{e}}_2} = T_{\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2} T.$$

Die Relativkoordinaten des Punktes $\bar{\mathfrak{P}}$ in Bezug auf $\bar{\mathfrak{e}}_1, \bar{\mathfrak{e}}_2$ sind aber nach der obigen Definition die cartesischen Koordinaten des Punktes

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$(\bar{\mathfrak{P}})\, T_{\bar{e}_1 \bar{e}_2} = (\bar{\mathfrak{P}})\, T^{-1} T^{-1}_{e_1 e_2} = (\mathfrak{P})\, T T^{-1} T^{-1}_{e_1 e_2} = (\mathfrak{P})\, T^{-1}_{e_1 e_2},$$

stimmen also wirklich mit den Relativkoordinaten des Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf e_1, e_2 überein.

Es bedarf kaum der Erwähnung, dass man in genau entsprechender Weise die Relativkoordinaten anderer Gebilde in Bezug auf das Elementpaar e_1, e_2 definieren kann.

Hinsichtlich der Identitätsbedingungen können wir uns auf einige Andeutungen beschränken, nachdem wir diesen Punkt bei den Relativkoordinaten mit einem einzigen Bezugselement ausführlich erörtert haben. Wird derselbe Punkt $\mathfrak{P}$ das eine Mal auf das Elementpaar e_1, e_2, das andere Mal auf e_1', e' bezogen, so sind seine Relativkoordinaten im ersten Falle die cartesischen Koordinaten des Punktes $\mathfrak{P}_0 = (\mathfrak{P})\, T^{-1}_{e_1 e_2}$, im zweiten Falle die des Punktes $\mathfrak{P}_0' = (\mathfrak{P})\, T^{-1}_{e_1' e_2'}$. Zwischen beiden besteht die Beziehung

$$(**) \qquad \mathfrak{P}_0' = (\mathfrak{P}_0)\, T_{e_1 e_2} T^{-1}_{e_1' e_2'} = (\mathfrak{P}_0)\, T_{e_1^* e_2^*}.$$

Die Bedeutung von e_1^*, e_2^* wird sofort klar, wenn wir $T_{e_1^* e_2^*}$ auf das Anfangspaar e_1^0, e_2^0 einwirken lassen. Es ergibt sich dann nämlich

$$e_1^* = (e_1^0)\, T_{e_1 e_2} T^{-1}_{e_1' e_2'} = (e_1)\, T^{-1}_{e_1' e_2'},$$
$$e_2^* = (e_2^0)\, T_{e_1 e_2} T^{-1}_{e_1' e_2'} = (e_2)\, T^{-1}_{e_1' e_2'}.$$

Daraus geht hervor, dass die cartesischen Koordinaten der Elemente e_1^*, e_2^* nichts anderes sind als die Relativkoordinaten des Paares e_1, e_2 in Bezug auf das Paar e_1', e_2'. Als Relativkoordinaten sind sie simultane Invarianten der beiden Paare e_1, e_2 und e_1', e_2' gegenüber der Gruppe Γ, und zwar handelt es sich hier wieder um charakteristische Invarianten. Auch die Relativkoordinaten eines Punktes in Bezug auf ein Elementpaar e_1, e_2 sind charakteristische Invarianten der Gruppe Γ, und diese Eigenschaft kommt überhaupt allen Relativkoordinaten zu.

Die symbolische Formel (**) ist eine Zusammenfassung der endlichen Identitätsrelationen. Die differentiellen Identitätsrelationen ergeben sich, wenn man e_1' und e_1, sowie e_2' und e_2 unendlich benachbart annimmt. Sie lassen sich, wenn man unter f eine willkürliche Funktion

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

der Relativkoordinaten X_0, Y_0 des Punktes $\mathfrak{P}$ in Bezug auf $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}_2$ versteht, in folgender Form schreiben:

$$df = \Sigma V_\varrho A^0_\varrho f.$$

Die Grössen V_ϱ sind r invariante Pfaffsche Ausdrücke in den Koordinaten der beiden Elemente $\mathfrak{e}_1$ und $\mathfrak{e}_2$ mit nichtverschwindender Determinante, und jeder andere invariante Ausdruck dieser Art setzt sich linear mit konstanten Koeffizienten aus den V_ϱ zusammen. Auch hier handelt es sich wieder um Invarianten, die für die Gruppe Γ charakteristisch sind.

Man kann die differentiellen Identitätsbedingungen dadurch spezialisieren, dass man die Elemente $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}_2$ auf zwei Kurven oder beide auf einer Kurve variieren lässt.

IV.

Erstes Beispiel: Relativkoordinaten eines Punktes in Bezug auf zwei Linienelemente gegenüber der allgemeinen affinen Gruppe.

Als Relativkoordinaten eines Punktes x, y in Bezug auf zwei Linienelemente x_1, y_1, y'_1 und x_2, y_2, y'_2 kann man die beiden Ausdrücke

$$u = \frac{y - y_2 - (x - x_2)\, y'_2}{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\, y'_2}, \qquad v = \frac{y - y_1 - (x - x_1)\, y'_1}{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\, y'_1}$$

benutzen, die eine einfache geometrische Bedeutung haben, wobei der Invariantencharakter gegenüber der allgemeinen affinen Gruppe evident wird. Lässt man x_1, y_1, y'_1 mit 1, 0, 0 und x_2, y_2, y'_2 mit 0, 1, ∞ zusammenfallen, so wird $u = x$, $v = y$, d. h. die Relativkoordinaten gehen in die Absolutkoordinaten über. Die Elemente 1, 0, 0 und 0, 1, ∞ bilden also das Ausgangspaar, von welchem in Nr. III die Rede war.

Bei der Aufstellung der differentiellen Identitätsbedingungen wollen wir uns von vorneherein auf den Standpunkt stellen, dass wir x_1, y_1, y'_1 und x_2, y_2, y'_2 als Linienelemente einer und derselben Kurve betrachten, an der sie unabhängig

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

voneinander entlang gleiten können. Dann lauten die Identitäsbedingungen, wie folgt:

$$(1) \qquad \begin{cases} du = u\,ds_1 + (u + v - 1)\, I_2\, ds_2, \\ dv = v\,ds_2 + (u + v - 1)\, I_1\, ds_1. \end{cases}$$

Hierbei haben wir zur Abkürzung gesetzt

$$\frac{(y'_2 - y'_1)\,dx_1}{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\,y'_2} = ds_1, \quad \frac{(y'_1 - y'_2)\,dx_2}{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\,y'_1} = ds_2,$$

ferner

$$\frac{\{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\,y'_2\}^2\, y''_1}{(y'_2 - y'_1)^2\,\{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\,y'_1\}} = I_1,$$

$$\frac{\{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\,y'_1\}^2\, y''_2}{(y'_1 - y'_2)^2\,\{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\,y'_2\}} = I_2.$$

Aus der allgemeinen Theorie folgt, dass ds_1, ds_2 invariante Differentialausdrücke und I_1, I_2 Differentialinvarianten sind. Man könnte ds_1, ds_2 als gemischte Bogenelemente bezeichnen und allgemein unter einem gemischten Bogenelement einen invarianten Differentialausdruck von der Form

$$\omega\,(x_1, y_1, y'_1, \ldots, y_1^{(\varrho)}, x_2, y_2, y'_2, \ldots, y_2^{(\sigma)})\, dx_1$$

verstehen. Was I_1 und I_2 anbetrifft, so sind sie die beiden Invarianten, die zwei Elemente zweiter Ordnung bei der genannten Gruppe besitzen.

Anwendung auf Kegelschnitte. Die Linienelemente x_1, y_1, y'_1 und x_2, y_2, y'_2 mögen einem Kegelschnitt angehören. Die Gleichung dieses Kegelschnitts in den Koordinaten u, v lautet dann

$$(2) \qquad (u - 1)^2 + (v - 1)^2 + 2\,Buv = 1.$$

Um das zu erkennen, bedenke man, dass u, v schiefwinklige Koordinaten sind. Als Achsen dienen dabei die Geraden der beiden Linienelemente x_1, y_1, y'_1 und x_2, y_2, y'_2, als Einheitspunkte auf den Achsen die Punkte dieser Linienelemente. Wird nun gefordert, dass ein Kegelschnitt

$$Au^2 + 2\,Buv + Cv^2 + 2\,Du + 2\,Ev + F = 0$$

die Achsen in den Punkten $u = 0$, $v = 1$ bezw. $u = 1$, $v = 0$ berührt, so findet man, dass seine Gleichung die Form (2) haben muss.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Nun wollen wir die beiden Linienelemente an dem Kegelschnitt entlang gleiten lassen. Da alle Punkte des Kegelschnittes fest bleiben, so können wir auf sie die Identitätsbedingungen anwenden. Es ergibt sich dann, dass die Gleichung

$$(3) \qquad (u - 1 + Bv)\,du + (v - 1 + Bu)\,dv + dB \,.\, uv = 0$$

eine Folge von (2) sein muss, wenn an die Stelle von du, dv die Ausdrücke (1) treten.

Setzt man die Koeffizienten beider Gleichungen in Proportion, so gelangt man zu folgenden Relationen:

$$(4) \qquad \begin{cases} 1 + BI_1 = I_1, \; 1 + BI_2 = I_2, \\ d\,(B+1) = -\,(B+1)\,(ds_1 + ds_2). \end{cases}$$

Aus den beiden ersten ergibt sich, dass $I_1 = I_2$ ist. Es gilt somit folgender Satz über Kegelschnitte:

Je zwei Elemente zweiter Ordnung x_1, y_1, y'_1, y''_1 und x_2, y_2, y'_2, y''_2 eines Kegelschnittes stehen zueinander in der Beziehung $I_1 = I_2$, d. h.

$$\frac{\{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\,y'_2\}^2\,y''_1}{(y'_2 - y'_1)^2\,\{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\,y'_1\}} =$$

$$\frac{\{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\,y'_1\}^2\,y''_2}{(y'_1 - y'_2)^2\,\{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\,y'_2\}}\,.$$

Legt man nicht Wert darauf, dass beide Seiten der Gleichung Differentialinvarianten sind, so kann man ihr folgende einfachere Form geben:

$$\{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\,y'_2\}^3\,y''_1 = \{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\,y'_1\}^3\,y''_2.$$

Führt man die Grössen

$$\frac{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\,y'_2}{\sqrt{1 + y'^2_2}} = d_1, \quad \frac{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\,y'_1}{\sqrt{1 + y'^2_1}} = d_2$$

ein, welche angeben, wie weit der Punkt je eines Linienelements von der Geraden des andern entfernt ist, ferner die Grössen

$$\frac{(\sqrt{1 + y'^2_1})^3}{y''_1} = \varrho_1, \quad \frac{(\sqrt{1 + y'^2_2})^3}{y''_2} = \varrho_2,$$

welche die Krümmungsradien an den beiden betrachteten Stellen ausdrücken, so nimmt die obige für die Kegelschnitte charakteristische Relation folgende Gestalt an:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\varrho_1 : \varrho_2 = d_1^{\,3} : d_2^{\,3}.$$

In Worten: Die Krümmungsradien in zwei Punkten eines Kegelschnitts verhalten sich wie die Kuben der Abstände jedes dieser Punkte von der Tangente im andern Punkte.

Denkt man sich die Tangenten in den beiden betrachteten Punkten P_1 und P_2 bis zu ihrem Schnittpunkt S verlängert, so verhalten sich d_1 und d_2 zueinander wie SP_1 und SP_2. Es besteht also bei einem Kegelschnitt folgende Eigenschaft:

Die Kuben der von einem Punkte an den Kegelschnitt gezogenen Tangenten verhalten sich wie die Krümmungsradien des Kegelschnitts in den Berührungspunkten. (*Liouville.*)

Erwähnt sei noch folgendes. Die Gleichung (2) stellt eine Parabel dar, wenn $B = -1$. Aus den Relationen (4) ergibt sich, dass in diesem Falle $I_1 = I_2 = \frac{1}{2}$ ist. Die dritte Relation wird zur Identität.

Für ein Element erster Ordnung und ein Element zweiter Ordnung, die beide derselben Parabel angehören, gilt also folgende charakteristische Beziehung:

$$\{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\, y'_2\}^2\, y''_1 = \\ = \tfrac{1}{2}(y'_2 - y'_1)^2\, \{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\, y'_1\}.$$

V.

Zweites Beispiel: Relativkoordinaten eines Punktes in Bezug auf einen Punkt und ein Linienelement gegenüber der speziellen affinen Gruppe.

Wir benutzen bei der speziellen affinen Gruppe als Bezugssystem einen Punkt x_1, y_1 und ein Linienelement x_2, y_2, y'_2. Als Relativkoordinaten eines Punktes x, y können folgende Ausdrücke dienen:

$$(1) \qquad \begin{cases} u = \dfrac{y - y_2 - (x - x_2)\, y'_2}{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\, y'_2}, \\ v = (x - x_2)(y_1 - y_2) - (y - y_2)(x_1 - x_2). \end{cases}$$

u und v sind schiefwinklige Koordinaten. Als Achsen werden benutzt die Verbindungslinie der Punkte x_1, y_1 und x_2, y_2

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nebst der Geraden des Linienelements x_2, y_2, y'_2. Einheitspunkt auf der u-Achse ist der Punkt x_1, y_1, Einheitspunkt auf der v-Achse ein Punkt, der zusammen mit x_1, y_1 und x_2, y_2 ein Dreieck vom Inhalt $\frac{1}{2}$ bildet.

Die differentiellen Identitätsbedingungen erscheinen hier in folgender Form:

$$(2) \qquad \begin{cases} du = I ds_1 \,.\, u - J ds_2 \,.\, v, \\ dv = (ds_1 + ds_2)\, u - I ds_1 \,.\, v - ds_2. \end{cases}$$

Dabei ist zur Abkürzung gesetzt worden:

$$(x_1 - x_2)\; dy_1 - (y_1 - y_2)\; dx_1 = ds_1,$$
$$(x_2 - x_1)\; dy_2 - (y_2 - y_1)\; dx_2 = ds_2,$$

ferner

$$\frac{y'_2 - y'_1}{\{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\, y'_2\}\;\{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\, y'_1\}} = I,$$

$$\frac{y''_2}{\{y_1 - y_2 - (x_1 - x_2)\, y'_2\}^3} = J.$$

I und J sind die beiden Invarianten, die das Linienelement x_1, y_1, y'_1 und das Element 2-ter Ordnung x_2, y_2, y'_2, y''_2 gegenüber der speziellen affinen Gruppe besitzen, während ds_1 und ds_2 invariante Pfaffsche Ausdrücke von evidenter geometrischer Bedeutung darstellen. Auch I und J lassen sich leicht geometrisch interpretieren. Z. B. ist $J = 1 : \varrho_2 \, d_1{}^3$ (vgl. S. 17).

Anwendung auf Kegelschnitte. Die Gleichung eines Kegelschnitts, der durch den Punkt x_1, y_1 hindurchgeht und das Linienelement x_2, y_2, y'_2 enthält, hat, in den Koordinaten u, v geschrieben, folgende Form:

$$(3) \qquad u^2 + 2\,Buv + Cv^2 - u = 0.$$

Nun lassen wir das Bezugssystem längs des Kegelschnitts variieren und wenden die Identitätsbedingungen an. Es ergibt sich alsdann, dass die Gleichung

$$(2u + 2\,Bv - 1)\, du + (2\,Bu + 2\,Cv)\, dv = 0$$

nach Einsetzung der Werte (2) für du, dv eine Folge von (3) sein muss. Verfolgt man diese Beziehung ins Einzelne, so gelangt man zu nachstehenden Relationen:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$(4) \qquad \begin{cases} B = -\frac{1}{2} I \ , \ C = \frac{1}{2} J, \\ dI = (I^2 + J)(ds_1 - ds_2), \\ dJ = 3IJ\,(ds_1 - ds_2). \end{cases}$$

$ds_1 - ds_2$ hat eine einfache geometrische Bedeutung. Bezeichnet man die Punkte x_1, y_1, und x_2, y_2 mit P_1 und P_2 und den Ursprung der rechtwinkligen Achsen mit O, so ist das zur Sehne $P_1 P_2$ gehörige Kegelschnittsegment $^1/_2 S$ gleich der Differenz zwischen dem Sektor OP_1P_2 und dem Dreieck OP_1P_2. Es gilt also die Differentialformel

$$dS = x_2\, dy_2 - y_2\, dx_2 - (x_1\, dy_1 - y_1\, dx_1) - \mathrm{d}\,(x_1 y_2 - x_2 y_1),$$

d. h.

$$dS = ds_2 - ds_1.$$

Die beiden letzten Relationen (4) nehmen jetzt folgende Gestalt an:

$$dI = -(I^2 + J)\, dS \ , \ dJ = -3\, IJ dS.$$

Hieraus ergibt sich durch Elimination von dS.

$$\frac{dI}{dJ} = \frac{I^2 + J}{3IJ}$$

oder

$$\frac{d(I^2)}{dJ} = \frac{2}{3}\frac{I^2}{J} + \frac{2}{3}.$$

Wir setzen

$$I^2 = 2J + U$$

und erhalten

$$\frac{dU}{dJ} = \frac{2}{3}\frac{U}{J},$$

also

$$U = cJ^{\frac{2}{3}}$$

und

$$(5) \qquad I^2 = 2J + cJ^{\frac{2}{3}} \qquad \text{(c konstant)}$$

Ein Element erster und ein Element zweiter Ordnung, die längs eines Kegelschnitts variieren, erfüllen diese charakteristische Relation, und zwar handelt es sich, nebenbei bemerkt, um eine Hyperbel, eine Parabel oder eine Ellipse, je nachdem die Konstante c positiv, null oder negativ ist.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wir wollen noch zeigen, wie sich das Segment $^1/_2 S$ durch eine der Differentialinvarianten I und J ausdrücken lässt. Man hat

$$dS = -\frac{dJ}{3IJ} = -\frac{dJ}{3J\sqrt{2J + cJ^{\frac{2}{3}}}}.$$

Nach Einführung der neuen Veränderlichen $V = J^{-\frac{1}{3}}$ findet man

$$dS = \frac{VdV}{\sqrt{2V + cV^2}},$$

also

$$cdS = \frac{(cV+1)\,dV}{\sqrt{2V + cV^2}} - \frac{dV}{\sqrt{2V + cV^2}},$$

mithin

$$cS = \sqrt{2V + cV^2} - \frac{1}{\sqrt{c}} \log\left(1 + cV + \sqrt{c\,(2V + cV^2)}\right),$$

wobei benutzt wurde, dass V und S gleichzeitig in Null übergehen. Man bemerke noch, dass $V = d_1 \varrho_2^{\frac{1}{3}} = d_2 \varrho_1^{\frac{1}{3}}$ ist (vgl. S. 18).

Den Fall der Parabel ($c = 0$) muss man durch einen Grenzübergang erledigen. Es ergibt sich auf diesem Wege

$$S = \frac{1}{3} V\sqrt{2V} \text{ oder } S = \frac{\sqrt{2}}{3} J^{-\frac{1}{2}} \text{ oder } S = \frac{2}{3I}.$$

* * *

G. Kowalewski et A. Weizsaecker: Nouveaux fondements et nouvelles perspectives de la géométrie intrinsèque des groupes de transformations dans le plan.

Il s'agit d'une explication plus détaillée des idées, que M. *Kowalewski* a indiquées dans sa courte note sur la géométrie intrinsèque et la première proposition fondamentale de Sophus Lie, présentée à l' Académie des Sciences de Paris le 23. II. 1914 par *M. É. Picard*, et de quelques applications, qu'une élève de M. Kowalewski, Melle *Amélie Weizsaecker*, en a fait.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

IV.

Vegetativní množení druhů Roripa amphibia a Sagittaria sagittaefolia.

Podává **J. Zbořil.**

Předloženo dne 21. ledna 1919.

Jest všeobecným zjevem u vodních rostlin, že v náhradu za slabé pohlavní vyvíjejí úsilovné množení vegetativní. Děje se tak hlízami oddenkovými, kořenujícími výhonky, osními úlomky, přímým pučením jednoho jedince z druhého, obzvláště pak význačně opadavými zimními pupeny (hibernakuly).

Těmi jsou v nejprostším případu pouhé olistněné a zkrácené vrcholky os (Ceratophyllum, Myriophyllum, Hottonia, Potamogeton crispus, pusillus a j.), jindy pak skutečné kompaktní pupeny, a to buď nahé (Utricularia), neb kryté zevně šupinami (Hydrocharis, Potamogeton rufescens). Zakládají se koncem vegetační periody v pozdním létě neb na podzim. Jsou tak naplněny zásobními látkami, že uvolníce se od hynoucí rostliny, klesnou vlastní tíží ke dnu, kdež přezimují. Pouze u Utrikularie jsou lehčí vody a proto se od rostliny neodlučují, čekajíce, až tato, uhynouc a nasáknouc vodou, ponoří se s nimi do hloubi (Utr. vulgaris, neglecta). Vývoj v rostlinu nastává na jaře, kdy pučením zmenší se zásoba reservních škrobů a tím se pupen nadlehčí tak, že vypluje k hladině. — Tvoření jich děje se někde pravidelně a jest tak vžito, že rostlina od něj neupouští ani na souši (Utricularia), jinde, a sice tam, kde mají ráz pouhých větévek, jest do té míry odvislo od počasí, že za mírné zimy buď vůbec k němu nedojde, neb učiní se pouhý náběh. V krajích teplých, již v jižní Evropě, se přirozeně nevyskytují, stane se tak však mnohdy ihned, byla-li rostlina přenesena na sever (Hydrilla). — U některých rostlin nahrazují je celí přiměřeně utváření jedinci. Tak u Lemnaceí, kdež se liší od normálních drobností

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a tíhou, a u řezanu (Stratiotes aloides), u nějž přezimují, byvše staženy ke dnu odumřelou mateřskou, mladé z ní na stolonech vyrostlé rostliny dceřinné.

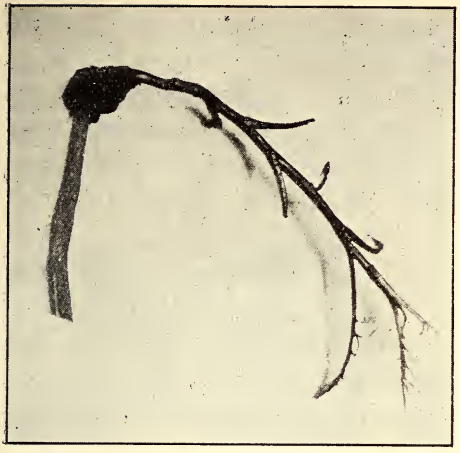
Tolik je v hlavních rysech o útvarech těchto u našich rostlin známo, a to hlavně zásluhou E. Askenasyho, L. Benjamina, J. Constantina, F. Dévauxe, Fr. Hegelmeiera, F. Hildebranda, Th. Irmische, I. Klingeho, F. Waltera, E. Nolteho, K. Paula a j., zejména pak K. Goebela (Pflanzenbiologische Schilderungen), výsledky jichž prací většinou shrnul H. Schenk ve spisu »Biologie der Wassergewäsche.« Nejcennější přehledové dílo podal pak zde H. Glück (Biologie der Wasser- und Sumpfgewächse).

Zabývaje se řešením jistého problému na rostlinách vodních, učinil jsem mimochodem v oboru jich vegetativního množení, hlavně pak hibernakulí některé dosud neznámé poznatky, jež tuto veřejnosti předkládám.

Tak především jsem ke svému překvapení zjistil, že hibernakula vytváří též náš vodní ubikvist *Roripa amphibia*, a sice v podobě osních přezimovacích hlíz, jaké u Potamogeton pectinatus objevil a jako unikum mezi hibernakuly podrobně ve zmíněném spisu popsal K. Goebel.

Koncem léta totiž vyhání rostlina na osách, pokud jsou ponořeny, bočné, silně zkrácené a hlízovitě zduřené větévky zvíci lískového ořechu neb i více. Jich články jsou abnormálním rozšířením a zkrácením nezřetelné, splývajíce v jednotný hruškovitý útvar, a listy na jich rozhraních záhy opadají. Nejmenší z nich vznikají pouhým zbujením báse — prvého článku úžlabního pupene, nejevíce proto článkování vůbec. Sousedí-li hlízky těsně spolu, srůstají v nepravidelný útvar. Též protistojné někdy obrostením lodyhy splývají. Náchylnost ku hlízovatění bývá někdy tak velká, že i konce os mateřských na sklonku vegetační periody takto hlízovitě pod vrcholem stloustnou a přezimují. Anatomický rozbor ukazuje, že příčinou zduřování jest abnormální vývin pletiva korového. Jeho velké buňky, vyplněné tělísky škrobovými, jsou opatřeny spirálními stluštěninami, dodávajíce spolu se sklerenchymatickými pochvami svazků cévních hlíze tvrdosti. Uvolnění od rostliny, nestalo-li se dříve ulomením, docílí se rozrušením odumřelé mateřské větve přes zimu, načež hlízka,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



1. Pučící hibernakulum Roripy amph.

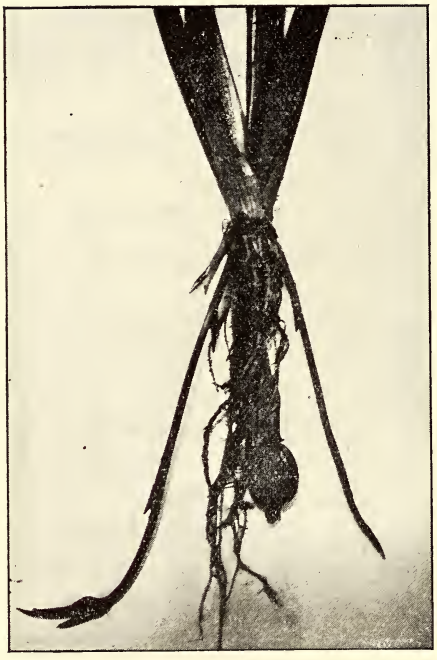
2. Hibernakulum Sagittarie sag.

3. Totéž pučící.

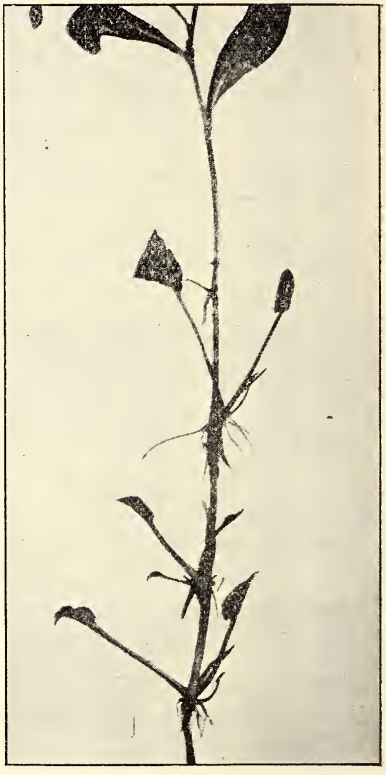
4. Vývoj Sagittarie sag. z hlízy.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

uchytíc se na jaře v bahně adventivními kořínky, vzrůstá z koncového pupene v rostlinu, počínající vývoj, jak zde obvyklo, listy peřenodílnými (obr. 1.). Zajímavý tento zjev vyskytá se, jak již řečeno, pouze na rostlinách na konci života ponořených, což stává se zřídka, a proto asi dosud ušel pozornosti. Více ještě nového poskytla *Sagittaria.*



5. Vytváření hlízy u Sagittarie sag.



6. Armoracia rust. smladými jedinci v úžlabí listů.

Rostlina tato se všeobecně označuje v knihách jako vytrvalá a udává se o ní, že k doplnění nedostatečného množení pohlavního vytváří před zánikem v zemi na koncích oddenkových výběžků rozmnožovací hlízy zvíci lískového ořechu představující hibernakula. Údaje ty pocházejí od E. F. Nolteho (Botanische Bemerkungen über Stratiotes und Sagittaria, 1856), jenž prvý hlízky ony též podrobně prozkoumal, a vyžadují podstatných oprav.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tak především jsem několikaletým pozorováním nade vši pochybnost zjistil, že Sagittaria jest rostlinou jednoletou. Její oddenek, lze-li tak vůbec nazvati 3 cm vysoký, polo v bahně, polo ve vodě umístěný osní pahýlek, vždy přes zimu odumře a shnije. Hynutí jeho počíná již koncem října, kdy končí vegetační perioda. K domněnce o vytrvalosti svedla snad okolnost, že v hustých porostech, jež rostlina obyčejně tvoří, hlízky trsu jednoho pronikají pod druhý, takže na jaře při pučení jich se zdá, jako by tento oživnul.

Dále dlužno vytknouti, že tvoření hlíz neděje se zde jako dodatečné opatření na konci vegetační periody za skutečně nedostatečnou fruktifikaci*), nýbrž že jest jako na př. u bramboru, topinamburu a j. normálním, ode dávna vžitým a v rozsáhlé míře prováděným úkonem rozmnožovacím, a že nedochází k němu teprve na konci, nýbrž již na počátku vývoje rostliny. Zakládání jich počne totiž jako u bramboru koncem května, to jest 6 týdnů po začetí veget. periody, a trvá do fruktifikace odbývané v červenci neb srpnu, pakli však, jak se zpravidla stává, k této nedošlo, tu až do druhé poloviny srpna. Tak vznikne u plodných až 8, u sterilních až 15 hlíz. Vývoj děje se někdy s takovou bujností, že výběžky bývají až 1 m dlouhé a na malík tlusté, hlízy pak téměř zvíci holubího vejce. Ze všeho toho jest vidno, že Sagittaria jest normální hlízorodou rostlinou, čímž se též úplně vysvětluje její jednoletost.

Co do hodnoty jsou hlízky její prohlašovány v knihách vesměs za hibernakula. Činí tak i Goebel. Výklad ten však po tom, co právě řečeno, padá sám sebou, ježto nepočínají se zakládati jako skutečná hibernakula na podzim, nýbrž již na jaře. Do podzimu nemůže býti vůbec vznik jich odsunut již proto, že by se řádně nevyvinuly, neboť potřebují k tomu dva měsíce, any se nejprve tvoří jich nosné výhony, jež se rostlina snaží vyvinouti co nejdelší, aby tak hlízu, pokud jí

*) Na rozsáhlém porostu, asi o 50ti kusích, fruktifikovaly na lokalitě mnou pozorované průměrně 3—4 kusy ročně, a to vytvořily sotva 2—3 strboulky nažek, u nichž pozoroval jsem tu zvláštnost, že zůstávají až do uhynutí rostliny zelenými, jakoby nezralými, a v tom stavu že padají do vody. V pokoji, ve sklenici vody vyklíčily však některé záhy, takže nelze pochybovati o jich normálném vývinu přes to, že v přírodě bychom marně po jejich klíčení pátrali.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

lze, nejdále od sebe odsunula. Jest tudíž nejpozdější možnou dobou jich zdárného založení srpen. Schenk sice ve zmíněném díle tvrdí, že Potamogeton crispus tvoří zimní pupeny již koncem června, toť však zřejmý omyl. Jest prostě nemožno, aby tyto u nás již tehdy vznikaly, a sice předně proto, že, jak jsem se přesvědčil, přikročí rostliny ku tvoření jich teprv tehdy, když klesáním vodní teploty počne jich vegetativní vývoj váznouti, tedy když již, jak bychom řekli, tuší blízkost svého zániku, a pak, poněvadž hibernakula tehdy vytvořená by se ihned i na dně teplem vyvíjela dále v rostlinu, obzvláště taková větévkovitá jako u P. crispus, jež tak činí i za teplého podzimu.

Pokud se vůbec doby početí týče, mohu dle svých víceletých zkušeností říci, že jest u všech našich druhů, které tvoří hibernakula v podobě dokonalých pupenů, přibližně táž a že spadá v nížinách do sklonku srpna, t. j. do doby, kdy se dostaví prvé noční chlady, na horách pak do jeho počátku. U hibernakulí rázu větévkovitého neb polopupenovitého (zkrácený osní vrchol se schoulenými listy) jest dokonce značně pozdější, ba často, jak řečeno, ku vzniku jich ani nedojde. U P. crispus samého pak jsou poměry výjimečně složité tím, že od obyčejných bočných větévek vede k typickým přezimovacím řada přechodů, takže hibernakulum má zde tvar rozmanitý, a pak že všechny tyto útvary mají z počátku stejný ráz, a rozdíl objeví se mezi nimi teprve později tím, že osa dokonalého příštího hibernakula zůstane krátkou a listy počnou na spodinách rohovatiti a rozšiřovati se, zatím co se jejich úzké, křehké konce postupně ulamují. Jest zde proto takřka nemožno dobu vzniku přesně stanoviti.

Jakousi zvláštnost oproti jiným však hlízy Sagittarie přece jen jeví. Uvážíme-li totiž, že vlastně rostlina žádného oddenku nemá, tvoříc hned od počátku normální listy assimilační, a že výběžky vznikají v úžlabí těchto (a to namnoze typických střelovitých), nikoliv pak, jak by měly, v úžlabí šupin, staneme před otázkou, zda jest vlastně správno je považovati za útvary oddenkové, a ne spíše za modifikované plazivé výběžky nadzemní (stolones), které podobně jako úponky révy vinné a j. jeví negativní heliotropismus a vlivem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jeho se zarývají do země, následkem toho pak se mění v útvary souhlasné s oddenkovými. Skutečně též vznikají i v úžlabích světlem již zasahovaných, jakož vůbec stěží lze mluviti o skutečném ponoření rostliny v bahně. Sám bych však soudil, že tak daleko pro výklad choditi netřeba. Zkoumaje totiž věc u bramboru, seznal jsem, že zde často z úžlabí drobných sice, avšak již zřejmě normálních listů assimilačních, postavených na spodině lodyžní, vyrůstají nadzemní krátké výhonky oddenkové, končící zakrslými hlízami. Patrně byla místa ona při »kopčení« zahrnuta hlinou v tom stadiu, že o tvaru listů bylo již rozhodnuto, nikoli však o povaze jich úžlabních pupenů, a ty se pak vyvinuly místo lodyžních jako útvary oddenkové*). A bezpochyby, že podobná možnost přeměny spodních, při oddenku položených pupenů lodyžních existuje u rostlin vůbec. U Sagittarie pak se zjev ten asi vlivem vodního života a s ním souvisejícího slabého osvětlení báse osní vystupňoval v pravidelný. Ovšem jedna závada i při tom výkladu zůstává, totiž ta, že Sagittaria dnes vůbec oddenku nemá. Mimo to i její výběžky liší se od ostatních tím, že nejsou transversálně geotropické, nýbrž prostě diageotropické, směřujíce v jistém, dosti značném úhlu šikmo dolů, takže ponor hlíz 2 *dm* i více není vzácností. Věc lze dobře sledovati při pěstění rostliny v nádobě ve vodě, kdež výhony nemajíce překážek zachovají přesně svůj vytčený směr, ač by nadnášeny vodou měly tíhnouti k hladině (obr. 5). Též u kusů suchozemských zarývají se šikmo dolů, a to s takovým úsilím, že se někdy hlíza tlakem na tvrdý substrát sploští a výběžek podivně zkroutí.

Dosud pojednávané hlízy nepředstavují tedy hibernakulí. Přes to však se tato u Sagittarie za jistých okolností jako zvláštnost vyskytují, a sice v podobě terminálních osních hlíz, o něco menších a jinak utvářených nežli předešlé. Neznámé dosud útvary tyto nalezl jsem nevědomky na podzim r. 1913 na jedincích, vylovených vléčnou sítí při rybolovu ze slepého ramene řeky Moravy

*) Velenovský dokonce uvádí (Všeobecná botanika. II. 549) ten zajímavý zjev, že u některých odrůd vznikají vůbec v úžlabích listů lodyžních hlízy, a to přisedlé. Snad by pro naši otázku mělo význam zjištění, jakým způsobem byly vypěstěny.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

u Hodonína. Vzal jsem si totiž, předpokládaje ještě tehdy, že rostlina jest vytrvalou, několik osních kusů domů k dalšímu pěstění. Uhynuly všechny až na dva, které počátkem ledna vyhnaly, jak se zdálo, mezi odumřelými loňskými listy puky počínající vývoj listy — střelovitými! (Obr. čís. 3.) Při bližším prozkoumání se však ukázalo, že i zde jsou osy již dávno mrtvé a pučení že se stalo z koncové osní hlízy zvíci lískového ořechu. Ani pak jsem však, zabrán jsa do jiné otázky, nepřikládal zjevu tomu, pokud se hlízek samých týkalo, významu, soudě, že jde o normální hlízy této rostliny, u nichž pouze nosný výběžek z nějaké příčiny zakrněl, a že terminálnost musí býti jen zdánlivou, poněvadž podobné terminální, na konci jinak normálních os postavené hlízy jsou v rostlinstvu věcí neznámou. Teprve pozdější podrobné studium utváření a vývoje obou druhů hlíz objevilo mi onu záležitost v pravém světle.

Jest tomu totiž takto: Hlíza normální vzniká tak, že z úžlabí spodních listů vypučí ostře zahrocený výhonek, jenž zahne dolů, a protrhna bási svého krycího listu, vniká šikmo do bahna. Do délky 3—5 dm nebývá na jeho konci ještě stopy po hlízce, která teprv potom pozvolna se zakládá. Tím uchová se ovšem dlouho k pronikání v půdě výhodná hrotitost. Dorostlé útvary jeví nápadnou, až do nejmenších podrobností jdoucí stejnotvárnost. Tak normálně vyvinutý nosič skládá se téměř vždy z pěti článků. Článek šestý a sedmý naduří v hlízu, osmý a devátý tvoří asi 2 cm dlouhý základ dalšího výběžku, jenž má na jaře vyzvednouti z bahna rostlinku pučící z posledního, pupenovitého ostavce desátého, obdaného zveličelými šupinami tří článků předchozích (obr. čís. 5.). U nosičů zakrslých pak redukuje se délka, řídčeji počet článků (až na tři), což přihází se jako následek špatné výživy a tvrdosti půdy u jedinců na souši, u nichž často bývají zdéli sotva 1 dm, a pak v případě, o němž bude dále řeč. Nějakého postupného zkracování jich s blížícím se zánikem rostliny není. Zkrátka, ať jsou již poměry jakékoliv, jsou vždy zřetelně vyvinuty a článkovány a tudíž, a to dlužno zdůrazniti, přisedlé úžlabní hlízy zde neexistují.

Vývoj rostliny z pupenu děje se na jaře tak, že dvoučlenný nosný jeho výběžek za hlízou se dle jeho ponoření

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

v bahně protáhne až ve 3 dm dlouhý odstavec, jenž jej vyzvedne na světlo (čímž právě se vysvětlí více než měsíční opozdění Sagittarie ve vývoji za r. Alisma). Pro nás hlavní při něm jest, že, ať vznikla hlíza ve vodě neb na souši, počíná vždy submersními listy pentlicovitými (obr. čís. 4.).

Naproti tomu druhá hlíza má již zevní vzhled jiný (obr. čís. 2.). Jest obdána zpravidla dvěma daleko přečnívajícími, blánitými šupinami, z báse její vyrůstajícími. Jinak jest hladká a na konci nese přisedlý terminální pupen, jehož zevní listy jsou velké (2—3 cm) a rázu šupinovitého, majíce čepel úplně neb až na zcela nepatrný střelovitý pahýlek zakrnělou, a postupně dovnitř přecházejí v typické listy střelovité ve stadiu stále více embryonálním. Stojí vždy přesně terminálně, představujíc hlízovitě zduřený a pupenovitě utvářený vrchol osní. Uvolníc se od uhynulé osy, vypluje na jaře k hladině a vyvíjí se v rostlinku, jež zanesena k břehu, uchytí se kořeny v bahně. Vidno tudíž, že jest po stránce morfologické i biologické dokonalým hibernakulem, a to ojedinělého rázu. Tím se též stává pochopitelnou její u hlízy tak zarážející terminálnost.

Tvoří tedy Sagittaria dva úplně rozdílné druhy hlíz, jedny obvyklé rozmnožovací, druhé výjimečné přezimovací. Kdežto prvé jsou zjevem běžným, patří druhé k řídce spatřitelným vzácnostem. Sám jsem několik let po zmíněném nálezu po nich marně v bohatých zdejších porostech šípatkových bez ustání pátral, až teprve letos, vzdav se již naděje, opět jsem se s nimi setkal a zároveň zjistil, za jakých okolností dochází k jich vzniku. Povstávají totiž na trsech více méně uvolněných, při hladině vzplývajících. Jen v těchto zvláštních případech tedy, a to ještě ne vždy, se objevují. Rostlina má přirozeně tehdy slabší vývoj, založí normálních hlízek málo, drobné a na velmi krátkých (až pouze 3 cm), avšak vždy článkovaných nosičích.

Vhodným doplňkem k uvedeným pozorováním a zároveň případným objasněním zjevu hibernakulí v rostlinstvu vůbec jsou tato další mnou zjištěná fakta:

Exemplář Roripy amphib., jejž jsem pěstil v zahradě trvale na suchu, uhynul sice samozřejmě na zimu až po oddenek, avšak z náhodou ulámaných a hlinou při podzimním

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rytí většinou zaházených jeho větví zachovaly se přes zimu všechny bočné větévky, vyvinuvše se — v podobě popsaných hlízovitých hibernakulí! Rostlina se tedy zachovala stejně jako ve vodě.

A další: Armoracia rusticana pěstěná za jistým účelem ve vodě, což, mimochodem řečeno, dlouho obstojně snáší, vytvořila před uhynutím — zkrácené, zduřené bočné větévky s hojnými adventivními kořínky (obr. čís. 6.), jež po zániku rostliny existovaly samostatně dále. Ostatně, jak jsem při pěstění v akvariu pozoroval, činí totéž kdykoliv i hynoucí Roripa.

Z toho patrno, že rostliny ty jsou vůbec schopny v ž d y před zánikem zabezpečiti zachování svého druhu, připouští-li to prostředí, přiměřeným vývinem úžlabních pupenů a důsledkem této snahy že jest i tvoření hibernakulí, jež n e n í bezpodmínečně o d v i s l o o d v o d n í h o p r o s t ř e d í, nýbrž možno za určitých okolností (ochrany před mrazem a vyschnutím) i mimo ně. A není pochybnosti, že schopnost ta jest vůbec u rostlin velmi rozšířenou, avšak že se uplatňuje jen za příhodných podmínek. Pátrání v tom směru jistě přinesou ještě leccos nového.

Fysiologický výklad zjevu toho pak jest prostě ten, že, zatím co starší pletiva propadají rozkladu, meristém osních vrcholů odolá jako nejmladší pletivo svojí životní silou zkáze, a čerpaje výživu z pletiv okolních, rychle vyvíjí se v útvar, jenž by po odumření rostliny dovedl žíti samostatně dále. Není-li opatření toto u rostliny ustáleným a jí samou řízeným, skončí zpravidla pouhým bezvýsledným pokusem*), v opačném případu však vede k nové formě vegetativního množení.

Závěr pak ze všeho vyplývá ten, že nelze na hibernakula pohlížeti jako na zvláštní útvary, omezené pouze na určité druhy rostlinné, a to následkem jich vodního života, nýbrž jako na do jisté míry v š e o b e c n ý a v o b o u p r o s t ř e d c í c h s e v y s k y t u j í c í z j e v.

---

*) I u Sagittarie obyčejně povyrostou bezprostředně před jejím zánikem úžlabní pupeny nad výběžky v kratičké puky.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Résumé.

Augmentation végétative de la Roripa amphibia et Sagittaria sagittaefolia.

Outre les faits connus jusqu'à présent, il y a des bourgeons hivernaux tombants — hibernacula — aussi chez la Roripa amphibia et Sagittaria sagittaefolia, et cela sous la forme des bulbes de tige de la grandeur d'une noisette. Chez la première, ce sont des branches laterales bulbeuses, chez la seconde, qu'on avait compté à tort parmi les plantes durantes et qui en réalité n'est qu' une plante annuaire, des bourgeons terminaux en forme de bulbe. Chez celle-ci ils diffèrent des bulbes souterraines connues jusqu' aujourd'hui non seulement par la position, mais encore par leur manque de la queue et leur caractère morphologique. Leur épanouissement au printemps commence par le développement des feuilles en forme de flèche.

Les hibernacules sont une espèce de bourgeons surgissants toujours sous des conditions favorables sur des plantes, qui périssent. Ils ne sont pas restreints, comme on l'a présumé jusqu'à présent, seulement à un milieu aquatique, mais on les trouve aussi aux plantes terrestres.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

V.

Darstellung von Strecken und Ebenen.

Von **Franz Rogel** in **Klagenfurt.**

Vorgelegt am 20. Jänner 1920.

A. Darstellung einer Strecke im Raume.

1.

Von der Strecke $[s]$ im Raume, deren mathematischer Ausdruck ermittelt werden soll, wird vorausgesetzt, dass sie auf ihrem Träger beliebig verschoben werden kann, wofern nur Sinn und Länge unverändert bleiben.

Sei nun der Ursprung O eines orthogonalen Coordinaten-Systems der Anfangs- und A der Endpunkt einer Strecke $[s]$, $OA = s$ die Länge, der Modul oder Absolutbetrag von $[s]$, OA' die orthogonale Projection von OA auf die Coordinaten-Ebene xoy, $\sphericalangle xoA' = \varphi$, $\sphericalangle A'OA = \psi$, so kann

$$[s] = F(\varphi, \psi, s) \tag{1}$$

gesetzt werden.

Teilt man die Strecke, deren Länge $= 1$ ist, und die sich auf demselben Träger wie $[s]$ befindet in n gleiche Teile d, so werden ihre Ausdrücke F identisch sein, folglich ist

$$F(\varphi, \psi, 1) = n\, F(\varphi, \psi, d), \quad d = \tfrac{1}{n}$$

oder

$$F(\varphi, \psi, \tfrac{1}{n}) = \tfrac{1}{n} F(\varphi, \psi, 1) \tag{2}$$

Nun kann $s = \frac{m}{n}$ auch in dem Falle der Incommensurabilität von s und der Längen-Einheit bei hinreichend grossem n gesetzt werden. Hiefür ist dann

$$F(\varphi, \psi, s) = F(\varphi, \psi, \tfrac{m}{n}) = m\, F(\varphi, \psi, \tfrac{1}{n})$$

und zufolge (2) auch $= \frac{m}{n} F(\varphi, \psi, 1)$,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

woraus

$$[s] = F(\varphi, \psi, s) = s\,F(\varphi, \psi, 1) \tag{3}$$

hervorgeht.

Für $\psi = o$ geht dieser Ausdruck in den von Gauss für eine Strecke in der Ebene xy gefundenen

$$[s] = s\,e^{i\varphi}$$

über.

Die Function $F(\varphi, \psi, 1) \equiv \mathfrak{C}(\varphi, \psi)$, die nur von den Richtungs-Elementen φ, ψ abhängt und Richtungs-Factor heissen soll, ist auch aufzufassen als der Ausdruck einer Strecke von der Länge 1 und vertritt die Stelle eines Vorzeichens von s im weiteren Sinne. Dieser Factor geht für $\varphi = \psi = o$ in $+1$ und für $\varphi = \pi$, $\psi = o$ in -1 über.

2. *Ermittlung des Richtungs-Factors.*

I. *a)* Die Strecken $[OA]$, $[OA']$ und $[A'A]$, wo die Folge der Buchstaben den »Sinn« bezeichnet, bilden ein Dreieck und ist zufolge des Satzes über die »geometrische Summe«

$$[OA] = [OA'] + [A'A], \tag{4}$$

wo $[OA] = F(\varphi, \psi, s)$, $OA' = s\cos\psi \,.\, e^{i\varphi}$, $[A'A] = j\,s\,\sin\psi$; denn die Gleichung (4) besteht auch dann noch, wenn $[A'A] \parallel [Z]$ in die Z-Axe verlegt wird, deren Richtungsfactor mit j bezeichnet werden soll. Hieraus ergiebt sich

$$[s] = F(\varphi, \psi, s) = (e^{i\varphi}\cos\psi + j\sin\psi)\,.\,s \tag{5}$$

b) Zu demselben Ausdruck gelangt man, wenn bei constantem φ und $s = 1$, der Winkel ψ um δ vergrössert wird, wodurch $[OA]$ nach $[OB]$ gelangt. Es ist dann

$$[OB] = [OA] + [AB] \text{ oder } [OB] - [OA] = [AB],$$

wo $[OB] = \mathfrak{C}(\varphi, \psi + \delta)$, $[OA] = \mathfrak{C}(\varphi, \psi)$ und die Strecke $[AB]$ bei unendlich abnehmenden δ die Länge $\delta \,.\, 1$ besitzt, während ihre Richtlinie Tangente in A an den mit dem Radius 1 in der Ebene $OAB \perp xy$ um O beschriebenen Kreise wird, folglich $[AB] \perp [OA]$. Somit ist $[AB] = \delta\,\mathfrak{C}\left(\varphi, \psi + \frac{\pi}{2}\right)$, daher

$$\frac{\partial\,\mathfrak{C}(\varphi, \psi)}{\partial\,\psi} = \mathfrak{C}\left(\varphi, \psi + \frac{\pi}{2}\right).$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Da sich dieselben Schlüsse bei abermaliger Differenziation bezüglich ψ ziehen lassen, so ist

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{E}(\varphi, \psi)}{\partial \psi^2} = \mathfrak{E}(\varphi, \psi + \pi) = -\mathfrak{E}(\varphi, \psi),$$

woraus $$\mathfrak{E}(\varphi, \psi) = P \cos \psi + Q \sin \psi$$

folgt. Nun ist für $\psi = o$, $\mathfrak{E}(\varphi, o) = e^{i\varphi} = P$ und für

$$\psi = \frac{\pi}{2}, \quad \mathfrak{E}\left(\varphi, \frac{\pi}{2}\right) = j = Q.$$

somit $$\mathfrak{E}(\varphi, \psi) = e^{i\varphi} \cos \psi + j \sin \psi$$

wie oben.

II. Ein zweiter Ausdruck in homogener Form findet sich, wenn die Richtung der Strecke $[OA]$ durch die Winkel α, β, γ, die $[OA]$ mit dem Axen x, y, z bildet, festgelegt wird. Um $\mathfrak{E} = \cos\varphi \cos\psi + i \sin\varphi \cos\psi + j \sin\psi$ umzuformen, denke man sich die um O beschriebene Einheitskugel mit $x, y, z, [OA], [OA']$ in den Punkten $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}, \mathfrak{a}, \mathfrak{a}'$ zum Schnitt gebracht. In den sphärischen Dreiecken $\mathfrak{a}\,\mathfrak{a}'\,\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{a}\,\mathfrak{a}'\,\mathfrak{y}$ ist

$\cos\varphi \cos\psi = \cos\alpha$, $\sin\varphi \cos\psi = \cos\beta$ und $\sin\psi = \cos\gamma$,

mithin

$$\mathfrak{E}(\varphi, \psi) = \mathfrak{E}_0(\alpha, \beta, \gamma) = \cos\alpha + i\cos\beta + j\cos\gamma, \tag{6}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1,$$

oder, wenn $\cos\alpha = a$, $\cos\beta = b$, $\cos\gamma = c$ gesetzt wird

$$[s] = (a + i\,b + j\,c)\,s. \tag{6'}$$

III. Durch Einführung der Projectionen $x = s\cos\alpha$, $y = s\cos\beta$, $z = s\cos\gamma$ erhält man die dritte Form von $[s]$, nämlich

$$[s] = x + i\,y + j\,z, \tag{7}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = s^2.$$

IV. Da a, ib, jc als orthogonale Projectionen der Richtungsfactoren 1, i, j der Axen x, y, z auf die Strecke $[s]$ anzusehen sind, so kann der Richtungsfactor $\mathfrak{E}$ der Strecke $[s]$ auch als die Summe der Projectionen der den Axen x, y, z zukommenden Richtungsfactoren auf den Träger von $[s]$ definiert werden.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. *Bestimmung der Constanten j.*

Es sei $[OK]$ eine in der Ebene xoz liegende Strecke, $OK = 1$, so ist ihr entsprechendes

$$\mathfrak{C} = \cos\psi + j\sin\psi,$$

während der Richtungsfactor der Strecke $[OL] \perp [OK]$:

$$\mathfrak{C}' = -\sin\psi + j\cos\psi$$

ist. Man kann nun eine Grösse k aufsuchen, für die bei jedem ψ $k\,\mathfrak{C} = \mathfrak{C}'$ oder

$$k\cos\psi + j\,k\sin\psi = -\sin\psi + j\cos\psi$$

oder

$$k + j\,k\tan\psi = j - \tan\psi$$

ist.

Diese Gleichung kann für jedes ψ nur dann bestehen, wenn

$$k = j,\ j\,k = -1$$

ist, woraus

$$j^2 = -1 \tag{8}$$

folgt.

Der Richtungsfactor j der Axe z ist daher eine zweiwertige imaginäre Zahl; sie kann sowohl $+i$ als auch $-i$ bedeuten.

Dass der Richtungsfactor einer Strecke im Raume keine gewöhnliche complexe Zahl sein kann, folgt schon aus dem Umstande, dass eine gewöhnliche complexe Grösse der Ausdruck für eine in der Ebene $x\,y$ befindliche Strecke ist.

Aus (7) folgt noch

$$e^{jx} = \cos x + j\sin x, \tag{8'}$$

ferner

$$i^2 - j^2 = (i + j)\,(i - j) = o,$$

$$j^{2\nu} = (-1)^\nu,\ j^{2\nu+1} = (-1)^\nu j.$$

Aus der wesentlichen Verschiedenheit der Einheiten 1, i, j ist zu schliessen, dass die hypercomplexe Grösse $\mathfrak{C}$ niemals verschwinden kann.

$[s]$ kann daher nur dann der Nulle gleich werden, wenn $s = o$ ist.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ferner folgt aus

$$a + i\,b + j\,c = a' + i\,b' + j\,c'$$

die Gleichheit gleichnamiger Richtungs-Cosinus

$$a = a',\ b = b',\ c = c'.$$

Zwei Richtungsfactoren sind mithin verschieden oder identisch gleich.

4. *Der Ablenkungs-Factor.*

Um von einer Strecke $[OA] = \mathfrak{S} \,.\, 1$ auf eine andere $[OB] = \mathfrak{S}' \,.\, 1$ $(OA = OB = 1)$ überzugehen, denkt man sich erstere mit einem Factor $\mathfrak{A}$ multipliciert, der von $\frac{\mathfrak{S}'}{\mathfrak{S}}$ nicht verschieden ist; denn man hat

$$\mathfrak{S}' = \mathfrak{S} \,.\, \mathfrak{A} = \mathfrak{S} \,.\, \frac{\mathfrak{S}'}{\mathfrak{S}}.$$

Setzt man $\mathfrak{A} = m + i\,n + j\,p + i\,j\,q,$

so kommt

$$a' + i\,b' + j\,c' = (a + i\,b + j\,c)\ (m + i\,n + j\,p + i\,j\,q),$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} a' &= am - bn - cp, \\ b' &= an + bm - cq, \\ c' &= ap + cm - bq, \\ o &= aq + bp + cn, \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

folgt. Hieraus ergiebt sich:

$$\triangle m = \begin{vmatrix} a' & -b & -c & o \\ b' & a & o & -c \\ c' & o & a & -b \\ o & c & b & a \end{vmatrix}, \qquad \triangle n = \begin{vmatrix} a & a' & -c & o \\ b & b' & o & -c \\ c & c' & a & -b \\ o & o & b & a \end{vmatrix},$$

$$\triangle p = \begin{vmatrix} a & -b & a' & o \\ b & a & b' & -c \\ c & o & c' & -b \\ o & +c & o & a \end{vmatrix}, \qquad \triangle q = \begin{vmatrix} a & -b & -c & a' \\ b & a & o & b' \\ c & o & a & c' \\ o & +c & b & o \end{vmatrix},$$

$$\triangle = \begin{vmatrix} a & -b & -c & o \\ b & a & o & -c \\ c & o & a & -b \\ o & c & b & a \end{vmatrix}.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ausserdem besteht noch

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1, \quad a'^2 + b'^2 + c'^2 = 1. \tag{9'}$$

Für $\psi = o$, also für eine Strecke in der xy-Ebene ist, wenn φ sich um δ ändert

$$\mathfrak{A} = e^{i\delta}.$$

Bemerkenswert ist das Auftreten einer neuen Einheit $i\,j$ in $\mathfrak{A}$, welche durch

$$i^2 j^2 = +1$$

definiert ist; sie kann die Werte $+1$ und -1 annehmen.

Aus den 6 Gleichungen (9) und (9') lassen sich die Richtungscosinus a, b, c, a', b', c' bestimmen; die Ergebnisse sind jedoch zweiwertig.

Liegen $[OA]$ und $[OB]$ in der $x\,z$-Ebene, so stellt sich $\mathfrak{A}$ in einer einfacheren Form dar. Es ist nämlich

$$\mathfrak{E} = \cos\psi + j \sin\psi$$

$$\mathfrak{E}' = \cos(\psi + \delta) + j \sin(\psi + \delta),$$

daher

$$\mathfrak{A} = \frac{\cos(\psi + \delta) + j \sin(\psi + \delta)}{\cos\psi + j \sin\psi} = \cos\delta + \sin\delta \tan(\varepsilon - \psi), \tag{10}$$

$$\tan\varepsilon = j.$$

Setzt man in $\mathfrak{A} = \frac{\mathfrak{E}'}{\mathfrak{E}}\,\mathfrak{E}' = 1$, also $a' = 1$, $b' = c' = o$, so findet sich der reciproke Wert $1 : \mathfrak{E} = m + i\,n + j\,p + i\,j\,q$, und zw. ist $\triangle m = a$, $\triangle n = b(1-2c^2)$, $\triangle p = -c(1-2b^2)$,

$$\triangle q = 2\,a\,b\,c, \quad \triangle = 1 - 4\,b^2\,c^2. \tag{11}$$

Dasselbe Resultat wird erzielt, wenn der Bruch $1 : \mathfrak{E}$ mittels der Identität

$$(a + i\,b + j\,c)(-a + i\,b + j\,c)(a - i\,b + j\,c)(a + i\,b - j\,c) = \\ = 4\,b^2\,c^2 - 1$$

in einen solchen mit dem reelen Nenner $4\,b^2\,c^2 - 1$ verwandelt wird.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

5. *Produkt zweier Richtungsfactoren.*

Aus

$$\mathfrak{E} . \mathfrak{E}' = P$$

oder $(a + i b + j c)\ (a_1 + i b_1 + j c_1) = d + i e + j f + i j g = P$ bestimmt sich

$$d = a a_1 - b b_1 - c c_1, \quad e = a b_1 + a_1 b, \quad f = a c_1 + a_1 c, \quad (12)$$
$$g = b c_1 + b_1 c,$$
$$a^2 + b^2 + c^2 = 1, \quad a^2_1 + b^2_1 + c^2_1 = 1.$$

Ist P gegeben; so lassen sich die Richtungscosinus von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{E}'$ mittels dieser 6 Gleichungen durch d, e, f, g in mehrwertiger Form ausdrücken.

Es giebt somit eine begrenzte Anzahl von Streckenpaaren $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}'$, die dasselbe Produkt P hervorbringen.

6. *Funktionen hypercomplexer Grössen der Form P.*

Es ist leicht einzusehen, dass ein Produkt von Grössen der Form P wieder eine Grösse derselben Art ist.

Hieraus und aus Punkt 4, Formel 11 folgt aber, dass Ausdrücke von der Form

$$A^k B^l C^r \ldots . = m + i n + j p + i j q$$
$$k,\ l,\ r \leqq o$$

gesetzt werden können.

Insbesonders ergiebt sich, dass eine Funktion $F\ (a + + i b + j c + i j d)$, die sich in eine convergente Potenzreihe entwickeln lässt, stets auf die Form P gebracht werden kann. Z. B.

$e^{a+ib+jc+ijd} = e^a [\cos b \cos c \cos h d - \sin b \sin c \sin h d + + i (\sin b \cos c . \cos h d - \cos b \sin c \sin h d) + j (\cos b \sin c \cos h d - \sin b \cos c \sin h d) + i j (\sin b \sin c \cos h d + \cos b \cos c \sin h d)]. \quad (13)$

7. *Der Richtungsfactor mit complexen Winkeln.*

$\mathfrak{E} = a + ib + jc$, $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$, $\beta = \beta_1 + i\beta_2$, $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$, somit

$$a = \cos \alpha_1 \cos h \alpha_2 - i \sin \alpha_1 \sin h \alpha_2,$$
$$b = \cos \beta_1 \cos h \beta_2 - i \sin \beta_1 \sin h \beta_2,$$
$$c = \cos \gamma_1 \cos h \gamma_2 - i \sin \gamma, \sin h \gamma_2,$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

folglich

$$\mathfrak{C} = \cos\alpha_1 \cos h\,\alpha_2 + \sin\beta_1 \sin h\,\beta_2 + i(\cos\beta_1 \cos h\,\beta_2 - \sin\alpha_1 \sin h\,\alpha_2) + j\cos\gamma_1 \cos h\,\gamma_2 - ij\sin\gamma_1 \sin h\,\gamma_2 = A + iB + jC + ijD. \quad (14)$$

Nun lassen sich aber hieraus stets zwei S recken s_1, s_2 ableiten, deren Produkt von diesem Ausdrucke nicht verschieden ist. (S. No 5.) Demnach gilt:

Der Richtungsfactor mit *complexen* Winkeln ist gleich dem Produkte zweier Strecken $[s_1]$, $[s_2]$, deren Winkel reel sind.

Umgekehrt:

Das Produkt der Richtungsfactoren zweier Strecken $\mathfrak{C}_1$ $\mathfrak{C}_2$ ist nicht verschieden vom Richtungsfactor einer Strecke mit complexen Winkeln.

Um α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2 zu bestimmen, stehen 6 Gleichungen zur Verfügung, nämlich zufolge (14)

$$\begin{aligned} \cos\alpha_1 \cos h\,\alpha_2 + \sin\beta_1 \sin h\,\beta_2 &= A, \\ \cos\beta_1 \cos h\,\beta_2 - \sin\alpha_1 \sin h\,\alpha_2 &= B, \\ \cos\gamma_1 \cos h\,\gamma_2 &= C, \\ -\sin\gamma_1, \sin h\,\gamma_2 &= D; \end{aligned}$$

ferner die zwei aus

$$\cos^2(\alpha_1 + i\alpha_2) + \cos^2(\beta_1 + i\beta_2) + \cos^2(\gamma_1 + i\gamma_2) = 1$$

hervorgehenden Gleichungen:

$$\cos^2\alpha_1 \cos h^2\alpha_2 - \sin^2\alpha_1 \sin h^2\alpha_2 + \cos^2\beta_1 \cos^2 h\,\beta_2 - \sin^2\beta_1 \sin^2 h\,\beta_2 + \cos^2\gamma_1 \cos h^2\gamma_2 - \sin^2\gamma_1 \sin h^2\gamma_2 = 1$$

$$\sin\alpha_1 \cos\alpha_1 \cos h\,\alpha_2 \sin h\,\alpha_2 + \sin\beta_1 \cos\beta_1 \cos h\,\beta_2 \sin h\,\beta_2 + \sin\gamma_1 \cos\gamma_1 \cos h\,\gamma_2 \sin h\,\gamma_2 = o$$

oder

$$\sin 2\alpha_1 \sin h\,2\alpha_2 + \sin 2\beta_1 \sin h\,2\beta_2 + \sin 2\gamma_1 \sin h\,2\gamma_2 = o.$$

Die Resultate sind mehrwertig.

8. *Das Streckenpaar.*

Da bekanntlich jedes Streckenpaar $(s, -s)$, dessen Moment $= \mathfrak{M}$ und dessen Richtungsfactor $\mathfrak{C} = a + ib + jc$ die Richtung eines auf die Ebene des Paares gefällten Lotes bestimmt, ersetzt werden kann durch sein Axenmoment,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

mit dem man so verfahren kann, wie mit einer einfachen Strecke von der Länge $\mathfrak{M}$, demselben Sinn und demselben Richtungsfactor $\mathfrak{E}$, so wird zu setzen sein

$$(s, -s) = \mathfrak{M} \cdot \mathfrak{E} \tag{15}$$

oder, wenn $\mathfrak{M}a = \mathfrak{M}_x$, $\mathfrak{M}b = \mathfrak{M}_y$, $\mathfrak{M}c = \mathfrak{M}_z$ gesetzt wird, auch

$$(s, -s) = \mathfrak{M}_x + i\,\mathfrak{M}_y + j\,\mathfrak{M}_z, \tag{15'}$$

wo $\mathfrak{M}_x$, $\mathfrak{M}_y$, $\mathfrak{M}_z$ Axenmomente mit den Richtungen x, y, z vorstellen.

9. *Beliebige Strecken im Raume.*

Die Strecke $[s]$ sei bestimmt durch die Richtungscosinus a, b, c, durch das Lot p, das von O auf $[s]$ gefällt werden kann und durch den Richtungsfactor $\mathfrak{A} = l + im + jn$ eines auf die durch O und $[s]$ gehenden Ebene gefällten Lotes. Die gegebene Strecke kann nun ersetzt werden durch eine durch O gehende Strecke $\#\ [s]$ und einem Streckenpaar $(s, -s)$, dessen Axenmomont $p\,s\,\mathfrak{A}$ ist. Der der Strecke $[s]$ äquivalente Ausdruck ist daher von $s\,\mathfrak{E}$ und $p\,s\,\mathfrak{A}$ abhängig, demnach

$$[s] = F(s\,\mathfrak{E},\ p\,s\,\mathfrak{A}).$$

Verändert man p um π, während $s\,\mathfrak{E}$ und $s\,\mathfrak{A}$ ungeändert bleiben und fügt dann das negative $[s]$ hinzu, so entsteht ein Streckenpaar $\pi\,s\,\mathfrak{A}$, somit

$$\frac{F(s\,\mathfrak{E},\ (p+\pi)\,s\,\mathfrak{A}) - F(s\,\mathfrak{E},\ p^s\ \mathfrak{A})}{\pi} = s\,\mathfrak{A},$$

daher

$$\frac{\partial\, F(s\,\mathfrak{E},\ p\,s\,\mathfrak{A})}{\partial\, p} = s\,\mathfrak{A},$$

folglich

$$[s] = F(s\,\mathfrak{E},\ p\,s\,\mathfrak{A}) = p\,s\,\mathfrak{A} + \text{const},$$

woraus, wegen $[s]_{p=o} = s\,\mathfrak{E} = \text{const}$.

$$[s] = s\,(\mathfrak{E} + p\,\mathfrak{A}) \tag{16}$$

hervorgeht.

Da die reelen Bestandteile $s\,a$ und $p\,s\,l$ von erster bezw. von zweiter Dimension sind, so können diese nicht addiert werden. $[s]$ in (16) geht daher nur dann in $s\,\mathfrak{E}$ über, wenn

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$p = o$ wird. Wenn man von der Länge s absieht, so kann die Zahl der Constanten mit Beachtung von

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1, \quad l^2 + m^2 + n^2 = 1, \quad a\,l + b\,m + c\,n = o$$

auf vier reduciert werden, welche Anzahl auch die Gleichung der Geraden in cartesischen Coordinaten erfordert.

Vereinigt man die gleichnamigen Glieder in (16), so kommt

$$[s] = [a + p\,l + i\,(b + p\,m) + j\,(c + p\,n)]\,s \qquad (16')$$

Für ein in der xy-Ebene liegendes Streckenpaar ist

$$(s, -s) = s\,(e^{i\varphi} + p) \qquad (16'')$$

10. *Bedingung, dass sich zwei Strecken* $[s_1]$, $[s_2]$ *schneiden.*

Die Strecken

$$[s_1] = s_1\,(\mathfrak{C}_1 + p_1\,\mathfrak{A}_1), \quad \mathfrak{C}_1 = a_1 + i b_1 + j c_1, \quad \mathfrak{A}_1 = l_1 + i m_1 + j n_1,$$
$$[s_2] = s_2\,(\mathfrak{C}_2 + p_2\,\mathfrak{A}_2), \quad \mathfrak{C}_2 = a_2 + i b_2 + j c_2, \quad \mathfrak{A}_2 = l_2 + i n_2 + j n_2,$$

werden sich — im Endlichen oder Unendlichen — nur dann schneiden, wenn beide einer einzigen Strecke $[r]$ äquivalent sind, d. h. wenn

$$\begin{aligned}[s_1] + [s_2] &= s_1\,\mathfrak{C}_1 + s_2\,\mathfrak{C}_2 + s_1\,p_1\,\mathfrak{A}_1 + s_2\,p_2\,\mathfrak{A}_2 \\ &= r\,\mathfrak{C}_0 + \mathfrak{m}\,\mathfrak{A}_0 \end{aligned} \qquad (17)$$

$\mathfrak{C}_0 = a_0 + i b_0 + i c_0$, $\mathfrak{A}_0 = l_0 + i m_0 + j n_0$, $\mathfrak{m}$: Moment des resultierenden Streckenpaares.

Die rechte Seite von (17) wird aber unter der Bedingung äquivalent $[r]$, dass das Axenmoment $t\,r\,\mathfrak{A}_0 \perp [r]$, d. h. wenn

$$a_0\,l_0 + b_0\,m_0 + c_0\,n_0 = o \qquad (18)$$

ist. Um diese Bedingungsgleichung in eine entwickeltere Form zu bringen, setze man $s_1 = s_2 = 1$ und die gleichnamigen Glieder der linken und rechten Seite von (17) einander gleich, also

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= r\,a_0, & l_1\,p_1 + l_2\,p_2 &= \mathfrak{m}\,l_0, \\ b_1 + b_2 &= r\,b_0, & m_1\,p_1 + m_2\,p_2 &= \mathfrak{m}\,m_0, \\ c_1 + c_2 &= r\,c_0, & n_1\,p_1 + n_2\,p_2 &= \mathfrak{m}\,n_0, \end{aligned}$$

so folgt

$$r^2 = 2 + 2\,(a_1\,a_2 + b_1\,b_2 + c_1\,c_2), \quad \mathfrak{m}^2 = p_1^{\,2} + p_2^{\,2} + 2\,(l_1\,l_2 + m_1\,m_2 + n_1\,n_2),$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

woraus, wenn die Klammerfactoren $= \cos\sigma$, $\cos\tau$ gesetzt werden, wo σ, τ die Neigungswinkel der Strecken, bezw. der Streckenpaaraxen bedeuten,

$$a_0 = \frac{a_1 + a_2}{r}, \qquad l_0 = \frac{l_1 p_1 + l_2 p_2}{\mathfrak{m}}, \qquad r = 2\cos\frac{\sigma}{2},$$

$$b_0 = \frac{b_1 + b_2}{r}, \qquad m_0 = \frac{m_1 p_1 + m_2 p_2}{\mathfrak{m}}, \qquad \mathfrak{m}^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2\cos\tau,$$

$$c_0 = \frac{c_1 + c_2}{r}, \qquad n_0 = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{\mathfrak{m}},$$

die Bedingungsgleichung

$$(a_1 + a_2)(l_1 p_1 + l_2 p_2) + (b_1 + b_2)(m_1 p_1 + m_2 p_2) + (c_1 + c_2)(n_1 p_1 + n_2 p_2) = o \qquad (18')$$

in gewünschter Form hervorgeht

Da die Strecken $[s_1]$, $[s_2] \perp$ zu den Axen der Streckenpaare $(s_1, -s_1)$, $(s_2, -s_2)$ sind, folglich $a_1 l_1 + b_1 m_1 + c_1 n_1 = o_1$, $a_2 l_2 + b_2 m_2 + c_2 n_2 = o$ ist, so reduciert sich obige Gleichung auf zwei Glieder:

$$p_1 (a_2 l_1 + b_2 m_1 + c_2 n_1) + p_2 (a_1 l_2 + b_1 m_2 + c_1 n_2) = o$$

oder, weil die Klammerfactoren $= \cos s_2 \widehat{\mathfrak{N}_1}$ bezw. $= \cos s_1 \widehat{\mathfrak{N}_2}$ sind

$$p_1 \cos s_2 \widehat{\mathfrak{N}_1} + p_2 \cos s_1 \widehat{\mathfrak{N}_2} = o \qquad (18'')$$

11. *Reduktion eines Systems beliebiger Strecken.*

Ersetzt man jede Strecke s eines Aggregates durch eine Strecke $s' \# s$ und ein Streckenpaar $(s, -s)$ so entsteht ein System von durch O gehender Strecken und ein System von Streckenpaaren. Ist R die resultierende Einzelstrecke und M das Moment der resultierenden Streckenpaare so kann man daher schreiben

$$\Sigma[s] + \Sigma(s, -s) = \Sigma s (a + i b + j c) + \Sigma s p (l + i m + j n)$$
$$= R(a_0 + i b_0 + j c_0) + M(l_0 + i m_0 + j n_0); \qquad (19)$$

ausserdem besteht noch: Summe der Quadrate der Richtungscosinus $= 1$.

Hieraus gehen berücksichtigend, dass einer Strecke wieder nur eine Strecke und einem Streckenpaar wieder nur ein Streckenpaar äquivalent sein kann, durch Vergleichung

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

der Glieder, welche mit derselben Einheit 1, i oder j behaftet sind, die bekannten Formeln für R, a_0, b_0, c_0; M, l_0, m_0, n_0 hervor.

12. *Ermittlung der Centralaxe.*

Seien die Reduktionselemente (R, M) und χ der Winkel, den das Axenmoment $[M]$ mit der Resultantenrichtung $a + ib + jc$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ bildet, so zerlege man $[M] = M(l + im + jn)$, $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ in $M_1 = M \sin\chi$, $M_0 = M \cos\chi$ und lege durch R eine Ebene $E \perp$ zur Ebene des $\sphericalangle \chi$, so dass auch $M_1 \perp E$ ist. In dieser Ebene wird nun eine Gerade $g \parallel R$ im Abstande p von R so gewäht, dass das Axenmoment Rp jenes Paares das Axenmoment M_1 aufhebt, also $Rp = M_1$, somit $p = M_1 : R$. Auf diese Weise entsteht eine neue Reduktion (R, M_0), und Γ ist die Centralaxe, deren Richtungscosinus l_0, m_0, n_0 seien. Um diese zu erhalten, denke man sich die Einheitskugel, deren Centrum O ist, durch R, M, M_1, x, y, z in den Punkten $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{m}_1$, $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ geschnitten, so ist zunächst $\sphericalangle \mathfrak{r}\,\mathfrak{m} = \chi$, $\sphericalangle \mathfrak{r}\,\mathfrak{m}_1 = \frac{\pi}{2}$. Im sphärischen Dreieck $\mathfrak{r}\,\mathfrak{m}\,\mathfrak{x}$ ist dann

$$\cos\lambda = \cos\chi\,\cos\alpha + \sin\chi\,\sin\alpha\,\cos\omega, \qquad \omega = \sphericalangle \mathfrak{x}\,\mathfrak{r}\,\mathfrak{m},$$

und im $\triangle\, \mathfrak{r}\,\mathfrak{m}_1\,\mathfrak{x}$

$$\cos\lambda_0 = \sin\alpha\,\cos\omega,$$

somit

$$\cos\lambda_0 = l_0 = \frac{l - \cos\chi\; a}{\sin\chi},$$

Auf dieselbe Art findet sich

$$m_0 = \frac{m - \cos\chi\, b}{\sin\chi}, \qquad n_0 = \frac{n - \cos\chi \cdot c}{\sin\chi}, \qquad \cos\chi = al + bm + cn.$$

Die Centralaxe Γ drückt sich daher aus durch

$$a + ib + jc + \frac{M}{R}\,[l - a\cos\chi + i\,(m - b\cos\chi) + j\,(n - c\cos\chi)]. \tag{20}$$

13. *Reduktion eines gegebenen Streckensystems auf zwei Strekken q, r, von denen die eine, r, der Richtung und Lage nach gegeben ist.*

Man nehme irgend einen Punkt O von $[r] = r\,(a_0 + ib_0 +$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$+ jc_0$) als Ursprung und suche für ihn die Reduktion (R, M),

$$[R] = R(a + ib + jc),\ [M] = M(l + im + jn),$$

lege sodann durch O eine Ebene $E \perp M$, welche die Ebene (Rr) in einer Geraden g schneidet.

Um die Richtung $a_1 + ib_1 + jc_1$ von q zu bekommen, denke man sich wieder die Einheitskugel (um O) durch R, M, r, g, x, y, z in $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ geschnitten, so ist im sphärischen Dreieck $\mathfrak{r}\,\mathfrak{R}\,\mathfrak{M}$

$$\cos \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} = a_0\, a + b_0\, b + c_0\, c,$$
$$\cos \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{M}} = a_0\, l + b_0\, m + c_0\, n,$$
$$\cos \mathfrak{R}\,\mathfrak{M} = a\, l + b\, m + c\, n,$$

woraus

$$\cos \mathfrak{r}\,\widehat{\mathfrak{R}\,\mathfrak{M}} = \cos \Theta = \frac{\cos \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{M}} - \cos \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} \cos \mathfrak{R}\widehat{\mathfrak{M}}}{\sin \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} \sin \mathfrak{R}\widehat{\mathfrak{M}}} \qquad (\text{ъ})$$

folgt.

Die Richtung von g bestimmt sich durch $\mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}}$, das aus dem $\triangle\, \mathfrak{q}\,\mathfrak{R}\,\mathfrak{M}$ berechnet werden kann u. zw. ist

$\cos \mathfrak{q}\,\mathfrak{M} = o = \cos \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} \cos \mathfrak{R}\widehat{\mathfrak{M}} + \sin \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} \sin \mathfrak{R}\widehat{\mathfrak{M}} \cos \Theta$,

woraus mit Beachtung von (ъ)

$$\tan \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} = -\frac{\cot \mathfrak{R}\widehat{\mathfrak{M}}}{\cos \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{M}} - \cos \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} \cos \mathfrak{R}\widehat{\mathfrak{M}}}$$

hervorgeht.

Aus den $\triangle\, \mathfrak{q}\,\mathfrak{R}\,\mathfrak{z}$, $\triangle\, \mathfrak{r}\,\mathfrak{q}\,\mathfrak{z}$ ergiebt sich ferner

$c' = \cos \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} \,.\, c + \sin \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} \sin \gamma \cos \omega, \qquad \omega = \sphericalangle\, \mathfrak{q}\,\mathfrak{R}\,\mathfrak{z}$

$c_0 = \cos \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} \,.\, c + \sin \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} \sin \gamma \cos \omega,$

woraus durch Elimination von $\cos \omega$

$$c' = c_0 \sin \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} + c \cos \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} - c \cot g\ \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} \,.\, \sin \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}}$$

und auf dieselbe Art auch die andern Richtungscosinus von $\mathfrak{q}$

$$a' = a_0 \sin \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} + a \cos \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} - a \cot g\ \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} \,.\, \sin \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}},$$

$$b' = b_0 \sin \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} + b \cos \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}} - b \cot g\ \mathfrak{r}\widehat{\mathfrak{R}} \,.\, \sin \mathfrak{q}\widehat{\mathfrak{R}}$$

gefunden werden.

Nun zerlege man $[R]$ in zwei Componenten $[q]$, $[r]$ längst der gegebenen (r) und der eben gefundenen Richtung (g). Zu

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

diesem Behufe ziehe man an beliebiger Stelle das Strecken-Dreieck R, r, q, so ist

$$r = R\frac{\sin \widehat{Rg}}{\sin \widehat{gr}}, \qquad q = R\frac{\sin \widehat{Rr}}{\sin \widehat{gr}}, \tag{21}$$

wo

$$\cos \widehat{Rg} = a\,a' + b\,b' + c\,c',$$
$$\cos \widehat{Rr} = a\,a_0 + b\,b_0 + c\,c_0,$$
$$\cos \widehat{gr} = a_0\,a' + b_0\,b' + c_0\,c'.$$

Endlich verschiebe man q mittels des zu ihm senkrechten Axenmomentes M um $p_0 = \frac{M}{q}$; und zwar auf die rechte Seite eines Beschauers, der sich so aufstellt, dass die Pfeilspitze von q gegen ihn gerichtet ist.

Die beiden Strecken sind nun

$$\left.\begin{aligned}[q] &= R\frac{\sin \widehat{Rr}}{\sin \widehat{qr}}(a_1 + ib_1 + jc_1) + M(l + im + jn)\\ [r] &= R\frac{\sin \widehat{Rq}}{\sin \widehat{qr}}(a + ib + jc)\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

14. *Es werden zwei dem gegebenen Strecken-Systeme äquivalente Strecken q, r gesucht, von denen die Eine, r, zu einer gegebenen Ebene E senkrecht ist, während die andere in diese hineinfällt.*

Die Ebene E, die als xy-Ebene gedacht ist, schneide die Centralaxe Γ des Systems im Coordinatenursprung O und sei gegen diese unter dem Winkel $90^0 - \gamma$ geneigt. Die Reduktions-Elemente (R, M_0) der Centralaxe Γ

$$[R] = (a + ib + jc)\,R, \qquad [M_0] = (l + im + jn)\,M_0$$

werden in 2 zu einander senkrechte Componenten zerlegt, u. zw. $[R]$ in $q = R\sin g$ und $r = R\cos\gamma$, $[M_0]$ in $m_0 = M_0\cos\gamma$ und $\mu_0 = M_0\sin\gamma$, so dass r, $m_0 \perp E$ und q, μ_0 in E fallen. Die zu einander rechtwinkligen Elemente q und m_0 sind äquivalent einer Strecke $[q]$ im Abstande $OQ = \frac{m_0}{q}$ von Γ zur Rechten eines im Endpunkte von q nach O sehenden Punktes.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Die andern ebenfalls rechtwinkligen Elemente r und μ_0 sind gleichfalls äquivalent einer Strecke r im Abstande $OQ' = \frac{\mu_0}{r}$ von I zur Rechten vom Endpunkte von r aus betrachtet. OQ und OQ' liegen auf der durch O gehenden Normalen N zur Ebene E' des $\sphericalangle RZ = \gamma$ und zu verschiedenen Seiten von O. Schliesst die Spur $\mathfrak{q}$ von E' auf xy — auf welcher q liegt — mit x den Winkel φ ein, so ist $\cos\varphi = \frac{\cos\alpha}{\sin\gamma}$ und der Richtungsfactor von $\mathfrak{q}$ gleich $e^{i\varphi}$, während jener von r, wie oben gefunden, j ist. Die gesuchten Strecken sind demnach

$$\left.\begin{aligned}[q] &= q\,e^{i\varphi} - j\,m_0 = R\,\sin\gamma\,e^{i\varphi} - j\,M_0\,\cos\gamma \\ [r] &= j\,r + e^{i\varphi}\,\mu_0 = j\,R\,\cos\gamma + e^{i\varphi}\,M_0\,\sin\gamma\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

B. Darstellung der Ebene.

1.

Fällt man von einem beliebigen Punkt A ausserhalb einer Ebene E ein Lot L auf diese, die E in P trifft, so ist E durch den Richtungsfactor von L — der Axe der Ebene — deren Sinn durch die Folge der Buchstaben AP bezeichnet wird, so dass die Pfeilspitze von L gegen P gerichtet ist, der Richtung und dem Sinne nach bestimmt.

Zwei parallele Ebenen sind von gleichem oder entgegengesetzten Sinne, je nachdem ihre Axen von gleichem oder entgegengesetzten Sinne sind.

Sind a, b, c wieder die Richtungs-Cosinus der Axe einer durch den Ursprung O gehenden Ebene, so ist daher

$$a + ib + jc$$

als Ausdruck derselben anzusehen.

2. *Zusammensetzung von Ebenen.*

a) Ebenen E_1, E_2, . . ., die durch den Ursprung O gehen.

Da bekanntlich die Richtung und der Sinn der Resultante mehrerer Strecken nur abhängt von dem Verhältnis dieser Strecken unter einander, so wird, wenn sich die un-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

endlichen Flächen dieser Ebenen verhalten wie $e_1 : e_2 : \ldots$ die resultierende Ebene E_r gefunden werden, wenn man diese Zahlen, die die Werte der Ebenen heissen sollen, nach einem bestimmten Massstabe auf den Axen der Ebenen aufträgt und die geometrische Summe L_r derselben bildet. Durch diese ist dann auch die Richtung, der Sinn und der Wert jener Ebene E_r bestimmt, die dem gegebenen Ebenen-Aggregate äquivalent ist.

b) Parallele Ebenen.

Fällt man von irgend einem Punkte, z. B. O Lote auf die Ebenen, welche diese in P_1, P_2, . . . treffen mögen, und betrachtet letztere als Massenmittelpunkte der Ebenen, deren Massen sich wie $e_1 : e_2 : \ldots$, verhalten sollen, so ist der Abstand $O P_r$ des Massenmittelpunktes P_r der Punkte P_1, P_2, . . . von O gegeben durch

$$(e_1 + e_2 + \ldots) O P_r = e_1 OP_1 + e_2 OP_2 + \ldots,$$

wo OP_1, OP_2, . . . positiv oder negativ sein können.

c) Ebenenpaare.

Zwei parallele Ebenen von gleichen Wert und entgegengesetztem Sinne bilden ein Ebenenpaar $(E, -E)$. Je nachdem die Axen der Ebenen innerhalb oder ausserhalb des von diesen eingeschlossenen Raumes liegen, soll es positiv oder negativ genannt werden. Ein Ebenenpaar ist bestimmt durch das Produkt aus dem Wert e einer Seitenebene in den Abstand p der beiden Ebenen, welches so wie beim Streckenpaar das Moment des Paares heissen soll.

Sind $(e_1, -e_1)$, $(e_2, -e_2)$ zwei äquivalente Streckenpaare, ihre Arme bezw. p_1, p_2 und legt man durch die Seitenstrecken je eine Ebene senkrecht zur Ebene des Streckenpaares, so entstehen zwei Ebenenpaare, die ebenfalls als äquivalent anzusehen sind; es ist $e_1 p_1 = e_2 p_2$. Da e_1 u. e_2 jeden beliebigen Winkel einschliessen können, so folgt:

Zwei Ebenenpaare, deren Momente gleich sind, sind äquivalent.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Als Ausdruck für ein Ebenenpaar ist daher

$$(E, -E) = e\,p$$

anzunehmen. Bei einem einzelnen Ebenenpaar ist e unbestimmt und kann hiefür 1 gesetzt werden.

d) Zusammensetzung von Ebenenpaaren.

Um $\Sigma e\,p = e_r\,\pi$ zu erhalten reduciert man die Momente auf einen gemeinsamen Arm π und findet

$$e_1\,p_1 = e'_1\,\pi,\quad e_2\,p_2 = e'_2\,\pi,\quad \ldots$$

Nun kann man sämtliche neue Ebenenpaare nach obigem Satze zur Deckung bringen und erhält das Moment des resultierenden Ebenenpaares

$$M = \pi\,\Sigma e'.$$

e) Ein Ebenenpaar $(E, -E)$ und eine einzelne Ebene F sind einer einzigen Ebene äquivalent.

Ist $F : E = f : e$ und verwandelt man $(E, -E)$; dessen Moment $e\,p$ ist, in ein Ebenenpaar $(F, -F)$, dessen Moment $f\,.\,\pi = e\,p$ ist und legt $-F$ über die Einzel-Ebene F, so dass sich beide Ebenen tilgen, so erübrigt die Seitenebene $+F$ des Paares $(F, -F)$. Die Einzelebene F wird demnach parallel zu sich selber um π verschoben. Um zu erkennen, nach welcher Seite die Verschiebung erfolgt, stelle man sich so, dass die Pfeilspitze der Axe von F gegen sich gerichtet ist, dann ist das neue F vor oder hinter dem Beschauer, je nachdem $(E, -E)$ negativ oder positiv ist.

f) Zusammensetzung beliebiger Ebenen.

Zieht man durch O je zwei Ebenen, die den gegebenen Ebenen des Aggregates parallel sind, wovon die eine positiv, die andere negativ ist, so dass sie sich tilgen, so erhält man ein System von durch O gehenden Einzel-Ebenen und ein System von Ebenenpaaren. Durch Zusammensetzung entsteht im Allgemeinen eine Einzel-Ebene und ein Ebenenpaar, welche zusammen entweder einer Einzel-Ebene, oder einem Ebenenpaar oder der Nulle äquivalent sind, da sowohl die resultierende Einzelebene als auch das resultierende Ebenenpaar oder beide verschwinden können.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. *Darstellung einer beliebigen Ebene E im Abstande p von O.*

Man lege durch O zwei Ebenen $+E' \# E$ und $-E' \parallel \parallel E$, die sich gegenseitig tilgen, wodurch eine durch O gehende Ebene $E' \parallel E$ und ein Ebenenpaar $(E', -E)$ mit dem Arme p entsteht d. h.

$$E = E' + (E', -E')$$

oder

$$E = a + ib + jc + p \tag{1}$$

als Ausdruck für die gegebene Ebene E.

Hiezu muss bemerkt werden, dass die beiden reelen Grössen a und p nicht addiert werden können, da a von o^{ter} und p von erster Dimension ist.

Tritt diese Ebene in Beziehung zu einer zweiten Ebene F und ist $E : F = e : f$, so ist obiges Quaternom mit e zu multiplicieren.

4. *Anwendungen.*

a) Es wird die Bedingung gesucht, dass die Gerade

$$g = a + ib + jc + p(l + im + jn)$$

in der Ebene

$$E = u + iv + jw + q$$

liegt.

Die Axe von E muss auf g senkrecht stehen, daher

$$au + bv + cw = o.$$

Ist $\sphericalangle p q = \delta$, so ist ferner

$$q = p \cos \delta.$$

Die Richtungs-Cosinus d, c, f des von O auf g gefällten Lotes p bestimmen sich aus

$$d^2 + e^2 + f^2 = 1,$$
$$ad + be + cf = o,$$
$$dl + em + fn = o,$$

u. zw. ist

$$d = \pm \frac{bn - cm}{W}, \quad e = \mp \frac{an - cl}{W}, \quad f = \frac{am - bl}{W}, \tag{2}$$

$$W = \sqrt{(bn - cm)^2 + (an - cl)^2 + (am - bl)^2},$$

somit

$$\cos \delta = du + ev + fw$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$q = \frac{p}{W}\left[(bn - cm)\,u + (cl - an)\,v + (am - bl)\,w\right] \qquad (3)$$

als gesuchte Bedingung.

b) Zwei sich kreuzende Gerade

$$g_1 = a_1 + ib_1 + jc_1 + p_1\,(l_1 + im_1 + jn_1).$$
$$g_2 = a_2 + ib_2 + jc_2 + p_2\,(l_2 + im_2 + jn_2)$$

sind gegeben; es wird die Ebene

$$E = u + iv + jw, \quad E \parallel g_1, \quad E \parallel g_2$$

gesucht.

Die Richtungs-Cosinus u, v, w der Axe von E finden sich aus

$$u^2 + v^2 + w^2 = 1$$
$$a_1u + b_1v + c_1w = o$$
$$a_2u + b_2v + c_2w = o$$

u. zw. ist

$$u = \pm\frac{b_1c_2 - c_1b_2}{W}, \quad v = \mp\frac{a_1c_2 - a_2c_1}{W}, \quad w = \pm\frac{a_1b_2 - a_2b_1}{W},$$
$$W = \sqrt{(b_1c_2 - c_1b_2)^2 + (a_1c_2 - a_2c_1)^2, + (a_1b_2 - a_2b_1)^2}. \qquad (4)$$

c) Der Abstand k von g_1 und g_2 ist zu bestimmen.

Legt man durch g_1, g_2 je eine Ebene $F_1 \parallel E$, $F_2 \parallel E$, so sind die Lote q_1, q_2; die von O auf F_1, F_2 gefällt werden können, aus (3) bekannt, demnach

$$k = q_1 - q_2 =$$

$$\frac{p_1}{W_1}\left[(b_1n_1 - c_1m_1)\,u_1 + (c_1l_1 - a_1n_1)\,v_1 + (a_1m_1 - b_1l_1)\,w_1\right]$$

$$- \frac{p_2}{W_2}\left[(b_2n_2 - c_2m_2)\,u_2 + (c_2l_2 - a_2n_2)\,v_2 + (a_2m_2 - b_2l_2)\,w_2\right],$$

$$W_1 = \sqrt{(b_1n_1 - c_1m_1)^2 + (c_1l_1 - a_1n_1)^2 + (a_1m_1 - b_1l_1)^2},$$
$$W_2 = \sqrt{(b_2n_2 - c_2m_2)^2 + (c_2l_2 - a_2n_2)^2 + (a_2m_2 - b_2l_2)^2}. \qquad (5)$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Resumé.

A. *Representation of a segment.*

Designe s the length of a limited straight line or segment, s' his projection to the xy - plan and $\sphericalangle s'x = \varphi$, $\sphericalangle ss' = \psi$, $\sphericalangle sx = \alpha$, $\cos\alpha = a$, $\sphericalangle sy = \beta$, $\cos\beta = b$; $\sphericalangle sz = \gamma$. $\cos\gamma = c$; then is the expression of a segment, that passes the origine

$$[s] = s\,C(\varphi, \psi)$$

where $C(\varphi, \psi)$ denotes the coefficient ofdirection.

$$C(\varphi, \psi) = C^{i\ \cos\psi + j \sin\psi},$$

where j signifies a bi-complex or hypercomplex unity, definied by

$$j^2 = -1$$

therefore a quantity of two values $j = +i$, $j = -i$.

Some expressions are deduced for the factor of deviation $\mathfrak{A}$, with which s, must be multiplied in order to receive an other segment s'. The product of two $\mathfrak{A}$ gives an other hypercomplex quantity of the form

$$m + in + jr + ijq \equiv P \text{ where } (ij)^2 = 1.$$

Functions of variables of the form P are of the same form P. Upon this a deduction is given of factors of deviation with complex angles α, β, γ.

The expression for a couple of segments $(s, -s) = m_x + + imy + jmz'$ the expression for an arbitrary s (which not passes the origin O: $[s] = (C + p\,\mathfrak{A})\,c$;
the resolution of several geometrical problems.

B) *Representation of a plan;* a) which passes the origin O.

$$E = a + ib + je.$$

Composition of two plans, of parallel plans, couple of plans $(E, -E)$;
b) Expression for an arbitrary plan, which not passes O

$$E = a + i\,b + j\,e + p;$$

Finally several applications.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VI.

Několik novinek z květeny černohorské.

Plantae montenegrinae novae.

(Z botanického ústavu české university v Praze.)

Napsal **Jos. Rohlena.**

(Předloženo dne 3. února 1920.)

Od vydání svého »V. příspěvku« ku květeně černohorské ve Věstníku král. české společnosti nauk v Praze 1912. I.*), revidoval jsem některé kritické rody z bohatého materiálu, nasbíraného na mých šesti cestách po Černé Hoře a výsledek mé práce je »VI. příspěvek«, jenž však leží následkem obtížných poměrů tiskových přes dva roky v rukopise. Ježto není naděje, že se v dohledné době poměry zlepší, podávám zde několik zajímavých novinek, ale jsa omezen místem, uvádím diagnosy co nejstručněji a míšence vůbec bez popisu.

Polygonatum odoratum (Mill) Druce var. (vel. subsp.) P. *Velenovskýi* m. Syn: Polyg. officinale All. b) Velenovskýi m.

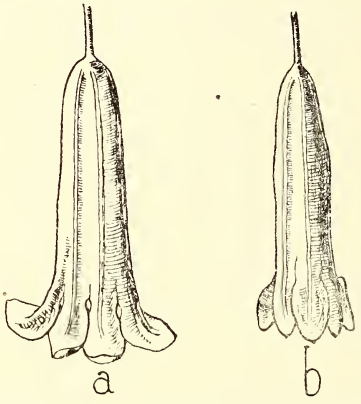
Perigonii laciniis stellatim patentibus, subreflexis, exterioribus late ovato ellipticis, internis e basi angustata fere orbiculatis utrisque obtusissimis; foliis latissime ellipticis pro more latioribus ut in typo.

Zajímavou tuto formu přinesl jsem od Njeguše a pěstuji ji od r. 1903 v zahradě českého botanického ústavu. Již na prvý pohled je nápadna širšími listy, což ovšem je znak méně důležitý, neboť slabší jedinci mají listy užší. Ale nápadný je rozdíl ve květu. Okvětní lístky jsou v hoření polovici hvězdovitě rozevřeny, takže díváme-li se na květ shora, vidíme všech 6 lístků pravidelně rozložených, čímž mizí zde zdánlivě rozdíl mezi vnějšími a vnitřními lístky, a zdá

*) Ostatní práce vyšly v témže Věstníku roč. 1902, XXXII a XXXIX., 1903, XVII., 1904, XXXVIII.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

se, jako by okvětí bylo založeno v jednom kruhu. U typické rostliny jsou všecky lístky okvětní vzpřímeny neb jen u špičky nepatrně zpět zahnuty a díváme-li se na květ shora, vidíme zcela přesně dva kruhy okvětní. Mimo to jsou na naší rostlině vnější okvětní lístky tupější, z vejčitého spodu elliptičné, vnitřní jsou skoro okrouhlé. Mám za to, že je tato forma v území vůbec rozšířena a že nebyla dosud — pokud mi známo — pozorována, přikládám té okolnosti, že tyto znaky na sušeném materiálu se těžko poznají.



Obr. 1. a) Květ Polygon. Velenovskýi Rohl.
b) Květ Polygon. odoratum (Mill) Druce.
(Kreslil Dr. K. Kavina.)

Festuca violacea Gaud. var. minor. Hackel f. *mutica* m.

Glumis fertilibus obtusiusculis, muticis.

Velmi hojně na horských pastvinách na Ledenici planině, ve výšce asi 1600—1800 m. Na prvý pohled je tato forma nápadna tím, že jsou pluchy tupější a bezosinné. Dle mého náhledu je v témže poměru k formě typické jako F. ovina. var. capillata (Lam.) Hackel k typické F. ovina.

Festuca varia Haenke var. pungens (Kit.) Hackel subvar. *pseudoxanthina* m. (Fest. pungens Kit. var. pseudoxanthina m.)

Spiculis pallide stramineis brevius aristatis, culmis et foliis tenuioribus gracilioribusque.

Jižní úbočí Komu Vasojevičského a na Lovčenu, ca. 1400—2200 m.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tato zajímavá forma je nápadně podobna F. xanthina Roem. et Schult., jež je rozšířena v Banátě, v Sedmihradsku a v Srbsku, ale patrně v polohách nižších, ale pozná se dle toho, že pluška je asi o $^1/_5$ kratší než úplně bezosinná plucha. F. xanthina je též udávána Pančićem z Komu, Pichlerem z Lovčenu a Baldaccim z hory Lisinj, ale jsem toho náhledu, že údaje tyto nejsou správny, nýbrž že se jedná o rostlinu mnou zde popsanou.

Sesleria coerulea Scop. var. calcaria Čelak. f. *scabridula.* m.

Culmis ancipiti — compressis, scabridulis

Na kamenitých úbočích pohoří Magliče, ve výši přes 2200 m.

Dvojříznou lodyhou připomíná na Poa compressa. Mimo to je lodyha na hranách dosti drsná.

Sesleria tenuifolia Schrad.

Tento druh, v horách velmi rozšířený, variruje velmi značně. Nápadna je forma s listy tuhými a silnějšími, (f. juncifolia Marches.), již jsem sbíral na Maglići a na Komu. Plevy a pluchy jsou obyčejně lysé, jen na kýlu a na kraji krátce brvité. Řídčeji se vyskytuje forma, kde pluchy jsou v hoření, nezakryté části na celé ploše krátce a hustě chlupaté f. *pubiglumis;* (paleis parte superiore breviter denseque puberulis). Pozoroval jsem ji zvláště na Vojniku, Komu a Durmitoru.

Střední osina pluchy je obyčejně krátká, dosahujíc sotva $^1/_4$ délky pluchy; na hoře Veliki Krš u Andrijevica, ve výši asi 1200 m našel jsem velmi četnou formu s osinou dvakrát delší, takže dosahovala $^1/_2$ délky pluchy a při tom též postranní špice pluchy jsou nápadně protaženy. Též plevy jsou užší a dlouženi zakončité f. *longearistata.* (Paleae inferiores in setas multo longiores [quam in typo] protractae, arista intermedia paleam dimidiam aequans.)

Anthoxanthum ovatum Lag. — Na písčitých a kamenitých místech v rovině kolem Podgorice a Farmaki, ca 30—50 m.

Žajímavý nález, neboť tento západomediterranní druh není mi dosud z Balkánu znám. Jednoletým kořenem a roz-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

větveným stéblem připomíná A. Puellii, leč osina je velmi krátká, takže z klásku nevyniká; hlavní však znak je, že vnitřní plevy (t. j. 3. a 4.) jsou velmi krátké, sotva 2 mm, takže jen nepatrně přesahují pluchy. Lata je obyčejně krátká, vejčitá, ale u Podgorice jsem sbíral též formu s latou prodlouženou, 4—5 cm dlouhou = f. *laxiflorum*. (Panicula elongata, 4—5 cm longa, laxiflora). Typická rostlina má obě vnější plevy dlouze chlupaté; řídčeji sbíral jsem formu, která má obě plevy vnější lysé = f. leiostachys Gdgr.

Centaurea *crnogorica* m. (C. atropurpurea W. K. subsp. crnogorica Rohl. in schedis.) Intermedia inter C. atropurpuream W. K. et C. orientalem L.

Radice perenni, perpendiculari, fibrillosa. Caule simplice, monocephalo vel pauce ramoso (ramis [1—2] brevibus, monocephalis), 20—40 cm alto, erecto, infra et in parte media folioso, supra nudo vel foliis parvis bracteiformibus obsito. Tota planta (capitulis exceptis) juvenilis albo-tomentosa, dein glabrescens. Foliis rosularum hornotinarum indivisis, longe petiolatis, oblongis vel oblongo-lanceolatis, in petiolum longum sensim attenuatis, margine integerrimis vel dentibus perpaucis minutis obsitis, elevatim nervosis, nervis albis, lucidis; foliis caulinis inferioribus pinnatisectis vel pinnatipartitis, segmentis oblongis, obtusiusculis, mucronatis, integris, vel parce minutissime dentatis, foliis superioribus fere integris, oblongis, summis bracteiformibus. Capitulis mediocribus, diametro ca 3 cm, involucri phyllis glabris, late ovatis, appendicibus adpressis, late triangulari-lanceolatis, phylla tengentibus in dorso pallide brunneis, margine albis, splendentibus longe fimbriatis, fimbris albis, splendentibus, diametrum transversalem phylli aequantibus vel subaequantibus, terminalibus in spinam productis; flosculis luteis, acheniis juvenilibus tenuiter albo-sericeis, maturis —??—, pappo sordide albo.

Habitat in graminosis montis Maglić, ca 1800—2200 m.

Bohužel sbíral jsem tuto rostlinu pouze za květu, ale přece neváhal jsem ji popsati jako nový druh, ježto se nápadně od příbuzných liší.

Rovněž Dr. Aug. v. Hayek, výborný znalec rodu

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Centaurea, jenž můj material revidoval, souhlasí se mnou, že se jedná o dobrý druh.

Centaurea Weldeniana Rchb. — f. *denudata* m., — A typo differt caule et foliis glabris viridibus, nec araneoso canescentibus.

Rudine nikšićke mezi Nikšićí a Viljušou, ca 1000 m. Habitualně podobá se C. jacea, leč celokrajné přívěsky zákrovní a zcela jiné rozvětvení prozradí příbuznost s C. Weldeniana.

Centaurea atropurpurea W. K. f. *gracilior* m. — Caulibus humilioribus simplicibus vel subsimplicibus capitulis minoribus, (2—3 cm diam.) indumento albido densiore.

Lastva čevska, ca 1000—1100 m.

Zajímavý nález, neboť tento druh je rozšířen hlavně v Banatu a Sedmihradsku. Na Černé Hoře jsem typické rostliny dosud nesbíral. Pančić uvádí ji sice z pohoří Durmitoru, ale na těch místech sbíral jsem pouze C. Kotschyana.

Verbascum thapsiforme Schrad subsp. *Vandasii* m. (Syn.: V. Vandasii m., V. densiflorum Bertol. b) Vandasii m.).

A typo differt foliis obtusissime et obsolete crenatis, fere integris, tomento canescenti-albido (nec lutescenti) et subdetersili, calycis laciniis sub fructu subglabris.

Sbíral jsem tuto krásnou rostlinu hojně na pohoří Sjekirici, Balju a Jerinje glavě v severovýchodním cípu Černé Hory, ve výši 1200—1900 m. Typické V. thapsiforme je v teplejších a nižších polohách v Černé Hoře velmi rozšířeno; V. Vandasii je dle mého náhledu vysokohorské plemeno — po případě i samostatný druh.

Verbascum Nicolai Rohl. (Fedde's Repert. III. 1906 p. 148) var. *obtusifolium*. Lamina foliorum inferiorum latissime ovata vel elliptica, obtusissima, grosse et obtuse crenata, basi subrotunda vel subito in petiolum subaequilongum attenuata, caulina oblonga vel ovato-oblonga decrescentia, media in petiolum brevem attenuata, suprema basi rotundata sessilia, omnia praesertim subtus (ut in spica) densius tomentosa.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Roste na horských lučinách na pohoří Sjekirici blíže Andrijevice, ve výši 1600—1800 m. Tvarem listů upomíná sice na řecké V. delphicum B. H., ale totožné s ním není.

Verbascum macrurum × pulverulentum (V. Gintlii m.) — Na úbočích hory Lovčenu.

V. Bornmülleri × thapsiforme subsp. Vandasi (V. Dominii m.) — V údolí řeky Peručice pod Komem a na pohoří Balju a Jerinje glavě u Andrijevice,

V. Bornmülleri × longifolium (V. Horákii m.) — Na Balju u Andrijevice.

V. macrurum × lychnitis (V. Pejovićii m. — Radulica u Njeguše.

V. Durmitoreum × Nicolai (V. Kavinae m.) — Severní úklony Durmitoru.

V. Nicolai × thapsiforme subsp. Vandasii. (V. Černýi m.) — Jerinja glava u Andrijevice.

V. longifolium × Lychnitis (V. pseudobalcanicum m.) — U Andrijevice.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VII.

Studie o chromové žluti.

Druhá část a dokončení.

Žluť citronové barvy a nová theorie jejího vzniku

Napsali

Prof. Dr. **Jaroslav Milbauer** a Dr. inž. **Kamil Kohn.**

(S 5 obrazci a 4 tabulkami v textu).

Předloženo dne 5. května 1920.

Jak bylo v prvním dílu práce vyznačeno, má pro technickou praxi největší význam příprava barvy s odstínem citronovým, což děje se z roztoků obsahujících SO_4'' a CrO_4'', po případě $Cr_2O''_7$ ionty olovnatými solemi, rozpustnými. Theoretickou stránku tohoto děje můžeme řešiti na základě poznatků o částečném srážení dvou solí nerozpustných téhož kovu. Podobnými úkoly obíraly se práce:

Paul: Untersuchungen über fraktionierte Fällung[1]).

Küster: Über Gleichgewichtserscheinungen bei Fällungsreaktionen[2]). Základ k theorii částečného srážení byl dán *Nernstem*[3]) a jeho názory podepřeny byly důkladnou studií *Findlayovou:* »Theorie der fraktionierten Fällung von Neutralsalzen.«[4]) — Základní myšlénka této theorie jest následující:

Pro zvratnou reakci $n_1\,A + n_2\,B \rightleftarrows n_3\,C + n_4\,D$, ve které je počet molekul látek *A*, *B*, *C*, *D* označen faktory n_1, n_2, n_3 a n_4 a jejich koncentrace v rovnovážném stavu c_1, c_2, c_3 a c_4 platí zákon Guldberg-Waagův rovnicí:

$$K = \frac{c_1^{n_1} \times c_2^{n_2}}{c_3^{n_3} \times c_4^{n_4}}$$

[1]) Zeit. f. phys. Chemie 14. (105) 1894

[2]) Zeit. f. anorg. Chemie 19. (81) a 22 (161).

[3]) Theoretische Chemie str. 498 (II. vyd.),

[4]) Zeit. f. phys. Chemie 34. str. 409.

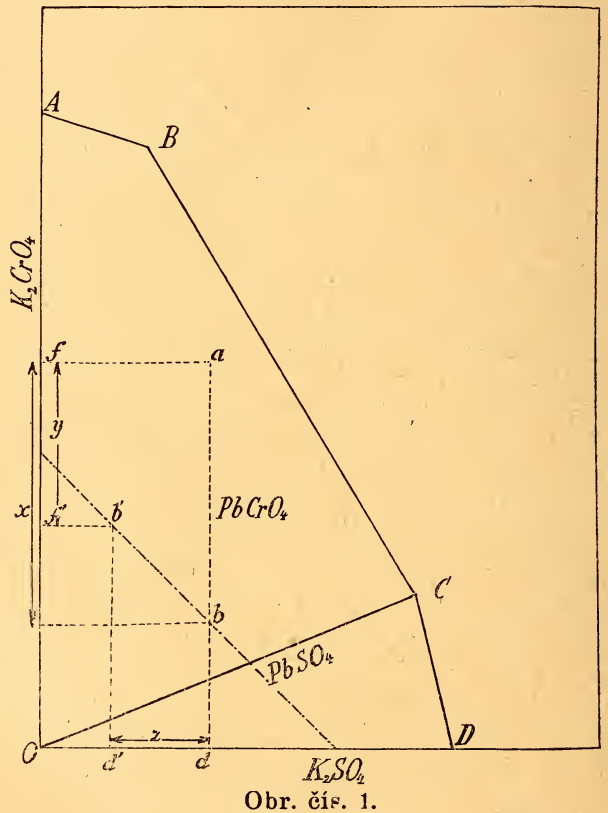
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

V heterogenní reakci, ve které jsou A a C těžko rozpustné látky jako v našem případě

$$PbSO_4 + K_2CrO_4 \rightleftarrows PbCrO_4 + K_2SO_4$$

je to $PbSO_4$ a $PbCrO_4$, jest koncentrace těchto hmot stálá a přejde tedy uvedený výraz v jednoduchou formu:

$$K_1 = \frac{c_2^{n_2}}{c_4^{n_4}}$$



Obr. čís. 1.

Přihlížíme-li však k elektrolytické dissociaci, jest pak účinná hmota rozpustných látek rovna koncentraci iontové [v případě našem CrO_4'' a SO_4''] a nikoliv celé hmoty rozpuštěné. Musíme tedy celkovou koncentraci násobiti stupněm dissociace α_2 a α_4 oněch reagujících hmot. Pak jest

$$\frac{\alpha_2^{n_2} C_2^{n_2}}{\alpha_4^{n_2} C_4^{n_4}} = \frac{(\text{iont. koncentrace B})^{n_2}}{(\text{iont. koncentrace D})^{n_4}} = \text{konst.} \ldots\ldots \text{a.})$$

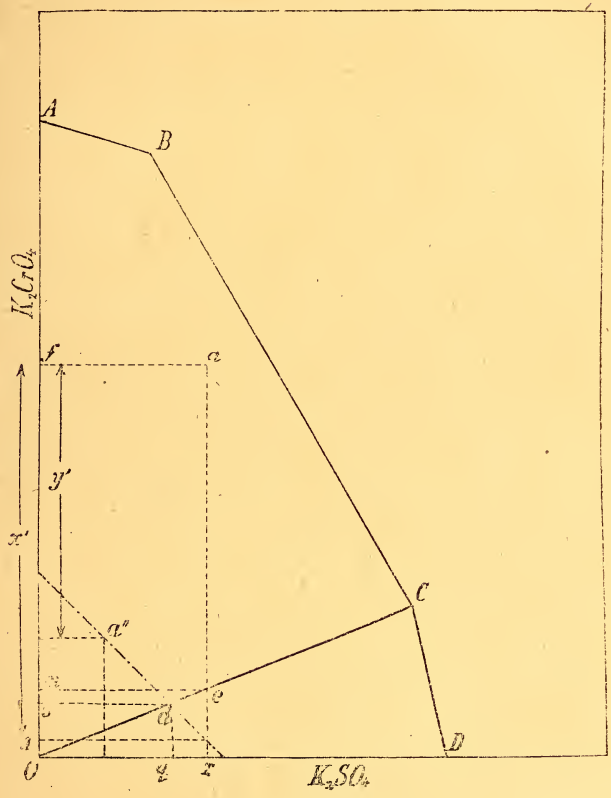
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a v našem případě bude

$$\frac{\text{konc. } CrO_4''}{\text{konc. } SO_4''} = \text{konst.} \ldots\ldots \text{b.)}$$

Jsou-li obě sole stejným stupněm dissociovány, přejde pak výraz a) ve formu:

$$\frac{C_2{}^{n_2}}{C_4{}^{n_4}} = \text{konst.},$$



Obr. čís. 2.

poněvadž oba stupně dissociační α_2 a α_4 jsou si rovny.

Vyjdeme-li při částečném srážení ze společného roztoku látky *B* a *D* a srážíme-li jej jistou solí v takovém množství, aby se obě soli *B* a *D* úplně nesrazily, tu měla by se, jestliže poměr příslušných iontů obou solí B a D je větší rovnovážné konstanty, vylučovati nerozpustná sůl A a sice tak dlouho, až dosáhne poměr zbylých solí rozpustných rovno-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vážné konstanty. Pak teprve budou se vylučovati obě sole A a C v poměru iontových koncentrací rovnovážných. Obdobně bude probíhati pochod srážecí, bude-li poměr iontů solí B a D před sražením menší rovnovážné konstanty. V tomto případě bude se před dosažením konstanty rovnovážné vylučovati nerozpustná sůl *C* a později obě soli *A* a *C* v poměru rovnovážném. Dle této úvahy nezávisí tedy dřívější vylučování jedné z dvou nerozpustných solí, sražených ve společném roztoku na menší rozpustnosti, nýbrž jen na složení roztoku, který má býti sražen, a rovnovážné konstantě příslušné reakce. Až potud vysvětluje uvedená theorie úkazy částečného srážení.

Poměry ty a celý mechanismus srážecí nejlépe se dají vysvětliti na diagramu isothermickém (obr. č. 1). Srazíme-li roztok, jehož složení odpovídá bodu *a* (*of* = mol. K_4CrO_4 a *od* = mol. K_2SO_4) množstvím rozpustné soli olovnaté [$Pb(NO_3)_2$ nebo $Pb(CH_3CO_2)_2$] ekvivalentním *x* mol. K_2CrO_4, měl by se sraziti jen chroman olovnatý, t. j. bod *a* přesune se v bod *b* a zbývající roztok má složení bodu tomuto odpovídající. Ve skutečnosti probíhá však srážení zcela jinak. Po srážení vyloučí se obě soli, z nichž jedna ($PbSO_4$) jsouc v metastabilním stavu mizí, necháme-li zbylý roztok působiti na ssedlinu dle známé rovnice:

$$PbSO_4 + K_2CrO_4 \rightleftarrows PbCrO_4 + K_2SO_4.$$

K definitivnímu stavu rovnovážnému, odpovídajícímu bodu *b* dojdeme tedy teprve po určitém čase. Množství x sole srážecí rozdělí se tedy v okamžiku sražení na obě soli K_2SO_4 a K_2CrO_4 v jistém poměru y a z, takže má zbylý roztok složení bodu b′, ležícím na přímce isokaliové vedené bodem *b*. Přímka ta svírá s oběma osami úhel 45° a každý její bod značí koncentrace o stejném součtu solí draselných. Jest tedy $z + y = x$. Necháme-li sražené hmoty a zbylý roztok na sebe působiti, bude K_2CrO_4 převádět $PbSO_4$ v $PbCrO_4$ a složení roztoku pohybuje se po přímce isokaliové $\overline{b'b}$, až dosáhne definitivní rovnováhy v bodě *b*. Na konec zmizí tedy veškerý $PbSO_4$.

Užijeme-li ku srážení větší množství soli olovnaté než odpovídá koncentraci *ae* (viz obr. č. 2.), t. j. dosáhne-li se

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

křivky Guldberg-Waagovy, bude srážení probíhati způsobem poněkud odlišným. Bod *a* udává opět jako v případě prvém složení roztoku před srážením, *x'* je množství sole olovnaté k sražení použité, *y'* a *z'* značí množství $PbCrO_4$ a $PbSO_4$ bezprostředně po srážení. Bod *d* na křivce Guldberg-Waagově udává složení roztoku v definitivní rovnováze a dá se geometricky snadno nalézti, jestliže považujeme G.-W. křivku za přímku vedoucí z počátku a svírající s osou K_2SO_4 úhel α.

$$\overline{mn} = x' - ae \qquad \overline{ed} = \frac{x' - ae}{\sin\alpha + \cos\alpha},$$

x jest množství soli olovnaté, kterou se sráží; *ae* je známo ze složení roztoku a polohy G.-W. křivky.

Známe-li bod *d*, máme i východisko isokaliové přímky, na které leží bod *a''* odpovídající složení roztoku v okamžiku po srážení. Jestliže pak roztok a ssedlina na sebe dále působí, dosáhne po určité době roztok složení *d* (os, oq), ve kterém pak bude v definitivní rovnováze s oběma solemi olovnatými. Na základě těchto úvah je při částečném sražení $PbSO_4$ skoro ve všech případech bezprostředně po srážení v metastabilním stavu, vyjímaje ovšem ten případ, že by roztok před srážením měl složení buď rovné nebo menší rovnovážné konstanty, která byla v prvém dílu práce určena. Konstanta je tak malá vzhledem ku koncentraci K_2CrO_4, že se částečné srážení roztoků s koncentrací rovnou nebo menší této konstanty nedá prakticky provésti.

Na přechodnou rovnováhu při srážení podvojných solí upozornil zvláště *Horstmann*[1]) v pojednání o srážení uhličitanu a štovanu vápenatého chloridem vápenatým a rozlišuje »konečnou stabilní rovnováhu« a přechodnou rovnováhu po srážení. Poukázal pak dále ve své práci na důležitost silného a častého třepání, má-li býti spolehlivě dosaženo definitivní rovnováhy. *Chesneau*[2]) studoval ve své práci srážení $Cu(NO_3)_2$ a $Pb(NO_3)_2$ sirovodíkem a poznal časový vliv na složení ssedliny po sražení. Definitivními stavy rovnovážnými po srážení zabývala se již zmíněná práce Paulova, Küsterova,

[1]) Verh. des naturhist. Vereins, Heidelberg 2. (227) 1880.
[2]) Compt. rendus 111. (269) 1890.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Küster a Thielova a Findlayova. Z neznalosti poměrů rovnovážných při částečném sražení vysvětlují se odchylné výsledky v některých pracích starších, hlavně v těch, ve kterých hledány byly číselné vztahy mezi koncentrací obou látek v roztoku po srážení zbylých a nebrán ohled na časový vliv po srážení. Jest to práce *Debusova*,[1]) který sráží $BaCl_2$ a $CaCl_2$ uhličitanem sodným a *Morrisova*,[2]) zabývající se sražením $K_2SO_4 + K_2CO_3$ a $K_2CO_3 + K_2CrO_4$ chloridem barnatým.

Pro technickou praxi a analytiku má však stav metastabilní větší důležitost nežli stav stabilní, který se dostavuje dle okolností s různou rychlostí a jehož vyčkání znamenalo by ztráty časové. Dosud nebyly však poměry tohoto stavu metastabilního důkladně prozkoumány. Veškeré práce o částečném srážení zabývaly se konečným stavem rovnovážným, ba nesledovaly ani časově přechod z jednoho stavu do druhého. Jedinou poznámku s touto otázkou související nalezli jsme u *Findlaye*,[3]) který studoval částečné srážení NaI a Na_2SO_4 dusičnanem olovnatým a zabýval se jen mimochodem měřením rychlosti srážecí obou solí methodou optickou. Sám však nepřikládá těmto pokusům nějakého významu a neuvádí žádných číselných výsledků.

Problém srážecí možno pak vymeziti na základě grafického řešení v obr. č. 1. asi následovně:

Původní poměrné složení roztoku před sražením dáno jest souřadnicemi bodu a $\frac{of}{od}$, při čemž of značí koncentraci K_2CrO_4 v molech a od konc. K_2SO_4 v molech. Kdyby nebylo metastabilního stavu, byl by dán poměr rozpustných solí draselných $\frac{of'}{od'}$. Ve skutečnosti jest však poměr rozpustných solí v okamžiku po srážení $\frac{of'}{od'}$, a poměr sražených solí $\frac{ff'}{dd'}$.

---

[1]) Lieb. Ann. 87., 238., 1853.
[2]) Lieb. Ann. 213., 253., 1883.
[3]) Loc. tit.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Najdeme-li tedy nějaký číselný vztah původního složení roztoku $\frac{of}{od}$ k složení ssedliny, nebo k složení roztoku bezprostředně po srážení, bude tím již částečně objasněn pochod srážecí, v našem případě i s hlediska praktického velice důležitý. Zároveň mohou pak pokusy srážecí rozhodnouti o možnosti tvoření se podvojných solí a blíže určiti i polohu G. W. křivky, jestliže srážení provedeno bude tak, aby celý system přešel do rovnováhy této křivce odpovídající.

Pokusy částečného srážení.

Reagencie k těmto pokusům použité byly stejně připravovány jako k pokusům v I. dílu uvedeným. Dusičnan draselný, který brán byl ku stanovení společných rozpustností, byl připraven z chem. čistého prodejného dusičnanu draselného dvojnásobnou rušenou krystalisací a byl pak prostý Cl', ClO_4' jakož i Mg'' a Ca''.

Při srážení přistupuje do systému KNO_3 vzniklý ze solí draselných reakcemi:

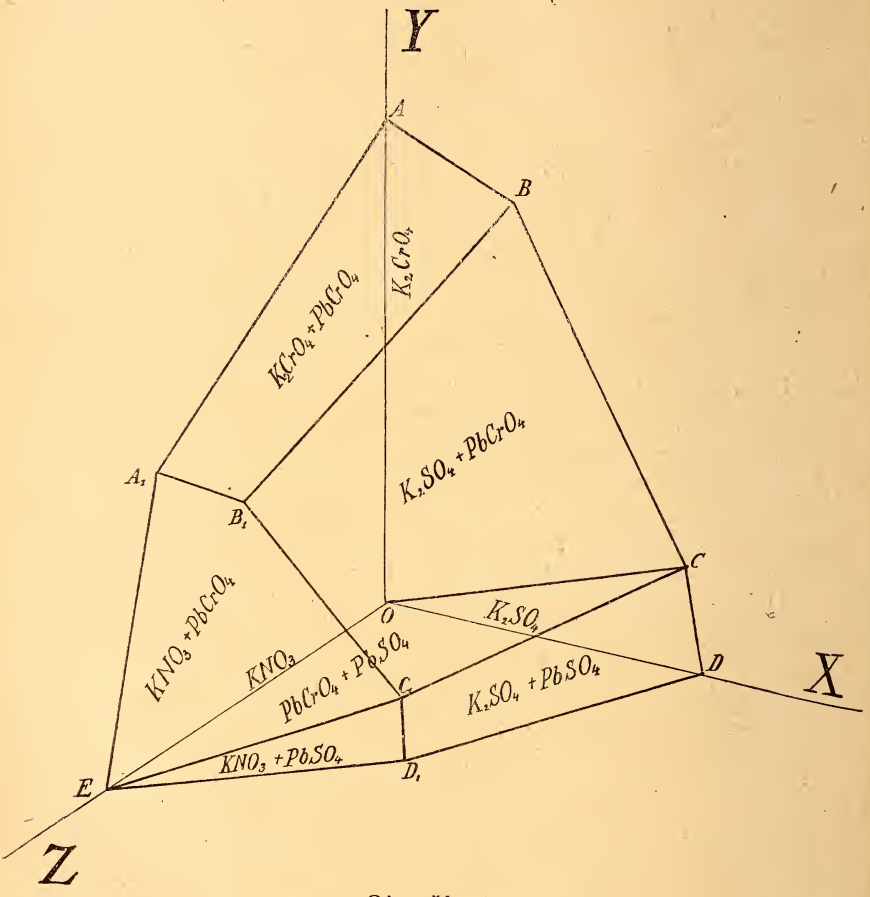
$$K_2CrO_4 + Pb(NO_3)_2 = PbCrO_4 + 2KNO_3$$
$$K_2SO_4 + Pb(NO_3)_2 = PbSO_4 + 2KNO_3$$

Předem musil tedy býti určen vliv nově přistupujícího dusičnanu draselného na celý system.

Přidáme-li k systemu znázorněnému v obr. č. 3. isothermou Meyerhofferovou nějakou sůl draselnou, můžeme předpokládati posunutí bodů A a D, které značí rozpustnost obou solí draselných, ve směru k počátku os, poněvadž se přidaným dusičnanem draselným zatlačí rozpustnost obou solí draselných. Obdobně a z téhož důvodu posunou se body B a C dovnitř diagramu, takže se existenční oblasti obou solí olovnatých zmenší. Toto posunutí křivky $ABCD$ je úměrno koncentraci přidané soli draselné. Naneseme-li na třetí osu koncentraci této soli draselné, v případě našem KNO_3 a předpokládáme, že netvoří se podvojné soli nebo isomorfní směsi, vznikne prostorový diagram (čís. 3.), který bude na jedné straně omezen isothermou Meyerhofferovou (viz první díl práce, obr. 2.), ve směru osy Z bude pak omezen jednak křivkou AA_1 značící umenšení rozpustnosti

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

K_2CrO_4 s přibývajícím KNO_3, křivkou EA_1, která vyjadřuje ubývající rozpustnost KNO_3 s přibývajícím K_2CrO_4. Bod A, průsečík obou křivek, udává složení roztoku nasyceného oběma solemi (KNO_3 a K_2CrO_4). Podobně vyjadřuje i křivka



Obr. čís. 3.

D D_1 E vzájemnou rozpustnost KNO_3 a K_2SO_4 a bod D_1 pak složení roztoku s oběma látkami na dně. Bod B_1 značí společnou rozpustnost K_2SO_4, K_2CrO_4 a KNO_3 u přítomnosti $PbCrO_4$, bod C_1 odpovídá roztoku nasycenému K_2SO_4, K_2CrO_4 a KNO_3 u přítomnosti pevných hmot K_2SO_4, KNO_3, $PbSO_4$ a $PbCrO_4$. Poslední bod splývá však pro nepatrnou hodnotu rovnovážné konstanty prakticky s bodem D_1. Bod E značí

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nasycený roztok KNO_3; (vliv $PbCrO_4$ a $PbSO_4$ na jeho rozpustnost můžeme zanedbati). Podobně může býti při stanovení bodů A_1, B_1 a D_1 zanedbána rozpustnost solí olovnatých. (V bodě A_1 a B_1 $PbCrO_4$, v bodě D_1 $PbSO_4$ a v bodě E $PbSO_4$ i $PbCrO_4$). Zřídíme-li soustavu bodu B_1 a zmizí-li KNO_3 co pevná hmota, pohybuje se složení roztoku po křivce $B_1 B$, zmizí-li jen K_2SO_4 a na dně zůstane K_2CrO_4 a KNO_3 pohybuje se roztok po křivce $B_1 A_1$. Přidá-li se k roztoku bodu B_1 $PbSO_4$ v přebytku, mizí K_2CrO_4 co pevná fáse a system přechází po křivce $B_1 C_1$ do bodu C_1. Může nastati též případ ten, že zřeďováním roztoku bodu B_1 odpovídajícímu, zmizí obě soli K_2CrO_4 a K_2SO_4 co pevné fáse, pak pohybuje se složení roztoku po ploše $EA_1B_1C_1$ směrem k E. Zředí-li se soustava bodu C_1, tu mohou nastati následující případy: 1.) Zmizí-li nejdříve $PbSO_4$ co pevná fáse, dostaneme se po křivce C_1D_1 k bodu D_1. 2.) Rozpustí-li se veškerý pevný K_2SO_4, pohybuje se system po křivce C_1E k bodu E. 3.) Rozpustí-li se dříve než ostatní pevné fáse KNO_3, dostáváme soustavu křivky C_1C.

Celý isothermický diagram jest ohraničen plochami:

1. AA_1B_1B udávající složení roztoků, které jsou v rovnováze s pevným $K_2CrO_4 + PbCrO_4$
2. BB_1C_1C udávající složení roztoků, které jsou v rovnováze s pevným $K_2SO_4 + PbCrO_4$
3. CC_1D_1D uďávající složení roztoků, které jsou v rovnováze s pevným $K_2SO_4 + PbSO_4$
4. $A_1B_1C_1E$ udávající složení roztoků, které jsou v rovnováze s pevným $KNO_3 + PbCrO_4$
5. EC_1D_1 udávající složení roztoků, které jsou v rovnováze s pevným $KNO_3 + PbSO_4$
6. $OABCD$, která je zjednodušenou isothermou pro koncentraci $KNO_3 = 0$; o ní pojednáno bylo již v prvním dílu práce.

Plocha OEC_1C značící koncentraci roztoků, které jsou v rovnováze s fásemi pevnými $PbSO_4$ a $PbCrO_4$, rozděluje prostor uzavřený uvedenými plochami na dvě prostorové oblasti. Všechny roztoky nad touto plochou mohou býti v rovnováze jen s $PbCrO_4$, všechny roztoky pod touto ro-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vinou jen s $PbSO_4$. Plocha ta je též plochou Guldberg Waagovou, ovšem jiného rázu.

Poněvadž jsou body $ABCD$ z dřívějšího určení isothermy v prvním dílu práce známy, stačí k hrubému omezení isothermy prostorové určiti body E, A_1, B_1, D_1 pro teplotu 20° C. Bod C_1 splývá prakticky s bodem D_1. Pokud nebyly příslušné rozpustnosti známy z literatury, byly určeny stejným postupem jako v prvním dílu práce.

Nalezeny pak tyto střední hodnoty pro 20° C (v % roztoku):

Čas	% K_2SO_4	% K_2CrO_4	% KNO_3	Bod diagramu	Poznámka
—	—	—	23·77	E	Andreä: Journ. f. prakt. Chemie [2] 29. (1884). Pro 20° C interpolací vypočteno.
—	4·94	—	20·15	D_1	Dle H. Koppa Lieb. Ann. *34*.263
po 30 dnech	—	30·18	10·19	A_1	určeno
po 23 dnech	26·92	28·99	0·82	B_1	určeno

I vyplývá z této úvahy, že se přídavkem KNO_3 k systemu existenční oblast $PbSO_4$, jež je sama o sobě již malá, ještě více umenšuje. Analogicky dopadlo by vyšetření vlivu jiné sole draselné na celý system, na př. $CH_3 . COOK$.

Při pokusech částečného srážení směsi chromanu a síranu draselného dusičnanem olovnatým postupováno bylo následujícím způsobem:

Připraveny roztoky K_2SO_4 a K_2CrO_4 v takových koncentracích, aby obě sole byly v nich v určitých poměrech molárních (8:1, 4:1, 2:1, 1:1, 1:2 atd.). Z počátku brány byly k pokusům společné roztoky chromanu a síranu draselného, později pak odvažováno bylo pro každý pokus určité množství látek na míšenských porculánových lodičkách a rozpuštěno pak v jistém množství vody. Srážení provedeno bylo roztokem $Pb(NO_3)_2$ známé koncentrace při temperatuře 20° C

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

v kádinkách z jenského skla, a sice tím způsobem, že byla kádinka, ve které bylo srážení provedeno, postavena do velké misky krystalisační, naplněné vodou teploty 20° C. Teplota pak kontrolována byla dvěma teploměry, z nichž jeden byl ponořen do vodní lázně a druhý přímo do kádinky srážecí, kdež použit byl jako míchadlo. Voda destillovaná z destillačního přístroje ústavního byla po druhé destillována elektrickým proudem a jímána v nádobách z jenského skla a pak teprve k pokusům použita.

K určitému, odměřenému roztoku obou solí draselných nebo k odváženému množství těchto solí přidáno takové množství destillované vody, aby součet objemů roztoku, přidané vody a z byrety pak přidaného určitého objemu roztoku $Pb(NO_3)_2$ dával 54·14 cm³. (Objem ten odpovídal 3 mol H_2O a tudíž v tomto směru i pokusům v I. díle práce provedeným.) Při srážení bylo silně mícháno a sražené roztoky pak co nejrychleji odssáty na filtru asbestovém, v Goochově tyglu připraveném. Filtráty obsahovaly skoro vesměs koloidní chroman olovnatý, který se srážel teprve po několika dnech. Později se ukázalo, že možno srážení a tedy i druhou filtraci urychliti přidáním 1—2 cm³ led. kyseliny octové. Nicméně byla někdy i nutna trojnásobná filtrace. (Těmto koloidním úkazům věnována bude zvláštní stať.) Čiré filtráty zředěny byly na 500 nebo 1000 cm³ a část tohoto roztoku titrována přibližně $^n/_{100}$ sirnatanem sodným, jehož titr kontrolován byl každodenně na Kahlbaumův chroman draselný (pro analysu), sušený po 3—4 hodiny při teplotě 130—140° C. Tentýž chroman použit byl k přípravě roztoků srážecích. Titrací stanoveno bylo množství chromanu draselného po srážení zbylého. Poněvadž bylo množství dusičnanu olovnatého k srážení použitého známo a rovněž tak i koncentrace roztoků K_2CrO_4 a K_2SO_4, bylo možno určením K_2CrO_4 po srážení vypočísti možství nerozpustných solí olovnatých a koncentraci K_2SO_4 po srážení. Předpoklady výpočtů byly několikrát kontrolovány úplnou analysou látek srážením vzniklých a ukázaly se správnými.

Je-li M_1 molekulární množství $Pb(NO_3)_2$, kterým sražen byl společný roztok solí draselných, M_2 molekulární množství K_2CrO_4 v roztoku před srážením a M_3 molekulární množství

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tabulka

a	b	c	d	e	f	g	h
241	—	0.019947	$K_2CrO_4 = 0.0233$ g $K_2SO_4 = 0.1673$ g	2.5 cm³ rozt. IX.	54.14 cm³	0.002217	0.017730
251	—	0.009973	$K_2CrO_4 = 0.0116$ g $K_2SO_4 = 0.0836$ g	1.25 cm³ rozt. IX.	»	0.001109	0.008865
231b	—	0.013290	10 cm³ rozt. VIII.	5 cm³ rozt. IX.	»	0.004433	0.008866
233	—	0.013290	10 cm³ rozt. VIII.	9 cm³ rozt. IX.	»	0.004433	0.008866
236	—	0.013290	10 cm³ rozt. VIII.	9.8 cm³ rozt. IX.	»	0.004433	0.008866
237	—	0.009303	7 cm³ rozt. VIII.	3 5 cm³ rozt IX.	»	0.003103	0.006206
234	—	0.005319	4 cm³ rozt. VIII.	2 cm³ rozt. IX.	»	0.001773	0.003546
235	—	0.002658	2 cm³ rozt. VIII.	1 cm³ rozt. IX.	»	0.000886	0.001773
245	—	0.013302	$K_2CrO_4 = 0$ 0699 g $K_2SO_4 = 0.0627$ g	7.5 cm³ rozt. IX.	»	0.006651	0.006651
243	—	0.004434	$K_2CrO_4 = 0.0233$ g $K_2SO_4 = 0.0209$ g	2.5 cm³ rozt. IX.	»	0.002217	0.002217
226	—	0.033300	10 cm³ rozt. III.	2 cm³ rozt. V.	»	0.022200	0.011100
211	—	0.033300	10 cm³ rozt. III.	5 cm³ rozt. V.	»	0.022200	0.011100
227	—	0.033300	10 cm³ rozt. III.	7 cm³ rozt. V.	»	0.022200	0.011100
221	—	0.033300	10 cm³ rozt. III.	8.09 cm³ rozt. V.	»	0.022200	0.011100
222	—	0.033300	10 cm³ rozt. III.	9 cm³ rozt. V.	»	0.022200	0.011100
225	—	0.033300	10 cm³ rozt. III.	9.8 cm³ rozt. V.	»	0.022200	0.011100
254	—	0.006660	$K_2CrO_4 = 0.0466$ g $K_2SO_4 = 0.0209$ g	5 cm³ rozt. IX.	»	0.004440	0.002220
253	—	0.006650	$K_2CrO_4 = 0.0583$ g $K_2SO_4 = 0.0105$ g	7 cm³ rozt. IX.	»	0.005545	0.001109
242	—	0.019947	$K_2CrO_4 = 0.1864$ g $K_2SO_4 = 0.0209$ g	27 cm³ rozt. IX.	»	0.017730	0.002217

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

čís. 1.

i	j	k	l	m	n	o
0.001932	0.016910	0.000285	0.000823	0 34	1/8	silně koloidální 3× filtrov.
0.000936	0.008483	0.000172	0.000382	0.45	1/8	» » 2× »
0.003323	0.007759	0.001110	0.001107	1.00	1/2	koloidální filtrát 2× »
0.002409	0.006900	0.002024	0.001966	1.03	1/2	silně koloidální 2× »
0.002201	0.006754	0.002232	0.002112	1.05	1/2	» » 2× »
0.002326	0.005432	0.000777	0.000774	1.00	1/2	koloidální 2× »
0.001316	0.003118	0.000458	0.000429	1.07	1/2	z počátku čirý zakalil se po něk. min. 2× filtrov.
0.000656	0.001559	0.000229	0.000214	1.07	1/2	koloidální filtrát 2× »
0.004505	0.005473	0.002146	0 001178	1.82	1/1	» » 2× »
0.001502	0.001824	0.000716	0.000393	1.82	1/1	silně koloidální 2× »
0.018800	0.010100	0.003400	0.001000	3.40	2/1	z počátku čirý zakalil se koloidální 2× filtrov.
0.013600	0.008600	0.008600	0.002500	3.44	2/1	koloidální 2× »
0.010300	0.007500	0.011900	0.003600	3.30	2/1	po krátké době zakal. koloidální 2× filtrov.
0.008400	0.007000	0 013800	0.004100	3.36	2/1	po krátkém stání silně koloidální 3× filtrov.
0.006900	0.006400	0.015300	0.004700	3.25	2/1	koloidální 2× »
0.005725	0.005819	0.016475	0.005281	3.12	2/1	koloidální silně po krátkém stání 2× filtrov.
0.002753	0.001687	0.001687	0.000533	3.17	2/1	silně koloidální 2× »
0.002822	0.000729	0.002724	0.000380	7.16	5/1	slabě koloidální
0.006935	0.001040	0.010800	0.001170	9.22	8/1	nepatrně zakalen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

K_2CrO_4 po srážení, jest $M_2 - M_3$ mol. množství $PbCrO_4$ v ssedlině a $M_1 - (M_2 - M_3)$ mol. množství $PbSO_4$ v ssedlině.

Při srážecích pokusech sledovány byly dva cíle. Předem šlo o prozkoumání poměrů bezprostředně po sražení, tedy zachycení produktů sražených ve stavu metastabilním a za druhé o sledování přechodu z toho stavu do definitivní rovnováhy.

Výsledky prvé skupiny výsledků sestaveny jsou v tabulce čís. 1. Písmena označující sloupce tabulky znamenají:

a číslo pokusu.
b čas uplynulý od sražení po filtraci.
c součet mol. koncentrací solí draselných před sražením.
d počet cm^3 společ. roztoku solí draselných, nebo odvážené množství K_2CrO_4 a K_2SO_4.
e počet cm^3 roztoku $Pb(NO_3)_2$ k srážení použitého.[1])
f zředění v cm (součet objemů všech roztoků po srážení).
g K_2CrO_4 v mol. před sražením.
h K_2SO_4 v mol. před sražením.
i K_2CrO_4 v mol. po srážení.
j K_2SO_4 v mol. po srážení.
k $PbCrO_4$ v mol. po srážení.
l $PbSO_4$ v mol. po srážení.
m $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ v mol.
n $\frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4}$ v mol. před sražením.
o poznámka.

Koncentrace roztoků v tabulkách uvedených jsou:

Roztok č. III. obsahoval 23·304 g K_2CrO_4 + 10·456 g H_2SO_4 v 1 l vody.

Roztok č. V. obsahoval 39·711 g $Pb(NO_3)_2$ v 1 l vody a byl ekvivalentní chromanu draselnému, obsaženému v roztoku č. III.

Roztok č. VIII. obsahoval v 1 l 4·6608 g K_2CrO_4 + 8·3648 g K_2SO_4.

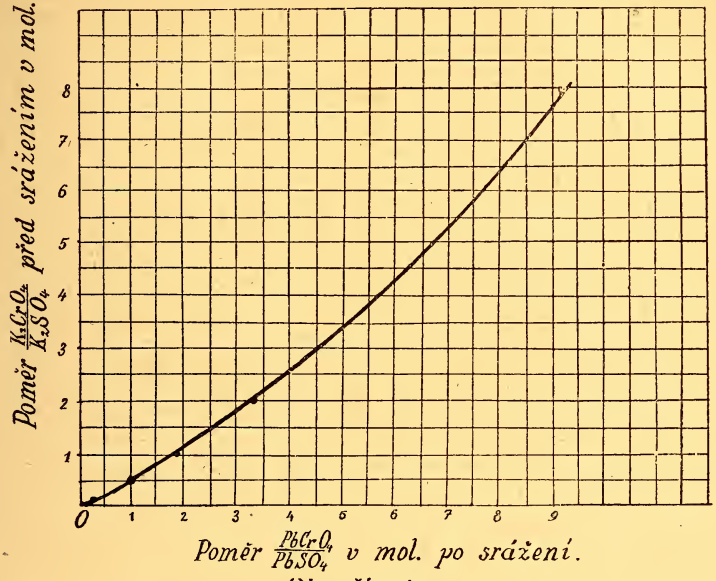
Roztok č. IX. obsahoval v 1 litru 7.9432 g $Pb(NO_3)_2$ a byl ekvivalentní chromanu draselnému v roztoku VIII.

[1]) Roztoky označené jsou římskými číslicemi.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Z těchto pokusů plyne:

1. Poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ bezprostředně po srážení závislý jest na složení roztoku a sice tak, že nesráží se obě soli olovnaté v takovém poměru, v jakém jsou soli draselné v roztoku, nýbrž že poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ je větší poměru $\frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4}$ (srovnej sloupce *m* a *n* v tab. č. 1).



Obr. čís. 4.

2. Poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ v ssedlině jest nezávislý na množství užitého sráželdla (viz sloupec *e* a *m*, zvláště při pokusech o poměrných koncentracích $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{1}$). Nepatrné klesání poměru $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ s rostoucím množstvím sráželdla vysvětleno bylo později rozpuštěním $PbSO_4$ v KNO_3.

3. Závislost $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ na poměru $\frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4}$ dána je křivkou v obrazci č. 4. Křivka ta odchyluje se jen nepatrně od zákona přímkového. Odchylnost ta bude asi způsobena vzájemným působením dissociovaných solí draselných v roztoku,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

takže poměr $\frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4}$ neodpovídá úplně poměru iontových koncentrací $\frac{CrO_4''}{SO_4''}$. K tomu přistupuje ještě postupná elektrolytická dissociace K_2SO_4 a K_2CrO_4 a budou též vedle iontů $KCrO_4'$ a SO_4'' též HSO_4' a Cr_2O_7'' v roztoku.

4. Poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ je v jistých mezích nezávislý na součtu koncentrací K_2SO_4 a K_2CrO_4. O tom svědčí pokusy č. 245 a 243 $\left(\text{poměr } \frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4} = \frac{1}{1}\right)$, při nichž uvedený součet druhého pokusu je čtyřikráte menší prvého, dále pak pokusy 237, 234 a 235 $\left(\frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4} = \frac{1}{2}\right)$.

V dalším postupu práce byla pak sledována rychlost rozpouštění $PbSO_4$ po srážení při přechodu do »stabilní« rovnováhy, o kterém bylo s hlediska theoretického již pojednáno. Práce ta provedena byla podobným způsobem jako dřívější pokusy srážecí. Roztoky obou solí draselných nebo pevných těchto solí na lodičkách z míšenského porculánu vpraveny byly do Lindtnerových lahviček, v nich pak po přidání vypočteného množství vody při 20° C sraženy určitým objemem roztoku dusičnanu olovnatého, uzavřeny pak neprodyšně a třepány jistou dobu v thermostatu. Pokusy nelišily se ve způsobu srážení, koncentracích a ostatních podmínkách nikterak od dřívějších pokusů srážecích jak patrno je z tabulky č. 2. Hmoty po srážení reagovaly však na sebe určitou dobu (viz sloupec b), po které stanovena byla změna roztoků i ssedlin. Po této době přerušen byl pak pokus, obsah lahviček rychle přes asbestový filtr sfiltrován a ve filtrátu určen opět jodimetrický K_2CrO_4. Výpočty složení roztoku a ssedliny provedeny pak byly stejně jako při dřívějších pokusech srážecích. Rychlost sledována byla jen při koncentracích $\frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4} = 2:1$ a $1:2$.

Z pokusů těch je patrno:

1. Že se celý systém skutečně pohybuje k stavu rovnovážnému, dle theoretických předpokladů dříve uvedených.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Jelikož je oblast existenční $PbSO_4$ nepatrná, vymizí tato sůl sražená ve všech případech (Pokusy 209. 224, 219, 248 a 249.). Odpovídá tedy mizení $PbSO_4$ spíše diagramu v obr. č. 1. nežli obr. č. 2; z něho je patrno, že podmínka přítomnosti $PbSO_4$ v ssedlině po dosažení rovnováhy vázána jest dospěním křivky Guldberg Waagovy. Ovšem, že i při těchto pokusech, hlavně pak těch, které provedeny byly s větším množstvím $Pb(NO_3)_2$ působila na určení konečného stavu adsorpce K_2CrO_4 chromanem olovnatým. Pokusy č. 224, 220 a 249 dávaly proto filtráty bezbarvé bez reakce na CrO_4''.

2. Nápadná je veliká rychlost mizení $PbSO_4$ u přítomnosti KNO_3. Jak pozdější pokusy ukázaly, dalo by se urychlení reakce vysvětliti rozpuštěním $PbSO_4$ v KNO_3, vznikajícím při srážení, čímž by reakce mezi $PbSO_4$ a K_2CrO_4 z heterogenního prostředí přešla v homogenní. V homogenním prostředí probíhají reakce jak je známo mnohem rychleji. Pro tento výklad mluví i vznik koloidních úkazů, které byly tím intensivnější, čím větší množství KNO_3 při srážení vzniklo a které se později vysvětlily rozpouštěním $PbSO_4$ v KNO_3. Zrychlení reakce je patrno porovnáním pokusů 209 a 211 na tab. č. 2. této práce a pokusu 37. na tab. č. 3. v práci předchozí. V prvém případě je počáteční koncentrace K_2CrO_4 0·0136 mol (pokus 211 tab. č. 2. sloupec i) a klesne po 72 h. 15 min. na O (pokr. 209, tab. č. 2.), kdežto v případě druhém, při kterém nebyl přítomen KNO_3, probíhala reakce $K_2CrO_4 + PbSO_4 \longrightarrow K_2SO_4 + PbCrO_4$ s rychlostí daleko menší. Výchozí koncentrace přepočtena na molek. množství v 1 l byla skoro stejná jako v pokusu 211, tudíž 0·0111 (viz konc. α IIIa) a klesla teprve po 30 dnech (Tab. č. 3. pok. 37) na 0·0022 molu. Ovšem že i v prvním případě přistupuje ku rozpouštění $PbSO_4$ v KNO_3 ještě větší povrch $PbSO_4$ čerstvě sraženého a rozptýleného proti menšímu povrchu a většímu zrnu $PbSO_4$, v druhém případě do systemu přidaného.

Jinak ukázaly pokusy srážecí správnost uvedené theorie, že se totiž $PbSO_4$ v případech kdy poměr $\frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4}$ roztoku je větší konstanty rovnovážné $\frac{C_{K_2CrO_4}}{C_{K_2SO_4}}$, vylučuje jen pře-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tabulka

a	b	c	d	e	f	g	h
211	—	0.033300	10 cm^3 rozt. III.	5 cm^3 rozt. V.	54.14cm^3	0.022200	0.011100
208	3h30m	»	»	»	»	»	»
213	9h55m	»	»	»	»	»	»
209	72h15m	»	»	»	»	»	»
222	—	»	»	9 cm^3 rozt. V.	»	»	»
216	2h37m	»	»	»	»	»	»
218	6h31m	»	»	»	»	»	»
215	15h37m	»	»	»	»	»	»
224	54h35m	»	»	»	»	»	»
225	—	»	»	9.8 cm^3 rozt. V.	»	»	»
223	2h44m	»	»	»	»	»	»
217	6h	»	»	»	»	»	»
219	14h55m	»	»	»	»	»	»
220	47h27m	»	»	»	»	»	»
231b	—	0.013290	10 cm^3 rozt. VIII.	5 cm^3 rozt. IX.	»	0.004433	0.008866
246	1h42m	«	»	»	»	»	»
248	14h04m	»	»	»	»	»	»
233	—	»	»	9 cm^3 rozt. IX.	»	»	»
249	14h 4m	»	»	»	»	»	»

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

čís 2.

i	j	k	l	m	n	o
0.013600	0.008600	0.008600	0.002500	3.44	2/1	Filtrát koloidální 2× filtrov.
0.011900	0.010300	0.010300	0.000800	12.87	2/1	slabě zakalen 2× »
0.011400	0.010800	0.001080	0.000300	36.00	2/1	čirý bez koloid. úkazů
0.010800	—	0.011100	—	∞	2/1	» » » »
0.006900	0.006400	0.015300	0.004700	3.25	2/1	koloidální 2× filtrov.
0.004308	0.009010	0.017890	0.002090	8.56	2/1	koloidální 2× filtrov.
0.003315	0.010010	0.018885	0.00109	17.33	2/1	silně koloid. 2× »
0.019910	0.011100	0.019912	0.00008	2.49	2/1	slabě zakalen
0.020100	—	0.019980	—	∞	2/1	čirý filtrát a bezbarvý
0.005725	0.005819	0.016475	0.005281	3.12	2/1	silně koloid. 2× filtrov.
0.002953	0.008600	0.019247	0.002509	7.66	2/1	po krátkém čase se koloid. zakalil 2× filtrov.
0.001700	0.009850	0.020500	0.001256	16.27	2/1	koloidální 2× »
—	—	0.02175	—	∞	2/1	slabě zakalen 2× »
—	—	0.02175	—	∞	2/1	čirý filtrát a bezbarvý
0.003323	0.007759	0.001110	0.001107	1.00	1/2	kol. filtrát 2× filtrov.
0.002607	0.008476	0.001826	0.000391	4.68	1/2	kol. filtrát 2× filtrov.
0.002147	0.008865	0.002286	—	∞	1/2	slabě zakalený filtrát 2× filtrov.
0.002409	0.006900	0.002024	0.001966	1.029	1/2	silně koloid. 2× »
—	—	0.003989	—	∞	1/2	filtrát bezbarvý a čirý

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

chodně a po dosažení rovnovážných stavů úplně mizí. (Pokusy 209, 215, 224, 219, 220, 248, 249 na tab. č. 2.).

Sráží-li se tedy nějaký společný roztok chromanu a síranu draselného postupně nedostatečným množstvím dusičnanu olovnatého, bude se zbývající tekutina, pokud nebudou obě soli úplně sraženy, obohacovati K_2SO_4 v poměru ku K_2CrO_4, jednak již dříve uvedeným vztahem roztoku k ssedlině, ve které je poměr molární $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ vždy větší, nežli původní poměr $\frac{K_2CrO_4}{K_2SO_4}$ v roztoku, jednak i poměrně velikou rychlostí reakce $PbSO_4 + K_2CrO_4 \longrightarrow K_2SO_4 + PbCrO_4$ u přítomnosti sražením vzniklého KNO_3. Představíme-li si, že by se nějaký roztok obsahující obě soli draselné srážel neúplně jednou stejným počtem částí roztoku $Pb(NO_3)_2$ určité koncentrace v časových intervalech krátkých, po druhé v delších, tu by i v tom případě, ačkoliv bylo použito stejné množství sráželdla a stejného počtu frakcí téhož roztoku bylo složení ssedliny různé. Čím déle bude srážení trvat, tím více $PbSO_4$ zmizí velkou rychlostí reakce $K_2CrO_4 + PbSO_4 \longrightarrow PbCrO_4 + K_2SO_4$. Z toho je patrno, že *neúplné srážení roztoků K_2CrO_4 a K_2SO_4, to jest takové srážení, při kterém zůstává K_2CrO_4 v přebytku, nemůže vésti k světlým odstínům barvy*, které jsou podmíněny přítomností většího množství $PbSO_4$. Jest tedy srážení s přebytkem rozpustné soli olovnaté naprosto nutným, chceme-li dosáhnouti světlých odstínů. Míchání je pak proto nutné, aby se jednotlivé frakce sražené různého složení $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ nepřevrstvily a aby tedy celá barva po srážení měla jednotnou barvu i složení.

Po filtraci vzniklé koloidní roztoky srážely se v některých případech po několika dnech. Byla-li však přidána kyselina octová, daly se snadno po krátké době ($^1/_4 - ^1/_2$ *h.*) *filtrovati, takže bylo by možno práci značně urychliti.* Ukázalo se však, že v takových případech síran olovnatý mizel s velikou rychlostí a nebylo možno při sebe rychlejší práci dosíci spolehlivých výsledků. Vliv ten patrný jest z pokusů 231, 230 a 229 (Tab. č. 3.), kdy byly vesměs před filtrací

Tabulka čís. 3.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
231a	—	0.016650	5 cm³ rozt. III.	2.5 cm³ rozt. V.	54·14	0.011100	0.005550	0.006050	0·005050	0·005050	0.000500	10.1	2/1	Po sražení 2 cm³ led. oct.
230	—	0.009990	3 cm³ rozt. III.	1.5 cm³ rozt. V.	»	0.006660	0.003330	0.003710	0.002950	0.002950	0.000380	7.76	2/1	dto
229	—	0.00666	2 cm³ rozt. III.	1 cm³ rozt. V.	»	0.004440	0.002220	0.002580	0.001860	0.001860	0.000360	5.16	2/1	dto
232	—	0.013290	10 cm³ rozt. VIII.	5 cm³ rozt. IX.	»	0.004433	0.008866	0.002455	0.008628	0.001978	0.000239	8.27	1/2	dto
246	1 h 42 m	0.013290	»	»	»	»	»	0·002607	0.008476	0.001826	0.000391	4.68	1/2	Bez octové kyseliny
247	1 h 42 m	»	»	»	»	»	»	0.002256	0.008827	0.002177	0.000039	55·8	1/2	Po sražení 1 cm³ led. oct.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

přidány 2 cm³ ledové kyseliny octové. Poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ (sloupec m) byl značně větší pokusů při poměru koncentrací $K_2CrO_4 : K_2SO_4 = 2 : 1$ [tab. č. 1.] kde se pohyboval v mezích 3·1 — 3·4. Podobně i pokus 232 totožný s pokusem 231b (tab. č. 1.) dal po přidání octové kyseliny poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4} = 8{\cdot}27$, kdežto v ssedlině pokusu 231b byl poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4} = 1{\cdot}00$.

Že má kyselina octová vliv na rychlost reakce a tedy i přeměnu $PbSO_4$, dokázaly dva souběžné pokusy 246 a 247, ve všech podmínkách stejně provedené, pouze tím se lišící, že první proveden byl bez octové kyseliny a druhý s 1 cm³ led. kyseliny octové. Po 1 h 42 min. byl poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ u druhého více jak 12kráte větší prvního. Úkaz ten dá se vysvětliti působením octové kyseliny na chroman draselný. Dle rovnice $2\,K_2CrO_4 + 2\,CH_3 . COOH = K_2Cr_2O_7 + 2\,CH_3 . COOK + H_2O$ vzniká vedle $K_2Cr_2O_7$ též octan draselný, který, jak pozdější pokusy dokázaly, rozpouští značně $PbSO_4$. Reakce přechází z heterogenního do homogenního prostředí a tím se rychlost reakční zvětší. Ale i reakcí s octovou kyselinou vzniklý $K_2Cr_2O_7$ reaguje rychleji s $PbSO_4$, což i pozdější prací bylo dokázáno. Oba tyto vlivy urychlují značně reakci a je zřejmo, že je nutno při srážení pracovati vždy s přebytkem srážedla, aby se zabránilo mizení $PbSO_4$.

Skoro při všech srážecích pokusech, s *dusičnanem olovnatým* provedených, bývaly *filtráty* buď okamžitě nebo po krátkém stání *koloidní* barvou, připomínající fluorescein. Roztoky ty podržovaly koloidní povahu po několik dní, ale daly se varem nebo octovou kyselinou rychle sraziti. Ssedlina z koloidního roztoku vznikající byla jemně rozptýlený chroman olovnatý. Ultramikroskopickým vyšetřením bylo zjištěno, že roztoky ty jsou i co do velikosti rozptýlených částic koloidní.

V literatuře zmiňuje se *Oechsner de Conick*[1]) o koloidním chromanu olovnatém a popisuje jeho vznik následovně: Ně-

[1]) Bull. Acad. royale Belgique, classe des sciences r. 1909 str. 665.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kolik decigramů $PbCrO_4$ vneseno bylo do koncentrovaného vroucího roztoku KNO_3 a vařeno v jednom případě hodinu, v druhém půl hodiny. Roztok tak získaný byl povahy koloidní a fluoreskoval. Po nějaké době koloid se srážel. Na NO_3 nepůsobí tak silně.

Opakovali jsme pokus de Conickův a poněvadž nejsou v jeho práci bližší udání, pracovali jsme následujícím způsobem: Do 20 cm^3 za varu nasyceného roztoku KNO_3 ve vodě vneseno $^1/_2$ g $PbCrO_4$ a vařeno 1 hodinu. Roztok byl po té filtrován asbestovým filtrem a choval roztoky úplně čiré. Byl-li filtrován papírem, byl zakalen, ale druhou filtrací papírem se vyčeřil. Jestliže jsme ale k čirým filtrátům přidali něco práškovitého K_2CrO_4 nebo vodného roztoku této soli, zakalil se ihned. Zjev ten vedl k úplnému vysvětlení koloidních úkazů při srážení pozorovaných. Z prvého pokusu bylo patrno, že se $PbCrO_4$ rozpouští v KNO_3 a že se i $PbSO_4$ bude podobně chovati, zvláště když jeho rozpustnost je mnohem větší chromanu. Nejdříve provedeny byly 2 souběžné pokusy za varu. Do 50 cm^3 vody za horka KNO_3 nasycené přidáno 0·5 g $PbCrO_4$ a podobný pokus proveden byl s 0·5 $PbSO_4$. Po pětiminutovém varu byly oba roztoky asbestovým filtrem sfiltrovány a po ochlazení sráženy 5 cm^3 roztoku K_2CrO_4 obsahujícího 10 g v 1 l. Oba filtráty dávaly typický zákal koloidní a sice filtrát po $PbSO_4$ daleko silnější. Pokusy ty byly pak opakovány za obyčejné teploty laboratorní, jednak s vodním roztokem KNO_3 za této teploty nasyceným, jednak i roztokem obsahujícím 5 g KNO_3 v 1 l. Do 50 cm^3 tohoto roztoku namícháno 0·5 g $PbSO_4$ a stejný pokus proveden s $PbCrO_4$. Po 5 minutách byly oba roztoky sfiltrovány a dávaly čirý filtrát. K oběma filtrátům bylo přidáno 10 cm^3 roztoku K_2CrO_4 obsahujícího 10 g v 1 l. Koloidní zákal dával však jen filtrát po $PbSO_4$, kdežto filtrát po $PbCrO_4$ zůstával čirý. Další dva pokusy provedeny byly s 50 cm^3 koncentrovaného roztoku KNO_3, 0·5 g $PbSO_4$ a 0·5 g $PbCrO_4$ za obyčejné teploty laboratorní. Filtráty dávaly již po 10 minutách zákaly koloidní a sice filtrát po $PbSO_4$ zákal silnější. Rozpouští se tedy i chroman olovnatý v koncentrovaných roztocích za studena. Bylo pak dále pozorováno že roztoky obou solí olovnatých v KNO_3 sráží se též jodidem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

draselným a dávají jodid olovnatý. Poněvadž roztoky $PbCrO_4$ v KNO_3 jsou bezbarvé, lze za to míti, že obsahují olovo ve formě komplexní, což by nikterak nepřekvapovalo, neboť síran olovnatý tvoří, jak je známo, komplexní sloučeniny s celou řadou solí kyselin organických, dále se rozpouští též v hořečnatých louzích odpadních, ze kterých se pak za chladu vylučuje jako podvojný chlorid hořečnatoolovnatý. Rozpouštěním $PbSO_4$ v KNO_3 dají se též vysvětliti koloidní zjevy při částečném srážení společných roztoků K_2CrO_4 a K_2SO_4 dusičnanem olovnatým. Při sražení rozpouští se síran olovnatý již jaksi »in statu nascendi« v KNO_3 a tvoří s ním komplexní sloučeniny. Při promývání a současném zřeďování filtrátu rozkládají se komplexy a reagují s přítomným chromanem draselným, při čemž vzniká koloidní chroman olovnatý. Že koloidní úkazy pocházejí z rozpuštěného $PbSO_4$, o tom svědčí ty pokusy srážecí, při kterých vznikalo jen málo $PbSO_4$. (Viz pok. 242. na tab. č. 1., kde je poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4} : \frac{8}{1}$ a pak 253. na téže tabulce.) Ale i při pokusech, kde sledována rychlost rozpouštění $PbSO_4$, koloidní povaha mizela tou měrou, jakou ubýval $PbSO_4$ (Sloupec O v tab. č. 2.) Bylo pak dále pozorováno, že intensity koloidních roztoků přibývá s množstvím $PbCrO_4$ k srážení použitého, což se snadno vysvětluje větším množstvím vzniklého KNO_3 a tím i snažším rozpouštěním $PbSO_4$ Na základě uvedených poznatků daly by se vyložiti snad i pokusy de Conickovy. Jest pravděpodobné, že de Conick při pokusech používal $PbCrO_4$ sraženého z přebytku K_2CrO_4 a nedostatečně promytého, a že chroman draselný v něm obsažený reagoval s podílem $PbCrO_4$ v KNO_3 varem rozpuštěným.

Bylo pak dále pozorováno, že se $PbCrO_4$ rozpouští v octanu draselném značně za varu, ale jen nepatrně za studena.

Jelikož při výrobě žluti chromové někdy béře se za surovinu olovnatou octan, podrobeno studiu částečné srážení $K_2Cr_2O_7$ a H_2SO_4 octanem olovnatým.

Při nich bylo užito týchž theoretických předpokladů, jako při srážení K_2CrO_4 a K_2SO_4 dusičnanem olovnatým. Pro značnou rozpustnost $PbSO_4$ v octanu draselném, který srážením vznikal, nebylo lze očekávati velkou přesnost vý-

Tabulka čís. 4.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
257	—	0.010436	10 cm³ rozt. X. 10 cm³ rozt. XI.	10 cm³ rozt. XII.	50 cm³	0.005000	0.005436	0.002253	0 004220	0.005494	0.001216	4.52	1.84	Filtrát slabě zakal. 2× filtr.
258	—	0.010218	15 cm³ rozt. X. 10 cm³ rozt. XI.	»	»	0.007500	0 002718	0 001342	0.000958	0.006326	0.000384	16.48	5.52	dto
255	1 h 31 m	0.010436	10 cm³ rozt. X. 10 cm³ rozt. XI.	»	»	0.005000	0.005436	0.001732	0.005262	0.006536	0.000174	37.56	1.84	Čirý filtrát
256	10h 48m	0.010436	»	»	»	»	»	0.001687	0.005354	0.006626	0.000082	80.81	1·84	»
259	23h 27m	»	»	16 cm³ rozt. XII.	»	»	»	0.000484	0.005094	0.009032	0.000171	26 41	1.84	»
260	—	»	»	10 cm³ rozt. XII.	»	»	»	0.002236	0.004254	0.005528	0.001182	4.67	1.84	1 cm³ led oct. před filtr.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

sledků a to hlavně proto, že čas mezi srážením a filtraci uplynulý nomohl býti dodržen vždy stejný. Bylo proto provedeno jen několik pokusů informačních.

Postup při práci byl zcela podobný dřívějšimu způsobu srážení. Užito bylo však roztoků $K_2Cr_2O_7$ a zředěné H_2SO_4, známých a analysou přesně stanovených koncentrací. Octan olovnatý, k srážení použitý, byl získán z čistého octanu prodejného dvojnásobnou rušenou krystalisací a určité jeho množství rozpuštěno bylo ve vodě okyselené několika kapkami kyseliny octové. Srážení provedeno opět v kádinkách z jenského skla při 20°C a sice při takovém objemu, aby součet objemů roztoků solí draselných dával s přidanou vodou a roztokem octanu olovnatého 50 cm^3 při 20°C. Všechny roztoky odměřovány byly z byret. Filtráty při těchto pokusech nejevily úkazů koloidních, jen v některých případech byly slabě, nikoliv však koloidálně zakaleny a stačila proto někdy jednoduchá, vždy ale dvojnásobná filtrace.

Výsledky pokusů sestaveny jsou v tabulku č. 4. Označení sloupců tabulky je stejné jako v tabulce 1. Sloupec *n* však udává složení $\frac{CrO_3}{SO_3}$ v molech v původním roztoku a rovná se tedy dvojnásobné hodnotě $\frac{K_2Cr_2O_7}{K_2SO_4}$ původního roztoku před srážením.

Rychlost mizení $PbSO_4$ je v tomto případě značně větší, nežli při částečném sražení K_2CrO_4 a K_2SO_4. Stačí na př. srovnati 4 pokusy v koncentracích obou solí chromových velice si blízských. V pokuse 225 (tab. č. 2.) je koncentrace K_2CrO_4 po sražení 0·005725 molu (sloupec i), v pokuse 257 (tab. č. 4.) je koncentrace $K_2Cr_2O_7$ po srážení 0·002253 molu (sloupec i), je tedy koncentrace vzhledem k CrO_3 v prvním případě 0·005725, v druhém případě 0·0054506. Přes to, že je koncentrace K_2CrO_4 vzhledem k CrO_3 o něco větší nežli u $K_2Cr_2O_7$, kleslo množství $PbSO_4$ původně vytvořeného (tab. č. 4. pokr. 257, sloupec l) z 0.001216 molu $PbSO_4$ za 1 hod. 37 min. na 0·000174 molu (tab. č. 4., pokr. 255, sloupec l) působením zbylého $K_2Cr_2O_7$, kdežto v pokuse 225 (tab. č. 1., sloupec l) vzniklé 0·005281 molu $PbSO_4$, K_2CrO_4 za 2 hod. 44 min. jen na 0·002509 mol (tab. č. 1., pokr. 223, sloupec l).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Příčinu rychlosti při tomto způsobu srážení lze opět hledati v octanu draselném, který při srážení vzniká a $PbSO_4$ rozpouští.

Z pokusů 257, 258 a 260 tab. č. 4.) jest patrno, že poměr $\frac{PbCrO_4}{PbSO_4}$ v ssedlině je bezprostředně po sražení větší, nežli poměr $\frac{CrO_3}{SO_3}$ v původním roztoku před sražením.

Pokus 260, při kterém přidán byl před srážením 1 cm^3 ledové kyseliny octové dokazuje, srovnáme-li jej s pokusem č. 257 provedeným, jinak za stejných podmínek, že octová kyselina nemá vlivu na rychlost mizení $PbSO_4$, poněvadž zde vzniká urychlující sloučenina (octan draselný) již při sražení monochromanu draselného.

Kritika theorií o žluti chromové.

Na základě výsledků práce možno přistoupiti ku posouzení jednotlivých výkladů o změně barvy chromanu olovnatého a chromové žluti světlé barvy. Úvodem byly již jednotlivé theorie probrány.

1. Čistý chroman olovnatý není v čisté vodě schopen existence, jak bylo dokázáno prací *Coxovou* (l. c.), nýbrž hydrolysuje se až po dosažení určité rovnovážné koncentrace $Cr\,O_3$ dle rovnice

$$2\ PbCrO_4 + H_2O \rightleftarrows PbO\,.\,PbCrO_4 + CrO_3$$

Odstraňuje-li se promýváním CrO_3 (resp. H_2CrO_4), měla by hydrolysa probíhati stále dále a barva žlutá by červenala přibývajícím zasaditým chromanem olovnatým, který je barvy červené. Tato theorie opřena jsouc pokusem a theorií fází, vykládá jasně a jednoduše změnu barvy *čistého* chromanu olovnatého, *nedostačuje však k výkladu změny chromové žluti světlých odstínů.* Všechny theorie o změně barvy chromové žluti, které povstaly před Coxovou prací, měly pak zase tu vadu, že sice vysvětlovaly změnu barvy chromové žluti, nikterak však základní úkaz, totiž změnu barvy pouhého chromanu olovnatého.

2. Theorie *Jablczynski-ho* (l. c.) opírá se o práci Coxovu a přenáší jeho theorii hydrolytickou z čistého chromanu na

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

chromovou žluť. *Budeme ji nadále jmenovati theorii hydrolytickou.* Síran olovnatý, který při srážení světlé chromové žluti vzniká, chrání pro svou značnou rozpustnost, rovněž tak jako ostatní rozpustné sole olovnaté $PbCrO_4$ před hydrolytickým štěpením.

Jablczynski dokazuje správnost své theorie promýváním chromanu olovnatého jednak 1% kyselinou octovou a jednak roztokem octanu olovnatého obsahujícího 1% kyseliny octové. Jednoduchým výpočtem možno však dokázati, že by se již pouhou kyselinou octovou měla hydrolysa zmenšit. Stačí stanoviti zmenšení koncentrace OH' iontů v 1% octové kyselině proti koncentraci těchto iontů ve vodě.

Dissociační konstanta vody je při 25° C

$$K_1 = [H^{\cdot}] \times [OH'] = 1{\cdot}2 \times 10^{-14}$$ [1])

Dissociační konstanta kyseliny octové při 25° C

$$K_2 = 0{\cdot}000018$$ [1])

Na základě zřeďovacího zákona Ostwaldova platí pro slabé elektrolyty, jakými je kyselina octová

$$K_2 = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)\ v}$$

α jest stupeň dissociace v zředění t. j. množství litrů obsahujících 1 grammolekulu. V 1% ní octové kyselině je koncentrace CH_3COOH počítaná v molech 0·166, což odpovídá zředění 6 l. Z kvadratické rovnice

$$0{\cdot}000018 = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)\ 6}$$

vypočítaný stupeň dissociace $\alpha = 0{\cdot}010339$. Koncentrace $H^{\cdot}$ iontů vzniklých z kyseliny octové uvedeného zředění obdržíme násobením koncentrace kyseliny octové diss. stupněm α, který udává podíl rozpadlých molekul octové kyseliny.

$$[H^{\cdot}] = 0{\cdot}166 \times 0{\cdot}010339 = 0{\cdot}001716$$

Jelikož musí součin $[H^{\cdot}] \times [OH]'$ zůstati konstantní, dá se z něho vypočísti koncentrace $[OH]$ u přítomnosti 1% kyseliny octové.

$$1{\cdot}2 \times 10^{-14} = 0{\cdot}001716 \times [OH']$$

$$[OH'] = 6{\cdot}99 \times 10^{-12}$$

[1]) **Závorkou uzavřené symboly značí koncentrace. Dissociační konstanty uvedeny jsou v *Danneelově* Elektrochemii I. d.**

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ve vodě je koncentrace $[\ddot{O}H'] = 1{\cdot}1 \times 10^{-7}$. Klesla tedy koncentrace $[OH']$ iontů přibližně na $\frac{1}{15.000}$ původní hodnoty v čisté vodě.

Hydrolysa $PbCrO_4$ závisí však na přítomnosti $[OH']$ iontů, poněvadž probíhá dle rovnice

$$Pb'' + 2(\ddot{O}H)' = Pb(OH)_2$$

Snížením koncentrace těchto iontů měla by se hydrolysa zameziti nebo aspoň umenšiti. Ve skutečnosti působí však kyselina octová mnohem silněji na barvu chromanu olovnatého nežli pouhá voda. Přidáme-li na př. k čerstvě sraženému chromanu olovnatému něco kyseliny octové, nastane okamžité temnání barvy. Jsou tedy výsledky pokusů Jablczynské-ho, pokud užíval k srovnávacím pokusům při promývání kyseliny octové, nespolehlivé. Theorie celá je pak jednostranná hlavně tím, že nebéře ohledu k hydrolyse $PbSO_4$[1]), která pro jeho značně větší rozpustnost probíhá hlouběji a snadněji nežli u $PbCrO_4$. Že theorie ta není úplně správná, dokazuje následující pokus:

Připraven byl roztok síranu olovnatého v destilované vodě za horka vařením 1 g $PbSO_4$ v 1 l vody po 1 hodinu. Roztok byl pak filtrací přes asbestový filtr zbaven jemně rozptýlených částic síranu olovnatého. Chromová žluť k pokusu použitá byla připravena srážením 3·4956 g K_2CrO_4 ekvivalentním množstvím $Pb(NO_3)_2$, rozdělena ještě ve vlhkém stavu na dva stejné podíly, z nichž každý rozestřen byl na asbestových filtrech, upravených na Wittových destičkách stejných průměrů, do skleněných trychtýřů vložených. V jednom trychtýři promýván byl chroman olovnatý stejnoměrným proudem roztoku $PbSO_4$ ve vodě, v druhém případě 1 litrem pouhé destilované vody. Tekutina odssávána byla vodní vývěvou a ssací potrubí rozvedeno bylo T trubicí k oběma odssávacím nádobám, takže se promývání dělo v obou případech stejnoměrně. Po promytí sušeny byly oba preparáty při 30°—40° C po několik hodin a nejevily pak po

[1]) Zerr a Rübencamp (Lehrb. der Farbenfabrikation str. 358.) výslovně uvádí, že jen současně sražený $PbSO_4$ chrání barvu před změnou.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rozprostření na filtračním papíru žádného patrného rozdílu v barvě. Dle theorie Jablczynski-ho musil by býti preparát vodou promývaný temnější, poněvadž byla v druhém případě promýváním chromanu olovnatého roztokem vodným $PbSO_4$ zatlačena hydrolvsa chromanu olovnatého. Že roztok $PbSO_4$ za horka nasycený obsahoval značné množstvi této sloučeniny dokázáno bylo srážením tohoto roztoku roztokem dvojchromanu draselného, který dával silný zákal chromanu olovnatého,

Jablczynski vysvětluje červenání chromové žluti při zahřívání ve vodě a opětné sežloutnutí po ochlazení silnější ionisací vody a jí způsobenou hlubší hydrolysou chromanu olovnatého. Jest však všeobecně známo, že nejen chroman olovnatý, ale i chromany barnaté a strontnaté[1]) *i za sucha zahříváním* na 120—130° C červenají a po ochlazení nabývají původní své barvy. Úkaz ten zdá se býti obecnou vlastností chromanů, neboť jsme se přesvědčili, že i krystalické chromany a dvojchromany alkalické podléhají podobným změnám při zahřívání a opětném vychladnutí. Příčiny tohoto zjevu leží tedy v molekule kyseliny chromové a nemůže býti změna barvy chromanu olovnatého zahřívaného ve vodě, která je totožná se změnou při zahřívání suchého chromanu olovnatého, vykládána větší hydrolysou při vyšších teplotách. Thermickým vyšetřením této změny (hledáním zvratného bodu) a pozdějšími pokusy s krystalickým chromanem olovnatým se ukázalo, že zde pravděpodobně neběží o různé modifikace, nýbrž o intramolekulární změny. Změna tato je zvratná a nemá ostatně přímé souvislosti s vlastním problémem práce.

Theorie Jabloczynski-ho má však největší vadu tu, že nevysvětluje dva základní úkazy výroby chromové žluti světlých odstínů: 1. Že je nutné současné sražení obou solí olovnatých, aby se dosáhlo světlých barev, 2. že síran olovnatý, k chromanu olovnatému přimísený nikdy nezamezí temnání barvy při promývání tou měrou, jako síran olovnatý s chromanem olovnatým zároveň sražený.[2]) Dle jeho theorie nemělo by býti v obou případech rozdílu v působení síranu olovnatého.

[1]) Schulten. Bull. de la soc. française de minéralogie 27. 134 (1904).
[2]) Dolezalek (C. c.)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. Theorie Göbel-ova.[1])

Tato theorie hledá vliv $PbSO_4$ v tom, že působí proti smršťování chromanu olovnatého. Jisto jest, že síran olovnatý dává barvy lehčí ve smyslu technickém; jsou totiž po vysušení vzhledu objemnějšího a pórovitějšího. Jejich hutnota nelíší se však příliš od hutnoty čistého chromanu olovnatého.

Stanovili jsme spec. váhu čistého sraženého $PbCrO_4$ methodou pyknometrickou při 16—18° C. Obnášela v průměru několika měření 5·44. Specifická váha chromové žluti, připravené z 2·3304 g K_2CrO_4 a 2·0412 g K_2SO_4 sražením 7 g $Pb(NO_3)_2$ byla v průměru 5·47, a chromové žluti sražené z 8 g $Pb(NO_3)_2$, 3·4956 g K_2CrO_4 a 1·0456 g K_2SO_4 5.61.

Nezpůsobuje tedy přítomnost $PbSO_4$ zmenšení objemu chromové žluti.

4. V knize Zerr a Rübencampově (l. c.) zastoupena je theorie, ve které se mluví o různých molekulárních formách chromových žlutí, jednak amorfních, jednak krystalinických. Zásaditý chroman olovnatý má býti úplně krystalinického složení, kdežto světlejší barvy obsahují této modifikace méně. Výroba chromových žlutí citronové barvy má se pak prováděti takovým způsobem, aby bylo zabráněno tvoření se krystalinické modifikace. Čím zředěnější jsou roztoky a čím intensivnější míchání, tím menší je schopnost chromanu tvořiti modifikaci krystalinickou a tím světlejší je konečná barva. Tyto modifikace nejsou však nikterak dokázány.

Krystalický chroman olovnatý má sp. váhu mnohem větší chromanu olovnatého, sraženého. V přírodě se vyskytující chroman olovnatý, minerál. krokoit má sp. v. = 6·118, uměle připravený krystalický chroman olovnatý[2]) 6·123, kdežto sražený chroman 5·44. Z těchto čísel, jakož i z dříve uvedené sp. váhy chromové žluti je jasno, že nemůže v nich býti chroman olovnatý krystalinický. Nemá tedy i tato theorie podstatného odůvodnění. (Ostatně později uvedené pokusy a mikrofotografie ukazují, že chroman olovnatý, obyčejným způsobem sražený, jest povahy amorfní).

---

[1]) Chem. Ztg. sv. 23. str. 543.

[2]) Schulter: Bull. soc. française de minéralogie 27. 129 (1904).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

5. Starší theorie Habichova[2]) zastupuje názor, že tvoří se v chromové žluti světlých odstínů podvojné soli, sulfochromaty a s theorií tou setkáváme se též v kuize Genteleho[3]). Jablczynski (l. c.) dokázal již neudržitelnost této theorie tím, že připravil chromové žluti stálé při promývání s množstvím $PbSO_4$ daleko menším, nežli by odpovídalo stechiometrickému poměru sulfochromátů. Dokázali jsme pak vlastními pokusy srážecími, že složení ssedliny při současném srážení chromanu a síranu olovnatého závislé jest na složení původního roztoku a že se tedy při srážení netvoří podvojné soli.

Vlastní theorie funkce síranu olovnatého v chromové žluti citronové barvy.

Prací Cox-ovou o hydrolyse chromanu olovnatého je nesporně dokázáno, že příčina temnání barvy je způsobena vznikem zásaditého chromanu olovnatého. Theorie Jablczynski-ho nevysvětluje však uspokojivě všechny vlastnosti a funkce síranu olovnatého v světlých odstínech chromové žluti.

Na základě pokusů vybudovali jsme theorii vlastní, která předpokládá tvoření se tuhých roztoků síranu a chromanu olovnatého při srážení chromové žluti a vyšli jsme z následující úvahy: Formy, v jakých by se mohl síran olovnatý v chromové žluti vyskytovati, mohou býti:

1. Mechanické směsi.
2. Podvojné sole.
3. Isomorfní směsi.
4. Tuhé roztoky.

1. Chromové žluti nedají se připraviti mechanickým mísením síranu a chromanu olovnatého; nemůže tedy síran olovnatý působiti jen mechanicky.

2. Pokusy srážecími dokázáno bylo, že se netvoří podvojné soli, poněvadž složení ssedliny při srážení obou solí olovnatých mění se se složením roztoků sražených a pokusy týkající se určení stability systemu $PbSO_4 + K_2CrO_4 \rightleftarrows PbCrO_4 + K_2SO_4$ rovněž ukázaly, že je existence podvojných solí pochybná.

---

[2]) Ztschr. für angew. Chemie 1896, str. 614.
[3]) Lehrbuch der Farbenfabrikation.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. a 4. Mezi isomorfní směsí a tuhým roztokem není s hlediska theoritického rozdílu, jestliže dle novějších názorů považujeme také roztoky za hmoty, jichž fysikální vlastnosti jsou plynulou funkcí jich složení.

Provésti přímý důkaz, že v chromové žluti tvoří síran a chroman olovnatý tuhé roztoky, se ovšem nepodařilo. Podařilo se však dokázati *isomorfismus síranu a chromanu olovnatého* přípravou smíšených krystalů těchto solí olovnatých a tím i pravděpodobnou existenci jich tuhých roztoků.

Příprava smíšených krystalů děla se podobným způsobem jako výroba krystalického $PbCrO_4$ na mokré cestě, kterou udává de Schulten[1]). Nejdříve byl připraven dle tohoto autora chroman olovnatý následujícím způsobem: 5 g chemicky čistého $Pb(NO_3)_2$ rozpuštěno bylo ve 125 cm^3 H_2O v porculánové misce, přidáno 125 cm^3 konc. kyseliny dusičné, zahřáto na vodní lázni a z dělící nálevky po kapkách přidán roztok 2 g $K_2Cr_2O_7$ v $^1/_2$ litru destillované vody. Po několika minutách počnou se vylučovati hnědožluté mikroskopické krystalky sloupkovitého tvaru, soustavy jednoklonné (mikrofotografie č. 5. na obrazci č. 5.). Pro výrobu krystalického $PbSO_4$ uvádí de Schulten[2]) předpis následující: 12 g PbO_2 rozpustí se ve 3 l vody okyselené 50 cm^3 konc. HCl. Tento roztok sráží se po kapkách roztokem 2 g konc. H_2SO_4 na 1 litr vody. Podařilo se nám však připraviti krystalický síran olovnatý obdobným způsobem jako chroman olovnatý a sice srážením roztoku 2·5 g $Pb(NO_3)_2$ v 62·5 cm^3 vody s 62·5 cm^3 konc. kyseliny dusičné roztokem 20 cm^3 konc. kyseliny sírové v 230 cm^3 vody. Druhý roztok přidáván byl opět po kapkách a obdrželi jsme takovým způsobem bílý krystalický síran olovnatý, tvořící dle mikroskopického vyšetření táhlé, bezbarvé hranolky kosočtverečné (mikrofotografie č. 1. na obrazci č. 5.) Z uvedených způsobů výroby krystalických nerozpustných solí olovnatých dalo se očekávati v případě isomorfie síranu a chromanu olovnatého, že se budou vylučovati smíšené krystaly, jestliže se bude srážeti roztok $Pb(NO_3)_2$ za přítomnosti HNO_3, roztoky obsahujícími různá poměrná množství $K_2Cr_2O_7$ a H_2SO_4 nebo $K_2Cr_2O_7$ a K_2SO_4. Následující pokusy zabý-

[1]) Bull soc. française minéralogie 27 str. 129 (1904).

[2]) Bull soc. française minéralogie 26 str. 103 (1903).

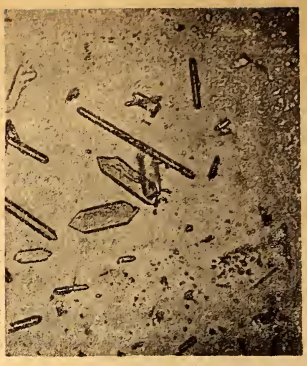
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

300×

1

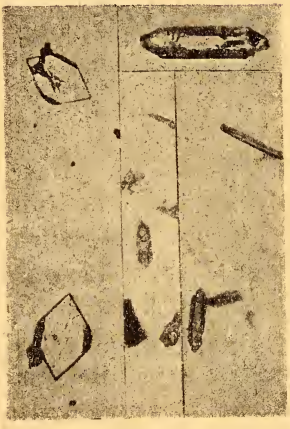
2.

300×



3.

300×



4.

300×

5.

450×

6.

450×

7.

Obr. čís. 5. Studie o chromové zluti.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

valy se pak přípravou různých isomorfních směsí dle tohoto předpokladu.

1. 2·5 g $Pb(NO_3)_2$ rozpuštěno v 62·5 g vody, přidáno 62·5 cm^3 kyseliny dusičné a sraženo po kapkách na vodní lázni roztokem 0·5 g $K_2Cr_2O_7$ a 20 cm^3 konc. H_2SO_4 ve 230 cm^3 H_2O. Vyloučila se ssedlina, která měla po náležité dekantaci a následujícím promytí na asbestovém filtru nádech světle žlutý. Byla pak mikroskopicky vyšetřena a shledána co do krystalického složení úplně homogenní. Její krystaly byly ploché, otupené hranolky kosočtverečné, (mikrofotografie č. 2.) obdobné svými plochami krystalům čistého $PbSO_4$. V mikroskopu byly bezbarvé a průsvitné. Že obsahovaly skutečně $PbCrO_4$ bylo dokázáno vařením části ssedliny s 30% ním roztokem octanu amonného, při kterém se rozpustil síran olovnatý a ssedlina nabyla barvy žluté. Také mikrochemicky zjištěn byl v krystalech chroman olovnatý. Část ssedliny rozmíchána na sklíčku s 30% ním roztokem octanu amoného a pozorováno jeho působení. Z počátku krystaly původně bezbarvé a průsvitné příčně pukaly a rozpouštěly se pomalu, při čemž se žlutě zakalily. Na konec zbyly pak nepravidelné kusy tvaru krupičnatého a barvy žluté.

2. Připraven byl roztok $Pb(NO_3)_2$ a kyseliny dusičné ve vodě jako v pokusu prvním. Sražen byl však roztokem 1 g $K_2Cr_2O_7$ a 5 cm^3 konc. kyseliny H_2SO_4 245 cm^3 H_2O. Ssedlina byla barvy světle kanárkové, pěkně ohnivé. Krystaly byly podobného tvaru jako v případě prvním, v mikroskopu byly slabě nažloutlé (mikrofotografie č. 3.) a dávaly při rozpouštění v 30% ním octanu amonném stejné úkazy.

3. Roztok $Pb(NO_3)_2$ s kyselinou dusičnou srážen jako v případech předešlých roztokem 0·5 g K_2CrO_4 a 2 g K_2SO_4. Barva ssedliny byla temně kanárkově žlutá, krystaly kosočtverečné byly v mikroskopu nažloutlé (mikrofotografie č. 4. na obrazci č. 5.) a chovaly se k 30% nímu octanu amonnému obdobně jako smíšené krystaly v případech dřívějších.

Pokusy těmi dokázán byl *dosud neznámý isodimorfismus síranu a chromanu olovnatého*, neboť obě tyto čisté sloučeniny krystalují v soustavách různých. Síran olovnatý kosočtverečně a chroman olovnatý jednoklonně. Dále bylo pak zjištěno, že krystalický síran olovnatý rozpouští měnivá množství chro

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

manu olovnatého podle toho, jaké měl složení roztok k srážení použitý.

Na konec byl mikrochemicky vyšetřen vliv promývání vodou na smíšené krystaly síranu a chromanu olovnatého a působení octanu amonného na tyto krystaly. Části ssedlin z pokusů 1. a 2. byly promývány 1 l vody destilované na asbestovém filtru stejnoměrným proudem. V obou případech bylo pozorováno po vysušení ssedlin v eksikátoru a porovnání s původními ssedlinami slabé temnání; barvy po promývání zůstaly však ohnivé a pěkného vzhledu. Promyté ssedliny byly pak mikrochemicky vyšetřeny. Krystaly byly v obou případech jen slabě naleptané a většina jich nejevila žádné změny.

Roztok octanu amonného, který rozpouští amorfní $PbSO_4$ skoro okamžitě, působí na smíšené krystaly mnohem pomaleji.

Z těchto pokusů lze souditi, že *smíšené krystaly síranu a chromanu olovnatého vzdorují účinkům chemickým, zvláště však vodě, lépe než pouhé mechanické směsi stejného složení.*

Pro theorii tuhých roztoků bylo pak ještě důležité vyšetření krystalického stavu síranu a chromanu olovnatého, sraženého obyčejným způsobem jednak z dusičnanu a jednak z octanu olovnatého dvojchromanem nebo chromanem, resp. síranu kyselinou a síranem draselným. Mikrochemickým vyšetřením ukázalo se, že se síran olovnatý vylučuje jak z dusičnanu olovnatého, tak i z octanu olovnatého za obyčejných podmínek vždycky v zřejmých krystalech podoby zkřížených pásek (mikrofotografie č. 6 na obr. č. 5). Krystaly jsou tím lépe vyvinuty, čím zředěnější jsou roztoky obou rozpustných solí olovnatých.

Chroman olovnatý, vyloučený z dusičnanu i octanu olovnatého byl povahy amorfní (mikrofotografie č. 7), což dokázáno bylo vyšetřením v mikroskopu polarisačním.

Z výsledků těchto možno pak učiniti následující závěr:

Světlá, ohnivá barva, jakož i stálost chromových žlutí světlých odstínů při promývání, způsobena jest tuhými roztoky chromanu olovnatého v síranu olovnatém a dají se vysvětliti touto theorií všechny dosud nejednotně vysvětlené zjevy při výrobě chromové žluti světlých odstínů. Theorie ta opírá se o isodimorfismus chromanu a síranu olovnatého,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

o velkou houževnatost smíšených krystalů těchto solí proti vlivu vody, o jejich ohnivou a vzhlednou barvu citronově žlutou a krystalickou povahu síranu olovnatého sraženého za obyčejných podmínek.

Při srážení rozpouští síran olovnatý část chromanu olovnatého a tvoří s tímto tuhé roztoky, které jsou podkladem světlých a ohnivých odstínů chromové žluti. Tuhé roztoky nedají se však připraviti přimísením síranu olovnatého k chromanu olovnatému, neboť pevné hmoty pronikají se navzájem velice zvolna, jak ukázaly četné práce Roberts-Austenovy, Springovy, Haberovy[1]) a jiných. Jinak je tomu však při současném srážení obou solí olovnatých, kde je rozpouštění chromanu olovnatého v síranu olovnatém proto možné, poněvadž v tom případě látky ty na sebe působí »ve stavu zrodu«.

Tuhými roztoky vysvětluje se též stálost barvy při promývání. Tuhé roztoky obou solí olovnatých jsou při promývání ve své barvě, jak ukázaly pokusy se smíšenými krystaly, a tedy i proti hydrolytickému působení stálejší mechanických směsí, které jak známo lehce barvu promýváním mění. Síran olovnatý chrání tu jaksi uzavřený v něm chroman olovnatý proti působení vody. Z četných případů, hlavně pak u slitin kovů, pokud jich součásti jsou tuhými roztoky, jest známo, že vlastnosti těchto roztoků mohou býti docela odlišné jednotlivých jich součástí. Mohou tedy i tuhé roztoky síranu a chromanu olovnatého míti vlastnosti, které se značně liší od vlastností síranu nebo chromanu olovnatého. Čím více síranu olovnatého se může vytvořiti, tím více chromanu olovnatého se v něm rozpustí a tím stálejší a světlejší budou vyrobené barvy.

V části práce o částečném srážení bylo dokázáno, že se ssedliny mění zároveň se složením roztoku při srážení. Poněvadž pak barva složení tuhých roztoků se mění zároveň se složením roztoků sražených, bude k dosažení stejnoměrného odstínu srážení takové výhodné, při kterém složení roztoku se nemění. *Nejvýhodnější bude tedy připouštění společného roztoku chromanu draselného a kyseliny sírové (nebo síranu alkalického)*

[1]) Bruni: Feste Lösungen und Isomorphismus. Lipsko 1908.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

do roztoků rozpustných solí olovnatých. Je tedy srážení, jaké udává Zerr a Rübencamp (l. c.) nejsprávnější. Aby roztoky měly stejnoměrné složení, je ovšem třeba intensivního míchání při srážení.

Ostatní zjevy, působící na barvu, jako zvýšení teploty, přebytek rozpustných solí olovnatých při srážení byly probrány v předchozích oddílech práce.

Resumé.

Z celé práce o chromové žluti možno učiniti následující souhrnný závěr:

1. Úkolem práce bylo vysvětliti příčinu temnání žluti chromové světlých odstínů a objasniti výrobu této barvy. Práce sama byla provedena s hlediska fysikálně-chemického a jest příspěvkem k studiu heterogeních dvojic solných a k částečnému srážení roztoků dvou solí o jednom společném iontu.

V prvním díle práce studována byla reakce:

$$PbSO_4 + K_2CrO_4 \rightleftarrows PbCrO_4 + K_2SO_4$$

se stanoviska chemické rovnováhy a pravidla fází. Shledáno, že reakce ve směru $PbSO_4 + K_2CrO_4 \rightarrow PbCrO_4 + K_2SO_4$ probíhá skoro úplně a dostatečně rychle, takže může býti pohodlně sledována. V opačném směru jest rychlost nepatrná a možno ji sledovati pouze na základě velké citlivosti reakce:

$$CrO_4'' + 8\ H^{\cdot} + 3\ J' = Cr^{\cdot\cdot\cdot} + 4\ H_2O + 3\ J$$

Stanovením stability systému uvedeného ukázalo se, že tvoření se podvojných solí je pochybné. Vyšetřování rovnovážné koncentrace (křivek Guldberg-Waageových) bylo ztíženo nepatrnou hodnotou této konstanty ($K_{200} = 0{\cdot}000277$), jakož i význačnými vlivy adsorpce chromanu draselného chromanem olovnatým. Rovnovážné konstanty dle theorie Nernstovy dokazují, že oblast existence síranu olovnatého v diagramu isothermickém prakticky mizí, což znamená, že síran olovnatý není vedle chromanu olovnatého za přítomnosti chromanu a síranu draselného schopen existence.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Rychlost studované reakce ve směru

$$K_2CrO_4 + PbSO_4 \longrightarrow PbCrO_4 + K_2SO_4$$

stoupá s koncentrací K_2CrO_4 a teplotou. Zákonitosti, platící pro rychlost v homogenních reakcích neplatí pro tuto soustavu heterogenní.

2. Dále bylo studováno jednak srážení K_2CrO_4 a K_2SO_4 dusičnanem olovnatým, jednak $K_2Cr_2O_7$ a K_2SO_4 octanem olovnatým s hlediska theorie částečného srážení dvou solí nerozpustných o společném iontu. Nalezen byl vztah složení roztoku původního k složení ssedliny a shledáno, že je ssedlina vždy poměrně bohatší na kysličník chromový nežli původní roztok; že je složení této ssedliny nezávislé u téhož roztoku na množství užitého sráželdla a že je jen závislé na složení roztoku, případně na poměru iontů $\frac{CrO_4''}{SO_4''}$ nebo $\frac{Cr_2O_7''}{SO''_4}$

Tím byla též bezpečně dokázána nemožnost vzniku podvojných solí (sulfochromatů olovnatých) při srážení.

Na základě theorie Nernst-Findlayovy byl sledován přechod látek sražených do definitivního rovnovážného stavu. Při tom bylo pozorováno zvýšení reakční rychlosti působením KNO_3 resp. CH_3CO_2K; obě látky při reakcích vznikající rozpouštějí vzniklý $PbSO_4$ a převádějí tak reakci mezi chromanem draselným a síranem olovnatým z heterogenního prostředí do homogenního. Rychlost mizení $PbSO_4$ působením K_2CrO_4 urychluje též kyselina octová. Případy tyto ukazují, jaký vliv mohou míti účinky zdánlivě nepatrné na průběh reakce při srážení.

Jestliže je poměr solí olovnatých v ssedlině závislý na poměru CrO_4'' ku SO_4'' nebo Cr_2O_7'' ku SO_4'' iontu v roztoku, nebude pro odstín barvy lhostejno, jakých solí kyseliny chromové a sírové se použije. Vzájemným působením dissociovaných částí solí v roztoku bude poměr $\frac{CrO_4''}{SO_4''}$ nebo $\frac{Cr_2O_7''}{SO_4''}$ jiný, než poměr celkových koncentrací obou solí. Tím se vysvětlují různosti barev při užití ekvivalentních podílů různých solí kyseliny sírové a chromové. Z těchto poznatků vyplývá, že je nezbytno pracovati při výrobě chromové žluti při nízké teplotě a s přebytkem sráželdla (octanu neb dusič-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nanu olovnatého), má-li býti v barvě zachován síran olovnatý, jenž jest bezpodmínečně nutný pro světlý odstín citronový. Nejsprávnější bude takový způsob srážení, kde poměr obou solí k srážení určený bude udržován stále stejný a sráželo bude v každém okamžiku v přebytku. Praxe mimoděk touto cestou se béře.

3. Z theorií vystavených k vysvětlení funkce síranu olovnatého v chromové žluti citronové barvy žádná úplně nevyhovuje. V práci byly kriticky probrány a na základě objeveného dosud neznámého isomorfismu síranu a chromanu olovnatého a přípravy smíšených krystalů těchto solí založena byla *nová theorie*, která vysvětluje funkci síranu olovnatého a jeho stálost při promývání úplně. Tato theorie předpokládá v chromové žluti *tuhé roztoky chromanu olovnatého v síranu olovnatém* a opírá se mimo o uvedený isomorfismus též o poměrně velkou stálost smíšených krystalů síranu a chromanu olovnatého proti účinkům vody a o úkaz, že se síran olovnatý vylučuje i za obyčejných podmínek při srážení krystalinicky a rozpouští jinak beztvaře se vylučující chroman olovnatý.

Během práce bylo pozorováno, že se síran olovnatý rozpouští značně v dusičnanu draselném, a že tyto roztoky dávají s chromanem draselným koloidní, fluoreskující roztoky chromanu olovnatého. V koncentrovaném roztoku dusičnanu draselného rozpouští se též chroman olovnatý lépe za horka nežli za studena, roztoky srážejí se chromanem draselným též koloidně. Pravděpodobně tvoří tyto soli olovnaté s dusičnanem draselným nestálé komplexní sloučeniny. Možno tímto způsobem vysvětliti zjevy koloidní pozorované při částečném srážení roztoků $K_2CrO_4 + K_2SO_4$ dusičnanem olovnatým.

Z ústavu chemické technologie
anorganických látek a praktické fotografie
na české vysoké škole technické v Praze.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Resumé.

Le but de notre travail est d'expliquer un certain phenomène observé dans la fabrication du jaune de chrome. De cette couleur minérale existent plusieurs sortes et parmi elles celle de l'effet claire est la plus précieuse et sa fabrication la plus difficile. On a trouvé que la présence du sulfate de plomb augmente la stabilisation du ton clair et on a émis quelques théories sans donner une explication suffisante. Pour la trouver nous avons étudié la fabrication du jaune de chrome au point de vue de la physicochimie.

1. Dans la première partie de notre travail nous avons poursuivi la stabilité du système;

$$PbSO_4 + K_2CrO_4 \rightleftarrows PbCrO_4 + K_2SO_4$$

en appliquant la loi de Guldberg-Waage et la loi des phases. Les résultats nous ont montré que la réaction

$$PbSO_4 + K_2CrO_4 \rightarrow PbCrO_4 + K_2SO_4$$

marche assez vite et presque jusqu'à la fin, de sorte qu'elle peut être poursuivie; dans la direction opposée elle est si lente que grâce à la grande sensibilité de la réaction:

$$CrO_4'' + 8\,H^{\cdot} + 3\,J' = Cr''' + 4H_2O + 3\,J$$

on ne peut que la constater.

La découverte de la stabilité de ce système exclu presque la formation des sels doubles. La précision des courbes de Guldberg-Waage est alterée par la petite valeur de la constante ($K_{200} = 0{\cdot}000277$) et par des influences d'absorption du chromate de potassium par le chromate de plomb. Les constantes de l'équilibre suivant la théorie de Nernst prouvent, que la région de l'existence du sulfate de plomb dans le diagramme isothermique disparait au sens pratique, c'est-à-dire que le sulfate de plomb n'existe pas en présence du chromate de plomb, du chromate et du sulfate de potassium.

La vitesse de la réaction

$$K_2CrO_4 + PbSO_4 \rightarrow PbCrO_4 + K_2SO_4$$

dans la direction ci-dessus s'augmente avec la concentration de K_2CrO_4 et avec l'élevation de la témperature.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

2. Dans la seconde partie de notre étude nous avons fait des éxperiences suivant la théorie de la précipitation incomplète de deux sels ayant le même cation et le different anion, dans notre cas avec les solutions mixtes de K_2CrO_4 et de K_2SO_4 en les précipitant avec la solution de nitrate de plomb et avec $K_2Cr_2O_7 + K_2SO_4$ en le saturant avec $Pb(CH_3 . CO_2)_2$. On a trouvé que le sédiment contient plus de CrO_3 que la solution et que la constitution du précipité dans la même experience ne correspond pas avec la quantité de la solution qui précipite, mais en proportion avec

$$\frac{CrO_4''}{SO_4''} \text{ ou } \frac{Cr_2O_7''}{SO_4''}$$

Ces resultats montrent l'impossibilité de la formation doubles, des sulfochromates de plomb.

A l'aide de la théorie de Nernst-Findlay nous avons étudié la transformation des substances précipitées en état définitif. On peut constater que la présence de KNO_3 et de $K . CH_3 . CO_2$ augmente la vitesse de la réaction; les deux substances resultantes de la réaction changent le milieu hétérogène en homogène. La même influence produit l'acide acétique, c'est-à-dire la disparition de $PbSO_4$ par l'action de K_2CrO_4 est catalysée par cet acide.

Par conséquent pour la fabrication du jaune de chrome ton de citron l'usage des sels de l'acide chromique et sulfurique n'est pas indifférent ainsi que la grandeur de la température et l'excès du sel qui precipite; pour réussir on est obligé de travailler avec le surplus des sels de plomb, sous une température peu élevée, dans une solution acidulée par l'acide sulfurique.

3. Jusqu'à présent il n'y a pas de théorie qui puisse éxpliquer d'une manière suffissante la fonction du sulfate de plomb dans le jaune de chrome en ton clair.

Nous avons discuté dans la dernière partie de notre étude la probabilité de toutes les théories en indiquant leurs défauts et en découvrant l'isodimorfisme du sulfate et du chromate de plomb par la voie microphotographique et en préparant leurs cristaux mixtes, nous avons formé une théorie nouvelle, qui explique la stabilité du jaune de chrome

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

en ton clair d'une manière précise. Les cristaux mixtes et les solutions du chromate de plomb en sulfate du même élément sont assez stables; l'eau les décompose lentement.

Pendant notre travail nous avons observé que le sulfate de plomb est soluble dans un liquide contenant le nitrate de potassium et que les solutions résultantes sont précipitées par le chromate de potassium d'une forme colloidale. Il s'agit d'après notre avis des composés complexes très instables.

Travail fait au laboratoire de la téchnologie des substances inorganiques et de la photographie pratique à la Haute Ecole Polytechnique de Prague.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VIII.

Branchialní rýhy a štítná žláza ryb kruhoústých.

Příspěvek k fylogenii thyreoidey.

Napsal **Dr. Jaromír Wenig.**

(S 3 tabulkami a 8 vyobrazeními v textu.)*)

Předloženo dne 25. března 1920.

Na jaře r. 1919 zamýšlel jsem svá pozorování vývoje labyrintu a srdce, která jsem v minulých létech u nižších obratlovců konal, rozšířiti na ryby kruhoústé. I bylo mojí snahou, opatřiti si živý materiál našich mihulí a vytřením a oplozením získati potřebná vývojová stadia. Pokusy mé v tom směru se však nezdařily. Druh *Petromyzon fluviatilis* třel se před lety ve Vltavě při pobřeží ostrova Štvanice, i bylo možno právě v příhodnou dobu opatřiti si exempláře pohlavně zralé v libovolném množství. Nyní, po regulaci řeky v těch místech, zdroj tento úplně zanikl. Nepříznivé poměry vody toho jara v Berounce způsobily, že ani na tomto nalezišti nebylo lze materiál získati. Výsledkem všeho pátrání bylo pět exemplářů druhu *Petromyzon Planeri*, které pocházely z potoka Kačáku nedaleko Unhoště; tyto ale byly právě vytřené, v důsledku čehož záhy zahynuly.

Byl jsem tedy nucen omeziti se na konservovaný materiál, který mi laskavě ku zpracování přenechali pánové prof. Dr. F. Vejdovský a prof. Dr. Al. Mrázek. Byla

*) Původně předložen byl k této práci větší počet vyobrazení, který však z pochopitelných důvodů bylo nutno redukovati a text tu a tam jinak upraviti. Doufám, že srozumitelnost popisu valně tím neutrpěla.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

to vývojová stadia od *Petromyzon fluviatilis* a *Petromyzon Planeri*, od právě vyvinutých blastul do exemplářů v délce 10 mm v nejrůznějších odstínech vývojového postupu. Okolnost tato jest pro studia embryologická zvlášť významná, byly-ť některé práce podobného obsahu (43) založeny pouze na dvou vývojových stadiích.

Uvedený materiál byl znamenitě fixován a — ač již několik roků starý — v dobrém stavu v 95% alkoholu udržen. Nejen vnitřní pletiva, ale u některých stadií i celý vířivý pokryv těla byl neporušen zachován. Exempláře *Petromyzon fluviatilis* byly fixovány chromovou kyselinou, *Petromyzon Planeri* sublimát-formolem. Ammocoeti byli parafinovou methodou rozloženi v bezvadné serie řezů v tloušťce 4—8 μ. K barvení použito hlavně safraninu dle methody Pfitzner-ovy, která se mi již dříve znamenitě osvědčila (po fixaci Flemming-ovou směsí), mimo to brasilinu, genciany a pikromagnesiakarminu. Jako nejlepší — a na základě dřívějších zkušeností zajisté i trvalá — se osvědčila methoda prvá; dávát safranin výborné výsledky i po pouhé chromové kyselině a umožňuje rychlou práci oproti brasilinu. Také tento, užitý přesně dle methody Heidenhain-ova železitého haematoxylinu, poskytuje krásné praeparáty a hodí se výborně ku kombinaci s kyselinou pikrovou.

Zpracovaný materiál byl však pro oba zamýšlené úkoly — sledování vývoje labyrintu a srdce — nedostačitelný. Vývoj srdečního endothelu, o který v první řadě běží, nebylo lze zastihnouti v prvé jeho fasi a zjistiti jeho původ, pro vývoj labyrintu byla pak stadia vesměs příliš mladá, majíce v délce 10 mm orgán »sluchový« dosud v podobě jednoduchého váčku. Za to však byla pozornost moje upoutána ku vývoji štítné žlázy a rýh v žaberní partii střeva, t. j. rýhy hypo- a epibranchialní a rýh laterálních (»pseudobranchialních«), pro kterážto studium právě četná stadia poskytla vděčný materiál. Výsledky svých pozorování těchto orgánů předkládám v této práci. V prvé části uvádím vlastní pozorování a dotýkám se údajů jiných autorů jen tam, kde jest toho nezbytně třeba. Část druhá jest věnována dosavadnímu stavu otázky a úvahám srovnávacím. Doufám, že tímto způ-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

sobem docílím jasnějšího celkového obrazu než vplétáním jiných názorů do vlastního pozorování na různých místech textu.

Mikrofotografie pořízeny velkým apparátem Leitzovým obětavou pomocí koll. Aug. Šrámka, profesora reálky v Nymburce, kontury ostatních obrázků kreslil jsem velkým kreslicím přístrojem Abbe-Zeissovým.

Všem jmenovaným pánům, jichž pomocí práce má byla umožněna, vzdávám na tomto místě povinný dík.

I.

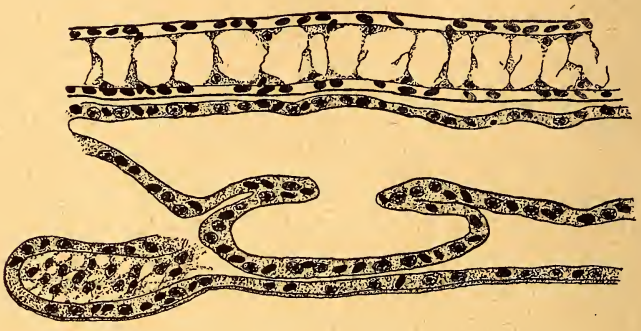
A. Vývoj a průběh branchialních rýh.

Na materiálu mém vyskytují se nejmladší stadia štítné žlázy u Ammocoetů (*Petromyzon fluviatilis*), jichž délka kolísá mezi 4 a 5 mm. Veškerá pletiva jsou dosud hustě prostoupena zrnéčky žloutkovými, zvláště partie střeva od základu srdce až ku konci jest přeplněna žloutkem; »hypofysa« se základem čichové jamky leží právě uprostřed proximálního obrysu hlavy, jsouc stejně vzdálena od ventrální i dorsální strany. Žaberní část střeva jest od dutiny ústní dosud oddělena přepážkou, která jest žloutkovými tělísky přeplněna, objemný vak sluchový vykazuje ve své dorsální části chodbičkovitou stopu odškrcení od ektodermu. Na sagittálních řezech tangencialních vidíme již všech sedm štěrbin žaberních v podobě za sebou ležících okének, na řezech pak více středem procházejících jednotnou dutinu faryngovou.

Na tabulce na obr. 1. jest reprodukován jeden z těchto řezů: ventrálně, pod faryngem, leží přibližně ellipsovitá massa buněčná, hojně zrny žloutkovými prostoupená; to jest základ thyreoidey. Lumen její, ústící do faryngu, jest na řezu klikaté: směřuje na zad, ku předu a opět na zad, vše ostatní jest plné. Na sousedních řezech jest světlost thyreoidey poněkud jiného tvaru, někde skoro elliptická, vůbec velmi nepravidelná, ale vždy v poměru k velikosti orgánu nepatrná. Máme dojem, že dutina vzniká poznenáhlu v solidním základu rozšiřováním, ruku v ruce s mizením žloutkového materiálu v buňkách, což zvláště srovnáním se staršími stadii stává se zřejmým.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pokročilejší stav základu thyreoidey znázorňuje textový obr. I. Představuje poměry této žlázy u Ammocoeta (*P. Planeri*), jehož délka obnáší 4 mm; toto stadium jest pozoruhodné spoustami mitos v proximální části nervové soustavy. Na řezech jest patrno, že postup vývoje různých orgánů u obou pozorovaných druhů (*Petromyzon fluviatilis a P. Planeri*) neděje se stejnoměrným tempem: thyreoidea druhu právě popiso-



Obr. I. Ammocoetes (*P. Planeri*) 4 mm dl.
Sagittální řez chordou, žaberní části zažívací roury a vakovitým základem thyreoidey (Reichert obj. 4*b*, ok. 4).

vaného (obr. I.) jest rozhodně pokročilejší proti poměrům u *P. fluviatilis* (obr. 1), kdežto základ hypofysy a jamky čichové nedospěl dosud té výše jako u této a leží dosud na ventrální ploše hlavy.

Thyreoidea na obr. I. představuje dutý vak pod traktem žaberním; na rozdíl od obr. 1. jest světlost její značně veliká a vyúsťuje dorsálně širokým ústím, které vzniklo odškrcením žlázy od dutiny střevní. Stěna vaku jest nízká i lze v ní silným zvětšením zjistiti jádra v jedné vrstvě uložená a tu i tam mitosy. Tělíska žloutková, dosud přehojná v chordě a distální části střeva, jsou ve stěně thyreoidey jen v nepatrném počtu přítomna a na obrázku tuší černě znázorněna.

Další stadia vývoje ústního a faryngeálního zařízení nutno sledovati na řezech příčných, ježto řezy sagittální nepodávají přehledného obrazu.

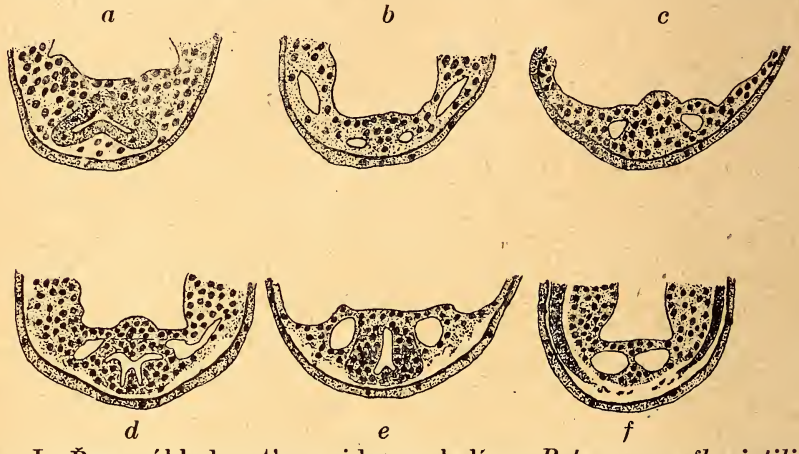
Nejmladší stadia od *Petromyzon fluviatilis*, jimiž disponuji, měří nepatrně přes 4 mm délky. Příčné řezy bezprostředně za ústy ukazují nám nervovou soustavu, pod ní

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

chordu a uzavřenou trubici entodermovou se světlostí dosti nepravidelnou; po stranách viděti jest ještě naříznuté základy věnce tykadlového. V pletivech jest dosud hojnost žloutkových tělísek. Na pátém řezu směrem na zad (tloušťka řezů 6 μ) nabývá světlost dutiny entodermové tvaru rovnoramenného trojúhelníka, postaveného vrcholem vzhůru a tento tvar s malými změnami zachovává i na řezech dalších; postranní ramena světlého trojúhelníka jsou dovnitř prohnuta — jsou to první mediální oblé kontury vela, které tvoří se z mas buněčných ve středu entodermového celku, kteréžto pochody možno jen srovnáním s nejblíže staršími exempláři správně posouditi. Základna trojúhelníka složena jest již z buněk v epithel uspořádaných, jest to spodina budoucí objemné dutiny jícnové. Na nejbližších dalších řezech jest již také dorsální kontura vela vytvořena i vznikla i nad ním světlost podoby širšího a nižšího trojúhelníka, namířeného vrcholem dolů. Jinak řečeno, mediální kontury vela dotýkají se uprostřed, čímž lumen entodermu jest omezeno na oba popsané trojúhelníky. Směrem na zad ubývá na řezech mas buněčných, zaplňujících dutinu budoucího jícnu, a sice tak, že dorsální světlost se zvětšuje, ztrácejíc tvar trojúhelníka a masa buněk žloutkových jeví se jako stlačena směrem ventrálním, čímž i dolní světlost entodermu pozbyla trojúhelníkového tvaru a podobá se úzké, prohnuté štěrbině; jeden z těchto řezů jest nakreslen na obr. Ia, *a*: nahoře jest patrna široká světlost entodermu, pod ní massa buněčná a dole prohnutá štěrbina, ohraničená epithelialně uspořádanými buňkami. Ventrální, nahoru vyhnutá stěna štěrbiny jest základem kýlu, či ventrální hrázky, kterou později u Ammocoetů nacházíme ve spodině žaberního traktu. Čím dále na zad postupujeme, tím více rozšiřuje se světlost střeva a tím méně buněčného materiálu nacházíme na spodině: ventrální štěrbina jest sotva patrná a epithel kol ní jest upraven ve formě horizontálně ležící číslice 3, hrotem — základem to kýlu — nahoru mířící. Při malých zvětšeních vypadá vše jako stejnorodý uzel či shluk žloutkových buněk pod ventrální konturou entodermu. Konečně se epitheliální uspořádání buněk kol štěrbiny — a tím štěrbina sama — ztrácí a dospějeme k řezu, který jest reprodukován na obr. Ia, *b*.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Nahoře po obou stranách zachycena jest řezem světlost nahoru stoupajících arterií branchialních prvého páru, které jsou pokračováním rozdvojeného truncu arterielního nad thyreoideou probíhajícího. Massa buněčná na spodině entodermu tvoří jakýsi pruh či sloupek mezi tímto a ektodermem, jsouc značně redukována proti řezům předchozím. Pro množství žloutku nelze v pletivech bližších podrobností rozeznati.



Obr. Ia. Řezy základem thyreoidey a okolím u *Petromyzon fluviatilis* (délka přes 4 mm). Výklad v textu. Reichert obj. 4*b*, ok. komp. 6.

Sedmý distalní řez předvádí obr. Ia, *c*. Jest zřejmo, že lumen jícnu nabylo zde značné šířky; pod tímto lumen protaty jsou dvě cévy (hranice větví truncu a prvních arterií branchialních nelze rozeznati), které jsou jen slabou vrstvou buněk od tohoto lumen odděleny. Těmito cévami jest žloutkem přeplněná masa buněčná na řezu ohraničena jako kuželovitý útvar, jehož hrot vztyčuje se poněkud nad niveau spodiny faryngové — to jest pokračování, distálnější část mediálního budoucího kýlu či hrázky ventrální. Po obou stranách přečnívajícího vrcholu jsou již zde patrny nepatrné prohlubiny či zářezy ve spodině jícnové, které lze vším právem pokládati za prvé základy laterálních či perifaryngeálních rýh, o nichž později bude častěji referováno. Později nacházíme hrázku štíhlou a po její stranách těsně ležící rýžky laterální, již hlubší; vůbec jeví se jednotlivé orgány těchto mladých stadií jaksi zhruba praeformovány, aby po-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

stupným vývojem a mizením živného žloutku v buňkách nabývaly poznenáhlu svého definitivního tvaru, hloubky, štíhlosti a t. d.

Centrální massa žloutkem naplněných buněk, kterou na obr. *c* mezi dvěma cévami spatřujeme, jest průřez proximálního konce základu thyreoidey stadia nepatrně staršího, než jaké zobrazeno na obr. 1. (srovnej o tímto obrázkem). Ačkoliv thyreoidea (obr. *c*) jest dosud tělísky žloutku téměř přeplněna, pozorujeme na ní v distálnější části již značný pokrok u vývoji. Srovnáním vývoje u *Petromyzon Planeri* a *Petromyzon fluviatilis* dospíváme k poznání, že jeho pochod u obou druhů není stejný: na obr. I. vidíme základ u druhu prvého v podobě elliptičného, tenkostěnného vaku pod jícnem, žloutek v buňkách jest téměř nadobro zresorbován; takového stadia u *Petromyzon fluviatilis* vůbec jsem nenalezl a asi není lze ho nalézti. Neboť u stadií zcela mladých (obr. 1a, 9), žloutkem dosud bohatých, jeví se thyreoidea jako tlustostěnný vak, který kommunikuje s jícnem a v jehož nitru došlo již k vytvoření různých útvarů, jimž podobné u *Petromyzon Planeri* až později nacházíme. — Můj další popis týká se výhradně druhu *Petromyzon fluviatilis*, který dosud daleko méně byl povšímnut než druh *Petromyzon Planeri*.

Na řezu, který následuje bezprostředně za oním, který spatřujeme na obr. 1a *c*, objevují se v buněčné masse thyreoidey po obou stranách dvě úzké dutiny tvaru srpkovitého, namířené konkavitou ventrálně a laterálně. Jasný obraz tohoto stadia thyreoidey poskytuje nám fotografie nejblíže následujícího řezu (obr. 1a). Vidíme zde ona srpkovitá lumina žlázy oddělená od sebe tlustou přepážkou; jest důležito pro další úvahy, že žláza štítná již v těchto prvých fásích svého vývoje jest rozdělena na dvě poloviny, přepážka, jako vše ostatní žloutkem přeplněná, existuje tedy již v těchto počátečných stadiích. Takovéto poměry u Ammocoetů dosud popsány nebyly a u *Petromyzon Planeri*, nejčastěji dosud užívaného materiálu, asi neexistují, jak soudím dle stadia na obr. I., kde v tenkostěnném již základu dosud žádné přepážky nelze zjistiti, i tvoří se tato patrně až během dalšího vývoje.

Vraťme se ku průřezu thyreoidey na obr. 1a. Tlustá přepážka thyreoidey přechází nahoře v zdánlivě jednolitou

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

massu buněčnou, která přečnívá svým vrcholem do roury zažívací, spousta žloutku v buňkách znesnadňuje přesné rozpoznání hranic jednotlivých útvarů. Silnými zvětšeními poznáme však, že existuje hranice mezi vlastní thyreoideou a spodinou jícnovou, nalezneme slabou linii, jakoby taženou od dorsální stěny jedné postranní cévy ku téže stěně cévy druhostranné; linie ta rozděluje zdánlivě jednolitou massu buněčnou nad přepážkou na dvě části: horní, vyčnívající na řezu jako bochníčkovitý útvar do dutiny jícnu (příští kýl či hrázka mezi laterálními rýhami) a dolní, tvořící vlastní strop žlázy a doplňující ventrální přepážku na řezu v podobu písmene *T*. (Zmíněná linie jest slabě naznačena na obr. Ia *d*). Dva ventrální hrboly na obr. 1a, podmiňující konkávní tvar obou světlostí thyreoidey, jsou profaté proximální konce ventro-laterálních vchlípení stěn žlázy, z nichž později vzniká vlastní žlaznatá její partie (srovnej obr. II., III.). Vchlipování u *Petromyzon fluviatilis* děje se tedy velmi záhy, jakmile jen zcela nepatrná světlost v solidním téměř základu povstala. — Nejbližší distální řez (za obr. 1a) představuje nám náčrt *d* na obr. Ia; liší se od právě popsaného pouze tím, že přepážka thyreoidey jest přerušena i kommunikují obě na řezu srpkovité dutiny žlázy v medianí linii navzájem, jednotná světlost má tedy na řezu přibližně podobu písmene *W*. Ventrální. jazýčkovitý zbytek přepážky možno pak sledovati na serii dále na zad jako stále nižší lamellu mezi oběma polovinami thyreoidey.

Další řezy ukazují nepatrné změny vylíčených poměrů. Ventro-laterární hrboly přiléhají stále těsněji ku dorsální stěně, čímž dorsální část dříve popsaných srpkovitých štěrbin jest poznenáhla zatlačena a světlost žlázy nabývá vzhledu vidlice, hroty dolů namířené (srovnej obr. 9.). Mimo to na čtvrtém řezu na obr. *d* zmizela střední hrázka, činící jako oblý val do dutiny jícnové a mající na řezu bochníčkovitý tvar (obr. *c*, *d*) a tím také slabé zářezy. po její stranách, které jsme označili jako prvé stopy pozdějších hlubokých rýh laterálních, spodina jícnu nad thyreoideou jest celá dorsálně mírně vyklenutá, nejevíc v medianí linii ničeho pozoruhodného. — Na čtvrtém pak řezu dalším souvisí již světlost thyreoidey s dutinou jícnovou širokým ústím, kterému na

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

bezprostředně předcházejících řezech předcházelo mělké prohnutí v medianí linii spodiny jícnové. Řez, k němuž jsme dospěli, představuje fotografie obr. 9. Nad vidlicovitou světlostí jest dosud viděti úzký můstek buněk, poslední to stopu dorsální klenby žlázy z řezů předchozích, po spodině její táhne se i zde medianí příčka, způsobující vidličnatý tvar světlosti, která se stran omezena jest mohutnými hrboly, základy to žlaznaté části thyreoidey; tyto útvary jsou tak žloutkem přeplněny, že jen silným zvětšením rozeznati v nich možno střední šev, povstalý vchlípením a složením se původní jednoduché stěny. Vchlípené partie přiléhají co nejtěsněji ku laterálním stěnám žlázy, a tyto opět ku postranním cévám truncu, takže vše tvoří při malém zvětšení téměř jednolitou massu a jen silnými systémy lze hranice jednotlivých lamell rozeznati.

Na následujícím řezu jest thyreoidea v nepřerušeném spojení s jícnem, můstek z obr. 9. zmizel; tato kommunikace existuje však pouze na třech řezech dalších, i jest popsaný primitivní základ thyreoidey již těchto zcela mladých stadiích tak značně od jícnu separován, že pouze tři slabé řezy kommunikaci obou útvarů zasahují. Po oněch třech řezech nacházíme thyreoideu opět dorsálně uzavřenou, jeden z těchto řezů distální částí žlázy vidíme na obr. Ia *e*. V bočných stěnách jejích nelze již nijak rozeznati nějaké vchlípení ani dle středního švu, který by vchlípením nutně vznikl, ani dle postavení žloutkových plotének, které na proximálních řezech byly paprskovitě kol onoho švu uspořádány. Stěny thyreoidey jsou však stále značně tlusté, žloutkem hojně vyplněny a spodina žlázy pokračováním ventrální přepážky na dvé rozdělena, jak z obr. Ia *e* jest patrno.

V nejdistálnější své části objevuje se thyreoidea na řezech jako rovnoramenný trojúhelník s tlustými rameny a tenkou spodinou; střední přepážky není více, dno jícnu jest úplně horizontální. Žláza na řezech ubývá na objemu a tím i světlost její jeví se jako stále na zad se zúžující kanálek. Na 20. řezu za ústím mizí světlost úplně a řezy zachycují jen distální stěnu žlázy, která jeví se jako široká, žloutkem vyplněná příčka mezi oběma větvemi truncu, která posledně — značně zúžená — objevuje se na čtvrtém řezu dalším, který

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nakreslen jest na ob. I.a *f*; cévy sbližují se značně a řez následující protíná již jednotný truncus arteriosus.

V těchto mladých stadiích jsou tedy již podstatné části thyreoidey i jejího okolí vybudovány, vše ale jeví se poměrně značně objemné, lamelly tlusté, těžko rozeznatelné a pod., čehož hlavní příčinou jest množství plotének a krůpějí žloutkových v pletivech. Dalším vývojem, který sprovázen jest mizením žloutku, jednotlivé založené orgány se poznenáhlu jaksi vymodelují ve svůj definivní tvar a rozměry, jaké dále v této práci budou popsány. Popis všech postupných stadií vyžadoval by však mnoho místa a mnoha obrázků, i nutno omeziti se jen na nejdůležitější a přistoupiti ku stadiím více pokročilým.

Obr. 2. na tabulce představuje příčný řez Ammocoetem (*P. fluviatilis*), jehož délka obnáší přibližně 5·8 mm; řez protíná elliptické vaky sluchové a prostornou rouru zažívací. V chordě, po stranách této a v dorsální stěně jícnu jest dosud množství oválných zrnek žloutkových, příslušná místa jsou na fotografii temnější než okolí; jinde v pletivech jsou zrnka ta jen ojediněle roztroušena. Po stranách dutiny faryngové viděti jest pruhy svalové. Na straně ventrální přesně uprostřed tvoří epithel faryngu vzhůru trčící řasu, jejíž dutina jest částečně vyplněna sloupkem buněk, po obou pak stranách této řasy či příčky činí do nitra dvě mohutné lamelly.

Sledujme na serii řezy směrem ku předu; na řezu, který jest třetím od zobrazeného (obr. 2.), najdeme nejdistálnější ventrální úpon vela, a sice na mediální straně oněch postranních lamell, tedy mezi těmito a střední příčkou. Další řezy směrem ku předu ukazují nám různé průřezy vela, jak se asi jeví na tabulce na obr. 11., 16., které však odpovídají starším stadiím. Můžeme je sledovati jako křídlovité přívěsky postranních stěn, zasahující daleko do dutiny a jevící různé charakteristické zprohýbání, daleko do končiny praeotické. Ještě dále proximálně pokračuje pak zmíněná střední příčka mezi oběma křídly vela a má podobně jako velum samo na různých řezech tvar poněkud různý. Na obr. 11. jeví se nám působením reagencií poněkud zdeformována, postranní její stěny jsou rozestouplé, takže velum leží přímo

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na nich. Stejně však, nehledě k těmto nepřirozeným tvarům, nutno střední hrázku považovati za skutečnou oporu vela, o kterou může se toto opříti, jsouc volně zavěšeno na rozhraní dutiny ústní a faryngu. — Z ostatních charakteristických orgánů dutiny ústní ukazují nám nejproximálnější řezy ještě tlusté základy ústních tykadel.

Zabývejme se dále výhradně serií, jejíž řez představuje obr. 2., a sledujme ji směrem na zad. Střední hrázka a obě postranní lamelly (obr. 2.) pokračují nepřetržitě distálně; každá ona lamella tvořena jest vydutím jícnového epithelu, v němž probíhá na obr. 2. dobře patrná céva branchialní. Na třetím řezu (za obr. 2.) objevuje se v mediální stěně lamelly, nahoře, tedy v linii mezi zmíněnou cévou a hrotem hrázky zcela znatelné prohloubení epithelu směrem k cévě. Jest to nejproximálnější základ rýh laterálních (»pseudobranchialních«), jichž pokračování nacházíme na obr. 3. a 4. po stranách hrázky. Mimo tyto rýžky pozorujeme na distálnějších řezech prvé základy žaber a dospějeme ku proximálnímu konci thyreoidey, jejíž prvé průřezy objevují se na řezu pátém (za obr. 2., tloušťka řezů 8 μ). Zde jsou již laterální rýhy značně hlubší a míří přímo vertikálně, lamelly sblížily se úplně s hrázkou, takže hluboký zářez mezi oběma (obr. 2.) úplně zmizel. Druhý pak řez následující představuje na tabulce obr. 3. —

Vývoj žlaznatých částí štítné žlázy u Ammocoetů (různých druhů) vchlipováním a prohýbáním stěn původně jednoduchého vaku (obr. I.) znám jest z prací Dohrnových (7, 9) a Reese-ovy (43), i budu se jím zabývati v této práci co nejméně a pouze za účelem udržení souvislosti popisu. Jest známo z uvedených prací, že prvé vchlípení stěny thyreoidey povstává na ventrální straně základu, poněkud laterálně a vede k vytvoření dvou tlustostěnných dvojvrstevných lamell, čnících po obou stranách do nitra thyreoidey; lamelly či hrboly ty, uvnitř přepažené již žlázy, zachyceny jsou na řezu, který předvádí nám obr. 3. Vchlípení a zároveň ztluštění ventro-laterální části stěny vaku vypadá asi tak, jak patrno na obr. textových II. a III., které však odpovídají stadiím, u kterých na jiných řezech vchlípení dospělo ve svém vývoji dále a přivodilo rozdělení celé thy-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

reoidey ve tři partie, jednu centrální a dvě laterální (srovnej asi obr. V. staršího stadia).

Na tabulce na obr. 3., který spadá již do krajiny metotické, viděti jsou ventrální žlaznaté laloky thyreoidey, mezi nimi pak úplná přepážka celé žlázy; přesně nad přepážkou vyčnívá do dutiny faryngové hrázka, na řezu podoby rovnostranného trojúhelníka, která jest nepřetržitým pokračováním vysoké hrázky praethyreoidní na obr. 2. Po každé straně nízké hrázky na obr. 3. patrny jsou dva zářezy, jeden těsně při ní, druhý více laterálně ležící; první z nich jsou nepřetržitým pokračováním zmíněných již rýžek nad cévou branchialní, kdežto laterální vznikly vlněním a prohýbáním stěny faryngové v důsledku tvoření se žaber a nebudou nás dále zaměstnávati. U popisovaného stadia počínají se již objevovati ve stěnách laterálně od faryngu obloukovité parenchymatické chrupky koše žaberního.

Další distální řezy neposkytují ničeho zvlášť odchylného. Na tabulce obr. 4. představuje desátý řez za oním, kterému odpovídá obr. 3. Laterální stěny žaberního střeva jsou hluboce zaklesnuty k vytvoření žaberní štěrbiny, nad každou polovinou thyreoidey probíhá truncus arteriosus, který za ní rozdělil se v tyto dvě větve, běžící nad žlázou. Nad přepážkou thyreoidey patrna jest stále střední hrázka, nyní štíhlá a vyšší a po její stranách rýhy, úzké a vertikálně dolů mířící. Prostor, omezený ze spodu thyreoideou, se stran uvedenými cévami a shora hrázkou a nejbližším okolím, vyplněn jest řídce roztroušenými buňkami mesenchymu. Pod chordou probíhá široká aorta dorsální, i jest jí strop dutiny faryngové jako oblý val do dutiny vtlačen; epithel tohoto valu chová dosud hustě shloučená tělíska žloutková, která v ostatních částech traktu střevního jen ojediněle jsou přítomna. Popisovaný exemplář je znamenitě konservován, takže na celé periferii těla patrný jest vířivý pokryv, na fotografii (při malém zvětšení) jako mlhavý lem sotva zřetelný.

Třetí řez dále na zad ukazuje nám obr. 5. Poměry nejsou valně jiné než na obr. 4., pouze hrázka mezi rýhami má na řezu tvar štíhlého rovnoramenného trojúhelníka a rýhy samy míří poněkud laterálně. V křídlovitých základech žaber po stranách truncu arteriosu jest zasažena světlost cév ža-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

berních, po levé straně obrázku odbočuje z truncu céva do žábry.

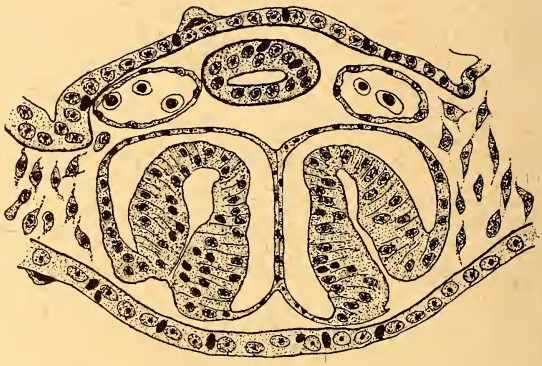
Až potud bylo možno sledovati střední hrázku v různých její tvarech i rýhy při ní běžící. Rýhy ty jsou základem toho, co v literatuře nazývá se rýhy pseudobranchialní. Název ten jest málo vhodný, ježto Dohrnovy spekulace o první štěrbině žaberní nedoznaly potvrzení. Rýhy ty u starších stadií rozcházejí se proximálně daleko od sebe, táhnou se po bočných stěnách faryngu vzhůru, zatáčejí se na zad a splývají v orgán epibranchialní, jak později bude ukázáno. Volím proto pro tuto párovitou rýhu vhodnější pojmenování: laterální rýha branchialní, t. j. rýha probíhající po laterálních stěnách žaberní partie traktu střevního na rozdíl od nepárovitých, ve středu ležících rýh epi- a hypobranchialní.

Na tabulce na obr. 6., který předvádí řez nejblíže ležící, jsou poměry poněkud jiné: thyreoidea sama jest stejná, jako na obrázku předešlém, ale nad ní uprostřed zasaženo jest její vyústění do faryngu v podobě široké rýhy. V tuto přešly popsané rýhy laterální, hrázka je dělící neexistuje na těchto řezech více. Vývod thyreoidey, jehož vyústění obr. 6. znázorňuje, neubírá se směrem vertikálním, nýbrž probíhá ku žláze šikmo směrem na zad. Dále vzadu ležící řezy ukazují při jinak nezměněných poměrech vývod nikoli v podobě otevřené rýhy, nýbrž v podobě uzavřeného, na řezu elliptického kanálku. K zobrazení volil jsem stadium mladší, než dosud popisované (ač i zde poměry jsou téměř tytéž), 5 mm dlouhé, ale na polovičně tlusté řezy (4 μ) rozložené; obr. textový II. jest kreslen dle něho. Vývod zastižen jest pod spodinou faryngovou v podobě tlustostěnné oválné chodby mezi oběma cévami truncu; zároveň ukazuje obrázek ztluštěný epithel vchlípených částí thyreoidey i dokonalou přepážku obou jejích polovin. Konečně pro další postup zasluhuje povšimnutí epithel faryngový nad vývodem: jest téměř stejnoměrně vysoký po celé spodině faryngu.

Řezy dále následující zasahují vývod stále níže: blíže se ku žláze, vzdaluje se přirozeně od spodiny faryngu. Na druhém distálním řezu zastižen jest ležící těsně nad thyreoideou, řez ten je zároveň prvým, kde příčka této nesáhá více až ku stropu žlázy, nýbrž jest neúplná, dosahujíc pouze do

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tří čtvrtin výšky. Řez pak nejblíže příští nakreslen jest na textovém obr. III.; střední přepážka sáhá asi do poloviny výšky, rozdělujíc neúplně střední komoru žlázy, kommunikující široce s oběma komorami laterálních laloků. Do společné dutiny vyústil vývodný kanálek. Jest patrno, že řez jest nepatrně šikmý, ana pravá strana obrázku, kde vývod jest ještě ventrálně částečně ohraničen, odpovídá krajině proximálnější než polovina levá. O šikmém vývodu thyreoidey i jiných poměrech poučuje nás orientační obr. 7., zhotovený



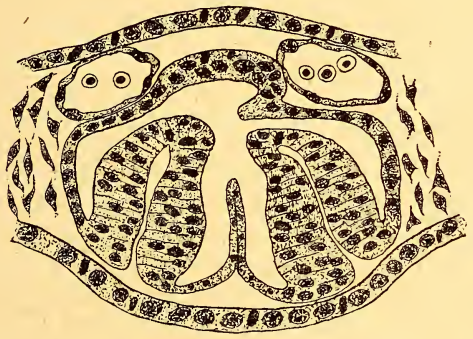
Obr. II. Ammocoetes (*P. fluviatilis*) délky 5 mm. Nad rozdělenou thyreoideou mezi větvemi truncus arteriosus leží elliptický průřez vývodného kanálku thyreoidey. Zeiss obj. DD, kompens. ok. 6.

dle řezu sagittálního stadiem 5 mm dlouhým. Nahoře nad horním pyskem viděti jest nepatrné zaklesnutí »hypofysy«, která není však v celé své hloubce řezem tímto zachycena; v ústech již prolomených jsou průřezy věnce tykadlového, dále distálně široký farynx; ventrálně pod ním uložena jest článkovitá thyreoidea, protatá přesně ve svém středu, takže světlost vývodu, do předu namířeného, jest v celé délce patrna. Thyreoidea jeví se prázdnou, ježto jen vertikální příčka jest zasažena a na obrázku částečně patrna; těsně pod chordou probíhá krvinkami naplněná aorta descendens, ze zadu až k distálnímu nosu thyreoidey přistupuje nepárový truncus arteriosus, který se zde dichotomicky dělí ve dvě větve ležící nad thyreoideou (obr. 4.—6.) a objímající její vývod, i nejsou vyobrazeným řezem (obr. 7.) ovšem zasa-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ženy. Distálně přechází široká žaberní partie roury zažívací v úzký oesofagus.

Vraťme se opět ku řezům příčným a pokračujme dále na zad od řezů, které zachytily vývod thyreoidey (obr. 6., II., III.). Aby postup vývoje branchialních rýh byl co možno nejpodrobněji podán, volím stadium nepatrně mladší, než na uvedených obrázcích jest zobrazeno; popisovaná nyní stadia neliší se téměř pranic délkou, i lze stupeň stáří odhadnouti pouze dle stavu vývoje různých orgánů a dle množství



Obr. III. Ammocoetes (*P. fluviatilis*) délky 5 mm. Vyústění vývodu do společné dutiny thyreoidey. Zeiss obj. DD, komp. ok. 6.

žloutku dosud v pletivech přítomného. Tedy řez nepatrně mladším stadiem předvádí tab. obr. 8., na němž oproti obrázkům předešlým mnoho tělísek žloutkových možno pozorovati. Veden jest přesně za vývodem štítné žlázy (obr. III.), která sama o sobě u všech těchto exemplářů vykazuje stejný pokrok; střední příčka sáhá jen asi do třetiny výšky světlosti, mediální stěny žlaznatého vchlípení přecházejí dorsálně v sebe navzájem, uzavírajíce střední komoru žlázy, laterální stěny vchlípení staly se mediálními obou komor postranních. Tyto tři prostory či komory thyreoidey, střední největší a dvě postranní menší, možno sledovati na všech distálních řezech. Pro naše účely zajímavým jest však epithel spodiny faryngové, tvořící klenbu nad thyreoideou a větvemi truncu: jest stejnoměrně vysoký, netvoře žádného ztlušťění (obr. 8.). Teprve na čtvrtém řezu dále na zad (tloušťka řezu 5 μ), který zasahuje laterální komory žlázy v jich nej-

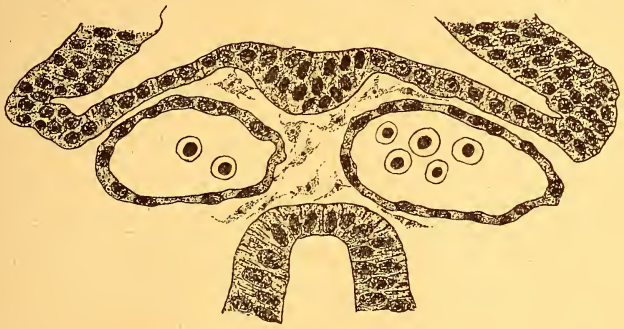
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

distálnější části, objevuje se ztluštění ventrálního faryngového epithelu ve střední linii, nad centrální komorou. S mizením laterálních komor na řezech ruku v ruce jde sbližování se obou větví truncu arteriosu. Nepatrné ventrální ztluštění epithelu pokračuje dále na zad na řezech, které již míjejí postranní komory žlázy a zastihují jen širokou komoru centrální se stále nižší, jen naznačenou a tlustou střední příčkou. Buňky ztluštění chovají nejvíce žloutku oproti sousedním pletivům; na řezu 26. za obr. 8. zmizel nejdistálnější konec thyreoidey, totiž i její centrální partie, a čtvrtý řez další protíná již jednotný truncus arteriosus, vysílající právě cévy žaberní. — Přihlédneme-li u těchto exemplářů k dorsální klenbě faryngu, nevidíme až na nepatrné prohnutí pod aortou, směrem dolů, které však není tak markantní, jako na obr. 4. a 5., ničeho pozoruhodného; pouze větší množství žloutku možno zde proti okolním partiím pozorovati.

Mladší exempláře, kterým odpovídá obr. 8., byly voleny, aby bylo jasno, že veškeré změny medianí partie ventrálního faryngového epithelu za thyreoideou dějí se bez jakékoliv souvislosti s touto: za ústím thyreoidey zůstává epithel spodiny faryngové do určité doby zcela normální, neztluštěn a neprohnut (obr. 8.). Jestliže zde, za thyreoideou, nalézáme později jakékoliv útvary nové, nemají tyto zajisté geneticky s jmenovanou žlázou ničeho společného, vznikly samostatně. U stadií, která jsme opustili na obr. 6., sáhá ztluštění centrální části ventrálního epithelu faryngového, jsouc zároveň mohutnější, dále ku předu. Jako nízké, ale širší ztluštění, jeví se na řezech, které následují bezprostředně za oním, dle něhož obr. 6. jest zhotoven, mohlo by se tedy zdáti, že zde jde o zjevy, které souvisí s vychlípením a odškrcením thyreoidey. Směrem na zad je ztluštění užší, ale hlubší a markantnější. Obr. IV. ukazuje nám je na řezu, na němž právě zmizely laterální komory žlázy štítné a zasažena jest pouze komora centrální, jejíž dorsální část na obrázku jest nakreslena; ztluštění činí dolů do prostoru mezi větve truncu, kterýžto prostor vyplněn jest řídce mesenchymem. Ztluštění, které na obr. IV. spatřujeme, možno na serii sledovati v téměř nepozměněném stavu až za thyreoideu, kde větve truncu sjednocují se v široký, jednotný, oválný kořen,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jehož dlouhá osa jest v těle položena směrem pravolevým; jeho průřezy dále na zad blíží se více a více kruhu — stává se znenáhla vyšším a užším. — V distální části faryngu mizí ztluštění vůbec. A tyto poměry trvají na všech dalších řezech; tyto řezy zastihují konečně zadní vertikální stěnu faryngu (srovnej obr. 7. a 20.), v níž nahoře objevuje se lumen oesofagu. Toto lumen a truncus arteriosus jsou na těchto řezech, na rozdíl od partie faryngové, od sebe značně



Obr. IV. Ammocoetes (délka 5 mm). Řez dorsální částí střední komory thyreoidey v její distální části. Ventrální epithel faryngu mezi cévami jest značně ztluštěn — základ to rýhy postthyreoidní. — Zeiss apochrom. 3 mm, komp. ok. 6.

vzdáleny, jak asi vyplývá též z obr. 10., který však předvádí starší stadium, u něhož vytvořen jest již dorsální orgán epibranchialní. Tím vyčerpali jsme vše, co vzhledem k obsahu této práce ústní a faryngový odstavec traktu zažívacího mladých Ammocoetů poskytuje.

Pro tuto práci zpracoval jsem celkem asi padesát exemplářů Ammocoetů v různých odstínech vývoje. Mnohé z nich neliší se délkou nikterak od sebe — jak již bylo podotčeno — ale stavem vývoje různých vnitřních orgánů. Z uvedeného množství vybral jsem několik stadií, která délkou souhlasí s těmi, jichž popis byl právě ukončen, ale vykazují další, ač nepatrný pokrok ve vývoji branchialní části roury zažívací. V partii proximální, od úst až k vývodu thyreoidey, nelze znamenati žádných rozdílů; pouze vývod sám na příčném řezu není více oválným, jak naznačeno na obr. II., nýbrž tvaru trojúhelníka, čímž nastoupeny změny, vedoucí k poměrům, jaké vidíme na obr. 14. u starších exemplářů.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Epithel spodiny faryngové nad ústím vývodu do žlázy jest na dosti široké ploše (oproti obr. IV.) mírně ztluštěn, na třetím pak řezu (tloušťka 6 μ) za tímto ústím jest slabě ventrálně prohnut. Toto slabé prohnutí — podržující na distálnějších řezech zřejmě charakter ztluštění — sledujeme až na thyreoideu, nad jednotný truncus arteriosus, kde na 23. řezu od posledně zmíněného jest epithel opět úplně vyrovnán a ještě dále vzadu mizí i ztluštění samo. — Dorsální faryngová stěna těchto stadií neposkytuje dosud ničeho pozoruhodného.

Obr. V. Stadium málo přes 5 mm dlouhé. — Průřez všech tří komor thyreoidey; levá céva vysílá větev žaberní; žlábkovitá rýha ve spodině faryngu nad thyreoideou. Reichert obj. 6*b*, kompens. ok. 6.

U nejblíže starších exemplářů popsané zjevy se dále stupňují: ventrální prohnutí ve faryngu nad thyreoideou sáhá dále ku předu a jest znatelnější, majíc zřetelně tvar žlábku. Jest vyobrazeno na textovém obr. V.; dole zachyceny jsou všecky tři komory štítné žlázy, z nichž prostřední má ventrálně jen nepatrný zbytek střední přepážky, levý (na obrázku) truncus vysílá větev do žaber. Ztluštění žlábku jest proti sousednímu epithelu nepatrné; distálně prostírá se nad jednotnou cévou neztluštěný a neprohnutý epithel. — Z popisu i vyobrazení jest patrno, že u mladých stadií Ammocoeta táhne se po spodině branchialního traktu centrální rýha, sáhající od ústí thyreoidey dále na zad; rýha ta vzala původ z jednoduchého ztluštění epithelu (obr. IV.) vyhloubením jeho a vznikla nezávisle od základu thyreoidey.

Nepatrné pokroky u vývoji této rýhy hypobranchialní možno zjistiti u málo starších exemplářů Ammo-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

coeta. Tyto jsou však tím zajímavé, že i dorsální stěna faryngu vykazuje změny, třebas zatím nikoli značné. Na řezech, které protínají distální konec thyreoidey — na nichž tedy jeví se rýha hypobranchialní — jest patrno i mělké zahnutí dorsálního epithelu ve tvar jakési mělké rýhy. Oblý val pod aortou, který u mladších stadií byl popsán (obr. 4., 5., 6.), jest v této končině směrem nahoru prohnut, vznikla na jeho spodní ploše žlábkovitá, dosud jen naznačená rýha, kterou lze pozorovati i v oblasti nepárového truncu, tedy za thyreoideou. V nejzazší partii faryngu shledáváme však dosud zcela rovný, neprohnutý strop tohoto.

U popisovaných a málo starších stadií možno pozorovati též další vývoj párovité laterální rýhy, o níž na počátku práce bylo jednáno (rýha »pseudobranchialní«); rýhy ty vyvinuly se dále ku předu. Srovnáváme-li pozorované nyní řezy s oněmi, kterým odpovídá obr. 2., možno konstatovati, že laterální rýhy táhnou se již dále na pravo i na levo od středního kýlu či hrázky, probíhajíce ve stěnách na obr. 2. patrných postranních lamell. V nejproximálnější části zasaženy, jsou laterální rýhy mělké a široké a míří s laterálních stěn směrem k hrázce; čím dále na zad, tím více stávají se užšími a hlubšími, zaujímají postavení vertikální, až přejdou v rýhy, jaké spatřujeme na obr. 3. a 4. — Máme tedy možnost, pozorovati u stadií Ammocoeta, která překročila nepatrně délku 5 mm, mimo thyreoideu základ všech rýh branchialního okrsku, které jsou vlastní nejnižším chordátům — Tunicatům a Acraniím — a to rýh laterálních (»pseudobranchialních«), rýhy hypo- a epibranchialní.

Další vývoj a utváření těchto branchialních rýh budeme sledovati u stadií postupně starších. Při tom bude nás v první řadě zajímati ventrální partie faryngu, kde dosud thyreoidea od doby publikace Müllerovy (36 – 38) jest pokládána za jediné homologon hypobranchialní rýhy nižších chordátů. — U stadií, která dosáhla délky málo přes 5 mm a jsou zřejmě pokročilejší dosud popsaných, vidíme především v končině vela značně vyvinuté laterální rýhy branchialní. Na řezech, protínajících proximální část vaků sluchových, dospěly asi do dvou třetin výšky laterálních stěn a zahýbají

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na zad, postupujíce po ploše horní třetiny; jsou to tedy již rýhy obloukovité, jichž jeden konec běží v dorsální, druhý ve ventrální části faryngu. Každý řez, distálněji ležící, protíná tedy vlastně rýhy čtyři — dvě ventrální, dvě dorsální, z nichž tyto konvergují dále na zad k mediani linii a sáhají až ku počátku oblého dorsálního valu, kde se ztrácejí. Val tento nejeví dosud žádné změny oproti dřívějším poměrům (obr. 4., 5., 6.). Dole konvergují laterální rýhy ku střední hrázce a táhnou se pak po spodině faryngu k ústí thyreoidey. Tato žláza učinila zatím rovněž pokroky. Její část proximální jest jako u dřívějších exemplářů rozdělena vertikální přepážkou ve dvě poloviny; v každé z těchto bylo tlustostěnné vchlípení dovnitř popsáno a vyobrazeno (obr. II., III.). Nyní každá z lamell tohoto vchlípení — laterální i mediální — vytvořila nové, hluboké vchlípení dovnitř, mezi obě lamelly, které se tedy nutně daleko rozstoupily, aby mohutná vchlípení nalezla místo mezi nimi (srovnej obr. 15.). Nová vchlípení mají na řezu široký tvar vějířovitý s periferně postavenými jádry, jak ostatně ze starších prací (7, 43) jest známo. Za to ostatní epithel žlázy, mimo ona vchlípení, doznal ztenčení a v prázdných, dorsálních hrotech žlázy nad oběma vějířovitými vchlípeninami objevuje se již arteria thyreoidea.

Paralelní laterální rýhy spodiny jícnové blíží se ku vyústění thyreoidey. Na těchto řezech nutno si povšimnouti, že dorsální val pod aortou není více prostě vypouklý, nýbrž vykazuje právě uprostřed žlábek na zad běžící, který i při slabších zvětšeních, při nichž dosavadní popis se děje, jeví stopy hustého obrvení. Hranice mezi laterálními rýhami a vyústěním thyreoidey nelze přesně stanoviti, ježto oba útvary znenáhla v sebe přecházejí. Štěrbinovitý útvar, tímto přechodem vzniklý, nabývá zhruba podoby obráceného písmene *T*; střední rameno jeho otevírá se do faryngu, příčka míří k hrotům obou polovin štítné žlázy (v pokročilejším stavu jsou tyto poměry patrny na obr. 14.). Na třetím řezu dále (tloušťka řezů 8 μ) otevřela se horizontální příčka vývodu svým laterálním koncem do dutiny poloviny žlázy, kterážto dutina na řezu má tvar oblouku dolů otevřeného. Na řezu pak nejblíže příštím jest celá žláza rozdělena dokonale ve tři

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

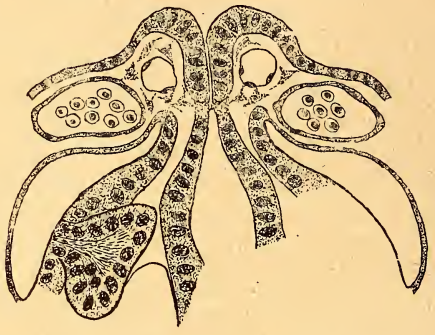
komory, jejichž lumen jest však mocným vývojem žlaznatých částí značně redukováno; řez zastihuje konce vodorovné příčky onoho *T*, i jest v těchto končinách patrno, že tato část vývodu ústí do laterálních komůrek žlázy (srovnej s obr. 15.); mediální stěna těchto jest tvořena laterální částí žlaznatého komplexu s jedním vějířovitým žlaznatým vchlípením. Laterální stěna střední komory, která není zde vertikální příčkou zcela přepažena, tvořena jest mediální částí žlaznatého komplexu s druhým vějířovitým vchlípením. Toto vchlípení leží dole, na basi žlázy a od něho nahoru, tvoře stěnu komory, táhne se tenký epithel; ve výši větví truncu přechází tento epithel v epithel vertikálního kanálu onoho zmíněného, obráceného *T*. Hranice obou jest dosti zřetelna, ježto epithel konečného vývodu jest tlustší onoho pod ním ležícího, i zbarvení vývodu safraninem jest intensivnější (srovnej text. obr. VIII. a jeho popis). Těsně laterálně od přechodu obou leží vyústění laterálních komůrek do konců horizontální příčky vývodu.

Centrální komora thyreoidey ústí tedy na tomto řezu úzkým kanálkem (vertikálním ramenem zmíněného *T*) do faryngu na místě vyvýšeném mezi průseky žaber. Kdyby tento vývod představoval pouhou oblou trubici, musili bychom na následujících řezech konstatovati jeho úplný zánik, jakmile by řezy minuly jeho světlost; tomu však není tak. Řez nejbližší za právě popsaným ukazuje ještě otevřenou kommunikaci mezi centrální komorou žlázy a dutinou faryngovou, na dalším řezu kommunikace není více, ale vývod jest stále otevřen, neprotali jsme žádnou v zadu jej obklopující vertikální stěnu nějaké trubice; pokračuje zde rýha, v podobě štěrbiny a délce předcházejícího ztluštěného vývodu, dále na zad. Řez tento předvádí textový obr. VI., rýha, ve kterou vývod thyreoidey přešel, vyúsťuje nahoře na vyvýšeném místě, kol stěn rýhy leží protaté cévy a pojivo mesenchymové. Centrální komora jest pod rýhou uzavřena, laterální komůrky vybíhají dorsálně v rohy, jimiž na předešlých řezech vyústily do vývodu podoby obráceného *T*, do jeho horizontální příčky; na obrázku VI. ve stěně levé laterální komory jest přikreslen žlaznatý útvar; druhý, náležející centrální komoře leží na praeparátu ventrálně pod tímto. Centrální komora jest ve

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

své dorsální části jednotná, ježto vertikální tenká přepážka na těchto řezech sáhá jen nepatrně nad polovinu výšky světlosti.

Lumen rýhy na obr. VI. jest dole ještě otevřené, zbytek to kommunikace střední komory s faryngem v těchto místech; zde vidíme nejlépe, jak vývod znenáhla přešel v distální rýhu. Jinak jest na nejblíže ležících řezech dalších; již na prvém jest rýha dokonale dole uzavřena, t. j. kontura její levé stěny přechází in continuo v stranu pravou, a ještě dále stěny centrální komory pod rýhou přecházejí souvisle



Obr. VI. Starší stadium Ammocoeta, než na obr. předešlých. Řez těsně za vývodem thyreoidey, kde tento přešel v hypobranchialní rýhu. Zasaženy jsou všecky tři komory žlázy. Reichert obj. 6*b*, kompens. ok. 6.

v sebe, tvoříce klenbu jejího lumen; rýha dále na zad postupující jest hluboká, dole uzavřená, daleko pod ní jest klenba střední komory, po stranách této zúžující se komory postranní. Prostor mezi jednotlivými orgány vyplňují roztroušené buňky mesenchymové. Příčka střední komory sáhá v tomto okrsku jen do poloviny výšky, mimo to budiž podotčeno, že na těchto řezech objevují se další žlaznatá vchlípení stěn thyreoidey a sice v její nejspodnější části, pod těmi, které jsme dříve sledovali. Nová vchlípení jsou po každé straně dvě, jedno laterální, jedno mediální.

Popsaný stav srovnejme s poměry, jaké vysvítaly z obr. 8. na tabulce. Zde za vývodem thyreoidey byl epithel spodiny faryngové rovný, neprohnutý, ba ani neztluštěný. U starších exemplářů vzniklo v těchto místech ztluštění epithelu (obr. IV.) a z tohoto později rýha (obr. V.) zpočátku mělká a široká.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

I jest z předchozího popisu zřejmo, že tato rýha — hypobranchialní — během vývoje pokročila dále ku předu, změnivši ovšem i svůj tvar, až splynula s centrálním vývodem thyreoidey (obr. VI.); a tím nastala zároveň kontinuita rýhy hypobranchialní s předními rýhami laterálními. I táhnou se nyní po spodině jícnu rýhy spolu související.

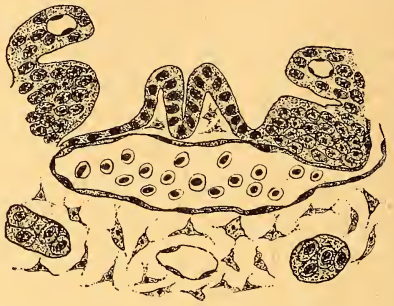
Další řezy serie (za obr. VI.) zachycují proximální konec zadního zdviženého nosu thyreoidey (srovnej na tabulce obr. 7. a 20.), a protínají jeho kruhovité lumen. Hypobranchialní rýha jest tak hluboká, že na řezu přimýká se těsně k jeho dorsální stěně, na druhém řezu dále lumen nosu, nyní srdčité, souvisí se světlostí centrální komory.*) Srdčitý tvar vznikl tím, ze byl zachycen zatím jen dorsální úpon střední přepážky, která již na řezu příštím zasažena jest v celé své délce, dělíc distální konec thyreoidey dokonale ve dvě poloviny. Laterální komory žlázy jsou postupně stále menší a světlost jich sotva patrná; světlost ta mizí o tři řezy dále a druhý řez další leží již úplně za thyreoideou. Řez tento zastihuje již kořen obou větví truncu arterielního, který, odpovídaje dvěma cévám, jest v těchto místech značně široký (obr. VII.), i budeme v distálnější končině pozorovati vždy jen cévu nepárovou, různého tvaru. Na obr. VII. vidíme mimo odbočku cévy žaberní po pravé straně obrázku i pokračování rýhy hypobranchiální. Tato jest poněkud jiného tvaru než bezprostředně za ústím žlázy, značně do faryngu vztýčena a dotýká se svou spodinou přímo cévy.

Další řezy serie ukazují nám poměry nevalně odchylné; truncus arteriosus změnil svůj tvar, jeho větší průměr leží směrem dorsoventrálním a truncus sám leží nad niveau spodiny faryngové. Epithel této, objímaje ho, vystupuje tedy značně do výše a jest nahoře stále prohnut v hypobranchialní rýhu, která jest stále značně hluboká. Celek, truncus a nad ním probíhající rýha, činí daleko do faryngu, tvoříce vysoký val na jeho spodině; v určitých distancích vysílá truncus postranní arterie žaberní. Teprve dále na zad jest patrno, že hypobranchialní rýha stává se mělčí a zároveň poněkud

*) Jest bohužel nemožno všecky tyto složité poměry z důvodu úspory místa provázeti vyobrazeními, jež jedině mohou jasný obraz celku poskytnouti.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

širší, jsouc více otevřena; v místě tomto jest založen nejdistálnější pár žaber. Konečné mizí rýha zcela, epithel táhne se hladce nad cévou, celek činí zde ale vysoko do faryngu. — V nejdistálnější části faryngu jeví se zase jakési ztluštění epithelu nad cévou, toto má tvar klínu či ostří, namířeného vzhůru, beze stopy jakékoliv rýhy. Kontura ventrálního valu na řezu tvarem se blíží trojúhelníku. Prohlížíme-li řez celý, můžeme konstatovati, že lumen faryngu stává se znenáhla menším, majíc na řezu přibližně tvar písmene X, jeť ventrálně



Obr. VII. Táž serie jako obr. předešlý. Řez za thyreoideou protínající kořen větví truncu arterielního. Nad ním zdvižená rýha hypobranchialní. Zvětšení jako na obr. předešlém.

zaplněno spodním valem, obalujícím truncus, se stran vchlípeninami žaberních štěrbin a dorsálně horním valem medianím, v němž probíhá rýžka epibranchialní; tyto čtyři útvary směřují do centra faryngu, súžujíce jeho světlost.

Stručně možno pověděti, že 12 nejzazších řezů faryngem neukazuje ni stopy hypobranchialní rýhy, poslední z nich zachycuje právě zadní vertikální stěnu faryngu (srovnej na tab. obr. 10.), v níž nahoře profato jest lumen oesofagu.

Příležitostně bylo zmíněno rýhy epibranchialní. Tato jeví se na popsané serii nejmarkantněji v distální části faryngu jako mělké dosud prohnutí dorsálního valu, pokračující až ke konci téhož. Ale i tam, kde farynx přechází v úzký oesofagus, pokračuje tato rýha dále na zad v jeho dorsální stěně. Počátek oesofagu viděti jest na tabulce na obr. 10. Dole profat jest zcela kulatý truncus arteriosus a vysoko nad ním lumen tractu zažívacího; toto jest protaženo ve směru pravolevém a v dorsální stěně jest zřejmé pokračování

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

epibranchialní rýhy z faryngu. Po stranách obrázku patrna jest nejzazší část zaklesnutí žaberních štěrbin. Rýhu možno sledovati do zadu na šesti řezech; zde visí již roura zažívací na dorsálním mesenteriu i nutno dobře rozeznávati mezi pokračováním epibranchialní rýhy a různými záhyby, vzniklými zvlněním stěn trubice zažívací. Na řezech, kde končí rýha epibranchialní, objevují se průřezy nejproximálnější části pronefrosu, jak nutně vyplývá ze srovnání s obr. 20. sagittálního řezu, kde průřezy kanálků pronefridiálních leží těsně nad počátkem zúžené části zažívacího traktu.

V hojném materiálu, který jsem k řešení vývoje branchialních rýh zpracoval, možno nalézti exempláře více neb méně u vývoji pokročilé, u nichž všecky pozvolné přechody vývoje toho lze pozorovati; volím k popisu pouze stadia význačná, u nichž vždy již větší pokrok jest patrný. Také třeba podotknouti, že u těchto stadií hypo- a zvláště epibranchialní rýha jest obrvena a v prostoru mezi oběma jest viděti u některých exemlářů spoustu vodního detritu, rozsivek i jiných drobností, které pravděpodobně jsou dopravovány k oesofagu proudem vodním, který brvy rýh udržují. I jest význam rýh branchialních u Ammocoetů nepochybně týž jako u nižších chordátů. O histologických podrobnostech branchialních rýh bude ještě později více pověděno, zatím jedná se toliko o vývoj a průběh rýh, k čemuž malá zvětšení, dosud užitá, zcela dostačují.

K dalšímu popisu volím exemplář Ammocoeta v délce 7 mm, rozložený v řezy 8 μ silné. Postupujeme-li na zad od proximálního ohybu laterálních rýh, zastihujeme na každém řezu čtyři průseky těchto: dva dorsální, dva ventrální. Směrem na zad vzdalují se přirozeně dorsální průseky od ventrálních, ježto rýhy ubírají se jednak nahoru k dorsální aortě, jednak dolů k ústí thyreoidey. Na řezu jeví se každá rýha jako hluboký žlábek s poněkud ztluštělým epithelem, čímž liší se zřejmě od různých zářezů, vývojem žaber vzniklých. Vyjděme od řezu, který prochází středem sluchových vaků; pod chordou probíhá aorta, pod kterou není zde nijak vyznačen dorsální oblý val. Těsně po stranách aorty činí dolů do dutiny jícnové lamelly, nesoucí dorsální laterální rýhy; tyto jsou namířeny směrem dolů. Dole zastihuje řez zahnuté

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

velum opírající se o střední hrázku spodiny jícnové, se stran do nitra trčí průseky žaber. Mimo to vidíme v laterálních stěnách průseky ventrálních laterálních rýh jako typické žlábky, o něco málo výše než sáhá dorsální ohyb vela (srovnej s obr. 11). Na dalších řezech sbližují se k sobě oba průseky dorsální a rovněž tak ventrální; pátý řez předvádí tab. obr. 11. Jest zřejmo, že dorsální rýhy sblížily se úplně pod aortou, tvoříce na řezu podobu písmene *M*, ventrální rýhy běží v laterální stěně málo výše nad velem. Stěny, jež je nesou, vybíhají dosti hluboko do dutiny faryngu. Na následujícím řezu splynuly úplně dorsální laterální rýhy a pokračují nyní dále na zad jako ztluštěný, dolů vypouklý epithel pod dorsální aortou. Tento epithel jest zřejmě obrven i lze přechod obou rýh v tento obrvený dorsální pruh přesně stanoviti. V končině metotické tento pruh nepřiléhá více těsně k aortě, nýbrž tvoří pod ní dolů vyklenutý val; prostor v tomto, mezi jeho nápadně vysokým epithelem a aortou, jest vyplněn řídkým pojivem. Tento val, či kýl, trčí dolů do prostoru jícnového, jsa se stran obklopen žábrami. Ventrálně na řezech není více velum zasaženo, jen opora jeho, střední trojvrstevná hrázka (srovnej obr. 11). Ventrální rýhy sestoupily značně dolů, pod niveau této a jsou vyneseny lamellami stěny jícnu daleko do dutiny tohoto; na jednotlivých řezech proťaté lamelly činí dojem dosti dlouhých ramen, trčících do nitra a nesoucích na svém konci hluboký žlábek — laterální rýhu ventrální. Srovnáním popisu s obr. 11. bude možno vylíčené poměry snadno si představiti.

Lamelly, cévou prostoupené a laterální rýhu nesoucí, sbíhají dále na zad, víc a více ku spodině jícnu, a stávají se zároveň nižšími; dojem trčících ramen nevzniká více. Čtrnáctý řez (udané tloušťky, za obr. 11.) spatřujeme na tabulce na obr. 12. Dole, uprostřed činí hrázka; její epithel jest, jak se zdá, působením praeparace od střední části odchlípen a obloukovitě vyklenut. Po stranách oblouku běží laterální ventrální rýhy a těsně pod nimi céva; lumen rýh staví se čím dále na zad, tím více do polohy vertikální, kdežto na řezech předcházejících leželo téměř horizontálně. Nad obloukem hrázky trčí se stěn do faryngu žábry, z nichž na obr. 12. nejspodnější a nejdelší nesou ústní smyslové or-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

gány, činící na fotografii dojem tmavých políček na koncích; bližší jich rozbor vyžaduje silných zvětšení a — ježto nespadají do thematu této práce — nebudeme jim zatím věnovati další pozornosti. V dorsální stěně faryngu probíhá obrvený oblý val mezi žábrami, které zde zúžují dutinu jícnovou. Val tento při silnějším zvětšení jest nakreslen na obr. 27. Aorta, nad ním ležící, přijala právě veny žaberní a obrvení, které pravděpodobně udržuje proudění vody v žaberní partii, jest dobře patrné a husté, omezujíc se na medianí část epithelu.

Obrázek 13. odpovídá devátému řezu za ním, který byl popsán na obr. 12. Laterální rýhy přešly již na spodinu jícnu, oddělujíce od této střední hrázku podoby úzkého, širokého srdce (na řezu) a probíhají nad žlaznatými komplexy thyreoidey. Dorsální val na tomto i dalších řezech jest velmi mohutný, sahá hluboko pod aortu a jeho vysoký epithel jest na spodní ploše mírně nahoru prohnut a hustě obrven. Dorsální stěna mezi valem a laterální stěnou žaberní dutiny vyložena jest buňkami vysokého, cylindrického tvaru a žlaznaté povahy.

Další řezy serie neposkytují pro náš předmět ničeho zvlášť zajímavého. Ventrální rýhy blíží se znenáhla k sobě, při čemž průřez hrázky mezi oběma mění ovšem tvar, stává se užším, na řezu přesně srdčitým. Na dvacátém řezu (za obr. 13.) setkaly se obě rýhy a míří poněkud laterálně (srovnej s obr. 5.), následující řezy protínají vývod thyreoidey, jenž má podobu obráceného písmene *Y* (slabý náběh k tomuto tvaru vidíme již na obr. 6.); střední rameno vyúsťuje na vyvýšeném místě do faryngu, ramena míří laterálně k polovinám thyreoidey. Dorsální obrvený val jest stále vyznačen mělkým prohnutím jako na obr. 13. Znenáhla dospějeme k řezu, jehož ventrální části odpovídá obr. 14. Jest zde viděti septum thyreoidey a v každé její polovině mohutný žlaznatý útvar; vlastní žlaznatá vchlípení mají stále na řezu tvar vějířovitý s periferně uloženými jádry, ostatní epithel jest co nejtěsněji přimknut k částem žlaznatým, i není v žlaznatém komplexu žádného lumen (na fotografii nejsou detaily patrny). Nad žlázou jest spodina jícnu vyvýšena a zde spatřujeme průřez vývodu v dokonalé podobě obráceného *T*; náběh

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

k tomuto stavu byl již popsán u mladšího stadia (něco přes 5 mm délky), nyní ale jest vývod, jakož i všecky rýhy, značně široký a markantní. Epithel vývodu jest zvlášť ztluštěn, vyvýšenina kol vývodu vyplněna jest mesenchymem, v němž probíhá vena žaberní čtvrtého oblouku žaberního (na obrázku viditelná), pod ní pak po každé straně nad žlázou široký truncus arteriosus. Silnými zvětšeními lze konstatovati obrvení vývodu.

Na nejbližším řezu ztrácí se kontura ventrálního ohraničení horizontální příčky *T* — řez zastihuje otevření se ramena do žlázy, lumen vyústění protíná však až řez následující, který představuje obr. 15. Mimo jiné vidíme po stranách thyreoidey malé ostrůvky chrupavky, jsou to prořaté ventrální tyčinky chrupavčitého skeletu koše žaberního, které se stran objímají thyreoideu. Vějířovitá struktura žlaznatých komplexů jest na fotografii poněkud znatelna. Septum žlázy jest dorsálně ukončeno a jednotná nad ním centrální komora vyúsťuje vertikální částí dříve popsaného vývodu mezi žábry do faryngu. Řez, dle něhož obr. 15. jest zhotoven, jest nepatrně šikmý a tedy nesouměrný, na levé straně nacházíme laterální komoru žlázy úplně oddělenou od komory centrální a vyúsťující do rohu popsaného *T* (viz obr. 14.). Na pravé straně souvisí ještě pravá laterální komůrka s komorou centrální, ale vývod její jest týž jako na druhé straně. Cévy ve vyvýšenině nad žlázou — tytéž jako na obr. předešlém — jsou zde dobře patrny.

Vývody štítné žlázy jsou všude obrveny. Mohutným vývojem žaber v této partii jest prostor v žaberním traktu mezi vývodem thyreoidey a obrveným dorsálním valem zúžen v jakousi střední úzkou chodbu, naplněnou detritem a potravou, kterou asi víření brv pohání na zad. Žábry na své vnitřní ploše, asi uprostřed výšky, nesou zvláštní pohárkovité, z četných čípků složené smyslové orgány, o nichž již dříve byla učiněna zmínka. Na žlaznatém komplexu thyreoidey, skládajícím se z mediální a laterální vrstvy — stěny to příslušných komor — možno dobře rozeznávati vlastní žlaznatá, vějířovitá vchlípení a obyčejný epithel krycí; obě části přiléhají co nejtěsněji k sobě, není zde ve žláze dosud žádného prostoru prostoupeného mesenchymem; mezi oběma

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vrstvami, laterální a mediální, naznačuje jen řada krvinek průběh arterie thyreoidey. Obě vrstvy na řezu (obr. 15.) činí dojem jednotného žlaznatého útvaru a štěrbinovitý prostor mezi oběma, vedoucí vzhůru jakousi „stopkou", mohl by na prvý pohled představovati vlastní vývod žlázy.

Na druhém řezu dále na zad (za obr. 15.) nalézáme kořen arterie thyreoidey; ve vyvýšenině nad žlázou probíhají dvě cévy po každé straně vývodu: širší truncus arteriosus, a nad ním mediálně vena žaberní čtvrtého oblouku, kterou již *Dohrn* (9, 10) a *Cori* (4) popsali. Céva ta ubírá se v této končině dosti dlouho směrem horizontálním a na uvedeném řezu odbočuje z ní ventrálně do thyreoidey zúžující se arteria thyreoidea mezi obě stěny úzké dorsální »stopky« žlaznatého komplexu, které jsou zde dále od sebe vzdáleny, než jak na obr. 15. po levé straně jest patrno. Septum thyreoidey sáhá zde jen do poloviny její výšky a vývod nahoru jest značně široký. Srovnáme-li směr tohoto nyní s poměry, jak se jevily na obr. II., III. a 7. u mladších stadií, docházíme ku poznání, že během vývoje se směr vývodného kanálu posuny žlázy i okolních orgánů jaksi vzpřímil, postavil do polohy vertikální, ježto řezy ho zachycují celý i s příslušnou střední komorou.

Druhý řez další poskytuje nám téměř totéž, co spatřujeme na obr. VI. Stěny horního krku žlázy jsou dobře odlišeny svou nepatrnou tloušťkou od stěn výše ležícího vývodu, v který ještě přecházejí, světlost střední komory kommunikuje dosud s faryngem, ale jest těžko rozhodnouti, zda světlost této dorsální kommunikace jest průřezem vlastního vývodu či již hypobranchialní rýhy, která ze zadu splývá s ústím. Světlost tato jest na rozdíl od obr. VI. značně široká a — podobně jako vnitřní plocha stěn krku — uvnitř hustě obrvená. A na řezu nejbližším kommunikace žlázy s jícnem jest přerušena, tedy podobně, jako u dříve popsaných stadií, s tím pouze rozdílem, že rýha hypobranchialní jest mohutnější a střední klenba thyreoidey, vzniklá spojením či v sebe přejitím stěn jejího krku, není tak vzdálena od rýhy samé. Na tomto řezu přechází také vena žaberní, jež dala původ arterii štítné, nahoru do přisedající sem žábry.

Dalších šestnáct řezů popisované serie ukazuje v celku podobné poměry, jaké popsány u mladšího stadia, hypobran-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

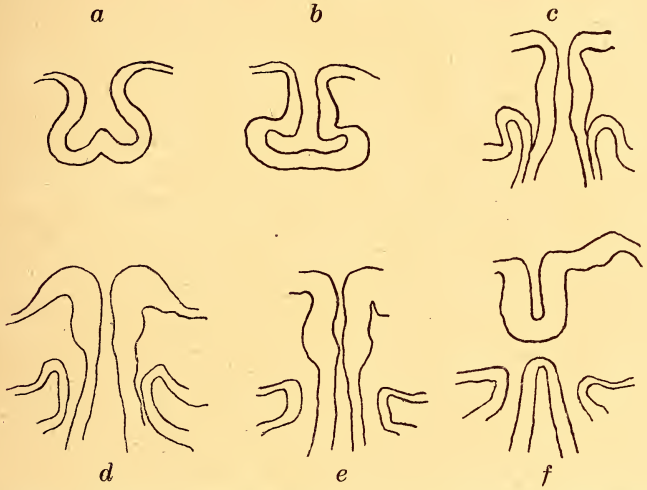
chialní rýha jest však širší o vůbec mohutnější, tvar thyreoidey na jednotlivých řezech poněkud změněn. Sedmnáctý řez zachycuje již spirálně zavinutý distální nos žlázy (srovnej se sagittálním řezem na obr. 20.), jehož průřez jest těsně ohraničen se stran větvemi truncu, shora hypobranchialní rýhou, ze spodu klenbou thyreoidey. Na osmém řezu dalším kommunikuje lumen nosu s centrální dutinou distální části žlázy, na osmém dále nejsou více profaty laterální komory; na těchto řezech septum sáhá od spodiny thyreoidey až ku jejímu stropu, dělí ji tedy dokonale; třetí řez dále prochází již za thyreoideou a protíná kořen obou větví truncu oblasti thyreoidní jakožto jednotnou, širokou cévu. Nad touto probíhá široká hypobranchialní rýha, jako na obr. VII.

Za bifurkací truncu pokračuje hypobranchialní rýha nepřerušeně dále na zad, tak že ji nacházíme na 44 řezech (tloušťka řezu 8 μ). Val, obklopující aortu a nesoucí nahoře rýhu hypobranchialní, jest vyšší, rýha sama hlubší a širší než u stadií mladších, truncus arteriosus válcovitý; v místech úponu žaber, kde do nich vcházejí arterie žaberní, jest rýha zúžena, téměř uzavřena, nabývá však záhy zase normální světlosti. Na 45. řezu se rýha uzavírá a 17 zbývajících řezů faryngem nevykazuje žádné ventrální rýhy více, za to jest v této distální části vyvinuta hluboká a obrvená rýha epibranchialní, přecházející až na počátek oesofagu (srovnej obr. 10.).

Přihlédněme ještě pozorněji k vyústění thyreoidey do faryngu: příčné řezy nejbližším okolím i ústím samým předvádí přehledně obr. VIII.; na náčrtu *a* vidíme znázorněnu prohlubinu spodiny jícnové blízko před krkem žlázy; světlost, vyúsťující nahoře do jícnu, přejde na distálnějších řezech přímo ve světlost krku samého (obr. 15.), kommunikuje tedy střední komora žlázy onou světlostí s dutinou žaberní. Ve spodině prohlubiny (*a*) patrny jsou těsně vedle sebe distální konce laterálních rýh, které konvergují ve směru craniocaudálním k mediani linii, tedy k ústí thyreoidey. Čtvrtý řez (tloušťka 8 μ) dále na zad naznačen jest na obr. VIII*b*; světlost prohlubiny nabyla tvaru obráceného písmene *T* (srovnej obr. 14.), hrázka mezi oběma rýhami zmizela, vzdálenost obou laterálních rýh naznačena jest však dolní, hori-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zontální částí onoho *T*. Na čtvrtém řezu dále na zad přejde světlost popisovaného vývodu (obr. *b*) ve světlost komor thyreoidey, jak naznačuje schema *c* obr. VIII. Vertikální rameno onoho *T* přešlo ve světlost krku thyreoidey, do horizontální příčky vústily ze spodu laterální komory žlázy. Již na tomto řezu možno pozorovati, že epithel centrálního vertikálního vývodu nahoře, nad dorsálními rohy laterálních komor, jest poněkud zrůzněn od epithelových vrstev kdekoli v okolí, jest poněkud tlustší a intensivněji zbarven. Z dosa-



Obr. VIII. Obrysy vývodu thyreoidey a okolí u *Petromyzon fluviatilis* (délka Ammocoeta 7 mm). Bližší výklad v textu.

vadního popisu jest zároveň jasno, že laterální rýhy možno dobře rozlišovati, jednu od druhé, až k ústí thyreoidey, že nesplývají v jedinou rýhu před ústím thyreoidey, což jest pro další dedukce důležito. Rýhy ty jsou ovšem zapuštěny poněkud do hloubky (obr. *a*), leč útvar vyobrazený nelze pokládati za jedinou rýhu. Reese (43) uvádí, že u zcela mladých stadií*) rýhy splývají v rýhu jedinou, což zobrazuje na svém obr. 4 *b*. Obrázek tento připomíná můj obr. 6. staršího stadia, kde před ústím thyreoidey jeví se nepárová prohlubina spodiny jícnové, ač i zde možno jakousi párovitost znamenati. U zcela mladých exemplářů, kde rýhy jsou sotva naznačeny, může v této krajině vzniknouti dojem je-

*) Stadia »brook« neb »lake Lamprey«.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

diné, splynulé rýhy, tím spíše, že jest vůbec těžko stanoviti přesně hranici mezi rýhami vlastními a vývodem žlázy. I když tedy v samých začátcích vznikají poměry, které připomínají existenci nepárové, kratičké rýhy před thyreoideou, přece další vývoj ukáže jasně, že laterální rýhy zachovají svou samostatnost, párovitost až k ústí žlázy (obr. *a*).

Vraťme se k vývodu centrální komory, který na náčrtu *c* (obr. VIII.) jest naznačen a pokročme o řez dále na zad; poměry vývodu na tomto řezu vidíme na náčrtu *d*. Jsou zde zakresleny dorsální konce laterálních komor, které na řezu předešlém vústily do horizontální příčky vývodu. Nejdorsálnější část stěn vývodu jest značně ztluštěna a jest tvořena, jak na praeparátu možno zjistiti, vysokými buňkami cylindrickými, kdežto ventrálněji ležící stěna vývodu, která přechází ve stěnu střední komory, jest mnohem tenčí a skládají ji buňky přibližně kubické. Cylindrické buňky jsou na praeparátu hustě obrveny a ztluštění samo přechází až do ventrální stěny faryngu v nejbližším sousedství ústí. Podobné poměry vývodu nacházíme i na dalších řezech směrem na zad, z nichž třetí zobrazen jest na náčrtu *e*; dorsální ztluštění krku jest ještě nápadnější a při jeho ventrální hranici jest světlost vývodu zúžena téměř na možné minimum. Na nejbližším řezu dalším pak nacházíme světlost vývodu přerušenu (náčrt *f*), neb jsme za vývodem thyreoidey. Střední komora jest dorsálně uzavřena a světlost dorsálního ústí přešla ve světlost rýhy postthyreoidní, která, jak bylo popsáno, ze zadu k ústí thyreoidey během vývoje přistoupila. Tato rýha tvořena jest tímže vysokým a intensivně zbarveným epithelem, který sledovali jsme v krku thyreoidey od náčrtu *c* obr. VIII., i jest zřejmo, že proces tvoření postthyreoidní rýhy nezastaví se za thyreoideou, vlastně za jejím ústím, nýbrž pokračuje dále ku předu a zachvacuje i dorsální stěny vlastního vývodu žlázy. Jen tak jest možno, že přechod stěn postthyreoidní rýhy ve stěny rýh laterálních či perifaryngeálních jest později tak nepřerušeně, in continuo proveden, že rýhy splývají v jediný, souvislý rýhový apparát jak ho spatřujeme na horizontálním řezu, zobrazeném na obr. 19. V této tendenci mediani postthyreoidní rýhy, rozšířiti se a proniknouti do předu, přes ústí thyreoidey, a nabýti

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tak styku s rýhami laterálními, vidím zároveň doklad, že při vývoji postthyreoidní rýhy nejedná se o nějaký útvar nahodilý, nějaké bezvýznamné prohnutí epithelu, nýbrž o důležitý orgán, který má vztah k orgánům sousedním, rýhám perifaryngeálním, v předu ležícím. Branchialní rýhy ventrální části koše žaberního spojily se v jeden celek přes thyreoideu, která mezi nimi a pod nimi vznikla z ventrálního entodermu. Okolnosti tyto jsou významny pro dedukce, které ve II. části práce budou podány.

Ze serií příčných řezů volím ještě jednu k doplnění některých údajů, ač průběh branchialních rýh v žaberní partii zažívacího tractu již z předešlých serií jest dostatečně patrný. Tato poslední serie demonstruje nám poměry u Ammocoeta, jehož délka obnáší 10 mm, jest tedy největší z mojí kollekce; tloušťka řezů činí 7 μ. Branchialní rýhy tohoto exempláře lze v celém jich průběhu pohodlně sledovati, neb jsou již značně vyvinuty. Na řezech procházejících statickým orgánem, nalezneme snadno místo ohybu laterálních rýh, kde tyto přecházejí na dorsální stěny faryngu. Řezy ty procházejí distální částí vela, obr. 16. předvádí pátý řez za tímto místem. Zvláště po levé straně obrázku spatřujeme zřetelně rozchod dorsální a ventrální části laterální rýhy, hroty vela na řezu míří do středu vzdálenosti mezi rýhou dorsální a ventrální, jež na proximálních řezech přecházejí úplně v sebe. Dále na zad vzdalují se průseky rýh ovšem od sebe, stávajíce se značně hluboké, i sblíží se — těsně k sobě na dorsální stěnu — horní rýhy na řezu 14. za zobrazeným; ventrální dospěly zde k niveau úponu vela, který jest zde ovšem níže, než na obr. 16. Na pátém dalším řezu splynuly dorsální rýhy úplně a jich vysoký, intensivně safraninem zbarvený epithel pokračuje dále na zad jako souvislý ventrální povlak středního dorsálního valu. Tento útvar, hustě obrvený a nepatrně různou konvexitu jevící, nalézáme na obr. 17., který odpovídá 45. řezu za splynutím dorsálních rýh (silně zvětšený průřez dorsálního valu z blízkého okolí představuje též obr. 29.). Na obr. 17. sblížily se ventrální rýhy do středu nad thyreoideu, jsouce odděleny na řezu srdčitou hrázkou (srovnej s obr. 13.). Srovnáním obou obrázků (13. a 17.) vidíme zároveň veliký pokrok ve

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vývoji thyreoidey, průřez žlázy jest nyní vejčitý s dlouhou osou ve směru pravolevém, světlost ve žláze jest zcela zatlačena mocným vývojem žlaznatých, vějířovitých vchlípení, co nejtěsněji objatých přitlačeným nízkým epithelem zbytku původních stěn.

Na jedenáctém řezu (za obr. 17.) přichází dorsální val těsně mezi žábry, které ho se stran svírají; zde stává se val nižším a ihned dále za žábrou nepokračuje jako útvar konvexní, nýbrž naopak vyhloubený, nesa uprostřed epibranchialní obrvenou rýhu. Tato běží 26 řezů dále na zad, kde se znenáhla vyrovnává, val stává se podobně konvexním, jako na obr. 17. a zůstává jím na 31 řezech, kdy vchází znovu v sevření následujícím párem žaberních oblouků. Tu se opakuje totéž, co bylo právě popsáno: ve valu objevuje se pokračování epibranchialní rýhy. Na řezech až dosud prohlédnutých minuli jsme zatím vyústění thyreoidey do faryngu, které však ničeho pozoruhodného proti stadiu dříve popsanému neposkytuje.

Čtvrtý řez tímto pokračováním epibranchialní rýhy vidíme zobrazený na tabulce na obr. 18. Dorsální val není prostě vypouklý (srovnej s obr. 17.), nýbrž naopak vyhlouben a (při silném zvětšení) obrven; znaky ty kryjí se zcela s charakterem epibranchialní rýhy nižších forem (o žlázách v rýhách bude pojednáno později). Příslušné žábry jsou na obr. 18. protaty již jen tangenciálně a tvoří řadu ostrůvků nad sebou ležících při laterální stěně žaberního prostoru; v této stěně leží průseky chrupavčitých oblouků skeletu žaberního, jehož průřezy i jinde na obrázku možno pozorovati. Dno faryngu jest zdviženo v kýl, v jehož ostří jest zaklesnuta rýha hypobranchialní. Tuto lze sledovati, jako dříve od samého ústí thyreoidey; leží přesně pod rýhou epibranchialní, jest rovněž obrvena. Nad rýhou vidíme na obrázku součástky potravy a těsně pod ní, nad žlazami thyreoidey, oválný prázdný ostrůvek; jest to lumen zavinutého distálního nosu thyreoidey (srovnej obr. 20.), který se ze zadu vsunuje mezi rýhu a komplexy žlaznaté. Jak jest patrno, nemají laterální komory štítné žlázy více žádné vlastní světlosti, světlost pak střední komory byla redukována na prostory zcela nepatrné.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pozorujme dále řez, kde obě větve thyreoideální partie truncu splývají v společný kořen. Tento řez zachycuje ještě žlaznaté části thyreoidey v dosti značném rozsahu, rozprostírá se tedy u těchto stadií žláza dále na zad než u předešlých. Dno faryngu nad jednotnou cévou — jsouc zároveň širší oproti obr. VII. — leží horizontálně, epithel jeho vztyčuje se uprostřed v pravém úhlu a, dospěv jisté výšky, přehýbá se v epithel hypobranchialní rýhy, zde značně široké; celý epitheliální útvar, nesoucí onu rýhu, složený tedy ze čtyř epithelových vrstev (dvě vlastní rýha, dvě pobočné stěny) má na řezu tvar téměř čtverce, čímž rýha, nad niveau vystupující stává se nápadným, mohutným útvarem. Na pátém řezu dále zmizela štítná žláza vůbec, truncus stal se válcovitým a trčí se sedící na něm rýhou vysoko do dutiny jícnové mezi žábry. Celý ventrální val, tvořený mohutnou válcovitou cévou, se stran ji obklopujícím epithelem s hypobranchialní rýhou uprostřed nahoře, probíhá dále na zad, stávaje se stále vyšším. Příslušnou část desátého řezu za posledně jmenovaným předvádí obr. 26. Nápadná jest výška celého útvaru; světlost rýhy, široká a hluboká, jest pozoruhodná.

Ve stavu, jako na obr. 26., postupuje rýha i celý útvar distálně na 62 řezech (tloušťka 7 μ), nepatrné změny, hlavně zúžení rýhy, možno zjistiti pouze v místech úponu žaber. Posledních 30 řezů nevykazuje žádné ventrální rýhy více, pouze epithel nad cévou jest poněkud ztluštěn; tvar ztlustliny na jednotlivých řezech jeví poněkud odchylný tvar. Tím jest popis průběhu rýhy hypobranchialní vyčerpán; doplňme ještě započaté líčení rýhy epibranchialní.

Tuto opustili jsme na obr. 18. jako hluboké vchlípení ventrální stěny dorsálního valu v končině distálního zavinutého kýlu či nosu thyreoidey. V témže tvaru zůstává epibranchialní rýha na devíti dalších řezech, načež se opět vyrovnává a dorsální kýl pokračuje dále na zad jako konvexní, obrvený útvar. Tímto zůstává až ke kořeni nejbližších žaber, k nimž dospějeme po 28 řezech serie. Za žábrami jest kýl opět prohnut v epibranchialní rýhu téhož tvaru, jako na obr. 18; tu jsme již za thyreoideou v končině vysokého útvaru ventrálního (obr. 26.). Po 13 řezech následuje nové vyrovnání kýlu až k žábře následující a za ní opět nové

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

prohloubení stejného typu, jako dříve. Vše opakuje se ještě jedenkrát, i objevuje se dorsální rýha ještě v končině, kde rýha hypobranchialní více neexistuje. V této distální partii jest dorsální rýha zvlášť hluboká a přechází až v dorsální stěnu oesofagu. Stručně možno pověděti, že epibranchialní rýha oproti rýze hypobranchialní není nepřerušená, nýbrž střídá se v určitých intervalech s konvexními částmi dorsálního valu (obr. 17. a 18.); celý tento útvar jest však v souvislosti obrven v celé své délce, bez ohledu, jedná-li se o část konkávní či konvexní, i může býti proud vody, k jehož udržování celé vířivé zařízení asi napomáhá, podél celé hřbetní stěny žaberního traktu udržován.*)

Předcházející popis průběhu branchialních rýh Amocoeta založen byl na řezech příčných. Srovnejme nyní dosažené výsledky s poměry, jaké se jeví na řezech sagittálních a horizontálních. Tyto poslední jsou zvláště instruktivní, dávajíce dokonalý přehled souvislosti všech rýh, která platí pro nižší chordáty. Sledujme serii řezů horizontálních Ammocoetem, jehož délka obnáší 7 mm, u něhož tedy všecky rýhy jsou již hluboce založeny. Postupujíce od řezů dorsální částí, které zachycují postupně centrální nervstvo a chordu, dospějeme k těm, které protínají dorsální aortu jako širokou trubici, do níž vlévají se v určitých intervalech s obou stran žaberní cévy. Těsně při stěnách aorty počíná se objevovati vysoký epithel podélného dorsálního valu (srovnej s obr. 13.); v předu prochází řez věncem tykadel a velem. Za tímto objevují se na řezech, které jdou těsně pod aortou, různě zachyceny laterální rýhy branchialní, ovšem jejich dorsální partie (srovnej s obr. 11); tyto míří od laterálních stěn blízko za velem a konvergují směrem na zad k medianí linii, kde, jak popsáno, probíhá dorsální obrvený útvar. Sestupujeme-li na serii hlouběji, mineme záhy niveau horizontálního průběhu dorsálních rýh a vidíme tyto odbočovati z laterálních stěn, těsně za velem, jako hluboké zářezy; všecky přechody z jich polohy horizontální do polohy vertikální možno přesně sledovati. Hlouběji ležící řezy zastihují rýhy v jich poloze vertikální jako dva žlábky ve stěnách za velem. Záhy vyčer-

*) V eventuelní další práci zamýšlím o epibranchialním orgánu na základě nových praeparátů nová sdělení podati.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

páme však na serii jich průběh jako žlábků vertikálních a přijdeme do niveau, kde počínají poznenáhlu zatáčeti se opět do polohy horizontální, t. j. po ventrální ploše faryngu (srovnej s obr. 12. a 13.). Konečně sestoupíme na serii k řezu, na kterém zasažen jest celý horizontální odstavec obou ventrálních laterálních rýh; vidíme, že míří od laterálních stěn za velem a konvergují směrem na zad k medianí linii. Jeden z málo řezů, které rýhy v této poloze zachycují, předvádí obr. 19., jest tu proťata právě světlost rýh, ohraničená vysokým epithelem, i jeví se rýha na praeparátu i obrázku jako prázdná páska. Tyto obě — pravá i levá — sbíhají se v medianí linii v ostrém úhlu a od místa splynutí pokračuje nepárový prázdný pruh daleko do zadu. Jest to proťatá světlost rýhy hypobranchialní — světlost všech tří ventrálních rýh kommunikuje, přechází v sebe; také tlustý epithel rýh laterálních pokračuje nepřerušeně v epithel rýhy hypobranchialní a jeví se na obrázku jako lem prázdného medianího pruhu — světlosti střední rýhy, kterou podařilo se na řezu zachytiti v tak značné délce i s kořeny obou rýh laterálních, v něž přímo přechází.

Na hlouběji ležících řezech nezastihujeme více světlosti rýh, nýbrž dno jich, pruhy příslušné jsou tedy plné a ku zobrazení ne tak vhodné. Jak jest patrno z obr. 19., thyreoidea dosud zasažena nebyla, ježto leží hlouběji, a celý komplex rýh, hypo-epibranchialní a obou laterálních, tvoří uzavřený a souvislý celek, jak jest to charakteristické pro nejnižší zástupce chordátů, kteří nemají thyreoidey: o tuto mají tedy Petromyzonti více. Teprve na spodnějších řezech, které leží pod niveau ventrálních rýh, počínají se na horizontálních řezech jeviti průseky dorsálních partií thyreoidey, jejíž ústí jest asi v těch místech, kde v ostrém úhlu střetly se rýhy laterální a přecházejí v rýhu hypobranchialní (obr. 19.).

Budiž ještě povšimnuto řezů sagittálních podobnými stadii. Tyto řezy jsou pro studium průběhu branchialních rýh nejméně vhodné, ježto tyto — probíhajíce cranio-caudálně — nemohou se na sagittálních řezech jeviti ve formě rýhy, žlábku či něčeho podobného. Jen tlustý epithel označuje jejich polohu.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Obr. 20. znázorňuje částečně poměry žaberního traktu na sagittálním řezu Ammocoetem, 8 mm dlouhým. V ústech, pod chobotovitým horním pyskem, jsou prořata některá tykadla ústního věnce, blízko za nimi do zadu zahnuté velum. Pak následuje široká část odstavce žaberního; ventrálně leží článkovitá thyreoidea, uprostřed které jest na obrázku zřetelný tangenciálně a jen částečně zasažený její vývod; konec thyreoidey zahnut jest vzhůru a proximálně, tvoře její zdvižený nos, o jehož průřezu při příčných řezech byla dříve zmínka učiněna (srovnej obr. 18.). Až k distálnímu konci thyreoidey přistupuje ze zadu nepárový truncus arteriosus, jehož párovité větve nad žlázou nejsou ovšem řezem zasaženy, ležíce více laterálně. Truncus leží těsně pod epithelem žaberní části, pod ním roztroušen jest pouze řídký mesenchym. V distální části traktu žaberního jsou ještě částečně zachyceny žábry. Konečně spatřujeme celou širokou část žaberní přecházeti v úzký oesofagus Ammocoeta, nad nímž prořaty jsou kanálky orgánu exkrečního, ventrálně pak uložen jest objemný vak srdeční. Jest známo, že během vývoje utváří se poměry těchto partií branchio-intenstinálního traktu jinak: část žaberní zaujme polohu ventrální (ductus branchialis) jsouc oddělena septem od části dorsální, která slouží pouze průchodu potravy: tato jest sekundérní oesofagus, který sáhá daleko dále ku předu, než oesofagus Ammocoeta

Na sagittálních řezech nenalezneme ovšem branchialní rýhy prořaté příčně i nezískáme dojmu skutečných rýh, žlábků (vyjímaje částečně rýhy laterální v jich vertikálním vzestupu). Za to nalezneme v odpovídajících jim místech cranio-caudální pruhy vysokého epithelu, který jest hustě obrven; obrvení jest tak husté, že při silných zvětšeních jeví se jako souvislý lem epithelu. Sledujeme-li celou serii, nalezneme také laterální rýhy různě prořaté v jich průběhu, jak byl dříve popsán na řezech příčných a horizontálních.

U některých exemplářů shledáme na sagittálních seriích množství detritu, partikulí potravy při dorsální stěně žaberního traktu, tedy při rýze epibranchialní, kdežto jinde jich nenalézáme. Tudy pohybuje se asi vše, co pevného bylo s vodou přijato, směrem k oesofagu. U mladých stadií, kde

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

patrný jest úhel ve stropě traktu žaberního, t. j. mezi epibranchialní rýhou a zúžujícím se oesofagem, možno zjistiti veliké množství nahromaděného přijatého materiálu, jaký naplňuje také distálnější části zažívací trubice. Význam obrvených rýh u Ammocoeta jest pravděpodobně týž, jako u nejnižších zástupců chordátů: vířivý apparát dopravuje přijatou potravu do distálnější části roury zažívací.

B. Část histologická.

Znaky, které charakterisují hypobranchialní rýhu Amphioxa a Tunicatů, jest poloha její a vztah k ostatním obrveným rýhám branchialním, mimo to však obrvení a žlaznatá povaha rýhy. Prvé dva znaky byly v předešlé části vylíčeny: seznali jsme, že ventrální poloha rýhy postthyreoidní Ammocoeta, její délka, zaujímající traktus žaberní od ústí thyreoidey až téměř k oesofagu, i přechod její v rýhy perifaryngealní charakterisuje onu rýhu jakožto hypobranchialní. Zbývá tedy přihlédnouti ku druhým dvěma znakům, zda i zde možno nalézti shodu s poměry nižších forem. Za tím účelem zhotoveny byly obrázky na tabulce III., znázorňující hypo- i epibranchialní orgán při silných zvětšeních.

Obr. 24. odpovídá exempláři Ammocoeta v délce málo přes 5 mm a znázorňuje průřez postthyreoidní rýhy nad jednotnou ventrální aortou, jejíž dorsální stěna jest na obrázku nakreslena. Na praeparátech téměř celá ona aorta (truncus arteriosus) i objímající ji epithel jícnový činí nad niveau spodiny faryngové jako mohutný ventrální val. Epithel, obalující truncus, jest stejnoměrně tlustý, ale v místech, kde dostupuje nejvýše, jest ztluštěn a zahýbá se s obou stran ventrálně a tvoří hlubokou rýhu hypobranchialní. Rýha dotýká se svou spodinou těsně dorsální stěny aorty a celá její stěna jest silnější než epithel, obalující truncus, podobně, jako i epithel praethyreoidních rýh perifaryngeálních jest vyšší než epithel nejbližšího okolí. Ve světlosti rýhy na basi její sedí útvar, který na vyobrazeném řezu má tvar drobného kužele; na sousedních řezech jest tvar ten poněkud odchylný, někde jest patrno, že hrot, na obrázku hladký, jest roztřepen v jednotlivé vlásky. Jest vůbec všude nepo-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

chybno, že jednotný kuželík, jak na řezech se jeví, povstal shloučením jednotlivých vlásků, které patrně slepeny jsou nějakou vyloučenou substancí; spodní široká část jeho jeví se jako žlutavá, průsvitná, světlo lámající hmota. V distální části jest rýha širší a poněkud mělčí, a tu možno immersí pozorovati jednotlivé brvy, vystýlající celé její vnitřní stěny jako samostatné vlásky. Obrvení epithelu mimo rýhu nemožno zjistiti, i jest patrno, že obrvení jest znakem hypobranchialní rýhy již v tak mladých stadiích. — Prostory, které vznikají tím, že epithel nepřiléhá těsně ku stěně cévy, jsou vyplněny řídce rozptýlenými mesenchymovými buňkami.

Na obr. 25. vidíme při silném zvětšení hypobranchialní rýhu staršího stadia, které měří přes 7 mm délky. Světlost rýhy jest širší než na obrázku předešlém; poněkud zúžena jest rýha jen v těch místech, kde jest úpon žaber k ventrální stěně. Buňky, skládající stěnu rýhy, mají na některých řezech vzhled žlaznatý, zpravidla vyskytují se však v plasmě větší neb menší vakuoly, i jeví se tato někde pouze jako řídká síť. Veliká, jasná jádra jsou na některých řezech rozdělena zcela pravidelně vedle sebe, jinde vidíme shloučení několika jich na některé místo. Důležito jest, že rýha jest uvnitř silně obrvena, jak na obr. 25. jest patrno; brvy nepokrývají zde jenom dno rýhy, nýbrž vyskytují se i na postranních stěnách, trčíce v různých skupinách do světlosti rýhy. Takováto seskupení brv v jakési štětcovité útvary jsou snad způsobena vlivem praeparace, neb nalézám je na serii v různé velikosti, směru i délce, někde jsou brvy tak dlouhé a tak navzájem propleteny, že vyplňují úplně světlost rýhy. Zajímavo jest, že mimo v rýze samé nenalézám brv nikde v okolí, čímž rýha jeví se jako specificky utvářený orgán.

Na obr. 26. spatřujeme při silném zvětšení hypobranchialní rýhu stadia, které dosáhlo délky 10 mm, jest tedy v materiálu mém největší. K vyobrazení zvolen byl řez z končiny jednotné ventrální cévy, kde tato s obklopujícím ji epithelem tvoří vysoký val nad niveau faryngu. Z obr. 26. jest zjevno, že epithel, po stranách truncu vystupující a nahoře v rýhu přecházející, jest všude jednovrstevný, jádra uložena jsou všude v jediné vrstvě. Ventrální kontura rýhy, která ji odlišuje od kolem rozptýleného mesenchymu, jest

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zvláště markantní, činí dojem tlusté linie a přestává tam, kde epithel rýhy přechází ve vrstvu pobočnÍ. Nápadno jest husté a souvislé obrvení, vystýlající celou rýhu a přestávající vždy tam, kde kontura světlosti její přechází ve vnější konturu celého valu; vůbec v celé ventrální části žaberního tractu nenalézám na svých praeparátech brv mimo v hypobranchialní rýze, kde jsou tvto někdy tak dlouhé, že celé lumen jest jimi zaplněno. Buňky, tvořící stěnu rýhy, mají pravděpodobně též význam žlaz, neb možno nalézti tu a tam na serii na basi rýhy, mezi brvami shluky či chomáčky průsvitné, homogenní a na praeparátu žlutavé hmoty, která sem byla beze vší pochyby vyloučena z okolních buněk a může míti, třeba v malé míře, podobný význam, jako sekret žlaznatých hypobranchialních útvarů nižších chardátů. V plasmě buněk rýhy zjistiti možno četná místa, která se zdají býti zcela prázdná, kterýžto zjev v buňkách pobočního epithelu jest daleko méně patrný. V buňkách rýhy na některých řezech jest plasma těmito »vakuolami« redukována na rozsah zcela nepatrný. Jest patrno, že vířivá činnost hypobranchialní rýhy Ammocoeta může býti dosti vydatná, kdežto činnost žlaznatá — alespoň u mých stadií — nemá valného významu.

Jednotný dorsální vířivý orgán počíná od místa setkání se perifaryngeálních rýh v medianí dorsální linii, tedy za řezem, který představuje obr. 11. Orgán ten, jehož průběh byl v části *A* popsán, činí jako mohutný val do dutiny žaberní. Tvar jeho variruje poněkud na jednotlivých řezech u stadií 7 mm dlouhých a na řezech, kde upínají se po jeho stranách žábry, ztrácí vůbec tvar vystupujícího útvaru a jeví se pouze jako mírně konvexní stěna dutiny žaberní pod aortou (obr. 27.). Na obrázku tom jest zároveň patrno, že v těchto místech přiléhá vířivý epithel těsně k ventrální stěně aorty, kdežto v místech za úponem žaber, kde orgán má tvar skutečného valu či hráze, jest mezi jeho epithelem a aortou prostor vyplněný řídce roztroušenými buňkami. Ventrální plocha útvaru jest u stadia, jemuž obr. 27. platí, buď rovná neb mírně konvexní, jen v krajině, kde ventrálně vyúsťuje thyreoidea a v distální části, před oesofagem, jest epithel prohnut dorsálně, čímž naznačena jest rýžka epibranchialní.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Epithel dorsálního vířivého ústroje jest intensivně barvitelný safraninem, čímž odlišuje se od epithelu v okolí; jádra buněk jsou různého tvaru, štíhlá, elliptická až téměř isodiametrická. Některé buňky epithelu fungují nesporně jako žlázy, mají tvar láhvicovitý neb baňkovitý. Úzký krček jich vyúsťuje zřejmě na povrchu mezi brvy (obr. 27., 32.), obsah jich jest jasný, některé zdají se býti zcela prázdnými. Přes konturu epithelu jest pak viděti tu a tam přečnívati chomáčky, různé shluky nezbarvené substance, která jest asi produktem zmíněných žlázek. — Dorsální útvar jest hustě obrven, při čemž možno podotknouti, že nejdelší brvy pokrývají medianí část epithelu, délka brv ubývá k laterálním stranám orgánu. V místech, kde sevřen jest tento žábrami (obr. 27.), vyskytuje se pokryv brvnatý jen v medianí partii. Brvy jsou tak hustě seřazeny, že tvoří namnoze souvislý, tmavý lem epithelu, v němž jednotlivé brvy těžko i silným zvětšením lze rozeznati.

Obr. 28. znázorňuje poměry u Ammocoeta, jenž dosáhl 8 mm délky; jest zde nakreslena ventrální část chordy a pod touto aorta. Prostor mezi touto a epibranchialní rýhou vyplněn jest řídce rozestavenými buňkami, které tvoří jakési sítivo. Epithel dorsálního útvaru skládají cylindrické buňky, jichž elliptická jádra jsou téměř všude stejná. Nejnápadnější jest obrvení epithelu; brvy jsou nejdelší uprostřed, kde jsou na praeparatu zachovány asi v délce, která rovná se výšce příslušných cylindrických buněk epithelu vířivého; délky té zřejmě ubývá v laterálních částech epithelu.

Nejmarkantněji vyvinut jest dorsální vířivý ústroj u exemplářů, které byly v mém materiálu nejstarší, tedy délky 1 cm. U nich vidíme, jak bylo v části *A* popsáno, že střídá se zde část vypouklá s částí konkavní, tedy val (obr. 17. 29.) a rýha (obr. 18.) od proximální končiny, kde setkaly se na dorsální stěně rýhy perifaryngeální až do počátku oesofagu. V celé této délce funguje orgán nepochybně jako ústroj vířivý, jak možno dle význačného a hustého obrvení souditi. Průřez dorsálního valu při silném zvětšení jest nakreslen na obr. 29. Buňky jej skládající jsou neobyčejně vysoké, někde tvaru téměř kyjovitého, jak jich uspořádáním ve vypouklé vrstvě jest dáno. Plasma buněk jest nápadně

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zrnitá a intensivně safraninem zbarvena, čímž liší se od buněk v sousedství uložených; tu a tam na serii objevuje se mezi tmavými buňkami světlá buňka jako jasný pruh ve svém okolí. Jádra všech, val skládajících buněk leží téměř uprostřed jich výšky. Buňky valu i rýhy činí dojem buněk žlaznatých, což potvrzuje i objevování se hloučků a krůpějí průsvitné, homogenní hmoty na periferii mezi brvnatým pokryvem i dále v okolí orgánu. — I tam, kde dorsální orgán jest na ventrální ploše prohlouben a má tedy tvar rýhy či žlábku, jest složení jeho stejné. Vysoké buňky jeho jsou intensivním zbarvením a zrnitou plasmou velmi zřetelně odlišeny od buněk dorsálněji ležících; tu a tam pozorovati možno mezi nimi jasné buňky, kteryžto zjev možno vysvětliti nestejným stupněm činnosti sekreční. Že buňky rýhy skutečně jakýsi sekret produkují, souditi možno z přečetných shluků homogenní hmoty, která na periferii epithelu v podobě krůpějí se objevuje a tu tam brvy, epithel pokrývající, v štětičkovité chomáčky slepuje; taková místa vynikají ve tmavém jinak lemu brvnatém jako místa světlejší. Podobná hmota, ale v menším množství, byla popsána i v brvnatém pokryvu rýhy hypobranchialní. Nestejnoměrnému produkování sekretu na celém povrchu dorsálního útvaru přičítám i zjev velmi markantní, který na obr. 29. jest pokud možno věrně vystižen: v brvnatém lemu střídají se místa tmavší se světlejšími. U mých exemplářů objevuje se nejintensivnější činnost sekreční v distální části dorsálního orgánu, kde týž má podobu hlubokého žlábku a jako takový přechází v oesofagus (srovnej obr. 10.); sekret možno tu viděti téměř na celém povrchu epithelu, brvy jeví se jím ze svého stejnoměrného rozdělení jakoby vytlačeny a v různé štětcovité shluky stlačeny.

Nemohl jsem nikde konstatovati obrvené pruhy, které popsal A. Schneider (46) a které dle jeho popisu odbočují z dorsálního útvaru a pokračují směrem ventrálním po žaberním oblouku do určité pouze hloubky.

Žlaznatá činnost u mých exemplářů jeví se daleko intensivnější v dorsální části vířivého apparátu než v části ventrální, v rýze hypobranchialní. Tato vzniká — jak bylo v části *A* vylíčeno — ze ztluštění entodermálního, které se

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zakládá za thyreoideou později než tato a nezávisle na ní. Toto medianí ztluštění prohlubuje se záhy ve žlábek; prvé stopy tohoto prohlubování, tvoření se hypobranchialní rýhy, jsou patrny na obr. 30. a 31. Již zde možno pozorovati žlaznatou funkci účastněných buněk, objevujíť se v jich plasmě světlé partie jakési homogenní hmoty, kterou tu a tam vidíme vystupovati nad periferii prohloubení. — Obr. 32. představuje část epithelu dorsálního vířivého ústroje, kde mezi buňkami zařazena jest baňkovitá žlázka; stadium toto jest 7 mm dlouhé, kdežto obr. 30. a 31. odpovídají stadiím asi 5 mm délky. Stopy obrvení jsou i u těchto při silných zvětšeních patrny. U těchto mladých stadií jest ventrální orgán založen v podobě medianího pruhu, složeného z vysokých buněk, mezi nimiž sekret právě produkující buňky lze mnohem snáze pozorovati než později, kdy stěna hypobranchialní rýhy složena jest z poměrně nízkých, v epithel uspořádaných buněk (obr. 24., 26.).

Složení rýh laterálních či perifaryngeálních jest jednoduché, neposkytuje ničeho zvlášť pozoruhodného. Zaklesnutý epithel, rýhy tvořící, jest vyšší a daleko intensivněji zbarven než v bezprostředním okolí. Brvy v rýze jsou na mých praeparátech dobře zachovány, tu a tam ve skupiny a hloučky zhuštěny.

Celkem vyplývá z celého pozorování, že vířivý branchialní apparát Ammocoetů, tvořený rýhou hypobranchialní, rýhami laterálními a orgánem hřbetním, svou polohou v dutině žaberní i svým složením shoduje se s týmž zařízením forem nižších. Zejména obrvení celého ústroje jest význačné i může míti podobný význam fysiologický jako u Tunicatů a Acranií. Význam žlaznatý ustupuje však u Ammocoetů do pozadí, jako vůbec celý ústroj jeví redukci od nejnižších forem, Tunicatů, jež ovšem posouditi mohu jen dle prací Fol-ovy (13), Dohrn-ovy (7, 9) a j., k vyšším chordatům, u nichž se objevuje posledně u Cyclostom. Činnost sekreční jest zajisté nevelkého významu, může ale stačiti k vysvětlení zjevů, které popsal Götte (21) jakožto slepování a zadržování infusorií a jiné drobné potravy, kterou Ammocoetes během svého života ve dnu, v bahně vod přijímá. Götte se domnívá, že potřebný sekret dodává thyreoidea, o rýze

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

postthyreoidní nečiní zmínek morfologických ani fysiologických.

Histologická skladba thyreoidey Ammocoetů jest podána v práci Reese-ově (43) a částečně i Dohrn-ově (7). Možno rozeznati dva komponenty její, buňky krycí, nízké a vysoké, štíhlé buňky seřazené ve shluky, které na příčných řezech jeví se jako vějířovité útvary (obr. VI., 15.). Krycí buňky (Dohrnova „Decklamelle“) tvoří stěny žlázy, do nichž na určitých místech jsou ony shluky vysokých buněk zařazeny. Tyto vysoké buňky mají vzhled žlaznatý a také všeobecně — s výjimkou Renaut-Policarda (44) — pokládají se za buňky žlaznaté („Drüsenlamelle“). Na řezech jsou žlaznaté buňky seskupeny kol jakéhosi středu, k němuž se svými zúženými konci sbíhají a z těchto míst činí do nitra komor žlázy intensivně zbarvené proužky či hrbolky, které autoři vykládají jako sekret žlaznaté skupiny. Tyto útvary jsou na mých praeparátech dobře zřetelny, leč nemohu nabýti pevného přesvědčení, že běží zde skutečně o produkt sekrece; nikde v komorách není ni stopy nějaké hmoty, která by se sem byla ze žlaznatých útvarů dostala, lumen komor jest všude zcela prázdné. Soudím spíše, že buňky ve ztlustlinách či shlucích jsou až pro pozdější činnost sekreční u starších stadií praedestinovány, v mladých stadiích jest činnost jich buď zcela nepatrná neb dokonce žádná. I nezdá se mi pravděpodobnou domněnka Reese-ova, že sekret vniká („escapes“) do nitra komor a odtud vývodem do vířivých rýh faryngu. Jest totiž vývod žlázy (obr. 15.) orientován přibližně vertikálně i lze si těžko představiti, jak a čím by sekret — o jehož skutečné přítomnosti v dutinách komor nelze se přesvědčiti — byl dopravován tak dlouhou cestou do faryngu. Rozhodně jest žlaznatý význam thyreoidey u mladých Ammocoetů nepatrný a nemůže se nijak rovnati významu endostylu nižších forem. Götte (21) líčí přijímání potravy Ammocoetů, které jest podobné pochodům těmto u Tunicatů: potrava Ammocoetů sestává zprvu z různých prvoků, kteří jsou ve velkém počtu sliznatou substancí v chomáče slepováni a tak zadržováni. Tento sliz dle Götte-ho dodává thyreoidea i soudí autor, že i touto svou funkcí rovná se thyreoidea rýze hypobranchialní. Důvody výše uvedené činí tento výklad

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pochybným, sliznatá substance, o níž Götte mluví, může dobře pocházeti od žlázek rýhy postthyreoidní, v níž sekret, jak bylo popsáno, skutečně se vylučuje; množství jeho není ovšem asi veliké, ale může snadno přijíti ve styk s potravou, která do žaberního koše s vodou se dostala, spíše než z hluboko položené štítné žlázy, která jeví se mimo to prázdnou. Snad i žlázky jinde v dutině žaberní umístěné mohou sekret k popsanému přijímání potravy dodávati.

Z polohy a úpravy štítné žlázy Ammocoetů jest také více než pravděpodobno, že její vířivá činnost nemůže míti podobného významu jako hypobranchialní orgán Tunicatů a Acranií; nemůže udržovati proudění vody v koši žaberním, s nímž jest pouze úzkým, téměř vertikálním krkem spojena. Buňky krku či hrdla jejího jsou na vnitřní ploše hustě obrveny, podobně jako buňky krycí stěn komorových, jest však obtížno si představiti, že by činnost jich mohla se uplatňovati nahoře v koši žaberním. I v této otázce se zdá přijatelným můj názor, že obrvená a horizontálně ležící rýha postthyreoidní svou vířivou funkcí daleko spíše odpovídá endostylu nižších forem než ventrálně uložená, vertikálně vyúsťující thyreoidea, jejíž kommunikace s faryngem hned v prvých fázích vývoje (obr. I.) byla redukována na míru tak nepatrnou; vývod její ve stadiích nejblíže příštích jest pak tak zúžen, že žádné světlosti v něm vůbec nelze znamenati a i později jest světlost tato nepatrná. Vše zdá se nasvědčovati tomu, že fysiologický význam thyreoidey Ammocoetů dostavuje se až v pokročilejších stupních vývoje a že funkci vířivou a patrně i žlaznatou v žaberním odstavci roury zažívací vykonává rýhový systém — rýha postthyreoidní (hypobranchialní), rýhy laterální a dorsální obrvený útvar — jako u zástupců nejnižších chordátů.

II.

A. Důsledky, plynoucí z I. části a základ štítné žlázy vyšších obratlovců.

Jest známo, že u nejnižších chordátů, Tunicatů, existuje zvláštní vířivé zařízení ve faryngeálním odstavci zažívacího traktu. Počátek faryngu jest objat obrvenými oblouky,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

které na ventrální straně přecházejí v tak zvaný endostyl, střední, obrvenou a žlaznatou rýhu; mimo tuto ventrální, hypobranchialní rýhu mají Tunicati v dorsální stěně rýhu epibranchialní, rovněž vířivou. Partikule potravy, které s vodou do faryngu přicházejí, jsou slizem endostylu slepeny, obklopeny, proudem vody, který brvy způsobují, podél postranních oblouků vzhůru dopravovány a dostávají se konečně podél epibranchialní rýhy do oesofagu. Celé zařízení obrvených rýh napomáhá tedy přijímání potravy. U Ascidií nacházíme ještě v bezprostřední blízkosti vířivého apparátu do faryngu ústící hlubokou, obrvenou jamku, která jest ve spojení s t. zv. neurální žlázou v sousedství ganglia; orgán tento jest vykládán jako smyslový, čichový či chuťový, ba i hypofysa vyšších chordátů v něm spatřována (Julin).

U Acranií (*Amphioxus*) jsou zcela podobné poměry v příslušné části roury zažívací. Na rozhraní úst a jícnu jest zavěšena zvláštní řasa, velum, s kruhovitým, ventrálně přerušeným svalem. V žaberní části střeva probíhají v mediani linii rýhy epi- a hypobranchialní, které v předu dvěma obrvenými oblouky v sebe přecházejí; obě rýhy jsou hustě obrveny, ventrální, v níž nejdelší brvy soustředěny jsou právě uprostřed, chová ve svých stěnách čtyři mocné žlaznaté pruhy, které v její délce od předu na zad probíhají. Význam vířivého zařízení pro dopravu potravy jest u *Amphioxa* podobný, jako u Tunicatů. Na stropě dutiny u *Amphioxa* jest umístěna vířivá jamka, nemající žlázy, a vykládaná jako ústroj chuťový neb čichový; jest to t. zv. jamka Hatschekova. Ježto však u *Amphioxa* nepárové čichové jamce odpovídá spíše jamka Köllikerova, která vznikla při vyústění neuroporu a později se přesune k levé straně a jest nervem opatřena, zdá se Hatschekova jamka býti spíše jen částí vířivého apparátu bez zvláštní smyslové funkce (trubicovitý orgán, který se zakládá za touto jamkou, vyložil Legros jako homologon hypofysy Cyclostom).

Srovnejme nyní s těmito známými poměry nejnižších chordátů výsledky, dosažené u Ammocoetů v prvé části této práce. Byly tam popsány mediani rýhy epi- a hypobranchialní, táhnoucí se téměř celou délkou žaberního traktu (obr. 19.) a spojené vpředu laterálními rýhami. Celý system rýh jest

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

hustě obrven (obr. 25., 29.) a má charakter žlaznatý (obr. 30. — 32.) i nelze pochybovati na základě těchto morfologických znaků o rovnocennosti tohoto rýhového systému s vířivým apparátem Acranií a Tunicatů.

Vedle tohoto úplného systému rýh mají však Ammocoeti ještě štítnou žlázu, thyreoideu. Budiž zde podotčeno, že Renaut a Pollicard (44) vyslovili pochybnost o významu tohoto orgánu jako skutečné štítné žlázy; domnívají se, že neobsahuje žádných žlaz, které vylučují colloid a vysvětlují různá odchylná mínění jako důsledek různých fixací. Jmenovaní autoři přičítají tedy orgánu činnost motorickou a snad i sensorickou. Vzdor těmto ojediněle projeveným pochybnostem — nechtěje nikterak přehlížeti skutečně zvláštní stavbu nápadného orgánu *Petromyzontů* — jednám o něm v této práci po vzoru všech ostatních dosavadních autorů jako o žláze štítné.

V literatuře od dob W. Müllera (36) nacházíme o štítné žláze Ammocoetů i všech vyšších obratlovců souhlasné zprávy, že jest homologem hypobranchialní rýhy (endostylu) Acranií a Tunicatů, ježto zakládá se jako prohloubení ve spodině žaberní části zažívacího traktu*). Výklad tento přešel do čelných učebnic zoologie a srovnávací anatomie.

Jsou to zejména učebnice Gegenbaurovy (14, 15), Grobbenova (22), Hertwigova (17), Šimkevičova (51), Wiedersheimova (52) a j. Wiedersheim považuje thyreoideu za znak chordáty více charakterisující než štěrbiny žaberní, které i u *Balanoglossa* a příbuzných forem se vyskytují, a užívá názvů »Glandula thyreoidea« a »Hypobranchialrinne« jakožto synonym (pag. 520).

Uvažujme nyní o orgánech ve ventrální části faryngu Ammocoeta na základě výsledků v I. části mé práce, která liší se od prací dosavadních tím, že respektuje existenci i vývoj ventrální rýhy postthyreoidní (obr. V., VII., 19.),

*) Podrobnější zprávy o výsledcích různých autorů budou uvedeny v posledním odstavci této práce. Zde budiž jen podotčeno, že Beneden a Julin (25) zastupují názor, že jen proximální část hypobranchialní rýhy *Amphioxa* jest homologickým útvarem s celým endostylem Ascidií, Dohrn pak převádí thyreoideu na zbytek ventrálně splynulých štěrbin žaberních.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

která ve většině prací nebyla povšimnuta vůbec, tam pak, kde věnována jí zmínka neb vyobrazení při nepatrném zvětšení, nenalezla vážnějšího ocenění. Vzdor některým námitkám, které uvádím v poslední části této práce, není, myslím, sporu o totožnosti dorsálního vířivého ústroje a rýh laterálních (perifaryngeálních) u Tunicatů, Amphioxa a Ammocoetů. Pozornosti a úvahy zasluhuje thyreoidea a postthyreoidní rýha, z nichž dosud jen prvá byla v úvahu brána a za homologon endostylu prohlašována. Hlavní důvody této homologisace byl ventrální, medianí základ thyreoidey a její žlaznatá činnost. Některým autorům byl ovšem nápadný její nepatrný rozměr ve směru cranio-caudálním, což vysvětlují redukcí orgánu v postupně vyšších skupinách živočišných. Příčné řezy (obr. 17., 18.) však poučují, že o degeneraci thyreoidey vzhledem k endostylu těžko lze mluviti, ana thyreoidea představuje orgán mohutnější než jest endostyl forem nižších.

Na spodině faryngu nacházíme tedy u Ammocoetů do hloubky zaklesnutou thyreoideu; do jejího ústí vnikají ze předu distální konce rýh laterálních, ze zadu pak rýha postthyreoidní, stěny těchto rýh později přecházejí v sebe navzájem, i vzniká na horizontálním řezu tvar dichotomické vidlice (obr. 19.). — Uvažme všecky možné eventuality, které z přítomnosti dvou, za sebou ležících orgánů ventrální partie jícnové — thyreoidey a rýhy postthyreoidní — vyplývají; při těchto úvahách vylučuji možnost, že by thyreoidea Ammocoeta nebyla vůbec thyreoidou, neb dle souhlasných zpráv odškrcuje se později úplně od jícnu a mění se ve folikulární orgán, totožný s thyreoideou vyšších obratlovců.

Eventuality ty jsou následující:

1. Thyreoidea Ammocoeta jest částí hypobranchiální rýhy, která se táhne od splynutí rýh laterálních až téměř ku konci žaberního traktu: jest proximální, zvlášť differencovanou částí této rýhy.
2. Thyreoidea jest dle dosavadních výkladů sama o sobě hypobranchialní rýhou; jak jest v tomto případě vyložiti typickou skutečnou rýhu postthyreoidní, která se rozprostírá téměř celou délkou žaberního koše a přechází v rýhy laterální?

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. Thyreoidea není hypobranchialní rýhou, nýbrž útvarem u Cyclostom novým; hypobranchialní rýhou Ammocoetů jest dle své topografie rýha postthyreoidní.

Jinou eventualitu není lze postaviti. Podrobme nyní všecky tři uvedené možnosti bližší kritice:

Uvažujme neprve o eventualitě poslední: výkladu, že thyreoidea Ammocoeta není hypobranchialní rýhou, nasvědčovala by okolnost, že — i kdyby thyreoidey nebylo — nacházíme v žaberním koši vířivý apparát nižších forem se všemi složkami in continuo vyvinutý. Kdyby u Ammocoetů nebylo thyreoidey, nelze pochybovati, že by dávno již postthyreoidní rýha byla povšimnuta a za homologon endostylu vyložena, takto však veškerá pozornost autorů byla věnována nápadné štítné žláze a rýha sama zůstávala přehlédnuta neb neoceněna. Rýha postthyreoidní svou topografií a délkou shoduje se úplně s endostylem, méně již svou mohutností a skladbou, což bylo by možno vyložiti redukcí celého vířivého zařízení od nižších forem k vyšším, které se vyskytuje u Ammocoeta posledně. Postthyreoidní rýha, jakožto doplněk rýh perifaryngeálních a rýhy epibranchialní, existuje jen u nejnižších Craniotů, Cyclostom; rýha ta svou délkou, polohou, souvislostí s laterálními rýhami připomíná endostyl Tunicatů a Acranií. Její otevřená, žlábkovitá forma (obr. 26.), její obrvení a tudíž možnost její motorické činnosti v koši žaberním charakterisují ji dobře jako endostyl, který ovšem co do mohutnosti ve vzestupné řadě chordátů jeví redukci vzhledem k formám nižším.

Eventualitě sub 3 uvedené, že thyreoidea Ammocoeta neodpovídá hypobranchialní rýze, nasvědčovaly by některé momenty: thyreoidea jest omezena pouze na proximální část žaberního traktu, což již Gegenbaurovi bylo nápadným. Dále vak thyreoidní ztrácí velmi záhy po svém založení téměř úplně kommunikaci s dutinou žaberní, jsa od ní odškrcen; úzký vývodný kanálek mladých stadií postrádá téměř úplně lumen, které až u starších objevuje se ve formě, kterou vidíme na obr. II., 7. Proto zajisté činnost orgánu nemůže odpovídati činnosti endostylu. Nepatrný význam žlaznatý, alespoň u mladých stadií, byl zmíněn na jiném místě.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

S charaktery endostylu nesouhlasí také párovitost thyreoidey, která ihned po založení jejím — nejvíce asi u *Petromyzon fluviatilis* — tak zřetelně vystupuje, dokonce již ve stadiích, jichž pletiva jsou dosud přeplněna žloutkem (obr. I a, 1 a, 9). Hluboká poloha, separisace od jícnu a párovitost nejsou znaky endostylu. Kdybychom na základě uvedeného a v uvážení, že mimo thyreoideu existuje skutečná vířivá rýha ventrální, nechtěli uznati identitu thyreoidey Ammocoeta s hypobranchialní rýhou, vyplývalo by, že ani thyreoidea vyšších vertebrátů není homologem endostylu, nýbrž že thyreoidea jest orgánem novým, vyskytujícím se, jako jiné orgány, poprvé u Ammocoetů a dále u všech vyšších forem. Onen pak útvar vyšších obratlovců, z něhož neb na jehož basi vzniká thyreoidea a který se nazývá rýha hypobranchialní, byl by touto pouze slovně; jest to vychlípení neb prohloubení ventrální stěny faryngové pod štěrbinami žaberními, které by v uznání 3. eventuality odpovídalo základu štítné žlázy Ammocoeta, nikoli endostylu — rýze postthyreoidní.

Eventualita sub 2 uvedená jest, že thyreoidea Ammocoetů představuje celý endostyl či hypobranchialní rýhu nižších chordátů, jak jest všeobecně uznáváno. Výklad ten opírá se o fakta, že thyreoidea vzniká v mediani linii ventrální stěny jícnové a že jeví — hlavně u starších exemplářů — skladbu a činnost žlaznatou, musí se však spřáteliti s redukcí endostylu v rozměru cranio-caudálním, jakož i s úplnou téměř separisací endostylu od dutiny žaberní. Jestliže však thyreoidea odpovídá celému endostylu, jak možno vyložiti a označiti rýhu postthyreoidní, táhnoucí se od splynutí rýh perifaryngeálních až téměř ku konci dutiny žaberní a zobrazenou na obr. VI., 19., a j. Rýha ta není zajisté nějakým útvarem nahodilým a bezvýznamným, neboť předcházelo ji ztluštění příslušného epithelu (obr. IV.); rýha ta jest vydatně obrvena a částečně i žlaznatá. Tato skutečná, otevřená rýha leží u Cyclostom, nejnižších Craniotů, právě tam, kde u nižších chordátů endostyl; s těmito chordáty sdílejí Ammocoeti — jediní z vertebrátů — ostatní komponenty vířivého branchialního apparátu. Na základě poměrů topografických i anatomických nelze rýze postthyreoidní upříti

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

význam pravé rýhy hypobranchialní. Z toho důvodu nelze se přikloniti k výkladu, že thyreoidea Ammocoeta sama o sobě representuje tuto součást rýhového systému nejnižších chordátů.

Zbývá eventualita sub 1 uvedená, že thyreoidea Ammocoetů představuje pouze proximální, zvlášť differencovanou část rýhy hypobranchialní, jejíž distální konec zachoval svou původní formu otevřeného, motorické činnosti schopného orgánu. Ačkoliv důvody dříve uvedené, že thyreoidea vůbec neodpovídá endostylu, zdají se mi dosti závažné, soudím po uvážení všeho, že eventualita sub 1 vytčená jest nejspíše přijatelná. K tomuto rozhodnutí přivedlo mne hlavně srovnání morfologických poměrů ventrální partie žaberní Ammocoetů a Salp.*) Anatomické poměry těchto jsou mi bohužel známy pouze z literatury: ve ventro-mediani linii leží endostyl a dosahuje více či méně daleko na zad; jest složen po každé straně ze tří pruhů žlaznatých, které vířivými buňkami jsou od sebe odděleny. Úzké dno rýhy tvoří nízké buňky, nesoucí dlouhé brvy; zadní konec endostylu přechází v retrofaryngealní rýhu, která dosahuje až k oesofagu.**) Jest tedy orgán ventrální Salp složen ze dvou odstavců, předního — převážně žlaznatého — a zadního vířivého; u Ammocoeta odpovídá onomu proximálnímu dílu thyreoidea, zde ovšem značně modifikovaná a typ rýhy úplně ztrácející, ryze retrofaryngeální pak odpovídá rýha postthyreoidní. Že thyreoideu vzdor momentům dříve uvedeným třeba vyložiti jako differencovanou část hypobranchialní rýhy vyplývá z její ventrální polohy jakož i z toho, že ve vchlípených stěnách jejích tvoří se se partie žlaznaté, které snad až u starších stadií nabývají důležitého fysiologického významu. Více rozhodujícím než oba tyto momenty zdá se mi však styk štítné žlázy s rýhami perifaryngeálními, který v té formě, jak se nám u starších stadií jeví, dal by se ztěží vyložiti jako důsledek lokální nutnosti, jako styk dvou orgánů

*) J. E. W. Ihle: Desmomyaria. Tierreich 1912, Berlin.

**) UOctacnemidae jest dle Moseley-e endostvl uložen rovněž na straně ventrální, dle Herdmanna však na straně dorsální (Herdmann, Rep. Ceylon Pearl Fish etc. London).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vedle sebe sice ležících, ale k sobě nepatřících. Poukazuji zde znovu k obr. VIII., 14., 15.; rýhy laterální zachovávají svou párovitost až téměř k samémn krku thyreoidey (obr. VIII. *a*), ale i tam, kde medianí hranice obou zmizela a kde společný vývod thyreoidey nabyl tvaru zmíněného obráceného *T*, označuje délka horizontální příčky tohoto vývodu vzdálenost obou rýh, potřebnou k tomu, aby vyústily do nich dorsální rohy laterálních komor žlázy (obr. 15.). Že tento styk oblouků perifaryngeálních a thyreoidey není náhodný, způsobený jen nutným sousedstvím dvou orgánů — jak se zdá u zcela mladých exemplářů — poučují právě jen určitá stadia, u nichž úprava vývodu dospěla tak daleko, jak na uvedených vyobrazeních jest patrno. Styk a přechod vířivých oblouků ve ventrální orgán jest zajisté znakem, který pro ocenění tohoto nelze přehlížeti.

Ze všech těchto důvodů i ze srovnání se Salpami jest tedy považovati thyreoideu Ammocoeta za proximální část ventrálního vířivého ústroje primitivních forem. V důsledku přijetí tohoto výkladu ze tří uvedených eventualit stávají se však ještě některé momenty pozoruhodnými, i nutno je vyložiti:

Thyreoidea a rýha postthyreoidní jakožto součásti ventrálního orgánu nezakládají se ani časově ani lokálně stejně. Když prvá z nich dosáhla již značného rozvoje (obr. 8.), není druhá ještě vůbec založena, jak nezměněný epithel dna faryngu za vývodem žlázy dokazuje. Tuto okolnost, která zajisté ztěžuje výklad obou za sebou ležících orgánů jako částí jednoho morfologického pojmu, rýhy hypobranchialní, lze si vysvětliti následovně: popis můj vztahuje se na Petromyzon fluviatilis; nejmladší stadium, jímž disponuji, jest zobrazeno na obr. 1., nejblíže starší na obr. I.*a*. Lze si těžko představiti, že massa buněčná, z níž thyreoidea se poznenáhlu formuje, vznikla vychlípením roury zažívací, která jest tlustostěnná a žloutkem naplněná. Spíše massa ta vznikla z entodermového materiálu současně s traktem střevním jako ventrální přívěsek proximální části (u *Petromyzon Planeri* lze si vychlipování, jak ho popsali Dohrn a Reese, spíše představiti, neb žloutek jest dříve resorbován a stěna entodermu i vaku thyreoidního jest slabá

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(obr. I.). Vychlipování tak massivních orgánů z tak tlustých ploch, jak je nalézáme u *Petromyzon fluviatilis*, lze těžko pochopiti a bude třeba tyto procesy na mladším materiálu ještě zkoumati. Jisto jest, že thyreoida jest založena velmi záhy (obr. I.*a*), v takových stadiích, u nichž vychlípení či prohnutí distální části, rýhy postthyreoidní, jest znemožněno spoustou žloutkového materiálu a těsným směstnáním všech orgánů. Povšimněme si na př. obr. I.*a e;* jest viděti jen světlost thyreoidy a obou ramen truncu, vše ostatní jest buněčným materiálem zaplněno; a tu jest zajisté vchlípení dna jícnového nemožné. Srovnejme s uvedeným obrázkem obr. V., představující prvé tvoření se rýhy postthyreoidní. Zde jsou pletiva již daleko jinak upravena, jednotlivé orgány nepřiléhají těsně k sobě, prostory mezi nimi jsou prostoupeny nanejvýše řídkým mesenchymem. Zde prohnutí tenké stěny jícnové mezi obě větve aorty jest zcela možné, jest pro ně dostatek místa. Z těchto tedy důvodů, čistě mechanických, jest pochopitelno, že vířivá rýha postthyreoidní zakládá se později než proximálně ležící thyreoidea. Ostatně viděli jsme v popisu vývoje v prvé části, že i ostatní vířivé složky rýhového systému, oblouky perifaryngeální a orgán epibranchialní tvoří se později, než základ štítné žlázy.

Dále třeba uvážiti ještě následující: v prvé části této práce bylo popsáno, že vznikající rýha postthyreoidní postupuje od zadu ku přídě až setká se s ústím žlázy (obr. VI.). Tím není však vývoj její do délky ukončen; ztluštění, kterému podléhá epithel, tvořící stěny rýhy, nezastaví se u vyústění žlázy, se kterým rýha od zadu splynula, nýbrž zachvacuje i epithel krku či vývodu samého (srovnej obr. VIII. a jeho výklad). Výsledek tohoto procesu jest, že postthyreoidní rýha dosáhne spojení s rýhami perifaryngeálními přes krk thyreoidey a utvoří s nimi souvislý celek (obr. 19.) i nacházíme u Ammocoeta — mimo thyreoideu — celý rýhový system, in continuo jako u nižších chordátů bez thyreoidey. Jinak řečeno, thyreoidea byla ze systému rýhového jaksi vyloučena; zatlačena a nahrazena rýhou postthyreoidní, která přejímá motorickou funkci endostylu. Nelze si představiti, že by thyreoida — jsouc hluboko uložena, záhy žlaznatými útvary vyplněna (obr. 17., 18.) a verti-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kálním krkem s faryngem spojena — mohla přispívati k udržování proudu vodního, jak jest úkolem endostylu. Tento úkol vykonává zajisté daleko vydatněji otevřená, obrvená a horizontální rýha postthyreoidní, ona distální partie ventrálního orgánu, proto vchází ve styk s obrvenými oblouky laterálními. Proximální, žlaznatá část poprvé u Cyclostom přejímá funkci nového orgánu, který funguje jako thyreoidea u všech Craniotů. U nejnižších z nich, Cyclostom, u nichž existuje ještě systém rýhový jakožto orgán primitivního přijímání potravy, byla nahražena — alespoň ve své funkci motorické — částí distální, rýhou postthyreoidní, která zachovala původní otevřený tvar a přes thyreoideu, ventrálně posunutou, dospěla k rýhám perifaryngeálním, s nimiž utvořila funkce schopný celek. Rýhu postthyreoidní nelze tedy — jako dosud se dálo — vůbec přehlížeti neb přisuzovati jí jen význam orgánu nahodilého a nedůležitého. Svými znaky morfologickými i funkcí jest to pravá rýha hypobranchialní, která proximální část žlaznatou, v jinou funkci vstoupivší, nahražuje a u Gnathostom — právě tak, jako oblouky perifaryngeální a vířivý orgán epibranchialní — více se neobjevuje.

Thyreoidea Ammocoeta — proximální differencovaná část endostylu — zakládá se jako prohloubení spodiny jícnové v přední části žaberního traktu a odškrtí se záhy za současných značných změn jako objemný vak, který jen úzkým krkem souvisí s dutinou žaberní. Úplné odškrcení orgánu od matečné půdy dostavuje se velmi pozdě a nastává dle sdělení autorů přeměna thyreoidey Ammocoeta v definitivní thyreoideu Petromyzonta.

S těmito poměry srovnejme nyní základ štítné žlázy vyšších obratlovců, jejíž vývoj popsán jest v práci Meuronově (35) a veliké řadě jiných prací. Pro účely této práce jedná se zajisté jen o prvé základy orgánu, které zcela stručně zde budou popsány.

Obr. 21. představuje příčný řez 4 mm dlouhým embryem žraloka *(Scyllium canicula)* v končině žaberního střeva Na řezu, nepatrně šikmém, jsou dobře patrny lištny gangliové a po jedné straně ektodermová placoda; entoderm jest

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ventrálně vychlípen v mohutný, hluboký žlab — základ thyreoidey. Prohloubení, až na to, že jest zde hlubší, jest zcela podobno prvému základu thyreoidey Ammocoeta, jak ho Dohrn (7) a Reese (43) znázorňují, naproti tomu neshledávám na serii ničeho, co by jen poněkud připomínalo mnou zobrazený základ hypobranchialní rýhy postthyreoidní Ammocoeta; prohloubení pro základ thyreoidey na sousedních řezech záhy se vyrovnává, žádného ztluštění v medianí linii nelze znamenati. Souhlasí tedy ona prohlubina ventrálního entodermu u žraloků pouze s tím, co jest u Ammocoeta základem thyreoidey samy o sobě; u tohoto tvoří se pak ještě zvlášť, jinde a jiným způsobem skutečná hypobranchialní rýha, která se později přiblíží až k ústí žlázy, značně již pokročilé.

Podobné poměry, jako u žraloků, shledávám u amphibií, a sice u larvy ropuchy (nepochybně *Bufo vulgaris*). Příslušný řez leží těsně před základem labyrintu a ventrálně zasahuje hluboký divertikl faryngu (Meuronovu »gouttière pharyngienne«). Spodina jícnová svažuje se znenáhla z proximální partie, až prohloubení dosáhne značného rozměru. Na pátém řezu dále na zad (tloušťka řezu 7 μ) jest hypobranchialní rýha úplně oddělena od jícnu, neboť zde vrstvy, divertikl ohraničující, přecházejí v sebe, tvoříce horizontální dno faryngu. Oddělený útvar pokračuje pak dále na zad jako dutý orgán na 17 řezech, zúžuje se distálně; šest posledních řezů zachycuje značně zúžený útvar plný, tedy vlastně distální stěnu slepě končící rýhy hypobranchialní. Nikde po celé spodině faryngové není žádného ztluštění ani čeho jiného, co by rýhu postthyreoidní u Ammocoeta připomínalo.

Podobně vidíme ventrální rýhu i u larvy kuňky česnekové (*Pelobates fuscus*). Svažování se dna roury zažívací počíná zde na řezech vedených těsně za očima a dosáhne největší hloubky daleko před základem labyrintu, načež se rychle vyrovná. V krajině otické jest dno traktu zažívacího dokonale horizontální.

Stejně vytvořené ventrální prohnutí entodermu jakožto počátek tvoření se žlázy štítné předvádí obr. 22., který odpovídá staršímu stadiu ropuchy, než bylo dříve uvedené. U tohoto staršího exempláře možno pozorovati již prvé základy ductu

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

endolymphaticu na rozhraní tenkého a tlustého epithelu laterální stěny vaku sluchového. Ventrální zaklesnutí zažívací roury možno zjistiti již v končině očí, odtud svažuje se na zad, stávajíc se hlubším, až dosahuje v otické krajině vyobrazeného žlabovitého tvaru, který zachovává na osmi dalších řezech (tloušťka řezu 7 μ). Zde spodina jícnová odškrcuje divertikl úplně, zavírajíc se nad ním a odtud na zad pokračuje slepě končící divertikl na 17 dalších řezech, načež přestává úplně.

Nejméně význačným u Anur jeví se ventrální prohloubení faryngu u *Bufo calamita*. Zažívací traktus sám jest nápadně široký a ventrálně jen mírně prohnut, epithel prohloubení jest nad středem přissavného orgánu mírně ztluštěn. Dno jícnu jest dokonale horizontální a stejnoměrně tlusté již na řezech, které leží před orgánem sluchovým. — Popsané a vyobrazené útvary Anur jsou hypobranchialní rýhy. Thyreoidea sama zakládá se jako ztluštění či pupen na distálním a ventrálním okrsku rýhy. Tak nacházím na sagittálních řezech larvou *Pelobates*, která jest asi 6 dní stará, thyreoideu jako solidní, mírně zprohýbaný pruh buněčný, který se táhne od spodiny hypobranchialní rýhy až těsně ku proximální stěně dutiny pericardialní. U *Bufo calamita* (stáří larvy asi 5 dní) shledávám solidní pupen či ztluštění v medianí linii ventrální stěny rýhy; u jiného exempláře ono ztluštění uzavírá uprostřed nepatrné lumen. U *Bufo vulgaris* hypobranchialní rýha svažuje se prudce směrem na zad, kde z ventrální hrany rýhy vyčnívá směrem dolů — jakoby zavěšen — základ thyreoidey; tento jest na příčném řezu tvaru přibližně kosočtverečného a obsahuje uprostřed rovněž nepatrnou světlost, na distálnějších řezech jest solidní a sáhá až ku pericardialní dutině. Popsané dutiny v základech thyreoidey jsou téměř beze vší pochybnosti oddělené části světlosti rýhy hypobranchialní, která tvoření se thyreoidey předchází a materiál jí dodává, takže vztah obou orgánů jest co nejtěsnější, i když celá rýha hypobranchialní v thyreoideu se nemění (srovnej: Meuron, Livini).

Jako příklad podobných zjevů u Reptilií uvádím poměry u embrya ještěrky obecné; toto bylo vypraeparováno z vejce, které vyňato bylo z oviduktu pitvaného exempláře

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

již v tak pokročilém stavu, že váčky čočky jsou téměř úplně zaplněny a hruškovitý vak sluchový úplně odškrcen. Z faryngu tvoří se laterálně štěrbiny žaberní; v medianí linii leží základ thyreoidey, jehož vnější kontura jest sférická, vnitřní, dolů mířící lumen pak na řezu jest téměř pravoúhlé. Na sousedních řezech serie jest však toto lumen úplně od dutiny jícnové odděleno, jevíc se jako centrální dutina oblého orgánu.

Konečně obr. 23. představuje řez stadiem pstruha (*Salmo fario*) ze 34. dne po oplození. Řez náleží krajině praeotické a protíná tvořící se srdce; nad tímto uprostřed viděti jest solidní ztluštění entodermu, kteréž jest základem thyreoidey. Maurer (32) zobrazuje tento základ u 30denních stadií již dutý, u mých exemplářů dutina objevuje se později, i nacházím u stadií kol 60 dnů tento dutý, váčkovitý základ thyreoidey odškrcený a daleko ventrálně vzdálený od žaberního střeva. Že prvý základ žlázy u ryb kostnatých není dutý, žlábkovitý, vysvětlíme si snadno srovnáním s jinými orgány, které na rozdíl od jiných vertebrátů jsou v základu svém solidní. což jest si vysvětliti pravděpodobně nedostatkem prostoru pro vyvíjející se orgány uvnitř obalu vaječného; to platí v první řadě o nervové soustavě, o vaku sluchovém a čočce oční; ostatně, jak z obr. 23. jest zřejmo, žaberní část střeva vůbec postrádá světlosti a sestává z dorsální a ventrální vrstvy entodermové, jež těsně k sobě přiléhají. Z ventrální vrstvy vznikající thyreoidea postrádá tedy rovněž u pstruhů jinde se vyskytujícího lumen. V celé serii (za obr. 23.) není za základem thyreoidey ni stopy základu nějakého jiného medianího orgánu, jak tomu bylo u Ammocoeta; obě vrstvy entodermové, dorsální a ventrální, těsně k sobě přiléhajíce, jsou uloženy přesně horizontálně, mezi laterálně se zakládajícími žaberními oblouky. — U starších stadií (kol 60 dnů) jsou obě entodermové lamelly za thyreoideou, neobsahujíce stále žádného lumen, ventrálně klínovitě prohnuty, ale nevzniká zde ani ztluštění ani nějaká zvláštní rýha, která by postthyreoidní rýhu hypobranchialní připomínala. Mírné a široké prohnutí možno i u Selachií ve ventrální stěně pozorovati, ale podléhající mu epithel není nikterak vůči okolnímu vyznačen a nedává původ nijakému

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

orgánu. Jsou to vše nepochybně úkazy vyvolané vývojem roury zažívací a orgánů v okolí, které na polohu vrstev buněčných působí a vyvolávají různá jich prohnutí. Konečně za účelem vyvarování omylů budiž upozorněno na různé záhyby stěny oesofageální u starších larev Anur, které by v proximální části mohly vzbuditi dojem faryngeálních rýh (Srovnej též aditus laryngis u *Bufo*, *Lacerta* [Maurer, Meuron a j.]).

Thyreoidea Ammocoeta i Gnathostom oddělí se dříve či později od své matečné půdy; nemohu však zcela souhlasiti s Maurerem, že u Gnathostom odškrcení následuje ihned po vzniku základu; zvláště u Anur nacházím orgán již značně vyvinutý v souvislosti s žaberním střevem.

Jak z prací Maurerových (32—34) i četných jiných autorů jest známo, vzniká u ptáků a ssavců thyreoidea podobným způsobem jako u nižších obratlovců, totiž nepárovitým vychlípením ventrálního epithelu traktu zažívacího kteréž se později úplně odškrcuje, poněkud přemisťuje a vyvíjí v definitivní útvar buď párovitý neb nepárový, ale v isthmu zúžený. Zejména obrázek Maurerův (34), krtka se týkající, připomíná dokonale poměry prvého základu štítné žlázy, jak je nalézáme u nejnižších Craniotů.

Tyto v podstatě známé poměry základu thyreoidey u různých zástupců vertebrátů byly zde uvedeny a vyobrazeními doprovozeny, aby bylo jasno, že základ ten souhlasí úplně se základem thyreoidey Ammocoeta, jak tento Dohrn a Reese vyobrazili a jak částečně i z mých obr. 1. a I. vyplývá: thyreoideu všech Craniotů předchází nepárové vychlípení ventrálního epithelu v proximální části žaberního traktu. U Ammocoeta zakládá se později za touto thyreoideou další orgán — hypobranchialní rýha postthyreoidní, — která teprve později dospěje až k ústí jejímu a přejde zde v rýhy laterální (vířivé oblouky perifaryngeální nejnižších chordátů). Ze srovnání vývojových pochodů u Ammocoeta a vyšších vertebrátů vyplývá, že thyreoidea těchto — či lépe řečeno jejich hypobranchialní rýha*) — odpovídá pouze proximálnímu dílu ventrálního orgánu Ammocoeta, z něhož tvoří se u tohoto žláza štítná. Distální

*) Srovnej v poslední části vývody Livini-ho.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

část tohoto orgánu, fungující rýha postthyreoidní, se u Gnathostom více neobjevuje, jako ani ostatní složky vířivého systému, který jen u forem nejnižších, Tunicatů, Acranií a Ammocoetů obstarává primitivní přijímání potravy.

Petromyzonti jeví se nám jako význačná skupina, spojující v sobě důležité znaky forem nejnižších i Gnathostom, úplný vířivý apparát (t. j. orgán epibranchialní, rýhy perifaryngeální a vířivou rýhu postthyreoidní) oněch a thyreoideu těchto. I nelze Petromyzonty pokládati za formy zdegenerované, mající původ ve vyšších rybách, jak učil Dohrn. U takových nemohl by se vyskytnouti rýhový vířivý system v traktu žaberním, který charakterisuje nejnižší chordáty a jako takové, jim blízké, na původním nízkém stupni stojící Petromyzonty.*) Důsledky parasitického života na ústrojnost Cyclostom možno posuzovati srovnáním Ammocoetů a mihulí dospělých, nikoli těchto a vyšších vertebrátů. Hypobranchialní rýha i ostatní obrvené rýhy branchialní určují tedy Ammocoetovi původní nízké postavení mezi chordáty. — Bylo by žádoucno pečlivým studiím podrobiti znovu vývoj vířivého zařízení u Acranií a Tunicatů a prozkoumati embryologicky Myxiny, jakožto příbuzné Petromyzontů, neb práce dosavadní nejsou podrobné.

B. Thyreoidea a branchialní rýhy v literatuře.

Dosavadní práce, týkající se anatomie a embryologie Ammocoeta, respektují ve ventrální partii žaberního traktu zpravidla pouze thyreoideu. Rýha postthyreoidní, ona hlavní fungující ventrální součást rýhového systému, nedošla buď vůbec povšimnutí neb jen zcela povrchního. Ti autoři, jichž pozornosti neunikla, nenazývají ji vůbec rýhou hypobranchialní, nýbrž pouze medianí (Dohrn, Reese) a věnují veškerou pozornost nápadnější žláze štítné. Vyobrazení postthyreoidní rýhy, kde je vůbec nacházíme, provedena jsou vesměs při nepatrném zvětšení, které nedostačuje k poznání

*) Srovnej mimo jiné též vývody Vejdovského a Studničky, týkající se čelistního apparátu (Protognathostomi) a nervové soustavy, uveřejněné ve Věstníku V. sjezdu českých přírodozpytců a lékařů v Praze 1914.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

její skladby. Její vývoj, místně i časově jiný než thyreoidey, není rovněž sledován, ani její postup přes ústí thyreoidey ku rýhám laterálním s nimiž splývá v souvislý vířivý celek. I nalézáme rýhu postthyreoidní příležitostně zakreslenu již v tom stupni vývoje, kdy dospěla k vyústění žlázy štítné. Ku poznání v ý v o j e celého ventrálního orgánu — jakož i všech jiných ústrojů — jest nezbytně třeba hojného výběru postupných stadií vývojových, i nelze se omeziti na dva, tři různé exempláře. Neocenění rýhy postthyreoidní má důsledek, že jako endostyl označována jest všude pouze žláza štítná.

Mnoho pozornosti poměrům žaberního střeva Cyclostom a jiných nižších craniotů věnoval D o h r n; polemický ráz jeho prací jest značně na úkor přehlednosti a snaha po zjištění různých homologií zavinila některé nesprávnosti. Ve své studii VII. (11) zabývá se žraloky (*Mustelus, Centrina Scyllium, Torpedo*) a staví oproti W. M ü l l e r o v i theorii, že thyreoidea není přetvořením hypobranchialní rýhy, nýbrž zbytkem žaberní štěrbiny, která kdysi existovala mezi hyoidním a hyomandibulárním obloukem. Názor svůj opíral D o h r n o svá pozorování vývoje svalstva, chrupky a cév hyoidního oblouku, jehož původ ze dvou oblouků považoval za dokázaný. Theorii tuto vyvrátil G ö t t e (21) a přiklonil se opět k výkladu M ü l l e r o v u. D o h r n o v y názory o odvození Tunicatů, Acranií a Cyclostom z forem vyšších byly vývody G ö t t e-ho v nemalé míře otřeseny. — V studii VIII. (7) D o h r n popisuje vývoj thyreoidey Ammocoeta z prohloubení v proximální části faryngu, tvoření se žlaznaté a krycí partie žlázy (»Drüsenlamelle«, »Decklamelle«) a zabývá se histologií žlázy. Připomínaje S c h n e i d e r ů v stručný popis obrvených rýh, věnuje pozornost pouze párovitým rýhám před thyreoideou, které vykládá opět jako zbytek slepých žaberních štěrbin: »Auf Sagittal-, Frontal- und Querschnitten lässt sich die Umwandlung dieser vordersten, der Spritzlochspalte der Selachier gleich zu setzenden Kiementasche in die hier beschriebene Wimperrinne mit vollkommener Sicherheit beobachten«. Nesprávnost tohoto pojetí objasnili G ö t t e (19, 21), Kupffer (27, 28) a C o r i (4), jenž správně poukazuje na úplnou shodu pseudobranchialních rýh s vířivými oblouky

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tunicatů; tyto rýhy, právě tak jako thyreoideu, nelze odvoditi od štěrbin žaberních. Záhyb mezi velem a hyoidním obloukem, tedy krajinu před pseudobranchialní rýhou, označuje pak Cori jako místo, v němž hledati jest zbytek ztracené prvé štěrbiny žaberní. — Jak bylo v této práci ukázáno, tvoří se laterální (pseudobranchialní) rýha u mladých stadií nejprve jako mírné zvlnění a na to zaklesnutí či prohloubení mediální stěny epithelových lamell, které objímají první arterie branchialní (obr. 2.) jakožto přímé pokračování obou větví truncu. Přítomnost této cévy mohla býti Dohrnovi jedinou oporou pro homologisaci rýhy se spiraculem, jinak jest podivno, že mohl homologii s citovanou určitostí prohlásiti.

Na obr. 16*i* a 16*k*, kterými E. Meyer VIII. studii Dohrnovu provází, jest nad koncem thyreoidey nakreslen útvar, který určitě odpovídá postthyreoidní hypobranchialní rýze a který není autorem ani nějak označen, ani popsán, ani dále nad nepárový truncus sledován. Také o epibranchialní rýze Dohrn se nezmiňuje a omezuje se pouze na citát ze Schneidera, kde jest řeč o dorsální hraně (Kante), po jejíž stranách pseudobranchialní rýhy pokračují na zad.

V druhé části práce Dohrnovy, věnované endostylu Tunicatů, narážíme na různé nedůslednosti, které ztěžují zaujetí definitivního stanoviska k jeho vývodům; počínaje s homologisací Müllerovou, k níž též Gegenbaur a Balfour se připojili, pokračuje Dohrn: »Von dem in diesen »Studien« vertretenen Standpunkte aus ist sicherlich kein Widerspruch gegen die Homologisirung als solche zu erwarten«.

Dohrn přiznává identitu thyreoidey Ammocoeta s hypobranchialní rýhou Tunicatů a Amphioxa, ovšem dle své theorie jejího významu, a snaží se dokazovati obrácený postup fylogenetický, než jaký dosud byl uznáván. V dalším srovnává autor thyreoideu a endostyl dle jich histologického složení a dospívaje k názoru, že pseudobranchialní rýhy Ammocoeta jsou identické s vířivými oblouky Tunicatů, postuluje i pro předky těchto spiraculum, jehož zbytky dle jeho přesvědčení ony oblouky jsou. — Zbytek práce vyplňuje úvaha o hypobranchialní rýze Amphioxa a polemické

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

stati proti Gegenbaurovi a j., v nichž Dohrn mimo jiné zdůrazňuje nepřijatelnost theorie Müllerovy.

Dohrnova studie XII. (9) jest téměř celá polemikou proti E. Van Benedenovi a Julinovi (25), kteřížto autoři vystupují proti fylogenetickým vývodům Dohrnovým. Mimo jiné dovozují, že dospělé Ascidie representují jen dva přední segmenty původního metamerního těla, z čehož následuje, že žaberní střevo jejich a štěrbiny žaberní nejsou homologa týchž útvarů *Amphioxa*; totéž platí o hypobranchialní rýze, jejíž pouze přední část u *Amphioxa* možno srovnávati s celým endostylem Ascidií. Dohrn zdůrazňuje, že homologie thyreoidey vyšších obratlovců a hypobranchialní rýhy Tunicatů a Amphioxa od obou si odporujících doktrin (rozumím Müllerovy a Dohrnovy) jest acceptována a že thyreoidea (Hypobranchialsack) Ammocoeta jest útvarem přechodným (Bindeglied).

Další spor, pro výsledky mé práce důležitý, týká se laterálních obrvených rýh Ammocoeta. Beneden a Julin pochybují o homologii jich s perifaryngeálními vířivými oblouky Tunicatů na základě různého celkového uspořádání vířivého apparátu obou skupin. Postrádajíce sami materiálu potřebného a nenalézajíce v Dohrnových pracích žádného poučení o nepárové rýze za thyreoideou, nedůvěřují zcela Schneiderovi, který jediný podal její zcela stručný popis v hotovém stavu: Si Schneider a bien observé, il est évident que les rapports anatomiques entre ce système de gouttières ciliaires et l' organe thyroidien de l' Ammocète sont assez différents de ceux qu'affecte la gouttière pericoronale des Ascidiens avec l' endostyle." Autorům nepřipadlo spatřovati v rýze Schneiderově, o jejíž existenci jsou v nejistotě, hypobranchialní rýhu, nýbrž považují ji za část pseudobranchialních rýh, posunutou nějak za skutečnou (v jejich smyslu) hypobranchialní rýhu — thyreoideu: „Il semble que nous devons en conlure, qu'une partie des „Wimperrinnen" se trouve en arrière de l' orifice". Kdyby byli mediani rýhu správně posoudili, byli by právě shledali, že vířivý apparát Ammocoeta jest téhož uspořádání, jako u nižších forem: mediani rýha od počátku oesofagu běží ku přídě, zde rozchází se ve dvě rýhy perifaryngealní

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a tyto sbíhají se dorsálně v rýhu epibranchialní (o této jest všude nejméně uvažováno). Kdo však spatřuje ve ventrálním odstavci tohoto apparátu pouze rýhy perifaryngealní a nalézá endostyl (thyreoideu) kdesi uprostřed vyúsťovati do jich průběhu, vidí ovšem jiný plán celkového uspořádání než u Tunicatů a Amphioxa. Nesrovnatelnost perifaringeálních rýh Ammocoeta a Tunicatů spatřují Beneden a Julin také v tom, že u onoho zabírají ony rýhy — je-li udání Schneiderovo správným — celou délku žaberního střeva, kdežto u těchto sedí výhradně laterálně při jeho vchodu, otvírajíce se dole do hypobranchialní rýhy. Nový to doklad, že nespatřují v medianí rýze Ammocoeta rýhu hypobranchialní. Ve skutečnosti jsou poměry u obou skupin stejné, i jest s podivením, že celkem tak jednoduchý stav věci samé dal podnět k tak složitým výkladům. Belgičtí autoři nechtí uznati ani identitu dorsálního vířivého apparátu Ammocoeta (le repli médio-dorsal de la muqueuse branchiale), Schneiderem neúplně popsaného, s podobně situovaným zařízením Tunicatů, uvádějíce, že u nejprimitivnějších Ascidií místo souvislého útvaru funguje řada nesouvislých útvarů („languettes"). Nelze zajisté žádati naprostou shodu ve stavbě homologických orgánů; určitou mez nepřesahující rozdíly, zejména třídní, nutno připustiti, jinak by bylo těžko o homologiích orgánů vůbec mluviti. Dorsální vířivý orgán Ammocoeta rovněž nepředstavuje, jak v prvním dílu této práce bylo popsáno, naprosto souvislou rýhu, ale přece lze ho srovnávati s příslušnou složkou vířivého zařízení nižších forem — orgánem epibranchialním. Jak značně liší se thyreoidea svým složením od endostylu Tunicatů a Amphioxa a jest vzdor tomu za homologon jeho uznána!

Dohrn (9) hájí proti belgickým autorům homologii pseudobranchialních rýh Ammocoeta a vířivých oblouků Tunicatů, dovolávaje se též srovnání Balfourova*). Teprve nyní, po upozornění Beneden-Julinově, věnuje pozornost Schneider-ově rýze postthyreoidní, kterou tento viděl již ve stavu hotovém. Popisuje správně, že pseudobranchialní rýhy vyvíjejí se úplně samostatně, „ohne eine Fortsetzung in der ventralen Mittellinie des Kiemendarmes zu besitzen".

*) Comp. Embryol. II. p. 79,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Teprve po vytvoření těchto vzniká nové zaklesnutí od ústí thyreoidey (Hypobranchialsack) k oesofagu, rýha, „welche in der That nie in unmittelbaren Contact mit den beiden Pseudobranchialrinnen tritt, sondern nur in dieselbe Mündung einläuft". Tento popis přibližně odpovídá mému popisu v I. části, ale nelze souhlasiti s tím, že rýha tvoří se od ústí thyreoidey, ježto dospěje k tomuto ze zadu, a hlavně s tím, že rýha tato nepřichází do kontaktu s rýhami laterálními. Pohled na můj obr. 19. poučuje o tomto, třebas později vznikajícím, kontaktu dokonale, světlost i epithel rýhy medianí pokračuje nepřerušeně v rýhách laterálních, jest mezi nimi právě taková souvislost, jako mezi endostylem a perifaryngeálními rýhami — jsou to tytéž útvary. Souvislost zde jest, ač Dohrn píše: „Wer das Zustandekommen dieser Bildungen nicht beobachtet hat, kann sehr leicht dazu geführt werden, diese Rinnen für ein Continuum durch den ganzen Kiemendarm zu halten — aber dennoch ist es ein Irrthum . . .". Jest zde zřejmá snaha odstraniti domněnku Beneden-Julinovu, že postthyreoidní rýha jest součástí rýh pseudobranchialních.

Jest nápadno, že Beneden—Julin netušili a. Dohrn nespatřoval v medianí rýze postthyreoidní rýhu hypobranchialní a že oddávali se kombinacím složitějším a nepřirozenějším. Dohrn na nejbližších stránkách dokazuje opět homologii samotné thyreoidey (hypobranchialního vaku) s endostylem Tunicatů. Jestliže mu snad v správném pojetí překáželo pozdější objevení se medianí rýhy, musíme si uvědomiti, že laterální rýhy a thyreoidea také nevznikají současně a také později vcházejí v bezprostřední styk; ve stadiích, kdy již thyreoidea jest založena (obr. 1., I.), nejsou žádné rýhy, tedy ani praethyreoidní (pseudobranchialní) založeny. A tak nechává Dohrn postthyreoidní rýhu hypobranchialní opět bez povšimnutí a nezabývá se jí více. Kreslí ji na svém obr. 13. a 14. (provedení E. Meyerovo) a označuje ji pouze medianí rýhou. Snad také malé zvětšení, při němž práce Dohrnova byla provedena, přispělo k tomu, že pravá podstata orgánu tak typického nebyla poznána. Dohrn spokojuje se tím, že obhajuje homologii rýh praethyreoidních, o kteréžto homologii není pochybnosti.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Stručně možno výsledky v Dohrnových studiích obsažené — pokud se týkají předmětu mé práce — shrnouti následovně:

1. Pseudobranchialní (perifaryngealní) rýhy Ammocoeta jsou homologické se spiraculem žraloků;
2. Thyreoidea Ammocoeta jest zbytkem kdysi existovavší štěrbiny mezi hyoidním a hyomandibulárním obloukem; hypobranchialní rýha Amphioxa a endostyl Tunicatů jsou útvary s ní homologické, odpovídají zbytku žaberních štěrbin;
3. Cyclostomy, Amphioxa, Tunicaty jest odvoditi od vyšších chordátů.

Má práce nesouhlasí se žádným z těchto bodů, neboť:

1. Perifaryngealní rýhy Ammocoeta vznikly jako součást vířivého apparátu, charakterisujícího jen nejnižší chordáty, pouhým zaklesnutím, prohloubením jícnového epithelu; jakožto dráha, spojující ventrální a dorsální část tohoto apparátu v proximálním odstavci faryngu, ubírají se tyto rýhy nutně po laterálních stěnách, při čemž sprovázejí první arterii branchialní, nemajíce k ní jinak žádného vztahu.

2. Thyreoidea Ammocoeta odpovídá proximální části ventrální složky vířivého systému; distální část, zakládající se z mechanických důvodů později, zachovává původní tvar rýhy a, spojujíc se přes thyreoideu s rýhami laterálními, funguje jako motorický orgán ventrální; část proximální přizpůsobuje se funkci nového orgánu, který jest znakem všech Cranoitů, thyreoidey. Jen tato proximální část opakuje se u vyšších forem, vířivé složky nikoliv. Ventrální orgán Ammocoeta podobá se nejvíce témuž orgánu Salp, skládaje se ze dvou odstavců, předního převážně žlaznatého, zadního převážně vířivého.

3. Fylogenetická řada jest obrácená, než jak učí Dohrn: k řadě známých důvodů pro původně nízké postavení Petromyzontů přičísti nutno i přítomnost úplného vířivého systému, který jest význačný právě pro formy nejnižší a nevyskytl by se zajisté u epigonů vertebrátů bez tohoto rýhového primitivního apparátu.

Dle Gegenbaura (15) vznikla thyreoidea z hypobranchialní rýhy Tunicatů. Z obrázku Calberlova, kterého

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Gegenbaur používá, i z popisu vysvítá, že považoval za hypobranchialní rýhu Ammocoeta pouze ono proximální prohloubení ve faryngu, ze kterého vzniká thyreoidea, postthyreoidní rýha hypobranchialní mu známa nebyla. Čteme totiž: »Da sie (die Hypobranchialrinne) nicht längs der ganzen Kiemenhöhle sich erstreckt, scheinen in Vergleichung mit Tunicaten schon Reductionen vorzuliegen. Das Epithel der Rinne jedoch bietet wiederum Modificationen dar, die auf dieselben Zustände wie bei den Tunicaten verweisen. Es bildet ursprünglich zwei an der ventralen Medianlinie verlaufende Leisten, welche unterhalb des Niveaus der bieden Kiemenarterienäste verlaufen, bis zum Ursprung der letzteren aus dem einheitlichen Stamme (W. Müller).« Rýha postthyreoidní jako součást hypobranchialního orgánu sáhá však téměř až ku konci žaberní dutiny, tedy v tom ohledu není redukce proti formám nižším. Také Calberlovy obrázky příčných řezů, které Gegenbaur do své práce vkládá, potvrzují, že považoval za hypobranchialní rýhu pouze základ thyreoidey. — Také v jiné knize Gegenbauerově (14) jest zdůrazněno, že rýha hypobranchialní u Ammocoeta neprostírá se v celé délce dutiny žaberní a použito jest téhož vyobrazení Calberlova, jako v práci dříve uvedené.

Vířivý apparát Ammocoeta byl také popsán A. Schneiderem (46). Bylo již při kritice prací Dohrnových podotčeno, že Schneider pozoroval nepárovou rýhu která sáhá od počátku »žaludku« k ústí thyreoidey; dále líčí Schneider vzestup rýh peryfaryngealních, které se sbíhají v dorsální linii a praví o nich dále: »...dort werden dieselben flach und ziehen nun als Wimperschnur an den beiden Seiten der oben beschriebenen dorsalen Kante in geringer Entfernung von deren freiem Rande bis zum Eingang des Magens der Kiemenhöhle« (cit. z Dohrna). Tento popis dorsálního vířivého ústroje neshoduje se s mým pozorováním; dorsální hrana, či val mění se v určitých intervalech v rýhu (obr. 18.), která odpovídá epibranchialní rýze *Amphioxa*. Útvar dorsální — i tam, kde zůstává konvexním (obr. 17.) — jest v celé své rozloze hustě obrven (obr. 30.—32.), i nelze rozeznati po jeho stranách párovitou vířivou pásku, při čemž by jeho mediani »hrana« zůstávala neobr-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

venou. Nepozoroval jsem mimo to vířivých pruhů, které dle Schneidera odbočují od »horních obrvených pásek« (»Wimperschnüre«) a sestupují po předním okraji každého žaberního oblouku ventrálně, aniž by se však jakkoliv stýkaly s ventrálními obrvenými rýhami (viz můj referát o práci Schaffer-ově).

Shipley (48) popisuje, že perifaryngeální rýhy pokračují za ústím thyreoidey jako jednoduchá rýha až k poslednímu žabernímu oblouku. Tomuto — až na pojetí postthyreoidní rýhy — správnému popisu pozdějšího už stavu odporuje Dohrn (9), uváděje, že pseudobranchiální rýhy a rýha nepárová mají jen to společné, že prvé ze předu, druhá ze zadu do thyreoidey ústí. Jest pravda, že postthyreoidní rýha zakládá se samostatně a později, jak z I. části mé práce vyplývá, ale později tvoří s rýhami laterálními souvislý celek (obr. 19.) a jest ventrální částí vířivého apparátu. Shipley rýh nikde nekreslí, pouze na obr. 41. průsek rýh perifaryngeálních a si tak, jak ukazuje můj obr. 11. a 16. Na dorsální stěně shledává Shipley pouze konvexní val (median dorsal ridge), nikoli epibranchiální rýhu, z něho pak odbočujících a po žaberních obloucích sbíhajících obrvených pásů, které A. Schneider popsal, nemohl konstatovati. Autor souhlasí úplně s Dohrnem v otázce vývoje thyreoidey a její homologie s endostylem Tunicatů a *Amphioxa*, o homologisaci Dohrnově se štěrbinami žaberními se však nezmiňuje.*) »To these homologies we may add, I think, that of the dorsal ciliated ridge of the young larval Lamprey to the dorsal lamella of Ascidians, and the hyperpharyngeal groove of Amphioxus.« V tomto názoru o homologii, který jest protichůdný Beneden-Julinovu (25), vadí poněkud Shipley-ovi, jak dále sděluje, ta okolnost, že na dorsální straně shledal u Ammocoeta pouze útvar vypouklý (ridge), nikoli rýhu dorsální, která však, jak bylo popsáno a zobrazeno (obr. 18., 28.), skutečně existuje, ovšem až u určitých stadií. — Ačkoliv tedy Shipley nesledoval vývoj rýhy postthyreoidní, viděl ji přece, jako Schneider. Ježto

*) Někteří autoři identifikují úplně homologisaci Dohrnovu a Müllerovu; Dohrn odvozoval nižší formy od vyšších a v štítné žláze viděl zbytek žaberních štěrbin.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

však opětně a bez výhrady přijímá homologisaci Dohrnovu, jest zřejmo, že hypobranchialní rýhu spatřuje pouze ve žláze štítné a nikoli též v rýze postthyreoidní, a že tuto považuje patrně za útvar málo významný, jako ostatně všichni autoři, kteří jí vůbec nějakou pozornost věnovali (Schneider, Dohrn, Beneden-Julin). (Toto nazírání mohla přivoditi malá zvětšení praeparátů, která při všech pracích byla užita). Histologických poznámek v Shipley-ově práci není téměř žádných. V právě uvedených bodech neshodují se tedy moje názory s Shipley-ovými.*)

Scott (47) na obr. 35. znázorňuje thyreoideu mladého stadia Ammocoeta jako vak, který celou svou délkou leží za svým ústím do faryngu. Tato okolnost neodpovídá skutečnosti, také obrázek příčného řezu thyreoideou není uspokojující. Pokud se týče vývoje štítné žlázy, souhlasí Scott úplně s W. Müllerem: »....die erste richtige Angabe über die Entstehung derselben verdanken wir den Untersuchungen von W. Müller, nach welchem die Drüse zuerst als Hypobranchialrinne erscheinend, als eine Ausstülpung des ventralen Abschnittes der Kiemenhöhle gebildet wird.... Die einzige beim Embryo stattfindende Veränderung ist die Verengung des Ausführungsganges und die Verdickung des den Boden der Rinne bildenden Epithels.... Diese Bildungsweise kann ich völlig konstantiren«. — Maurer (32) podává historický přehled vývoje štítné žlázy, zobrazuje pak základ tohoto orgánu u pstruha (30 dní po oplození) jako dutou vychlípeninu žaberního traktu: »Diese erste Ausbuchtung, die nicht solid ist, deren Lumen offen mit der Mundhöhle

*) Shipley podotýká, že existuje nesrovnalost mezi poměry Ammocoeta a Amphioxa; u tohoto jest na dorsální straně rýha, ale na ventrální nikoliv, nýbrž útvar vypouklý, kdežto u Ammocoeta tento leží právě na straně dorsální (dorsal ridge). Dohrn (VIII.) kreslí ventrální orgán (thyreoideu) Amphioxa (!) rovněž konvexní, obsahující známé čtyři pruhy žlaznatých buněk a J. T. Cunningham (5), jenž podává jakési résumé prací Dohrnových, píše: »In Amphioxus there is not a hypobranchial groove, but a hypobranchial ridge, ...« Jiní autoři, na př. Rolf (Morphol. Jahrbuch II.), kreslí však hypobranchialní útvar *Amphioxa* konkavní a já sám na četných praeparátech *Amphioxa* pozoroval jsem ventrální orgán vždy v podobě markantní rýhy, značně hluboké.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kommunicirt, ist nicht rinnenförmig in die Länge gestreckt, sondern ihr Längsdurchmesser ist gerade so gross wie ihr querer.« Dle mých praeparátů jest, jak bylo popsáno, prvý základ thyreoidey pstruhů právě solidní (obr. 23.); dutý útvar shledal jsem až v pozdějších stadiích, kdy thyreoidea jest již značně vzdálena od místa svého původu. Také důvod proč asi prvý základ u ryb kostnatých jest solidní, byl uveden. — Maurer zabývá se též výklady Stieda-ovými (49) a Wölferovými (54) o párovitém a Köllikerovými (26) o nepárovém základu štítné žlázy ssavců. — V jiné práci Maurer (33) zobrazuje základ štítné žlázy u *Triton taeniatus* jako solidní pupen epithelový v končině druhé štěrbiny žaberní a popisuje týž základ u *Siredon* na rozdíl od Anur, kde epitheliální vychlípení teprve po nějakém čase stává se solidním. Ohledně Anur vyslovuje se autor ve prospěch Müllera proti Meuronovi, neboť u nich nalezl prohloubení ventrální stěny, ve které pokračuje světlost jícnu, prvé stadium Meuronovo odpovídá tedy dle Maurera druhému stadiu Müllerovu. V otázce homologie štítné žlázy přijímá Maurer stanovisko Müllerovo, Calberlovo a Scottovo, ježto žláza Petromyzonta vzniká z orgánu Ammocoeta, »welches noch als Drüse fungirt und seiner Lage wie seinem Bau nach mit der Hypobranchialrinne der Tunicaten übereinstimmt. Aus diesen thatsächlichen Verhältnissen wurde die stammesgeschichtliche Bedeutung der Schilddrüse erwiesen (Müller, Calberla, Scott)«

Beneden a Julin (25) podávají podrobné líčení embryonálního vývoje Tunicatů, zejména *Claveliny* a srovnávají výsledky s poměry *Amphioxa*. V jejich stanovisku ku Dohrnově theorii rýh pseudobranchialních bylo již referováno při kritice prací tohoto autora. V otázce homologie štítné žlázy přidávají se Beneden a Julin v podstatě ku theorii Müllerově, s redukcí počtu štěrbin žaberních orgán hypobranchialní se přetvořil v thyreoideu Ammocoeta a dále v thyreoideu vyšších vertebrátů. Modifikují však svůj výklad následovně: Z vývoje *Claveliny* vyplývá, že u ní rýha hypobranchialní existuje v té partii roury střevní (la vésicule préchordale du mésenteron), která leží před segmentovanou částí těla. U larvy *Amphioxa* tato partie splývá

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

se zbývající částí střeva, od něhož byla původně oddělena; štěrbiny žaberní *Amphioxa* objevují se v segmentované části těla a orgán hypobranchialní u dospělého individua rozprostírá se v celé délce traktu žaberního, zaujímá tedy celou serii metemerů. Z těchto důvodů uznávají autoři, že jen přední část hypobranchialní rýhy *Amphioxa* jest homologickou s endostylem Tunicatů; připouštějí, že u předchůdců obou skupin existoval primitivní útvar, vychlípenina, z níž vznikl endostyl Tunicatů i hypobranchialní rýha *Amphioxa*. U těchto původních forem (Protochordes) existovala ona vychlípenina v přední části střeva, formy ty samy podobaly se asi mladým larvám *Amphioxů*. Primordialní orgán žlaznatý zachoval se ve vaku žaberním všech Tunicatů, a tento vak odpovídá oné přední části (vésicule préchordale) jich předků. U *Amphioxa* pak hypobranchialní orgán se vyvíjel od přídy na zad po splynutí oné „vésicule préchordale" s distální partií střeva. Z primitivního orgánu Protochordátů vznikl endostyl Tunicatů, hypobranchialní orgán Acranií i thyreoidea Cyclostom a vyšších obratlovců. „Dans notre opinion, l' organe larvaire de l' Ammocète est homologue à la bande hypobranchiale des formes ancestrales des Chordés, dans le même sens et dans les mêmes limites que la bande hypobranchiale de l'Amphioxus". — Reese (43) zabývá se vývojem thyreoidey u *Petromyzon Planeri* v jejích prvých počátcích, popis pokročilejších stadií vztahuje se na *Petromyzon dorsatus* (lake lamprey) a *Petromyzon branchialis* (brook lamprey). Jeho obr. 1 *c* a 3. příčného a sagittálního řezu prvým základem shoduje se úplně s vyobrazeními v práci Dohrnově (7); líčí podrobně vývoj žlaznatých ztluštění a vchlípení stěn thyreoidních; o žlaznatém významu dle jeho údajů nemůže býti pochybnosti, na obrázcích vidíme sekret vystupující přímo ze žlaznatých komplexů („protuberance of secreted matter"). V otázce vývoje žlázy samé nepřináší Reese oproti Dohrnovi mnoho nového; vyústění laterálních komor i komory ventrální jest u druhů jím popsaných stejné jako u *Petromyzon fluviatilis* dle mých pozorování. Ježto Reese měl k disposici malý výběr stadií a tato byla již značně pokročilá, nemohl sledovati vývoj postthyreoidní rýhy, popsal ale správně

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

průběh její i rýh „pseudobranchialních". Rýhu samu neoznačuje Reese jako hypobranchialní, spíše se zdá, že ji považuje za část rýh praethyreoidních; také se zdá, že u jeho druhů nesáhá tak daleko na zad, jako u *Petromyzon fluviatilis*, neb klade na různých místech důraz na ztluštěný epithel, v nějž rýha přechází, a který na mých exemplářích jen na několika řezech se vyskytuje; čteme totiž o ventrálních rýhách: „Posterior to the opening into the thyroid they are continued on the floor of the pharynx as a single, shallow median groove, which finally disappears, posterior to the thyroid, as a groove, but continues to the oesophagus as a ridge of thickened epithelium". Dorsální rýhy sbližují se na stropě dutiny žaberní, jsouce odděleny pouze medianí obrvenou hrází (o skutečném obrveném valu možno mluviti až po úplném setkání se rýh). „This ridge continues to the extreme posterior end of the pharynx and enters the oesophagus, of which forms, for some distance, the ciliated dorsal wall". — Jako já ani Reese nemohl zjistiti obrvené rýhy neb pásy, které popsal Schneider, které sbíhají s dorsálního útvaru dolů k ventrální rýze; na rozdíl od mých vyobrazení a popisu neviděl však epibranchialní rýhy, uložené v dorsálním valu, celý útvar dle Reese jest konvexní. Jinak popsal průběh rýh správně a opravuje popis Willey-ho (53), který udává, že rýhy běží po stranách hřbetní linie k oesophagu, zde se zakřivují, běží směrem dolů a sbíhají se opětně na ventrální stěně v střední rýze. Takovéto kontinuity všech branchialních rýh u Ammocoeta ovšem nenalézáme. Reese připojuje poznámky a obrázky prvého základu thyreoidey u Amblystoma, který se jeví normálně jakožto nepárové vychlípení ventrální stěny jícnové. Homologie štítné žlázy autor neřeší aniž co hypobranchialní rýhou nazývá. O jeho názoru, že rýhy laterální splývají v rýhu nepárovou již před thyreoidou, bylo na příslušném místě v I. části referováno.

Nestler (40, 41) zabývá se štítnou žlázou pouze podružně. Studie jeho vztahují se na dospělé exemplář *Petromyzon Planeri* a Ammocoety, jichž stáří není přesně udáno (patrně jedná se o stará stadia), hlavní pak důraz klade autor na stadia, prodělávající právě proměnu. Nestler popisuje

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

správně — opravuje Julina — vznik arterií thyreoidních, které odbočují z ventrální části čtvrté veny branchialní. Homologii štítné žlázy neřeší a připomínaje pouze obě theorie, Müllerovu a Dohrnovu, vyjadřuje se, že Müller vidí v perifaryngeálních rýhách homologon rýhy hypobranchialní (?). V dorsální stěně dutiny žaberní popisuje i Nestler pouze útvar plný, bez rýhy epibranchialní; pak líčí ventrální hranu (mou hrázku) praethyreoidní a pokračuje o ní: »Hinter demselben (ústí thyreoidey) erhebt sie sich zu einem mächtigen, breiten Wulst, wird jedoch an der 6. inneren Kiemenspalte wieder schmal und hoch. An der hinteren Wand der Kiemenhöhle steigt sie endlich senkrecht auf, sich in eine rechte und linke Lippe teilend, welche den Mageneingang bilden und oben mit dem Grunde der dorsalen Falte verschmelzen«. Tento popis hráze za otvorem thyreoidey, doprovázený nepříliš pečlivě provedeným obr. 10., není mi dle mých praeparátů jasný; snad jedná se u Nestlera o vzrostlé exemplář, kde poměry anatomické jsou jiné, u mých stadií jest těžko označiti něco za thyreoideou jako »Wulst«; když už chtěl by někdo označiti tak útvary na mých obr. VII. a 26. znázorněné, jak jest možno, že neviděl by typické medianí rýhy? O té Nestler nečiní zmínky. Také rozdělení valu ve dva, vzestup vzhůru a spojení s dorsálním útvarem na mých seriích nemožno potvrditi, vysvětlení jest snad možno hledati ve velikém rozdílu stáří zpracovaných exemplářů. Nestlerovy obr. 5. a 6., znázorňující thyreoideu, nejsou uspokojivé, ať již předvádějí tuto v jakémkoli stupni jejího vývoje.

Fischelis (12) sledoval vývoj thyreoidey u zárodků *Gallus* a *Sus*. Společným u obou shledává pouze to, že žláza vzniká z epithelu jícnového, ostatní jest rozdílné; u kuřete vzniká jen z medianího základu jako dutý váček, který se stává solidním a jako takový dělí se na dvě části. U vepře však vzniká thyreoidea ze tří míst, jednoho medianího a dvou laterálních; prvé nalézá se v končině druhé, ostatní v končině třetí žaberní štěrbiny; všecky základy se později spojují dohromady. Zde potvrzuje Fischelis udání Stieda-ova (49) a Bornova (2). W. Müllerovi vytýká, že — ač sledoval vývoj pouze u *Rana temporaria* a u kuřete

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

— činí závěr všeobecný, že thyreoidea vůbec všude zakládá se stejně a v tom předpokladu vyslovil svou theorii o původu thyreoidey z rýhy hypobranchialní Tunicatů. Jeho vlastní, Stiedaova, Bornova a Wölflerova (54) pozorování ukázala prý však, že základ není všude stejný. I prohlašuje Fischelis, že více vyhlídek na uznání má theorie Huschke*)—Dohrnova, dle níž thyreoidea jest zbytkem žaberního apparátu. — Jak známo nepotvrdila novější pozorování názory o párovitém, laterálním základu štítné žlázy u ssavců (Maurer (34), Kölliker (26) a j.), i spočívají údaje Fischelisovy asi právě tak jako Stieda-ovy na omylu i se všemi důsledky.

Kupffer (27) u *Petromyzon Planeri* kreslí základ thyreoidey (Hypobranchialfurche) jako zcela solidní oblý útvar na spodině žaberního střeva; hranice mezi tímto útvarem a stěnou jícnovou jest velmi ostrá, tak že vznik vychlípením lze těžko z obrázku si představiti. (V prvém základu u mých exemplářů bylo lze pozorovati alespoň jakousi, třeba nepatrnou světlost (obr. 1.). Teprve u starších individuí kreslí Kupffer základ dutý, žlabovitý, asi jako Dohrn a Reese.

V jiné práci (28) zabývá se Kupffer hlavně vývojem skeletu žaberního. Na obrázku horizontálního řezu Ammocoetem označuje číslicí 1, což značiti má první štěrbinu žaberní, zářez těsně za velem, i leží průřez obrvené rýhy »pseudobranchialní« za touto štěrbinou, což nesouhlasí s vyobrazením a popisem Götte-ho (21, obr. 23., 13.), kdež jest pořad obrácený. Na obrázku pak, který představuje příčný řez stadiem 5 mm dlouhým, zobrazuje Kupffer nad thyreoideou tři vedle sebe ležící rýhy, z nichž prostřední jest nejhlubší. Postranní rýhy značí nepochybně sbíhající se rýhy »pseudobranchialní«, pak ale není možno, že mezi nimi by ležela ještě nějaká rýha třetí, neboť v krajině, kde postranní rýhy jsou tak značně od sebe vzdáleny, jest mezi nimi vertikální hrázka, nikoliv jakákoli rýha. V tomto směru tedy obrázek neodpovídá skutečnosti.

Götte (19) ve svém vývoji mihule říční věnuje žláze štítné pouze obrázek 12., který lze srovnati s mým obr. I.

*) Isis, 1826.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pokročilejšího stadia. Více zabývá se thyreoideou v pozdější práci o vývoji žaber (21). Zde vyvrací Götte Dohrnovu theorii o vzniku thyreoidey ze štěrbin žaberních, jakož i homologii postranních rýh s první žaberní štěrbinou. Rudiment této klade však na rozdíl od Kupffera za rýhu postranní tedy mezi tuto a druhou štěrbinu, jak z popisu i obrázků 13. a 23. možno posouditi. Postranní rýhy jsou útvary zcela samostatné, totožné s rýhami Tunicatů. V otázce homologie thyreoidey přidává se Götte k nauce Müllerově, ježto thyreoidea tvarem (?) i polohou souhlasí s hypobranchialní rýhou; »sie ist eben eine umgebildete Hypobranchialrinne ohne jede Beziehung zu den Kiementaschen, erfährt in der Metamorphose der Ammocoeten eine noch weiter gehende Rückbildung und erscheint bei den übrigen Vertebraten nur noch in dieser Endform, nachdem die ursprüngliche Rinnenform eben so wie die Wimperrinne auch auf den Embryonalstufen spurlos verschwunden sind.« Zde uvedenou »Wimperrinne« nutno rozuměti rýhy postranní, ježto o nepárové rýze postthyreoidní nečiní autor nikde zmínky a i jinde o oněch vyjadřuje se v singularu. V uvedeném citátu nelze souhlasiti s tím, že by se základ thyreoidey v embryonálním stavu vyšších vertebrátů nepodobal rýze. Jak z četných prací i mých vyobrazení (21., 22.) vyplývá, má tento základ tvar ventrálního prohloubení, ba podobá se rýze více než u samého Ammocoeta (můj obr. 1.). Dle Götte-ho živí se mladí Ammocoeti různými prvoky, kteří slizem v dutině žaberní jsou v jakési chomáčky zachycováni a tak zadrženi; i připouští autor možnost, že sliz onen jest produktem thyreoidey, takže by tato ještě u Ammocoetů měla podobný význam pro přijímání potravy, jako u nižších chordátů jejich hypobranchialní rýha. Úvaha o tomto fysiologickém významu štítné žlázy podána jest v prvé části mé práce, kde význam ten označen jest jako málo pravděpodobný. — V otázce fylogenie staví se Götte ovšem proti názorům Dohrnovým a vykládá Cyclostomy (Enterobranchier) jakožto zástupce nejstaršího typu ryb.

Názory Julinovy byly již částečně uvedeny při kritice Studií Dohrnových. V jiné práci Julin (24) zabývá se cevní a nervovou soustavou Ammocoeta a dotýká

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

se opět otázky thyreoidey, odvolávaje se na práci dřívější (25). Údaje Julinovy, že thyreoidea přijímá pět párů arterií thyreoidních místo jednoho, Dohrnem udaného, byly opraveny hlavně prací Cori-ho (4). Julin vyvrací Dohrnovu theorii o vzniku thyreoidey ze zbytku štěrbin žaberních, dovolávaje se rozlohy žlázy v okrsku čtyř štěrbin žaberních. V otázce homologie opakuje konkluse učiněné v starší práci své a Van Benedenově (25).

Meuron (35) podává ve své práci přehled dosavadních prací a sleduje vývoj thymu a thyreoidey (Thyroïde primitive a Thyroïdes accessoires) u *Acanthias*, *Bufo*, *Rana*, *Amblystoma*, *Lacerta*, *Gallus*, *Ovis*, *Homo*. U všech obratlovců zakládá se thyreoidea (glande thyroïde primitive) na ventrální straně faryngu v končině druhého oblouku žaberního. Rozdíly ve vývoji jsou jen málo důležité, tak na př. u sauropsid a ssavců objevuje se žláza jako vychlípení stěny jícnové a obsahuje větší neb menší světlost od počátku, kdežto u nižších forem jest prvý základ solidní (bourgeon épithélial). U *Bufo* a *Rana* tvoří se tento »pupen« na spodině hluboké rýhy ve ventrální stěně jícnové. Ku konci uvádí autor obě theorie o morfologické hodnotě thyreoidey, Müllerovu (thyreoidea jest homologon endostylu) a Dohrnovu (thyreoidea jest zbytek žaberní štěrbiny, jež ležela mezi dvěma oblouky, z nichž vznikl oblouk hyoïdní) a nepřikloňuje se ku žádné z nich: »Les connaissances et l'expérience me manquent malheureusement pour prendre position dans le débat. Du reste, dans l'état actuel de la science il paraît bien difficile d'admettre sans conteste l'une ou l'autre des hypothèses que j'ai signalées plus haut.«

Livini (29) nalézá hypobranchialní rýhu u embryí kuřete, které předchází ztluštění ventrálního faryngového epithelu v obvodu druhé štěrbiny žaberní a která jest nejhlubší v končině základu orgánu sluchového (obr. 2., 3.). Rýhu tu autor pokládá za homologickou s endostylem. »Si può, con fondamento, ritenere che la doccia di cui è questione rappresenti, in forma rudimentale, la doccia ipobranchiale dei Tunicati e dell' Amphioxus. Se, come non mi par dubbio, tale interpretazione è giusta, viene dimonstrata, in un altero Vertebrato, la comparsa transitoria di un organo,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

il quale esiste permanentemente e ben sviluppato nei Tunicati, e viene cosi messo in luce un altro importante carattere nel quale i Vertebrati concordano coi Tunicati.« — Thyreoidea tvoří se na spodině rýhy jako pupen (la gemma) zpočátku solidní, v čemž jeví se jistá nesrovnalost proti údajům Meuron-ovým. Během dalšího vývoje žláza se zvětšuje, kdežto rýha jakožto útvar transitorický záhy mizí. Thyreoideu samu autor nepokládá za homologon endostylu, jen onu rýhu ve spodině jícnu. »Non è infatti, come generalmente si ammette, la tiroide l'equivalente morfologico della doccia ipobranchiale dei Tunicati; esiste invece una formazione transitoria a quest' ultima veramente omologe, ed è soltanto un piccolo tratto die essa che si svolge ulteriormente per divenire tiroide mentre tutto il rimanente scompare.« V jiné práci Livini (30) zabývá se vývojem celého thymothyreoidního systému u *Salamandrina perspicillata*, kde podává i historický přehled dosavadního badání v tom směru. U *Salamandrina* popisuje i vyobrazuje entoderm, který jako široký solidní pruh pokračuje před dutinou střevní směrem ventrálním a mezi mozkem a základem srdce přichází do těsného styku s ektodermem. Z tohoto solidního pruhu vyrůstá směrem caudálním, k srdci, výběžek (»gemma solida«) jako základ thyreoidey; výběžek ten znenáhla se prodlužuje v delší solidní pruh. Na příčných řezech jeví se základ thyreoidey jako mohutné ztluštění ventrální stěny zažívací roury bez jakékoliv žlábkovité světlosti. Entodermový základ (»sprone«), z něhož thyreoidea na zad vzniká, považuje Livini za rudiment rýhy hypobranchialní: »..... sprone che si può, con qualche fondamento, ritenere un rudimento della doccia ipobranchiale dei Tunicati.« V části úvodní podotýká autor, že po vzoru většiny badatelů považuje thyreoideu za homologon endostylu Tunicatů, ježto u Ammocoeta vzniká z endostylu a přeměňuje se později v orgán, odpovídající štítné žláze vyšších vertebratů.

Cori (4) ve své pečlivé práci o cevní soustavě Ammocoeta kreslí na obr. 9. rýžku nad jednotným kmenem truncu a také na dorsální straně pod aortou zobrazuje útvar, který jmenuji ve své práci rýhou epibranchialní; na obr. 8. nad thyreoideou kreslí obě rýžky laterální, oddělené úzkou hráz-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kou a na obr. 14. pak rýhu pseudobranchialní za velem. Útvary těmi se však v práci své, jiného obsahu, nezabývá podrobněji a zobrazuje je málo zvětšené. Promlouvaje o cévě truncus arteriosus připomíná, že jest obklíčena řasou epithelu střevního, která nese Schneidrem (46) popsanou rýhu, i praví o této pod čarou: »Das Verhältnis, wie es bei Ammocoetes bezüglich der Pseudo- und der Hypobranchialrinne und der Thyreoidea vorliegt, lässt sich schärfer dahin präzisieren, dass bei dieser Larve einerseits die alte von den Tunicaten und Amphioxus übernommene Kiemenschlundwimperrinne und andrerseits die Thyreoidea, welche auf dem Boden der genannten Rinne entstanden ist und den Chordaten erst von den Cyclostomen aufwärts zukommt, nebeneinander in Funktion stehen.« Zde nelze souhlasiti s výkladem, že thyreoidea vzniká na spodině hypobranchialní rýhy, jestliže Cori touto míní rýhu postthyreoidní, jak z citovaného místa možno souditi. Vzpomeňme mého obr. 8.*), kde thyreoidea dospěla ve svém vývoji již tak daleko, že jest rozdělena ve tři komory; v epithelu jícnovém nad ní — a ani daleko vzadu — není dosud stopy postthyreoidní hypobranchialní rýhy (obr. V., VII., 26.), nemohla tedy thyreoidea vzniknouti na spodině uvedené rýhy, tím méně, že založena jest již u stadií daleko mladších, než kterému obr. 8. odpovídá (obr. 1., I., 1*a*). Thyreoidea vzniká nezávisle na rýze postthyreoidní, vzniká jako samostatný proximální odstavec, který záhy nabývá jiných morfologických vlastností než endostyl rýhový. Thyreoidea a rýha vznikají za sebou, nikoliv ona na spodině této, jak souditi by se mohlo na základě pozorování starších exemplářů, u nichž oba orgány se již setkaly a v sebe přecházejí (obr. VI., VIII.). Cori, popisuje pak vznik carotis ventralis z žaberní veny druhého a třetího oblouku a průběh její, píše: »Letztere (carotis ventralis) wendet sich zunächst gegen die Mittellinie und verläuft dann nahe derselben in der dorsalen Furche, welche die beiden Hälften der Thyreoidea bilden, nach vorn. Dabei werden die beiden als Fortsetzung der Pseudobranchialrinnen gegen die Mündung der Thyreoidea hin verlaufenden Hypobranchialrinnen überkreuzt, so dass die Carotis der beiden

*) Srovnej též obr. II. a III.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Seiten bald nach ihrem Ursprung zwischen den erwähnten zwei Wimperrinnen angetroffen werden«. Jest zajisté nevhodno, párovité rýhy, které v celé své délce zcela odpovídají vířivým obloukům nižších forem, označovati jako rýhy hypobranchialní, třeba by v označeném místě probíhaly ve spodině žaberního traktu; hypobranchialní rýha jest ona mediani, nepárová, sáhající právě jen k rozchodu rýh »pseudobranchialních« či laterálních.

Čelné učebnice zoologie a srovnávací anatomie (14, 22, 34, 51, 52) zaujímají k otázce štítné žlázy celkem souhlasné stanovisko. Uznávají a tradují theorii Müllerovu, při čemž za hypobranchialní rýhu Ammocoeta považují jen onen proximální díl ventrálního orgánu, z něhož skutečná thyreoidea vzniká, o rýze postthyreoidní, která jest důležitou složkou vířivého ústroje, se nezmiňujíce. Tak na př. čteme v učebnici Wiedersheimově (52, pag. 486): »Aus den Arbeiten von A. Dohrn u. W. Müller erhellt unzweifelhaft die Homologie des »Endostyls« der Tunicaten und des Amphioxus mit der Schilddrüse des Ammocoetes und dadurch mit derjenigen aller Vertebraten.*) Wiedersheim mluví dále o »štítné žláze Tunicatů a Amphioxa«. Vzdor uznané homologii myslím, že orgán těchto dvou skupin není vhodno označovati jménem štítné žlázy, která jako orgán značně zrůzněný objevuje se až u Ammocoetů.

V učebnici Šimkevičově (51) nalézáme udání, že epibranchialní rýha *Amphioxa* objevuje se u obratlovců jako provisorní orgán — hypochorda, kteryžto výklad jest zajisté dosti těžko uznati za správný a který opírá se asi jen

*) Někteří autoři, jako právě zde vidíme, ztotožňují výsledky Dohrnovy a Müllerovy, což není správné. Dohrn při své theorii o původu thyreoidey ze žaberních štěrbin a obrácené řadě fylogenetické nejnižších chordátů představuje si vše jinak než Müller a jeho stoupenci; píšeť ve studii VIII.: »Und dann möge man bedenken, wie viel Wahrscheinlichkeit für die Behauptung bestehe, die Hypobranchialrinne, diese höchst spezialisierte Einrichtung des Tunicaten-Organismus, habe sich in dem Amphioxus fortgesetzt, sei bei Cyclostomen im Ammocoetes-Stadium noch vorhanden und werde in der Thyreoidea der höheren Tiere noch heute aufbewahrt!« Toto, co Dohrn pokládá za tak málo pravděpodobné, jest podstatou theorie Müllerovy, nelze tedy obě theorie považovati za totožné.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

o velikou snahu po stanovení homologií (hypochorda vyskytuje se i distálně za místem, ke kterému sáhá dorsální útvar, podobný rýze epibranchialní).

Maurer (34) konstatuje u všech obratlovců stejný způsob vývoje štítné žlázy z nepárového vychlípení ventrálního epithelu faryngového, které záhy po svém vzniku odškrtí se od místa svého původu. O otázce homologie vyslovuje se autor následovně: »Bei Amphioxus und Ammocoetes teilt sich der schlauchförmige Drüsenkörper gabelig und erhält seine offene Mündung in die Kopfdarmhöhle. Hierdurch ergiebt sich das Organ als mit der bei Tunicaten bestehenden Hypobranchialrinne homolog«. Argumentace tato jest zajisté slabá a málo jasná; není mimo jiné zřejmo, co jest míněno oním »der schlauchförmige Drüsenkörper« u *Amphioxa*. — V téže učebnici Hertwig-ově popisuje Göppert (17) — odvolávaje se na Hatscheka a Willey-ho — vznik hypobranchialní rýhy *Amphioxa* z páskovitého pruhu střevního epithelu, který se odlišuje ostře od svého okolí; otázka homologie zde řešena není. Uvedený pruh u *Amphioxa*, z něhož hypobranchialní rýha vzniká, možno snad srovnati s medianím ztluštěním ve faryngu Ammocoeta, které předchází rýhu postthyreoidní.

Správným jest stručný popis hotového stavu ventrálního orgánu Ammocoeta v knize Boasově (1). Autor, mluvě stručně o endostylu Tunicatů a *Amphioxa*, píše: „In diese Rinne mündet bei Ammocoetes eine ansehnliche unpaare drüsenartige Ausstülpung, die sich nachher von der Rinne abschnürt und beim erwachsenen Petromyzon ein geschlossenes Organ ist. Bei anderen Wirbeltieren fehlt die Rinne, die Drüse wird aber in ähnlicher Weise von der Mitte des Mundhöhlenbodens entwickelt . . . . .“ Touto rýhou míněna jest zajisté rýha postthyreoidní, její vývoj a poměr k štítné žláze však podán není, i mohlo by se z Boasova popisu souditi, že thyreoidea vzniká vychlípením dna rýhy. — U *Hyperotret* popsán byl vývoj thyreoidey, který připomíná více na poměry vyšších obratlovců než *Petromyzontů*. Stockard (50) srovnává vývoj u *Bdellostoma* s vývojem u Ammocoetů, jak ho podal Reese (43). Zobrazuje za sebou následující příčné řezy základem thyreoidey, který se jeví jako přívěsek ven-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

trální stěny různého tvaru; rýhy nějaké není viděti, kontura faryngu nad žlázou jest zcela normální. „It may finaly be remarked that the extreme difference in the mode of development of the thyroid in Petromyzon and Bdellostoma gives additional ground for the belief that the two divisions of the Marsipobranchs are widely distinct.“ Obrázkem, označeným *B*, znázorňuje Stockard řez v končině druhé štěrbiny, kde ventrální přívěsek obsahuje nepatrnou dutinu; základ na tomto obrázku (příčného řezu) nezdá se býti značně rozdílným od toho, co na mém obr. 1. jest vyobrazeno, spíše tedy další průběh vývoje jest jiný než u Ammocoeta. Dutina základu na obrázku Stockardově nekommunikuje s dutinou faryngovou. Poměry genese štítné žlázy označuje Stockard u Ammocoeta jako primitivnější oproti těmže u *Bdellostoma*.

Odchylnějším zdá se býti vývoj thyreoidey u *Myxine* dle zpráv Schaffera a Cole (45); zde objevuje se thyreoidea jako komplex váčků nad kmenem žaberních arterií. Váčky jsou ve skupinách po dvou až pěti, úplně uzavřeny a roztroušeny v pojivu. Jejich kubický neb prismatický epithel jest v jediné vrstvě a uvnitř váčků obsažen jest colloid. Původem jsou to asi deriváty štěrbin žaberních neb medianí stěny žaberního střeva. — U Ammocoeta Schaffer (57) popisuje správně pokračování význačného dorsálního obrvení až za žaberní partii roury zažívací; nemohl jsem však na svém materiálu zjistiti, že se ono obrvení mezi dvěma sousedními diafragmaty rozchází ve dva pruhy a že sestupuje ventrálně v podobě za sebou ležících význačných obrvených pásů (Schneider). Ani nějaké ostré rozhraní mezi dorsálním splynutím perifaryngealních oblouků a dorsálním obrveným orgánem vlastním nemohl jsem konstatovati. Připouštím, že pro podobné histologické detaily nebyl můj materiál zcela dostačitelným, ježto po několik roků byl v alkoholu uložen. — Na schematu Schaffer-ově jsou rýhy pseudobranchialní a rýha postthyreoidní (jak já tento útvar nazývám) nadobro od sebe separovány, což autor v další práci také podotýká. Neboť čteme (Schaffer [58]): „Caudal finden sie (die Pseudobranchialrinnen) ihre Fortsetzung, die aber nur scheinbar eine direkte ist, in der medianen, ventralen Wimperrinne . . . . .“ (viz můj textový

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

obr. VIII. a obr. 19. a jeho výklad.) Jinak opakuje autor svá udání dříve uvedená a vyslovuje se s hlediska histologického proti názorům Dohrnovým o významu rýh pseudobranchialních; tyto nejsou totiž orgány sui generis, nýbrž pouze téhož významu, jako ostatní vířivé pruhy v traktu žaberním.

Práce Gaskell-ova (56) jest příliš fantastická. Autor snaží se odvoditi vertebráty od členovců a srovnává dutiny thyreoidey Ammocoeta s pohlavními vývody u *Scorpio* a *Thelyphonus*, vyústění thyreoidey pak s operculem *Limula* (názory tyto zamítl Patten [59]). Schemata Gaskell-ova nejsou správna, ježto dle nich pseudobranchialní rýhy ústí do thyreoidey naprosto odloučeny od jejího ústí do faryngu, které zobrazuje jako širokou nálevku; na celkovém obrázku dna dutiny žaberní není patrna rýha za thyreoideou, nýbrž jen párovitá rýha pseudobranchialní před jejím ústím.

V literatuře mimo práce, které otázky homologie štítné žlázy neřeší, ač touto se zabývají, nalézáme i hlasy, které se vyslovují proti homologii štítné žlázy a rýhy hypobranchialní. Názory Liviniho (29, 30) byly již uvedeny; autor tento považuje prohlubinu v branchialní části zažívacího traktu za rýhu hypobranchialní, nikoli ale thyreoideu samu, která vzniká z medianího ztluštění na spodině této. Jiné zprávy pocházejí od Marcus-a a Goldschmidta, zabývají se však homologií spíše theoreticky než na základě vlastního srovnávacího studia. Harry Marcus (31) shledává u embryí *Hypogeophis* normální nepárové vychlípení nad srdcem jako základ thyreoidey, která pak roste jako dutý útvar dále na zad; úplně kompaktním tělesem není thyreoidea Gymnophionů nikdy, jako jest tomu u jiných Amphibií. U abnormálního embrya nalezl Marcus párovitý základ thyreoidey, který zobrazuje na obr. 14. a 15. »Dass es sich bei der beschriebenen Anomalie um eine primäre paarige Thyreoidea-Anlage handelt, kann keinem Zweifel unterliegen.« Hned v zápětí píše však autor, že mohl by se zjev tento vyložiti jako atavismus a využíti jako doklad pro Dohrnovu theorii o párovitém základu z žaberních štěrbin (?), a dokládá: »Ich halte es für wahrscheinlicher, dass hier ein Fall vorliegt, der in analoger Weise wie bei

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

der Spina bifida zu einer Verdoppelung eines primär unpaaren Organs führt.« Oba citáty není možno nikterak v soulad uvésti. — Dále uvažuje Marcus o theoriích homologie štítné žlázy, při čemž tane mu na mysli pouze tato, nikoliv rýha postthyreoidní Ammocoeta. Pro uznání homologie thyreoidey a hypobranchialní rýhy vyžaduje od oné dvě funkce: žlaznatou a motorickou: výhradně tuto poslední přičítají orgánu Renaut a Policard (44), o nichž již dříve byla zmínka učiněna, žlaznatou činnost popírají vůbec a prohlašují vše, co jí nasvědčuje, za důsledky špatné fixace. Ježto pak důvody Calberlovy (3) a Götteho (21) Marcus-ovi nedostačují k uznání thyreoidey jakožto žlázy, prohlašuje: »Wenn also die Doppelfunktion des Endostyls der Ammocoeten nicht besteht, so bleibt für die Homologie der Thyreoidea resp. Endostyl in der Chordatenreihe so gut wie nichts bestehen.« Dle výsledků Reese-ových (43) zdá se žlaznatá činnost thyreoidey Ammocoetů — alespoň u starších exemplářů — nepochybnou; útvary, které tento autor označuje za vyloučený sekret (»protuberance of secreted matter«) jsou znázorněny i na vyobrazeních Dohrnových (resp. Mayerových) a jsou zachovány i na mých praeparátech (*Petromyzon fluviatilis*). Spíše těžko jest uznati, že by brvy, které ve vertikálně postaveném krku thyreoidey jsou vyvinuty, přispívaly nějak k udržování proudu vodního v rýhovém systému koše žaberního; tato činnost připadá daleko spíše brvám v otevřené horizontální rýze hypobranchialní za thyreoideou, která přes tuto sáhá až k rýhám laterálním. Marcus (jemuž tato rýha nebyla známa) neuznává žlaznatý význam thyreoidey a prohlašuje fysiologickou funkci homologisovaného orgánu u Tunicatů, Amphioxa a Cyclostom za zcela různou. Opíraje se pak o údaje Goldschmidtovy o Acraniích (16), shledává i poměry topografické, morfologické i růstové zcela rozdílné. Goldschmidt (16) nalézá při vývoji *Amphioxa* endostyl nejprve v podobě útvaru, který nazývá »Flimmerdrüsenstreifen« a který náleží pravé straně stěny střevní; totéž platí i pro *Amphioxida*, u něhož uspořádání orgánu jest pochopitelné z postranní polohy úst a z differencování dorsální pars nutritoria roury zažívací. »Von einem derartigen Endostyl

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

können wir aber die Thyreoidea der Cyclostomen nur schlecht ableiten.... Auch bei den Tunicaten entsteht das Endostyl, als ein senkrecht stehender Drüsenstreifen, der erst nachträglich seine ventrale Lage erlangt und nach hinten wächst.« Ku správnému porovnání základů bylo by ovšem třeba praeparátů ale i bez nich možno si představiti, že existuje podobnost mezi oněmi »Flimmerdrüsenstreifen« a »Drüsenstreifen«, z nichž endostyl Acranií a Tunicatů povstává a mezi útvary, které předvádějí mé obr. 30., 31., a které jsou základem hypobranchialní postthyreoidní rýhy Ammocoeta; i to bylo by dokladem pro homologii endostylu forem nejnižších s touto rýhou, které v práci mé věnována jest větší pozornost než v pracích starších a které přisuzuji význam motoricky fungující distální části endostylu, jehož proximální část přizpůsobuje se poprvé u Ammocoetů nové funkci thyreoidey všech Craniotů. Ventrální orgán Ammocoetů jako celek nejvíce připomíná týž orgán Salp, u nichž dle zpráv v literatuře jeho odstavec proximální jest žlaznatý, kdežto distální, k oesofagu vedoucí, pouze obrvený a vířivý.

Řada prací, které zabývají se thyreoideou, jest nepřehledná. Přečetné z nich, zvláště ty, které jednají o štítné žláze ssavců, jsou — pokud mi byly přístupné — rázu spíše fysiologického a lékařského než onto- a fylogenetického. V této práci respektoval jsem dle možnosti a přístupnosti pouze ony, které řeší genesi thyreoidey Ammocoetů a zabývají se prvým základem tohoto orgánu u různých skupin vertebrátů a morfologií systému vířivých rýh branchialních.

V Praze, v únoru 1920.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Dodatek.

Před odevzdáním této práce do tisku připojuji předběžnou zprávu, že zabývám se právě studiem rýh v proximální části zažívací roury bezobratlých, a sice Oligochaetů (*Rhynchelmis limosella* Hoffmstr., *Tubifex rivulorum* Lm.), na které mne upozornil Prof. Dr. Vejdovský. Rýhy ty svou polohou i jinými znaky souhlasí s branchialními rýhami Chordátů a mohou míti význam fylogenetický. Podrobné výsledky mých pozorování v tomto směru budou záhy uveřejněny v další práci.

V Praze, v květnu 1921.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Literatura.

1. *Boas*, Lehrbuch der Zoologie, Jena, G. Fischer 1913.
2. *Born*, Über die Derivate d. embr. Schlundbogen und Schlundspalten bei Säugetieren. Arch. mikr. Anat. 22. Bd.
3. *Calberla*, Zur Entwicklungsgeschichte des Petromyzon. Berichte D. Naturforscher und Ärzte 50. Vers. München (ref. z různých autorů.)
4. *Cori, C. J.*, Das Blutgefässsystem des jungen Ammocoetes, Arbeiten d. zool. Inst. Wien 1906.
5. *Cuningham J. T.*, Dr. Dohrn's Inquiries into the Evolution of Organs in the Chordata, Quarterly Journ. of. Mikr. Sc. Vol. 27.
6. *Dohrn, A.*, Entstehung u. Differenzierung der Visceralbogen bei Petromyzon Planeri. Studien zur Urgeschichte des Wirbeltierkörpers. Mitteilungen a. d. zoolog. Station zu Neapel Bd. 5.
7. Die Thyreoidea bei Petromyzon, Amphioxus und Tunicaten, ibidem Bd 6. (VIII. Studie).
8. Spritzlochkieme der Selachier, Kiemendeckelkieme der Ganoiden, Pseudobranchie d. Teleostier, ibiden 1886—7 (XI. Studie).
9. Thyreoidea u. Hypobranchialrinne, Spritzlochsack und Pseudobranchie bei Fischen, Ammocoetes u. Tunicaten, ibidem Bd 7. (XII. St.).
10. Über Nerven und Gefässe bei Ammocoetes und Petromyzon Planeri, ibidem Bd. 8.
11. Entstehung u. Differenzierung des Zungenbein — u. Kieferapparates der Selachier, ibidem. Bd 6. (VII. Studie).
12. *Fischelis*, Ph., Beitrag zur Kenntnis der Glaudula thyreoidea und Glandula Thymus, Archiv f. mikr. Anat. Bd. XXV.
13. *Fol, A.*, Ueber die Schleimdrüse oder den Endostyl der Tunicaten, Morpholog. Jahrbuch Bd. 1.
14. *Gegenbaur, C.*, Grundriss d. vergleichenden Anatomie. Leipzig 1878.
15. Vergleichende Anatomie der Wirbeltiere mit Berücksichtigung der Wirbellosen. Leipzig 1901.
16. *Goldschmidt*, Amphioxides. Deutsche Tiefsee—Exped., Bd. 12.
17. *Göppert*, Die Entwickelung des Mundes u d. Mundhöhle mit Drüsen et c., Hertwigs Handbuch d. vergl. u. experim. Entwickelungslehre d. Wirbeltiere 1906.
18. *Götte A.*, Über die Entwicklung von Petromyzon fluviatilis. Zoolog. Anz. 1888.
19. Entwicklungsgeschichte des Flussneunauges (Petromyzon fluviatilis). Leipzig 1890.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

20. Über den Ursprung der Wirbeltiere. Verh. d. zoolog. Gesellsch. zu Strassburg 1895.
21. Über die Kiemen der Fische. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. 69.
22. *Grobben*, K., Lehrbuch der Zoologie. Marburg 1917.
23. *Julin Charles*, Des origines de l'aorte et des carotides chez les Poissons Cyclostomes. Anat. Anz. Bd. II.
24. Recherches sur l'appareil vasculaire et le système nerveux périphérique de l'Ammocoetes (Petromyzon Planeri) et c. Archives de Biologie, 1887, T. VII.
25. *Julin—Beneden*, Recherches sur la Morphologie des Tuniciers. Archives de Biologie T. VI.
26. *Kölliker*, Entwicklungsgeschichte d. Menschen u. d. höheren Tiere 1879.
27. *Kupffer*, C., Die Entwicklung von Petromyzon Planeri. Arch. mikr. Anat. Bd. 35.
28. Über die Entwicklung des Kiemenskelettes von Ammocoetes und die organogene Bestimmung des Exoderms. Verh. anat. Gesellsch. 9. Versamml.
29. *Livini, F.*, La doccia ipobranchiale negli embrioni di Pollo. Arch. italiano di Anat. e di Embriologia, 1903 Vol. II.
30. Organi dell sistema timotiroideo nella. Salamandrina perspicillata. Arch. italiano di Anat. e di Embriologia 1902. Vol. I.
31. *Marcus, H.*, Beiträge zur Kenntnis der Gymnophionen. I. Über das Schlundspaltengebiet. Arch. mikr. Anat. 1908. Bd. 71.
32. *Mauer, F.*, Schilddrüse und Thymus der Teleostier. Morph. Jahrb. Bd. 11.
33. Schilddrüse, Thymus und Kiemenreste der Amphibien. Morph. Jahrb. Bd. 13.
34. Die Entwicklung der Schilddrüse. Hertwigs Handbuch d. vergleichenden u. experim. Entwickelungslehre d. Wirbeltiere 1906.
35. *Meuron, P.*, Recherches sur le développement du Thymus et de la glande thyreoïde. Recueil zool. Suisse T. III.
36. *Müller, W.*, Über die Hypobranchialrinne der Tunicaten und deren Vorhandensein bei Amphioxus und den Cyclostomen. Jenaische Zeitschrift. Bd. 7.
37. Die Hypobranchialrinne der Tunicaten. Ibidem. Bd. 7.
38. Über die Entwicklung der Schilddrüse. Ibidem. Bd. 6. (ref. z různých autorů).
39. *Müller, Aug.*, Über die Entwicklung der Neunaugen. Arch. f. Anatomie v. Joh. Müller 1856.
40. *Nestler, K.*, Beiträge zur Anatomie und Entwicklungsgeschichte von Petromyzon Planeri. Zool. Anz. 1890. Bd. 13.
41. Beiträge zur Anatomie und Entwicklungsgeschichte von Petromyzon Planeri, Arch. f. Naturg. 1890 Bd. 56.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

42. *Norris, H. N.*, The origin of the so-called »ventraler Kiemenrest» and of the Corpus propericardiale of the Frog. Anat. Anz. Bd. 21. 1902.
43. *Reese*, Structure and development of the thyroid gland in Petromyzon. Proc. Acad. N. Sc. Philadelphia. Vol. 54. 1902.
44. *Renaut—Policard*, Etude histologique et cytologique sommaire de l'organ de l'Ammocoetes branchialis improprement nommé corps thyroide. C. R. Ass. Anat. 1905, 7. Réun. (ref. v Zool. Jahresbericht a Marcus [31]).
45. *Schaffer, J.*, Berichtigung, die Schilddrüse von Myxine betreffend. Anat. Anz. 1906. Bd. 28.
46. *Schneider, A.*, Beiträge zur vergleichenden Anatomie und Entwicklungsgeschichte der Wirbeltiere. Berlin 1879. (růz. ref.).
47. *Scott, W. B.*, Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Petromyzonten. Morph. Jahrbuch. Bd. 7.
48. *Shipley, Arthur E.*, On some points in the development of Petromyzon fluviatilis. Quart. Journ. of Micr Sc. Vol. 27.
49. *Stieda*, Untersuchungen über d. Entwicklung d. Gl. Thymus, Gl. thyreiodea etc. Leipzig 1881.
50. *Stockard, Ch. R.*, The Development of the Thyreoid Gland in Bdellostoma Stouti. Anat. Anz. 1906. Bd. 29.
51. *Šimkevič, V.*, Lehrbuch der vergleichenden Anatomie der Wirbeltiere 1910 (překlad Maier-Sukatschoff).
52. *Wiedersheim, R.*, Vergleichende Anatomie der Wirbeltiere. Jena 1909.
53. *Willey*, Amphioxus and the Ancestry of the Vertebrates. Macmillan Co. (ref. z Reese-a).
54. *Wölfler*, Über die Entwicklung und Bau der Schilddrüse. Berlin 1880.
55. *David, Marine*, The Metamorphosis of the Endostyle (Thyroid Gland) of Ammocoetes branchialis. Journ. of exper. med. Vol. 17. (Práce tato nebyla mi přístupnou).
56. *Gaskell, Walter H.*, On the Origin of Vertebrates, deduced from the Study of Ammocoetes. Journal of Anatomy and Physiology. London, Vol. 33, 1899.
57. *Schaffer*, Zur Kenntnis des histologischen und anatomischen Baues von Ammocoetes. Anat. Anz. Bd. X. 1895.
58. *Schaffer*, Über das Epithel des Kiemendarms von Ammocoetes et c. Arch f. mikr. Anat. Bd. 45. 1895.
59. *Patten*, Gaskell's Theory of the Origin of Vertebrates from Crustacean Ancestors. Amer. Natural. Vol. 33. (ref. ze Zoolog. Jahresbericht).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Výklad tabulek.

(Všecky obrázky Ammocoeta vztahují se k Ammocoetům od *Petromyzon fluviatilis*).

Obr. 1. — Sagittální řez stadiem Ammocoeta sotva 5 mm dlouhým. Ventrálně od faryngu leží skoro plný základ thyreoidey, lumen jest úzké a klikaté. Vše dosud hojně žloutkem prostoupeno. Obj. Reichert 4 *b*, ok. 2. (Délka výtahu asi 30 cm).

Obr. 1a. — Příčný řez proximálním koncem základu thyreoidey stadia málo přes 4 mm dlouhého; široká přepážka odděluje srpkovitá lumina žlázy; po stranách větve truncu; do faryngu trčí základ hrázky. Vše dosud žloutkem vyplněno. Reichert obj. 5, ok. 2.

Obr. 2. — Příčný řez stadiem 5·8 dlouhým v končině vaků sluchových. V dutině faryngu vyčnívá dole uprostřed střední hrázka, po jejích stranách tvoří epithel mohutné lamelly. Obj. Reichert 4 *b*. ok. 4, délka tubu 175 mm.

Obr. 3. — Totéž stadium, sedmý řez za předešlým (tloušťka řezů 8 μ). Proximální konec thyreoidey úplně přepažené, nad přepážkou hrázka a po její stranách branchialní rýhy. Chrupavčité oblouky po stranách faryngu. Totéž zvětšení jako na obr. 2.

Obr. 4. — Totéž stadium, desátý řez distální za předešlým. Tvar střední hrázky i rýh poněkud jiný než na obr. 3. Nad thyreoideou profaty větve truncu arteriosu. Totéž zvětšení

Obr. 5. — Totéž stadium, třetí řez dále na zad. Hrázka má tvar ostří, rýhy míří poněkud laterálně. Na levé straně obr· odbočuje z truncu céva do základu žábry. Totéž zvětšení.

Obr. 6. — Totéž stadium — nejbližší další řez. Vyústění kanálu thyreoidey do faryngu v podobě široké rýhy, v niž přešly rýhy branchiální, hrázka neexistuje více. Totéž zvětšení.

Obr. 7. — Sagittální řez Ammocoetem 5 mm dlouhým. Článkovitá thyreoidea, k jejímuž zadnímu nosu dosahuje nepárový truncus arteriosus; šikmý vývod thyreoidey; distálně přechází žaberní část střeva v úzký oesofagus; nad ním aorta descendens; v ústech profat věnec tykadlový; nad horním pyskem tangenciálně zasažené vchlípení hypofysy. Obj. 3, ok. 2 Leitz.

Obr. 8. — Stadium sotva 5 mm dlouhé. Řez thyreoideou za její vývodem, střední příčka není již úplná, epithel faryngu nad thyreoideou jest stejnoměrně tlustý.

Obr. 9. — Příčný řez základem thyreoidey téhož stadia, jaké vyobrazeno na 1. *a*. Distálnější část; vidlicovité lumen ústí do faryngu, všecka pletiva obsahují množství žloutku. Reichert obj. 5, ok. 2.

Obr. 10. — Příčný řez Ammocoetem v končině přechodu faryngu v oesofagus; dole jest profat válcovitý truncus arteriosus,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vysoko nad ním zúžený traktus zažívací s pokračováním epibranchialní rýhy v dorsálnl stěně. Reichert obj. 4 *b*, ok. 2, délka tubu 170 mm.

Obr. 11. — Ammocoetes 7 mm dlouhý; řez distální částí vela, opřeného o střední hrázku (poněkud deformovanou); po stranách nad velem ventrální laterální rýhy, nad těmito průseky žaber. Dorsální laterální rýhy jsou sblíženy na strop žaberní dutiny pod aortu. Leitz obj 3, ok. 2.

Obr. 12. — Táž serie, čtrnáctý řez za předcházejícím. — Ventrální rýhy leží po stranách střední hrázky, nad nimi trčí do nitra faryngu ústní smyslové orgány. Dorsální val jest těsně sevřen žábrami, z nichž krev s obou stran vlévá se do aorty. Reichert obj. IV. *b*. ok. 4.

Obr. 13. — Táž serie, devátý řez za předcházejícím. Proťat jest počátek thyreoidey, úplně přepažené. Nad ní ve spodině jícnu rýhy ventrální, nahoře pod aortou obrvený dorsální val. Leitz obj. 3, ok. 2.

Obr. 14. — Táž serie, řez v končině vyústění thyreoidey. Ve vyvýšené spodině faryngu jest viděti vývod podoby obráceného písmene *T*. Po stranách, nad žlaznatými komplexy probíhá truncus arteriosus. Septum žlázy dosud jest úplné. Reichert obj. 6 *b*, ok, 1.

Obr. 15. — Táž serie, druhý řez za předešlým. Střední komora žlázy ústí direktně do jícnu, laterální komory do konců horizontální příčky útvaru, na obr. 14. zobrazeného. Septum žlázy neúplné; nad vývodem laterálních komor vena čtvrtého žaberního oblouku, z níž na druhém řezu dále na zad béře původ arteria thyreoidea. Totéž zvětšení jako obr. 14.

Obr. 16. — Ammocoetes 10 mm dlouhý. Řez v končině vaků sluchových. Hrot vela míří do středu vzdálenosti mezi dorsální a ventrální laterální rýhou (pátý řez (7μ) za ohybem této rýhy). Reichert obj. 4 *b*, ok. 2.

Obr. 17. — Táž serie; řez, kde sblížily se laterální rýhy ve středu nad thyreoideou. V dorsální stěně faryngu pod aortou podélný obrvený kýl. Leitz obj. 3, ok. 2.

Obr. 18. — Táž serie, řez distální částí thyreoidey. Ve zdvižené spodině faryngu leží hypobranchialní rýha, mezi ní a žlaznatou částí thyreoidey jest proťat dutý, zavinutý distální nos thyreoidey, nahoře pod aortou v dorsálním valu probíhá rýha epibranchialní. Při laterálních stěnách tangentiálně proťaté žábry. Leitz obj. 3, ok. 2.

Obr. 19. — Horizontální řez Ammocoetem (délka 7 mm) v niveau hypobranchialní rýhy; tato běží uprostřed mezi žábrami a přechází v předu *nepřerušeně* v obě rýhy laterální, které —

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na jiných řezech — pokračují v postranních stěnách až na dorsální stěnu faryngu pod aortu. Reichert obj. 4 *b*, ok. 2.

Obr. 20. — Sagittální řez Ammocoetem (délka 8 mm). V ústech proťat věnec tykadel, za nimi velum; na štítné žláze jest patrný distální, nahoru zavinutý kýl. Jícen přechází v úzký oesofagus, nad ním leží proťaté kanálky exkreční, pod ním srdce; pod epithelem faryngu až těsně k distálnímu konci thyreoidey probíhá nepárový truncus arteriosus, naplněný krvinkami. Reichert obj. 2, ok. 2.

Obr. 21. — Příčný řez embryem žraloka (*Scyllium canicula*) 4 mm dlouhým. Hluboké ventrální vychlípení entodermu jakožto základ štítné žlázy. Leitz obj. 3, ok. 3,

Obr. 22. — Příčný řez larvou *Bufo* sp. tři dny starou; hluboká rýha hypobranchialní ve spodině entodermu; na dalších řezech jest jako vak úplně oddělena. Leitz obj. 3, ok. 1.

Obr. 23. — Příčný řez embryem pstruha (*Salmo fario*) 34. dne po oplození. Ventrální lamella entodermová tvoří plný základ thyreoidey nad základem srdce; ani roura zažívací nemá lumen. Leitz obj. 5, ok. 1.

Obr. 24. — Příčný řez hypobranchialní rýhou Ammocoeta (délka něco přes 5 mm); rýha dotýká se svou spodinou dorsální stěny truncu, epithel její jest proti ostatnímu epithelu poněkud ztluštěn. Zeiss apochromat 1·5 mm komp. ok. 6.

Obr. 25. — Hypobranchialní rýha stadia přes 7 mm délky; brvy shloučeny jsou ve skupinách a pokrývají i postranní stěny rýhy. Zeiss apochr. 1·5 mm, komp, ok. 6.

Obr. 26. — Hypobranchialní rýha Ammocoeta 1 cm dlouhého; husté obrvení vnitřních stěn rýhy; Zeiss apochromat 1·5 mm, ok. 1.

Obr. 27. — Řez dorsálním obrveným epithelem Ammocoeta (7 mm délky). Těsně nad epithelem probíhá aorta, která přijímá s obou stran cévy žaberní. V epithelu zařazena jest lahvicovitá žlázka, Reichert obj. 6 *b*, komp. ok. 6.

Obr. 28. — Průřez dorsálního obrveného ústroje stadia 8 mm délky; husté obrvení ve středu orgánu. Zeiss apochromat 1·5 mm, ok. 1.

Obr. 29. — Průřez dorsálního obrveného valu stadia 1 cm dlouhého. V obrveném lemu střídají se partie tmavší a světlejší, plasma vysokých buněk jest nápadně zrnitá. Zeiss apochromat 1·5 mm, ok. 1.

Obr. 30 a 31. — Příčné řezy základem hypobranchialní rýhy u exemplářů asi 5 mm dlouhých; některé buňky ztluštění jeví žlaznatou činnost. Zeiss apochromat 1·5 mm, komp. ok. 6.

Obr. 32. — Příčný řez dorsálním vířivým orgánem Ammocoeta délky 7 mm; mezi buňkami epithelu viděti jest baňkovitou žlaznatou buňku. Zeiss apochromat 1·5 mm, komp. ok. 6

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Sur les gouttières branchiales et le corps thyroïde des Cyclostomes.

Résumé.

Dans l'intestin branchial de l'Ammocoetes on trouve un organe cilié composé de la partie dorsale, des raies latérales (Pseudobranchialrinne Dohrn) et de la partie ventrale. Le tout, comme l'homologon de l'appareil cilié des Chordates les plus bas, caractérise les Ammocoetes — en dehors d'autres caractères — comme les Craniota les plus bas. La partie ventrale chez l'Ammocoetes est combinée de deux composants, du corps thyroïde et de la véritable gouttière postthyréoïde, qui — au point de vue du temps et du lieu — se développent d'une façon différente. On ne peut regarder le corps thyroïde lui même comme une complète raie hypobranchiale, on ne peut pas non plus lui contester la valeur de la gouttière hypobranchiale; il est la partie proximale et spécialement différenciée de l'appareil hypobranchial. Car il se forme comme un sac profond (fig. 9) au fond de l'espace branchial, et des raies latérales s'anastomosent dans les parties dorsales de ses lobes latéraux (fig. 14, 15). A l'époque, où la transformation de cette partie proximale dans l'organe glandeux était déjà bien avancée, le fond du pharynx derière l'ouverture du corps thyroïde n'a absolument pas changé (fig. 8). Peu après, il apparaît l'inspissation de l'épithèle dans la ligne médiane (fig. IV.) derière le corps thyroïde, et, plus tard et dans le même endroit, une invagination peu profonde comme le commencement de la gouttière postthyréoide (fig. V).

Celle ci avance dans la direction proximale jusqu'à ce qu'elle aboutisse à l'ouverture du c. thyroïde. Cependant elle ne s'arrête pas là, mais elle traverse l'ouverture du c. thyroïde, comme il est démontré par l'inspissation de l'épithèle de la gouttière et par celle de l'épithèle de l'ouverture du c. thyroïde (fig. VI, VIII *d*, *e*, *f*). Ainsi elle manifeste la tendance d'atteindre aux gouttières latérales, avec lesquelles elle finit par former un tout cilié et continu (fig. 19). Le c. thyroïde, qui s'est adapté aux fonctions nouvelles, se trouve éliminé en quelque sorte du système cilié (à la fois par sa position profonde et par la séparation presque totale d'avec l'intestin branchial). — Dans ce système il fonctionne, comme la partie

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ventrale et motrice, la gouttière postthyréoïde, qui reste ouverte vers l'intestin branchial et qui est garnie de cils. Elle a gardé le caractère à la fois morphologique et physiologique de la gouttière hypobranchiale (fig. 24, 26).

Ainsi en son entier, l'organe ventral de l'Ammocoetes ressemble au même organe des Salpae, où l'extrémité de l'endostyle glandeux continue en gouttière retropharyngeale et ciliée qui s'étend vers l'oesophage. Le fait que la gouttière postthyréoïde de l'Ammocoetes se forme plus tard que le corps thyroïde, s'explique peut être par la présence du vitellus nutritivus qui rend difficile l'incurvation des couches celluleuses. J'ai trouvé le corps thyroïde déjà préformé dans le matériel celluleux de l'embryon (fig. 1).

Les gouttières ciliées laterales (fig. 3, 4, 11, 13, 16) joignant la partie ventrale à la partie dorsale ne correspondent pas avec les fentes branchiales et elles se forment comme une simple invagination de l'épithèle correspondente. C'est pourquoi je les appelle seulement les gouttières latérales ou peripharyngeales d'après leur position.

Les gouttières latérales facilitent la communication ininterrompue de la gouttière postthyréoïde avec l'organe dorsal (fig. 11, 29) cilié qui est convexe et c'est seulement dans les lieux de l'insertion des branchies qu'il apparaît comme l'organe concave. Tandisque la gouttière ventrale n'atteint pas jusqu'à l'extrémité de la partie branchiale, cet appareil cilié (dorsal) aboutit au tube digestif derrière la partie branchiale (fig. 10).

La formation du corps thyroïde des vertébrés supérieurs est précédée toujours par la gouttière hypobranchiale (fig. 21, 22) dont ou parfois à la base de laquelle et de ses matériaux le corps thyroïde prend son origine. Chez les Teleostei (fig. 23) ce fondement est massif à l'origine aussi bien que les fondements d'autres organes de ses vertébrés (l'intestin branchial, l'organe de l'ouïe, le système nerveux, le cristallin).

Je m'occupe de l'étude du pharynx chez les Oligochaeta, où, spécialement chez *Rhynchelmis limosella*, il existe dans la paroi ventrale une gouttière profonde qui, par ses caractères morphologiques, ressemble tout à fait à la gouttière hypobranchiale des Chordata.

Prague, juin 1921.

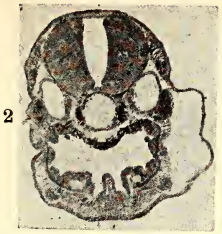
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

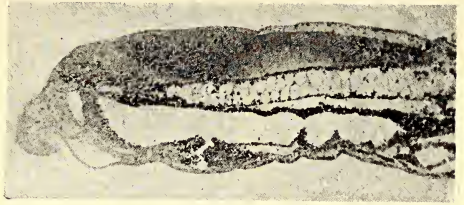
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

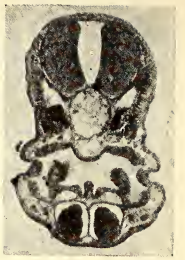
Branchialní rýhy a štítná žláza ryb kruhoústých.

(Obrázky při reprodukci značně zmenšeny.)


2

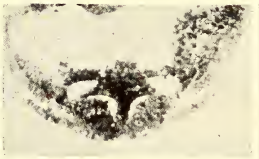

1

3

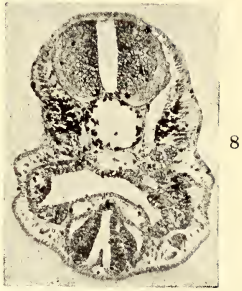

4

5

7


1a

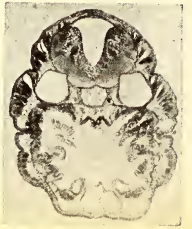
6


8

10

19

16


11

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

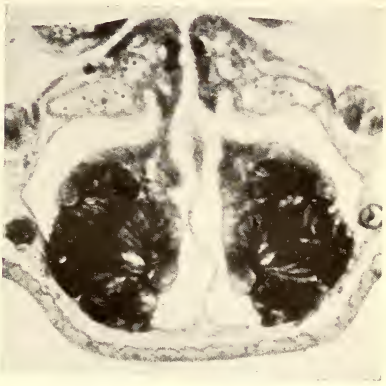
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

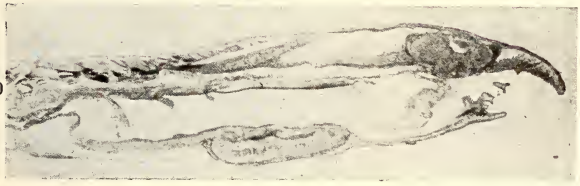
Branchialní rýhy a štítná žláza ryb kruhoústých.

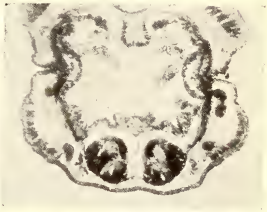
14

15



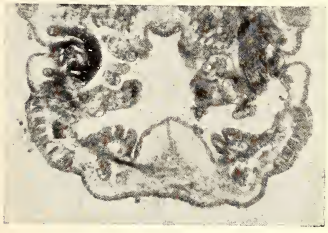
20



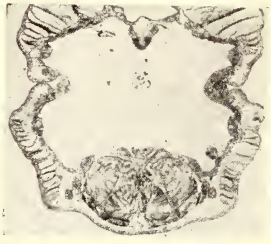


13

12

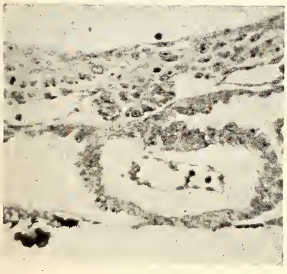


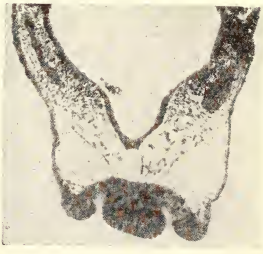
21



17

23





22

18

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

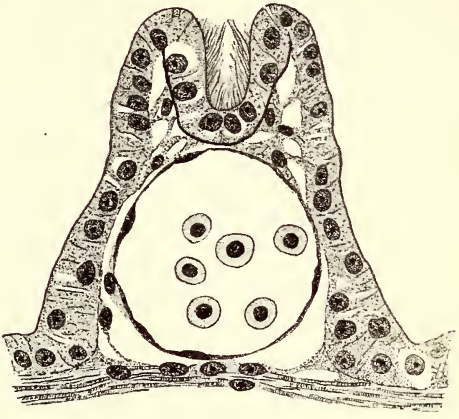
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Branchialní rýhy a štítná žláza ryb kruhoústých.

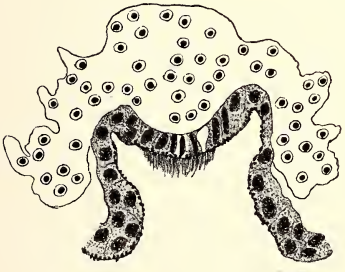
29

25

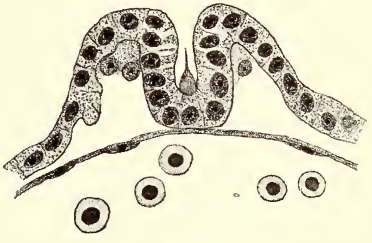
28



26



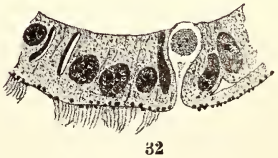
27



24

30

31



32

J. Wenig del.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

DR. ED. GRÉGR A SYN, KNIHTISKÁRNA V PRAZE.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

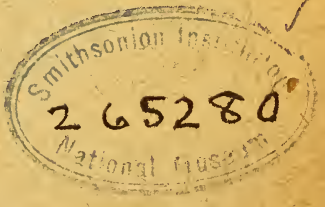
VĚSTNÍK
KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK

TŘÍDA
MATEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

1921-1922

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHÊME

CLASSE DES SCIENCES.



© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VĚSTNÍK KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK

TŘÍDA
MATEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

ROČNÍK 1921-1922.

V PRAZE 1923.
NÁKLADEM KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK.
V KOMISI U FRANTIŠKA ŘIVNÁČE.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHÊME

CLASSE DES SCIENCES.

ANNÉE 1921-1922.

PRAGUE 1923.
PUBLIÉ PAR LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE BOHÊME.
LIBRAIRIE F. ŘIVNÁČ.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Přednášky konané roku 1922 ve schůzích třídy matematicko-přírodovědecké.

Dne 9. února. **K. Rychlík:** O funkci Bolzanově.
Dne 16. června. **M. Kessler:** O funkci theta se zřetelem k Borelově pokračování.
Dne 21. června. **Em. Schönbaum:** Příspěvek k mathematice sociálního pojišťování.
Dne 22. listopadu. **Julius Komárek:** O polyedrické nemoci mnišky.
K. Schäferna: Amphipoda balcanica.

OBSAH.

M. Jašek: Aus dem handschriftlichen Nachlass B. Bolzanos I.
Karel Domin. New additions to the Flora of Western Australia II.
R. Sokol: O původu našich tarasů diluviálních . . . . III.
K. Rychlík: Über eine Funktion aus Bolzanos handschriftlichem Nachlasse . . . . . IV.
A. Grünwald: Merkwürdige Punkte auf Wurfbahnen . . V.
J. Velenovský: Arabské rostliny z poslední cesty Musilovy r. 1915 . . . . . VI.
Miloš Kössler: Příspěvek k theorii Borelova pokračování funkcí . . . . . VII.

J. Hahn: Morfologie vajíčka indické pakobylky . . . . . VIII.

J. Hahn: Dvojčatné vajíčko pakobylky Carausius morosus IX.
Eduard Čech: Les conditions d'intégrabilité de la théorie projective des surfaces . . . . . X.
R. Sokol: O zlomech . . . . . XI.
Karel Schäferna: Amphipoda balcanica . . . . . XII.
R. Sokol: O původu našich cihl. hlin diluviálních . . . . . XIII.
Q. Vetter: Egyptské dělení . . . . . XIV.
Václav Brendl a Julius Komárek: Zur Aetiologie der Wipfelkrankheit (Polyedrie) der Nonne (Lymantria monacha) XV.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Conférences faites en 1922 dans les séances de la classe des Sciences.

Le 9. février. **K. Rychlík**: Sur une fonction de Bolzano.
Le 16. juin. **M. Kössler:** La fonction théta et le prolongement de Borel.
Le 21 juin. **Em. Schönbaum:** Sur la théorie mathématique de l'assurance sociale.
Le 22. Novembre. **Jul. Komárek:** Sur la maladie polyédrique de Lymantria monacha.
K. Schäferna: Amphipoda balcanica.

TABLE DES MATIÈRES.

M. Jašek: Sur un mamuscrit de B Bolzano . . . . . I.
K. Domin: New additions to the Flora of Western Australia II.
R. Sokol: Sur l'origine de nos terrasses diluviennes . . . . III.
K. Rychlík: Sur une fonction contenue dans un manuscrit inédit de Bolzano . . . . . IV.
A. Grünwald: Les points remarquables des paraboles . . V.
J. Velenovský: Plantae arabicae ex ultimo itinere A. Musili a. 1915 . . . . . VI.
M. Kössler: A remark on the Borels theory of monogeneous functions . . . . . VII.
Jar. Hahn: Sur la morphologie de l'oeuf du Dixippus (Carausius) morosus Br. et Redt . . . . . VIII.
Jar. Hahn: Sur un cas singulier de l'oeuf du Carausius morosus . . . . . IX.
Ed Čech: Les conditions d'intégrabilité de la théorie projective des surfaces . . . . . X.
R. Sokol: Les failles . . . . . XI.
K. Schäferna: Amphipoda balcanica . . . . . XII.
R Sokol: De l'origine de nos terres à briques diluviennes . XIII.
Q. Vetter: La division égyptienne . . . . . XIV.
V. Breindl - Jul. Komárek: The polyhedral disease of the nun moth . . . . . XV.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

I.

Aus dem handschriftlichen Nachlass Bernard Bolzanos.

Das erste, historisch nachweisbare Beispiel einer stetigen nirgends differenzierbaren Funktion.

Enthalten in dem Manuskripte Bolzanos »Functionenlehre« (Nationalbibliotek in Wien).

Von Prof. Dr. **M. Jašek** in Pilsen.

Vorgelegt in der Sitzung am 16. Dezember 1921.

> . . . Man sollte Bolzano studieren, nicht nur seine »Paradoxien des Unendlichen« oder »Die drei Probleme«. . . . Wenn sich doch ein Mathematiker und ein Verleger für die umfangreichen Manuskripte fände, die die Wiener Akademie der Wissenschaften aufbewahrt! . . .
>
> *A. Korselt*, Jahresber. d. d. Mathemat.-Ver. XIV. S. 380.

1. Diesen Appell A. Korselt's hatte ich im Sinne, als ich — gegen Ende der Kriegszeit — daran ging, dem handschriftlichen Nachlass Bernard Bolzanos nachzuforschen, ihn zu sichten und gebührend zu bewerten.

Eigentlich auch noch etwas mehr:

da ich nämlich schon damals meine bestimmten Gründe hatte, nicht mit der üblichen, auf den Bericht von O. Stolz[1]) sich stützenden Auffassung und Erklärung seines Satzes von der sog. oberen Grenze übereinzustimmen, vermutete ich weitere Belege für diese meine Ansicht zu finden.

Die Ergebnisse, zu welchen ich tatsächlich gelangte, konnte ich allerdings nicht ahnen:

denn fast alle Sätze (Begriffe und Beweismethoden), zu welchen erst die siebziger und achtziger Jahre des

[1]) B. Bolzanos Bedeutung in der Gesch. der Infinitesimalv., M. An. XVIII., S. 225.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vorigen Jahrh. gelangten und die man heutzutage an die Namen eines Heine, Hankel, Du Bois-Reymond, Weierstrass u. s. w. knüpft — kurz »eine erstaunlich weit der Zeit vorauseilende Erkenntnis der wahren Grundlagen der Funktionenlehre« (um mich eines Ausdruckes aus dem freundl. Schreiben des H. Prof. Alfred Pringsheim zu bedienen), finde ich in seiner Handschrift, gleichfalls »Functionenlehre« betitelt, über welche ich unten eine kurze vorläufige Mitteilung der mathematischen Öffentlichkeit vorzulegen mich entschlossen habe.

Mein ausführlicher Bericht darüber, welchen ich vorbereite und in seinen Grundzügen bereits fertig gestellt habe, soll den Beweis für die obige Behauptung erbringen.

Hier sei inzwischen bloss ein Ausschnitt dargestellt, welcher — sozusagen streiflichtartig — einen Ausblick auf das hohe Niveau des in Rede stehenden mathematischen Werkes Bolzanos eröffnen soll.

Und in der Tat: der interessante und gewiss auch wichtige Gegenstand, welchen ich hier — über Anregung meines hochgeschätzen Lehrers, des Herrn Universitäts-Professor Dr. Karel Petr in Prag — aus der erwähnten Handschrift dazu wähle, wird hoffentlich das erfüllen, was ich mir davon verspreche, nämlich: dass er die verdiente Aufmerksamkeit der mathematischen Welt auf jene Gedankenschätze lenke, welche in diesem handschriftlichen Material so geraume Zeit vergraben lagen. Denn das Problem, welches erst dem Genius eines Weierstrass vorbehalten schien und dessen Lösung Du Bois-Reymond »eines der ergreifendsten Ereignisse der neueren Mathematik« nennt, erscheint hier — mehr als drei Jahrzehnte vorher — im Wesentlichen, ja beinahe vollständig bereits gelöst.

Doch um mich nicht in allgemeinen Redensarten zu verlieren und die Vorrede nicht allzusehr in die Länge zu ziehen, gehe ich zum eigentlichen Berichte über.[2])

[2]) Über den handschriftlichen Nachlass Bolzanos werde ich in meiner oben erwähnten Abhandlung ausführlicher referieren. Hier sei inzwischen in kurzen Umrissen nur Folgendes angeführt:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

2. Den Gegenstand, für welchen wir uns hier interessieren wollen, führt Bolzano zunächst in folgenden Sätzen vor:

a) Die Existenz einer Ableitung — sei es von links oder rechts — setzt die Stetigkeit der Funktion von der gleichen Seite voraus.

[Wörtlich, Bog. 17, S. 6: »Wenn eine Function Fx für den bestimmten Werth in Hinsicht auf einen gewissen positiven oder negativen Zuwachs eine abgeleitete hat:

---

a) Schon der Herausgeber der »Paradoxien« Fr. Příhonský erwähnt, dass die Schriften Bolzanos, »soweit sie ans Licht getreten sind,« gewissermassen nur als »Proben grösserer mathematischer Studien«, die handschriftlich in dessen Nachlasse aufbewahrt werden, anzusehen seien. (Dr. Fr. Příhonský, »Drei philosophische Abhandlungen... Aus Dr. B. Bolzanos Nachlasse«, Leipzig 1851, p. 129.)

In der Tat machte auch kurz nach seinem Tode sein ergebener Schüler Josef Michael Fesl — gleichfalls Priester und von einem ähnlichen Geschick verfolgt wie sein Lehrer — eifrige und aufopfernde Versuche, den Nachlass Bolzanos, dessen Wert er eher ahnte als er ihn abzuschätzen imstande war, zu sammeln und dem Drucke zu übergeben. Ein beredtes und zum Teil auch ergreifendes Zeugnis von dieser seiner Tätigkeit geben einzelne Teile seines eigenen Nachlasses (sowie auch jenes von Bolzano) in der Bibl. des böhm. Landesmuseums in Prag. Er erreichte jedoch nur, dass der Nachlass nicht spurlos verschwand. Ein Teil desselben wird jetzt in der Bibliothek des böhmischen Landesmuseums (Nationalmuseums) in Prag, der zweite — wissenschaftlich weit bedeutendere Teil in der National-(früher Hof-)Bibliothek in Wien aufbewahrt, welcher er seinerzeit von der Akademie der Wissenschaften übergeben wurde.

Auch später noch wurden Versuche gemacht, den Inhalt dieser Dokumente der Öffentlichkeit zugänglich zu machen. So plante die Philosophische Gesellschaft an der Universität in Wien bereits vor 20 Jahren diese Manuskripte zu veröffentlichen und in demselben Sinne appellierte auch A. Korselt i. J. 1905 an die Vereinigung der deutschen Mathematiker. (S. das Motto.) Leider kam es in keinem dieser Fälle zur Verwirklichung des Gedankens.

b) Der Nachlass ist an beiden angeführten Orten ausserge-wöhnlich gross, obwohl an Wert verschieden: wichtige Handschriften neben bedeutungslosen Papieren, Bruchstücke verschiedener Arbeiten, Konzepte aus verschiedenen Zeiten, vereinzelte Blätter u. s. w. — alles durcheinander und mit anderweitigen Schriftstücken vermischt: das ist ungefähr das Bild dessen, was sich von

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

so muß sie für eben diesen Werth von x und hinsichtlich auf denselben Zuwachs auch stetig seyn.«[3])]

b) Die Stetigkeit der Funktion für sich allein verbürgt dagegen die Existenz der Ableitung nicht hinreichend.

[Wörtlich, Bog. 17, S. 6: »Nicht aber umgekehrt folgt aus der Stetigkeit einer Function für einen

---

Bolzano erhalten hat. Der ganze Nachlass wird nämlich bis auf den heutigen Tag so aufbewahrt, wie er seinerseit zusammengekommen ist. Die Zahl der Blätter geht in die Tausende.

c) Deshalb ist es inzwischen unmöglich, ein genaueres Bild vom Ganzen zu geben; die Nachrichten darüber, die hie und da in die Literatur gedrungen waren, sind fast vollständig wertlos.

[Ich meine z. B. den Bericht Zeithammers — (O. Stelzer, B. Bolzano a Řehoř Zeithammer, Č. Mysl XII. p. 387) — der nicht im geringsten den Inhalt dieser Blätter erschöpft. In der Tat fordert ihr blosses Ordnen noch viel Zeit und Arbeit und setzt auch manche Vorkenntnisse voraus: nämlich die Kenntnis der gedruckten Schriften Bolzanos, der Literatur über ihn, seiner Korrespondenz und seines Lebens überhaupt, vor allem aber: die Kenntnis seiner eigentümlichen Schreibweise; denn selbst Příhonský, der mit Bolzano im »täglichen Verkehr« stand und seine Abkürzungen kannte (in denen immer seine ersten Aufzeichnungen geschrieben sind), fand die Handschrift der »Paradoxien« nicht immer lesbar. Für die Bereitwilligkeit, mit welcher mir in der ersten Zeit Herr Dr. V. Řezníček, Direktorstellvertreter in der Bibliothek des böhm. Nationalmuseums in Prag, später Herr Dr. O. Stelzer, Bibliothekar in Pilsen, beim Durchlesen einiger Handschriften behilflich waren, spreche ich hier meinen Dank aus.]

d) Was die Handschrift »Functionenlehre« betrifft, erhielt sie sich in zwei Exemplaren, von denen das eine das Original ist, von Bolzano selbst geschrieben (85 Blätter), das zweite eine Abschrift, von Bolzano durchgesehen und eigenhändig verbessert. Nach dieser »zweiten Ausgabe«, die gefällig geschrieben ist und mit der ersten übereinstimmt (bis auf kleinere Fehler des Kopisten, die auch Bolzano bei der Korrektur übersah), zitiere ich unten. Leider ist die Handschrift weder paginiert, noch sind die §§ numeriert. Ich gebe deshalb jedesmal die Nummer des Bogens an und in diesem die betreffende Seite (1—8).

[3]) In den wörtlichen Zitaten bewahre ich genau die ursprüngliche Schreibweise des in der damals üblichen Fraktura geschriebenen Originals.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

bestimmten Werth ihrer Veränderlichen und hinsichtlich auf ein gewisses Vorzeichen, daß sie auch eine abgeleitete in dieser Beziehung habe.«]

3. Indem ich bei diesen Sätzen für einen Augenblick verweile, tue ich es nicht deshalb um — etwa im Anschlusse an die Bemerkungen der Encyklopädie[4]) — das zu betonen, dass der Begriff der einseitigen Ableitung Bolzano nicht unbekannt ist, sondern um zu zeigen, dass die beiden angeführten Sätze eigentlich schon in der Bolzanoschen Definition der Ableitung enthalten sind.

Es hiesse ohnehin der Eigentümlichkeit der Bolzanoschen Behandlungsart des Gegenstandes nicht gerecht werden, wollten wir nicht zuvor seine originelle Art und Weise anführen, in welcher er am Anfange des 2. Abschnittes der Handschrift in den Begriff der Ableitung überhaupt einführt.[5])

Wir lesen nämlich Bog. 16, S. 1:

[Wörtlich: »Uibergang«. »Wir hatten uns in diesem Hauptstücke vorgesetzt, das eigenthümliche Verhalten kennen zu lernen, das eine abhängige Zahl ... an den Tag legt, wenn die Veränderliche ... verschiedene Werthe annimmt. Bisher sind wir aber nur dabey stehen geblieben, zu beobachten, ob der Unterschied, den die abhängige Zahl erfährt, in das Unendliche abnehme, sofern der Unterschied ihrer Veränderlichen in das Unendliche vermindert wird ... Es ist aber leicht zu erachten, daß sich noch viele andere Eigenthümlichkeiten zu erkennen geben werden, wenn wir je zwey Unterschiede auf eine noch genauere Art mit einander vergleichen — nahmentlich:

[4]) II A 2 (A. Voss, Differential- und Integralrechnung), S. 61.

[5]) Es wird darin zugleich teilweise auch der Inhalt der vorangehenden Teile angedeutet.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

wenn wir den Einen durch den andern dividieren und auf die Beschaffenheit des ... Quotienten achten.

Denn während die Summe, die Differenz und das Product zweyer Zahlen, die beyde in das Unendliche abnehmen, abermahls nur eine Zahl, die in das Unendliche abnimmt, erzeugen, hat der Quotient zweyer solchen Zahlen das Eigene, daß er die manigfaltigsten Werthe erreichen kann.

Ein solcher Quotient kann nämlich unter gewissen Umständen eine beständige Zahl ..., unter anderen wieder eine veränderliche Zahl darbieten, und diese kann zuweilen in das Unendliche wachsen, zuweilen sich wieder einer gegebenen meßbaren Zahl, so sehr als man nur will nähern, zuweilen auch keines von allen diesen leisten.«]

Also mit anderen Worten (nach Bolzano):

a) Wir haben bis jetzt — nämlich in den vorhergehenden Teilen der Handschrift — die Differenz:

$$f(x \pm h) - f(x)$$

allein ins Auge gefasst und ihr »eigentümliches Verhalten« für den Fall betrachtet, wenn h gegen 0 konvergiert. (Dies lag eben im Inhalte des ersten Teiles der Handschrift, sofern er den Begriff der Stetigkeit und dessen Folgerungen — die Stetigkeitssätze — behandelte)[6]).

Die vier Rechenoperationen zeigen nun den weiteren Weg an.

---

[6]) Bei dieser Gelegenheit bemerke ich, dass die Handschrift in ihrem zweiten Teile alle Stetigkeitssätze enthält, welche die modernen Lehrbücher anführen. Von ihren Beweisen verdient schon der erste (Endlichkeit der Funktion), namentlich aber der vierte (Gleichmässige Stetigkeit) — einer der schönsten Beweise in der Handschrift überhaupt — besondere Aufmerksamkeit.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Da aber

$$\lim (u \pm v) = \lim u \pm \lim v = 0$$
$$\lim u = 0, \lim v = 0,$$

und desgleichen

$$\lim (u \,.\, v) = \lim u \,.\, \lim v = 0,$$
$$\lim u = 0, \lim v = 0$$

bieten diese zwei Fälle kein weiteres Interesse für die Analysis und es bleibt nur die Untersuchung des Grenzwertes des Quotienten

$$\lim \frac{f(x \pm h) - f(x)}{h}$$
$$\lim h = 0$$

übrig.

Auf solche Art leitet also Bolzano den Begriff der Derivierten ab, wobei er freilich die tatsächliche historische Entstehung dieses Begriffes gänzlich in den Hintergrund stellt. Ob er dabei wirklich das Richtige getroffen hat, bleibe dahingestellt: die arithmetisierende Tendenz seiner Untersuchungen, dieser »horror geometriae«, welchen er dadurch auch bei dieser Gelegenheit, sowie auch sonst überall in der Handschrift zur Geltung zu bringen nicht verabsäumt, ist aber für ihn, glaube ich, nicht wenig bezeichnend.

b) Dass aber die beiden angeführten Sätze — wie früher behauptet wurde — in dem zitierten »Uibergang« und somit in der Bolzanoschen Definition der Ableitung inbegriffen sind, braucht keiner weiteren Erklärung. Es möge hier eher darauf hingewiesen werden, dass eigentlich noch ein dritter Satz darin enthalten ist, welchen Bolzano (Bog. 17, S. 7) aufstellt, und der die bekannte Tatsache ausspricht, dass für die Derivierten einer stetigen Function (rechts oder links von einem Punkte x') nur folgende 3 Fälle möglich sind:

dass — entweder die Derivierte endlich und bestimmt ist, oder unendlich (doch von bestimmtem Vorzeichen), oder schliesslich ganz und gar unbestimmt.[7])

Diese Behauptung glaube ich in dem folgenden Satze Bolzanos zu erblicken:

---

[7]) Dini (Dini-Lüroth), Fondamenti § 72.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

[Wörtlich Bog. 17, S. 7: »Wenn es wahr seyn soll, daß eine Function Fx für den Werth x und hinsichtlich auf einen gewissen positiven oder negativen Zuwachs keine abgeleitete hat, während sie in eben dieser Hinsicht Stetigkeit hat: so kann nur Einer von folgenden zwey Fällen Statt finden:

1. entweder der Quotient $\frac{\Delta Fx}{\Delta x}$ wächst bey der unendlichen Abnahme von Δx in das Unendliche; oder

2. es gibt wohl eine gewisse meßbare Zahl M, der dieser Unterschied so nahe gebracht werden kann, als man nur immer will, aber er bleibt nicht bey dieser Annäherung, sondern es gibt zu jedem Δx ein kleineres, dabey der Unterschied $\frac{\Delta Fx}{\Delta x} - M$ abermahls $< \frac{1}{N}$ wird«].

4. Diese Bemerkungen und Zitate[8]) glaubte ich vorausschicken zu müssen, ehe ich an den eigentlichen Kern meiner Mitteilung herantrete — nämlich an die Definition der Funktion, die (in der wortgetreuen Ausdrucksweise Bolzanos) »stetig ist, doch keine abgeleitete hat für soviele Werthe ihrer Veränderlichen, daß zwischen je zwei derselben sich noch ein dritter, für welchen sie abermahls keine abgeleitete hat, nachweisen läßt«.

Der Vollständigkeit wegen zitiere ich aber hier noch zum Schlusse dieses Absatzes die mehrmals schon erwähnte Definition der Ableitung, welche vielleicht hätte gleich anfangs angeführt werden sollen, was ich aber — teils mit, teils ohne Absicht — verabsäumte, da ich ursprünglich beabsichtigte, womöglich gleich in medias res zu gelangen und solche Begriffe nur flüchtig in der Fussnote zu berühren.

[8]) unter Weglassung der denselben angeschlossenen Beweise u. Beispiele, sowie auch der ebenfalls dort sich vorfindenden Polemik gegen Cauchy, welcher — in seinem »Cours d'Algèbre« (1821) — diesen Fall unrichtig analysiert.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Sie lautet:

[Wörtlich Bog. 16, S. 3: »(Wir) verstehen (sonach) unter der abgeleiteten von einer Function Fx für den Werth x und für ein positives oder negatives Δx, eine solche meßbare Zahl M, bey welcher der Unterschied $\frac{\Delta Fx}{\Delta x} - M$ für einen bestimmten Werth von x und für ein bestimmtes positives oder negatives Vorzeichen von Δx nach seinem absoluten Werthe kleiner als jede gegebene Zahl wird und verbleibt, wenn man nur Δx klein genug nimmt, und so sehr man es dann auch noch fernerhin vermindert. Wir sagen, daß die Function Fx eine abgeleitete für den Werth x und für einen positiven oder negativen Zuwachs oder in positiver oder in negativer Richtung habe, wenn eine solche Zahl, wie wir soeben M beschrieben, für den besonderen Werth x und bey einem positiven oder negativen Werthe von Δx angeblich ist; und wir sagen, daß Fx eine beyderseitig abgeleitete oder eine abgeleitete nach beyden Richtungen oder hinsichtlich auf einen positiven sowohl als negativen Zuwachs habe, wenn eine solche Zahl M angeblich ist sowohl für einen positiven als negativen Werth von Δx. Wenn eine und eben dieselbe Zahl M den abgeleiteten Werth der Fx für den bestimmten Werth von x in beyden Richtungen d. h. für einen positiven sowohl als negativen Werth der Δx vorstellt: so nennen wir sie nur schlechtweg abgeleitete von Fx für den Werth x. Da für verschiedene Werthe von x begreiflicher Weise auch eine verschiedene Zahl M nöthig, also M über-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

haupt zu reden von x abhängig seyn kann: so nennen wir eine Function der x, die so beschaffen ist, daß sie für jeden Werth von x die zu dem Fx gehörige abgeleitete vorstellt, die abgeleitete Function von Fx und Fx dagegen die dieser abgeleiteten Function zugehörige ursprüngliche Function.][9])

5. Ich schreite nun endlich zu der Definition der in Frage stehenden Funktion — einer von solchen, deren Erscheinen noch Hermite mit »Entsetzen und Schaudern« erfüllte.[10])

Sie dient in der Handschrift zur Begründung des Satzes, welcher sich Bog. 18, S. 7 vorfindet und wörtlich folgendermassen lautet:

[Wörtlich, Bog. 18, S. 7: »Wie eine Function eine abgeleitete haben kann für Beydes, sowohl für gewisse vereinzelt stehende Werthe als auch für einen ganzen Inbegriff von Werthen ihrer Veränderlichen, so viele innerhalb gewisser Grenzen a und b liegen, oder auch durchgängig für alle Werthe von x; so kann auch umgekehrt eine Function einer abgeleiteten ermangeln sowohl für einen gewissen vereinzelt stehenden Werth als auch für einen ganzen Inbegriff von Werthen ihrer Veränderlichen, so viel innerhalb gewisser Grenzen a und b liegen, ja auch wohl durchgängig für alle ihre Werthe«];

er ist mit dem Zusatze versehen, welcher das für uns Allerwesentlichste hervorhebt, nämlich: »daß eine Function sogar stetig seyn kann und doch keine abgeleitete hat, für so viel Werthe ihrer Veränderlichen, daß zwischen je zwey derselben sich

---

[9]) Die im Obigen, wie vielleicht in weiteren Zitaten enthaltenen spezifisch »Bolzanoschen« Ausdrücke, welche heute entweder nicht mehr üblich sind oder in ganz verändertem Sinne gebraucht werden (s. z. B. »angeblich«) zu erklären, halte ich für überflüssig.

Was die Eigenart des Stils und das Deutsch Bolzanos anbelangt, vergl. Höfler, Anhang zum Neudrucke der »Wissenschaftslehre«, Bd. I. (Leipzig 1914): »Sprachliches«.

[10]) Je me détourne avec effroi et horreur de cette plaie lamentable des fonctions continues qui n'ont pas de dérivées. (Darboux, La vie et l'oeuvre d'Hermite, Paris 1906).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

noch ein dritter, für welchen sie abermahls keine abgeleitete hat, nachweisen läßt«.

Die Funktion selbst wird folgendermassen definiert:[11]) [Wörtlich, Bog. 13, S. 1: »Denken wir uns zuvörderst eine Function von x, ich will sie y^1 nennen, die für $x = a$ den Werth A, für $x = b$ den von A verschiedenen, allenfalls größeren Werth B annimmt, innerhalb a und b aber sich gleichförmig d. h. so ändert, daß zu gleichen Zuwächsen von x auch gleiche (positive oder negative) Zuwächse von y^1 gehören. Für diese Function muß also fortwährend

$$y = (x - a)\ \frac{B - A}{b - a}$$[12])

seyn.

2. Denken wir uns nun eine zweyte stetige Function y^2, die einen von dem vorigen etwas verschiedenen Gang befolge, indem sie nicht fortwährend wachst (oder abnimmt), sondern eine gewisse, allenfalls eine unendliche Menge von Abwechslungen des Steigens und Fallens an den Tag legt. Setzen wir z. B., daß y^2 für die zwey äußersten Werthe

[11]) Wir müssen hier bedauerlicherweise eine ganze lange Stelle wörtlich anführen, um den Anforderungen eines Historikers der Mathematik zu genügen. Bolzanos Wahlspruch: »Lieber langweilig und weitläufiger als unklar und unbewiesen« (Bergmann, Das philosophische Werk B. Bolzanos, Prag 1909, S. 6) kommt hier zur Geltung. Wir wollen freilich zum Schlusse die weitläufige Darstellung Bolzanos auch noch kürzer zusammenfassen, jedoch nur deshalb, um den weiteren Inhalt zweckmässig anzufügen: als Grundsatz gelte aber auch weiterhin, womöglich nur vom ursprünglichen Texte Gebrauch zu machen, damit unser Bericht tatsächlich den Gedankeninhalt der Handschrift historisch treu wiedergäbe — ohne fremdartige Zusätze, möchten sie noch so geeignet erscheinen.

[12]) sic!

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

von x, a und b, und für den mittleren $\frac{a+b}{2}$ einerley Werthe mit y, beziehungsweise nähmlich die Werthe A, B und $\frac{A+B}{2}$ gebe; innerhalb a und $\frac{a+b}{2}$ aber, und ebenso innerhalb $\frac{a+b}{2}$ und b erst steige, dann falle. Mag dieß nahmentlich auf eine solche Weise geschehen, daß der größte Werth, den y innerhalb a und $\frac{a+b}{2}$ erreicht, für $x = a + \frac{3}{8}(b-a)$ Statt finde und $= A + \frac{5}{8}(B-A) = \frac{5}{8}(A+B)$ [13]), also noch nicht so groß wie B sey. Der größeren Einfachheit wegen lasset uns annehmen, daß Beydes, das Wachsen sowohl als das Fallen immer gleichförmig geschehe; daß somit für alle Werthe von

$$x = a \text{ bis } x = a + \frac{3}{8}(b-a),$$

$$y = A + \frac{5}{3}(x-a)\frac{B-A}{b-a}$$

sey. Von

$$x = \frac{a+b}{2} \text{ bis } x = a + \frac{7}{8}(b-a)$$

mag eben so y wieder steigen und

$$= \frac{A+B}{2} + \frac{5}{3}\left(x - \frac{a+b}{2}\right)\frac{A-B}{b-a}$$

seyn; von $x = a + \frac{7}{8}(b-a)$ bis zu $x = b$ aber soll y fallen und

$$= B + (b-x)\frac{B-A}{b-a}$$

[13]) sic! Ein Fehler des Kopisten, welchen zwar Bolzano mit Bleistift anstrich, aber nicht verbesserte.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

seyn. Sonach wird der größte Werth, den $\overset{2}{y}$ annimt, der zu $x = a + \frac{7}{8}(b-a)$ gehörige, nähmlich $B + \frac{B-A}{8}$ seyn. Wäre im Gegentheil $B < A$; so würde alles bisher Gesagte gelten, sobald wir nur die Worte Wachsen und Fallen, größter und kleinster Werth vertauschen.

3. Auf eine ähnliche Art wie wir die Function $\overset{2}{y}$ soeben aus der $\overset{2}{y}$ hergeleitet, können wir aus der $\overset{2}{y}$ abermahls eine dritte Function $\overset{3}{y}$ herleiten, indem wir mit jedem der vier Stücke, in welche der Abstand $b-a$ nach dem vorigen Verfahren zerlegt worden ist, das vornehmen, was wir vorhin mit dem ganzen Abstande thaten, d. h. auch jedes dieser Stücke in vier andere zerlegen, innerhalb deren die $\overset{3}{y}$ das Eine Mahl steigt, das nächste Mahl wieder fällt. Wie von der Function $\overset{2}{y}$ gesagt werden konnte, daß der größte Abstand zwischen den Werthen von x, innerhalb dessen sie nur Eines von Beyden thut, entweder nur fortwährend steigt oder nur fortwährend fällt, nicht größer sey als $\frac{3}{8}(b-a)$, so läßt sich von der Function $\overset{3}{y}$ behaupten, daß dieser größte Abstand nicht größer als $\left(\frac{3}{8}\right)^2(b-a)$ sey.

4. Verfahren wir eben so wie mit der $\overset{2}{y}$ auch mit der Function $\overset{3}{y}$, so erhalten wir eine vierte stetige

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Function $\overset{4}{y}$, bey welcher der größte Abstand, innerhalb dessen sie blos steigt oder fällt, $\left(\frac{3}{8}\right)^3 (b-a)$ ist. Usw.

5. Da diese Schlüsse in das Unendliche fortgesetzt werden können; und die Zahl $\left(\frac{3}{8}\right)^n (b-a)$ durch die Vermehrung von n in das Unendliche abnimmt; so sehen wir, daß sich zu jeder auch noch so kleinen Zahl ω eine Function $\overset{n}{y}$ auffinden läßt, bey welcher der größte Unterschied zwischen den Werthen von x innerhalb deren die Function fortwährend wachst oder abnimmt, $< \omega$ ist, obgleich sie dem Gesetze der Stetigkeit ununterbrochen folgt«].

6. Auf solche Art wird also der Bildungsprozess in der Handschrift dargestellt, nach welchem man zu der »Bolzanoschen« Function gelangt.

In gedrängterer Ausdrucksweise, sonst jedoch unter Beibehaltung aller Details der ursprünglichen Darstellungsform Bolzanos, gestaltet sich sein Gedanke etwa folgendermassen:

I. Das Intervall (a, b), $a < b$, teile man in folgende vier ungleiche Teile:

$$(1) \quad \left(a, a+\frac{3}{8}(b-a)\right), \left(a+\frac{3}{8}(b-a), \frac{a+b}{2}\right), \left(\frac{a+b}{2}, a+\frac{7}{8}(b-a)\right), \left(a+\frac{7}{8}(b-a), b\right),$$

wobei man den Abszissen:

$$a,\ a+\frac{3}{8}(b-a),\ \frac{a+b}{2},\ a+\frac{7}{8}(b-a)$$

folgende Ordinaten zuordne $(A \neq B)$:

$$A,\ A+\frac{5}{8}(B-A),\ \frac{A+B}{2},\ A+\frac{9}{8}(B-A),\ B$$

und definiere die Funktion $f_1(x)$ durch folgende vierfache Vorschrift:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(2)

$$= A + \frac{5}{3}(x-a)\frac{B-A}{b-a} \quad \text{für} \quad a \leqq x \leqq a + \frac{3}{8}(b-a)$$

$$= \frac{A+B}{2} + \left(\frac{a+b}{2} - x\right) \cdot \frac{B-A}{b-a} \quad \text{für} \quad a + \frac{3}{8}(b-a) \leqq x \leqq \frac{a+b}{2}$$

$$= \frac{A+B}{2} + \left(x - \frac{a+b}{2}\right) \cdot \frac{B-A}{b-a} \quad \text{für} \quad \frac{a+b}{2} \leqq x \leqq a + \frac{7}{8}(b-a)$$

$$= B + (b-x) \cdot \frac{B-A}{b-a} \quad \text{für} \quad a + \frac{7}{8}(b-a) \leqq x \leqq b.$$

II. Dasselbe, was wir unter (1) mit dem ursprünglichen Intervalle (a, b) unternommen haben, wende man an jedem dieser 4 Teilintervalle (1) selbst an, wobei man die zu den Endpunkten dieser Teilintervalle zugehörigen Werte der Funktion $f_1(x)$ wieder für A und B erkläre, und definiere vermittels der 4^2 aus der jetzt allerdings schon vierfach anzuwendenden Vorschrift (2) sich ergebenden Gleichungen die zweite Funktion $f_2(x)$ in dem ursprünglichen Intervalle (a, b); grundsätzlich auf dieselbe Weise, nämlich die Vorschriften (1) und (2) schrittweise verallgemeinernd und dieselben fortschreitend an jedem der 4^2 Teilintervalle der zweiten, dann an jedem der 4^3 Teilintervalle der dritten Teilung u. s. w. anwendend, definiere man vermittels der 4^3 daraus folgenden Gleichungen die Funktion $f_3(x)$, $f_4(x)$. u. s. w. . . ., die 0-te Teilung und die ihr entsprechende $f_0(x) = A + (x-a)\frac{B-A}{a-b}$ nicht ausschliessend. Wir gelangen somit

III. zu dem Begriffe der Funktion, welche (Bog. 13, S. 4) »nach einem solchen Gesetze von der Veränderlichen x abhängt, daß jeder zu x gehörige Werth der Fx die Grenze vorstellt, der sich zu demselben x gehörige Werthe der y bey der unendlichen Vermehrung von n in das Unendliche nahen, sofern nicht beyde Werthe einander vollkommen gleich sind,« und von welcher (nach Bolzano) zu beweisen ist:

a) dass sie für jedes x: $a \leqq x \leqq b$ wirklich definiert ist,

b) dass sie in demselben Intervalle stetig ist,

c) dass sie trotzdem »keine Abgeleitete hat für so viele Werthe ihrer Veränderlichen, daß zwischen je zwey sich noch ein dritter, für wel-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

chen sie abermals keine Abgeleitete hat, erweisen läßt.«

[Wörtlich, Bog. 13, S. 4: »Ich werde erst darthun müssen, daß eine solche Function (die wir erhalten, wie ich behaupte, wenn wir die Function Fx nach einem solchen Gesetze u. s. w. . . siehe oben) in der That möglich sey, dann wird sich leicht erweisen lassen, daß sie auch dem Gesetze der Stetigkeit gehorche, und die Beschaffenheit habe, welche in dem Lehrsatze vorausgesagt wird.«]

7. Diese drei Aufgaben löst der Autor gleich in der unmittelbaren Fortsetzung folgendermassen.[14])

[Wörtlich, Bog. 13, S. 5: »a) Die Möglichkeit einer Function, wie ich so eben die Fx beschrieb, wird außer Zweifel seyn, wenn wir erweisen, daß es zu jedem nicht außerhalb a und b gelegenen Werthe der x einen bestimmten meßbaren Werth für Fx gebe. Ist nun $x=a$, so haben wir $Fa=A$; für $x=b$, haben wir $Fb=B$; für

$$x=\frac{a+b}{2} \text{ ist } F\left(\frac{a+b}{2}\right)=\frac{A+B}{2};$$

und so gibt es noch eine unendliche Menge von Werthen der Fx, die sich durch einen aus A und B zusammengesetzten rationalen Ausdruck darstellen lassen, weil es bestimmte Werthe in einer der Functionen $y^1, y^2, y^3 \ldots$ gibt, mit den sie zusammenfallen. Es sind dieß nähmlich alle diejenigen Werthe von Fx, welche zu solchen Werthen von x gehören, auf die man bey dem Geschäfte der Theilung des Ab-

[14]) Wir geben den Text abermals getreu samt allen Versehen des Originales wieder; auf einige von ihnen, welche man leicht für Druckfehler halten könnte, weisen wir mit dem Wörtchen »sic!« hin.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

standes $(b-a)$ früher oder später kömt. Daß aber auch zu jedem beliebigen anderen Werthe von x, der fortwährend innerhalb einer von jedem Grenzwerth liegt,[15]) ein meßbarer Werth von Fx gehöre, erhellet so. Wenn wir voraussetzen, daß $A < B$ sey; so ist offenbar unter allen Werthen, welche die Function y^2 annimmt, der kleinste $= A$, der größte $= \frac{9B-A}{8}$[15]); wenn aber im Gegentheil $A > B$, so ist A der größte und $\frac{9A-B}{8}$[15]) der kleinste. In beyden Fällen also ist der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Werthe der Function y^2 nicht größer als $\frac{9}{8}(B-A)$. Da wir nun, um den Werth der Function y^3 zu erhalten, mit jedem der 4 Stücke, in welche der Abstand $(b-a)$ zerlegt wurde, eben das vornahmen, was mit dem ganzen Abstande $(b-a)$ vorgenommen wurde, um die sämmtlichen Werthe der y^2 zu erzeugen: so leuchtet ein, daß der größte Unterschied zwischen demjenigen Werthe der y^3, welche zu Einem der erwähnten 4 Stücke gehören,[15]) nur $\frac{9}{8} \cdot \frac{5}{8}(B-A)$ betrage; indem derjenige Abstand, der vorhin $(B-A)$ war, hier nur $\frac{5}{8}(B-A)$ ist. Auf ähnliche Weise findet sich der größte Unterschied zwischen den Werthen, welche Einem der 16 Stücke gehören, in die der Abstand $(b-a)$

[15]) sic!

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zur Bildung der Function $\overset{3}{y}$ zerlegt worden ist $= \frac{9}{8}\left(\frac{5}{8}\right)^2 (B-A)$.

Und so ist allgemein der größte Unterschied zwischen den Werthen, welche zu Einem der (4^{n-2}) Stücke gehören, in die der Abstand $(b-a)$ zur Bildung der Function $\overset{n}{y}$ zerlegt wird, d. h. deren zugehörige x keinen größeren Unterschied als

$$\left(\frac{3}{8}\right)^{n-2} . (b-a)$$

von einander haben $= \frac{9}{8} . \left(\frac{5}{8}\right)^{n-2} (B-A)$.

Vermehren wir also die Zahl noch um r, indem wir die Functionen

$$\overset{n+1}{y}, \quad \overset{n+2}{y}, \ldots \overset{n+r}{y}$$

bilden: so kann der Unterschied zwischen denjenigen Werthen der $\overset{n}{y}$ und $\overset{n+r}{y}$, deren zugehörige x von einander nicht mehr als um $\left(\frac{3}{8}\right)^{n-2} . (b-a)$ unterschieden sind, auf keinen Fall größer seyn, als die Summe, welche zum Vorschein kommt, wenn wir die eben erwähnten einzelnen Unterschiede addiren, d. h. als

$$\frac{9}{8} . \left(\frac{5}{8}\right)^{n-1} (B-A) + \frac{9}{8}\left(\frac{5}{8}\right)^{n-1} (B-A) +$$

$$+ \frac{9}{8}\left(\frac{5}{8}\right)^{n} (B-A) + \ldots + \frac{9}{8}\left(\frac{5}{8}\right)^{n+r-2} (B-A).$$

Dieser Unterschied bleibt also immer kleiner als der Werth dieser Reihe, wenn wir sie in das Unendliche fortgehen lassen d. h. als $3 . \left(\frac{5}{8}\right)^{n-2} . (B-A)$.

Verstehen wir also unter $\overset{n}{y}$ itzt $\overset{r}{}$ denjenigen Werth der Function y, der zu demselben x wie der be-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

stimmte Werth Fx gehört; so ist der Unterschied zwischen $\overset{n}{y}$ und Fx auf jeden Fall $< \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{n-2} (B-A)$. Da aber dieser Unterschied bey der unendlichen Vermehrung von n in das Unendliche abnimmt; so geht hervor, daß sich der Werth von Fx so genau als man nur immer will, bestimmen lasse«].

8. Die Beweisführung der Handschrift — kürzer gefasst — zerfällt also in zwei Schritte, in welchen

α) Bolzano zunächst die Werte $f(x)$ untersucht, welche den Endpunkten jener Teilintervalle zugehören, in welche das ursprüngliche Intervall (a, b) bei der m-ten Teilung $(m = o, 1, 2, 3 \ldots)$ zerfiel. Wenn wir die letzteren (nämlich die oben erwähnten Endpunkte der 4^m Teilintervalle der m-ten Teilung) einfach etwa als $a^{(m)}$ und $b^{(m)}$ bezeichnen, so ist offenbar:

$f(x') = f_m(x')$ für $x' = a^{(m)}, b^{(m)}$ [$a^{(m)}, b^{(m)}$ durch die vorgehende Angabe definiert].

β) Alsdann fasst er die »beliebigen anderen« Werte x des ursprünglichen Intervalles (a, b) ins Auge.

Eine einfache Erwägung führt nämlich dazu, dass die verschiedenen Längen der oben erwähnten 4^m Teilintervalle der m-ten Teilung sämtlich der Formel

$$\frac{3^{m-\mu}}{8^m}\,\delta, \tag{3}$$

$$\delta = b-a,\ m = o, 1, 2 \ldots,\ \mu = o \ldots m,$$

subsumiert werden können[16]), wobei die Oszillationen der Funktion $f_m(x)$ in einzelnen dieser Teilintervalle, d. h. die Unterschiede: $| f(a^{(m)} - f(b^{(m)}) |$, durch die Formel

$$\frac{5^{m-\mu}}{8^m}\,\triangle, \tag{4}$$

$$\triangle = | A-B |,\ m = 0, 1, 2 \ldots,\ \mu = 0 \ldots m,$$

[16]) also $\left(\frac{1}{8}\right)^m \delta \leqq \delta^{(m)} \leqq \left(\frac{3}{8}\right)^m \delta$, sodass in der Tat $\delta^{(m)} \leqq \left(\frac{3}{8}\right)^m \delta$, wie Bolzano in dem zitierten Texte hervorhebt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

und zwar — was hervorzuheben ist — bei völliger Korrespondenz von μ in beiden Fällen (3) und (4) sich ausdrücken lassen.[17])

Fassen wir weiter — um uns der Einfachheit der Bolzanoschen Ausdrücke zu nähern — die verschiedenen in (3) berechneten Längen der 4^m Teilintervalle der m-ten Teilung mit der einheitlichen Bezeichnung $\delta^{(m)}$ zusammen, und desgleichen die in (4) berechneten, nach Korrespondenz von μ dazugehörigen Oszillationen der Funktion $f_m(x)$ mit der Bezeichnung $\triangle^{(m)}$, so folgt aus der Darstellung I und II des Absatzes 6, dass sich die Schwankung der Funktion $f_{m+n}(x)$ in welchem »Abstande« $\delta^{(m)}$ immer durch den Ausdruck

$$\triangle^{(m)} + \frac{\triangle^{(m)}}{8}\left(1 + \frac{5}{8} + \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{5}{8}\right)^{n-1}\right), \qquad (5)$$

also die Schwankung der $f(x)$ in demselben Intervalle durch den Ausdruck

$$\triangle^{(m)}\left[1 + \frac{1}{8}\left(1 + \frac{5}{8} + \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \ldots\right)\right. \qquad (5a)$$

darstellen lässt, sodass wirklich — wenn ξ irgend einen Wert in welchem »Abstande« $\delta^{(m)}$ immer bezeichnet ($a^{(m)} < \xi < b^{(m)}$):

$$| f(\xi) - f_m(\xi) | < \frac{4}{3}\triangle^{(m)}, \qquad (6)$$

also jedenfalls — nach Bolzano —[18])

$$| f(\xi) - f_m(\xi) | < \frac{4}{3}\left(\frac{5}{8}\right)^m, \qquad (6a)$$

welch letzterer Unterschied allerdings »bey der unendlichen Vermehrung von m in das Unendliche abnimmt«.

9. In solcher Weise führt also Bolzano den Beweis seiner Behauptung a) (des Absatzes 6).

---

[17]) also wieder $\left(\frac{1}{8}\right)^m \measuredangle \leqq \measuredangle^{(m)} \leqq \left(\frac{5}{8}\right)^m \measuredangle$, sodass Bolzano mit Recht im Texte $\measuredangle^{(m)} \leqq \left(\frac{5}{8}\right)^m \measuredangle$ schreiben kann.

[18]) vergl. die Anm. 17. Den Mangel an Übereinstimmung zwischen dem Ausdrucke (5) und der bezüglichen Formel in der Handschrift — mit den daraus sich ergebenden Konsequenzen in (6), bezw. (6a) — wird sich der Leser selbst klarlegen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Was nun die Behauptung b) — die Stetigkeit der Funktion $f(x)$ — betrifft, bemerkt Bolzano — diesmal in aller Kürze:

[Wörtlich, Bog. 13, S. 5: »b) Auch zeigt sich, daß diese Function dem Gesetze der Stetigkeit folge; denn weil die $\overset{n}{y}$ dem Gesetze der Stetigkeit folgt, so nimmt der Unterschied der beyden Werthe von $\overset{n}{y}$, welche zu x und $x + \Delta x$ gehören, mit Δx in das Unendliche ab; also muß auch der Unterschied der Werthe Fx und $F(x + \Delta x)$, dem die ersteren unendlich nahe treten, in das Unendliche abnehmen,«

welcher Bemerkung etwas nachzutragen[19]) gewiss überflüssig wäre.

10. Anders verhält sich die Sache mit der Behauptung *c*), deren Behandlung abermals in zwei Teile zerfällt, wo der erstere

α) die Eigenschaft der Funktion $f(x)$ klarlegt, dass [wörtlich] »bey (derselben) trotz ihrer Stetigkeit eine unendliche Menge von Abwechslungen des Steigens und Fallens in der Art Statt findet, daß für keinen Werth von x, der nur nicht außerhalb a und b liegt, ein ω klein genug angeblich ist, um behaupten zu können, daß Fx innerhalb x und $x \pm \omega$ nur fortwährend steige oder fortwährend falle;« der letztere

β) den oftmals schon erwähnten Zusatz zu erweisen trachtet.

Die Ergebnisse des Absatzes 8 setzen uns zwar in den Stand in aller Kürze das Wesentliche zum Ausdruck zu bringen, was in diesen beiden, abermals ziemlich weitschweifigen Beweisen enthalten ist, doch um das oben aufgestellte Prinzip

---

[19]) nach den Erörterungen im vorhergehenden Absatze [s. die Ungleichheiten (6), bezw. (6a)].

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

aufrecht zu erhalten, zitieren wir auch diesmal zunächst wörtlich:[20])

Ad α) [Wörtlich, Bog. 13, S. 6: »c) Daß aber bey dieser Function trotz ihrer Stetigkeit eine unendliche Menge von Abwechslungen des Steigens und Fallens . . . . Statt findet . . . . . u. s. w (siehe oben), ... erhellet daraus, weil sich zu jedem auch noch so kleinem ω ein n auffinden läßt so groß, daß $\left(\frac{3}{8}\right)^{n-2} . (b-a) < \omega$ ausfällt. Bey einem solchen Werthe von n stellt y^{n+1} eine Function vor, die innerhalb jedes Abstandes = oder $< \left(\frac{3}{8}\right)^{n-2} . (b-a)$ wenigstens zweymahl steigt und zweymahl wieder fällt. Also auch innerhalb x und $x \pm \omega$ steigt und fällt y^{n+1} zweymahl, da nur die höchsten und niedrigsten Werthe, welche die Functionen von der Form $y^1, y^2, y^3, \ldots$ bey ihrem abwechselnden Steigen und Fallen annehmen, insgesammt auch in der Function Fx vorkommen: so gibt es auch in der letzteren innerhalb x und $x \pm \omega$ vier zu eben soviel aufeinander folgenden Werthen der x gelegene Werthe α, β, γ, δ, davon $\beta > \alpha$ und $\gamma < \beta$ ist; d. h. auch die Function Fx steigt weder fortwährend, noch fällt sie fortwährend innerhalb x und $x \pm \omega$.«]

Ad β) [Wörtlich, Bog. 19, S. 1 u. 2): »Die §[21]) betrachtete Function Fx, bey welcher das Steigen und Fallen sovielmahl abwechselt,

[20]) Der erste Teil des Zitierten (Ad α) hat zwar mit dem eigentlichen Beweise des Satzes 6 III c nichts gemeinsam, wir führen ihn aber doch an, damit jene Partie der Handschrift, welche diese Funktion betrifft, in ihrer Gänze vorliege.

[21]) Die Nummer des § fehlt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

daß es zu keinem Werthe von x ein ω klein genug gibt, um behaupten zu können, daß Fx nicht innerhalb x und $x \pm \omega$ fortwährend wachse oder fortwährend abnehme, gibt uns einen Beweis, daß eine Function sogar stetig seyn könne und doch keine abgeleitete hat für soviele Werthe ihrer Veränderlichen, daß zwischen je zwei derselben sich noch ein dritter, für welchen sie abermahls keine abgeleitete hat, nachweisen läßt. Denn ist x einer von denjenigen Werthen, deren zugehörige Fx mit einem der zu x gehörigen Werthe, welche die Functionen $y, y, y, \ldots$ annehmen, genau zusammenfällt; so ist leicht zu erweisen, daß es keine beständige meßbare Zahl gebe, der sich der Quotient $\frac{\triangle Fx}{\triangle x}$ bey der unendlichen Abnahme von $\triangle x$ in das Unendliche nahe, sondern daß dieser Quotient vielmehr in das Unendliche wachse; welches soviel heißt, als daß die abgeleitete $F'x$ unendlich groß d. h. gar nicht vorhanden ist. (§).[21] Zu jedem auch noch so kleinem $\triangle x$ nähmlich läßt sich ein so großes n angeben, daß $\left(\frac{3}{8}\right)^{n-2} \cdot (b-a) < \triangle x$ wird. Bezeichnen wir nur dieß $\left(\frac{3}{8}\right)^{n-2} \cdot (b-a)$ zur Abkürzung durch α, den Unterschied aber, um welchen die zu $x+\alpha$ gehörigen Werthe der Function y größer ist, als der zu x gehörige $= Fx$, durch β:[21a] so wissen wir, daß zu $x + \frac{3}{8}\alpha$ ein

[21a] sic!

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zuwachs von $\overset{n}{y} = \frac{5}{8}\beta$; zu $x + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \alpha$ ein Zuwachs von $\overset{n}{y} = \left(\frac{5}{8}\right)^2 \beta$, und überhaupt zu $x + \left(\frac{3}{8}\right)^r \alpha$ ein Zuwachs von $\overset{n}{y} = \left(\frac{5}{8}\right)^r \beta$ gehöre. Da nun alle zu den so eben genannten Werthen der x zugehörigen Werthe oder Zuwächse der Function $\overset{n}{y}$ auch zugleich Werthe oder Zuwächse der Fx sind: so sieht man, daß das Verhältniß $\frac{\triangle Fx}{\triangle x}$ bey allmähliger Verminderung von $\triangle x$ alle in folgender Reihe vorkommenden Werthe annehmen können:

$$\frac{5}{3}\frac{\beta}{\alpha}, \left(\frac{5}{3}\right)^2 \frac{\beta}{\alpha}, \left(\frac{5}{3}\right)^3 \frac{\beta}{\alpha}, \ldots \left(\frac{5}{3}\right)^4 \frac{\beta}{\alpha}$$

Da nun $\left(\frac{5}{3}\right)^r$ in das Unendliche wächst; so ist kein Zweifel, daß auch das Verhältniß $\frac{\triangle Fx}{\triangle x}$ in das Unendliche wachse.]«

11. Soweit Bolzano.

Es ist gewiss nicht nötig sich darüber zu verbreiten, dass er »die Rätsel seiner Funktion«[22]) nicht vollkommen erfasste, ja nicht einmal die Aufgabe, die er sich sub 6 III c gestellt hatte, erschöpfend löste. Denn kehren wir zu der Übersicht in dem Abs. 8 zurück und fassen wir

α) den ersten Teil der dort befindlichen Ausführungen ins Auge, nach welchen

[22]) Siehe Du Bois-Raymond gelegentlich der Veröffentlichung der Weierstrass'schen Funktion (Versuch einer Classification usw., Journ. f. r. u .a. Math. LXXIX (1875), S. 29 in der Fussnote).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$f(x')=f_m(x')$ für $x'=a^{(m)}, b^{(m)}$ [$a^{(m)}, b^{(m)}$ die Endpunkte der 4^m Teilintervalle der m-ten Teilung des Intervalles (a, b)],

so folgt allerdings im Sinne des unter 6, I. u. II. beschriebenen Verfahrens zum Beispiel für den Punkt $a=a_1^{(m)}$:

$$f(a+\delta_1^{(m)})-f(a)=\triangle_1^{(m)}, f\left(a+\frac{3}{8}\delta_1^{(m)}\right)-f(a)=\frac{5}{8}\triangle_1^{(m)},$$

$$f\left(a+\frac{3}{8}\delta_1^{(m)}\right)-f(a)=\left(\frac{5}{8}\right)^2\triangle_1^{(m)},\ldots$$

und infolgedessen:

$$\frac{f\left(a+\left(\frac{3}{8}\right)^n\delta_1^{(m)}\right)-f(a)}{\left(\frac{3}{8}\right)^n\delta_1^{(m)}}=\left(\frac{5}{3}\right)^n\frac{\triangle_1^{(m)}}{\delta_1^{(m)}},$$

wobei

$$\delta_1^{(m)}=\left(\frac{3}{8}\right)^m.\delta=\left(\frac{3}{8}\right)^m.(b-a), \triangle_1^{(m)}=\left(\frac{5}{8}\right)^m\triangle=\left(\frac{5}{8}\right)^m.|B-A|,$$

ähnlicherweise aber im Allgemeinen — für jedes andere $a_\lambda^{(m)}, (\lambda=1\ldots4^m)$:

$$\frac{f\left(a_\lambda^{(m)}+\left(\frac{3}{8}\right)^n\delta_\lambda^{(m)}\right)-f\left(a_\lambda^{(m)}\right)}{\left(\frac{3}{8}\right)^n\delta_\lambda^{(m)}}=\pm\left(\frac{5}{3}\right)^n\frac{\triangle_\lambda^{(m)}}{\delta_\lambda^{(m)}},$$

wobei

$\delta_\lambda^{(m)}$ eines der unter (3)[23]) berechneten Teilintervalle von der Länge $\frac{3^{m-\mu}}{8^m}\delta$, $\triangle_\lambda^{(m)}$ die nach Korrespondenz von μ dazugehörende Oszillation bezeichnet, das Vorzeichen $\pm$ in Geltung tritt, je nachdem der Unterschied

$$f\left(a_\lambda^{(m)}+\delta_\lambda^{(m)}\right)-f\left(a_\lambda^{(m)}\right)=f\left(b_\lambda^{(m)}\right)-f\left(a_\lambda^{(m)}\right)\gtrless 0;$$

mit anderen Worten:

für jedes $a^{(m)}$, also — unter Ausschliessung des Punktes $x'=b$ — für jeden Punkt der unter 8 α) definierten Punkt-

[23]) im Abs. 8.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

menge (x'), jedoch nur »hinsichtlich auf einen positiven Zuwachs« (um an der Bolzanoschen Ausdrucksweise festzuhalten)[24]) gilt für $n \longrightarrow \infty$ der Schluss, zu welchem der Autor am Ende des vorhergehenden Absatzes gelangt ist.

Dagegen für den Punkt $x' = b$, und überhaupt für jedes $b^{(m)}$, also — unter Ausschliessung des Punktes $x' = a$ und »hinsichtlich auf einen negativen Zuwachs« — für jedes $x = x'$ wechseln die Quotienten:

$$\frac{f\left(b_\lambda^{(m)} - \delta_\lambda^{(m)}\right) - f\left(b_\lambda^{(m)}\right)}{-\delta_\lambda^{(m)}} = \pm \frac{\triangle_\lambda^{(m)}}{\delta_\lambda^{(m)}},$$

$$\frac{f\left(b_\lambda^{(m)} - \frac{1}{8}\delta_\lambda^{(m)}\right) - f\left(b_\lambda^{(m)}\right)}{-\frac{1}{8}\delta_\lambda^{(m)}} = \mp \frac{\triangle_\lambda^{(m)}}{\delta_\lambda^{(m)}},$$

$$\frac{f\left(b_\lambda^{(m)} - \left(\frac{1}{8}\right)^2 \delta_\lambda^{(m)}\right) - f\left(b_\lambda^{(m)}\right)}{-\left(\frac{1}{8}\right)^2 \delta_\lambda^{(m)}} = \pm \frac{\triangle_\lambda^{(m)}}{\delta_\lambda^{(m)}}, \ldots$$

nur ihr Vorzeichen, wie es im allereinfachsten Falle die Betrachtung des Quotienten

$$\frac{f\left(b - \left(\frac{1}{8}\right)^n \delta\right) - f(b)}{-\left(\frac{1}{8}\right)^n \delta} = (-1)^n \frac{|B - A|}{b - a}$$

am augenfälligsten bestätigt.

β) Die Hauptsache aber bleibt, dass man — im Prinzip den Ideengang des Autors einhaltend und ohne den im Manuskripte selbst vorkommenden Begriffsvorrat vermehren zu müssen — die Gültigkeit des unter 6 III c angeführten Satzes nicht nur für die oben definierte, überall dichte Punktmenge (x'), sondern auch für jeden Punkt x des Intervalles: $a \leqq x \leqq b$ erweisen kann.

[24]) vergl. die Definition der Ableitung im Abs. 4.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Man braucht nur

erstens: den aus dem Abs. 8 sich ergebenden Umstand hervorzuheben, dass für jedes x eines beliebigen Intervales $\delta_\lambda^{(m)}$ der m-ten Teilung ($m = 0, 1, 2 \ldots$), also für jedes x: $a_\lambda^{(m)} \leqq x \leqq b_\lambda^{(m)}$

entweder $f(x) \geqq f(a_\lambda^{(m)}) + k \cdot \frac{\triangle_\lambda^{(m)}}{\delta_\lambda^{(m)}} (x - a_\lambda^{(m)})$, $\quad (7^a)$

falls nämlich $f_m(a_\lambda^{(m)}) = f(a_\lambda^{(m)}) < f_m(b_\lambda^{(m)}) = f(b_\lambda^{(m)})$,

oder $\quad f(x) \leqq f(a_\lambda^{(m)}) - k \cdot \frac{\triangle_\lambda^{(m)}}{\delta_\lambda^{(m)}} (x - a_\lambda^{(m)})$, $\quad (7^b)$

falls $f(a_\lambda^{(m)}) > f(b_\lambda^{(m)})$;

zweitens: die nicht minder wichtige und für das Verständnis des Vorangehenden wesentliche Tatsache in Betracht zu ziehen (da sie ja zur Bestimmung des konstanten Faktors k in den Ungleichungen $(7^{a,b})$ dient), dass die obere (untere)[25] Grenze der $\underset{m \to \infty}{f_m(x)}$, also das Maximum (Minimum) der $f(x)$ in demselben Intervalle:

$$(8^a) \quad \underset{(-)}{G_\lambda^{(m)}} = f_m(a_\lambda^{(m)}) \underset{(-)}{+} \frac{4}{3} \triangle_\lambda^{(m)} = f_m(b_\lambda^{(m)}) \underset{(-)}{+} \frac{1}{3} \triangle_\lambda^{(m)}$$

dem Punkte:

$$(8^b) \quad x = b_\lambda^{(m)} - \frac{1}{8} \delta_\lambda^{(m)} \underset{n=\infty}{\left[1 + \frac{3}{8} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{3}{8}\right)^n\right]} =$$

$$= b_\lambda^{(m)} - \frac{1}{5} \delta_\lambda^{(m)} = a_\lambda^{(m)} + \frac{4}{5} \delta_\lambda^{(m)} \text{ entspricht.}^{26-28})$$

[25]) je nachdem $f(a_\lambda^{(m)}) \leqq f(b_\lambda^{(m)})$.

[26–28]) Die Herleitung der beiden Behauptungen (7) u. (8) überlassen wir dem Leser. Es sei hier diesbezüglich nur Folgendes angedeutet: Die Gleichungen $(8^{a,b})$ gehen aus den unter 8 durchgeführten Erwägungen [vergl. S. 20, (5), (5a)] von selbst hervor. Darauf gestützt beweist man leicht — indem man die nächstfolgende Teilung des Intervalles $(a_\lambda^{(m)}, b_\lambda^{(m)})$ unternimmt und das Verhalten der $f(x)$ daselbst untersucht — dass $f(x)$ lediglich in $\left(a_\lambda^{(m)} + \frac{3}{8}\delta_\lambda^{(m)},\ a_\lambda^{(m)} + \frac{1}{2}\delta_\lambda^{(m)}\right)$ u. $\left(a_\lambda^{(m)} + \frac{7}{8}\delta_\lambda^{(m)}, b_\lambda^{(m)}\right)$ die Werte von $f_m(x)$ unter-(über)trifft. Ihr relatives Minimum (Maximum) im ersteren von diesen Teilintervallen $\left(= f(a_\lambda^{(m)} \pm \frac{11}{24} \triangle_\lambda^{(m)}\right)$ legt dann den Wert der Konstante k nahe.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fassen wir also eines der Intervalle $\delta_\lambda^{(m)}$ ins Auge, so ist ersichtlich, dass es

erstens: für jedes $x=\xi$, $a_\lambda^{(m)}<\xi<b_\lambda^{(m)}$,

ein $h_{m+o}=\xi-a_\lambda^{(m)}<\delta_\lambda^{(m)}$ gibt, sodass entweder

$$\frac{f(\xi-h_{m+o})-f(\xi)}{-h_{m+o}}=\frac{f(a_\lambda^{(m)}-f(\xi)}{a_\lambda^{(m)}-\xi}\ (\geqq)\ k\,\frac{\triangle_\lambda^{(m)}}{\delta_\lambda^{(m)}}=+c_\lambda^{(m)},\quad \text{falls}$$

$$f(a_\lambda^{(m)})<f(b_\lambda^{(m)}),\ \text{oder}\ (\leqq)\ -k\,.\,\frac{\triangle_\lambda^{(m)}}{\delta_\lambda^{(m)}}=-c_\lambda^{(m)}\ .$$

Schreiten wir dann zu der $(m+1)$-ten Teilung, so fällt das von uns betrachtete ξ in eines der Intervalle $\frac{3}{8}\delta_\lambda^{(m)}$, bezw. $\frac{1}{8}\delta_\lambda^{(m)}$, sodass entweder

$$\frac{f(\xi-h_{m+1})-f(\xi)}{-h_{m+1}}\ (\geqq)\ +\frac{5}{3}\,c_\lambda^{(m)}\ \text{oder}\ (\leqq)\ -\frac{5}{3}\,c_\lambda^{(m)},\ \text{bezw.}$$

$$\frac{f(\xi-h'_{m+1})-f(\xi)}{-h'_{m+1}}\ (\leqq)\ -c_\lambda^{(m)},\ \text{oder}\ (\geqq)\ +c_\lambda^{(m)},$$

für ein analog wie h_{m+o} definiertes $h_{m+1}<\frac{3}{8}\delta_\lambda^{(m)}$, bezw. $h'_{m+1}<\frac{1}{8}\delta_\lambda^{(m)}$.

Da jedoch »diese »Schlüsse« — um wieder mit Bolzano zu sprechen — »in das Unendliche fortgesetzt werden können«, so ist ersichtlich, dass für jedes ξ innerhalb jedes beliebigen Intervalles $\delta_\lambda^{(m)}$ der m-ten Teilung, $m=0,1,2\ldots.\ \lambda=1\ldots4^m$, ein $h_{m+o}<\delta_\lambda^{(m)}$, aber auch in weiterer Folge ein $h_{m+1}\gtrless h_{m+o}$, $h_{m+1}<\frac{3^{1-\nu}}{8}\delta_\lambda^{(m)}$ $(\nu=0,1)$, ein $h_{m+2}\gtrless h_{m+1}$, $h_{m+2}<\frac{3^{2-\nu}}{8^2}$ $(\nu=0,1,2),\ldots$ bestimmen können, sodass der Quotient

$$\frac{f(\xi-h_{m+n})-f(\xi)}{-h_{m+n}}$$

für $n=0,1,2\ldots$ entweder (schliesslich) numerisch fortwährend wächst, oder schliesslich) sein Vorzeichen wechselt, wenn er nicht (schliesslich) beides tut.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ähnlicherweise kann man freilich auch

zweitens: mit Rücksicht auf die Tatsache (8), (8*a*) auch »hinsichtlich auf einen positiven Zuwachs« fortschreiten, bezw. auch

drittens: die beiden Umstände (7) u. (8) zugleich — sowohl »hinsichtlich auf einen positiven« als auch »hinsichtlich auf einen negativen Zuwachs« — berücksichtigend weitere Feststellungen machen, vermittels deren man tiefer in »die Metaphysik dieser Funktion« (du Bois-Reymond, l. c., Ch. Wiener, J. f. M. XC, p. 222) eindringen kann.

Dies möge vorderhand genügen.[29])

12. Unsere Mitteilung nähert sich dem Schlusse.

Da wir nämlich unsere Bemerkungen, insofern sie den Wert der vorliegenden Handschrift betreffen, schon in der Vorrede vorausgeschickt haben, können wir unsere Aufgabe, die eigentlich in Bekanntmachung und möglichst treuer Wiedergabe der so bedeutenden Ideen Bolzanos bestand, als beendet betrachten: alles übrige gehört in den Bereich unseres oben erwähnten ausführlicheren Berichtes.

Die volle Berücksichtigung des historischen Standpunktes erheischt jedoch noch folgenden Nachtrages:

Wie bekannt, enthalten die Paradoxien Bolzanos in der Anmerkung zur Seite 66[30]) einen Satz, der im völligen Widerspruche zu dem unter 8 angeführten Satze Bolzanos steht, und der umso weniger mit dem obbewiesenen Zusatze in Einklang gebracht werden kann — ein Umstand, auf den (gelegentlich meines Vortrages in der »Jednota Č. Mathematiků«) auch von Seite des H. Dr. Karel Rychlík, Professor an der techn. Hochschule in Prag, hingewiesen wurde. Diesen Widerspruch — teilweise mit Benützung der mir von Dr. O. Stelzer, Bibliothekar in Pilsen gefäll. zur Verfügung gestellten Auszüge aus der Korrespondenz Bolzanos

[29]) Wir machen übrigens auf die Abhandlung des Prof. K. Rychlík aufmerksam, welche denselben Gegenstand betrifft und gleichfalls in diesen Berichten (der k. böhm. G. der Wissensch. zu Prag) erscheint.

[30]) in der Ausgabe v. J. 1851; in der neuesten Ausg. von Höfler (Leipzig 1920) S. 65. — Siehe auch die Anm. des Prof. H. Hahn (daselbst S. 148).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

mit Prof. Gregor Zeithammer — zu lösen, möge noch den Inhalt des nachstehenden Schlusswortes bilden.

Ich bemerke nämlich zu der Herausgabe der »Paradoxien« Bolzanos:

Die »Paradoxien des Unendlichen«, ursprünglich »Paradoxien der Mathematik« betitelt, wurden zirka 10 Jahre nach der »Functionenlehre« verfasst, wie der Brief Bolzanos an Zeithammer (vom 4. April 1845) bezeugt. Druckfertig (wie es die »Functionenlehre« ist) wurden sie nie.

Ihre Abschrift wurde erst nach dem Tode Bolzanos durch den Kanonikus Franz Příhonský in Bautzen (Budissin) nach der Handschrift hergestellt, die er selbst in dem Vorworte zu den Paradoxien als »nicht immer sehr lesbar«, ja sogar als »hie und da inkorrekt« ausdrücklich bezeichnet.

Das Wort inkorrekt müssen wir unterstreichen.

Es weist nämlich darauf hin, dass in der Handschrift Änderungen von den Herausgebern vorgenommen wurden; eine dieser sog. »Interpolationen« bildet auch die oben erwähnte Anmerkung zur Seite 66.

Wir sind imstande die Richtigkeit dieser Behauptung leicht zu erweisen.

Aus den Notizen Bolzanos, welche sich in dem Wiener Nachlasse ebenfalls vorfinden, geht hervor, dass die Handschrift der »Functionenlehre« am 24. Oktober 1834 dem Ritter Slivka von Slivitz zur Durchsicht und Beurteilung gesendet wurde, welcher dazu einen Kommentar schrieb, der beinahe umfassender ist als das Manuskript Bolzanos selbst. In demselben widerspricht er schon von Beginn an den Ausführungen Bolzanos, namentlich aber — was den hier (in der vorliegenden Handschrift Bolzanos) bewiesenen Satz über die Existenz der Derivierten einer stetigen Funktion betrifft — macht er (wörtlich) folgende Einwendung[31]):

[31]) Wir geben hier auch die eigentümliche Rechtsschreibung Sliwka's wieder (S. sein Manuskript »Bemerkungen zur Funkzionenlehre« in dem Wiener Nachlasse Bolzanos).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

[»Bemerkungen zur Funkzionenlehre«, Bog. 11 Seite 8. Anm. 27: Bei dem von mir aufgefaßten Lehrsaze der Stetigkeit würde ich den 2-ter Seite 6 aufgestellten Lehrsaz nicht aufnehmen. Ich bin nemlich der Meinung, es gelte als eine nachweisliche Wahrheit, jede stetige Funktzion habe höchstens mit Ausnahme isolirt stehenden Werthe für die Werthe ihrer Stetigkeit (!) eine abgeleitete, die so meine ich ferner gleichfalls stetig ist u. eine weitere Abgeleitete hat.«]

In der Person Slivkas von Slivitz glauben wir den Autor der oben erwähnten Anmerkung in den »Paradoxien« gefunden zu haben, die sich inhaltlich mit der eben zitierten »Einwendung« vollständig deckt.

Denn Příhonský — selbst kein Mathematiker — musste bei der Revision und »Korrektur« der Handschrift einen Helfer haben, welchen eben nur Slivka abgeben konnte; er war der einzige von den Schülern und Freunden Bolzanos, dessen mathematischer Begabung Bolzano oftmals rühmend erwähnt und der sich in dieser Beziehung des vollen Vertrauens des Meisters erfreute.[32])

[32]) Vergl. z. B.: »Versuch einer objektiven Begründung der Lehre von der Zusammensetzung der Kräfte. Von Dr. Bernard Bolzano« (Prag, bei Kronberger und Řivnáč, 1842) § 53: »Es käme mir vor, als ob ich mich mit fremden Federn schmücken wollte, würde ich nicht erwähnen, dass die Reihe von Schlüssen, durch welche ... u. s. w.. nicht meinem eigenen Nachdenken, sondern der Hilfe eines meiner ehemaligen Schüler, des Herrn Anton Ritter von Slivitz, danke .Ich kann diess um so weniger verschweigen, je mehr ich es für meine Pflicht erachte, diese Gelegenheit zu benützen, um auf einen vaterländischen Gelehrten von so seltenen Talenten und so vielseitiger Ausbildung aufmerksam zu machen, und die Hoffnung auszusprechen, dass derselbe ... u. s. w.« — Siehe auch »Versuch einer objekt. Begr. der Lehre von den drei Dimensionen des Raumes. Von Dr. Bernard Bolzano« (Prag, 1843), »Vorwort«, 3. u. 4.: »Diese (Abhandlung) besteht in einem Versuche, ... der ... nur drei oder vier Personen mitgetheilt worden ist; unter welchen sich auch derselbe Ritter von Slivitz befindet, dessen in meinen mathematischen Arbeiten mir geleistete Hilfe ich schon in der Abhandlung »Über die Zusammensetzung der Kräfte« S. 33 angerühmt«.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Nach unserem Dafürhalten also war Ritter Slivka der Mann, welcher von Příhonský zur Verbesserung der »Mängel« der Handschrift Bolzanos auserwählt wurde und welcher durch jene Interpolation seinen Lehrer zweifellos vor dem Vorwurfe einer so ketzerischen und damals unmöglichen Lehre zu retten beabsichtigte.

Dass der hineingelegte Zusatz nicht Geist vom Geiste Bolzanos sei, kann im übrigen dem aufmerksamen Leser schon aus dem betreffenden Kapitel der »Paradoxien« selbst ersichtlich sein. —

Mit dieser historischen Bemerkung sei also unsere Mitteilung beschlossen.

Resumé

du traité sur les manuscrits inéditsde Bernard Bolzano par M. Jašek.

Bernard Bolzano, depuis que Hermann Hankel et H. A. Schwarz ont constaté sa priorité sur Cauchy et Weierstrass dans quelques questions, est considéré comme le premier fondateur de l'Analyse mathématique moderne. Troisou quatre menus traités, tous écrits pendant la première période de son activité scientifique, lui ont valu cette estime; un seul ne se rattache pas à cette période: »Paradoxien des Unendlichen« (Les paradoxes de l'infini), esquisses incomplètes publiées par ses élèves sans présenter l'exactitude désirable.

Le sort n'a pas permis à Bolzano de publier ses principaux ouvrages mathématiques qui sont restés inédits. Mais ceux-ci comprennent des découvertes par lesquelles le savant a devancé son époque de plus d'un demi-siècle. La meilleure preuve en est fournie par le manuscrit »Functionenlehre« (Théorie des fonctions) sur lequel M. Jašek est en train de publier un rapport historique plus large. L'article qu'il publie maintenant ne traite que d'une partie de ce manuscrit qui a pour objet la dérivabilité des fonctions continues et qui donne — plus de trente ans avant Weierstrass — l'exemple d'une fonction continue qui n'a de dérivée pour aucune valeur d'un intervalle. (Voir le traité en question section 4. et suivants).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

II.

New additions to the Flora of Western Australia.

By Dr. **Karel Domin,**
Professor of Botany at the Charles University at Prague.

(Read February 16th, 1917.)

This paper was prepared for publication already in the year 1912, when I published in the Linnean Society's Journal (vol. XLI. p. 245—283) my contribution on Monocotyledons and Ferns, mainly on the basis of the unworked-up material collected by Capt. A. A. Dorrien-Smith, D. S. O. and Dr. E. Clement given to me for determination by the Royal Botanic Gardens at Kew. Today*) I present a short synopsis of the Dicotyledons, as I am leaving the phytogeographical remarks for the third part of my study.

I. Proteaceae.

1. **Petrophila** R. Br.

1. **P. longifolia** R. Br. Prot. Nov. 5 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 493 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 269 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 332 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 255 (1868), First Census 65 (1882), Sec. Census 111 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 131 (1904).

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook and Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith, forma capitulis minoribus notabilis et varietati *tenuifoliae* Benth. respondens, sed foliis cum typo congruis.

2. **P. media** R. Br. Prot. Nov. 5 (1830), Meissn. in Pl Preiss. I. 492 (1844—45), II. 245 (1846—47), in DC. Prodr.

*) The printing of the paper was unfortunately considerably detained by the difficulties involved in publication during the war and after it.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

XIV. 268 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 322 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 255 (1868), First Census 65 (1882), Sec. Census 112 (1886), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 131 (1904).

W. A. An extreemely variable species the classification of which is very difficult on account of the numerous transitional forms. Three varieties can be distinguished:

a) var. **typica** (= *P. media* s. sp.).

Slab Hut Creek to Cranbrook, Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gully, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **brevifolia** (Lindl. sp.).

c) var. **juncifolia** (Lindl. sp.) Benth.

Except for the outer bracts this variety is similar to *P. longifolia* while the variety *brevifolia* represents the extrem in the opposite direction.

3. **P. linearis** R. Br. Prot. Nov. 6 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 494 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 267 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 323 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 243 (1868), First Census 65 (1882), Sec. Census 112 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 132 (1904).

W. A.

b) var. **microcephala** var. n.

Foliis ut in typo, sed capitulis minoribus, floribus minus densis et multo minoribus, perianthio haud ultra 2 cm longo.

Yallingup and Cape Naturaliste, A. A, Dorrien-Smith.

A remarkable variety which can be easily distinguished also from *P. anceps* R. Br.

4. **P. propinqua** R. Br. Prot. Nov. 7 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 501 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 273 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 325 (1870), F. v. Muell. First Census 65 (1882), Sec. Census 112 (1889).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

5. **P. divaricata** R. Br. Prot. Nov. 7 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 498 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 272 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 326 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI, 244 (1868), First Census 65 (1882), Sec. Census 112 (1889). Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 132 (1904).

P. intricata Lindl. Swan Riv. App. 35 (1839).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range; Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

6. **P. Serruriae** R. Br. Prot. Nov. 6 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 497 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 271 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 327 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 243 (1868), First Census 65 (1882), Sec. Census 112 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 132 (1904).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

7. **P. glabriflora** n. sp.

Frutex vel fruticulus habitu *P. ericifoliae* R. Br. et praesertim *P. scabriusculae* Meissn. affinis; *ramuli* pube brevi obducti et incanescentes; *folia* iis *P. scabriusculae* persimilia, teretia, subexsulca vel obsolete unisulca, breviter acuta, in ramulis erecto-patentia (nec adpressa), sed adulta glaberrima laeviaque; *capitula* florifera spiciformia, in ramulis terminalia et folia omnino superantia, obovato-oblonga, subelongata, minus densa; *squamae* parvae, ovato-lanceolatae, acuminatae, parte inferiore breviter tomentosae insuper glaberrimae, haud viscosae, perianthii tubo breviores, flores fulcrantes et spiraliter dissitae, infimae haud dilatatae nec involucrum dense imbricatum squamiforme more *P. ericoidis* efformantes; *flores* pulchre flavi: *perianthium* circa 13 mm longum, glaberrimum nec glutinosum, limbo cohaerente et tantum imo apice in lacinias 4 sublongiores et angustiores, acuminatas egrediente; *styli* articulus superior glaberrimus, anguste oblongus, sensim breviter acuminatus et articulo inferiore plus quam duplo longior; *stamina* linearia 3 mm longa; *coni* ovati c. 2 cm longi.

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

It is the same form that Bentham (Fl. Austr. V. 331, 1870) described in two words (»perianth glabrous«) as *P. ericifolia* var. *glabrifolia* from Stirling Range (leg. Mueller). Bentham's »*P. ericiflora*« is, however, a mixture of three very characteristic and at first glance easily distinguishable species. The relation of *P. ericifolia* R. Br. and *P. scabriuscula* Meissn. was already correctly pointed out by Diels (l. c. 133—134) who designated the latter as a distinct spe-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

cies. The new *P. glabriflora* differs from the other two species not only with its absolute glabrity but also in the composition of its inflorescence. In its leaves it is near to *P. scabriuscula*, but they are entirely glabrous. Of course the pubescence of the leaves is no constant character in this group, as is shown by the forms of *P. ericifolia* with glabrous or glandular-scabrous leaves. The flower-heads of the true *P. ericifolia* present a distinct involucre of closely imbricate very glutinous and broadened bracts, whereas in *P. glabriflora* the inflorescence presents a shortened dense spike which is not surrounded by any involucre. The whole style is entirely glabrous; the young shoots have softly pubescent leaves, but the hair soon disappears and the leaves become entirely glabrous and smooth.

8. **P. ericifolia** R. Br. Prot. Nov. 5 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 494 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 267 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 331 (1870) excl. var., Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 133 (1904).

W. A.: The leaves are either, with the exception of small scabrous dots, glabrous or entirely glabrous (f. **subglabra**, Slab Hut Cruk to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith), sometimes, however, having besides the glandular dots also a short pubescence (f. **subpubescens**, f. i. in District Avon, E. Pritzel, Pl. Austr. occid. No. 476 (1901).

2. **Isopogon** R. Br.

1. **I. latifolius** R. Br. Prot. Nov. 8 (1830), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 282 (1856) excl. var., Benth. Fl. Austr. V. 338 (1870), F. v. Muell. First Census 65 (1882), Sec. Census 112 (1883).

I. Protea Meissn. in DC. Prodr. XIV. 283 (1856), F. v. Muell. Fragm. VI. 237 (1868).

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

2. **I. cuneatus** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 73 (1810), Prodr. 366 (1810), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 283 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 339 (1870), F. v. Muell. First Census 65 (1882), Sec. Census 112 (1889).

I. Loudoni Baxt. ex R. Br. Prot. Nov. 8 (1830), Meissn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

in DC. Prodr. XIV. 283 (1856), F. v. Muell. Fragm. VI 238 (1868).

I. latifolius var. *Preissii* et var. *lanceolatus* Meissn. in Pl. Preiss. I. 508 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 282, 283 (1856).

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

3. **I. Baxteri** R. Br. Prot. Nov. 9 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. II. 247 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 280 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 342 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 240 (1868), First Census 66 (1882), Sec. Census 112 (1889).

W. A: Pass in Stirling Range, east of Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith, a form with more divided leaves as pictured in the Botanical Magazin tab. 3539.

4. **I. tripartitus** R. Br. Prot. Nov. 8 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. II. 247 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 280 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 344 (1870).

I. trilobus Meissn. in Pl. Preiss. I. 507 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. VI. 239 (1868) excl. var.

W. A.

b) var. **plurilobus** v. n.

Foliis iteratim (bis) subtripartitis, i. e. segmento medio tripartito vel profunde trifido, segmentis lateralibus apice bi- vel trilobis vel interdum quoque simplicibus.

Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith. — The leaves are apparently pinnate as the two lateral segments of the end lobe look like leaflets.

5. **I. longifolius** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 73 (1810), Prodr. 366 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 506 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 281 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 344 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 237 (1868), First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889).

W. A.: Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

6. **I. teretifolius** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 71 (1810), Prodr. 365 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 504 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 277 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 345 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 241 (1868), First Census

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

66 (1882), Sec. Census 113 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahr. XXXV. 136 (1904).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

Variat foliis omnibus vel plurimis indivisis (var. *petrophiloides* [R. Br. sp.]).

7. **I. divergens** R. Br. Prot. Nov. 7 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 505 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 277 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 349 (1870), F. v. Mueell. Fragm. VI. 241 (1868), First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889).

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

3. **Adenanthos** Labill.

A. barbigera Lindl. Swan Riv. App. 36 (1839), Meissn. in Pl. Preiss. I. 510 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 311 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 351 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 205 (1868), VIII. 149 (1874), First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889).

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith (forma *fallax*, foliis omnibus oblongo-ellipticis haud plus 2·5 cm longis). The flowers are only about 2 cm long, which, however, is sometimes the case also in other forms of this species.

2. **A. obovata** Labill. Pl. Nov. Holl. I. 29 t. 37 (1804), R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 151 (1810), Prodr. 367 (1810), Meissn. in Pl. Preis. I. 511 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 311 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 352 (1870), F. v. Muell. First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889).

W. A.: Mt. Toolbrunup; Yallingup to Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

The section *Eurylaema* Benth. to which belongs, besides our two species, also *A. Detmoldii* F. v. Muell., could be also classified as a separate genus.

3. **A. filifolia** Benth. Fl. Austr. V. 355 (1870), F. v. Muell. First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 138 (1904).

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

4. **Stirlingia** Endl.

1. **S. (Simsia*) seselifolia** n. sp.

Planta perennis, *S. tenuifoliae* Endl. proxime affinis; *caulis* gracilis, strictus, subsulcatus, glaberrimus sed praecipue infra tenuiter glauco-pruinosus, apice pauciramosus vel haud raro simplex, circa semimetralis vel interdum humilior, ad medium distantim paucifoliatus, insuper aphyllus nudusque; *folia* plurima ad caulis basin approximata, glauca, rigidiuscula, dichotomo-multifida (circa 6 × bifida): *laciniae* tenue filiformes, teretes, subexsulcae, subacutae, omnes erectae (nec divaricatae!) quam in S. tenuifolia multo longiores; *involucrum* e squamis minutis c. 1 mm longis ovatis consistens; *capitula* quam in S. tenuifolia majora, diametro 1 cm vel paulum ultra lata; *flores* structura iis S. tenuifoliae persimiles sed manifeste majores.

W. A.: Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

Species certe distincta, primo aspectu foliorum laciniis erectis longioribus, caulibus subsimplicibus, floribus majoribus dignoscenda.

2. **S. latifolia** Steud. Nomencl. bot. ed. 2. II. 644 (1841) Benth. Fl. Austr. V. 358 (1870).

Simsia latifolia R. Br. Prot. Nov. 9 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 517 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 326 (1856), F. v. Muell. First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889).

Stirlingia paniculata Lindl. Swan Riv. App. 30 (1839), Meissn. in Pl. Preiss. I. 517 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 326 (1856), F. v. Muell. Fragm. VI. 248 (1868).

W. A.: Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

5. **Synaphea** R. Br.

1. **S. polymorpha** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 156 (1810), Prodr. 370 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 529 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 315 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 360 (1870), F. v. Muell. First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889).

*) The name *Simsia* R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 152 (1810) might be kept, as *Simsia* of Persoon (Syn. II. 478, 1807) is as synonym of *Encelia* (Compositae) annulled.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

2. **S. favosa** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 156 (1810), Prodr. 369 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. II. 251 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 314 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 360 (1870), F. v. Muell. First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889).

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

3. **S. Preissii** Meissn. in Pl. Preiss. I 529 (1844—45), II. 251 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 315 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 361 (1870), F. v. Muell. First Census 66 (1882), Sec. Census 113 (1889).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

6. **Conospermum** Sm.

1. C. **Dorrienii** n. sp.

Fruticulus circa semimetralis; *caulis* lignosus subteres, glaber, parte inferiore simplex et basi aphyllus, insuper pluriramosus, ramis e basi arcuata erectis, rigidis, juvenilibus pube tenui obductis, postea glabratis, conferte foliosis; *folia* lineari-teretia vel obsolete quandrangula, ericoidea, exsulca, breviter acuta nec pungentia, valde arcuato-curvata et patula, 1 cm vel ultra longa, juvenilia punctato-subpuberula, adulta glabra; *spicae* breves fere in capitulum contractae, circa quadriflorae, longe pedunculatae et ad ramorum apices numerosissimae confertae, folia longe superantes et quasi comam vel corymbum floriferum pulchrum constituentes; *pedunculi* 2·5—4 cm longi, pergraciles, tenuiter appresse pubescentes; *bracteae* florigerae latissimae, subvaginantes, ovato-rotundatae, in apicem brevem contractae, breviter subpubescentes, pulchre coeruleae, perianthio saltem triplo breviores; *flores* brevissime pedicellati; *perianthium* 6—6·5 mm longum, in sicco quoque pulchre coeruleum, minute molliter puberulum vel limbo demum glabrescente; limbi labium superius integrum valde concavum cum labio inferiore breviter trilobo aequilatum.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

Stirps speciosissima, *C. amoenum* Meissn. revocans, sed jam spicis longe pedunculatis et inflorescentia omnino diversum.

2. **C. floribundum** Benth. Fl. Austr. V. 373 (1870), F. v. Muell. First Census 66 (1882), Sec. Census 114 (1889).

C. distichum Meissn. in Pl. Preiss. I. 522 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 318 (1856) non R. Br.

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

3. **C. triplinervium** R. Br. Prot. Nov. 11 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 519 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 316 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 375 (1870), F. v. Muell. First Census 67 (1882), Sec. Census 114 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 143 (1904).

C. laniflorum Endl. in Ann. Wien. Mus. II. 208 (1838), Nov. Stirp. Dec. 59 (1839).

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains (forma typica). — *C. undulatum* Lindl. is a connecting form between the type of the species and the variety *minus* (Meissn.) Benth.

7. **Lambertia** Sm.

1. **L. uniflora** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 188 (1810), Prodr. 386 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 578 (1844—45), II. 263 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 420 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 414 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 248 (1868), First Census 68 (1882), Sec. Census 116 (1889).

W. A.: Pass in Stirling Range east of Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

2. **L. inermis** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 188 (1810), Prodr. 387 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 578 (1844—45), II. 263 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 420 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 414 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 248 (1868), First Census 68 (1882), Sec. Census 116 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 144 (1904).

L. Drummondii Gardn. in Gardn. & Field. Sert. Pl. t. 22 (1844).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains; Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

3. **L. ericifolia** R. Br. Prot. Nov. 30 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. II 263 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 420 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 414 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 248 (1868), First Census 68 (1882), Sec. Census 115 (1889).

W. A.: Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

8. **Grevillea** R. Br.

1. **G. cirsiifolia** Meissn. in Pl. Preiss. II. 253 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 376 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 436 (1870), F. v. Muell. First Census 68 (1882), Sec. Census 117 (1889).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **G. crassifolia** n. sp. (e sectione *Plagiopoda*).

Fruticulosa, ramis divaricato-ramosis, tenuiter villosiusculis et incanescentibus, demum glabrescentibus; *folia* subsessilia, in ramulis patula, crasse coriacea, glauca, elliptica vel oblongo-elliptica, utrinque obtusa sed plerumque callosomucronata, marginibus valde revolutis, supra scabro-punctata, subtus dense lanuginoso-tomentosa, et albida, 4—9 mm longa et marginibus revolutis neglectis 1—3 mm lata: *flores* in axillis foliorum singuli (nec racemosi), pedicellati: *pedicelli* appresse ferrugineo-sericei, perianthio plerumque subbreviores; *flores* G. fasciculatae persimiles, sed perianthium basi plus dilatatum, saccato-globosum, ovarium subsessile et glandula major, truncata, valde prominens, erecta.

W. A.: Warrunup, A. A. Dorrien-Smith.

Species a *G. fasciculata* primo aspectu diversissima, sed florum structura haud essentialiter discrepans et sine ullo dubio ei quam maxime affinis. Differt praesertim foliis parvis, elliptico-oblongis, valde crassis, floribus singulis. *G. depauperata* R. Br. Prot. Nov. 21 (1830), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 370 (1856) secundum specimina Baxteri e sinu King George Sound descripta et mihi ignota floribus solitariis pedunculatis et foliorum forma speciei nostrae respondet, sed ob descriptionem imperfectam haud rite est recognoscenda.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Cl. Bentham (Fl. Austr. V. 449) *G. depauperatam* formam tantum *G. Brownii* Meissn. racemis reductis exhibere affirmat.

3. **G. fasciculata** R. Br. Prot. Nov. 20 (1830), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 369 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 449 (1870), F. v. Muell. First Census 69 (1882), Sec. Census 118 (1889).

W. A. — Species foliorum forma variabilis.

a) var. **typica** (*G. fasciculata* s. str.).

Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **linearis** n. comb.

G. aspera var. *linearis* Meissn. in Pl. Preiss. I. 537 (1844—45).

G. Meissneriana F. v. Muell. in Linnaea XXVI. 357 (1853—55), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 360 (1856).

c) ? var. **dubia** m.

Foliis brevioribus et latioribus, oblongo-ellipticis, circa 0·75—1·5 cm longis et 3—4·5 mm latis ad *G. Brownii* Meissn. vergens; flores saepissime tantum gemini.

Sand plains about Warrungup; Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith. Varietas haec exhibet quasi vinculum *G. fasciculatum* cum *G. crassifolia* et *G. Brownii* connectens. Sed ulterius est observandum, utrum species supra enumeratae suae juris sint an omnes conjugendae, ut jam cl. Bentham monuit.

4. **G. quercifolia** R. Br. Prot. Nov. 23 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 551 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 390 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 454 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 213 (1868), First Census 69 (1882), Sec. Census 118 (1889).

G. brachyantha Lindl. Swan Riv. App. 31 (1839).

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

5. **G. Loboana** n. sp.

Sectio *Lissostylis* Series *Occidentales*.

Fruticosa, crebre virgato-ramosa, ramis tenuissime villosiusculis; *folia* tenuiter coriacea, lineari-lanceolata vel oblongo-linearia, circa 4—4·5 cm longa et 3—6 mm lata, subacuminata et breviter mucronato-pungentia, basi sensim attenuata sessilia vel subsessilia, plana sed marginibus breviter revolutis, supra (prima juventute quoque) glaberrima et laevia, glauco-viridia, subtus appresse sericea albescentia,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

trinervia, i. e. praeter costam utrinque prominulam nervis similibus cartilagineis margini quam maxime approximatis et in pagina superiore prominentibus percursa, costa ipsa penninervi, nervis lateralibus conspicuis subelevatis; *racemi* ad umbellas redacti, numerosi, densi, multiflori, axillares, breviter pedunculati, foliis multo breviores; *pedunculi* appresse villosiusculi circa 2 mm longi; *flores* longe pedicellati; *pedicelli* graciles 3 mm vel paulo plus longi, sericei; perianthii *tubus* gracilis $3^1/_2$ mm longus, sub limbo parvo globoso vix 1 mm longo revolutus; *segmenta* perangusta, linearioblonga, basi haud dilatata extus (uti limbus) appresse sericei, intus parte basali (tractu c. 1·25 cm longo) glabri, superius barbato-hirsuti; *torus* rectus fere orbicularis; *ovarium* glaberrimum, stipitatum, stipite ovario paulo breviore; *stylus* circa 5 mm longus, gracilis, glaber, apice breviter recurvatus et disco stigmatico orbiculari, laterali, diametro c. 0·7 m lato terminatus; *glandula* parva, semiannularis, parum prominens, disco sub ovarii facie convexa inserta.

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith

In honorem clarissimi Dris Bruno Lobo, directoris Musei Nationalis Brasiliensis in Rio de Janeiro nominavi.

S. manglesiodi Meissn. proxime affinis sed characteribus datis faciliter distinguenda.

6. **G. trifida** Meissn. in Pl. Preiss. I. 553 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 389 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 479 (1870) F. v. Muell. Fragm. VI. 209 (1868), First Census 70 (1882), Sec. Census 119 (1889).

Anadenia trifida R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 167 (1810), Prodr. 375 (1810), Prot. Nov. 16 (1830).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith, forma foliorum forma a typo differens et habitu aliquantum *G. tenuifloram* Meissn. revocans, sed florum structura et perianthio revoluto cum *G. trifida* congruens.

7. **G. vestita** Meissn. in Pl. Preiss. I. 548 (1844—45), II. 255 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 391 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 488 (1870), F. v. Muell. Fragm. Vl. 213 (1868), First Census 70 (1882), Sec. Census 120 (1889).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

9. **Hakea** Schrad.

1. **H. crassifolia** Meissn. in Pl. Preiss. I. 570 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 412 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 498 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 216 (1868), First Census 70 (1882), Sec. Census 120 (1889).

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith. Forma foliis angustioribus excellens.

2. **H. Brownii** Meissn. in Pl. Preiss. I. 569 (1844—45), II. 261 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 409 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 501 (1870). F. v. Muell. First Census 70 (1882), Sec. Census 120 (1889).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

3. **H. ceratophylla** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 184 (1810), Prodr. 384 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 569 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 410 (1856), Reichb. Icon. et Descr. Pl. t. 24 (1822), Benth. Fl. Austr. V. 502 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 217 (1868), First Census 70 (1882), Sec. Census 120 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 162 (1904).

Conchium ceratophyllum Sm. in Trans. Linn. Soc. IX. 124 (1808).

Hakea acanthophylla Link in Enum. Hort. Berol. I. 118 (1821).

Hakea laciniosa F. v. Muell. Fragm. IV. 49 (1863).

W. A.: Pass in Stirling Range east of Mt. Toolbrunup: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

4. **H. trifurcata** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 183 (1810), Prodr. 383 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 558 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 404 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 504 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 220 (1868), First Census 70 (1882), Sec. Census 120 (1889).

Conchium trifurcatum Sm. in Trans. Linn. Soc. IX. 122 (1808).

Hakea mixta et *H. tricruris* Lindl. Swan Riv. App. 35 (1839).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

5. **H. amplexicaulis** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 184

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(1810), Prodr. 384 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 565 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 407 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 509 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 217 (1868), VII. 133 (1871), First Census 70 (1882), Sec. Census 121 (1889).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, Yallingup and Cape Naturliste, A. A. Dorrien-Smith, a form with remarkably short leaves which, however, cannot be regarded as a separate variety, as the specimens from the first locality show transition from the typical to the short-leaved form.

6. **H. prostrata** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 184 (1810), Prodr. 384 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 565 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 407 (1856).

H. glabella R. Br. Prot. Nov. 28 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 564 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 407 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 509 (1870), F. v. Muell. First Census 70 (1882), Sec. Census 121 (1889).

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

Variat foliis toto margine spinuloso-denticulatis (*H. denticulata* R. Br. Prot. Nov. 28 1810, *H. glabella* var. *denticulata* Meissn. in DC. Prodr. XIV. 407 1856).

H. Pritzelii Diels in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 163 (1904) differt secundum specimina authentica, a cl. Pritzel sub no. 691 edita, non nisi floribus paulo minoribus et florum colore et me judice tantum varietatem *H. prostratae* exhibet.

7. **H. corymbosa** R. Br. Prot. Nov. 28 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 574 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 418 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 520 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 216 (1868), First Census 71 (1882), Sec. Census 121 (1889).

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

8. **H. undulata** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 185 (1810), Prodr. 384 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 566 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 407 (1856), Hook. f. Icon. Plant. V. t. 447 (1842), Benth. Fl. Austr. V. 520 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 216 (1868), First Census 71 (1882), Sec. Census 121 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb, XXXV. 164 (1904).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Mallet; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

9. **H. cucullata** R. Br. Prot. Nov. 30 (1830), Hook. f. Icon. Plant. V. t. 441 (1842), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 408 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 522 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 216 (1868), First Census 71 (1882), Sec. Census 121 (1889).

W. A.;

a) var. **typica** (cf. iconem l. c.): Sand plains, about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

Var. **conchifolia** Hook. f. in Icon. Plant. V. t. 432 (1842), Meissn. l. c. 408 pro sp. foliis spinoso-dentatis et fructibus minoribus dignoscitur.

10. **H. ferruginea** Sweet Fl. Austr. t. 45 (1828), Benth. Fl. Austr. V. 522 (1870), F. v. Muell. First Census 71 (1882), Sec. Census 121 (1889), non Lodd. Bot. Cab. t. 1501.

H. repanda R. Br. Prot. Nov. 30 (183), Meissn. in Pl. Preiss. I. 568 (1844—45), II. 261 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 408 (1856), Lodd. Bot. Cabin. t. 1750 (1831), F. v. Muell. Fragm. VI. 216 (1868).

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith, forma foliis multo latioribus brevioribusque excellens.

11. **H. marginata** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 185 (1810), Prodr. 385 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 575 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 418 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 526 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 216 (1868), First Census 71 (1882), Sec. Census 121 (1889).

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

12. **H oleifolia** R. Br. in Trans. Linn. Soc. 185 (1810), Prodr. 385 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 571 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 416 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 527 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI, 215 (1868), First Census 71 (1882), Sec. Census 122 (1889).

Conchium oleifolium Sm. in Trans. Linn. Soc. IX. 124 (1808).

Hakea ligustrina Knight Prot. 108 (1809).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

13. **H. varia** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 183 (1810), Prodr. 383 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 561 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 405 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 527 (1870), F. v. Muell. Fragm. VI. 219 (1868), First Census 71 (1882), Sec. Census 122 (1889).

W. A.: Mallet; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

Species praesertim foliis mire ludens et formas numerosissimas amplectens; cf. Bentham l. c.

10. **Banksia** L. f.

1. **B. littoralis** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 204 (1810), Prodr. 392 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 583 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 454 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 547 (1870). F. v. Muell. Fragm. VII. 55 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 123 (1889) Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 169 (1904).

W. A.: Yalingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **B. Brownii** Baxt. ex R. Br. Prot. Nov. 37 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 588 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 465 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 549 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 58 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 123 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 169 (1904).

W. A.: N. E. side of Mt. Toolbrunup, Stirling Range, Oct. 1909, flow., A. A. Dorrien-Smith.

3. **B. Solandri** R. Br. Prot. Nov. 36 (1830), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 463 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 550 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 58 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 123 (1889).

W. A.: Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

4. **B. petiolaris** F. v. Muell. Fragm. IV. 109 (1864), First Census 72 (1882), Sec. Census 123 (1889), Benth. Fl. Austr. V. 551 (1870), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 169 (1904).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

F. v. Muell. (Fragm. VII. 58, 1869) and Bentham (l. c.) are of the opinion that *B. petiolaris* perhaps is only a variety of *B. repens* Labill. But as Diels (l. c.) correctly points out, this is surely a distinct species. It is closely related to *B. prostrata*, and also to *B. repens*, looses the indumentum of the perianth-limb just as *B. prostrata*, but has considerably different leaves, smaller flowers and is also characterised by the color of its flowers.

5. **B. repens** Labill. Voy. I. 411 t. 23 (1799), R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 211 (1810), Prodr. 396 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 586 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 462 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 551 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 58 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 123 (1889).

B. polypodiifolia Knight Prot. 113 (1809),

B. blechnifolia F. v. Muell. Fragm. IV. 108, 177 (1864).

W. A.: Sand plains, Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

6. **B. prostrata** R. Br. Prot. Nov. 36 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 587 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 462 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 551 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 57 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 123 (1889).

W. A.: Sand plains, Cranbrook; sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

7. **B. coccinea** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 207 (1810), Prodr. 394 (1809), Meissn. in Pl. Preiss. I. 585 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 459 (1856), Bauer Illustr. Fl. N. Holl. t. 3 (1813), Benth. Fl. Austr. V. 557 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 56 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 122 (1889).

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

11. **Dryandra** DC.

1. **D. Dorrienii** n. sp.

Fruticosa, ramis crassis, novellis tomentoso-villosiusculis, vetulis glabratis, ramulis lateralibus copiosis saepe valde abbreviatis et folia pernumerosa conferta gerentibus; *folia* rigida, crasse coriacea, in circuitu obovato-cuneata, apice pro-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

funde emarginato-truncata et mucronata, ultra medium pinnatifida, in sicco utrinque pallescentia (luteo-viridia), in pagina superiore evenia, glaberrima et omnino laevia, subnitidula, subtus simulate glabra et haud nitida, sed revera subtiliter costato-reticulata et lacunis albido-tomentosis tantum sub lente conspicuis parce punctata, c. 4·5—7 cm longa et 2—2·5 cm lata, margine crasso, cartilagineo cincta, in petiolum brevem, basi subdilatatum, villosiusculum attenuata, sinubus obtusiusculis, lobis lanceolato-triangulis, longiuscule mucronato-spinescentibus, patulo-erectis (nec horizontaliter divaricatis), decurrentibus; *capitula* ramos et praecipue ramulos laterales copiosos terminantia, permagna, expansa usque 8 cm lata, foliis numerosis capitula manifeste superantibus obvallata; involucri late ovoidei *bracteae* numerosissimae, exteriores lineari-lanceolatae, interiores augustiores lineares et rufotomentosae, omnes apicibus patulae; *perianthium* c. 4 cm longum; *segmenta* angustissima; *tubus* pilis longinsculis, sursum erectis dense hirsuto-villosus; *limbus* angustissimus, obtusus, extus laxius hirsutus; *stylus* glaber, perianthium vix vel paulum excedens, cylindro stigmatico vix latiore terminatus.

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith. *D. falcatae* R. Br. affinis, sed differt capitulis floribusque majoribus, perianthii limbo hirsuto, capitulis ramulos laterales terminantibus etc. *D. Purdieana* Diels jam capitulis multo minoribus longe recedit.

2. **D. Purdieana** Diels in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 174 (1904).

W. A.: Pass in Stirling Range east of Mt. Toolbrunup; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, (A. A. Dorrien-Smith).

The identification was made only according to the description, to which the specimens of Dorrien-Smith conformed entirely well, except for the fact that the leaves surrounding the flower-heads are short, mostly shorter than the heads or only in part longer, wherein lies an important difference from *D. armata* R. Br. Although Diels does not mention the length of the floral leaves in his description, the plant described by him should have the heads surrounded

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

by long leaves because he places his species in the series *Obvallatae* Benth.

3. **D. Fraseri** R. Br. Prot. Nov. 39 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 596 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 476 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 568 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 52 (1869) First Census 72 (1882), Sec. Census 124 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 172 fig. 18. (1904).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

4. **D. sessilis** n. comb.

Josephia sessilis Knight Prot. 110 (1809).

Dryandra floribunda R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 212 (1810), Prodr. 397 (1810), Meissn. in Pl. Preis. I. 589 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 468 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 569 (1870). F, v. Muell. Fragm. VI. 93 (1867), VII. 50 (1869), First Census 73 (1882), Sec. Census 124 (1889).

Josephia floribunda Poir Encycl. Suppl. III. 175 (1817).

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

5. **D. concinna** R. Br. Prot. Nov. 38 (1830), Benth. Fl. Austr. V. 571 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 52 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 124 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 173 (1904), nec Meissn.

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, Capt. A. A. Dorrien-Smith.

6. **D. formosa** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 313 t. 3 (1810) Prodr. 397 (1810), Sweet Fl. Australas. t. 53 (1827—28), Meissn. in Pl. Preiss. I. 593 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 471 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 573 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 51 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 124 (1889).

Josephia formosa Poir. Encycl. Suppl. III. 175 (1813).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

7. **D. nivea** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 214 (1810), Prodr. 398 (1810), Meissn. in Pl. Preis. I. 594 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 472 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 574 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 52 (1869), First Census 72 (1882), Sec. Census 124 (1889).

Banksia nivea Labill. Voy. La Pér. I. 411 t. 24 (1799).

Josephia rachidifolia Knight Prot. 111 (1809).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Josephia nivea Poir. Encycl. Suppl. III. 175 (1813). **W. A.** — Yallingup and Cape Naturaliste, Capt. A. A. Dorrien-Smith.

8. **D. arctotidis** R. Br. Prot. Nov. 39 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 595 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 475 (1856), Benth, Fl. Austr. V. 574 (1870), F. v. Muell. First Census 72 (1882) Sec. Census 124 (1889).

W. A.

b) var. **tortifolia** Benth. Fl. Austr. V. 575 (1870).

D. tortifolia Kipp. ex Meissn. in Hook. Kew. Journ. VII. 121 (1855).

Sand Plains about Warrungup, Capt. A. A. Dorrien-Smith.

9. **D. tenuifolia** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 215 (1810), Prodr. 398 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 597 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 478 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 581 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 53 (1869), First Census 73 (1882), Sec. Census 124 (1889).

Josephia tenuifolia Poir. Encycl. Suppl. III. 176 (1813).

Dryandra uncata A. Cunn. ex Benth. Fl. Austr. V. 581 (1870).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, Capt. A. A. Dorrien-Smith.

10. **D. bipinnatifida** R. Br. Prot. Nov. 39 (1830), Meissn. in Pl. Preiss. I. 599 (1844—45), in DC. Prodr. 480 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 583 (1870), F. v. Muell. First Census 73 (1882), Sec. Census 124 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 174 (1904).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

11. **D. pteridifolia** R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 215 (1810), Prodr. 399 (1810), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 480 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 583 (1870), F. v. Muell. First Census 73 (1882), Sec. Census 124 (1889).

D. blechnifolia R. Br. in Trans. Linn. Soc. X. 215 (1810), Prodr. 399 (1810).

Josephia pteridifolia Poir. Encycl. Suppl. III. 175 (1813).

Josephia blechnifolia Poir. l. c. 176.

Dryandra nervosa R. Br. in Sweet Fl. Austr. 22 (1827—28),

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Prot. Nov. 39 (1830), Meissn. in Pl. Preis. I. 600 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 481 (1856), F. v. Muell. Fragm. VII. 54 (1869).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

12. **D. calophylla** R. Br. Prot. Nov. 40 (1830), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 481 (1856), Benth. Fl. Austr. V. 584 (1870), F. v. Muell. First Census 73 (1882), Sec. Census 124 (1889).

D. Drummondii Meissn. in Pl. Preiss. II. 267 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 481 (1856), F. v. Muell. Fragm. VII. 54 (1869).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

II. Santalaceae.

1. **Leptomeria** R. Br.

1. **L. Rohlenae** n. sp.

Fruticulus divaricato-ramosus, *ramis* vetulis crassis, aphyllis, albido-corticatis, lineis viridibus striatis et subteretibus, *ramulis* strictis, erectis, viridibus, glabris, striato-sulcatis, foliis sat crebris, persistentibus, regulariter alternis instructis; *folia* ericoidea, in ramulis erecta vel tantum subpatentia, recta vel interdum incurvata, linearia sed apicem versus paulum dilatata, apice breviter acuta, crassa, semitereti-triquetra, i. e. facie inferiore valde convexa et medio costato-carinata, facie superiore concaviuscula et costa media elevata notata, caeterum enervia, glabra laeviaque, circa 5—5·5 mm longa et antice diametro circiter 1·5 mm lata, sessilia; *racemi* spiciformes e foliorum axillis pernumerosi, arcuato-divaricati, sub fructu subrecurvi, rigidiusculi, circa 1 cm vel paulo minus longi; *bracteae* flores fulcrantes divaricatae, persistentes, crassae, subtriquetrae, i. e. facie inferiore costato-carinatae, facie superiore planae, breviter acutae; *drupae* brevissime pedicellatae, globosae, diametro 3 mm latae, perianthio aperto, rotato, persistente coronatae, laeves (exocarpio tenue carnosulo exsiccato subtiliter rugosae); *perianthii lobi* circa 0·6 mm longi, ovato-lanceolati,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

apice subacuto subinflexi; disci epigyni lobi 5 elevati obtusi, in glandulas erectas liberas mutati.

W. A.: Cranbrook to Warrungup. Sandy Plains; Warrunup Hill, Stirling Range, statione utraque legit Capt. A. A. Dorrien-Smith.

Amicissimo Josepho Rohlena, florae bohemicae necnon montenegrinae scrutatori prudentissimo, dedico.

Species *L. squarrulosae* R. Br., *Cunninghamii* Miq. et *empetriformi* Miq. affinis, sed jam habitu (ramis strictis rigidioribus crassioribusque subdivaricatis et brevioribus, nec elongatis et virgato-ramonis ut in speciebus enominatis) facile distinguenda; praeterea ramulis crebrius foliatis, foliis crassis, bracteis crassis longioribus etc. dignoscenda. Racemi speciei nostrae juveniles abbreviati, densi et bracteis curvato-erectis, approximatis notabiles: alabastra clavata perianthii tubum obconicum et limbum depresso-globosum exhibent.

2. **L. Cunninghamii** Miq. in Pl. Preiss. I. 611 (1844—45), A. DC. in DC. Prodr. XIV. 679 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 223 (1873), F. v. Muell. Fragm. VIII. 10 (1872), First Census 64 (1882), Sec. Census 110 (1889).

W. A.: — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

3. **L. empetriformis** Miq. in Pl. Preiss. I. 610 (1844—45), A. DC. in DC. Prodr. XIV. 680 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 244 (1873), F. v. Muell. First Census 67 (1882), Sec. Census 110 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 178 (1994).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

III. Phytolaccaceae.

1. Didymotheca Hook. f.

1. **D. thesioides** Hook. f. in Hook. Lond. Journ. VI. 279 (1847), Fl. Tasm. I. 309 t. 93 (1860), Moq. in DC. Prodr. XIII. 2 p. 37 (1849), Benth. Fl. Austr. V. 145 (1870), F. v. Muell. First Census 32 (1882), Sec. Census 54 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 196 (1904).

Distribution: W. A., S. A., T.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, leg. Capt. A. A. Dorrien-Smith (specimina omnia mascula!).

IV. Ranunculaceae.

1. Clematis L.

1. **C. microphylla** DC. Syst. Veg. I. 147 (1818), Prodr. I. 5 (1824), Benth. Fl. Austr. I. 7 (1863), F. v. Muell. Plants of Vict. I. 4 (1860—62), Fragm. X. 12 (1876), XI. 20, 27 (1878), First Census 1 (1882), Sec. Census 3 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 200 (1904).

Distribution: **A.** (all states except **N. A.**), **T.**

b) var. **linearifolia** n. comb.

C. linearifolia Steud. in Pl. Preiss. I. 262 (1844—45).

C. microphylla var. *occidentalis* Benth. Fl. Austr. I. 8 (1863).

C. hexapetala Sbsp. *microphylla* var. *linearifolia* O. Ktze. Monogr. Clem. 108 (1885).

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith (with rather long achens).

2. Ranunculus L.

1. **R. lappaceus** Sm. in Rees Cyclop. XXIX. n. 61 (1815), DC. Prodr. I. 39 (1824), Benth. Fl. Austr. I. 12 (1863), excl. var. p. p.

Distribution. **A.** (except **N. A.**), **T.**, **N. Z.**

a) var. **normalis** m. (caule elato, patentim villoso, foliis pinnatis vel palmato-pinnatis, caulibus ± foliigeris, floribus magnis, calyce subvilloso vel hirsuto).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley (usque plus quam semimetralis): Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dolrien-Smith.

b) var. **macrocarpellus** v. n.

Statura sat robusta, elata, caulibus patentim villosis, subfoliatis cum typo convenit: *folia* radicalia longepetiolata, magna, saepe ternata sed interdum subpinnata; *foliola* profunde lobata, lobis latis, grosse dentatis; *flores* quam in typo subminores: *petala* usque 12 mm longa sed iis formae typicae angustiora; *achaenia* duplo majora, praesertim multo la-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tiora, circa 3—3·25 mm longa et longitudine latiora (circa 3·5—4 mm lata).

W. A.: swampy ground, Claremont near Perth, Cec. Andrews 1st Coll. N° 3, 5. IX. 1902.

V. Pittosporaceae.

1. **Marianthus** Hueg.

1. **M. candidus** Hueg. Enum. Pl. Nov. Holl. 8 (1837), Putterl. in Pl. Preiss. I. 195 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 119 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 2 (1882), First Census 7 (1822). Sec. Census 12 (1889).

W. A.: — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **M. erubescens** Putterl. in Endl. Nov. Stirp. Dec. 60 (1839), in Pl. Preiss. I. 197 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 120 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 2 (1882), First Census 7 (1882), Sec. Census 12 (1889).

M. purpureus Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVII. II. 364 (1854).

W. A.: — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Billardiera** Sm.

1. **B. Dorrienii** n. sp.

Planta gracilis, volubilis, caulibus foliisque novellis longe patentim sericeo-pilosis sed mox glabratis; *rami* cylindrici, pertenues, glabri; *folia* parva, sparsa, erecto-patentia vel patentia, sessilia vel subsessilia, mollia vel vix coriacea, plana vel marginibus minutiosissime revoluta, juvenilia aureo-brunnea, adultiora utrinque glaberrima, supra sordide glaucescenti-viridia subtus glauco-pallida, anguste lineari-oblonga vel linearia, apice subito in acumen breve protracta, integerrima, circa 15—20 mm longa et 2—3 mm lata; folia subfloralia latiora, lanceolata et saepe falcata, acuminata, plerumque uti pedicelli ± sericeo-pilosa; *pedicelli* gracillimi, filiformes, usque plus 2 cm longi, terminales rarius axillares, solitarii vel

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

usque 3 aggregati; *flores* iis Marianthi Drummondii simillimi, sed baccae (nondum maturae) lineari-oblongae.

W. A.: Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

A. Mariantho Drummondii, cujus habet flores, foliis omnibus integerrimis, demum glaberrimis, linearibus vel lineari-oblongis et praesertim fructu diversa. *B. gracilis* foliis coriaceis, marginibus revolutis, inflorescentia cymosa etc. facile distinguenda.

3. **Sollya** Lindl.

I. **S. heterophylla** Lindl. Bot. Reg. XVII. t. 1466 (1831), Putterl. in Pl. Preiss. I. 203 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 126 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 3 (1882), First Census 7 (1882), Sec. Census 12 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 213 (1904).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, leg. A. A. Dorrien-Smith, forma latifolia.

IV. Leguminosae.

1. **Brachysema** R. Br.

1. **B. praemorsum** Meissn. in Pl. Preiss. I. 25 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 10 (1864), F. v. Muell. First Census 32 (1882), Sec. Census 56 (1889).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **B. sericeum** n. comb.

Chorozema sericeum Sm. in Trans. Linn. Soc. IX. 253 (1808).

Brachysema undulatum Ker in Bot. Reg. t. 642 (1822), DC. Prodr. II. 105 (1825), Lodd. Bot. Cab. t. 778 (1818—24), Benth. Fl. Austr. II. 11 (1864), F. v. Muell. First Census 32 (1882), Sec. Census 56 (1889).

Podolobium? sericeum DC. Prodr. II. 103 (1825).

Oxylobium? sericeum Benth. in Ann. Wien. Mus. II. 70 (1838).

Brachysema melanopetalum F. v. Muell. Fragm. IV. 11 (1863).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.

b) var. **angustifolium** (Benth. l. c. 11 sub *B. undulato*). Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith: forma foliis saepe magnis, sed elongatis et angustioribus excellens.

2. **Oxylobium** Andr.*)

O. Callistachys Benth. Fl. Austr. II. 16 (1864) [= *Callistachys lanceolata* Vent. Jard. Malm. t. 115 (1803), *Chorizema Callistachys* F. v. Muell. Fragm. IV. 18 (1863)] must be designated as **O. lanceolatum** n. comb., *O. lineare* Benth. Fl. Austr. II. 17 (1864) [= *Callistachys linariaefolia* Don Gen. Syst. II. 117 (1832), *C. linearis* Benth. in Hueg. Enum. 27 (1837), *Chorizema lineare* F. v. Muell. Fragm. IV. 17 (1863)] as **O. linariifolium** n. comb.

3. **Němcia** n. gen.

(For the diagnosis of this new genus and its species see my special article on it).

1. **N. atropurpurea** (Turcz.) Domin.

a) var. **typica** Domin.

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **minorifolia** Domin.

W. A.: cum praecedenti.

2. **N. luteifolia** Domin. — Cum praecedenti.

4. **Chorizema** Labill.

1. **Ch. Dicksonii** Grah. in Maunds Botanist t. 106 (1841), Benth. Fl. Austr. II. 27 (1864), F. v. Muell. First Census 33 (1882), Sec. Census 57 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 227 (1904).

W. A. — Mallet; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Ch. rhombeum** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. III. 9 (1811), DC. Prodr. II. 103 (1825), F. v. Muell. First Census 33 (1882), Sec. Census 57 (1889).

*) The analysis of the genus *Oxylobium* and allied genera will be published in an other paper.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ch. ovatum Lindl. in Bot. Reg. t. 1528 (1832), Meissn. in Pl. Preiss. I. 32 (1844—45).

W. A. — Mt. Toolbrunup; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

3. **Ch. glycinifolium** n. comb.

Dillwynia glycinifolia Sm. in Trans. Linn. Soc. IX. 264 (1808), DC. Prodr. II. 109 (1825).

Ch. angustifolium Benth. in Hueg. Enumer. 28 (1837), in Ann. Wien, Mus. II. 71 (1838), Fl. Austr. II. 29 (1864), F. v. Muell. First Census 33 (1882), Sec. Census 57 (1889).

Ch. capillipes et *Ch. denticulatum* Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 255, 253 (1853).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

It is rather a woody perennial than an undershrub.

4. **Ch. reticulatum** Meissn. in Pl. Preiss. I. 34 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 30 (1864), F. v. Muell. First Census 33 (1882), Sec. Census 57 (1889).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

5. **Ch. Henchmannii** R. Br. in Bot. Reg. t. 986 (1826), Meissn. in Pl. Preiss. I. 34 (1844—45), II. 209 (1846—47), Lodd. Bot. Cab. t. 1233 (1825—33), Benth. Fl. Austr. II. 31 (1864), F. v. Muell. First Census 33 (1882), Sec. Census 58 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 228 (1904).

Podolobium? aciculare DC. Prodr. II. 103 (1825).

Orthotropis pungens Benth. in Lindl. Swan Riv App. 16 (1839).

Chorizema Baueri Meissn. in Pl. Preiss. I. 34 (1844—45), II. 209 (1846—47) nec Benth.

Chorizema rhynchotropis Meissn. in Pl. Preiss. II. 209 (1846—47).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley (numerous specimens) and Mallet, leg. A. A. Dorrien-Smith. Exclusively the yellow-flowered form (f. *luteiflora* Diels l. c.).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

5. **Isotropis** Benth.

1. **I. cuneifolia** n. comb.

Callistachys cuneifolia Sm. in Trans. Linn. Soc. IX. 267 (1808). DC. Prodr. II. 104 (1825).

Chorizema spartioides Lodd. Bot. Cab. t. 1953 (1833).

Isotropis striata Benth. in Hueg. Enumer. 28 (1837), in Ann. Wien. Mus. II. 71 (1838), Fl. Austr. II. 39 (1864), F. v. Muell. Fragm. III. 16 (1862) p. p., First Census 33 (1882), Sec. Census 58 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 231 (1904),

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

6. **Mirbelia** Sm.

1. **M. trichocalyx** n. sp.

Fruticulus parvus spinosissimus, virgato-ramosissimus, ramis stricte ascendentibus, juvenilibus appresse pubescentibus serius glabratis; *spinae* graciles sed rigidiusculae, divaricatae, 1 cm vel paulo plus longae; *folia* minuta, secus spinas fasciculato-conferta, ericoidea, subtereti-linearia, sessilia vel brevissime petiolulata, circa 2·5—4·5 mm longa et 0·8—1 mm lata, obtusa, crassiuscula, ob margines valde revolutos supra concaviuscula, subtus anguste canaliculato-aperta, supra uninervia vel interdum omnino laevia, plus minusve, praecipue ad basin et petiolum pubescenti-ciliata sed demum plerumque glabrescentia; *flores* ut in M. spinosa in axillis foliorum fasciculati, raro solitarii, breviter pedicellati, fere subsessiles, bibracteolati; *bracteolae* setaceae, calyce breviores; *calyx* circa 6—7 mm longus, dense patentim canovillosus, lobis 3 inferioribus anguste lanceolatis, subulato-acuminatis; *vexillum* 8—8·5 mm longum, luteum, integrum (nec emarginatum), calycem conspicue excedens; *alae* in sicco lutescentes, vexillo breviores, calyce paulo longiores; *carina* purpurascens, calycem haud excedens; *ovarium* glabrum plerumque 6-ovulatum.

W. A.: Sand plains about Warrungup, leg. Capt. A. A. Dorrien-Smith.

Species *M. spinosae* Benth. valde affinis, sed differt foliis minutis, foliorum fasciculis spinis saltem duplo brevi-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

oribus, floribus luteis et praesertim calyce patentim valde villoso.

7. **Gompholobium** Sm.

1. **G. ovatum** Meissn. in Pl. Preiss. I. 35 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 42 (1864), F. v. Muell. First Census 34 (1882), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 233 (1904).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith; formae foliis acutis obtusisve excellentes.

2. **G. polymorphum** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. III. 11 (1811), DC. Prodr. II. 106 (1825), Meissn. in Pl. Preiss. I. 37 (1844 - 45), Benth. Fl. Austr. II. 43 (1864), F. v. Muell. First Census 34 (1882), Sec. Census 59 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 233 (1904).

G. pedunculare DC. Prodr. II. 105 (1825), Meissn. in Pl. Preiss. I. 36 (1844—45).

G. venulosum Lindl. in Bot. Reg. t. 1574 (1832).

G. versicolor Lindl. in Bot. Reg. t. 43 Misc. 45 (1839).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith, forma angustifolia.

3. **G. marginatum** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. III. 11 (1811), DC. Prodr. II. 105 (1825), Meissn. in Pl. Preiss. I. 36 (1844—45). Benth. Fl. Austr. II. 44 (1864), F. v. Muell. First Census 34 (1882), Sec. Census 59 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahr. XXXV. 233 (1904).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

4. **G. burtonioides** Meissn. in Pl. Preiss. I. 37 (1844—45), II. 210 (1846—47), Benth. Fl. Austr. II. 46 (864), F. v. Muell. First Census 34 (1882), Sec. Census 59 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 233 (1904).

W. A. — Mallet; Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

5. **G. tomentosum** Labill. in Pl. Nov. Holl. I. 106 t. 134 (1804), DC. Prodr. II. 106 (1825), Meissn. in Pl. Preiss. I. 40 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 47 (1864), F. v. Muell. First Census 34 (1882), Sec. Census 59 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 233 (1904).

G. aciculare Reichb. Iconogr. Exot. t. 243 (1830).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

G. lanatum A. Cunn. ex G. Don Gen. Syst. II. 118 (1832).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

6. **G. venustum** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. III. 12 (1811), DC. Prodr. II. 106 (1825), Meissn. in Pl. Preiss. I. 40 (1844—45), Reichb. Icon. Exot. I. 54 t. 76 (1827), Benth. Fl. Austr. II. 49 (1864), F. v. Muell. First Census 34 (1882), Sec. Census 56 (1889).

G. Quamoclit R. Br. ex Rchb. l. c. 55 (nomen).

W. A.

b. var. **laeve** Benth. l. c. 49 (with?).

Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

Planta a cl. Dorrien-Smith collecta, quam hoc tempore cum planta authentica Benthamiana comparare nequeo, a *G. venusto* non solum foliolis laevibus sed etiam multo brevioribus discrepat.

7. **G. Knightianum** Lindl. in Bot. Reg. t. 1468 (1837), Meissn. in Pl. Preiss. I. 40 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 49 (1864), F. v. Muell. First Census 34 (1882), Sec. Census 59 (1889).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

8. **Burtonia** R. Br.

This genus is so nearly related to Gompholobium that it almost could be united with it. Except for the number of ovules there is no difference whatever between them. Both genera are composed of groups of species widely enough separated and contain parallel species with the same habit, which points to their common phylogenetic origin. Burtonia with its number of ovules reduced to two must of course be considered as the more derived type. The genus is, however, not limited to Western Australia, but has also two representatives in Northern Australia and one in Queensland.

1. **B. villosa** Meissn. in Pl. Preiss. I. 41 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 51 (1864), F. v. Muell. Fragm. X. 35 (1876), First Census 34 (1882), Sec. Census 59 (1889).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith, forma foliis longioribus excellens.

9. **Jacksonia** R. Br.

1. **J. furcellata** DC. Prodr. II. 107 (1825), Benth, Fl. Austr. II. 57 (1864), F. v. Muell. Fragm. X. 39 (1876), First Census 34 (1882), Sec. Census 69 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 249 (1904).

Gompholobium furcellatum Bonpl. Jard. Malm. 30 t. 11 (1813).

Jacksonia dumosa Meissn. in Pl. Preiss. I. 44 (1844—45), II. 212 (1846—47).

W. A. — Mallet, A. A. Dorrien-Smith (forma).

2. **J. Sternbergiana** Hueg. Bot. Archiv t. 3 (1837), Meissn. in Pl. Preiss. I. 43 (1844—45), II. 211 (1846—47), Benth. Fl. Austr. II. 58 (1864), F. v. Muell. Fragm. X. 39 (1876), First Census 34 (1882), Sec. Census 60 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 241 (1904),

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith, forma valde robusta.

3. **J. calycina** n, sp.

Fruticulus humilis, erectus, virgato-ramosus, glaber; *rami* erecto-ascendentes, complanati et dilatati, circa 5 mm lati, rigidi, glabri vel minute punctulato-puberuli, nervis costiformibus striati, omnino inermes; *ramuli* similes nisi paulo angustiores; ramuli floriferi breves, circa 2—4 cm longi, angusti (nec complanati) flores paucos (plerumque 2—3) distantes, magnos, fere sessiles gerentes et idcirco racemos laxos paucifloros efformantes; *bracteolae* ovatae, minimae; *calyx* circa 15 mm longus, extus pilis appressis rufis densissime sericeo-villosus; calycis lobi lineari-lanceolati, acuminati, intus glabri vel glabrescentes et uninerves; tubus perbrevis; *corolla* calyce paulo brevior; *vexillum* luteum, 10 mm vel paulo plus longum; *alae* luteae, vexillo paulo longiores; *carina* obtusissima, purpurascens, vexillum longitudine adaequans; *ovarium* villosissimum, stipitatum, stipite glabro, circa 2 mm longo; *legumen* haud perfecte maturum villosissimum, calycem adaequans.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains A. A. Dorrien-Smith.

Species distinctissima, forsan cum *J. compressa* Turcz. comparanda, sed ab hac jam ovario stipitato facile separanda. Calyces permagni, extus densissime villosi, corollam optime protegunt.

4. **J. capitata** Meissn. in Pl. Preiss. I. 45 (1844—45), II. 212 (1846—47), Benth. Fl. Austr. II. 61 (1864), F. v. Muell. Fragm. X. 38 (1876), First Census 34 (1882), Sec. Census 60 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 241 (1904).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

5. *J. piptomeris* Benth. Fl. Austr. II. 62 (1864) (= *Piptomeris aphylla* Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 258, 1853), which holds by the number of its ovula an isolated position in the genus *Jacksonia*, must be designated according to the priority **J. aphylla** n. comb.

10. **Sphaerolobium** Sm.

1. **S. medium** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. III. 14 (1811), DC. Prodr. II. 108 (1825), Benth. Fl. Austr. II. 66 (1864), F. v. Muell. First Census 35 (1882), Sec. Census 61 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 243 (1904).

S. acuminatum Benth. in Hueg. Enumer. 32 (1837), in Ann. Wien. Mus. II. 76 (1838), Meissn. in Pl. Preiss. I. 48 (1844—45).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **S. macranthum** Meissn. in Pl. Preiss. II. 213 (1846—47), Benth. Fl. Austr. II. 67 (1864), F. v. Muell. First Census 35 (1882), Sec. Census 61 (1889).

S. Drummondii Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 267 (1853).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith; Mt. Toolbrunup, legit idem, forma floribus magnis, ramis crassis fere ut in *S. crassirameo* Meissn. excellens, sed

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

S. crassirameum, claro Bentham momente, tantum formam *S. macranthi* exhibet et specifice haud distat.

Numerous *Sphaerolobium* — species of Western Australia present a remarkable similarity of habit which surely can be explained by the same reaction to the influence of the climate.

11. **Daviesia** Sm.

1. **D. cordata** Sm. in Trans. Linn. Soc. IX. 259 (1808), DC. Prodr. II. 114 (1825), Meissn. in Pl. Preiss. I. 56 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 72 (1864), F. v. Muell. First Census 35 (1882), Sec. Census 61 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 246 (1904).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **D. crenulata** Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 265 (1853), Benth. Fl. Austr. II. 72 (1864), F. v. Muell. First Census 35 (1882), Sec. Census 61 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 247 (1904).

D. calystegia Tutcz. l. c. 264 (1853).

D. parifolia F. v. Muell. Fragm. IV. 16 (1863).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

3. **D. alternifolia** Endl. in Ann. Wien Mus. II. 199 (1838), Meissn. in Pl. Preiss. I. 55 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 73 (1864), F. v. Muell. First Census 35 (1882), Sec. Census 61 (1889).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

4. **D. incrassata** Sm. in Trans. Linn. Soc. IX. 255 (1808), DC. Prodr. II. 114 (1825), Benth. Fl. Austr. II. 83 (1864), F. v. Muell. First Census 35 (1882), Sec. Census 61 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 248 (1904).

Acacia dolabriformis Wendl. Comm. Acac. 55 (1820).

Distribution: **W. A., S. A.** — An extremely polymorphous species, the extreme forms of which even make a transition to *D. hakeoides* Meissn. The following varieties in their typical forms may be easily distinguished:

a) var. **typica** m.

Here belongs also *D. physodes* A. Cunn. ex G. Don Gard. Dict. II. 125 (1832).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Excellit foliis apicem versus vel apice dilatatis, articulatis.

b) var. **cylindrica** var. n.

Excellit foliis cylindricis, apice haud dilatatis, sed articulatis.

c) var. **Benthamii** n. comb,

D. Benthamii Meissn. in Pl. Preiss. I. 48 (1844—45) (teste specim. auth.).

Excellit foliis haud dilatatis, cum ramis continuis, floribus parvis.

d) var. **Dorrienii** v. n.

Ut praecedens, sed grandiflora.

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

e) var. **brachyphylla** n. comb.

D. brachyphylla Meissn. in Pl. Preiss. I. 49 (1844—45) (teste specimen authenticum Drummondianum No. 242).

Excellit foliis articulatis, sed brevibus, tantum 5 mm (vel minus) longis.

5. **D. trigonophylla** Meissn. in Pl. Preiss. II. 213 (1846—47), Benth. Fl. Austr. II. 87 (1864), F. v. Muell. First Census 35 (1882), Sec. Census 62 (1889). Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 250 (1904).

W. A. — Sand plais about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith, forma fructibus minoribus excellens.

6. **D. longifolia** Benth. in Lindl. Swan Riv. App. 14 (1839), Meissn. in Pl. Preiss. I. 55 (1844—45), F. v. Muell. First Census 35 (1882), Sec. Census 61 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 247 (1904).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith (flores opaci).

12. **Aotus** Sm.

1. **A. genistoides** Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 268 (1863), Benth. Fl. Austr. II. 92 (1864), F. v. Muell. First Census 36 (1882), Sec. Census 62 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 251 (1904).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range; Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

13. **Gastrolobium** R. Br.

1. **G. crispifolium** n. sp.

Frutex ramis subflexuosis glabris, ramulis brevibus, dense foliatis, ± hirsutiusculis; *folia* in ramulis dense conferta, opposita, brevissime petiolulata, rigida, coriacea, fere breviter rectagonalia, apice truncato breviter emarginata et emarginatura mucrone parvo munita, basi leviter sed conspicue cordata, margine manifeste undulata, convexiusculo-subrevoluta, majora circa 1 cm longa et 7—8 mm lata sed nonnulla minora, juvenilia pilis albis longis mollibus hirsuta, adulta demum glabra, supra dense reticulata subnitida, subtus pallida; *petioli* hirsuti, vix 1 mm longi; *stipulae* setaceae, petiolis aliquoties longiores; *flores* numerosi, longe pedicellati, ad ramulorum apices et in axillis in umbellas pedunculatas 2—4 floras dispositi, raro racemulos paucifloros breves efformantes; *pedicelli* graciles, subfiliformes, subpatentim hirsuti, plerumque circa 3—4·5 mm longi, nunc pedunculo communi aequilongi, nunc eum adaequantes vel eo breviores, bracteis parvis, hirsutiusculis suffulti: *calyx* membranaceus, circa 4 mm longus, pilis longiusculis albidis subappressis sat dense hirsutus; lobi 3 inferiores majores lanceolati, acuminati, tubum adaequantes; *corolla* calyce fere duplo longior, praeter carinam purpurascentem, fere rectam et valde obtusam lutea; alae carinaque vexillo paulo breviores, aequilongae: *ovarium* biovulatum, villosum, distincte stipitatum, stipite glabro

W. A.: Mallet, leg. Capt. A. A. Dorrien-Smith.

G. truncato Benth. affine, sed differt foliis coriaceis, minoribus, confertis, demum glabris, pedicellis, longioribus etc.

2. **G. triangulare** n. sp.

G. spinosum var. *triangulare* Benth. Fl. Austr. II. 103 (1864), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 254 fig. 32 D—E (1904).

W. A.: Port Gregory, Oldfield.

Foliorum forma, spinarum numero dispositioneque, pedunculis racemorum elongatis, floribus multo minoribus, pedicellis brevioribus sat diversum esse videtur.

3. **G. spinosum** Benth. in Lindl. Swan Riv. App. 13 (1839), Fl. Austr. II. 103 (1864) excl. var., Meissn. in Pl.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Preiss. I. 68 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. X. 35 (1876) (»*spinescens*«), First Census 33 (1882), Sec. Census 58 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 254 (1904) excl. var.

G. Preisii Meissn. in Pl. Preiss. I. 68 (1844—45).

W. A.

Species foliorum forma admodum variabilis; folia habet pro more latitudine longiora vel aeque lata longaque, sed in var. *angustum* Pritzel anguste triangularia et latitudine saltem duplo longiora; formae folia multo (usque fere duplo) latiora quam longa et obtusissima exhibentes rarius adsunt, sic Swan River, Miss Bunbury 1887.

b) var. **subinerme** v. n.

Excellit foliis ovato-lanceolatis, cordatis, lobis obtusis, margine omnino mutico, raro apicem versus spinula solitaria instructo, floribus numerosis, plus confertis.

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

β) f. **oliganthum** f. n.

Differt floribus in racemo perpaucis (4—2) vel imo solitariis.

Victoria Desert, Elder Exploring Expedition, R. Helms IX. 1891.

4. **G. velutinum** Lindl. & Paxt. Flow. Gard. III. 76 (1853) cum fig., Benth. Fl. Austr. II. 106 (1864), F. v. Muell. Fragm. X. 35 (1876), First Census 33 (1882), Sec. Census 58 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 256 (1904).

G. emarginatum Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 273 (1853).

W. A. — Sandy plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith, forma parvifolia.

5. **G. calycinum** Benth. in Lindl. Swan Riv. App. 13 (1839), Fl. Austr. II. 104 (1864), Meissn. in Pl. Preiss. I. 69 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. X. 35 (1876), First Census 33 (1882), Sec. Census 58 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 255 (1904).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

14. **Pultenaea** Sm.

1. **P. ericifolia** Benth. in Lindl. Swan Riv. App. 13 (1839), Fl. Austr. II. 129 (1864), Meissn. in Pl. Preiss. I. 75 (1844—45), II. 219 (1846—47), F. v. Muell. First Census 36 (1882), Sec. Census 63 (1889).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

2. **P. verruculosa** Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 278 (1853), Benth. Fl. Austr. II. 129 (1864), F. v. Muell. First Census 36 (1882), Sec. Census 63 (1889).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith, forma foliis glabris, calyce parce hirsuto excellens.

3. **P. empetrifolia** Meissn. in Pl. Preiss. I. 76 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 129 (1864), F. v. Muell. First Census 36 (1882), Sec. Census 63 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 259 (1904).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook; Cranbrook to Warrungup, sandy plains; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

15. **Dillwynia** Sm.

1. **D. incerta** n. sp.

(*Pultenaea incerta* Dom. in sched.)

Frutex verosimiliter elatus, valde ramosus, glaberrimus habitu epacrideoideo; *ramuli* stricti, crebre foliati; *folia* alternantia, rigida, subsessilia, angusta, oblanceolato-linearia, circa 6—11 mm longa et antice 1—2 mm lata, apice acuto subpungentia, manifeste concava usque fere plicata, supra enevia, subtus carinata, glabra et glaucescentia; *stipulae* nullae; *flores* ad ramulorum apices in pseudocapitula late oblonga, foliis numerosis interjecta, densiuscula dispositi, ut videtur aurantiaci, breviter pedicellati; *pedicelli* circa 1·5 mm longi, arcte sub calyce bracteolis 2 oppositis, lanceolato-linearibus, subacutis, circa 3 mm longis et 0·6 mm latis, carinato-convexis instructi; *calyx* glaberrimus, glaucus, 4·5—4·6 mm longus, bilabiatus, manifeste 5-nervis, lobi 3 inferiores lanceolati, acuminati, circa 2·5—3 mm longi, tubo longiores; lobi superiores approximati, altius connati, triangulari-lanceolati,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

acuti, circa 1·5 mm longi; *vexillum* calyce duplo longius, profunde cordato-emarginatum; lamina longitudine fere duplo latior, ungue sua manifeste longior; *alae* vexillo tantum paulo breviores obtusissimae; *carina* alis multo brevior; *ovarium* basi angustata indistincte stipitatum, tantum apice ciliatum, caeterum glabrum, biovulatum.

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, leg. Capt. A. A. Dorrien-Smith.

This species has no close relative in the genus and indeed even its belonging to the genus is somewhat doubtful. It occupies an intermediate position between *Dillwynia* and *Pultenaea* and so strenghten the opinion pronounced by Diels (l. c. 260) that the separation of *Dillwynia* from *Pultenaea* is unnatural. In spite of my efforts I could not find a natural position in any of the genera grouped around *Pultenaea* for the above described plant, which with its habit recalls somewhat the western-australian *Eutaxia parvifolia* Benth. The genus *Eutaxia* is excluded on account of its opposite leaves, the genus *Latrobea* on account of its equal calyx-teeths and the absence of bracteoles. There remains the choice between *Dillwynia* and *Pultenaea*. The absolute absence of stipules points to the first genus, while the persistent bracteoles (prophylla) on the pedicels close under the calyx point to the second. The species is therefore a kind of transition between the two genera and besides remarkable for its very long lower calyx-lobes. The genus *Phyllota* which contains species similar in habit to *Dillwynia* must be excluded on account of its involute leaves. The filaments of the new species are entirely free and not enlarged.

16. **Bossiaea** Vent.

1. **B. eriocarpa** Benth. in Hueg. Enum. 36 (1837), Meissn. in Pl. Preiss. I. 83 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 159 (1864), F. v. Muell. Fragm. VI. 45 (1875), First Census 37 (1882), Sec. Census 65 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 262 (1904).

B. ovalifolia Endl. Nov. Stirp. Dec. 21 (1839).

B. Endlicheri Meissn. in Pl. Preiss. I. 83 (1844—45).

B. nervosa Meissn. in Bot. Zeit. XIII. 31 (1885).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.

a) var. **normalis** Benth. Fl. Austr. II. 159 (1864).

Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **eriocalyx** Benth. Fl. Austr. II. 159 (1864).

B. Endlicheri var. *angustifolia* Meissn. in Pl. Preiss. I. 84 (1844—45).

B. Gilbertii Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 285 (1853).

Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

c) var. **planifolia** v. n.

Excellit foliis minus rigidis tenuioribus, planis vel fere planis, usque 2 cm longis et plerumque 4—6 mm latis.

Mallet, cum praecedente.

2. **B. ornata** F. v. Muell. Fragm. IV. 13 (1863), IX. 45 (1875), First Census 37 (1882), Sec. Census 65 (1889), Benth. Fl. Austr. II. 158 (1864).

Lalage ornata Lindl. Bot. Reg. t. 1722 (1834), Maund Botanist t. 141 (1839), Meissn. in Pl. Preiss. I. 85 ((1844—45).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

3. **B. linophylla** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. IV. 268 (1812), DC. Prodr. II. 117 (1825), Lodd. Bot. Cab. t. 174 (1818—24), Meissn. in Pl. Preiss. I. 83 (1844—45), II. 221 (1846—47), Maund Botanist t. 68 (1840), Benth. Fl. Austr. II. 162 (1864), F. v. Muell. Fragm. IX. 45 (1875), First Census 37 (1882), Sec. Census 65 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 263 (1904).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

Note. *B. calycina* Benth. Fl. Austr. II. 159 (1864) (= *Platylobium spinosum* Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVI. I. 284, 1853) must be designated with regard to priority as **B. spinosa** n. comb.

17. **Templetonia** R. Br.

1. **T. retusa** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. IV. 269 (1812), DC. Prodr. II. 118 (1825), Lodd. Bot. Cab. t. 526 (1818—24), Meissn. in Pl. Preiss. I. 88 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 169 (1864), F. v. Muell. Fragm. IX. 158 (1875),

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

First Census 38 (1882), Sec. Census 65 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 264 (1904).

Rafnia retusa Vent. Jard. Malm. t. 53 (1803).

Templetonia glauca Sims Bot. Mag. t. 2088, Lodd. Bot. Cab. t. 644 (1818—24), DC. Prodr. II. 118 (1825).

Distribution: **W. A., S. A.**

W. A: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

18. **Hovea** R. Br.

1. **H. chorizemifolia** DC. Prodr. II. 116 (1825), Maund Botanist t. 130 (1839), Benth. Fl. Austr. II. 174 (1864), F. v. Muell. Fragm. IX. 158 (1875), First Census 38 (1882), Sec. Census 66 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 266 (1904).

Plagiolobium chorizemaefolium Sweet Fl. Austral. t. 2 (1827).

Plagiolobium ilicifolium Sweet l. c. sub t. 2 (1827).

Hovea ilicifolia A. Cunn. ex Lindl. Bot. Reg. t. 58 (1844).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **H. trisperma** Benth. in Hueg. Enum. 37 (1837), Meissn. in Pl. Preiss. I. 78 (1844—45), *Benth.* Fl. Austr. II. 175 (1864), F. v. Muell. Fragm. IX. 158 (1875), First Census 38 (1882), Sec. Census 66 (1889).

H. Manglesii Lindl. Bot. Reg. t. 62 (1838).

H. elliptica Meissn. in Pl. Preiss. I. 79 (1844—45) non DC.

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

19. **Hardenbergia** Benth.

1. **H. Comptoniana** Benth. in Hueg. Enum. 41 (1837), Fl. Austr. II. 247 (1864), Meissn. in Pl. Preiss. I. 94 (1844—45), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 271 (1904).

Glycine Comptoniana Andr. Bot. Repos. t. 602 (1811).

Kennedya Comptoniana Link Enum. Hort. Berol. II. 235 (1882), DC. Prodr. II. 383 (1825), F. v. Muell. First Census 41 (1822), Sec. Census 71 (1889).

Hardenbergia Huegelii Benth. in Hueg. Enum. 41 (1837).

Hardenbergia digitata Lindl. Bot. Reg. t. 60 (1840).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Hardenbergia Lindleyi Meissn. in Pl. Preiss. I. 94 (1844—45).

Hardenbergia Makoyana Lem. Illustr. Hortic. V. t. 179 (1858).

Caulinia Comptoniana F. v. Muell. Fragm. VII. 128 (1871).

W. A. — Sand Canning Bridge near Perth, 5. VII. 1901, flower., Peppermint Grove near Perth, 19. XI. 1902, fruit, Cecil Andrews 1st Coll. No. 218.

20. **Kennedya** Vent.

1. **K. carinata** n. comb.

Physolobium carinatum Benth. in Hueg. Enum. 39(1837), in Ann. Wien. Mus. II. 124 (1838), Meissn. in Pl. Preiss. I. 91 (1844—45).

Kennedya parviflora Meissn. in Pl. Preiss. I. 91 (1844—45), II. 222 (1846—47), Benth. Fl. Austr. II. 251 (1864), F. v. Muell. First Census 41 (1882), Sec. Census 71 (1889).

Physolobium gracile Hort. ex W. Baxt. in Loud. Hort. Brit. Suppl. III. 608 (1839).

b) var. **subsessilis** v. n.

Pedunculis rigidioribus, abbreviatis, circa 5 mm longis.

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

c) var. **pedunculosa** v. n.

Pedunculis valde elongatis, circa 2·5—7 cm longis.

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

K. carinata is often confused with *K. Stirlingii* Lindl., which, however, can be easily distinguished when in fruit by its considerably longer pods. All the forms, even those without fruit, which are distinguished by very large, coarse, prominently nerved stipules and with a coarser, more robust growth, I class with *K. Stirlingii* and not with *K. carinata.*

2. **K. microphylla** Meissn. in Pl. Preiss. I. 91 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 251 (1864), F. v. Muell. First Census 41 (1882), Sec. Census 71 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 273 (1904).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zichya microphylla W. Baxt. in Loud. Hort. Brit. Suppl. III. 659 (1839) nomen.

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

3. **K. coccinea** Vent. Jard. Malm. t. 105 (1803), DC. Prodr. II. 383 (1825), Sweet Fl. Austr. t. 23 (1827—28), Lodd. Bot. Cab. t. 1126 (1826), Benth. Fl. Austr. II. 250 (1864), F. v. Muell. First Census 41 (1882), Sec. Census 71 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 273 (1904).

Zichya coccinea Benth. in Hueg. Enum. 40 (1837), in Ann. Wien. Mus. II. 123 (1838), Maund Botanist t. 120 (1839).

Caulinia coccinea F. v. Muell. Fragm. VII. 128 (1871).

W. A. — Mallet; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dotrien-Smith; ironstone granite, flower: Swan View, Darling Range, 12 m. East of Perth, 30. IX. 1901, fruit: Albany, 21. XII. 1902, Cecil Andrews, Fl. W. A. 1st Coll. No. 220.

Species foliorum forma et magnitudine, indumento et stylo admodum variabilis; var. **angustifolia** Diels l. c. 273 (= *Zichya angustifolia* Lindl. Bot. Reg. sub t. 52, 1839), var. **inophylla** (= *Z. inophylla* Benth. in Ann. Wien. Mus. II. 123, 1838, *Kennedya inophylla* Lindl. in Bot. Reg. t. 1421, 1831), var. **sericea** (= *Z. sericea* Benth. l. c. 123), var. **Molly** (= *Z. Molly* Hueg. Bot. Archiv t. 1, 1837) et var. **villosa** (= *Z. villosa* Lindl. Bot. Reg. t. 68, 1842) in formis typicis facile dignoscuntur, sed formis intermediis conjunctae sunt.

4. **K. prostrata** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. IV. 299 (1812), Hook. f. Fl. Tasm. I. 101 (1860), Benth. Fl. Austr. II. 250 (1864), F. v. Muell. First Census 41 (1882), Sec. Census 70 (1889), Moore Handb. Fl. N, S. Wal. 155 (1893).

Glycine coccinea Curt. Bot. Mag. t. 270.

Caulinia prostrata F. v. Muell. Fragm. VII. 128 (1871).

Distribution: **A.** (except Qu., N. A., N. W. A.), **T.**

W. A.: Mallet; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith; sand, Guildford near Perth, 17. VII. 1901, flower; fruit Claremont near Perth, 15. XI. 1902 Cecil, Andrews, 1st Coll. No. 219.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

21. **Acacia** Willd.

1. **A. colletioides** A. Cunn. ex Benth. in Hook. Lond. Journ. Bot. I. 336 (1842), Fl. Austr. II. 325 (1864), F. v. Muell. First Census 43 (1882), Icon. Acac. I. 4 (1887), Sec. Census 64 (1889), J. H. Maid. Usef. Nat. Pl. Austr. 306 (1889), Wattl. 3. ed. 69 (1906), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 162 (1893).

Distribution: southern part of **N. S. W.** (var. *typica*), **V., S. A., W. A.**

b) var. **nyssophylla** Benth. Fl. Austr. II. 326 (1864), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 290 (1904).

A. nysophylla F. v. Muell. Fragm. IV. 4 (1863).

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

2. **A. sulcata** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. V. 460 (1813), DC. Prodr. II. 450 (1825), Wendl. Comm. Acac. t. 10 (1820), Meissn. in Pl. Preiss. I 11 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 327 (1864), F. v. Muell. First Census 43 (1882). Sec. Census 74 (1889).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

3. **A. Baxteri** Benth. in Hook. Lond. Journ. Bot. I. 327 (1842), Fl. Austr. II. 328 (1864), F. v. Muell. Icon. Ac. II. 1 (1887), First Census 43 (1882), Sec. Census 74 (1887), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 290 (1904).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

4. **A. Inceana** n. sp.

Fruticosa, ramis teretibus vel obscure angulosis, glabris; *phyllodia* erecta, recta vel parum incurva, rigida, glaberrima, lineari-subulata, teretia (nervis omnino obsoletis), apice subpungentia, circa 4—5 cm longa et diametro circa $^3/_4$ mm lata, basi articulata, exstipulata; *pedunculi* sulcati, breves, 4—5 mm longi; *capitula* minima, circiter 20—25 flora, globosa; *flores* quadrimeri, minuti, circa 1·25 mm longi: *sepala* peranguste linearia, apice vix dilatata, libera (tantum ima basi breviter coalita); *petala* obovato-oblonga, basi angustata, demum libera, sepalis duplo longiora; *legumen* ignotum.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A., legit W. H. Ince (herb. Kew).

Species *A. leptoneurae* affinis, sed differt phyllodiis teretibus, nervis obsoletis, capitulis minoribus, floribus 4-meris. E descriptione *A. eremophila* W. V. Fitzgerald in Journ. Bot. L. 19 (1912) et *A. densiflora* A. Morrisson in Scot. Bot. Review I. 96 (1912) cum specie nostra comparandae, sed illa phyllodiis scabro-hirsutis, pedunculis perbrevibus, floribus plerumque pentameris, etc., haec capitulis sessilibus, floribus pentameris, ramulis lanuginoso-pubescentibus etc. dignoscenda.

5. **A. extensa** Lindl. Swan Riv. App. 15 (1839), Meissn. in Pl. Preiss. I. 6 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 340 (1864), F. v. Muell. First Census 43 (1882), Sec. Census 75 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 293 (1904).

A. graminea Lehm. Del. Sem. Hort. Hamb. (1842), Meissn. in Pl. Preiss. I. 5 (1844—45).

A. pentaedra Regel Gartenfl. I. 228 t. 23 (1852).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley A. A. Dorrien-Smith.

6. **A. pilosa** Benth. in Linnaea XXVI. 607 (1853—55), Fl. Austr. II. 348 (1864), F. v. Muell. First Census 44 (1882), Icon. IV. 4 (1887), Sec. Census 76 (1889).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

7. **A. divergens** Benth. in Hook. Lond. Journ. Bot. I. 331 (1842), Fl. Austr. II. 350 (1864), First Census 44 (1882), Sec. Census 76 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 297 (1904).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith, f. *pauciflora*.

b) var. **hirsuta** v. n.

Differt ramis ramulisque patentim hirsutis.

Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

8. **A. biflora** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. V. 463 (1813), Wendl. Comm. Acac. aphyll. t. 2 (1820), DC. Prodr. II. 449 (1825), Benth. Fl. Austr. II. 351 (1864), F. v. Muell. First Census 44 (1882), Sec. Census 76 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 297 (1904).

Mimosa biflora Poir. Encycl. Suppl. V. 530 (1817).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

9. **A decipiens** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. V. 453 (1813), DC. Prodr. II. 449 (1825), Meissn. in Pl. Preiss. I. 8 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 351 (1864), F. v. Muell. First Census 44 (1882), Sec. Census 76 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 298 (1904).

Mimosa decipiens Koen. in Koen. & Sims Ann. Bot. I. 366 (1805).

Acacia incrassata Hook. Icon. Pl. IV. t. 370 (1841).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

10. **A. cupularis** n. sp.

Fruticosa, glaberrima, subglaucescens: *rami* juveniles angulosi, vetustiores subrobusti, teretes sed lineis costiformibus tenuibus, infra phyllodium quodlibet tribus decurrentibus notati; *phyllodia* rigida, coriacea, stricta, glaberrima, elongata, stricte linearia, obtusa et juventute brevissime calloso-mucronata, sessilia et basi articulata, circa 4·5—6·5 cm longa et 1·75—2·2 mm lata, costa media prominula percursa, margine nervo calloso minus prominente cincta, caeterum evenosa sed sub lente subtiliter longitudinaliter rugosula, exstipulata; *pedunculus* communis brevissimus, plerumque pedunculos binos circa 4 mm longos, glabros gerens; *capitula* dense globosa, circiter 15- raro usque 20-flora, sub flore circa 5—6 mm lata; *flores* pentameri, glabri: *alabastra* omnino laevia; *calyx* campanulato-cupuliformis, truncatus, edentatus, margine integro minutissime ciliolatus, circa 0·9—1 mm longus; *corolla* campanulata, circa 2—2·25 mm longa, lobis ovato-triangularibus, tubo manifeste (subtriplo) brevioribus; *legumina* ignota.

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley A. A. Dorrien-Smith.

Species Seriei VI. *Uninerves E. Angustifoliae* inserenda et notis nonnullis in affinitatem *A. leprosae* Sieb. et *A. ramosissimae* Benth. spectans, sed ab illa jam phyllodiis stricte linearibus, calyce truncato, ab hac costa media prominula facillime dignoscenda.

11. **A. cyanophylla** Lindl. Bot. Reg. Misc. 49 (1835), Meissn. in Pl. Preiss. I. 15 (1844 - 45), Benth. Fl. Austr.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

II. 364 (1864), F. v. Muell. First Census 44 (1882), Sec. Census 77 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 302 (1904).

W. A. — Mallet; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **Dorrienii** v. n.

Excellit phyllodiis multo brevioribus, circa 6—8 cm longis et 5—9 mm latis, obtusiusculis, capitulis paulo minoribus (sed iis *A. microbotryae* Benth. majoribus), petalis laevibus, nervo medio plerumque obscuro.

Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

12. **A. subcaerulea** Lindl. Bot. Reg. t. 1075 (1827), Benth. Fl. Austr. II. 369 (1864), F. v. Muell. First Census 45 (1882), Sec. Census 77 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 303 (1904).

A. hemiteles Benth. in Linnaea XXVI. 619 (1853—55).

A. apiculata Meissn. in Pl. Preiss. I. 17 (1844—45).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

13. **A. microneura** Meissn. in Pl. Preiss. I. 19 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 400 (1864), F. v. Muell. First Census 46 (1882), Sec. Census 79 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 307 (1904).

W. A. — Coll. W. H. Ince, supposing that the fruiting branches belong to *A. microneura* known only in flower, which according to the characters of the branches and phyllods seems probable.

Legumina haud matura late linearia, 3—4·5 cm longa et 6 mm lata, obtusa, plana, suturis rectis, tota tomento crasso densissimo pulchre flavescenti villosissima; ovula in funiculo recto (haud plicato), oblique porrecto affixa.

14. **A. acuminata** Benth. in Hook. Lond. Journ. Bot. I. 373 (1842), Fl. Austr. II. 404 (1864), Meissn. in Pl. Preiss. I. 19 (1844—45), F. v. Muell. First Census 46 (1882), Sel. Extratr. Pl. 1 (1888), Sec. Census 79 (1889), J. H. Maid. Us. Nat. Pl. Austr. 289, 349 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 308 (1904).

A. Oldfieldii F. v. Muell. Fragm. IV. 7 (1863).

W. A. — Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

15. **A. strigosa** Link Enum. Hort. Berol. II. 444 (1822), DC. Prodr. II. 466 (1825), Benth. Fl. Austr. II. 418 (1864), F. v. Muell. First Census 47 (1882), Sec. Census 80 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 312 (1904).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith (forma).

16. **A. Goadbyi** n. sp.

Frutex spinosus; *rami* glaberrimi, graciles, costis albidis prominulis angulati, sat dense foliati, spinis rectis patentibus circa 1—1·5 cm longis subangulosis axillaribus armati; *folia* bipinnata, unijuga, glaberrima, stipulis parvis setaceis sed rigidiusculis et rhachi subnulla praedita; *pinnae* circa 1 cm longae; *foliola* utroque latere 8—9, densa, anguste obovato-oblonga vel elliptica, obtusa, glabra, crassiuscula, nervis obsoletis; *glandula* inter juga brevis; *spina* unica, haud exacte axillae medio inserta; *pedunculi* axillares 1 vel saepe 2, foliis subaequilongi; *capitula* globosa; *flores* pentameri, iis A. pulchellae similes; *legumen* ignotum.

W. A.: Albany, coll. B. J. Goadby, comm. Miss Morgan Febr. 1901 (herb. Kew).

Species *A. pulchellae* valde affinis sed ut videtur distincta; excellit glabritie, pinnis multijugis, spina axillari unica et multo crassiori, pedunculis rigidioribus et brevioribus.

A. pulchella in Bentham's sense contains very numerous forms which at first glance seem hardly to belong together, but it seems to me that the above plant cannot be placed within its limits, though I had only a single branch of it for examination. The spines are always single, very much stronger; morphologically they are clearly metamorphosed axillar branches, to wit one of the serial branches, wherefore also they are not situated centrally but somewhat to one side. The spines of the true *A. pulchella* are always slender and usually by twos and their real morphological nature is not always so clear as is the case with our new species.

17. **A. Drummondii** Lindl. Swan Riv. App. 15 (1839), Meissn. in Pl. Preiss. I. 23 (1844—45), Benth. Fl. Austr. II. 419 (1864), F. v. Muell. First Census 47 (1882), Sec.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Census 80 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 313 (1904).

W. A.

a) var. **typica** Diels l. c. 313.

Mt. Toolbrunup; Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **Candolleana** v. n.

A. Candolleana Meissn. in Pl. Preiss. II. 206 (1846—47).

A. Drummondii var. *major* Benth. Fl. Austr. II. 419 (1864), Diels l. c. 313.

Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

c) var. **ovoidea** Benth. Fl. Austr. II. 419 (1864) (with?), Diels l. c. 313.

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

VII. Geraniaceae.

1. **Geranium** L.

1. **G. pilosum** Forst. Prodr. 91 (1786), Willd. Spec. Pl. III. 706 (1800), Pers. Syn. Pl. II. 235 (1807), Sweet Geran. II. t. 119 (1822—24), Knuth in Engl. Pflanzenr. IV. 129. Geran. 75 (1912).

G. dissectum var. *pilosum* Benth. Fl. Austr. II. 296 (1864), Hook. f. Handb. N. Zeal. Fl. 63 (1864), F. M. Bail. Queensl. Fl. I. 178 (1899), Cheesem. Man. N. Zeal. Fl. 88 (1906).

G. dissectum var. *tuberosum* F. v. Muell. ex Knuth l. c.

Distribution: **A. (N. S. W., V., S. A., W. A.,** probably in other states as well), **T, N. Z.**

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Erodium** L'Hér.

1. **E. moschatum** L'Hér. ex Ait. Hort. Kew. ed. 1. II. 414 (1789), Benth. Fl. Austr. I. 297 (1863) in nota, Brumh. Mon. Übers. Erod. 54 (1905), Knuth in Engl. Pflanzenr. IV. 129. Geran. 281 (1912).

Geranium moschatum L. Spec. Pl. 680 (1753).

Geranium arenarium Burm. f Spec. Geran. 48 (1759).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Erodium australe Salzm. ex Nym. Consp. 139 (1878).

Distribution: In the whole Mediterranean region, otherwise also in the warmer parts of both hemispheres not infrequently introduced and partly also naturalised.

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith, forma plus hirsuta et foliis minoribus rigidioribusque excellens.

3. **Pelargonium** L'Hér.

1. **P. Havlasae** n. sp.

Herba perennis, gracilis, rhizomate perpendiculari elongato, haud conspicue crasso; *folia* parva petiolata, omnia rosulata; *petioli* pilis patulis pilosuli, graciles, laminas manifeste usque duplo superantes; *laminae* firmae, late cordato-ovatae, circa 7—10 mm longae, sed longitudine interdum latiores, obtusae, crenulatae vel crenato-dentatae, laxe hirsutiusculae vel glabrescentes, subtus pallidiores; *stipulae* scariosae, late ovatae, obtusae, praeter marginem ciliatulum glabrae; *scapus* erectus, nudus, patentim pilosulus, 4—6 cm altus, gracilis, flores plerumque tantum 2 furcato-divaricatos, longepedicellatos gerens vel interdum uniflorus; *bracteae* stipulos simulantes, scariosae, pallide brunneae, late ovatae, obtusae, glabrae; *pedicelli* piliis longioribus albidis, sat densis, patulis hirsutae, ad calycis calcar circa 1·75—2·5 cm longae; *calycis calcar* perbrevis, 2—3 mm longus, sub sepalis haud dilatatus; *sepala* ovato-lanceolata, subacuta, pilosa, sub anthesi circa 4—4·5 mm longa; *petala* (ut videtur) rosea, sepalis plus quam duplo longiora, saltem 1 cm longa, obovata, integra, 2 superiora intensius maculata.

W. A.: leg. A. A. Dorrien-Smith (herb. Kew).

Stirpem hanc pulchram in honorem dominae Elsie Havlasa nominavi.

Species *P. Rodneyano* Lindl. affinis, sed jam statura humili, foliis omnibus rosulatis, scapo nudo plerumque bifloro, pedicellis valde elongatis, calycis tubo adnato perbrevi facile dignoscenda.

2. **P. inodorum** Willd.*)

*) For the distribution and synonyms see my work in the »Bibl. Botan.«.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

VIII. Zygophyllaceae.

1. **Zygophyllum** L.

1. **Z. fruticulosum** DC. Prodr. I. 705 (1824), Benth. Fl. Austr. I. 294 (1863), F. v. Muell. Pl. of Vict. I. 105 (1860—62), Fragm. IX. 75 (1875), XI. 29 (1878), First Census 13 (1882), Sec. Census 22 (1889), F. M. Bail. Cat. Pl. Queensl. 6 (1890), Queensl. Fl. I. 176 (1899), Compr. Cat. 72 (1913), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 53 (1893), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 315 (1904).

Roepera fabagifolia A. Juss. in Mém. Mus. Par. XII. 525 t. 15 (1825), Miq. in Pl. Preiss. I. 164 (1844—45).

Roepera fruticulosa A. Juss. in Mém. Mus. Par. XII. 454 t. 5 fig. 3 (1825).

Roepera aurantiaca Lindl. in Mitch. Three Exped. II. 70 (1838).

Zygophyllum fabagifolium Baill. Hist. Pl. IV. 417 (1873).

Distribution. **A.** (all states, not in **T.**)

W. A.: Boulder, W. D. Campbell 21. IX. 1900; Coolgardie, E. Kelso, Oct. 1900; sine statione indicata, W. H. Ince.

IX. Rutaceae.

1. **Boronia** Sm.

1. **B. crassifolia** Bartl. in Pl. Preiss. I. 169 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 316 (1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 112 (1875), First Census 10 (1882), Sec. Census 18 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 319 (1904).

B. humilis et *multicaulis* Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXV. II. 160, 161 (1852).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

2. **B. albiflora** R. Br. ex Benth. Fl. Austr. I. 317 (1863). F. v. Muell. Fragm. IX. 114 (1875), First Census 10 (1882), Sec. Census 18 (1889).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Planta a cl. Pritzel in N. W. Plantaginet anno 1901 collecta et in Pl. Austr. Occid. No 353 sub nomine »*B. lanuginosa* var. *brachycalyx* Benth.« edita, me judice ad *B. albifloram* pertinetur.

3. **B. pulchella** Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXV. II. 162 (1852), Benth. Fl. Austr. I. 318 (1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 114 (1875), First Census 10 (1882), Sec. Census 18 (1889).

B. Drummondii Planch. in Fl. des Serres Sér. 1. IX. 65 t. 881 (1853 - 54).

W. A.

a) var. **typica** m. (= *B. pulchella* s. str.).

Mt. Toolbrunup; Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

Filamenta in forma utraque ciliata, nec — ut cl. Bentham indicat — glabra.

b) var. **distans** v. n.

Fruticulus simplex vel subsimplex, pedalis vel paulo altior; *foliola* tenuiora; foliolorum paria plus distantia; *pedicelli* longiores, circa 1 cm vel paulo plus longi; *flores* paulo majores; *filamenta* plus ciliata.

Mount Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

4. **B. Vilhelmii** n. sp.

Fruticosa, ramis crassis, quadrangulis, parce patulo-pilosis vel demum glaberrimis; *folia* in circuitu ovato-triangularia, petiolata, subbipinnata, nempe 5—6juga et jugo infimo iteratim pinnato et plerumque bijugo; *foliola* rigidiuscula, coriacea, viridia, subtus pallidiora, elliptico-oblonga, obtusa, margine subrecurvo serrulato-denticulata, glaberrima, circa 9—12 mm longa et longitudine duplo vel paulo ultra angustiora; foliorum *rhachis* breviter alata; *petioli* canaliculati, circa 1 cm longi, exalati vel margine angustissimo alati; *cymae* breves, pauciflorae, pedunculatae, in corymbos axillares, multifloros, densiusculos, late expansos, folia haud multo superantes dispositi: *pedunculi* partiales pedicellique bracteolis oppositis, viridibus, lanceolatis, margine ciliatis, 2·75—4 mm longis suffulti; *pedicelli* glabri vel parce ciliati, flores circa adaequantes; *sepala* glabra, angustissima, anguste lineari-lanceolata, circa 3 mm longa; *petala* ampla, late ovato-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

lanceolata, subacuta, glabra, praefloratione valde imbricata, sepalis circa triplo longiora; *stamina* 8, subaequalia, omnia fertilia; *filamenta* anguste linearia, dense hirsuto-pilosa; *antherae* cordato-suborbiculares, muticae vel brevissime apiculatae.

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith (herb. Kew). In honorem amicissimi professoris Dris Jan Vilhelm nominavi.

Species in genere distinctissima, cum *B. pteropoda* Turcz. (specie apud Bentham ommissa) comparanda, sed haec jam petiolis dilatatis (unde nomen), foliorumque latitudine dignoscitur.

5. **B. crenulata** Sm. in Trans. Linn. Soc. VIII. 284 (1807), DC. Prodr. I. 721 (1824), Bartl. in Pl. Preiss. I. 169 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 323 (1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 198 (1875), First Census 18 (1882), Sec. Census 198 (1899).

W. A.

a) var. **typica** (= *B. crenulata* s. str.).

Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **pubescens** Benth. Fl. Austr. I. 323 (1863).

B. haloragoides F. v. Muell. Fragm. IX. 198 (1875), XI. 97 (1879).

Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

6. **B. fastigiata** Bartl. in Pl. Preiss. I. 167 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 326 (1863) excl. var., F. v. Muell. Fragm. IX. 115, 198 (1875), First Census 10 (1882), Sec. Census 18 (1889).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

7. **B. tenuior** n. sp.

Frutex glaberrimus, glaucescens, ramis substrictis, patulis; *folia* tenuia, glaberrima, glauca, oblongo-lanceolata, obtusiuscula manifeste repando-serrata, circa 2—3 cm longa et 4·5—7 mm lata; *cymae* pluriflorae, corymbiformes, terminales et axillares, pedunculatae vel ramulos laterales, inferne folia minora in bracteas abeuntia gerentes terminantes; *flores* longepedicellati; *pedicelli* glabri, sub anthesi plerumque circa 1 cm longi, apicem versus parum dilatati; *sepala* colo-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rata, ovata, subacuta, circa 3 mm longa; *petala* uti sepala glaberrima, sepalis duplo longiora, praefloratione imbricata; *filamenta* patentim ciliata; *antherae* muticae, oblongae, obtusae; *cocci* glabri laevesque, truncati, circa 3·5—4 mm longi.

W. A.: Yalingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

B. fastigiatae Bartl. affinis, sed differt habitu elatiore, foliorum textura, forma et margine, cymis axillaribus plus numerosis, etc. *B. fastigiata* var. (?) *tenuior* Benth. Fl. Austr. I. 327 (1863) teste specimen authenticum formam speciei nostrae exhibet.

8. **B. integrifolia** n. sp.

Fruticulus parvus, glaberrimus, glaucus, ramosus, ramis arcuato-erectis subgracilibus: *folia* obovato-oblonga, ovato-oblonga vel oblonga, acuta vel subacuta, rigida, crassiuscula, circa 8—15 mm longa et 2·6—6 mm lata, glabra et omnino integra; *flores* pedicellati, in cymas terminales, pedunculatas, laxas, erectas, folia superantes dispositi; *pedicelli* breves, vix 0·75 cm longi, minute pilosuli; *sepala* triangulari-ovata, glabra vel fere glabra, subacuta, circa 2·5 mm longa; *petala* glabra, sepala circa triplo superantia; *filamenta* ciliata, linearifilifolia, haud dilatata; *antherae* oblongae, obtusae, haud apiculatae; *cocci* acutiusculi, pilosuli.

W. A.: coll. A. A. Dorrien-Smith (herb. Kew).

Species *B. fastigiatae*, *tenuiori*, et *denticulatae* affinis, calyce inter speciem primam et ultimam intermedia, inflorescentia terminali cum *B. denticulata* congruens, foliorum forma *B. fastigiatam* revocans, sed ab omnibus jam foliis integerrimis discrepans.

9. **B. spathulata** Lindl. Swan Riv. App. 17 (1839), Bartl. in Pl. Preiss. I. 167 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. IX. 115 (1875), First Census 10 (1882), Sec. Census 18 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 320 (1904).

B. flexuosa et *macra* Bartl. l. c. 166, 167 (1844—45).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste; Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Eriostemon** Sm.

1. **E. nodiflorus** Lindl. Swan Riv. App. 17 (1839), Bartl. in Pl. Preiss. I. 171 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 336

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 110 (1875), First Census 10 (1882), Sec. Census 18 (1889).

W. A. — The two forms mentioned by Bentham (l. c.) are in my opinion distinct varrieties, namely:

a) var. **lasiocalyx** m. (calycibus dense villosis, floribus parvis).

Cranbrook to Warrungup, sandy plains; Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **subglabriflora** m. (calycibus subglabris, floribus majoribus).

2. **E. spicatus** A. Rich. Sert. Astrol. 76 t. 27 (1834), Bartl. in Pl. Preiss. I. 171 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 336 (1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 110 (1875), First Census 11 (1882), Sec. Census 18 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 322 (1904),

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

3. **Diplolaena** R. Br.

1. **D. Dampieri** Désf. in Mém. Mus. Par. III. 452 t. 20 (1817), Bartl. in Pl. Preiss. I. 173 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 358 (1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 106 (1875), First Census 20 (1882), Sec. Census 20 (1889).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

X. Tremandraceae.

1. **Tetratheca** Sm.

1. **T. affinis** Endl. in Hueg. Enum. 7 (1837), Benth. Fl. Austr. I. 132 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 5 (1882), First Census 9 (1882), Sec. Census 15 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 330 (1904).

W. A.

b) var. **platycaula** Benth. l. c. 133 (1863), Diels l. c. 330 (1904).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **T. virgata** Steetz in Pl. Preiss. I. 212 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 133 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 5 (1882), First Census 9 (1882), Sec. Census 15 (1889).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.

b) var. **setigera** Steetz l. c. 133 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. XII. 5 (1882).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

3. **T. setigera** Endl. in Hueg. Enum. 8 (1837), Benth. Fl. Austr. I. 133 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 8 (1882) p. p., First Census 9 (1882), Sec. Census 15 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 330 (1904).

T. elongata Schuch. Syn. Trem. 38 (1853).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

4. **T. viminea** Lindl. Swan Riv. App. 38 (1839), Steetz in Pl. Preiss. I. 216 (1844—45), Behth. Fl. Austr. I. 134 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 7 (1882), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 330 (1904).

W. A.

b) var. **setosa** Steetz. l. c. 217 (1844—45), Diels l. c. 330 (1904).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

A small diffuse form with broad, larger, denticulated, very shortly petiolated, dark-green and, except for the marginal hairs, ± glabrous leaves, and hispid stems with spreading setae.

5. **T. hirsuta** Lindl. Swan Riv. App. 38 (1839), Bot. Reg. t. 67 (1844), Benth. Fl. Austr. I. 134 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 7 (1882), First Census 9 (1882), Sec. Census 15 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 330 (1904).

T. mollis Pritzel (nomen) ex Diels l. c.

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A Dorrien-Smith.

6. **T. pubescens** Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXV. II. 141 (1852), Benth. Fl. Austr. I. 135 (1863), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 330 (1904).

T. setigera F. v. Muell. p. p. (cf. Fragm. XII. 8, 1882).

W. A.

a) var. **typica** m.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

This typical form is already with its small thick leaves with distincly revoluted margins very characteristic, but sometimes other related species are confused with it.

b) var. **tenuiramea** n. comb.

T. tenuiramea Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXV. II. 142 (1852).

A well characterised variety.

F. v. Mueller regards *T. pubescens* aud *T. tenuiramea* as forms of *T. setigera*, which, however, is hardly justified.

2. **Platytheca** Steetz.

1. **P. galioides** Steetz in Pl. Preiss. I. 220 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 136 (1863), F. v. Muell. Fragm. XII. 8 (1882), First Census 8 (1882), Sec. Census 15 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 331 (1904).

Tetratheca galioides Sghnizl. Ic. 1. 232 (1870).

Tetratheca verticillata Paxt. Mag. Bot. XIII. 171 cum fig. (1847).

Tremandra verticillata Hueg. in Walp. Ann. I. 76 (1848—49).

Tetratheca speciosa Hort. ex Walp. Ann. II. 87 (1851—52).

Platytheca verticillata Baill. Hist. Pl. V. 67 (1874).

W. A.

b) var. **crassifolia** Diels l. c. 331 (1904).

P. crassifolia Steetz in Pl. Preiss. I. 222 (1844—45).

Warrunup Hill, Stirling Range; Cranbrook to Warrungup, sandy plains. A. A. Dorrien-Smith.

2. **P. juniperina** n. sp.

Suffrutex glaberrimus, gracilis, ramis cylindricis, lignosis, propter foliorum verticilla delapsa annulato-articulatis, cortice violaceo-cinerascenti; *folia* verticillata, 6—10-na, horizontaliter patentia, stricte rigida, coriacea, anguste linearia, supra fere teretia, convexa, subtus anguste sed sat profunde sulcata, brevia, 5—8 mm longa, acutissima, apice in setulam vel mucronulum pallidum callosum pungentem, brevem sed conspicuum abeuntia; *flores* brevius pedicellati, apparentim terminales, majores; *antherae* cum tubulis totae fusco-violaceae.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith; also King George Sound, Drummond.

P. galioidi arcte affinis, sed ob habitum diversissimum, folia pungentia, acutissima (nec obtusa), brevia, rigida, divaricata, antheras et tubulos saturate coloratos specifice distare videtur.

XI. Polygalaceae.

1. Comesperma Labill.

1. **C. ciliatum** Steetz in Pl. Preiss. II. 304 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 144 (1863), F. v. Muell. Fragm. XI. 3 (1878), First Census 8 (1882), Sec. Census 15 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 332 (1904).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste; Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

2. **C. confertum** Labill. Pl. Nov. Holl. II. 23 t. 161 (1806), DC. Prodr. I. 334 (1824), Benth. Fl. Austr. I. 147 (1863), F. v. Muell. Fragm. XI. 3 (1878), First Census 8 (1882), Sec. Census 15 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 332 (1904).

C. longifolia Steud. in Pl. Preiss. I. 206 (1844—45).

W. A. Jallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith (var. *bracteosum*, cf. Suppl.)

3. **C. calymega** Labill. Pl. Nov. Holl. II. 23 t. 162 (1806), DC. Prodr. I. 334 (1824), F. v. Muell. Pl. of Vict. I. 188 (1860—62), Fragm. XI. 3 (1878), First Census 8 (1882), Sec. Census 15 (1889), Benth. Fl. Austr. I. 147 (1863), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 36 (1893), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 333 (1904).

C. isocalyx Spreng. Syst. Veg. III. 172 (1826).

Distribution: **W. A., S. A., V., T.,** southern **N. S. W.**

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

A polymorphous species; as varieties are to be noted especially var. **strictum** (Endl. pro sp.) and var. **latifolium** (Steetz) Benth.

4. **C. virgatum** Labill. Pl. Nov. Holl. II. 21 t. 159 (1806), DC. Prodr. I. 334 (1824), Steetz in Pl. Preiss. II. 311 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 149 (1863), F. v. Muell.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fragm. XI. 2 (1878), First Census 8 (1882), Sec. Census 15 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 333 (1904).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith; Albany, B. J. Goadby; Udoc, Miss K. F. G. Logue.

To the varieties enumerated by Steetz (Pl. Preiss. II. 312) should be added var. **corniculatum** (Steud. sp.)

XII. Euphorbiaceae.

1. **Poranthera** Rudge.

1. **P. ericoides** Klotzsch in Pl. Preiss. II. 232 (1846—47), Muell.-Arg. in DC. Prodr. XV. 2. p. 191 (1862), Benth. Fl. Austr. VI. 55 (1873), F. v. Muell. First Census 18 (1882), Sec. Census 32 (1889).

Distribution: **W. A., S. A., V.**

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains (var. *typica*), A. A. Dorrien-Smith; Mt. Toolbrunup (var. *glauca* Klotzsch pro sp.), leg. idem.

2. **P. Huegelii** Klotzsch in Pl. Preiss. II. 231 (1846—47), Muell.-Arg. in DC. Prodr. XV. 2. p. 192 (1862), Benth. Fl. Austr. VI. 55 (1873), F. v. Muell. First Census 18 (1882), Sec. Census 32 (1889).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Pseudanthus** Sieb.

1. **P. virgatus** Muell.-Arg. in Linnaea XXXIV. 56 (1865—66), in DC. Prodr. XV. 2. p. 197 (1862), Benth. Fl. Austr. VI. 60 (1873), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 335 (1904).

Chrysostemon virgatus Klotzsch in Pl. Preiss. II. 232 (1846—47).

Pseudanthus occidentalis F. v. Muell. Fragm. I. 107 (1859), IV. 35 (1863), First Census 18 (1882), Sec. Census 32 (1889).

Chorizotheca micrantheoides Muell.-Arg. in Linnaea XXXII. 76 (1863).

W. A. — Mt. Toolbrunup; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. Beyeria Miq.

1. **B. viscosa** Miq. in Ann. Sc. Nat. sér. 3. I. 350 t. 15 (1844). Muell.-Arg. in DC. Prodr. XV. 2. p. 202 (1862), Benth. Fl. Austr. VI. 64 (1873), F. v. Muell. Fragm. I. 230 (1859), XII. 10 (1882), First Census 18 (1882), Sec. Census 32 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 335 (1904).

Croton viscosum Labill. Pl. Nov. Holl. II. 72 t. 222 (1806).

Calyptrostigma viscosum et *oblongifolium* Klotzsch in Pl. Preiss. I. 176 (1844—45).

Beyeria oblongifolia Hook. f. Fl. Tasm. I. 339 (1860).

Distribution: **A.** (all states except **N. A.**), **T.**

b) var. **latifolia** Benth. Fl. Austr. VI. 65 (1873).

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

4. Amperea A. Juss.

1. **A. Podpěrae** n. sp.

Caules e radice simplici, sublignosa pluriores, 15—30 cm alti, plerumque simplices, medius erectus, laterales e basi decumbente erecti, omnes rigidi, teretes vel subteretes, glabri et leviter striatuli; *folia* alternantia, in caulibus distantia sed sat densa (attamen nullo modo conferta), patentia, rigida, coriacea, anguste oblongo-linearia, valde obtusa, basi longe attenuata sessilia, circa 1·5—2·3 cm longa et antice plerumque 3 mm lata, marginibus breviter sed distincte, raro valde revoluta et setulis distantibus, surrectis, elongatis, paginae inferiori appressis instructa, caeterum utrinque glaberrima, subtus costa prominula percursa; *stipulae* lanceolatae, longe fimbriatae, cum fimbriis 5 mm longae; *flores* in axillis in glomerulos parvos, vix 3 mm latos conferti, minuti, in speciminibus nostris omnes masculi, bracteis rufo-brunneis, dense fimbriatis intermixti; *pedicelli* gracillimi, circa 0·6 mm longi; *perianthii* tubus late campanulatus, circa 0·5 mm longus; *lobi* deltoidei, plerumque 4, reflexi, tubo paulo breviores; *stamina* 4—5, breviter exserta.

W. A.: Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

In honorem clarissimi Dr. Josef Podpěra, professoris

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ordinarii universitatis Masarykianae Brunensis, nominavi.

Species *A. confertae* Benth. et *A. micranthae* Benth. arcte affinis, sed ab illa jam foliis haud confertis glomerulisque minoribus, ab hac foliis latioribus, margine fimbriato-setulosis, stipulis longioribus, plus fimbriatis dignoscitur.

5. **Phyllanthus** L.

1. **P. calycinus** Labill. Pl. Nov. Holl. II. 75 t. 225 (1806), Klotzsch in Pl. Preiss. I. 179 (1844—45), Benth. Fl. Austr. VI. 105 (1873), F. v. Muell. First Census 20 (1882), Sec. Census 34 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 338 (1904).

Distribution: **W. A., S. A.**

a) var **typicus** m. (grandiflorus, seminibus laevibus).

P. calycinus s. str., Muell.-Arg. in DC. Prodr. XV. 2. p. 105 (1866).

Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **parviflorus** Benth. Fl. Austr. VI. 105 (1873).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith. — Perhaps a distinct species, but I saw no ripe capsules and seeds.

c) var. **cygnorum** m. (grandiflorus, seminibus longitrorsum costulatis).

P. cygnorum Endl. in Hueg. Enum. 19 (1837), Muell.-Arg. in DC. Prodr. XV. 2. p. 371 (1866)).

Occurs in Western Australia in two forms recorded by Mueller Arg. as *P. cygnorum α) genuinus* (= *P. Preissianus* Klotzsch in Pl. Preiss. I. 179, 1844—45) and *β) pimeleoides* (= *P. pimeleoides* A. DC. 9me Note Pl. Rar. Jard. Genèv. 15, 1845, *Cryptolepis reticulata* Hort. ex A. DC. l. c.).

XIII. Stackhousiaceae.

1. **Stackhousia** Sm.

1. **S. pubescens** A. Rich. Sert. Astrol. 89 t. 33 (1834), Bunge in Pl. Preiss. I. 180 (1844—45), Schuchardt in Linnaea XXVI. 10 (1853), Benth. Fl. Austr. I. 407 (1863), F. v. Muell. First Census 26 (1882), Sec. Census 44 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 342 (1904).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Plokiostigma Lehmanni Schuchardt in Linnaea XXVI. 40 (1853).

W. A. — Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

2. **S. Huegelii** Endl. in Hueg. Enum. 17 (1837), Schuchardt in Linnaea XXVI. 14 (1853), Benth. Fl. Austr. I. 407 (1863), F. v. Muell. First Census 26 (1882), Sec. Census 44 (1889).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

3. **S. occidentalis** n. sp.

Herba gracilis glaberrima, e radice perpendiculari et quasi annua uni- vel pluricaulis; *caules* gracillimi, erecti, leviter striati, molles (nec duri), nunc simplices, nunc ramis paucis erectis instructi, usque 24 cm alti, sparse distantim foliati; *folia* glaberrima, anguste linearia, sessilia, obtusa, integerrima, circa 3—3·5 cm longa et 1 mm lata, subcarnosula, erecta; *flores* flavi, perpauci (2—3) fasciculati et in spicas terminales laxas, praesertim parte inferiori interruptas, usque 9 cm longas sed saepius breviores dispositi, erecti vel patentes; *bracteae* late ovatae, acutae, calyce circiter triplo duplove breviores; *calyx* venìricosus 2·3—2·5 mm longus, lobis brevibus, deltoideo-ovatis, subacutis; *corollae* tubus circa 5 mm longus, cylindraceus, basi in ungues liberos solutus; lobi lineari-lanceolati, longe acuminati, circa 3·5 mm longi sed basi vix 0·7 mm lati; *stamina* valde inaequalia: 3 longiora antheris faucem attingentia, 2 dimidio breviora; *ovarium* tricoccum, glabrum; *stylus* brevissimus, simplex, stigmata 3 stylo manifeste longiora gerens; fructus ignotus.

W. A.: W. H. Ince (herb. Kew) sine statione accuratius indicata.

Species *S. flavae* Hook. f., Tasmaniae incolae, proxima, sed differt floribus subsessilibus, majoribus, corollae lobis perangustis, longe acuminatis, spica elongata et interrupta et forsan fructu (in utraqe specie adhuc ignoto). Annua esse videtur. *S. flava* apud Bentham (Fl. Austr. I. 408, 1863) quoad plantam occidentalem (nec tasmanicam) me judice formam speciei nostrae exhibet.

4. **S. Brunonis** Benth. Fl. Austr. I. 409 (1863), F. v. Muell. Fragm. VIII. 36 (1873), First Census 26 (1882), Sec.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodjversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Census 44 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 343 (1904).

Tripterococcus Brunonis Endl. in Hueg. Enum. 18 (1837), Schuchardt in Linnaea XXVI. 31 (1853).

Tripterococcus simplex et *junceus* Bunge in Pl. Preiss. I. 181 (1844—45), Schuchardt in Linnaea XXVI. 35, 37 (1853).

Tripterococcus brachystigma Schuchardt l. c. 33 (1853).

Distribution: **N. W. A., W. A.**

W. A.: Mallet; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

XIV. Sapindaceae.

1. **Dodonaea** L.

1. **D. filifolia** Hook. in Mitch. Trop. Austr. 241 (1848), Benth. Fl. Austr. I. 478 (1863), F. M. Bail. Syn. Queensl. Fl. 82 (1883), Catal. Pl. Queensl. 10 (1890), Queensl. Fl. I. 315 (1899), Compr. Catal. 118 (1913) excl. var., F. v. Muell. First Census 25 (1882), Sec. Census 42 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 94 (1893), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 345 (1904).

D. acerosa Lindl. in Mitch. Trop. Austr. 273 (1848), F. v. Muell. Fragm. I. 71 (1859).

Distribution: **Q., N. S. W., W. A.** and probably distributed more widely.

W. A.: coll. W. H. Ince.

2. **D. pinifolia** Miq. in Pl. Preiss. I. 227 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 480 (1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 88 (1875). First Census 25 (1882), Sec. Census 43 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 346 (1904).

Empleurosma virgata Bartl. in Pl. Preiss. II. 228 (1846—46).

W. A — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith, forma typica. The variety *submutica* Benth. l. c. 480, Diels, l. c. 347 is also in my opinion a distinct species (**D. submutica** m.).

XV. Rhamnaceae.

1. **Trymalium** Fenzl.

1. **T. litorale** n. comb.

T. albicans Benth. Fl. Austr. I. 423 (1863) non Reiss.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

T. Billardieri var. *litorale* Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 352 (1904).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

Although I did not see the plant collected by Diels at Cape Riche, I have no doubt that it is identical with *T. albicans* of Bentham (non Reiss.!). It differs in my opinion sufficiently from *T. Billardieri* as is shown by the specimens brought by Capt. Dorrien-Smith.

2. **T. Billardieri** Fenzl in Hueg. Enum. 25 (1837), Reissek in Pl. Preiss. II. 282 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 423 (1863), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 351 (1904) excl. var. *litorale*.

Cryptandra Billardieri F. v. Muell. First Census 60 (1882), Sec. Census 103 (1889).

W. A.: — Mt. Toolbrunup; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith; both represent the typical form.

3. **T. ledifolium** Fenzl in Hueg. Enum. 24 (1837), Reissek in Pl. Preiss. II. 282 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 424 (1863), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 353 (1904).

Cryptandra ledifolia F. v. Muell. First Census 60 (1882), Sec. Census 103 (1889).

W. A. — Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

3. **Spyridium** Fenzl.

1. **S. spadiceum** Benth. Fl. Austr. I. 428 (1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 137 (1875).

Trymalium spadiceum Fenzl in Hueg. Enum. 26 (1837), Reissek in Pl. Preiss. II. 280 (1846—47).

Pomaderris hirsuta Steud. in Pl. Preiss. I. 184 (1844—45).

Trymalium thomasoides Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXXI. I. 459 (1858).

Cryptandra spadicea F. v. Muell. First Census 61 (1882), Sec. Census 104 (1889).

W. A.

b) var. **calvescens** Benth. Fl. Austr. I. 429 (1863).

Trymalium majoranaefolium β. *calvescens* Reissek in Pl. Preiss. II. 281 (1846—47).

Pomaderris subretusa Steud. in Pl. Preiss. I. 183 (1844—45)

Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. Stenanthemum Reissek.

1. **S. pumilum** Diels in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 356 (1904).

Spyridium pumilum F. v. Muell. Fragm. IX. 137 (1875).

Cryptandra pumila F. v. Muell. First Census 61 (1882), Sec. Census 104 (1889).

Stenanthemum leucocephalum Dom. in sched. herb. Kew.

W. A. — Sand plains about Warrungup A. A. Dorrien-Smith.

Plantam Muellerianam non vidi et hanc ob causam proferro descriptionem formae mihi objacentis:

Fruticulus e radice perpendiculari, tenui, lignescente humillimus, erectus, rigidiusculus, 6—12 cm altus, divaricato-ramosissimus, ramis elongatis, subcorymbosis, strictis, subsimplicibus; *caules* ramique tantum parte inferiore vaginas scariosas nigrescentes gerentes et pilis longioribus subappressis ± pubescentes; *folia* ad ramulorum apices approximata, rigida, coriacea, parva, circa 5—8 mm longa, brevissime petiolata, anguste obovata sed plerumque arcte plicato-involuta, subtus dense sericeo-villosa, supra glabrescentia et viridia; *capitula* ad ramorum ramulorumque apices inter folia subsessilia, densissime semiglobosa et albo-lanuginosa, multiflora; *bracteae* scariosae, nigrescentes, latae, aristato-cuspidatae; *flores* circa 4 mm longi, toti lanugine alba densissima brevi obtecti; *calyx* obconico-turbinatus, intus glaber; calycis lobi deltoidei, acuti, circa 1 mm longi; *petala* brevissime unguiculata, cucculata, calycis lobis fere duplo breviora; *discus* annularis, glaber.

4. Cryptandra Sm.

1. **C. nutans** Steud. in Pl. Preiss. I. 186 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 441 (1863), F. v. Muell. Fragm. IX. 138 (1875), First Census 60 (1882), Sec. Census 103 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 357 (1904).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

2. **C. pungens** Steud. in Pl. Preis. I. 187 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. IX. 138 (1875), First Census 61 (1882), Sec. Census 103 (1889).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

C. holostyla Steud. in Pl. Preiss. I. 188 (1844—45).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

3. **C. arbutiflora** Fenzl in Hueg. Enum. 26 (1837), F. v. Muell. Fragm. IX. 138 (1875), First Census 61 (1882), Sec. Census 104 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 359 (1904).

C. suavis Lindl. Bot. Reg. t. 56 (1844).

Wichurea arbutiflora Nees in Pl. Preiss. II. 290 (1846—47).

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste (forma foliis longioribus excellens); Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

XVI. Sterculiaceae.

1. Sterculia L.

1. **S. Gregorii** Diels in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 382 (1904).

Brachychiton Gregorii F. v. Muell. in Hook. Kew Journ. Bot. IX. 199 (1857), Fragm. IV. 137 (1864).

Sterculia diversifolia var. (?) *occidentalis* Benth. Fl. Austr. I. 229 (1863).

W. A. — Victoria Desert, R. Helms Sept. (1891) (Elder Explor. Expedition).

Species sine ullo dubio distincta, ad *S. diversifoliam* nullo modo ducenda.

2. Keraudrenia J. Gay.

1. **K. integrifolia** Steud. in Pl. Preiss. I. 236 (1844—45), Steetz in Pl. Preis. II. 347 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 247 (1863), F. v. Muell. Fragm. VI. 175 (1868), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 371 (1904).

Seringea integrifolia F. v. Muell. Fragm. II. 5 (1860), X. 97 (1877), First Census 16 (1882), Sec. Census 28 (1889).

Distribution: **N. W. A., W. A., S. A.**

W. A.: Coolgardie, L. C. Webster, 21. X. 1901.

3. Thomasia J. Gay.

1. **T. solanacea** J. Gay in Mém. Mus. Paris. VII. 456 t. 21 (1821), DC. Prodr. I. 489 (1824), Steetz in Pl. Preiss.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

II. 327 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 251 (1863), F. v. Muell. First Census 16 (1882), Sec. Census 28 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 374 (1904).

Lasiopetalum solanaceum Sims. Bot. Mag. t. 1486.

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

2. **T. purpurea** J. Gay in Mém. Mus. Paris. VII. 452 t. 21 (1821), DC. Prodr. I. 489 (1824), Steetz in Pl. Preiss. II. 318 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 253 (1863), F. v. Muell. First Census 16 (1882), Sec. Census 28 (1889).

Lasiopetalum purpureum Ait. Hort. Kew. ed. II. 36 (1811).

Thomasia rupestris Steud. in Pl. Preiss. I. 231 (1844—45).

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

3. **T. pauciflora** Lindl. Swan Riv. App. 18 (1839), Steetz in Pl. Preiss. II. 329 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 253 (1863), F. v. Muell. First Census 16 (1882), Sec. Census 28 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 374 (1904).

T. subhastata Steud. in Pl. Preiss. I. 232 (1844—45), Steetz, ibidem II. 330 (1846—47).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, (A. A. Dorrien-Smith).

4. **T. grandiflora** Lindl. Swan Riv. App. 18 (1839), Steetz in Pl. Preiss. II. 324 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 254 (1863), F. v. Muell. First Census 16 (1882), Sec. Census 28 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 375 (1904).

T. cycnopotamica et *lucida* Steud. in Pl. Preiss. I. 231 (1844—45).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

4. **Lasiopetalum** Sm.

1. **L. cordifolium** Endl. in Hueg. Enum. 10 (1837), Benth. Fl. Austr. I. 265 (1863), F. v. Muell. Fragm. VI. 174 (1868), XI. 112 (1881), First Census 17 (1882), Sec. Census 29 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 380 (1904),

Corethrostylis cordifolia Steetz in Pl. Preiss. II. 344 (1846—47).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Corethrostylis microphylla Turcz. in Bull. Soc. Nat, Moscou XXV. II. 148 (1852).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

2. **L. indutum** Steud. in Pl. Preiss. I. 235 (1844—45), Steetz in Pl. Preiss. II. 340 (1846—47), Benth. Fl. Austr. I. 261 (1863), F. v. Muell. Fragm. XI. 110 (1881), First Census 16 (1882), Sec. Census 29 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 379 (1904).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

XVII. Dilleniaceae.

1. **Hibbertia** Andr.

1. **H. hypericoides** Benth. Fl. Austr. I. 23 (1863), F. v. Muell. First Census 1 (1882), Sec. Census 1 (1889).

Pleurandra hypericoides DC. Syst. Veg. I. 421 (1818). Prodr. I. 72 (1824), Deless. Icon. Sel. I. t. 80 (1820).

Hibbertia astrophylla Steud. in Pl. Preiss. I. 270 (1844—45).

Hemistemma asperifolium F. v. Muell. Fragm. I. 161 (1859).

W. A.

a) var. **typica** (= *H. hypericoides* s. str.).

Yallingup and Cape Naturaliste; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **pilifera** v. n.

Excellit ramis (praeter indumentum normale) longe sparse patentim hirsutis.

Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

Habitu *H. hypericoidis* formae nonnullae *H. verrucosam* Benth. aemulant, sed staminum staminodiumque dispositio characteres optimos praebet. Varietas nostra habet 10 stamina et sat numerosa staminodia.

2. **H. microphylla** Steud. in Pl. Preiss. I. 273 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 23 (1863), F. v. Muell. First Census 1 (1882), Sec. Census 1 (1889).

Hemistemma revolutum Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXII. II. 4 (1849).

Hibbertia lepidophylla F. v. Muell. Fragm. I. 217 (1859)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

3. **H. recurvifolia** Benth. Fl. Austr. I. 24 (1863) quoad pl. Preissianam, F. v. Muell. First Census 1 (1882), Sec. Census 1 (1889).

W. A.: Konkoberup Hills, Preiss No. 2170; King George's Sound, herb. Kew.

H. recurvifolia (Steud.) Benth. vera foliis brevibus, glabris, subtus albidis, demum patentibus vel immo subrecurvis, apice recurvo fasciculo pilorum brevissimorum deciduo terminatis, floribus longepedicellatis (haud sessilibus, cf. Steudel in Pl. Preiss. I. 264, 1844—45) facile dignoscitur et speciem sui juris sistit. Cl. Bentham duas plantas cum *H. recurvifolia* confudit, unam ad Phillips River (Maxwell), alteram ad Point Henry (Oldfield) collectam, quae foliis erectis, ramis subappressis, obtusissimis, nec apice barbiculatis nec recurvis, majoribus longioribusque, subtus haud albidis, sed totis more *H. hypericoidis* vel *verrucosae* stellato-tuberculatis excellunt. Plantam Oldfieldianam cl. Bentham pro varietate *virenti* descripsit, sed forma utraque sine ullo dubio a *H. recurvifolia* vera specifice distat et sive *H. hypericoidis* varietatem distinctam (praecipue sepalis exterioribus angustioribus, minus concavis, acutis insignem) sive speciem propriam, **H. virentem** vocandam, sistit.

4. **H. acerosa** Benth. Fl. Austr. I. 24 (1863). F. v. Muell. Fragm. XI. 92 (1880), First Census 1 (1882), Sec. Census 1 (1889).

Pleurandra acerosa R. Br. ex DC. Syst. Veg. I. 422 (1818), Prodr. I. 73 (1824).

Pleurandra cognata Steud. in Pl. Preiss. I. 265 1844—45).

Pleurandra juniperina Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXII-II. 6 (1849).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

5. **H.** (*Pleurandra*) **Kavinae** n. sp.

Fruticulus parvus, nunc tantum 15 cm altus, nunc altitudinem 30 cm attingens; *ramuli* numerosi, erecti, stricti, parum ramosi, cinereo-corticati, graciles, subvirgati; *folia* coriacea, crassa, brevia, circa 7 mm longa sed in ramulis

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

axillaribus abbreviatis perfecte glabra (nec scabra), apice obtusiuscula, marginibus valde recurva, concoloria; *pedunculi* in parte suprema numerosi, solitarii, uniflori, glabri, sat longi (usque 1 cm), pergraciles, glabri, erecti; *sepala* hyalino-marginata, glaberrima, petalis circa triente breviora, obtusa, circa 4·5—5 mm longa et 2·5 mm lata; *petala* obcordato-biloba, flava, circa 6 mm longa; *stamina* unilateralia, brevia, circa 10—12; *filamenta* parte inferiori connata; *staminodia* nulla; *carpella* 2, pro more biovulata, glabra.

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

In honorem clarissimi professoris Dris *Karel Kavina* speciem hanc nominavi.

Species *H. strictae* affinis sed ab omnibus hujus polymorphae stirpis formis sat diversa esse videtur; excellit praesertim glabritie et floribus longepedunculatis. Pedunculis elongatis *H. gracilipedem* revocat, sed haec jam habitu diffuso valde discrepat. *H. Andrewsiana*, mihi tantum e descriptione nota, etiam affinis esse videtur, sed pedunculis apicem versus recurvatis et staminibus paucis (circa 6) recedit. *H. acicularis* speciesque ei affines foliis acutissimis, ± pungetibus facillime separantur.

6. **H. argentea** Steud. in Pl. Preiss. I. 268 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 35 (1863), F. v. Muell. First Census 2 (1882), Sec. Census 2 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV, 384 (1904).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

7. **H. quadricolor** n. sp.

Cinerascens, caespites confertos, humiles, usque circa 20 cm altos sed interdum humiliores efformans, radice lignosa, valde incrassata, elongata, subramosa, multicipiti; *rami* crassi, medii erecti, laterales arcuato-ascendentes, parum ramosi, subcinerei, fere glabri; *folia* coriacea, plana, oblonga, apice obtusa, basin versus cuneata, integra vel fere integra, circa 3—4 cm longa et 10—13 mm lata, articulatim rumpentia, cinerea, supra breviter velutina usque glabrescentia, subtus molliter longiuscule cinereo-pubescentia; *flores* sessiles, bracteis glabris, castaneis et intense nitentibus, late amplectentibus involucrati; *sepala* ovato-lanceolato, acuta, extus longe

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

argenteo-villosa, intus glabra; *petala* obcordata, circa 2 cm longa, flava; *stamina* numerosissima; *staminodia* evoluta, subulata, extus secus stamina inserta; *carpella* pro more 3, longe argenteo-villosa.

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A Dorrien-Smith.

Species distinctissima, a *H. argentea* Steud. habitu (caespitibus laxis, rigidis, e basi suffruticosa humilibus, caulibus crassis, subsimplicibus), foliis multo majoribus, cinerascentibus (nec argenteo-nitidulis!), bracteis scariosis, floribus multo majoribus, carpellis villosis distinguenda. Notis pluribus in affinitatem *H. lasiopus* Benth. spectat, cui me judice arcte cognata est, sed differt jam foliis integris vel fere integris, basi cuneato-angustatis, floribus sessilibus (nec pedunculatis!) etc.

H. quadricolor colores varios ostendit: habet enim folia cinerea, bracteas nitidulo-castaneas, sepala et folia juvenilia argenteo-villosa, petala flava.

b) var. **Benthamiana** m.

H. argentea var. *diffusa* Benth. Fl. Austr. I. 35 (1863).

W. A.: Stoney hills, Tone River, *Oldfield* (the type-specimen Bentham's var. *diffusa*); Woorooloo, Max Koch XI. 1906, W. A. Pl. No 1385 as *H. lasiopus* (forma quinque-carpella).

8. **H. montana** Steud. in Pl. Preiss. I. 270 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 35 (1863), F. v. Muell. First Census 2 (1882), Sec. Census 2 (1889).

H. discolor et *commutata* Steud. in Pl. Preiss. I. 267 (1844—45).

W. A.

a) var. **normalis** (cf. descr. speciei apud Bentham).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **major** Benth. Fl. Austr. I. 35 (1863) excl. syn., Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 384 (1904).

W. A.: — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

A very peculiar form entirely distinct from the typical *H. montana*. Its leaves are of very thin texture, on the

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

upper surface glabrous and slightly hairy with scattered appressed hairs beneath, oblong-elliptical, the middle leaves about 8 cm long and almost 2·5 cm broad, very coarsely dentate. The scarious scales are broad but very short and fall off very early. The sepals are slightly hairy, the petals are large. Very near to our form are the specimens collected by Cecil Andrews (among granite rocks by Helena River, 17 m. east of Perth, 8. XI. 1902, W. A. Fl. First Coll. No. 14), which, however, are still more hairy and have somewhat smaller flowers. Hardly an other *Hibbertia* — species could be found in which the indumentum, the size, form, dentation, texture of leaves, the size of the bracts and flowers would vary in such a degree; nevertheless Bentham is right in uniting all these forms, because there are transitions between them.

9. **H. Cunninghamii** Ait. ex Hook. Bot. Mag. t. 3183 (1832), Benth. Fl. Austr. I. 39 (1863), F. v. Muell. Fragm. XI. 93 (1880), First Census 2 (1882), Sec. Census 2 (1889).

Candollea Cunninghamii Benth. in Maund Bot. II. t. 83 (1839).

Hibbertia lactucaefolia Steud. in Pl. Preiss. I. 267 (1844—45).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

A form with almost non-auriculate leaves, which thus approaches the nearly related *H. glaberrima* F. v. Muell., but may be readily distinguished by its far smaller flowers. The latter species, an authentic specimen of which (Macdonell Range, Brinkleys Bluff, M'Douall-Stuart) I had the opportunity to examine, was collected on the original locality also by R. Tate (Horn Exploring Expedition); besides I saw an other specimen collected by Gosse (Gosse's Expedition Centre of South Australia).

H. Cunninghamii Ait., *glaberrima* F. v. Muell. and *longifolia* F. v. Muell. form a group of very nearly allied but geographicaly separated species; the first is Western-Australian, the second belongs to the Eremaea, while the last species which is characteristic already with its elongated, linear-lanceolate leaves and large flowers, is limited to tropical

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Queensland (Rockhingham Bay). In habit *H. longifolia* recalls strikingly *H. Bennettii* F. M. Bail. also endemic in Queensland.

10. **H. pungens** Benth. Fl. Austr. I. 40 (1863), F. v. Muell. First Census 2 (1882), Sec. Census 2 (1889).

W. A. — This extremely rare species was also collected during the Elder Exploring Expedition (Victoria Desert, Camp 59, R. Helms 22. IX. 1891). The specimens of Helms differ from Maxwells type specimen in that their distinct xerophytic character is still more striking: the leaves are still more prickly, the branches spreading; the structure of the flower, however, is the same.

11. **H. subvaginata** F. v. Muell. Fragm. XI. 95 (1880), First Census 2 (1882).

Candollea glaberrima Steud. in Pl. Preiss. I. 274 (1844—45), Benth. Fl. Austr. I. 45 (1863).

Candollea subvaginata et *rupestris* Steud. in Pl. Preiss. I. 275 (1844—45).

Hibbertia polygonoides F. v. Muell. Fragm. IV. 116 (1864), Sec. Census 2 (1889).

Hibbertia glaberrima Gilg in Engl.-Prantl Nat. Pfl. III. 6. p. 118 fig. 53 E (1895), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb XXXV. 386 (1904), non F. v. Muell.!

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

12. **H. racemosa** Gilg in Engl.-Prantl Nat. Pfl. III. 6. p. 118 (1895), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 386 (1904).

Candollea racemosa Endl. in Hueg. Enum. 2 (1837).

Candollea pedunculata R. Br. ex DC. Syst. Veg. I. 424 (1818), Prodr. I. 73 (1824), Benth. Fl. Austr. I. 45 (1863).

Candollea assimilis et *parviflora* Steud. in Pl. Preiss. I. 276 (1844—45),

Hibbertia subexcisa Steud. in Pl. Preiss. I. 269 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. IX. 95 (1875), First Census 2 (1882), Sec. Census 3 (1889).

Candollea tridentata Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXII. II. 140 (1849).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Very variable; noteworthy is a variety mentioned by F. v. Mueeler and Diels, which I call var. **obtriangularis** m.

13. **H. Huegelii** F. v. Muell. Fragm. XI. 95 (1880), First Census 2 (1882), Sec. Census 2 (1889).

Candollea Huegelii Endl. in Hueg. Enum. 2 (1837), Benth. Fl. Austr. I. 44 (1863).

Candollea striata Steud. in Pl. Preiss. I. 275 (1844—45).

W. A. — Occurrit in duabus formis:

a) var. **subglabra** m.

Excellit foliis rigidis, ob margines valde revolutos fere teretibus, linearibus, adultis glabris, sepalis (margine excepto) glabris vel subglabris.

Forma divulgata.

b) var. **subvillosa** m.

Excellit foliis longioribus latioribusque, minus rigidis, prima juventute argenteo-subvillosis, adultis ± pilosis raro glabris, marginibus revolutis sed pagina inferiori ± patefacta, sepalis albo-subvillosis.

Northam, Gregory X. 1900.

There are also very rigid forms that are either glabrous or hairy; but notwithstanding I never saw in the rich material in Kew a form with leaves of such comparatively thin texture.

XVIII. Violaceae.

1. **Hybanthus** Jacq.

1. **H. floribundus** F. v. Muell. Nat. Pl. Vict. I. 45 (1860—62), Fragm. X. 81 (1876), First Census 6 (1882), Sec. Census 10 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 28 (1893).

Jonidium floribundum Walp. Rep. II. 767 (1843), Benth. Fl. Austr. I. 102 (1863), F. v. Muell. Pl. of Vict. I. 68 suppl. pl. VIII. (1865), Hemsley in Hook. Icon. Pl. XXVIII. t. 2731 (1905), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. 391 (1904).

Pigea floribunda Lindl. in Mitch. Three Exped. II. 165 (1838).

Jonidium Australasiae Behr in Linnaea XX. 629 (1847).

Jonidium multiflorum Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXVII. II. 340 (1854).

Calceolaria floribunda O. Ktze Rev. Gen. 41 (1891).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Distribution: southwestern **N. S, W., V., S. A., W. A.**

b) var. **pinifolia** v. n.

Frutex erectus, ramis crassioribus lignosis strictis, foliis dense imbricatis, anguste linearibus, acutiusculis, glaberrimis, rigidis (coriaceis), subtus convexis subcarinatis, supra profunde canaliculato-sulcatis, stipulis minimis, floribus subminoribus, labio calcareque breviori.

W. A.: Oldfield and Philipps River, Maxwell.

Forsan specifice diversa. Varietas *minutifolia* F. v. Muell. Fragm. X. 82 (1876), ex eadem regione descripta sed mihi ignota, secundum descriptionem jam foliis cuneatis retusisque differre videtur.

2. **H. brevilabris** n. comb.

Jonidium brevilabre Benth. Fl. Austr. I. 102 (1863).

W. A. — Very near to the preceeding species but seemingly sufficiently distinct.

3. **H. Tatei** F. v. Muell. in Trans. Roy. Soc. South Austr. IV. 102 (1882), First Census 6 (1882), Sec. Census 11 (1889).

Calceolaria Tatei O. Ktze Rev. Gen. 41 (1891).

S. A. — Species secundum specimina a cl. R. Tate ad Wilpena Pound, Flinders Range, 17. XI. 1881 collecta *H. debilissimo* F. v. Muell. valde affinis et habitu simillima esse videtur, sed differt racemis paucifloris nudis et sepalis brevibus, latis, ovatis.

4. **H. calycinus** F. v. Muell. Fragm. X. 81 (1876), First Census 6 (1882), Sec. Census 11 (1889).

Pigea calycina DC. ex Ging. in DC. Prodr. I. 307 (1824).

Solea calycina Spreng. Syst. I. 804 (1825).

Pigea glauca Endl. in Hueg. Enum. 5 (1837).

Jonidium calycinum Steud. Nomencl. Bot. ed. 2. I. 813 (1840), F. v. Muell. Pl. of Vict. I. 224 (1860—62), Benth. Fl. Austr. I. 104 (1863), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 391 (1904).

Jonidium glaucum Steud. Nomencl. Bot. ed. 2. I. 813 (1840).

Vlamingia australasica Vriese in Pl. Preiss. I. 399 (1844—45), II. 242 (1846—47).

Calceolaria calycina O. Ktze. Rev. Gen. 41 (1891).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

XIX. Thymeleaceae.

1. **Pimelea** Banks et Sol.

1. **P. spectabilis** Lindl. Swan Riv. App. 41 (1839) et Bot. Reg. t. 33 (1841), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 504 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 9 (1873), F. v. Muell. Fragm. VII. 4 (1869), First Census 73 (1882), Sec. Census 55 (1889).

Heterolaena spectabilis Fisch. et Mey. Ind. Sem. Hort. Petropol. X. 48 (1845), C. A. Mey. in Bull. Acad. Pétersb. IV. 74 (1845).

Pimelea Verschaffeltii Morren in Ann. Soc. Agr. Gand III. 451 t. 166 (1847).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **P. rosea** R. Br. Prodr. 360 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 602 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 503 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 10 (1873).

P. Hendersoni Grah. in Bot. Mag. t. 3721.

Heterolaena rosea et *Hendersonii* C. A. Mey. in Bull. Ac. Pétersb. IV. 73, 74 (1845).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

3. **P. silvestris** R. Br. Prodr. 361 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 605 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 506 (1857), Lodd. Bot. Cab. t. 1965 (1833), Benth. Fl. Austr. VI. 11 (1873) p. p., F. v. Muell. Fragm. VII. 5 (1869) p. p., First Census 73 (1882) et Sec. Census 55 (1889) p. p., Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 394 (1904).

Calyptrostegia sylvestris C. A. Mey. in Bull. Acad. Pétersb. IV. 74 (1845).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

4. **P. angustifolia** R. Br. Prodr. 360 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. II. 269 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 499 (1857) excl. var. p. p., Benth. Fl. Austr. VI. 13 (1873), F. v. Muell. Fragm. VII. 3 (1869), First Census 73 (1882), Sec. Census 55 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 394 (1904).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Calyptrostegia angustifolia C. A. Mey. in Bull. Acad. Pétersb. IV. 74 (1845).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

5. **P. suaveolens** Meissn. in Pl. Preiss. I. 603 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 504 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 14 (1873), F. v. Muell. Fragm. VII. 4 (1869), First Census 55 (1889).

Calyptrostegia suaveolens Endl. Gen. Suppl. IV. II. 61 (1847).

Pimelea macrocephala Hook. Bot. Mag. t. 4543 (1851), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 504 (1857).

Calyptrostegia macrocephala Walp. Ann. III. 324 (1852—53).

Calyptrostegia Drummondii Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXV. II. 178 (1852).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith (var. *typica*, = *P. suaveolens* s. str.).

6. **P. imbricata** R. Br. Prodr. 361 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 605 (1844—45), II. 270 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 507 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 10 (1873), F. v. Muell. Fragm. VII. 5 (1869), First Census 73 (1872), Sec. Census 55 (1889).

W. A. — An extreemely polymorphous species, among the varieties of which are especially very characteristic var. *Baxteri* Meissn., var. *gracillima* Meissn., var. *crinita* (Lindl.) and var. *villifera* (Meissn. sp.) in their typical form.

b) var. **crinita** n. comb.

P. crinita Lindl. in Bot. Reg. Misc. 59 (1838), Meissn. in DC. Prodr. XIV. 507 (1857).

P. nana R. Grah. in Edinb. New Phil. Journ. XXIX 174 (1840), Meissn. in Pl. Preiss. I. 606 (1844—45), II. 272 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 508 (1857).

Calyptrostegia nana Endl. Gen. Supl. IV. II. 61 (1847).

Pimelea pilibunda A. Cunn. ex Benth. Fl. Austr. VI. 21 (1873).

Pimelea imbricata var. *piligera* Benth. Fl. Austr. VI. 21 (1873), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 397 (1904).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pimelea imbricata var. *nana* Domin in sched. herb. div.

Sand plains about Warrungup; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

7. **P. argentea** R. Br. Prodr. 362 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 607 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 513 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 25 (1873), F. v. Muell. Fragm. VII. 7 (1869), First Census 73 (1882), Sec. Census 56 (1889).

Calyptrostegia argentea C. A. Mey. in Bull. Acad. Pétersb. IV. 74 (1845).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

8. **P. longiflora** R. Br. Prodr. 361 (1810), Meissn. in Pl. Preiss. I. 606 (1844—45), II. 271 (1846—47), in DC. Prodr. XIV. 507 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 34 (1873), F. v. Muell. Fragm. VII. 5 (1869), First Census 74 (1882), Sec. Census 56 (1889).

Calyptrostegia longiflora Endl. Gen. Suppl. IV. II. 61 (1847).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

9. **P. Preissii** Meissn. in Pl. Preiss. I. 601 (1844—45), in DC. Prodr. XIV. 500 (1857), Benth. Fl. Austr. VI. 35 (1873), F. v. Muell. Fragm. VII. 3 (1869), First Census 74 (1882), Sec. Census 56 (1889).

P. Neypergiana Hort. ex Dcne. in Rev. Hortic. sér. 4, I. 80 (1852).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

XX. Myrtaceae.

1. **Actinodium** Schauer.

1. **A. Cunninghamii** Schauer in Lindl. Introd. Nat. Syst. ed. 2., 440 (1835), Myrt. xeroc. 24 t. 1 B (1840), in Pl. Preiss. I. 96 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 5 (1866), F. v. Muell. First Census 51 (1882), Sec. Census 87 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 398 (1904).

Triphelia brunioides R. Br. ex Endl. in Hueg. Enum. 48 (1837).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Actinodium proliferum Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXII. II. 17 (1849).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains **A. A. Dorrien-Smith.**

2. **Darwinia** Rudge.

1. **D. hypericifolia** n. comb.

Genetyllis hypericifolia Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 323 (1852).

Genetyllis macrostegia Hook. Bot. Mag. t. 4860 (1854) non Turcz.

Genetyllis Hookeriana Meissn. in Journ. Linn. Soc. I. 37 (1857).

Darwinia Hookeriana Benth. in Journ. Linn. Soc. IX. 179 (1867), Fl. Austr. 9 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 182 (1874), First Census 51 (1882), Sec. Census 87 (1889).

W. A. — Mt. Toolbrunup, **A. A. Dorrien-Smith.**

2. **D. squarrosa** n. comb.

Genetyllis squarrosa Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 323 (1852).

Genetyllis fimbriata Kipp. in Journ. Linn. Soc. I. 49 (1857), Hook. Bot. Mag. t. 5468.

Darwinia fimbriata Benth. in Journ. Linn. Soc. IX 179 (1867), Fl. Austr. III. 9 (1866), F. v. Muell. Fragm VIII. 182 (1874), IX. 177 (1875), First Census 41 (1882), Sec. Census 87 (1889).

W. A.

3. **D. leiostyla** n. comb.

Genetyllis leiostyla et *oxylepis* Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 323, 324 (1852).

Genetyllis Meissneri Kipp. in Journ. Linn. Soc. I. 49 (1857).

Darwinia Meissneri Benth. in Journ. Linn. Soc. IX. 179 (1867), Fl. Austr. III. 9 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 182 (1874), IX. 177 (1875), First Census 51 (1882), Sec. Census 87 (1889).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, **A. A. Dorrien-Smith.**

4. **D. vestita** Benth. in Journ. Linn. Soc. IX. 180 (1867),

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fl. Austr. III. 12 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 182 (1874), IX. 176 (1875), First Census 51 (1882), Sec. Census 88 (1889).

Genetyllis vestita Endl. in Hueg. Enum. 47 (1837), Schauer Myrt. xeroc. 30 (1840), in Pl. Preiss. I. 96 (1844—45).

W. A. — Bridgetovn to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

Adnot. *D. saturejaefolia* Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 324 (1852) varietatem (var. *saturejifolia*) *D. thymoidis* (Lindl.) Benth. jam statura duplo majore excellentem exhibet.

3. **Verticordia** DC.

1. **V. plumosa** n. comb.

Chamaelaucium plumosum Desf. in Mém. Mus. Paris. V. 42 t. 4 (1819).

Verticordia Fontanesii DC. Prodr. III. 209 (1828), Schauer Myrt. xeroc. 47 (1840), in Pl. Preiss. I. 98 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 21 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 182 (1874), X. 28 (1876), First Census 51 (1882), Sec. Census 88 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 402 (1904).

Verticordia Sieberi Diesing ex Schauer Myrt. xeroc. 49 (1840).

Verticordia pectinata Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 327 (1852).

W. A. — Variable; besides the var. *genuina* (*V. Fontanesii* s. str.) there is a large-flowered form or variety (cf. Diels l. c.) and further

b) var. **brevifolia** n. comb.

V. Fontanesii var. *brevifolia* F. v. Muell. Fragm. X. 28 (1876).

V. Fontanesii var. *brachyphylla* Diels in Diels u. Pritzel l. c. 403 (1904).

Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

2. **V. chrysantha** Endl. in Ann. Wien. Mus. II. 195 (1838), Schauer Myrt. xeroc. 73 (1840), in Pl. Preiss. I. 102 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 24 (1866), F. v. Muell. Fragm. X. 28 (1876), First Census 51 (1882), Sec. Census

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

88 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 402 (1904).

V. Gilbertii Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XX. I. 160 (1847).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains; Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

3. **V. habrantha** Schauer in Pl. Preiss. I. 100 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 28 (1866), F. v. Muell. First Census 52 (1882), Sec. Census 89 (1889).

V. umbellata Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XX. I, 159 (1847).

V. brachystylis F. v. Muell. Fragm. I. 164 (1859).

W. A. — Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

4. **Chamaelaucium** Desf.

1. **Ch. confertiflorum** n. sp.

Fruticosum, glabrum, usque semimetrale: *rami* elongati nudi; *ramuli* graciles, abbreviati, dense foliati; *folia* opposita, erecta, stricta, anguste linearia, primo plana sed serius supra canaliculato-concava et fere teretiuscula, acutiuscula, circa 5—8 mm longa, glabra sed sub lente praesertim ad margines et apicem ciliatulo-pappilosa, subtus glandulis conspicuis, dissite biseriatis notata; *flores* brevissime pedicellati (primo aspectu sessiles), ad ramulorum apices numerosi capitato-conferti, bracteis multo ante anthesin delapsis; *calycis tubus* circa 5—6 mm longus, parte inferiori turbinata manifeste rugulosa sed haud costata; *calycis lobi* obtusissimi, margine minutissime ciliati, sinu obtuso et sat profundo sejuncti, vix 2 mm longi; *petala* orbiculata, integra, alba, glabra, circa 4·5—5 mm longa; *stamina* 10, brevia, glabra; *connectivum* dorso apice parvo, semicirculari, colorato notatum; *staminodia* filamentis similia nisi paulo breviora; *stylus* stamina adaequans, sub stigmate annulo pilorum coronatus.

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

Ch. megalopetalo F. v. Muell. affine, sed ab hoc jam floribus in capitula multiflora congestis, calycis tubo angustiore (nec late campanulato), lobis minimis (ad sinum

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vix 2 mm longis) diversum. *Ch. Drummondii* Meissn. jam foliis alternis, longe ciliatis facillime separatur.

2. **Ch. micranthum** n. comb.

Decalophium micranthum Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 326 (1852).

Ch. gracile F. v. Muell. Fragm. IV. 62 (1864), VIII. 182 (1874).

Darwinia gracilis F. v. Muell. First Census 51 (1882) Sec. Census 88 (1889).

W. A.

5. **Calythrix** Labill.*)

1. **C. flavescens** A. Cunn. in Bot. Mag. sub n. 3323 (1834), Schauer Myrt. xeroc. 105 (1840), in Pl. Preiss. I. 106 1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 42 (1866), F. v. Muell. First Census 52 (1882) et Sec. Census 89 (1889) (»*Calycothrix*«).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

2. **C. brachyphylla** Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XX. I. 161 (1847), Benth. Fl. Austr. III. 45 (1866), F. v. Muell. First Census 52 (1882) et Sec. Census 89 (1889) (»*Calycothrix*«), non Steud.

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

3. **C. tetragona** Labill. Pl. Nov. Holl. II. 8 t. 146 (1806) Benth. Fl. Austr. III. 50 (1866), F. v. Muell. Fragm. IV. 36 (1863), VIII. 183 (1874), First Census 53 (1882), Sec. Census 90 (1889) (all »*Calycothrix*«), F. M. Bail. Queensl. Fl. II. 579 (1900).

C. glabra R. Br. in Bot. Reg. t. 409 (1820), Lodd. Bot. Cab. t. 586 (1818—24), DC. Prodr. III. 208 (1828), Hook. f. Fl. Tasm. I. 127 (1860).

Calycothrix diversifolia Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 328 (1852).

Distribution: **A.** (except **N. W. A.**, **N. A.** and northern **Q.**), **T.**

*) The author writes »*Calytrix*«.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook A. A. Dorrien-Smith.

4. **C. desolata** Spencer-Moore in Journ. Linn. Soc. XXXIV. 191 (1898).

W. A. — Sine statione indicata, W. H. Ince (forma floribus paulo majoribus excellens).

6. **Baeckea** L.

1. **B. schollerifolia** Lehm. in Pl. Preiss. II. 369 1844—45). Benth. Fl. Austr. III. 75 (1866), F. v. Muell. Fragm. IV, 68 (1864), VIII. 183 (1874), First Census 53 (1882), Sec. Census 91 (1889).

Rinzia longifolia Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 331 (1852).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

2. **B. tenuifolia** n. comb.

Cyathostemon tenuifolius Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 332 (1852).

Baeckea Drummondii Benth. Fl. Austr. III. 75 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 183 (1874), First Census 53 (1882), Sec. Census 91 (1889).

W. A.

3. **B. camphorosmae** Endl. in Hueg. Enum. 51 (1837), Benth. Fl. Austr. III. 86 (1866), F. v. Muell. First Census 53 (1882), Sec. Census 92 (1889).

Babingtonia camphorosmae Lindl. Bot. Reg. t. 10 (1842), Schauer in Pl. Preiss. I. 109 (1844—45).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

4. **B. leptophylla** n. comb.

Harmogia leptophylla et *parviflora* Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 330 (1852).

Baeckea corymbulosa Benth. Fl. Austr. III. 87 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 183 (1874), First Census 53 (1882), Sec. Census 92 (1889).

W. A.

5. **B. Preissiana** n. comb.

Tetrapora Preissiana Schauer in Linnaea XVII. 238 (1843), in Pl. Preiss. I. 107 (1844—45).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tetrapora glomerata Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 329 (1852).

Harmogia pentandra F. v. Muell. Fragm. II. 31 (1860).

Baeckea pentandra F. v. Muell. Fragm. IV. 72 (1864), VIII. 183 (1874), First Census 53 (1882), Sec. Census 92 (1889), Benth. Fl. Austr. III. 87 (1866).

Babingtoria pentandra et *Preissiana* F. v. Muell. Fragm. IV. 74 (1864).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

6. **B. diosmoides** n. comb. (non Sieb.).

Anticoryne diosmoides Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 332 (1852).

Harmogia ovalifolia F. v. Muell. Fragm. II. 32 (1860).

Baeckea ovalifolia F. v. Muell. Fragm. IV. 72 (1864), VIII. 183 (1874), First Census 53 (1883), Sec. Census 92 (1889), Benth. Fl. Austr. III. 88 (1866).

Babingtonia ovalifolia F. v. Muell. Fragm. IV. 74 (1864).

W. A.

7. **Astartea** DC.

1. **A. fascicularis** DC. Prodr. III. 210 (1828), Schauer in Pl. Preiss. I. 114 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 90 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 183 (1874), First Census 54 (1882), Sec. Census 92 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 419 (1904).

Melaleuca fascicularis Labill. Pl. Nov. Holl. II. 29 t. 170 (1806).

Leptospermum dubium Spreng. Syst. II. 492 (1825).

Baeckea affinis Endl. in Hueg. Enum. 51 (1837).

Baeckea fascicularis Niedenzu in Engl.-Prantl Nat. Pfl. III. 7. p. 99 (1893).

Formae vel varietates:

A. leptophylla, scoparia, aspera, laricifolia, glomerulosa, Endlicheriana (= *B. affinis* Endl., cf. supra) Schauer in Pl. Preiss. I. 113—115 (1844-45).

A. clavulata Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 333 (1852).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Smith (varietas brachyphylla, foliis abbreviatis, crassiusculsi subclavatis, ramis robustioribus, floribus majoribus excellens)

Species formis innumeris ludens, difficiliter in varietates distribuenda; synonyma supra citata secundum plantas authenticas pro parte varietates optimas sistunt. — *Astartea fascicularis* me judice ob staminum dispositionem ad genus *Baeckeam* haud est ducenda.

8. **Hypocalymna** Endl.

1. **H. robustum** Schauer in Linnaea XVII. 241 (1843), in Pl. Preiss. I. 110 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 92 (1866), F. v. Muell. First Census 54 (1882), Sec. Census 92 (1889).

Leptospermum robustum Endl. in Hueg. Enum. 50 (1837).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **H. angustifolium** Schauer in Linnaea XVII. 241 (1843), in Pl. Preiss. I. 112 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 94 (1866) excl. var., F. v. Muell. First Census 54 (1882), Sec. Census 92 (1885), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 420 (1904).

Leptospermum angustifolium Endl. in Hueg. Enum. 50 (1837).

Hypocalymna suave Lindl. Bot. Reg. Misc. 27 (1844).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

3. **H. speciosum** Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 332 (1852), F. v. Muell. Fragm. VIII. 183 (1874), First Census 54 (1882), Sec. Census 92 (1889).

H. boroniaceum F. v. Muell. ex Benth. Fl. Austr. III. 95 (1866).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

9. **Agonis** DC.

1. **A. linearifolia** Schauer in Pl. Preiss. I. 118 (1844 - 45), Benth. Fl. Austr. III. 98 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 183 (1874), XI. 120 (1881), First Census 54 (1882), Sec. Census 93 (1889).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Leptospermum linearifolium Dc. Prodr. III. 227 (1828), Mém. Myrt. t. 12 (1842).

Billiottia linearifolia G. Don Gen. Syst. II. 827 (1832).

Agonis angustifolia Schauer in Pl. Preiss. I. 118 (1844—45) (forma vel varietas).

Agonis glabra Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 334 (1852).

W. A.

b.) var. **conspicua** n. comb.

A. conspicua Schauer in Pl. Preiss. I. 118 (1844—45).

Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith. Conforms with its larger flower-heads and flowers as well as with its three-nerved leaves to the species of Schauer.

2. **A. parviceps** Schauer in Pl. Preiss. I. 119 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 99 (1866), F. v. Muell. Fragm. XI. 120 (1881), First Census 54 (1882), Sec. Census 93 (1889).

W. A. — Mt. Toolbrunup; Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

3. **A. flexuosa** Schauer in Pl. Preiss. I. 116 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 99 (1866), F. v. Muell. Fragm. XI. 120 (1881), First Census 54 (1882), Sec. Census 93 (1889).

Metrosideros flexuosa Willd. Enum. Hort. Berol. 514 (1809).

Leptospermum flexuosum Spreng. Nov. Prov. 25 (1819), DC. Prodr. III. 226 (1828), Colla Hort. Ripul. App. t. 2 (1824)

Billiottia flexuosa G. Don Gen. Syst. II. 827 (1832).

Leptospermum resiniferum Bertol. Amoen. Ital. 29 (1819).

Leptospermum glomeratum Wendl. f. in Flora II. 678 (1819).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

4. **A. hypericifolia** Schauer in Pl. Preiss. I. 117 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. XI. 120 (1881), First Census 54 (1882), Sec. Census 93 (1889).

Leptospermum hypericifolium Otto & Dietr. Allg. Gartenz. IX. 243 (1841) nomen.

Leptospermum theaeforme A. Cunn. ex Schauer in Pl. Preiss. I. 117 (1844—45) et in Walp. Rep. V. 739 (1845—46).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Agonis theaeformis Schauer in Pl. Preiss. II. 223 (1846—47), Benth. Fl. Austr. III. 100 (1866).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

Leptospermum hypericifolium Otto & Dietr., which Schauer first quoted as a synonym of his species, according to his latter remark (II. 223) is to be considered as only a form of *L. rubricaule* (therefore of *L. virgatum*).

10. **Leptospermum** Forst.

1. **L. erubescens** Schauer in Pl. Preiss. I. 121 (1844—45) Benth. Fl. Austr. III. 109 (1866) excl. var. *psilocalyx*, F. v. Muell. Fragm. IV. 61 (1864) excl. var., VIII. 183 (1874), First Census 54 (1882) et Sec. Census 93 (1889) p. p.

L. incanum, *nitens* et *oligandrum* Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 335 (1852).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

11. **Kunzea** Rchb.

1. **K. micrandra** Schauer in Pl. Preiss. I. 125 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 112 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 183 (1874), First Census 54 (1882), Sec. Census 93 (1889).

K. oligandra Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 336 (1852).

W. A. — Mallet; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **K. ericifolia** Rchb. Consp. 175 (1828), Benth. Fl. Austr. III. 113 (1866), F. v. Muell. First Census 54 (1882), Sec. Census 93 (1889).

Metrosideros ericifolia Sm. in Rees. Cyclop. XXIII. n. 16 (1815), DC. Prodr. III. 225 (1828).

Kunzea vestita Schauer in Pl. Preiss. I. 126 (1844—45), II. 224 (1846—47).

W. A. — Besides the typical more hairy form (var. *typica*):

b.) var. **glabrior** Benth. Fl. Austr. III. 113 (1866).

Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

3. **K. villiceps** Schauer in Pl. Preiss. I. 125 (1844—45).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

K. Preissiana var. *villiceps* Benth. Fl. Austr. III. 114 (1866).

W A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley A. A. Dorrien-Smith.

b.) var. **glabrior** v. n.

Capitulis densifloris, villosis nec ut in varietate *typica* villosissimis, et ante anthesin totis hirsutie longa villosissima obtectis.

Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

4. **K. recurva** Schauer in Pl. Preiss. I. 125 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 114 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 183 (1874), First Census 54 (1882), Sec. Census 93 (1889).

Formae vel varietates:

Tetraspora verrucosa Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 329 (1852).

Kunzea squarrosa et *sprengelioides* Turcz. l. c. 335, 336 (1852).

W. A.

b) var. **melaleucoides** F. v. Muell. ex Benth. Fl. Austr. III. 114 (1866).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Slab Hut. Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

5. **K. montana** n. comb.

K. recurva var. *montana* Diels in Engl. Bot. Jahrb, XXXV. 424 (1904).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

Stirps nobilis et me judice sine ullo dubio species propria; specimina nostra characteres a cl. Diels l. c. notatos optime ostendunt.

6. **K. micromera** Schauer in Pl. Preiss. II. 223 (1846—47), Benth. Fl. Austr. III. 114 (1866), F. v. Muell. First Census 54 (1882), Sec. Census 93 (1889).

Pericalymna roseum Tutcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 334 (1852).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

12. **Melaleuca** L.

1. **M. Dorrien-Smithii** n. sp.

Frutex rigidus, divaricato-ramosus, omnino glaberrimus, ramis crassis, ramulis ultimis brevibus, gracilibus densissime foliatis; *folia* confertissima, stricta, quadrifariam decussata, erecto-patentia, lineari-teretiuscula, subtrigona, dorso convexo obtusiuscula, facie superiore angusta leviter canaliculata et lateribus acutis nervorum instar prominentibus marginata, 3—7 mm longa et 0·5 mm vel paulo plus lata, obtusa, glaberrima, viridia, tantum leviter glanduloso-punctata; *capitula* globosa, magna, ad ramorum partem superiorem ramulos axillares valde abbreviatos (capitulis sub anthesi semper breviores) terminantia, saepe pluria arcte appropinquata et florendi tempore contigua; *rhachis* glabra; *flores* mediocres, purpurei, pulchri; *calycis tubus* turbinatus, rhachi basi lata insertus, vix 2 mm longus, argenteo-pubescens vel demum glabrescens; *lobi* late deltoidei, subacuti, uninerves, tubo breviores, glabri; *petala* purpurea, subscariosa, fere orbicularia, concava, obtusissima, erecta, glabra sed margine ciliatula, circa 2 mm longa et expansa vix angustiora; *phalangium* pentandrum, circa 10 mm longum, inferne longe hirsutum; *spicae fructiferae* globosae vel breviter cylindricae, circa 7—12 mm longae et 8 mm latae; calyx fructifer haud immersus, truncatus, late urceolatus, capsulam valde superans, circa 4 mm longus et apice 3 mm latus.

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

Stirps pulchra, seriei *Decussatae* inserenda, et forsan *M. decussatae* R. Br. comparanda, sed ab hac foliis dense quadristichis foliorumque forma, calycis tubo ± vestito, staminibus longioribus, phalangiis oligandris, capitulis densis, globosis distinguenda. *M. subtrigona* Schauer, seriei *Capitatae* subser. *Erythrocephalae* civis, quae primo aspectu speciei nostrae haud est absimilis, foliis alternis et capitulis terminalibus longe distat. *M. quadrifaria* F. v. Muell. secundum specimina authentica (Elder Exploring Expedition) foliis facillime distinguenda.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

2. **M. bracteosa** Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 340 (1852) s. ampl.

M. apodocephala et *brevifolia* Turcz. l. c. 340, 342 (182).

M. fasciculiflora Benth. Fl. Austr. III. 137 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 184 (1874), First Census 55 (1882).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

3. **M. cuticularis** Labill. Pl. Nov. Holl. II. 30, t. 171 (1806), DC. Prodr. III. 214 (1828), Schauer in Pl. Preiss. I. 145 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 148 (1866), F. v. Muell. First Census 55 (1882), Sec. Census 95 (1889).

M. abietina Sm. in Rees Cyclop. XXIII. n. 15 (1815), DC. Prodr. III. 214 (1828).

W. A.

b) var. **brachyphylla** v. n.

Differt a varietate *typica* foliis crassis, valde obtusis, circa 5 mm vel minus longis; bracteae flores involucrantes paucae.

Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

Foliis abbreviatis *M. sparsifloram* Turcz. revocat, ab hac tamen glabritie perfecta distinguenda.

c) var. **obvallata** v. n.

Robusta, glaberrima; *folia* obtusa, circa 1 cm longa; *flores* majores, ad ramulorum apices pluriores (circiter 5—8) subconferti vel conferti, unus quisque bracteis numerosissimis, quadrifariam arcte decussato-imbricatis, accrescentibus obvallatus.

Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith. — Forsan species distincta.

4. **M. spathulata** Schauer in Pl. Preiss. I. 134 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 153 (1866), F. v. Muell. First Census 56 (1882), Sec. Census 95 (1889).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

M. cuneatam Turcz. l. c. 339, quam cl. F. v. Mueller (Fragm. VIII. 184, 1874) uti synonynum ad *M. spathulatam* ducit, *M. erianthae* Benth. proximam et verosimiliter cum ea identicam esse judico.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

5. **M. densa** R. Br. ex Ait. Hort. Kew. ed. 2. IV. 416 (1812), DC. Prodr. III. 215 (1828), Schauer in Pl. Preiss. I. 144 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 156 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII. 184 (1874), First Census 56 (1882), Sec. Census 95 (1889).

Formae vel varietates:

M. propinqua Schauer in Pl. Preiss. I. 144 (1844—45) (microphylla).

M. epacridioides Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XX. I. 165 (1847).

M. erucaeformis Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 344 (1852).

W. A. — Very variable.

b) var. **Dorrien-Smithii** v. n.

Excellit foliis minus densis, majoribus, circa 5—10 mm longis (sed in ramulis minoribus), acutis, trinerviis, spicis ovoideis vel breviter cylindricis, fructiferis semper cylindricis, usque 2 cm longis.

Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

c) var. **Pritzelii** v. n.

Excellit foliis parvis, haud plus 3 mm longis, obtusis, orbicularibus, costato-uninerviis, densissimis, capitulis parvis, globosis, spicis fructiferis quoque globosis vel rarius ovoideo-globosis.

N. W. Plantaginet, in arenosis, E. Pritzel IX. 1901, Pl. Austr. occid No. 696.

6. **M. thymoides** Labill. Pl. Nov, Holl. II. 27. t. 167 (1806), DC. Prodr. III. 213 (1828), Schauer in Pl. Preiss. I. 140 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 156 (1866), F. v. Muell. First Census 56 1882), Sec. Census 95 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 429 (1904).

M. spinosa Lindl. Swan Riv. App. 8 (1837), Schauer in Pl. Preiss. I. 140 (1844—45).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrin-Smith, forma vel varietas foliis longioribus *M. striatam* Labill. revocans.

7. **M. pungens** Schauer in Pl. Preiss. I. 138 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 158 (1866), F. v. Muell. Fragm.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VIII. 1841 (1874), First Census 56 (1882), Sec. Census 95 (1889).

M. citrina Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 341 (1852).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

13. **Conothamnus** Lindl.

1. **C. aureus** n. comb.

Trichobasis aurea Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 337 (1852).

Conothamnus divaricatus Benth. Fl. Austr. III. 164 (1866), F. v. Muell. Fragm. VIII, 184 (1874), First Census 56 (1882), Sec. Census 96 (1889).

W. A. (Drummond 5th Coll. No. 147.)

14. **Beaufortia** R. Br.

1. **B. decussata** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. IV. 418 (1812), DC. Prodr. III. 211 (1828), Schauer in Nova Acta Nat. Cur. XXI. 13 (1844), in Pl. Preiss. I. 148 (1844—45), Colla Hort. Ripul. t. 22 (1824), Benth. Fl. Austr. III. 166 (1866), F. v. Muell. First Census 56 (1882), Sec. Census 96 (1889).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

2. **B. anisandra** Schauer in Nova Acta Nat. Cur. XXI. 17 t. 1 A (1844), in Pl. Preiss. I. 149 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 167 (1866), F. v. Muell. First Census 56 (1882), Sec. Census 96 (1889).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

3. **B. heterophylla** Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 345 (1852), F. v. Muell. Fragm. VIII. 184 (1874), First Census 56 (1882), Sec. Census 96 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 431 (1904).

B. cyrtodonta Benth. Fl. Austr. III. 167 (1866).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

15. **Calothamnus** Labill.

1. **C. gibbosus** Benth. Fl. Austr. III. 175 (1866), F. v. Muell. First Census 56 (1882), Sec. Census 96 (1889).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

2. **C. affinis** Turcz. in Bull. Phys.-Math. Acad. Pétersb. X. 346 (1852), F. v. Muell. Fragm. VIII. 184 (1874), First Census 56 (1882), Sec. Census 97 (1889).

C. microcarpus F. v. Muell. Fragm. III. 113 (1863), Benth. Fl. Austr. III. 177 (1866).

W. A. — Besides the typical form (var. *typica*) with very narrow leaves and shorter flowers (cf. Bentham l. c.) also:

b) var. **longistamineus** v. n.

Excellit foliis planis, latioribus, saepe 3 mm latis, staminum fasciculis circa 3·5 cm longis.

Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

3. **C. Preissii** Schauer in Nova Acta Nat. Cur. XXI. 31 (1844), in Pl. Preiss. I. 154 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 177 (1866), F. v. Muell. First Census 56 (1882), Sec. Census 97 (1889).

C. laxus Kunze in Linnaea XX. 58 (1847).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

4. **C. Lehmannii** Schauer in Nova Acta Nat. Cur. XXI. 31 (1844), in Pl. Preiss. I. 153 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 178 (1866), F. v. Muell. First Census 56 (1882), Sec. Census 97 (1889).

C. plumosus Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XX. I. 168 (1847).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith (forma fructibus minoribus, sed plus numerosis et compactis excellens).

5. **C. quadrifidus** R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. IV. 418 (1812), DC. Prodr. III. 211 (1828), Lodd. Bot. Cabin. t. 737 (1818—24), Rchb. Icon. et Descr. Pl. t. 9 (1822), Schauer in Nova Acta Nat. Cur. XXI. 29 (1844), in Pl. Preiss. I. 153 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 179 (1866),

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

F. v. Muell. Fragm. X. 31 (1876), First Census 57 (1882), Sec. Census 97 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 433 (1904).

C. laevigatus Schauer Nova Acta Nat. Cur. XXI. 30 (1844), in Pl. Preiss. I. 153 (1844—45).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

16. **Eremaea** Lindl.

1. **E. brevifolia** n. comb.

E. fimbriata var. *brevifolia* Benth. Fl. Austr. III. 181 (1866).

W. A.: South Hutt, Port Gregory, Oldfield.

Forma haec, a typo *E. fimbriatae* valde aberrans, species propria mihi esse videtur.

2. **E. pauciflora** n. comb.

Metrosideros pauciflora Endl. in Hueg. Enum. 50 (1837).

Eremaea pilosa Lindl. Swan Riv. App. 11 (1839), Schauer in Pl. Preiss. I. 157 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 182 (1866), F. v. Muell. First Census 57 (1882), Sec. Census 97 (1889).

Eremaea ericifolia Lindl. l. c. 11 (1839), Schauer l. c. 157 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. XI. 11 (1878).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

17. **Eucalyptus** L'Hér.

1. **E. agnata** Domin in Fedde Repert. XII. 389 (1913).

Verosimiliter arborea, ramulis gracilibus vestigiis petiolorum decurrentibus angulosis; folia alterna ab invicem sat distantia, late vel fere ovato-lanceolata, basi in petiolum longiusculum (circiter 2 cm longum) rhombeo-contracta, apice acuminata, subfalcata et plerumque inaequilatera, sine petiolis circa 13—17 cm longa et $3^1/_4$—4 cm lata, glaucescenti-viridia, coriacea et crassiuscula, costa media prominula, nervis lateralibus oblique divergentibus utrinque conspicuis; pedunculi 2—$2^1/_2$ cm longi, complanati et apice subdilatato fere 5 mm lati, erecti, pseudoterminales et e axillis foliorum supremorum enascentes umbellam confertam 3—6floram gerentes; flores subsessiles i. e. pedicellis crassiusculis per-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

brevibus circa 2—3 mm longis instructi; receptaculum urceolatum, sub flore expanso circa 6—7 mm longum et insuper (orificio) longitudine latius, laeve; stamina flavida erecta, circa 12 mm longa, in alabastris haud inflexa nec flexuosa; antherae oblongae, latitudine saltem duplo longiores, antherarum loculis parallelis; operculum circiter 10—11 mm longum, obtusissimum, basi (diametro transverso) circa 8 mm, apice circiter 5 mm latum; fructus urceolatus, haud perfecte maturus circa 8—9 mm longus et totidem insuper latus, ad marginem orificii interiorem annulo fusco lobulato gibboso ornatus; capsula conica, manifeste protrudens et diu stylo elongato coronata.

W. A.: Slab Hut Creek to Cranbrook, leg. A. Dorrien-Smith, 1910.

Species *Euc. occidentali* proxima, sed jam foliis magnis et latis, floribus subsessilibus, operculo et fructu distinguenda. *Euc. occidentalis* in stationibus diversis formis miris ludit, sed planta supra descripta a formis et varietatibus omnibus specifice distare videtur.

Euc. cornuta et *annulata* foliis, operculo, necnon fructu a specie nostra primo aspectu distinguuntur.

2. **E. Dorrienii** Domin in Fedde Repert. XII. 388 (1913).

Verosimiliter frutex elatus vel arbor parva, ramulis laevibus subnitidis, brunneo-corticatis, cylindricis nisi ramulis juvenilibus angulosis; folia alterna, rigida, crassiuscula, viridi-glaucescentia, lanceolata, recta vel subfalcata, in petiolum conspicuum circa $1^1/_2$ ($1—1^3/_4$) cm longum angustata, apice acuminata, sine petiolo circiter $5^1/_2$ usque 9 cm longa et plerumque circa $1^1/_2$ cm lata, manifeste (saepe fusco-)glandulosopunctulata, nervis lateralibus immersis et vix conspicuis; pedunculi subteretes vel tantum obscure vel leviter angulosi (nec complanati), floriferi manifeste decurvati, axillares sed plerique e ramulorum parte inferiore foliis jam destituta enascentes circiter $1^1/_2$ cm longi, flores plerumque sat numerosos (5—11) manifeste pedicellatos gerentes; pedicelli subteretes, circa 5—7 mm longi, receptaculo vix breviores; receptaculum (= calyx) late obovatum, manifeste costatum, longitudine parum angustius; stamina numerosissima flavida gracilia; filamenta circa 7—8 mm longa,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

in alabastris circa medio angulo acuto refracta et inflexa, sed recta nec flexuosa; antherae parvae oblongo ovatae, loculis parallelis; operculum late conicum (nec parte superiore, contractum), acutum receptaculo (i. e. calyce) longius, circa $7^1/_2$—9 mm metiens; fructus globosus sed latior quam longus (diametro transversali circa 8 mm metiens sed tantum circa 5 mm longus) subcostatus vel rarius fere laevis; capsula in receptaculo inclusa sed valvis tenuiter acuminatis, manifeste exsertis et quoad visum semper tribus.

W. A.: Cranbrook to Warrunup, sandy plains, leg. Capt. A. Dorrien-Smith, D. S. O., 1910.

Euc. Dorrienii me judice *E. decurvae* proxime est affinis, sed receptaculo latiore manifeste costato, operculo late conico, parte superiore haud abrupte attenuato, capsulae valvis styli reliquiis acuminatis et prominentibus facile distinguenda.

Euc. oleosa. quae speciei nostrae primo aspectu haud est dissimilis, haud arcte affinis esse videtur, nam species nostra staminibus haud flexuosis sed filamentis in alabastro angulo acuto inflexis necnon receptaculi forma et pedunculis curvatis praeter alia discrepat.

Euc. falcata, quae receptaculo costato speciem nostram revocat, jam operculo longe recedit.

Euc. Dorrienii notis nonnullis ad Subseriem »*Exsertae*« spectat et in hac subserie forsan cum *E. leptopoda* comparanda, quae tamen foliis angustis fere linearibus, pedicellis plus elongatis, floribus perparvis sat superque abhorret. Me judice species nostra in affinitam proximam *Euc. decurvae* collocanda erit, quamvis ob valvas plus protrudentes characteribus subsectionalibus haud optime respondeat.

3. **E. erythronema** Turcz. var. **marginata** Domin in Fedde Repert. XII. 389 (1913).

G. conoidea Benth. var. *marginata* Benth. Fl. Austr. III. 227 (1866).

W. A.: Swan River, Drummond N° 50.

Varietas certe egregia, quae forsan pro specie distincta haberi possit; differt a varietate typica foliis paulo majoribus et pro more plus conspicue glanduloso-punctatis, floribus majoribus, operculo prominule costato, calyce

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

anguloso-costato et supra in annulum horizontaliter patentem vel reflexum expanso.

4. **E. tetragona** F. v. Muell. Fragm. IV. 51 (1864), First Census 58 (1882), Sec. Census 100 (1889), Benth. Fl. Austr. III. 259 (1866), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 444 (1904).

Endesmia tetragona R. Br. App. Flind Voy. II. 599 t. 3 (1814), Sweet Fl. Austral. t. 21 (1827—28).

E. pleurocarpa Schauer in Pl. Preiss. I. 132 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. II. 37 (1860).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

XXI. Umbelliferae.

1. **Neosciadium** Domin.

1. **N. glochidiatum** Domin in Beih. Bot. Centralbl. XXIII. Abt. II. p. 292 t. X. fig. 4—8 (1908).

Hydrocotyle glochidiata Benth. Fl. Austr. III. 364 (1866), F. v. Muell. First Census 62 (1882), Sec. Census 106 (1889).

Centella glochidiata Drude in Engl.-Prantl Nat. Pfl. III. 8. p. 120 (1898).

W. A. (cf. Domin l. c. 291—293).

2. **Homalosciadium** Domin.

1. **H. verticillatum** Domin in Beih. Bot. Centralbl. XXIII. Abt. II. 294 t. X. fig. 1—3 (1908).

Hydrocotyle verticillata Turcz. in Bull. Soc. Nat. Mosc. XXII. II. 28 (1849), Benth. Fl. Austr. III. 346 (1866), F. v. Muell. First Census 62 (1882).

Hydrocotyle homalocarpa F. v. Muell. Fragm. II. 129 (1861), VII. 147 (1871), Sec. Census 106 (1889).

Centella homalocarpa Drude in Engl.-Prantl Nat. Pfl. III. 8. p. 120 (189-).

W. A.: cf. Domin l. c. 294—296. New locality: in limosis prope Lowden, atque flumen Preston, Max Koch X. 1909.

3. **Trachymene** (Rudge) DC.

1. **T. commutata** Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXII. II. 30 (1849), F. v. Muell. First Census 62 (1882), Sec.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Census 107 (1889), Domin in Bull. Ac. Intern. Géogr. Bot XVIII. 488 (1908).

Siebera commutata Benth. Fl. Austr. III. 355 (1866).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

4. **Didiscus** DC.

1. **D. pilosus** Domin in Sitzungsber. Kgl. Böhm. Ges Wiss. 31 (1908).

Trachymene pilosa Sm. in Rees Cyclop. Suppl. XXXIX.. (1819), Benth. Fl. Austr. III. 384 (1866).

Dimetopia pusilla DC. Prodr. IV. 71 (1830), Benth. in Hueg. Enum. 54 (1837).

Dimetopia hirta Benth. in Hueg. Enum. 54 (1837).

Pritzelia didiscoides Walp. Rep. II. 428 (1843).

Dimetopia Walpersii Bunge Del. Sem. Hort. Dorpat. 1846, in Linnaea XXIV. 156 (1851).

Dimetopia homocarpa Bunge in Bot. Zeit. V. 136 (1847).

Didiscus pusillus F. v. Muell. Fragm. IX. 47 (1875), First Census 62 (1882), Sec. Census 106 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 217 (1893).

Distribution: **W. A., S A., V., N. S. W.** (southern Interior).

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

5. **Pentapeltis** Bunge.

1. **P. silvatica** Domin in Bull. Intern. Acad. Sc. Bohême 38 t. II. fig. 11 (1908).

Xanthosia silvatica Diels in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 455 (1904).

W. A. — The species is closely allied with *P. peltigera*, but seems to be different enough from it; it is represented also in the herbarium at Kew under the material of the above species.

6. **Xanthosia** Rudge.

1. **X. rotundifolia** DC. Prodr. IV. 75 (1830), Bunge in Pl. Preiss. I. 292 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 363 (1866), F. v. Muell. Fragm. II. 128 (1861), First Census 62 (1882), Sec. Census 107 (1889).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

7. **Actinotus** Labill.

1. **A. humilis** n. sp.

A. leucocephalus var. *humilis* F. v. Muell. et Tate in Trans. Roy. Soc. S. Austr. XVI. 359 (0000), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 457 (1904).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

Surely a distinct species, which already with its low growth, smaller heads, relatively broader outer bracts, only slightly hairy, acute or nearly obtuse (never acuminate), seems to be well characterised.

XXII. Epacridaceae.

1. **Astroloma** R. Br.

1. **A. compactum** R. Br. Prodr. 538 (1810), DC. Prodr. VII. 2. 739 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 300 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 155 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 464 (1904).

Styphelia compacta Spreng. Syst. I. 657 (1825), F. v. Muell. Fragm. VI. 38 (1867), First Census 105 (1882), Sec. Census 178 (1889).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

Varietas *cuneifolium* (Sond. in Pl. Preiss. I. 300 (1844—45) p. p., *Styphelia cuneifolia* F. v. Muell. Fragm. VI. 37, (1867), nisi foliis a typo leviter aberrat.

2. **A. pallidum** R. Br. Prodr. 538 (1810), DC. Prodr. VII. 2. 739 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 300 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 155 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 464 (1904).

Styphelia pallida Spreng. Syst. I. 658 (1825), F. v. Muell. Fragm. VI. 37 (1867), First Census 105 (1882), Sec. Census 178 (1889).

Leucopogon blepharodes DC. Prodr. VII. 2. 753 (1839).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Conostephium** Benth.

1. **C. pendulum** Benth. in Hueg. Enum. 76 (1837), Fl. Austr. IV. 160 (1869), DC. Prodr. VII. 2. 739 (1839), F. v.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Muell. First Census 107 (1882), Sec. Census 181 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 465 (1904).

Styphelia Conostephium F. v. Muell. Fragm. VI. 40 (1867).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

3. **Leucopogon** R. Br.

1. **L. verticillatus** R. Br. Prodr. 541 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 745 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 307 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. IV. 122 (1864), Benth. Fl. Austr. IV. 184 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 471 (1904).

Styphelia verticillata Spreng. Syst. I. 656 (1825), F. v. Muell. Fragm. VI. 43 (1867), VIII. 55 (1873), First Census 105 (1882), Sec. Census 178 (1889).

Lissanthe verticillata Lindl. Swan Riv. App. 25 (1837).

Leucopogon glaucescens DC. Prodr. VII. 2. p. 745 (1839).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2 **L. Richei** R. Br. Prodr. 541 (1810) et in Bot. Mag. t. 3251 (1833), DC. Prodr. VII. 2. p. 744 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 305 (1844—45), Hook. f. Fl. Tasm I. 249 (1860), F. v. Muell. Fragm. IV. 123 (1864), Benth. Fl. Austr. IV. 186 (1869), F. M. Bail. Syn. Queensl. Fl. 287 (1883), Cat. Pl. Queensl. 28 (1890), Queensl. Fl. III. 932 (1900), Compr. Cat. 295 (1913), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 369 (1893), Cheesem. Man. N. Zeal. Fl. 414 (1906), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 471 (1904).

Styphelia Richei Labill. Pl. Nov. Holl. I. 44 t. 60 (1804), F. v. Muell. Fragm. VI. 42 (1867), VIII. 54 (1873), First Census 105 (1882), Sec. Census 178 (1889).

Styphelia parviflora Andr. Bot. Repos. t. 287 (1799 – 1811).

Leucopogon parviflorus Lindl. Bot. Reg. t. 1560 (1832), DC. Prodr. VII. 2. p. 745 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 305 (1844—45).

Styphelia gnidium Venten. Jard. Malm. t. 23 (1803).

Leucopogon polystachyus Lodd. Bot. Cab. t. 1436 (1828), non R. Br.

Leucopogon lanceolatus Sieb. Pl. N. Holl. 102 et ex DC. l. c. 745 (1839), non R. Br.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Distribution: **A.** (except. **N. A.** and northern Qu.), **T.**, Lord Howe and Chatham Islands.

b) var. **acutifolius** Benth. Fl. Austr. IV. 186 (1869).

W. A.: — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

3. **L. australis** R. Br. Prodr. 541 (1810), DC. Prodr. VII. 2 p. 744 (1839), Hook. f. Fl. Tasm. I. 249 (1860), F. v. Muell. Fragm. IV. 123 (1864), Benth. Fl. Austr. IV. 186 (1869), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 369 (1893), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 471 (1904).

Leucopogon Drummondii DC. l. c. 745 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 306 (1844—45).

Leucopogon paniculatus Sond. in Pl. Preiss. l. 306 (1844—45).

Styphelia australis F. v. Muell. Fragm. VI. 43 (1867), First Census 105 (1882), Sec. Census 178 (1889).

Distribution: **W. A., S. A., V.,** southern **N. S. W., T.**

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

4. **L. revolutus** R. Br. Prodr. 542 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 746 (1839), Sond. in Pl. Preiss. l. 310 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 187 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 471 (1904).

Styphelia revoluta Spreng. Syst. I. 657 (1825), F. v. Muell. First Census 105 (1882), Sec. Census 178 (1889).

Leucopogon angustatus Benth. in Hueg. Enum. 77 (1837), Sond. in Pl. Preiss. I. 311 (1844—45), DC. Prodr. VII. 2. p. 748 (1839).

Styphelia obovata F. v. Muell. Fragm. VI. 31 (1867).

W. A. — Ml. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

A species very variable in its indumentum and the shape of its leaves; an extreemely broad-leaved form or variety was described by Labillardière as *Styphelia obovata*, so that the species, according to priority, ought to bear the entirely unsuitable name *L. obovatus*.

5. L. **compactus** Stschegl. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXXII. I. 13 (1859), Benth. Fl. Austr. IV. 192 (1869).

Styphelia compacta F. v. Muell. First Census 106 (1882), Sec. Census 178 (1889).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dor-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

RIEN-SMITH (forma haud typica, sed ut videtur specifice haud separanda).

6. **L. oppositifolius** SOND. in Pl. Preiss. I. 316 (1844—45), BENTH. Fl. Austr. IV. 196 (1869), DIELS u. PRITZEL in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 474 (1904).

Styphelia oppositifolia F. v. MUELL. Fragm. VI. 32 (1867), First Census 106 (1882), Sec. Census 179 (1889).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. DORRIEN-SMITH.

7. **L. gnaphalioides** STSCHEGL. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXXII. I. 14 (1859), BENTH. Fl. Austr. IV. 198 (1869), DIELS u. PRITZEL in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 179 (1904).

Styphelia gnaphalioides F. v. MUELL. First Census 106 (1882), Sec. Census 179 (1889).

W. A. — Pass in Stirling Range, east of Mt. Toolbrunup, A. A. DORRIEN-SMITH.

8. **L. cymbiformis** A. CUNN. ex DC. Prodr. VII. 2. p. 750 (1839), SOND. in Pl. Preiss. I. 318 (1844—45), BENTH. Fl. Austr. IV. 200 (1869), DIELS u. PRITZEL in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 475 (1904).

Styphelia cymbiformis F. v. MUELL. Fragm. VI. 34 (1867), First Census 106 (1882), Sec. Census 179 (1889).

W. A. — Mallet; Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. DORRIEN-SMITH.

9. **L. pulchellus** SOND. in Pl. Preiss. I. 310 (1844—45), BENTH. Fl. Austr. IV. 202 (1869), DIELS u. PRITZEL in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 475 (1904).

L. triqueter STSCHEGL. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXXII. I. 15 (1859).

Styphelia pulchella F. v. MUELL. Fragm. VI. 34 (1867), First Census 106 (1882), Sec. Census 179 (1889).

W. A. — Mallet, A. A. DORRIEN-SMITH.

10. **L. polymorphus** SOND. in Pl. Preiss. I. 309 (1844—45), BENTH. Fl. Austr. IV. 202 (1869), DIELS u. PRITZEL in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 474 (1904).

Styphelia polymorpha F. v. MUELL. Fragm. VI. 31 (1867), First Census 106 (1882), Sec. Census 179 (1889).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. DORRIEN-SMITH.

11. **L. cucullatus** R. BR. Prodr. 545 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 750 (1839), SOND. in Pl. Preiss. I. 320 (1844—45),

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Benth. Fl. Austr. IV. 203 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 475 (1904).

Styphelia cucullata Spreng. Syst. I. 656 (1825), F. v. Muell. Fragm. VI. 32 (1867), First Census 106 (1882), Sec. Census 179 (1889).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

12. **L. unilateralis** Stschegl. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXXII. I. 19 (1859), Benth. Fl. Austr. IV. 205 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 475 (1904).

L. acutiflorus Stschegl. l. c. 18 (1859) (varietas laevis).

Styphelia pendula var. *pluriflora* F. v. Muell. Fragm. VI. 33 (1867).

Styphelia unilateralis F. v. Muell. First Census 106 (1882), Sec. Census 179 (1886).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

13. **L. corynocarpus** Sond. in Pl. Preiss. I. 322 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 224 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 479 (1904).

Styphelia corynocarpa F. v. Muell. First Census 107 (1882), Sec. Census 180 (1889).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

4. Oligarrhena R. Br.

1. **O. micrantha** R. Br. Prodr. 549 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 760 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 326 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 232 (1869), F. v. Muell. First Census 107 (1882), Sec. Census 181 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 482 (1904).

W. A. — Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

5. Lysinema R. Br.

1. **L. Ewartianum** n. sp.

Frutex gracilis ramosus, glaberrimus, ramis gracilibus, saepius subflexuosis; *folia* primo dense imbricato-conferta, serius in ramulis florentibus minus densa, minuta, erecta, subappressa, anguste lanceolato-linearia, valde obtusa, circa 2—4 mm longa et 0·9—1·5 mm lata, valde crassa, trigona,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dorso obtuse costata, pagina superiore omnino laevi, in foliis minoribus plana, in foliis majoribus praesertim basin versus manifeste concava, omnio glabra; *flores* speciosi, sessiles, ad ramulorum apices in capitula erecta, 4—10flora, umbellas aemulantia conferti; *bracteae* et *sepala* involucrum anguste cylindricum, tubo circa triente brevius (circiter 9 mm longum) efformantia, angusta, obtusa, uninervia, praeter marginem breviter albo-ciliatum glaberrima; *corollae* tubus circa 15 mm longus, ± cohaerens, sed facile in ungues liberos, intus pilosos separabilis; lobi albi, circa 6 mm longi, ovati, obtusi; *antherae* angustissimae, lineares, circa 4·5 mm longae, erectae, faucem attingentes sed nunquam protrudentes; filamenta et stylus pilosula; *ovarium* breviter pubescens.

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

In honorem clarissimi Dris A. J. Ewart, professoris universitatis Melbournensis, de re botanica optime meriti, nominavi.

Stirps pulchra, *L. eleganti* affinis, sed differt foliis, inflorescentia, floribus majoribus, antheris haud exsertis, etc.

6. **Andersonia** R. Br.

1. **A. echinocephala** n. comb.

Sphincterostoma echinocephalum Stschegl. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXXII. I. 23 (1859).

Sprengelia patricia F. v. Muell. Fragm. 79 (1867).

Andersonia patricia F. v. Muell. Fragm. VI. 79 (1867) in syn., First Census 108 (1882), Sec. Census 182 (1889), Benth. Fl. Austr. IV. 251 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 484 (1904).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

Note: *A. colossea* F. v. Muell. must be called **A. axilliflora** (Stschegl.) n. comb. according to priority.

2. **A. grandiflora** Stschegl. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXXII. I. 21 (1859), Benth. Fl. Austr. IV. 252 (1869), F. v. Muell. First Census 108 (1882), Sec. Census 182 (1889).

Sprengelia spirophylla F. v. Muell. Fragm. VI. 62 (1867).

Andersonia spirophylla F. v. Muell. Fragm. VI. 62)1867) in syn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

3. **A. involucrata** Sond. in Pl. Preiss. I. 331 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 252 (1869), F. v. Muell. First Census 108 (1882), Sec. Census 182 (1889).

Sprengelia involucrata F. v. Muell. Fragm. VI. 62 (1867).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

4. **A. simplex** n. comb.

Homalostoma simplex Stschegl. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXXII. I. 21 (1859).

Andersonia homalostoma Benth. Fl. Austr. IV. 253 (1869), F. v. Muell. First Census 108 (1882), Sec. Census 182 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 484 (1904).

Sprengelia homalostoma F. v. Muell. Fragm. VIII. 56 (1873).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

5. **A. parvifolia** R. Br. Prodr. 554 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 767 (1839), Benth. Fl. Austr. IV. 254 (1869), F. v. Muell. First Census 108 (1882), Sec. Census 182 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 485 (1904).

Andersonia brachyota F. v. Muell. Fragm. IV. 125 (1864).

Sprengelia parvifolia et *brachyota* F. v. Muell. Fragm. VI. 62 (1867).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Slab Hut Creek to Cranbrook, A. A. Dorrien-Smith.

6. **A. coerulea** R. Br. Prodr. 554 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 767 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 333 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 255 (1869), F. v. Muell. First Census 108 (1882), Sec. Census 182 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 485 (1904).

Sprengelia coerulea F. v. Muell. Fragm. VI. 64 (1867).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

7. **A. variegata** Sond. in Pl. Preiss. I. 334 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 257 (1869), F. v. Muell. First Census

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

108 (1882), Sec. Census 183 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 485 (1904).

W. A. — Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

7. **Sphenotoma** G. Don.

1. **S. Drummondii** F. v. Muell. First Census 109 (1882), Sec. Census 183 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot Jahrb. XXXV. 486 fig. 54 (1904).

Dracophyllum Drummondii Benth. Fl. Austr. IV. 263 (1869).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

2. **S. dracophylloides** Sond. in Pl. Preiss. I. 335 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. VI. 65 (1867), First Census 109 (1882), Sec. Census 183 (1889).

Dracophyllum phlogiflorum F. v. Muell. Fragm. VI. 65 (1867) in syn., Benth. Fl. Austr. IV. 263 (1869).

Sphenotoma phlogiflorum Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 486 (1904).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

3. **S. capitatum** Lindl. Bot. Reg. t. 1515 (1832), DC. Prodr. VII. 2. p. 771 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 335 (1844—45), F. v. Muell. First Census 109 (1882), Sec. Census 183 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 487 (1904).

Dracophyllum capitatum R. Br. Prodr. 556 (1810), Lodd. Bot. Cab. t. 1846 (1832), Benth. Fl. Austr. IV. 264 (1869).

Epacris capitata Poir. Encycl. Suppl. II. 556 (1811).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

XXIII. Loganiaceae.

1. **Logania** R. Br.

1. **L. longifolia** R. Br. Prodr. 456 (1810), DC. Prodr. IX. 25 (1845), Nees in Pl. Preiss. I. 367 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 361 (1869), F. v. Muell. First Census 91 (1882), Sec. Census 153 (1889).

L. vaginalis F. v. Muell. Fragm. VI. 132 (1868) p. p.,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 489 (1904) p. p.

Distribution: **W. A., S. A.**

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

2. **L. serpyllifolia** R. Br. Prodr. 456 (1810), DC. Prodr. IX. 26 (1845), Benth. Fl. Austr. IV. 366 (1869), F. v. Muell. Fragm. VI. 133 (1868), First Census 91 (1882), Sec. Census 153 (1889).

L. hispidula Nees in Pl. Preiss. I. 368 (1844—45).

L. centaurium Nees in Pl. Preiss. II. 240 (1846—47).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

XXIV. Apocynaceae.

1. **Alyxia** R. Br.

1. **A. buxifolia** R. Br. Prodr. 470 (1810), A. DC. Prodr. VIII. 348 (1844), Hook. f. Fl. Tasm. I. 269 (1860), F. v. Muell. Rep. Burdek. Exp. 16 (1860), Fragm. VI. 117 (1868) VII. 131 (1871), First Census 93 (1882), Sec. Census 156 (1889), Benth. Fl. Austr. IV. 307 (1869), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 322 (1893).

Distribution: southern **N. S. W., V., S. A., W. A., T.**

b) var. **subacuta** Domin in Fedde Repert. XII. 96 (1913).

W. A.: Shores of Swan River, on limestone rock; Claremont near Perth, Cecil Andrews 1902 (First Coll. N° 641).

XXV. Verbenaceae.

1. **Chloanthes** R. Br.

1. **Ch. coccinea** Bartl. in Pl. Preiss. I. 352 (1844—45), Schauer in DC. Prodr. IX. 531 (1847), F. v. Muell. Fragm. VI. 156 (1868), IX. 5 (1875), First Census 103 (1882), Sec. Census 172 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 524 (1904).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Spartothamnus** A. Cunn.

1. **S. teucriifolius** F. v. Muell. in Wings South. Sci. Rec. II. 55 (1882), First Census 102 (1882), Sec. Census 171

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 513 (1904).

Distribution: **N. W. A., W. A., S. A.**

W. A.: — leg. W. H. Ince sine statione accuratius indicata.

XXVI. Labiatae.

1. **Hemiandra** R. Br.

1. **H. pungens** R. Br. Prodr. 502 (1810), Benth. in DC. Prodr. XII. 564 (1848), Fl. Austr. V. 109 (1870).

Hemigenia pungens F. v. Muell. Fragm. XI. 20 (1878), First Census 102 (1882), Sec. Census 170 (1889).

W. A.

b) var. **rupestris** m.

H. rupestris Hueg. Bot. Arch. t. 4 (1837), Benth. in Hueg. Enum. 78 (1837), in DC. Prodr. XII. 564 (1848), Bartl. in Pl. Preiss. I. 354 (1844—45).

H. emarginata Lindl. in Bot. Reg. Misc. 72 (1841).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley; Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

The species contains a large number of forms and varieties, namely var. **linearis** (Benth. pro sp., *H. longifolia* Bartl.), var. **glabra** Benth. (*H. juniperina* Bartl.), var. **brevifolia** (Benth. pro sp.), var. **hirsuta** (Benth. pro sp.), var **pedicellosa** (F. v. Muell. sub *Hemigenia pungenti*), var. **incana** Benth. (*H. incana* Bartl.) and others.

XXVII. Solanaceae.

1. **Solanum** L.

1. **S. Inceanum** n. sp.

Verosimiliter suffruticosum, dense cano-tomentosum; *caules* lignosi, teretes, indumento cano-albido, ad ramorum apices violascenti, compacto, denso tomentosi, aculeis aciculariibus, rectis, haud densis, plerumque circa 5 mm longis armati; *folia* breviter petiolata, ad petiolum paginamque utramque (plerumque ad costam) aculeis paucis instructa, caeterum inermia; *petioli* dense tomentosi, 3—5 mm longi; *laminae* elliptico-oblongae, utrinque obtusae vel ovatae et basi breviter cuneatae, circa 3·5—5·5 cm longae et 1·5—2 cm latae, integrae, obsolete sinuatae, utrinque densissime compacte cano-tomentosae et ob indumentum crassiusculae; *flores* con-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

spicui, in cymas demum racemiformes, pauci — vel plurifloras, breves sed pedunculatas et folia aequantibus vel superantibus dispositi; *pedicelli* floribus breviores, uti inflorescentiae rhachis tomento crasso sed minus compacto, floccoso et violaceo-colorato vestiti, aculeis perpaucis instructi vel saepius inermes; *calycis* tubus sub anthesi circa 6 mm longus, subglobosus, aculeis brevibus armatus et tomento violaceo crasso vestitus, lobi anguste lineari-oblongi, obtusiusculi vel subacuti, tubo longiores, violacei; *corolla* speciosa (ut videtur coeruleo-violacea), diametro circa 3 cm lata, extus dorso pubescens caeterum utrinque glabra, in lobos 5 latissimos, medium corollae haud attingentes, breviter abrupte acuminatos divisa; *antherae* circa 6·5 mm longae, biporosae; *calyx fructifer* valde accrescens; tubus globosus, 1·5 cm vel ultra longus latusque, baccam globosam omnino includens, dense longeque aculeatus et tomento violaceo floccoso vestitus.

W. A.: coll. W. H. Ince.

S. echinato R. Br. proximum, sed ab hoc differt foliis breviter petiolatis, floribus et calyce multo majore, calycis lobis angustis, calyce violaceo, etc.

2. **Lycium** L.

1. **L. australe** F. v. Muell. in Trans. Phil. Instit. Vict. I. 20 (1855), Fragm. I. 83, 243 (1859), II. 179 (1861), First Census 96 (1882), Sec. Census 162 (1889), Benth. Fl. Austr. IV. 467 (1869), F. M. Bail. Cat. Pl. Queensl. 33 (1890), Queensl. Fl. IV. 1093 (1901), Compr. Cat. 357 (1913), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 335 (1893).

Distribution: in the interior of all the States except the Northen Territory.

W. A.: Boulder, W. D. Campbell 28. VII. 1900; sine statione indicata, W. H. Ince.

XXVIII. Lentibulariaceae.

1. **Utricularia** L.

1. **U. Hookeri** Lehm. Nov. Stirp. Pug. VII. 47 (1844), in Pl. Preiss. I. 339 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 530 (1869), F. v. Muell. Fragm. VI. 162 (1868), First Census 98 (1882), Sec. Census 166 (1889).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

U. inaequalis A. DC. in DC. Prodr. VIII. 666 (1844).

U. latilabiata Benj. in Linnaea XX. 315 (1847).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **U. Menziesii** R. Br. Prodr. 431 (1810), A. DC. in DC. Prodr. VIII. 15 (1844), Lehm. in Pl. Preiss. I. 339 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 530 (1869), F. v. Muell. Fragm. VI. 160 (1868), First Census 98 (1882), Sec. Census 166 (1889).

U. macroceros A. DC. in DC. Prodr. VIII. 666 (1844).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

XXIX. Myoporaceae.

1. **Myoporum** Banks et Sol.

1. **M. tetrandrum** n. comb.

Pogonia tetrandra Labill. Pl. Nov. Holl. I. 59 t. 83 (1804).

Myoporum serratum R. Br. Prodr. 516 (1810), A. DC. in DC. Prodr. XI. 709 (1847), Bartl. in Pl. Preiss. I. 350 (1844—45), Benth. Fl. Austr. V. 4 (1870), F. v. Muell. Fragm. VII. 110 (1870), First Census 104 (1882), Sec. Census 175 (1889).

Distribution: **W. A., S. A., V., T., N. S. W.**

W. A.: Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

Species quam maxime variabilis; varietates principales et distinctissimae apud Bentham (l. c. 4—5) bene expositae: a) var. **adscendens** (R. Br. pro sp., *M. serratum* var. *obovatum* Benth.); b) var. **apiculatum** (A. DC. pro sp.); c) var. **tuberculatum** (R. Br. pro sp.); d) var. **subserratum** (Nees pro sp.); e) var. **pubescens** (Benth. sub *M. serrato*); f) var. **glandulosum** (*Bertolonia glandulosa* Spin, *M. viscosum* R. Br.); g) var. **caprarioides** (Benth. pro sp., *M. gracile* Bartl.); h) var. **parviflorum** (Benth. sub *M. serrato*).

2. **Eremophila** R. Br.

1. **E. scoparia** F. v. Muell. in Proc. Roy. Soc. Tasm. III. 296 (1859), Fragm. VI. 148 (1868), First Census 104 (1882), Sec. Census 174 (1889), Benth. Fl. Austr. V. 22

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(1870), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 360 (1893), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 542 (1904).

Pholidia scoparia R. Br. Prodr. 517 (1810), Endl. Iconogr. t. 66 (1838), A. DC. in DC. Pro lr. XI. 713 (1847).

Distribution: **W. A., S. A., V., N. S. W.**

W. A.: W. H. Ince.

2. **E. alternifolia** R. Br. Prodr. 518 (1810), App. Sturt. Exped. 22 (1849), A. DC. in DC. Prodr. XI. 712 (1847), Benth. Fl. Austr. V. 30 (1870) F. v. Muell. Fragm. V. 109 (1866), VI. 148 (1868), First Census 104 (1882), Sec. Census 174 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 359 (1893), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 546 (1904).

Distribution: **W. A., S. A., V.,** southern **N. S. W**

W. A.: Coolgardie. L. C. Webster 21. X. 1901.

XXX. Rubiaceae.

1. **Opercularia** Gaertn.

1. **O. hispidula** Endl. in Hueg. Enum. 58 (1837), Bartl. in Pl. Preiss. I. 369 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 436 (1866), F. v. Muell. First Census 75 (1882), Sec. Census 127 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 548 (1904).

W. A.

b) var. **pauciflora** Benth. l. c.

O. pauciflora Endl. in Hueg. Enum. 57 (1837).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley A. A. Dorrien-Smith.

XXXI. Goodeniaceae.

1. **Leschenaultia** R. Br.

1. **L. formosa** R. Br. Prodr. 581 (1810), Sweet Fl Austral. t. 26 (1827—28), DC. Prodr. VII. 2. p. 519 (1839), De Vriese in Pl. Preiss. I. 414 (1844—45), Gooden. 185 (1854), Benth. Fl. Austr. IV. 40 (1869), F. v. Muell. Fragm. VI. 226 (1868), First Census 87 (1882), Sec. Census 147 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXX. 552 (1904), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 107 (1912).

L. multiflora Lodd. Bot. Cab. t. 1579 (1829), DC. Prodr. VII. 2. p. 519 (1839).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

L. Baxteri G. Don in Loud. Hort. Brit. 79 (1830).

W. A. — Mallet; sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

2. **L. biloba** Lindl. Swan Riv. App. 27 (1839), Paxt. Mag. VIII. 151 (1842), De Vriese Gooden. 182 t. 35 (1854), Benth. Fl. Austr. IV. 42 (1869), F. v. Muell. First Census 87 (1882), Sec. Census 147 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 552 (1904), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 100 fig. 18 A—D (1912).

L. grandiflora DC. Prodr. VII. 2. p. 519 (1839), Lindl. Swan Riv. App. 26 (1839), De Vriese Gooden. 181 (1854).

L. Drummondii De Vriese Gooden. 182 (1854).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Velleia** Sm.

1. **V. foliosa** Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 40 (1912).

V. macrophylla var. *foliosa* Benth. Fl. Austr. IV. 48 (1869).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

3. **Goodenia** Sm.

1. **G. scapigera** R. Br. Prodr. 578 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 516 (1839), F. v. Muell. Fragm. I. 114 (1859), III. 163 (1863), XI. 50 (1878), First Census 88 (1882), Sec. Census 149 (1889), Benth. Fl. Austr. IV. 56 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 558 (1904), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 45 (1912).

Scaevola stricta De Vriese in Pl. Preiss. I. 408 (1844—45).

Stekhovia scapigera De Vriese Gooden. 167 t. 32 (1854).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

Varietas *foliosa* F. v. Muell. ex Benth. Fl. Austr. IV. 57 (1869), Diels l. c. 558, Krause l. c. 45 fig. 12 J—M, habitu, foliis sessilibus, valde confertis, brevibus, ovatis vel lanceolatis, distincteden tatis, caulibus foliosis, inflorescentia brevi, compacta valde diversa esse videtur et melius pro specie sui juris, **G. foliosa** dicenda, salutanda.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

2. **G. concinna** Benth. Fl. Austr. IV. 76 (1869), F. v. Muell. First Census 89 (1882), Sec. Census 150 (1889), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 86 fig. 16 A—C (1912).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

4. Scaevola L.

1. **S. nitida** R. Br. Prodr. 584 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 509 (1839), Benth. Fl. Austr. IV. 93 (1869), F. v. Muell. First Census 88 (1882), Sec. Census 148 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 570 (1904), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 150 (1912).

S. multiflora Lindl. Swan Riv. App. 26 (1839).

S. Drummondii DC. Prodr. VII. 2. p. 508 (1839).

S. fastigiata De Vriese in Pl. Preiss. I. 406 (1844—45).

Merkusia multiflora et *fastigiata* De Vriese Gooden. 48 (1854).

Merkusia? nitida De Vriese Gooden. 73 (1854).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

5. Dampiera R. Br.

1. **D. lavandulacea** Lindl. Swan Riv. App. 27 (1839), Benth. Fl. Austr. IV. 114 (1869), F. v. Muell. First Census 87 (1882), Sec. Census 147 (1889), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 185 (1912).

D. repens DC. Prodr. VII. 2. p. 509 (1839).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **D. fascic lata** R. Br. Prodr. 588 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 504 (1839) p. p., De Vriese Gooden. 105 (1854) p. p., Benth. Fl. Austr. IV. 116 (1869), F. v. Muell. Fragm. XI. 121 (1881), First Census 87 (1882), Sec. Census 147 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 581 (1904), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 194 (1912).

D. subverticillata De Vriese in Pl. Preiss. I. 403 (1844—45), Gooden. 108 (1854).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith, forma vel varietas *alternifolia*, foliis omnibus alternantibus ramisque plus complanato-marginatis excellens.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. **D. linearis** R. Br. Prodr. 588 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 504 (1839), De Vriese Gooden. 104 (1854), Benth. Fl. Austr. IV. 117 (1869), F. v. Muell. First Census 87 (1882), Sec. Census 147 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 581 (1904), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 191 (1912).

D. azurea De Vriese in Pl. Preiss. I. 400 (1844—45), Gooden. 103 (1854).

D. eriophora et *erecta* De Vriese in Pl. Preiss. I. 400, 401 (1844—45).

W. A. — Mallet; sand plains about Warrungup; Yallingup and Cape Naturaliste (partim f. *latifolia* Krause l. c. 192, foliis latioribus excellens et *D. cuneatam* aemulans, sed ab hac jam floribus majoribus et bracteis vix rigidis distinguenda), locis omnibus leg. A. A. Dorrien-Smith.

4. **D. diversifolia** De Vriese in Pl. Preiss. I. 403 (1844—45), Gooden. 117 (1854), Benth. Fl. Austr. IV. 119 (1869), F. v. Muell. First Census 87 (1882), Sec. Census 147 (1889) p. p., Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 581 (1904). Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 197 (1912).

D. prostrata De Vriese in Pl. Preiss. I. 403 (1844—45).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

The eastern-Australian plant which is recorded by F. M. Bailey as *D. diversifolia* is unknown to me, but very likely belongs to an other species.

5. **D. eriocephala** De Vriese Gooden. 118 t. 21 (1854), Benth. Fl. Austr. IV. 120 (1869), F. v. Muell. Fragm. VI. 29 (1867), X. 12 (1876), First Census 87 (1882), Sec. Census 147 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 582 (1904), Krause in Engl. Pflanzenr. IV. 277 Good. 199 (1912).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

XXXII. Stylidiaceae.

1. **Stylidium** Swartz.

1. **S. reduplicatum** R. Br. Prodr. 568 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 332 (1839), Benth. Fl. Austr. IV. 7 (1869) p. p., Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 80 (1908).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Candollea reduplicata F. v. Muell. First Census 85 (1882) et Sec. Census 144 (1889) p. p.

Stylidium pilosum var. *brevior* Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 589 (1904).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **S. junceum** R. Br. Prodr. 569 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 334 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 377 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 9 (1869), F. v. Muell. Fragm. X. 58 (1876), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 591 (1904), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 51 fig. 17 E-G (1908).

S. scariosum DC. Prodr. VII. 2. p. 783 (1839).

Candollea juncea F. v. Muell. First Census 85 (1882), Sec. Census 144 (1889).

W. A. — Cum praecedenti, A. A. Dorrien-Smith.

3. **S. spathulatum** R. Br. Prodr. 569 (1810). DC. Prodr. VII. 2. p. 333 (1839), Benth. Fl. Austr. IV. 17 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 593 (1904), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 57 (1908).

S. bellidifolium Sond. in Pl. Preiss. I. 376 (1844—45).

Candollea spathulata F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

4. **S. glaucum** Labill. Pl. Nov. Holl. II. 64 t. 214 (1806) DC. Prodr. VII. 2. p. 334 (1839) excl. var. β., Benth. Fl. Austr. IV. 17 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 593 (1904), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 62 (1908).

Candollea glauca Labill. in Ann. Mus. Paris. VI. 454 t. 64 (1805), F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

5. **S. Brunonianum** Benth. in Hueg. Enum. 72 (1837), Fl. Austr. IV. 19 (1869), DC. Prodr. VII. 2. p. 334 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 380 (1844—45), Bot. Reg. t. 15 (1842), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 593 (1904), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 65 (1908).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

S. compressum Lindl. Swan. Riv. App. 29 (1839).

Condollea Brunoniana F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889).

W. A.

a) var. **typicum** m. (cf. descr. speciei locis cit.).

Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

b) var. **tenue** m.

S. tenue Sond. in Pl. Preiss. I. 380 (1844–45).

S. Brunonianum var. *minor* Benth. Fl. Austr. IV. 19 (1869), Mildbraed l. c. 66 (1908).

Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

6. **S. scandens** R. Br. Prodr. 570 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 334 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 381 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. VI. 79 (1867), Benth. Fl. Austr. IV. 20 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 594 (1904), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 53 (1908).

Candollea scandens F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889).

W. A. — Warrunup Hill, Stirling Range, A. A. Dorrien-Smith.

7. **S. petiolare** Sond. in Pl. Preiss. I. 382 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 26 (1869), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 43 (1908).

Candollea petiolaris F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

8. **S. uniflorum** Sond. in Pl. Preiss. I. 381 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. VI. 6 (1867), Benth. Fl. Austr. IV. 28 (1869), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 90 (1908).

Candollea uniflora F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

9. **S. crassifolium** R. Br. Prodr. 571 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 335 (1839), Sond. in Pl. Preiss. I. 384 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 29 (1869), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 88 (1908).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Candollea crassifolia F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889).

W. A. — Cum praecedente.

10. **S. pubigerum** Sond. in Pl. Preiss. I. 383 (1844—45), Benth. Fl. Austr. IV. 30 (1869), Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 81 (1908).

Candollea pubigera F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

11. **S. breviscapum** R. Br. Prodr. 572 (1810), DC. Prodr. VII. 2. p. 337 (1839), Benth. Fl. Austr. IV. 31 (1869), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 595 (1904) p. p., Mildbraed in Engl. Pflanzenr. IV. 278 Styl. 91 (1908).

Candollea breviscapea F. v. Muell. First Census 86 (1882), Sec. Census 145 (1889) (*breviscapa*).

W. A. — Sand plains about Warrungup, A. A. Dorrien-Smith.

XXXIII. Compositae.

1. **Brachycome** Cass.

1. **B. iberidifolia** Benth. in Hueg. Enum. 59 (1837), Fl. Austr. III. 512 (1866), Bot. Reg. t. 9 (1841), Steetz in Pl. Preiss. I. 425 (1844—45), F. v. Muell. Fragm. XI. 123 (1881), First Census 77 (1882), Sec. Census 130 (1889).

Steiroglossa chamaemillifolia DC. Prodr. VI. 39 (1837).

Brachycome capillacea Walp. Rep. II. 584 (1843).

Distribution: **W. A., N. A.** (ex F. v. Mueller).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Creek; Yallingup and Cape Naturaliste; Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

2. **B. pusilla** Steetz in Pl. Preiss. I. 427 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 513 (1866), F. v. Muell. First Census 77 (1882), Sec. Census 130 (1889).

B. bellidioides Steetz in Pl. Preiss. I. 426 (1844—45).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

2. **Minuria** DC.

1. **M. suaedifolia** Benth. Fl. Austr. III. 499 (1866), F. v. Muell. Fragm. X. 56 (1876), First Census 78 (1882), Sec.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Census 131 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 265 (1893), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 800 (1900).

Kippistia suaedifolia F. v. Muell. Rep. Babb. Exped. 12 (1858), Pl. of Vict. Lithogr. t. XXXV. (1864—65).

Distribution: in the Eremaea except **N. A.**, not on **T.**

W. A.: coll. W. H. Ince.

3. **Olearia** Moench.

1. **O. rudis** F. v. Muell. Fragm. V. 75 (1865) in syn., Benth. Fl. Austr. III. 487 (1866), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 808 (1900).

Eurybia rudis Benth. in Hueg. Enum. 58 (1837), Steetz in Pl. Preiss. I. 418 (1844—45).

Aster exul Lindl. Swan. Riv. App. 24 (1839), F. v. Muell. Fragm. V. 75 (1865) p. p., First Census 79 (1882) et Sec. Census 133 (1889) p. p., Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 270 (1893).

Distribution: recorded from the interior of all the States except **N. A.**

W. A.: Mallet, A. A. Dorrien-Smith.

4. **Waitzia** Wendl.

1. **W. acuminata** Steetz in Pl. Preiss. I. 453 (1844—45), F. v. Muell. in Zeitschr. Allg. Oester. Apoth.-Ver. L. 934 (1896), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 625 (1904).

W. discolor Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXIV. I. 194 (1851).

W. corymbosa Benth. Fl. Austr. III. 635 (1866), F. v. Muell. First Census 80 (1882), Sec. Census 135 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 278 (1893), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 829 (1900) et al. auct. austr., non Wendl.!

Distribution: in the Eremaea of all the States except **N. A.** and northern **Q.**, not on **T.**

W. A.: coll. W. H. Ince.

2. **W. citrina** Steetz in Pl. Preiss. I. 454 (1844—45) s. ampl.

Leptorhynchus citrinus Benth. in Hueg. Enum. 64 (1837), DC. Prodr. VI. 161 (1837).

Waitzia Steetziana Lehm. in Pl. Preiss. I. 454 (1844—45),

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Benth. Fl. Austr. III. 636 (1866), F. v. Muell. First Census 80 (1882), Sec. Census 135 (1889).

Waitzia tenella Hook. Bot. Mag. t. 5342.

Waitzia brevirostris et *sulphurea* Steetz in Pl. Preiss. I. 451, 453 (1844—45).

Waitzia dasycarpa Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXIV. II. 77 (1851).

W. A. — Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith.

A variable type; the synonyms quoted above refer to different forms; at least *W. brevirostris* must be regarded as a variety.

3. **W. aurea** Steetz in Pl. Preiss. I. 452 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 636 (1866), F. v. Muell. First Census 80 (1882), Sec. Census 135 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 626 (1904).

Leptorhynchus aureus Benth. in Hueg. Enum. 64 (1837), DC. Prodr. VI. 161 (1837).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains; Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

5. **Helipterum** DC.

1. **H. Manglesii** F. v. Muell. ex Benth. Fl. Austr. III. 640 (1866), F. v. Muell. Fragm. X. 108 (1877), First Census 80 (1882), Sec. Census 136 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 628 (1904).

Rhodanthe Manglesii Lindl. Bot. Reg. t. 1703 (1834), Steetz in Pl. Preiss. I. 447 (1844—45).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith; sine statione indicata, W. H. Ince.

2. **H. roseum** Benth. Fl. Austr. III. 640 (1866), F. v. Muell. Fragm. X. 108 (1877), First Census 80 (1882), Sec. Census 136 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 628 (1904).

Acroclinium roseum Hook. Bot. Mag. t. 4801 (1854).

Distribution: **N. W. A., W. A., S. A., — W. A.**: coll. W. H. Ince.

3. **H. glutinosum** n. comb. (s. ampl.)

Hyalosperma glutinosum et *strictum* Steetz in Pl. Preiss. I. 477 (1844—45).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Hyalosperma variabile Sond. in Linnaea XXX. 519 (1852).

Helipterum hyalospermum F. v. Muell. ex Benth. Fl. Austr. III. 644 (1866), F. v. Muell. Fragm. X. 109 (1877), First Census 80 (1882), Sec. Census 136 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 279 (1893), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 832 (1900), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 629 (1904).

Distribution: in the interior of all the States except **N. A.** and northern **Q.**, also not on **T.** — **W. A.**: coll. W. H. Ince (forma bracteis perlongis excellens).

4. **H. tenellum** Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXIV. I. 198 (1851), Benth. Fl. Austr. III. 646 (1866), F. v. Muell. Fragm. III. 135 (1863), X. 109 (1877), XI. 20 (1878), First Census 81 (1882), Sec. Census 136 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 630 (1904).

Pteropogon ramosus A. Gray in Hook. Kew Journ. Bot. IV. 270 (1852).

Distribution: **W. A.** (also W. H. Ince), **S. A.**

5. **H. pygmaeum** Benth. Fl. Austr. III. 647 (1866), F. v. Muell. Fragm. X. 109 (1877), First Census 81 (1882), Sec. Census 136 (1889), Morre Handb. Fl. N. S. Wal. 279 (1893), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 833 (1900).

Pteropogon pygmaeus DC. Prodr. VI. 245 (1837), A. Gray in Hook. Kew Journ. Bot. IV. 267 (1840).

Pteropogon australis Nees in Linneae XVI. 223 (1842).

Distribution: **A.** (except **N. A.** and northern **Q.**); in **W. A.** only

b) var. **Drummondii** n. comb.

Pteropogon Drummondii A. Gray in Hook. Kew Journ. Bot. IV. 267 (1852).

Helipterum pygmaeum var. *occidentale* Benth. Fl. Austr. III. 647 (1866), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 630 (1904).

W. A.: coll. W. H. Ince.

6. **H. Haigii** F. v. Muell. Fragm. X. 107 (1877), First Census 81 (1882), Sec. Census 136 (1889).

Distribution: **W. A.** (also W. H. Ince!), **S. A.**

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

6. **Helichrysum** L.

1. **H. roseum** n. comb.

Lawrencella rosea Lindl. Swan Riv. App. 23 (1839).

Helichrysum Lawrencella F. v. Muell. ex Benth. Fl. Austr. III. 616 (1866), F. v. Muell. First Census 81 (1882), Sec. Census 136 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 623 (1904).

Distribution: **W. A., S. A.**

a) var. **typicum** m.

W. A.: Mallet (f. capitulis minoribus); Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith..

b) var. **Davenportii** n. comb.

H. Davenportii F. v. Muell. Fragm. III. 32 (1862).

H. Lawrencella var. *Davenportii* Benth. Fl. Austr. III. 616 (1866), Diels l. c. 623 (1904).

Connected with the type by transitions.

2. **H. bracteatum** Andr. Bot. Rep. sub t. 428.

b) var. **papillosum** n. comb.

H. papillosum Labill. Pl. Nov. Holl. II. 46 t. 192 (1806), DC. Prodr. VI. 189 (1837), Hook. f. Fl. Tasm. I. 212 (1860).

Gnaphalium papillosum Poir. Encycl. Suppl. II. 808 (1811).

Helichrysum macranthum Benth. in Hueg. Enum. 65 (1837), DC. Prodr. VI. 189 (1837), Steetz in Pl. Preiss. I. 471 (1844—45).

H. glabratum DC. Prodr. VI. 189 (1837).

H. bracteatum var. *albidum* DC. Prodr. VI. 189 (1837), Benth. Fl. Austr. III. 621 (1866), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 624 (1904).

H. niveum Grah. in Bot. Mag. t. 3857 (1841), Steetz in Pl. Preiss. I. 471 (1844—45).

W. A.: Mallet; Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

7. **Angianthus** Wendl.

1. **A. tomentosus** Wendl. Coll. Pl. II. 31 t. 48 (1809), DC. Prodr. VI. 150 (1837), Sond. in Linnaea XXV. 487 (1852), Benth. Fl. Austr. III. 562 (1866), F. v. Muell. First Census 82 (1882), Sec. Census 139 (1889), Moore Handb.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fl. N. S. Wal. 287 (1893), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 611 (1904).

Cylindrosorus flavescens Benth. in Hueg. Enum. 62 (1837), DC. Prodr. VI. 151 (1837).

Angianthus flavescens Steetz in Pl. Preiss. I. 438 (1844—45).

Distribution: in the interior of all the States except **Q.** and northern **N. S. W.**, not on **T.**

W. A.: coll. W. H. Ince.

Note: The South Australian *A. pleuropappus* Benth. 1866 (= *Pleuropappus phyllocalymneus* F. v. Muell. 1855) must be called **A. phyllocalymneus** n. comb. out of regard to priority.

8. **Gnephosis** Cass.

1. **G. gnephosoides** n. comb.

Cyathopappus gnephosoides F. v. Muell. Fragm. II. 158 (1861).

Cephalosorus gnephosoides F. v. Muell. l. c. (1861) in syn.

Gnephosis cyathopappa Benth. Fl. Austr. III. 571 (1866), F. v. Muell. First Census 83 (1882), Sec. Census 140 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 288 (1893), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 849 (1900), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 614 (1904).

Distribution: in the interior of all the States except **V.**; in **Q.** only in the southwestern part; not on **T.**

W. A.: coll. W. H. Ince.

9. **Calocephalus** R. Br.

1. **C. Priceanus** n. sp.

Herba annua, altitudinem 9 cm attingens; *caules* prostrati et ascendentes, graciles, glabri vel leviter albo-lepidoti; *folia* dense albo-lepidota, inferiora oblonga, acuta, circa 13 mm longa et in petiolum circa 6 mm longum attenuata, superiora sessilia, obovata, acuta vel elliptica, multo minora, circa 5 mm longa; *capitula* primaria cylindracea vel anguste elliptica, basin versus attenuata, capitula secundaria primo dense aggregata, deinde infra distincta; *bracteae* exteriores suborbiculares vel late ovatae, mucronatae, scariosae, circa 3 mm latae, dorso dense cano-villosae; bracteae mediae minores,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

elliptico-obovatae, obtusae, fere triplo angustiores, interiores obovato-spathulatae; *flores* minimi, circa 5 mm longi 6-aggregati.

W. A.: coll. W. H. Inçe.

C. multifloro Benth. affinis, sed differt caulibus prostratis, tenuibus, glabris, foliis latioribus, capitulis primariis cylindricis, bracteis exterioribus suborbicularibus.

10. Craspedia Forst.

1. **C. uniflora** Forst. Prodr. 58 (1786), Cheesem. Man. N. Zeal. Fl. 347 (1906).

Richea glauca Labill. Voy. La Pér. t. 16 (1799), Pl. Nov. Holl. II. 123 (1806).

Craspedia Richea Cass. in Dict. Sc. Nat. XI. 353 (1818), DC. Prodr. VI. 152 (1837), Hook. f. Fl. Tasm. I. 197 (1860), Benth. Fl. Austr. III. 579 (1866), F. v. Muell. First Census 83 (1882), Sec. Census 140 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 290 (1893), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 852 (1900).

Craspedia glauca et *pilosa* Spreng. Syst. III. 441 (1826).

Craspedia fimbriata DC. Prodr. VI. 152 (1837).

Podosperma pedunculare Rchb. ex DC. Prodr. VI. 152 (1837).

Stachelina fimbriata Forst. ex DC. l. c. 153 (1837).

Craspedia gracilis Hook. f. in Lond. Journ. Bot. VI. 118 (1847).

Craspedia macrocephala Hook. Bot. Mag. t. 3415.

Podospermum pedunculare Sieb. ex Benth. Fl. Austr. III. 579 (1866).

Distribution: **A.** (except **N. A.** and northern **Q.**), **T., N. Z.**

W. A.: Yallingup and Cape Naturaliste, A. A. Dorrien-Smith (forma macrocephala).

11. Athrixia Ker.

1. **A. nivea** n. comb.

Chrysodiscus niveus Steetz in Pl. Preiss. I. 460 (1844—45).

Asteridea stricta A. Gray in Hook. Kew Journ. Bot. IV. 275 (1852).

Athrixia stricta Benth. Fl. Austr. III. 600 (1866), F. v. Muell. First Census 80 (1882), Sec. Census 135 (1889),

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Diles u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 616 (1904).

W. A. — Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

12. **Podolepis** Labill.

1. **P. Lessonii** Benth. Fl. Austr. III. 606 (1866), F. v. Muell. Fragm. XI. 27 (1878), First Census 80 (1882), Sec. Census 135 (1889), Moore Handb. Fl. N. S. Wal. 276 (1893), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 856 (1900), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 621 (1904).

Panaetia Lessoni Cass. in Ann. Sc. Nat. sér. 1 XVII. 417 (1829), DC. Prodr. VI. 162 (1837), Steetz in Pl. Preiss. I. 461 (1844—45).

Podolepis Gilberti Turcz. in Bull. Soc. Nat. Moscou XXIV. I. 195 (1851).

Panaetia Muelleri Sond. in Linnaea XXV. 505 (1852).

Distribution: **A.** (in the interior of all the States except **N. A.** and northern **Q.**, not on **T.**).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

13. **Podotheca** Cass.

1. **P. gnaphalioides** Grah. in Bot. Mag. t. 3920 (1842), Steetz in Pl. Preiss. I. 449 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 601 (1866), F. v. Muell. First Census 80 (1882), Sec. Census 134 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 617 (1904).

Podosperma gnaphaloides F. v. Muell. Fragm. XII. 22 (1882).

W. A. — Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A. Dorrien-Smith.

14. **Erechtites** Rafin.

1. **E. quadridentata** DC. Prodr. VI. 295 (1837).

W. A.: Bridgetown to Kojonup and Slab Hut Gulley, A. A. Dorrien-Smith.

15. **Senecio** L.

1. **S. lautus** Soland ex Forst. f. Prodr. 91 (1786).

W. A.: Cranbrook to Warrungup, sandy plains, A. A.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Dorrien-Smith (varietas foliis linearibus integris excellens).

2. **S. ramosissimus** DC. Prodr. VI. 371 (1837), Benth. Fl. Austr. III. 671 (1866), F. v. Muell. First Census 84 (1882.) Sec. Census 142 (1889), Diels u. Pritzel in Engl. Bot. Jahrb. XXXV. 631 (1904).

S. cygnorum Steetz in Pl. Preiss. I. 483 (1844—45).

W. A. — Mt. Toolbrunup, A. A. Dorrien-Smith.

16. **Cryptostemma** R. Br.

1. **C. triste** n. comb.

Arctotis tristis L. Spec. Pl. 922 (1753).

Arctotis Calendula L. Spec. Pl. 922 (1753) (pone *A. tristis*).

Arctotis calendulacea L. Syst. ed. XII. 578 (1767) non Thunb.

Arctotis superba L. Cent. II. 32 (1756), Spec. Pl. ed. 2. p. 1305 (1762—63).

Arctotis sulphurea Gaertn. Fruct. II. 439 (1791) non Salisb.

Arctotis speciosa Salisb. Prodr. 209 (1796).

Arctotis hypochondriaca Willd. Spec. Pl. III. 2343 (1800).

Cryptostemma calendulaceum R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2. V. 141 (1813), DC. Prodr. VI. 495 (1837), Steetz in Pl. Preiss. I. 487 (1844—45), Benth. Fl. Austr. III. 675 (1866), F. M. Bail. Queensl. Fl. III. 877 (1900).

Cryptostemma hypochondriacum et *runcinatum* R. Br. l. c. 141 (1813).

Cynotis hypochondriaca. Hoffmgg. Verz. Pfl. Nachtr. II. 98 (1826).

Arctotis corruscans DC. Prodr. VI. 496 (1837).

Alloiozonium arctotideum Kunze in Linnaea XVII. 572 (1843).

Distribution: native of South Africa, in **A.** in many places naturalised, especially in the South and West. — **W. A.**: coll. W. H. Ince.

* * *

P. S. On account of the high cost of publication I was obliged to omit the plates and text illustrations as well as the plants of northwestern Astralia.

* * *

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Adde ad Comespermam:

Comesperma confertum LABILL. var. **bracteosum** v. n.

Caules foliaque hirsutula; racemi valde elongati, densiflori, ineunte flore jam longitudinem plus quam 10 cm attingentes, ante anthesin apice caudato densissimi; bracteae longiores, apice recurvatae et comam densam efformantens; flores longius pedicellati.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

III.

O původu našich tarasů diluviálních.

Napsal **R. Sokol.**

Předloženo dne 15. května 1920.

Řeka zarývajíc se neodnáší zcela dna údolního, ale zbytky značné jako tarasy[1]) ponechává, čímž vzniká stavba schodovitá. Původně se domnívali, že prý se asi zmenšilo vodní bohatství řeky anebo že se staly postupně kratšími přestávky (doby klidu) mezi dvěma zdvihy, jimiž byla řeka povzbuzena k zvýšené erosi. Tyto názory odmítají někteří jako prý ničím neodůvodněné, vysvětlujíce tuto zmenšenou amplitudu údolní tím, že laterální erose ubývá s hloubkou, neboť spolu vzrůstá hmota, již třeba odstraňovati.

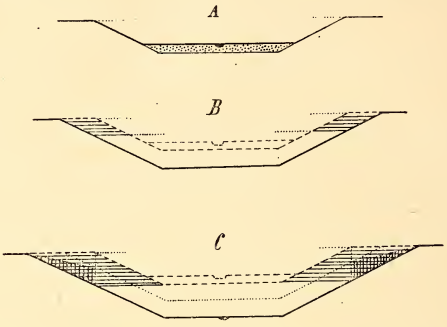
Myslím, že autorové, kteří vytýkají překážky v březích, mají jen částečně pravdu. Prohlubuje-li se údolí při stejné šířce dna, musí řeka ovšem odnášeti stále více hmoty a to o vyčárkované plochy v obr. 1. *C*, kde zvětšena na dvojnásobnou hloubka průřezu zobrazeného na obr. 1. *A*. Vskutku se bude údolí prohlubovati stále volněji, ale není příčiny, proč by řeka měla dno své zúžovati, nemění-li se ostatní podmínky vývojné. Naopak spád se prohlubováním dna zmenšuje a tím se řeka stává schopnou vykonávati erosi postranní. Poněvadž však na čas zatím zřetel nebéřeme čili jinak řečeno, řeka může pracovati po čas libovolně dlouhý, nic nevadí výška strání, neboť zvolňuje jen celý pochod. Tedy s pokračující hlubinnou erosí ubývá amplitudy postranní erose toliko relativně (v jednotce času) nikoli však absolutně. Odtud plyne, že zvětšené množství štěrku (s vyšších strání

[1]) Taras podle Jungmannova slovníku, jenž jména terasa neuvádí. Máme též sloveso tarasiti, zatarasiti. V české literatuře se užívá obou jmen promiscue. Krejčí, J. N. Woldřich, F. Počta C. Purkyně (Alpy ve věku ledovém, 1911), J. Woldřich užívají slova taras.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

do řeky padajícího) nevysvětlí menší šířky tarasů mladších. Podstatný význam mají zde jen činitelé podmiňující erosi postranní, tedy množství vodní a dostatečná doba k vybudování údolí potřebná.

Při bližším přihlédnutí shledáme, že úvaha předešlá platí přesně jen pro řeku tekoucí v údolí bez vlastních nánosů.



Obr. 1. Prohlubování údolí. Údolí *B* jest o polovinu, údolí *C* jest dvakrát hlubší než údolí *A*. Odejmeme-li od plochy profilové plochu údolí *A*, poznáme, jak vzrůstá. V obrazci označen čtverečkovaně vzrůst přírůstku profilu *C* proti přírůstku profilu *B*. Je-li x plocha původního údolního profilu příčného a je-li dále $2x+2p$ plocha podobného profilu dvakrát hlubšího o stejně velikém dně, pak se plocha podobného profilu $n$krát hlubšího rovná $nx+2rp$, kde n značí, kolikrát jest údolí hlubší údolí prvního, r pak jest součet obyčejné řady celých čísel od 1 do $n-1$. Rozdíl dvou sousedních takových ploch údolních rovná se podle toho $x+2np$, máme-li na mysli profil $n+1$ní a profil $n$tý. Vzrůstá tedy tento rozdíl o hodnotu $2p$. Odtud jest patrno, jak kvapně přibývá hmoty, již jest třeba při prohlubování odstraňovati. Kdyby byl přírůstek p roven ploše původního údolního profilu příčného x, pak rostou profilové plochy s druhou mocninou hloubky. Tento případ jest ovšem ideální, neboť šířka dna jest při něm umenšena na nulu.

Z údolí naplněného tarasem (obr. 1. *A*) při malém prohloubení jest třeba odnésti hmotu se strání (vyčárkována na obr. 1, *B*) i *taras* údolí *A*, avšak erose ostatní je *usnadněna* o prostor, který byl již zabrán údolím *A*. Teprve když se má prohloubiti údolí o celou původní svoji hloubku (obr. 1. *C*), rovná se práce prohlubovací práci při prohlubování údolí původního (obr. 1, *A*) zvětšené o odnos části vyčárkované a odnos *tarasu*.

Snižuje-li se erosní základna rychle, řeka se zařízne a teprve při dostatečném prohloubení začne s erosí postranní. Není-li dosti času popřáno, zůstane vývoj nivy v začátcích.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Niva taková bude klikatě probíhati[2]) a dno údolní bude ovšem užší než dno prvního cyklu. Sledujeme-li však obrys tarasů nižších u našich řek, poznáme, že hranice jejich na př. u dolní Vltavy [srov. na př. studii Engelmannovu[3])] neběží klikatě, ale dosti rovně a celkem rovnoběžně s mezemi tarasu nejvyššího. Je-li taras nižší dílem meandrující a akkumulující řeky, byla řeka ta podle tohoto pozorování naposled v stavu úplné zralosti[4]). Tak docházíme k závěru, že příčinou menší amplitudy těchto tarasů nižších není nedostatek doby. Řeka dosáhla zralosti úplné a menší amplituda údolní má příčinu svou nikoli v hornině, neboť zjev týž ukazují řeky v nejrůznějších horninách tekoucí, ale jistě v řece samé. Změnil se regionálně činitel, jímž jest erose postranní podmíněna. Za nejpravděpodobnější považuji *stále se umenšující množství vody povodňové.*

Horizontální rozměr tarasů (šířka) závisí i na *vývoji meandrů*, jež často bývají po přetnutí kliček jednostranně do úbočí údolního pošinuty, čímž se niva nepravidelně na místě tom rozšíří. Přetne-li se meandr uprostřed, není účinek tak pronikavý, jako stane-li se tak v nejzazší části (laterálně). Vždy vzniká skok ve spádu, vzrůstá živá síla vodní, jež se prozradí mocnou laterální erosí. Je-li klička přeťata v místě, kde jest proud namířen kolmo na celkový směr řeky, vybuduje řeka pod místem tím meandr převeliký, jenž nivu jednostranně bočně rozšiřuje a jeví se jako překládání řeky. Příklady u Labe sev. Kolína, u Kostelce nad Labem a zvláště u Sadské. V Blanci postupuje pod vysokým břehem řečiště staré, aby na západě utvořilo kosu. Severně od ní byla klička meandru přeťata a pak nastalo usilovné pošinování řečiště meandrem směrem k Sadské. Umělým řečištěm r. 1859 byla činnosti té učiněna přítrž.

A. O tarasech meandrových.

Potoky ledovcové vychrlují na rovinách rozsáhlá pole štěrková, bystřiny podobně si počínají nasypávajíce štěrkové

[2]) Srov. Davis-Rühl: Die erklärende Beschreibung der Landformen. 1912. Str. 54, obr. 16.

[3]) Engelmann R.: Die Terrassen der Moldau-Elbe, 1911 str. 45, obr. 2.

[4]) Srov. Davis-Rühl: 1. c. str. 54., obr. 11.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kužele. Tyto uloženiny však se liší zcela hrubou hmotou svojí od písečných tarasů diluviálních, jimž podobné nalezneme dnes jen v jespech a korytech[5]) velkých řek meandrujících. Mocné akumulace zrna stejného a menšího jest schopna toliko řeka meandrující. I bude potřebí několik slov přičiniti o různých názorech na meandry a tom, jak eroduje řeka meandrující.

Nemohu pominouti ani Hettnerovu[6]) kritiku názoru hydrotechniků, že se meandry tvoří za účelem prodloužení toku. Hettner odmítá tento názor, poněvadž není mechanický. Tím praví ovšem samozřejmou věc, neboť jest to názor teleologický, ale nevyvrací ho. Jest zde podobný případ, jako pravíme-li, že rostliny tvoří pestré květy za účelem, aby je hmyz uviděti a opyliti mohl. Vysvětliti mechanicky tuto spojitost se dosud nepodařilo, z čehož zase čerpá teleologie svoje oprávnění. Pokud nebude moci býti podán výklad mechanický, má názor teleologický velikou cenu pro ducha člověka. Tak i v našem případě třeba zkoumati oprávněnost teleologického názoru. — Hrubé podobenství získáme, když do skleněné rourky délky as 55 cm o průměru 11 mm zastrčíme ocelové péro hodinkové šířky as 2 mm, které před pokusem jsme v žádané délce velmi zvolna protáhli plamenem kahanu lihového, až se zcela narovná. Tlačíme-li se stran, zvlní se ocel a vytvoří při určitém tlaku na př. 3 vlny. Představme si, že se náhle zmenší spád řeky v určité trati. Účinkem bude menší rychlost, více vody přiteče než odteče, i zvětší se tedy množství její. Toto zvětšené množství se chová jako ocel v rouře, proudnice se zvlní a způsobí zvýšenou erosi postranní, jíž na konec vzniknou zatáčky meandrové. Mechanism vodních vláken jest jistě velmi složitý a na ten čas utajený, ale zdá se mi, že toto podobenství s ocelovým perem jest dosti přijatelné. Účinkem zklikacení řeky zatáčkami jest prodloužení toku, odkudž plyne další zmenšení spádu. Kdyby však řeka tekla v korytě, jehož by nebylo lze po straně erodovati, projevilo by se zvlnění proudnice jen stoupnutím

[5]) O nánosech na dně labském viz R. Sokol: Tarasy středního Labe v Čechách. Rozp. čes. ak. 1912, č. 28., str. 1. a n.

[6]) Hettner A.: Die Arbeit des flieszenden Wassers. Geogr. Zeitschrift 1910, str. 375.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vody střídavě na břehu pravém a levém. V meandrech stoupne hladina ještě více, neboť se velikým prodloužením toku i spád i rychlost úměrně umenšily.

Boření břehů za povodní jest podobný zjev. Řece rozvodněné nestačí spád koryta, i vine se proudnice od břehu k břehu a ryje v nich, tvoříc základ meandru, případně meandrovou zatáčku dále vyhlubujíc. Zmenší-li se spád řečiště, nemůže voda dosti rychle místo učiniti vodě přitékající, i stoupne jako za povodně. Účinky budou podobné. Vývoj meandrového koryta jest ve smyslu teleologickém špatné rozřešení, neboť ryje-li řeka do břehů snažíc se o širší koryto, dosahuje bezděky koryta delšího, jímž se překážky odtoku jen zvětšují. Odtud pochopujeme úspěšnou snahu hydrotechniky protínati při regulaci směle meandrová pole říční umělými koryty mírně zvlněnými. Vytvořením meandrů se zmenší spád a řeka tím spíše energie svojí může použíti k erosi postranní, čímž vzniká zdání, jako by meandrování bylo podmíněno nemožností erodovati do hloubky, čili teleologicky vyjádřeno, jako by řeka meandrovala za účelem, aby nemusila vykonávati erosi hloubkovou. Vskutku *zmenšení spádu pod jistou mez podmíněnou vodním bohatstvím řeky jest příčinou všech těchto zjevů* a dostavuje se ovšem nutně při vývoji rovnovážného profilu (nulové křivky) každého toku.

Přihlédněme ještě k pochodu, jímž řeka meandrujíc přechází z úrovně tarasové na taras nižší. Dietrich[7]) kreslí 5 obrazců. První 2 představují nivu poměrně úzkou, kde se řeka zařízla do vlastních nánosů prý meandrujíc. Tak vytvořila jednak taras oboustranný, jednak vniknuvši do hloubi po straně, dala původ tarasu jednostrannému. Další 3 obrazce značí příčný průřez řeky meandrující: řeka prořízla akumulační taras uprostřed, po straně a za třetí tak, že z jednoho tarasu laterálního zbyl jen nepatrný zbytek na výspu. Poněvadž se při zdvihu oblasti sotva která řeka zařízne přesně kolmo do původního dna, představuje, myslím, obrazec poslední případ obecný. Chybí však Dietrichovi obrazec, kde meandrující řeka zařezávajíc se zcela odstraní taras

[7]) Dietrich B.: Entstehung und Umbildung von Flussterrassen Geol. Rundschau 1911 str. 448.

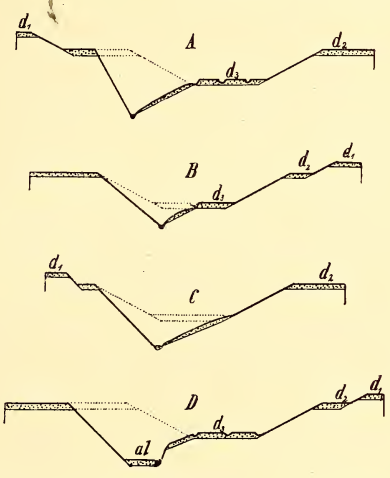
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dřívější. Dietrich uvažuje zběžně o tom, jak pracuje řeka meandrující v případě, kdy se její oblast tektonicky zdvihla. Zařízne se prý šikmo do podloží, a to pod úhlem tím menším (měřeným od přímky vodorovné), čím volněji se kra zdvihá. Má za to, že při úplném klidu kry bude úhel velmi malý, ač prý na nulu zcela klesnouti nemůže. Tuto větu Dietrichovu nelze ovšem přísně bráti, v dolním toku řeky by se takto dospělo pod erosní basi.

K obrázkům Dietrichovým připojuji několik svých, jimiž chci podrobněji doložiti tyto zjevy prohlubování a rozšiřování koryta. Tvrzení Dietrichovo, že úhel, jímž se meandr do dna zarývá, nemůže klesnouti na nulu, jest ovšem nesprávné. Nanejvýše smíme tento případ předpokládati jako ideální případ mezní. Druhý případ mezní, také vzácný, jest naprostý nedostatek laterální erose s využitím veškeré volné živé síly vodní k erosi hloubkové, jak se u kaňonů a klamů shledává. Oběma těmito případy určen jest jako mezemi vývoj našich řek. Mějme na mysli řeku meandrující uprostřed nivy a nedotýkající se již strání údolních. Předpokládejme obecný případ, že řeka po zdvihu krajiny současně překládá horizontálně osu nivy. Po dosažení profilu rovnovážného (kdy přestane prohlubování) bude následovati tvar povrchu, jak jest vyznačen na obr. 2, *A* silnou čarou (prvý krajní případ). Jesep (jádro meandru) zvolna se sklání od akumulačního tarasu d_3, který se zcela zachoval. Jestliže osa nivy na témž místě trvá a jen do hloubky vniká, vznikne jiný případ (obr. 2, *B*). Taras d_3 se ztrácí a jen malý zbytek při jedné stráni údolní (na obr. 2, *B* v pravo) zůstává, aby snad zmizel při překládání řečiště na pravo. Začne-li řeka od výspu či nárazového břehu pošinovati koryto své a spolu prohlubovati, vznikne případ 2, *C* (druhý krajní případ). Zbytky tarasu staršího zcela zmizejí. Ještě třeba říci několik slov o činnosti řeky, jež přestala prohlubovati, ale meandrujíc koryto rozšiřuje (obr. 2, *D*). Rozšiřování koryta též jest podmíněno mocností řeky. Dlužno položiti otázku, na kterou stranu bude se vyvíjeti niva říční, zda dál ve smyslu toho pochodu, jímž se konalo prohlubování, t. j. dále od tarasu d_3 nebo směrem k němu, kde jest odporu daleko méně. Jinak řečeno, může se vodorovná projekce profilu

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

údolí oživenou erosí budovaného libovolně daleko na strany rozestříti? Může býti toto údolí libovolně široké? K otázce snadno odpovíme, považíme-li, že se vývoj toku děje v meandrech a že se při obnovené erosi řeka zprvu v meandrech zařízne, aby je ponenáhlu zpřetínala a nové tvořila. Šine-li se jedním meandrem směrem kolmým na levý břeh, napraví se toto vybočení druhým meandrem směrem kolmým na pravý břeh. Poněvadž při témž stavu vody mohou meandry jen k určité velikosti dospěti, nemůže řeka získati než určitou



Obr. 2. Vývoj tarasů. *A* osa nivy se šine na stranu, *B* osa nivy zachována, *C* osa nivy zachována, ale taras d_3 se ztrácí, *D* pokračování stavu *A*.

šíři příslušného profilu údolního. Vybočí-li řeka kličkou přídatnou, záhy ji začne zúžovati na místě, kde z osy údolní vybočila. Tu bude konečně přeťata, tak že se *přídatné kličky nemohou neomezeně rozšiřovati.*

Veliké meandry plzeňských řek (průměru 1 km na Úslavě mezi Koterovem a Božkovem, 800 m na Úhlavě mezi Radobčicemi a Štěnovicemi, 1060 m na Radbuze u Litic, 1250 m na Mži od Račic až k Plzni a dále, zvlášť u sv. Jiří) ukazují svými hraničními čarami či wagramy přibližnou šířku údolí předposledního okruhu erosního. Dnes jest erose umdlená a proto sotva se vypracuje obvyklým tempem široké erosní údolí v rozměru, jak bylo založeno v době tarasu posledního. K meandrům starým »hlavním« o velikém poloměru při-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

daly se drobné meandry vedlejší klikatě běžící v alluviálním nánosu. Po té stránce jeví se řeky plzeňské jako řeky ochuzené. Svědčí, že v dobách, kdy veliké meandry byly založeny, měly řeky více vody. Také na Vltavě a Labi se zjev podobný pozoruje. Vltava v Praze se nedotýká již příkrých strání nad Smíchovem a Malou Stranou, nedotýká se příkrého srázu Žižkova, jež dříve byly její výspy. Střední Labe daleko zůstává od stupňů tarasových (třebestovických).

Jen v úplných rovinách mohou řeky překládati koryto libovolně (srov. řeky čínské). Za povodně prorvou hrázovité nad okolí vyvýšené, jimi samými zbudované břehy a vytvoří si koryto nové. Jinde jsou tyto zjevy nemožné. Sölch[8]) ovšem odvolávaje se na Pencka míní, že nelze šířku údolí jen a jen odvozovati z meandrů a že břehy po délce mohou býti z různých příčin erodovány, že se také zatáčky mohou překládati z různých příčin. Dlužno mu však namítnouti, že předpokládáme-li s ním obecnou platnost názoru, musili bychom vysvětliti, proč se účinky projevily jen za diluviálního tarasu svrchního (šířku jeho chce totiž Sölch takto vysvětliti), nikoli však za tarasů nižších. Vysvětlovací pokus Sölchův vede tedy k nové nesnázi, které se lze sotva zbaviti.

Zmenšená amplituda tarasů našich byla způsobena podle všeho zmenšeným množstvím vodním a tedy, poněvadž se jeví na všech řekách našich, má podle toho příčiny klimatické.

Značné nesnáze při řešení scenerií tarasových působí *místní* (lokální) *tarasy*. Dietrich[9]) je vysvětluje třemi příčinami: 1. nepravidelným zdvihem kry, tak že nastalo místní období klidu mezi dvěma hlavními obdobími, 2. složením obzorů horninných, v nichž řeka pracuje, zvláště je-li tu měkká hornina, 3. poměry, k nimž dochází při zařízntí meandrů, kterážto příčina bývá nejčastější. Čtvrtou příčinu uvedl Siegert[10]): část toku jest kolmá na směr, jímž se kra zvedá. Co se první příčiny týče, má Dietrich na mysli

[8]) Sölch J.: Eine Frage der Talbildung. Festband A. Penck Stuttgart 1918, str. 79.

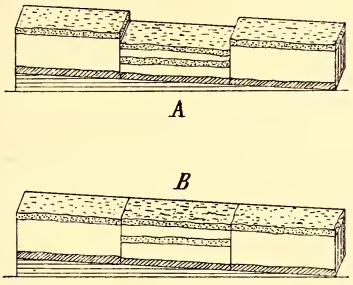
[9]) 1. c. str. 447.

[10]) Siegert: Zur Theorie der Talbildung. Monatsberichte der D. geol. Ges. Berlin, str. 1—30, 1910.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

relativní pokles části říční trati. Tím v této části záhy anebo ihned přestane hloubková erose, zmohutní erose postranní, vznikne niva a do ní se uloží taras akumulační. Po vytvoření nivy (v části pokleslé) musí býti zdvižena celá oblast, tedy i část pokleslá, aby tato mohla býti řekou rozříznuta a aby se tak nad řekou octl taras, jenž není v sousedství (obr. 3, *A*.)

Kde jsou horniny velice měkké, vykoná se erose do hloubky velmi brzo i vybuduje si řeka nivu, zatím co



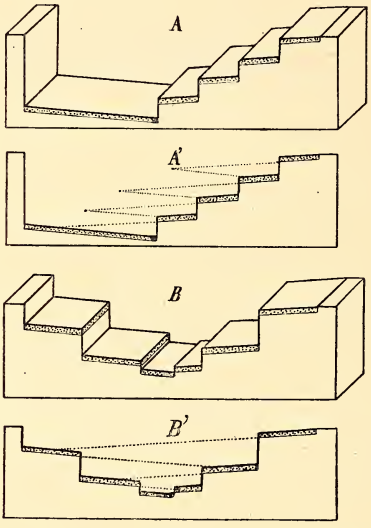
Obr. 3. Lokální tarasy na levém břehu řeky. *A* část trati relativně poklesla, *B* střed trati z horniny velice měkké. Tarasy tečkovány.

v ostatní části toku nezačala ještě s erosí laterální. Má-li vzniknouti z této nivy taras lokální, musí se i zde zdvihnouti celá oblast, dříve než bude dokonána hloubková erose v trati po proudu a proti proudu. V případech právě popsaných musí patrně lokální taras odpovídati svým sklonem předpokladu. Jest uloženinou řeky, která přestala erodovati do hloubky a proto sklon jeho po proudu jest malý. Taras musí divergovati s korytem erodující řeky pod ním se vinoucí (obr. 3 *B*).

Aby vznikly lokální tarasy z meandrů zařízntých, musí se klička meandrová opětně vraceti, jak ukazuje obr. 4. *A*. Spolu však se musí osa údolní o celou polovinu šířky údolní na stranu šinouti, nemají-li zbytky jespové býti zcela odstraněny. Cesta dna jest označena tečkovaně (obr. 4. *A'*). Zovou je tarasy amfitheatrální. Schodovité útvary tyto jsou složeny dílem z částí jespových dílem z částí výspových. Trvá-li osa údolní stále v téže rovině svislé, pak se tvoří tarasy meandrové po obou stranách, jak ukazuje obr. 4. *B*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a průřez *B'*. Podmínkou zjevu jest zdvih plynulý a tak mírný, že řeka hojnovodá stačí odpověděti na změnu tuto částí své energie, kdežto ostatkem eroduje laterálně. Za povodní se nanáší na opuštěný skalní taras jesep písečný. V případě *A* vodní stav řeky se nemění, v případě *B* ho ubývá, pročež se zmenšuje postupně i poloměr meandrový. Obrazce jsou ovšem jen vzdáleným schematem skutečných pochodů. Předpokládají totiž, že oblouk meandrový kymácí se strany na stranu, což by odpovídalo skutečnosti



Obr. 4. Vznik tarasů meandrových: *A* při překládání řečiště, *B* při řečišti svisle do hloubky se zapouštějícím a zmenšujícím amplitudu údolní. *A' B'* příčné průřezy, cesta dna tečkována.

tehdy, kdyby se největší nápor laterální erose konal kolmo na druhý břeh. Vskutku se však objevuje ještě složka ve směru proudu namířená, jíž se meandr pošinuje. Nejvíc eroduje laterálně řeka o kus níže, než jest bod meandru nejvíc od osy toku vzdálený. Tímto působením se meandry zaškrcují a přetrhávají. Na místě přeťatém se začne nový jesep i nevrací se řečiště s bodu nejvíc od osy údolní vzdáleného nýbrž od bodu, jenž leží ose značně blíže a ovšem na straně opačné. Tak vznikne při vývoji dokonale pravidelném (bude-li přeťat meandr vždy na téže straně, odkud řeka ko-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ryto odsunuje) dvojnásobný počet tarasů, než naznačeno na obr. 4. *A*, v obr. *B* pak jen tarasy jednostranné opět v počtu dvojnásobném. Tak pravidelný vývoj jest výjimkou, řeka přetíná meandry hned na pravo hned na levo i bude sled tarasů nepravidelný.

K jmenovaným 4 příčinám místních tarasů připojuji ještě pátou. Místní taras může vzniknouti i zvětšením vodního stavu *načepováním řeky jiného poříčí.* Vlečná síla vody závisí totiž na spádu a na výšce vody. Zvětšená vlečná síla rychleji dospěje k rovnovážnému profilu a vytvoří nivu. Zvedne-li se poté poříčí, bude niva řekou prořízznuta a zůstane jako lokální taras vysoko nad řekou, jež v sousední části trati výše proti proudu položené ještě nedospěla k budování nivy.

Odvedením přítoků zmenší se vodní stav a nastane ovšem jakási *akumulace*, neboť řeka nedovede všeho štěrku odnésti; ale tím se zvyšuje jen dno. Poněvadž máme na mysli řeku erodující, tekoucí v údolí podoby *V*, nemá tento taras větší amplitudy, než jest dno toho údolí. Vzácný bude případ, aby bylo údolí vyplněno do výše takové, že by měl nános nárok na pojmenování »taras«.[11])

V středním Polabí[12]) stupně na povrchu jednotlivých tarasů (na nejmladším 2, na zvěřínském 4, na třebestovickém 3 až 4, na hořanském 2) lze vysvětliti jako tarasy lokální a to meandrové.

B. Vznikly tarasy naše vzdýmáním vod ledovci?

Otázka, jež se nám pronikavě klade, pozorujeme-li tarasy stupňovitě po obou březích řek sestupující, otázka po příčině zjevu toho, po příčině střídání prohlubování a nánosu dosud není uspokojivě rozřešena. Pozorujeme ovšem, že se řeka za povodně rozlévá a tu nanáší, zvýšený spád hladiny zveličí rychlost, vzrůstá erose břehová po př. i dnová,

[11]) Podrobněji jsou účinky načepování říčního projevující se zvětšením po př. zmenšením štěrkového břemene říčního a odtud plynoucími změnami rovnovážného profilu vylíčeny a obrazci doloženy v studii R. Sokol: Bemerkungen zu geomorphologischen Methoden. Sitzungsber. d. B. G. d. W. 1916.

[12]) R. Sokol: Příspěvek k výzkumu teras středního Labe v Čechách. Sb. čes. spol. zem. 1913.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vůbec zrychlí se tempo veškeré dynamiky říční[13]), za vody nízké naopak se řeka omezuje na odnášení štěrku a prohlubování, v tratích o malém spádu toliko nánosy přemisťuje a štěrk odnáší; ale z těchto zjevů každoročně se opakujících nezdálo se dosud případným vysvětlovati scenerii tarasovou. U nás od dob Hibschových byl obyčejně zjev ten přiváděn v souvislost se vzdýmáním vod způsobeným ledovcem severoněmeckým. Za vzrůstu ledovce a jeho postupu na jih prý znesnadněn odtok českých vod labských tou měrou, že došlo k zvýšené akumulaci. Zvláště ledovec saský prý vzedmul vody labské a všech přítoků přímých i nepřímých.

Siegert[14]) snaží se 2 obrazci objasniti, kterak postupem ledovce prý na řekách vzniknouti musí 5 tarasů. Prvý jest předledový, druhý taras křižující se s prvním jest způsoben ledovcem, jenž přiblíživ se pošinul ústí řeky. Tím se řeka prodloužila a tak v dolním toku nasula taras nový na starší. Dalším postupem ledovce vznikne jezero, do něhož ústíc nanáší řeka štěrkový kužel a výše buduje třetí taras, lemující novou křivku »nulovou« (tak jmenuje Siegert podélný profil řeky, jež dosáhla vyrovnaného spádu a meandrujíc ukládá tarasy; erosivní síla je zastavena a energie se spotřebuje jen na překonání odporu vnitřního i vnějšího a na odnášení štěrku) odpovídající nové erosní základně (hladině jezera nadrženého). Zastaví-li se odcházející ledovec při starém ústí řeky, upraví si řeka novou křivku »nulovou« (čtvrtou), jejíž erosní base dolní jest tam, kde byla při budování tarasu druhého. Konečně zmizí ledovec zcela, řeka vyhledá staré ústí a vytvoří poslední, pátou křivku »nulovou« a při ní pátý taras. Pro velikou důležitost vývodů Siegertových pro naši otázku poznamenávám toto. Tok řeky označený 1 jest podle Siegerta provázen tarasy, patrně tedy řeka dosáhla »nulové« křivky a její erose se zastavila. Přes to však Siegert za možnou považuje další práci prohlubovací v horním toku křivek 2, 3, 4 a v celém toku křivky 5, nestaraje se o bod obratu[15]) a za příčinu uvádí ne tektonický

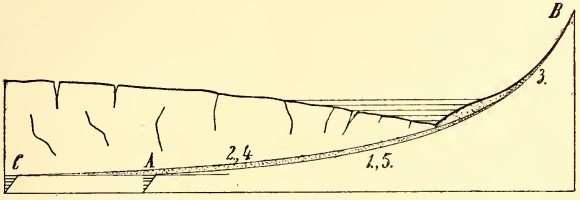
[13]) srov. R. Sokol; O říční erosi. Věda přírodní, 1920, roč. I. str: 107—113.

[14]) l. c.

[15]) viz Penck A.: Vorlesungen 1905, letní semestr.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pohyb, ale zvednutí erosní base při ústí řeky ledovcem. Tento názor není správný. Oblast pramenná nejužší se snižuje denudací, erose tam nemá valného vyznamu. Denudací však klesá celý terén ovšem v dolním toku pomaleji. Proto nelze kresliti rovnovážné profily pod sebou v oblasti horní, jak to činí Siegert. Zde se nemohou objeviti po dosažení rovnovážného profilu ani tarasy akkumulační ani erosní, jejich místo jest níže po proudu pod bodem obratu. Proto jest třeba schema Siegertovo opraviti, jak naznačeno na obr. 5. Přiblížil-li



Obr. 5. Tarasy vzniklé ledovcem na řece o profilu rovnovážném. *AB* původní profil rovnovážný, *BC* profil při vodorovném pošinutí ústí řeky ledovcem, *B* (silná křivka) při jezerní basi erosivní, *BC* při ledovci stojícím opět při ústí bývalém, *AB* ústí zcela uvolněno.

se ledovec k ústí řeky *A* a odtok její učinil nemožným, vzedme se voda, uloží štěrk (srov. obr. 5, křivka *BC*) a odtéká stranou, vyhledávajíc o kus dále ústí nové. Toť t. zv. horizontální pošinutí erosní základny. Vystoupil-li ledovec dále proti proudu, jest účinek stejného smyslu ač mocnější, nános se ukládá v jezeře vzedmutém a nad ním (obr. 5, silná křivka *B*). Akumulační činnost řeky se podporuje. Výsledek bude ten, že se na taras starší uloží v jezeře a nad ním mocný taras mladší. Při ústupu ledovce bude prořízнut tento taras a rovnovážný profil (obr. 5, křivka *BC*) při zastavení ledovce nad ústím řeky *A* bude probíhati v ideálním případě jako křivka 2.; při úplném zmizení ledovce vytvoří si řeka křivku 5. totožnou v ideálním případě s křivkou 1. K obr. mému třeba ještě dodati, že křivka 1. postupem denudace zvolna klesá s celou krajinou a že jest obrazec značně převýšen.

Siegert vychází z předpokladu rovnovážného profilu, ale předpoklad ten není nutný. Naopak i řeka poněkud erodující může již budovati mocné tarasy meandrové, když na

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

př. její stavy vodní se od sebe značně liší. Za nízké vody odnáší jen jemnější štěrk, za povodně eroduje i nanáší, meandruje a spolu se zařezává, řečiště prohlubujíc. Ledovcem bude ovšem v tomto pronikání do hloubky zadržena v tom smyslu, že se rychlost pronikání umenší nejvíc v dobách postupu ledovce. Jest však otázka, zda se projeví tato změna rychlosti morfologicky tak, jak ukazuje obrazec Siegertův. O tarasech meandrových sám praví Siegert[16]), že počet jejich ve směru vertikálním jest neomezený, poněvadž řeka probíhá nepřetržitě odlehlost mezi původním stavem svým a profilem rovnovážným, jehož se snaží dostihnouti. Může každou chvíli v některém místě vybudovati taras, který se snad náhodou zachová. Na str. 25. praví: »Wenn die Maeanderbildung bei der Erosion auch mancherlei Einzelheiten in der Entwickelung der Terrassen bedingt, zur Erklärung der grossen Züge des Terrassenbildes, der ganz verchiedenen Perioden angehörigen Terrassen bietet sie uns kein Mittel.« Počet těchto tarasů bude větší v té části toku, kde jest větší svislá vzdálenost původního koryta od profilu rovnovážného. Znesnadní-li se postupem ledovce vnikání do hloubky, bude řeka míti dosti času vyerodovati oboustrannou nepřerušovanou nivu údolní, jejíž šířka odpovídá mocnosti proudu, a odstraniti v ní zbytky niv starších. Ale již při odcházení ledovce erose zas oživne a teprve v době, kdy dosaženo rovnovážného profilu, bude řeka moci vybudovati novou nivu dokonalou. Vyšli jsme tedy v úvaze poslední od stavu řeky sic meandrující ale spolu erodující (Siegertův profil 1 jest značně vysoko nad křivkou 5) a zjistili jsme, že jsou podmínky pro vznik údolní nivy jen dvakrát uskutečněny a to v době zastavení ledovce a po úplném jeho zmizení. V dobách mezi tím vznikající tarasy meandrové představují povrch velice neklidný, jenž nemůže býti přirovnán k tarasům našich řek, které po obou březích nerušeně postupují v úrovni stále přibližně stejné. Tedy ani po této mnou podané úpravě neobstojí výklad Siegertův.

Proti názoru, že by ledovec mohl zastaviti tok řek, vystoupil Henkel[17]) poukazuje na to, že není v Němcích

[16]) l. c. str. 6.

[17]) Henkel L.: Globus 1909, XCV str. 14, 15.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

přesvědčivých důkazů o vzedmutí vodstva. Labe chová tolik skupenského tepla, že i při teplotě snížené, jak ji pro dobu ledovou přijímáme, stačilo by protaviti v ledovci postupujícím rychlostí 1 m denně tunel o průřezu 400 m².

Také jest se třeba zmíniti o tom, že tarasy Sály částečně náležejí době předledové. Sála uložila 4 štěrkové tarasy akumulační před příchodem ledovce, jenž na tyto tarasy uložil glaciální diluvium[18]). Nejstarší a nejvyšší taras se zachoval u Jeny, druhý jest skrovně vyvinut v listu spec. mapy Lützen, třetí lze sledovati od Weiszenfelsu po obec Kölzen, čtvrtý jest značně mocný (Gostau, Zöllschen, Schladebach). Obsahují úlomky lastur i ulit (Pupilla muscorum Müller, Succinea Schumacheri Andr. a j.). Na nich teprve spočívá hlína glaciální a spodní moréna prvního zalednění s balvany bludivými až 4 m v průměru. Jestliže tedy před příchodem ledovce Sála vystřídala čtyřikrát erosi s akkumulací, mohly míti také tarasy našich řek jinou příčinu než vzedmutí vod ledovcem. Ostatně i dnes se tarasy tvoří, tvořily se i za pliocénu, aniž spolupůsobily ledovce.

Konečně ještě třeba přihlédnouti k samotnému pojmu, s nímž se pracuje. Předpokládá se, že na tom místě, kam zasáhl ledovec, vzniká nová nesnížitelná erosní základna, že tedy vývoj koryta o spádu *nevyrovnaném* (křivka *AE* na obr. 6) v určité době dospěje do *BD* vlivem ledovce, kdežto by jinak dospěl do polohy *CE*. Hloubková erose jest tedy při bodu *D* silně seslabena, ne-li zrušena (místo aby dosáhla bodu *D'*, zůstane řeka na bodu *D*) a místo ní vládne postranní s akumulací.

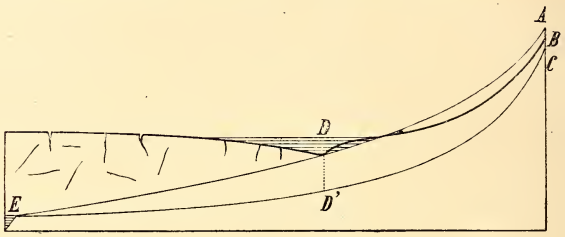
Naproti tomu dlužno namítnouti, že ledovec sám brázdí dno své. Zvlášť když jako v našem případě se musí vzhůru bráti po plošině vzhůru stoupající[19]). Bod *D* tedy na svém místě nesetrvá, ač snad pokles toho bodu se bude konati tempem povlovnějším (exarace působila na c e l é rovině severoněmecké a ne v úzkém údolí). Také třeba uvážiti, že se vody u ledovce nezastaví, ale pod ním kolmo k čelu nebo

[18]) Siegert L. u. Weissermehl W.: Die Gliederung des Diluviums zwischen Halle und Weissenfels. Z. d. d. geol. Ges. 1906, sv. LVIII.

[19]) Srov. Davis-Rühl, l. c. str. 408.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

podél čela jeho odtékají a spolu erodují. Jest otázkou, zda tato erose zůstává pozadu za volnou erosí říční, jakou by konala řeka v končině nezaledněné. I když potakáme, přece vzniká nová pochybnost, zda stačí toto domnělé zmenšení erose, aby vysvětlilo náhlou akkumulaci až daleko v středu Čech, jmenovitě též při zaledněních menšího rozsahu (polském, meklenburském)? Pošinutím erosní základny do výše stal se ze středního toku řeky Labe tok dolní. Labe v středním Německu bylo tedy brzo schopno akumulace vlivem ledovce,



Obr. 6. Účinek ledovce na řeku erodující. *AE* profil původní. *BD* vliv ledovce, *CE* profil virtuální. K snížení bodu *D* nepřihlédnuto.

ale horní jeho tok v Čechách musí ještě vykonávati erosi. Zastavení erose u nás a opětné její obnovení má tedy sotva příčinu ve vzdutí vod ledovci a ústupu ledovců. Čím dále tím více vítězí názor, že severní Německo v době diluviální nebylo zaledněno jediným ledovcem, jehož kraje by jevily toliko jakési kolísání, postupujíce do předu i zase se stahujíce a mezi sebou ponechávajíce místa nezaledněná. Stále bezpečněji se poznává, že zalednění bylo několik[20]) a že tyto doby ledovcové byly odděleny dlouhými interglaciály. I měly by se podle toho také jeviti výsledky těchto dlouhých interglaciálů. Řeky by měly nejen zapustiti dno své do příslušné hloubky ale též průběhem dlouhé doby odstraniti nánosy ledové doby předešlé. Neboť se předpokládá, že byly ledovcem jen ve své práci vyrušeny. Odstoupí-li ledovec, musí tedy v ní pokračovati, vykonávajíce erosi a odstraňujíce zplodiny denudace. Místo toho však pozorujeme, že řeky vesměs umenšily amplitudu svých údolí a tarasy akumulační z valné části ležeti nechaly. Tohoto zjevu nelze vysvětliti oscilací ledovcovou.

[20]) Gagel C.: Die Beweise für eine mehrfache Vereisung Norddeutschland in dil. Zeit. Geol. Rundschau 1913, str. 319, 444, 458.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

C. O vlivu změn klimatických na akumulaci.

Odpovědi vyžadují i vývody Siegertovy[21]) o vlivu změn klimatických na vývoj tarasů. Siegert kreslí obrazec čtyř tarasů a to počáteční křivku místními topografickými poměry podmíněnou a konečnou křivku, jež vyplývá z vodního bohatství řeky; mezi nimi pak ještě dva tarasy. Soudí, že se řeka erodující zastaví na určité křivce »nulové« podle svého vodního obsahu; zvýší-li se srážky, vypracuje si řeka hlubší křivku takovou. Ubude-li srážek, nastane zpětný pohyb celé křivky »nulové«, údolí se naplní štěrkem, jehož slabý proud nemůže odnésti. Připomínám, že v miniatuře se odehrává tento pochod u každé řeky v roce střídáním nízkého stavu vody a stavu povodňového. Dno se za nízké vody zvyšuje, za povodně prohlubuje, tak že řeka každá má dvojí křivku »nulovou«, závislou na množství vody. Obojí tato křivka osciluje kolem jakési ideální průměrné křivky »nulové«. To by podporovalo vývody Siegertovy.

Uvažme však dále! Za nízké vody jest křivka »nulová« absolutně výše uložena. Meandry takové řeky mají menší poloměr, niva jest užší, taras méně mocný. Za povodně vše jinak. Jaké však zjevy pozorujeme u našich vod? Šířka tarasů vyšších (kolmo na délku řeky měřeno) jest daleko značnější než nižších a přece tyto nižší měly by býti podle Siegerta naneseny vodou mocnější, která jedině jest schopna zapustiti nulovou křivku hluboko. Poněvadž tarasy postupně nižší jsou mladší, případy křížení tarasů vyjímaje, znamenalo by to, že se stav srážek trvale v stejném smyslu měnil a že tedy srážek za diluvia postupně přibývalo, tak že bychom nyní měli podle toho srážek nejvíce. Tím se zajisté vyvrací názor Siegertův. Změna klimatu nevybudovala tedy sama scenerie tarasové. Těmto důsledkům se ovšem Siegert poněkud vyhnul tím, že současně přijímá příčiny jiné, totiž saekulární pohyb ker zemských a postup ledovce vnitrozemského.

V Alpách byly ledovce v pramenisku řek jistě mohutnou zásobárnou štěrku. Někteří proto odvozují tarasy z ledovců, jiní jako Hilber a Penck (od r. 1910) poukazujíce

[21]) l. c. str. 7.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na tarasová údolí ledovci napájená, kladou původ tarasů do interglaciálu. Ledovce prohloubily údolí více, než by dovedla proudící voda (údolí přehloubená), i byla po odchodu jejich za interglaciálu zanesena údolí ta štěrkem tarasovým.

Poněvadž se tarasy objevují jak v končinách zaledněných tak i nezaledněných, vidí Hilber[22]) původ jejich jen a jen v změně klimatu. Poněvadž změny klimatické jeví jen dvě krajnosti, bohatství a chudobu srážkovou, musí se Hilber rozhodnouti mezi nimi, jedné přičte erosi, druhé akumulaci. Velikým srážkám patrně přísluší erose, na období srážkami chudé Hilberovi zbude — akumulace. Toto svoje genetické schema snaží se pak vtěsnati do rámce glaciálního rozdělení diluvia. Na základě citátu z Hanna (Handbuch der Klimatologie, I, 1908, str. 379) uznává v glaciálech klima oceánské, tak že pro interglaciály zůstane klima vnitrozemské více méně suché. V těchto suchých interglaciálech prý řeky akumulovaly, což se snaží Hilber také paleontologicky odůvodniti. Uvažme však, že tarasy byly naneseny za povodní, tedy za vody vyšší Jest poněkud protimyslné odvozovati tarasy z dob suššího klimatu, leda by to klima jevilo hojné a značné rozdíly stavů vodních, časté povodně. Zvětrávání za klimatu takového jest umenšeno. Za oceánské doby ledové bylo vše z údolí splaveno a odneseno, neboť vládly trvalé vyšší stavy vodní téměř bez povodní, což podporuje erosi bez akumulace. Po každé povodni se dnes nános jen na dno ukládá, jež se zvyšuje. Tak se zmenší erose, řeka v tratích erosních i v tratích meandrových volněji pracuje, celá její dynamika se zmenší, i nánosy jsou menší. Řeka s větším a rychlejším rozkyvem hladinným (větším počtem povodní v témž čase a s většími rozdíly ve stavu hladiny) jen rychleji[23]) bude konati svoji práci, ale účinek pracovní bude týž, neboť v geologii možno pro všecky děje předpokládati času dostatek: dospěje k rovnovážnému profilu jen o něco dříve!

---

[22]) Hilber V.: Baustufen, Paläolithicum und Lösstellung. Mitt. Geol. Ges. Wien XI. (1918), 1919, str. 193—230.

[23]) Regulační práce zvláště u jihobavorských toků alpských ukazují, že průběhem několika let dno značně může se prohloubiti, když rychlost proudu regulací vzrostla.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Řídíce se obdobou, musíme poměry, jež dnes jeví řeky akumulující a tarasy ukládající, přenášeti na diluvium. Nalezneme je při dolním toku velkých řek akumulujících. Jsou vodou bohaté a mají malý spád, takže meandrují tvoříce nivu a na ní z jespů taras. Tuto akumulaci způsobuje nikoli klima, neboť není jiné než v středním a horním toku, jež jsou bez akumulace, nýbrž nepatrný spád, vysoký vodní stav s hojností písku a štěrku.

D. Tektonické pohyby příčinou akumulace.

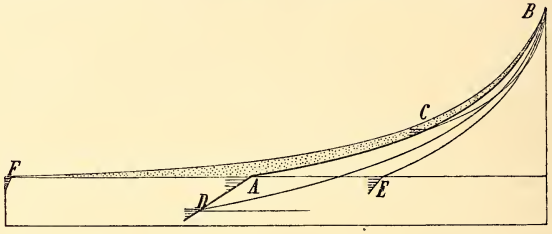
Není správné jen tak beze všeho přenášeti zjevy na kraji diluviálních alpských ledovců nebo ledovce severoněmeckého pozorované na končiny naše, neboť zde chybí hlavní podmínka, totiž mohutný ledovec v pramenisku říčním. Jen na severu Čech byly podmínky za saského ledovce příznivé. U nás hlavní řeky nivami se vinoucí kontrastují s údolími přítoků zařízntými v podobě V a se suchými žleby či parovy na stráních. Máme dojem, jakoby řeky hlavní byly kdysi naplněny vodou, která do hloubky neerodovala a jakoby se později uvolnil odtok, jímž vzbuzena mocná erose poboček. I tento zjev vyžaduje vysvětlení.

V širokém plochém korytě svrchního tarasu jsou zařízntuty stupně mladší. Za svrchního tarasu byl spád tak malý, že řeky vinouce se klikatě ovlažovaly široká plochá údolí takřka bez patrných předělů mezi sebou (Olšanská pole na pravém břehu Vltavy v Praze, široký svrchní taras dolní Vltavy, jak jej na př. kreslí Engelmann[24]), široký svrchní taras hořanský v nížině Nymburské). Krajinný povrch před uložením svrchního tarasu byl patrně jednotvárný, diluviální řeky způsobily jeho zmlazení. Tekly-li však řeky původně na peneplainu (před uložením svrchního tarasu), nemohly po odstoupení ledovce tohoto peneplainu rozřezati, neboť peneplain jest právě tvar neschopný dalších změn reliefních, pokud ovšem se nemění vertikální poměry. Jelikož se vskutku řeky zařízly, nelze příčinu toho hledati v ledovcích ale ve vertikální tektonické změně celé oblasti. Kolísáním ledovce nelze u nás vysvětliti periodicity akumulace a erose.

[24]) l. c. věty závěrečné.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zajímavý deduktivní pokus uveřejnil Siegert [25]). Rozeznává dolní (ústí do moře) a horní erosní základnu (pramen). Oba body se mohou pohybovati. Teoreticky lze je posunovati současně neb jen jeden z nich, nahoru neb dolů. Pohyb nahoru zove Siegert kladný, pohyb dolů záporný. Pohyb nahoru způsobuje nános, pohyb dolů erosi. Znaménka jsou stejného významu jako Suessovo označování positivního a negativního posunu pobřežní čáry. Poněvadž krajní body, ústí a vrchovisko, mohou též v klidu setrvati, vyplývá odtud 9 pří-



Obr. 7. Učinek pohybu pobřežní čáry. *AB* původní profil, *FB, EB* při vodorovném, *CB, DB* při svislém pohybu ústí.

padů, připojíme-li ke 3 možným polohám ústí (základní poloha, zdvih, pokles) a to ke každé jednotlivé zvlášť tři podobné stavy vrchoviska (základní polohu, zdvih, pokles); z nich však odpadá případ, kdy oba body v klidu zůstanou jako případ bez dalšího významu pro otázku po vzniku většího počtu tarasů, takže zbývá 8 případů. Siegert je objasňuje obrazcem. Za příklad uvádí positivní posun pobřežní čáry, jenž se projevil při vývoji tarasů dvojříčí Sály—Labe. Na 200 m hluboko vyvrtány pod alluviony v Hamburce štěrkové usazeniny tarasu říčního (nejmladší tatas předglaciální) a as 20 m pod dnešním dnem jiný taras (z prvního interglaciálu). S positivním pohybem či výstupem pobřežní čáry na pevninu posune se ústí proti proudu a tak dojde k akumulaci pod mořem, kdežto výše řeka bude slabě erodovati, aby spádovou svoji křivku změnila v křivku nad novým ústím a poblíž něho skoro vodorovnou. Negativní pohyb pobřežní čáry způsobí ovšem mocnou erosi, takže by v tom případě — a jenom v něm — proti pojetí Siegertově nebylo námitek. Sousední obrazec 7. ukazuje ná-

[25]) l. c. str. 3.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

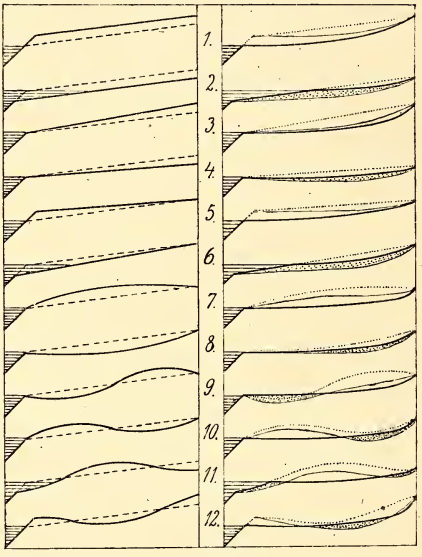
zorně účinek pohybu pobřežní čáry. Při kladném pohybu z *A* do *C* změní se profil *AB* v kratší a hlubší *CB*, při pohybu dolů z *A* do *D* vznikne erosí profil *DB*. Při horizontálních posunech ústí z *A* do *E* nebo *F* bude záležeti na okolnosti, zda nová trať bude kratší nebo delší, než původní *AB*. V prvním případě vytvoří se erosí křivka *EB*, v druhém akumulací křivka *FB*. Tedy jen v tomto posledním případě dojde k akumulaci, všude jinde pracuje erose.

Pohyby pobřežní čáry vznikají absolutním stoupáním nebo klesáním hladiny mořské, také však saekulárním pohybem pevniny ve smyslu opačném. Při zdvihu pevniny nastane erose (křivka *DB*), při poklesu rovněž erose (křivka *CB*), nikdy akumulace, leda by byl pohyb jednostranný a výška ústí se neměnila, nebo též při propadání trati nad ústím, anebo konečně nastal li pokles po dosažení profilu rovnovážného. Při křivce *CB* ovšem bude celkový výsledek erose značně menší než při původní křivce *AB*, jednak pro menší délku této, jednak pro okolnost, že veškerá erose na potopené pevnině pod bodem *C* jest nemožná. Při této úvaze jakož i při následujících nedbám ponenáhlého snižování rovnovážného profilu, jenž nastává v souhlase s denudací krajiny. Také erosní zjevy ve vývařisku jsou pominuty. Jak již bylo nahoře poznamenáno, má tam zajisté převahu splach dešťový a rozpouštění, což jsou činitelé, jimiž se vývařisko s okolím i dno říční samé souhlasně snižují. Nemají tudíž pro otázku po původu tarasového stupňoví významu.

Zjev obdobný pošinutí pobřežní čáry nelze pro vývařisko přijmouti. V oblasti pramenné vládne jen vzdálená analogie mezi mořem a hladinou spodních vod s jedné, mezi vtokem do moře a vývařiskem jako odtokem hladiny spodních vod se strany druhé. Kdežto však pobřežní čára značně kolísá účinkem saekulárních pohybů zeměkůry, hladina spodních vod koná naproti tomu jen pohyb spolu s korou, již promáčí. Vertikální změny hladiny spodních vod jsou nejvíc závislé na podnebí a reliefu; nikdy v oblasti pramenné nedojde k zjevům tarasovým toho rozměru, jak S. kreslí. Při absolutním zdvihu krajiny měla by se relativně snížiti poněkud hladina spodních vod, při poklesu naopak, ale účinky ty částečně vyváží změna množství srážek. V prvním pří-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

padě totiž srážek přibývá, v druhém ubývá. Kreslí-li se v knihách morfologických vývoj rovnovážných profilů tak, že se k ústí sbíhají a k vrchovisku rozbíhají, při čemž vzdálenost jejich u pramene jest největší, jsou obrazce správné jen potud, pokud označují jako ve vzduchu utkvělou polohu křivky, jak se vyvíjela postupem věků, kdy krajina se denudací snižovala a s ní i koryto řeky klesalo, nejvíce vrchovisko jako krajina nejvyšší a nejvíc denudací spracovaná. Mají-li však linie ty zobrazovati zbytky křivek těch (tarasy),



Obr. 8. Změna rovnovážného profilu tektonickými pohyby pořičí. V levo vyznačena původní poloha povrchu čarou čárkovanou, poloha nová čarou plnou. V pravo vyznaceny rovnovážné profily před zvednutím slabě a po zvednutí silně, zvednutý povrch tečkován.

nejsou správné, neboť vrchovisko klesá současně. Opustí-li místo své zpětnou erosí, šine se na zad a postoupí obyčejně o něco výše. Když začne relief chudnouti a srážek ubývá, koná vrchovisko pohyb opačný, postupuje po proudu ku předu a dolů. Tyto pohyby však jsou velice ponenáhlé a plynulé, takže jimi stupňoví tarasové nemůže vzniknouti. Siegert vztahuje na pohyby vrchoviska i větu o sedimentaci a erosi. Při zdvihu jeho zajisté vzroste erose, neboť popud k tomu od ústí proti proudu pokračuje, při poklesu

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

erose zemdlí; k akumulaci v oblasti pramenné sotva kdy dochází.

Všecky obrazce (2., 3., 4., 6., 7., 8.), kde Siegert kreslí v oblasti pramenné dva tarasy jako funkci jejího pohybu vertikálního, jsou nesprávné a mohou se toliko vztahovati na střední tok řeky. Ostatně to (na str. 11) sám připouští pro případ 6. až 8. (vznik nového tarasu nad starým při kladném pohybu vrchoviska), ale také obrazce 2., 3., 4. (vznik nového tarasu pod starým při záporném pohybu vrchoviska) neodpovídají skutečnosti v oblasti pramenné. Tutéž udává příklad vzniku nového tarasu nad starým, nížinu hornorýnskou, kde starší dno údolní s tarasem leží několik set m pod dnem nynějším, takže se dolní a horní erosní základna nestotožňují ani s ústím ani s vrchoviskem, nýbrž s dislokacemi, jež kříží údolí rýnské. Poklesem dna vznikla propadlina, jež se naplnila nánosem Rýna. Mám za to, že všecky jeho obrazce ještě nejlíp odpovídají právě tomuto případu, kdy dvěma dislokacemi byl prořat běh řeky a kra stoupla za podmínek antecedenčního vývoje nebo klesla, vykonávajíc povlovný buď jednostranný neb dvojstranný pohyb svislý. Pak vždy v části pohnuté nastává při poklesu akumulace, při zdvihu erose.[26])

Schematem takto upraveným nejsou však ještě vyčerpány případy saekulárního zdvihání a klesání povrchu země bez diaklas (zdvihy a poklesy), zjevy to obecnější, než prolomy a hrástě. Při nich nemusí dojíti k sedlům a pánvím orograficky patrným, pročež není radno pro vlnění povrchu těch jmen užívati. Vedlejší obrazec obsahuje v levo tvar i polohu nynějšího povrchu vzhledem k hladině mořské (plnou čarou) a tvar i polohu povrchu dřívějšího (čárkovaně), povrch v celku stoupl neb klesl (1, 2), zvedl se neb klesl jednostranně (3, 4, 5, 6), prohnul se neb se vzedmul mezi ústím a vrchoviskem (7, 8), zvlnil se ve zvláštním případě tak, že mezi ústím a

[26]) Oddělí-li se pramen příčnou dislokací od ostatního toku, jenž podle ní klesne, řítí se voda dolů vodopádem a dole nakupuje taras, jak jej Siegert kreslí na obr. 6.—8. Klesne-li však pramen účinkem této dislokace, přestane řeku napájeti i nemůže vzniknouti zjev označený Siegertovým obrazcem 2.—4., leda by se současně i dno řeky propadlo.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vrchoviskem jest obsažena celá vlna (9, 10), anebo konečně ústí i vrchovisko mají vůči nulovým bodům vlny polohu obecnou (11, 12), kteryžto poslední případ ovšem u dlouhých řek i tak se může změniti, že se vytvoří mezi ústím a vrchoviskem větší počet vln. Tím však nepřibývá nový prvek a proto nebyl případ ten obrazcem znázorněn. V pravo vyznačeny rovnovážné profily před zvednutím (slabě) a po zvednutí (silně), zvednutý povrch tečkován. V případě 9., 10., 11. a 12. nastává křížení tarasu, případy 3. a 7, 4. a 8. ač morfologicky stejné byly vypracovány jinými podněty; v případech 1., 2., 5. a 6. divergují tarasy směrem k ústí. Případ druhý, kdy nastává akumulace při jednotném poklesu celé kry, jest vlastně výjimečný a možný jen, přikryje-li se pevnina před poklesem ledovcem a ten ustupuje na klesající pevnině směrem do moře. Za ním vzniká mocný nános pod ledovcem a na dně jezera ledovcového až do výše hladiny mořské. Po nánosu tom pak běží nový profil rovnovážný, příkladem jest nížina dolnoněmecká. Jinak nastane výsledek obdobný obr. 6. V případech, kde koryto nabývá sklonu opačného, může antecedenční tok dále téci za podmínek, jež jsem již na příkladě objasnil.[27])

Obrazec 8. předpokládá, že se vrchovisko jako trvalý předěl snižuje jen denudací, tak že se teprve pod ním — pod Penckovým bodem obratu — tarasy rozbíhají. Pěkným dokladem rozbíhání tarasů jest řeka Mže: svrchní taras u Křimic má výšky 59 m, ale u Plané a Nynic již 70 m.[28])

Pokud se týče jakosti pohybu tektonického, odmítá Siegert[29]) pohyb rovnoměrný samojediný a prohlašuje, že buď jen pohyb periodický nutno přijmouti anebo rovnoměrný pohyb, při němž spolupůsobí změna klimatu a (na druhém místě) pohyb vnitrozemského ledovce, jímž se vody vzdýmají a tak erose částečně se zastavuje, aby při odchodu ledovce tím mocněji zasáhla. V období mocných srážek řeka se dopracuje k rovnovážnému profilu tak brzo, že jí zbývá

[27]) Sokol R.: Zur Beurteilung der Ansichten Puffers über die Böhmerwaldformen. Mitt. d. geogr. Ges. Wien 1918, str. 290.

[28]) Purkyně C. r.: Terasy Mže (Berounky) a Vltavy mezi Touškovem nad Plzní a Prahou. Sb. čes. spol. zeměv. 1912.

[29]) l. c. str. 21.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ještě dosti času vytvořiti obsáhlou nivu. Nastane-li však období sucha, slabý proud zůstává pozadu za krou stoupající, tak že nemůže vůbec začíti s erosí postranní, leda by se klima změnilo zase v smyslu srážkám příznivém.

Tyto důsledky, jež Siegert pouze naznačil a já zde podrobně rozvádím, nutkají k přesnému důkazu, proč k vysvětlení složitého zjevu tarasového našich řek nestačí rovnoměrný ponenáhlý pohyb kůry sám jediný. Rychlost pohybu toho a rychlost, jíž řeka do hloubky ryje, mohou býti v poměru trojím. Mohou si býti rovny, což jest ovšem případ nepravděpodobný, neboť jest jediný z přemnohých; nebo rychlost pohybu může býti větší než erose anebo zase naopak menší než erose. Pokud jest rychlost kry větší, nedospěje řeka rovnovážného profilu Teprve třetí případ (rychlost erose větší než rychlost kry stoupající) jest příznivý vybudování nivy. Pro úplné objasnění předpokládejme, že řeka erodující za t let může proniknouti 100 m hluboko, kdežto kra nechť stoupne za týž čas jen o 10 m. Teče-li řeka v okamžiku, kdy kra stoupati začíná, již profilem rovnovážným majíc po březích tarasy, rychle odpoví na zdvih kry erosí, tak že po t letech, kdy kra stoupne o 10 m, bude také dno její o 10 m prohloubeno. Práce ta vykonána sice v době t, ale veškerá erosní energie její nemusila pracovati po celý čas ten (prohloubila by zajisté dno do hloubky 100 m), nýbrž jen $^1/_{10}$ energie. Zbývajících $^9/_{10}$ se použije na erosi postranní, jíž se trvale udržuje niva v šířce stejné, je-li jen stejné množství vody a je-li současně možno odnésti všecku hmotu z profilu stále více se rozvírajícího. Na kraji údolní nivy proto spatříme hned na pravém, hned na levém břehu jako úhledné úzké stupně na svazích údolních staré tarasy 10 m vysoko nad hladinou řeky, ovšem jen v místech, kde od erose postranní zůstaly ušetřeny. Pokud řeka údolí se strany na stranu pošinuje, jest pravděpodobnost těchto zbytků dosti veliká.

Při překládání řečiště zůstanou na stráních i zbytky tarasové z mezidobí, tak že pravděpodobný obraz bude ten, že celá plynulá stupnice svědčiti bude ponenáhlému klesání (viz, co praveno nahoře o tarasech meandrových). Nebude to tedy obraz, jakého poskytují řeky širokými stupni tarasovými ovroubené, ostře a bez přechodů od sebe oddělenými,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jak to udává na př. Engelmann pro Vltavu—Labe. Jest patrno, že se pohybem rovnoměrným zjev ten uspokojivě nevysvětlí.

Zbývá tedy jen nerovnoměrný, periodický pohyb kůry, jenž má asi svoji příčinu v invasi ledovcové. Ledovec zvolna postupoval, a tak i pohyby půdy byly pomálé, byly to pohyby epirogenetické, snad tlakem ledovců vybavené.

Nyní uvažujme, zda vskutku nalezneme geologické doklady pro takové pohyby a zda byly pohyby ty periodické, konečně hledejme, v čem byla příčina této periodicity.

E. Tektonické pohyby v době diluviální.

Doklady pro tektonické pohyby v době diluviální nalézáme velmi často. Jsou to zvláště nápadné rozdíly v nadmořské výšce spodní hrany diluvia z Německu, jichž nelze napořád vysvětlovati předglaciálními údolími. Považme, že na Rujaně křída (světoznámé zemní pyramidy) vyniká značně vysoko, podobně terciér na pobřežích i ostrovech, kdežto diluvium hluboko na mnohých místech sestupuje pod hladinu mořskou (Hamburk, Roztoky, Stralsund, Greifswald, Karolinenhorst, Královec). U Billivärderu[30]) v hloubce — 257·6 m pod hladinou mořskou nebylo ještě dosaženo spodní hrany diluvia, podobně v Birkumu u Brem v hloubce — 325 m. W. Wolf[31]) se domnívá, že byla do terciérního povrchu zařízнuta hluboká údolí řekami proudícími po pevnině, která snad byla na 300 m nad moře vyvýšena. Nejhlubší hrana terciéru se zdá tkvíti pod samotným Labem, kdežto poblíž na plošině se brzo dostáváme na terciér. Rozdíly výškové již při malé vzdálenosti horizontální činívají 60 m. U Štrasburka (Uckermark) obnášejí rozdíly výškové spodní hrany terciéru víc než 174 m. V Braniborsku zvlášť v okolí Berlína jeví se nápadně tyto rozdíly v Rüdersdorfu, kde nalezeny hodnoty 60 a — 117 m zcela blízko sebe. Také v Nizozemí vrtáním zjištěna veliká čísla (v Amsterdamu — 166·9 m). V Dánsku jest hloubka diluvia značně menší.

[30]) Wahnschaffe F.: Die Oberflächengestaltung des norddeutschen Flachlandes, 1909, str. 66.

[31]) Wolf W.: Der geologische Bau der Bremer Gegend. Festschrift zur Tagung d. d. Ver. f. öf. Gesundheitspflege, Bremen 1907.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

I kdybychom nechtěli nestejnou hloubku diluvia vysvětlovati lokálními tektonickými pohyby, ale považovati ji za výsledek pestrého reliefu pliocenního, přece již ta okolnost, že dolní brana diluviálních usazenin vyplňujících koryta bývalých řek diluviálních leží dnes hluboko pod hladinou světového moře, nutká k předpokladu, že dílem po uložení, dílem za ukládání těchto plavin se severní Německo snižovalo, konajíc pohyb saekulární nebo řadu pohybů instantanních. Toto klesání jest pravděpodobnější, než stoupání moře. Pohyby ty pokračovaly i v době poledové. Exaktně byl zjištěn pokles litorinový o 50 m; podle H. Schütteа[32]) až do poslední doby poklesává břeh severního moře ročně o 7 mm. Schucht dovozuje, že v době poledové ústí Wesery pokleslo o 20 m, ač dnes je pohyb zastaven.

W. Freudenberg[33]) dokázal, že v době nižšího tarasu panovala v údolí Neckaru erose, již vysvětluje tektonickými pohyby údolí rýnského. Bezprostředním projevem jich byly četné rozštěpy zemětřesné v spodním štěrku tohoto tarasu.

Též u nás zjištěny byly četné pohyby místní. V sníženině Nymburské[34]) béře se dnes Labe až 8·2 m nade dnem Labe diluviálního v místech, kde starší zlom ve vrstvách křídových[35]) uvolnil souvislost a tak usnadnil pohyb příslušný. O zlomu tomto, jejž mým jménem nazývá, uvažuje V. Dědina[36]) a praví: »Nynější tektonické poměry zlomu toho datují se dle Sokola z doby křídové a to předturonské. Názor ten zaráží.« Dědina pochybuje o nedostatku vrstevných ohybů opuky bělohorské v nadloží zlomu a ukazuje na mimořádnou mocnost diluvia a alluvia v nadloží zlomu. K tomu po-

[32]) Schütte H.: Neuzeitliche Senkungserscheinungen an unserer Nordseeküste. Jahrb. d. Oldenb. Ver. f. Altert.-Kunde u. Landesgeschichte. Oldenburg 1908, str. 397.

[33]) Freudenberg W.: Die Zweiteilung der Niederterrasse im Flussgebiete des diluvialen Neckars. C. f. M. G. u. P. 1915, str. 696 až 700.

[34]) Sokol R.: Über das Sinken der Elbeebene in Böhmen während der dil. Akkumulation. C. f. M. G. u P. 1913.

[35]) Sokol R.: Ein Beitrag zur Kenntnis des Untergrundes der Kreide in Böhmen. Verh. geol. R.-A, Wien 1912.

[36]) Dědina V.: Morfologický vývoj severních Čech. Sb. čes. spol. zeměv. 1914.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

znamenávám, že Dědina postuluje z důvodů morfologického vysvětlování pokřídové a diluviální pohyby nymburské sníženiny a proto se snaží seslabiti zjištění, že se dislokace neprojevuje v opuce, pokud na den vychází. Třeba však uvážiti, že mluvím ještě o jiném zlomu[37]) jižnějším (Mochov-Poříčany-Kolín) a že existuje ještě jeden způsob pohybů, jimiž se mění výška nadmořská kůry zemské, totiž ponenáhlý prohyb, jímž třeba vysvětlovati tam, kde nelze zjistiti náhlých dislokací. Také nerovnost opukových vrstev v nadloží, o nichž v Živě mluvím a na niž se Dědina odvolává, zdá se spíše takovému pohybu nasvědčovati. Jeli křídové nadloží nad zlomem neporušeno, nelze než míti za to, že zlom vznikl před dobou, kdy se tyto nadložní vrstvy ukládaly.

Pokud se týče mimořádné mocnosti diluvia, uveřejnil jsem rok před tím[38]) podrobnou zprávu, jak lze vysvětliti z theorie isostatické hromadění plavin v nížině Nymburské a v doplňku k článku jsem připustil, že snad přece pro malý rozsah sníženiny může zde běžeti o pohyby čistě tektonické. Jimi však nebyla proťata místa, kde dnes opuka na den vychází.

Zjev podobný klesnému prohybu v nížině Nymburské pozoroval V. J. Novák[39]) u Nevratic a Medřic v povodí Cidliny. Příklady dislokací diluviálních uvádí Dědina[40]) ze severovýchodních Čech (oblast Kopernickoklenická, oblast Dokeskoholanská, Chlumecko).

Podle J. N. Woldřicha[41]) vzniklo údolí Javorky u Ostroměře dislokačně za saského zalednění.

R. Engelmann[42]) poukazuje za svrchní taras Labe — Vltavy; je prý mezi Pardubicemi a ústím Jizery 70 m nad nynější hladinou, pak stoupá až k Českému Středohoří na

---

[37]) srov. Živa, X. str. 298.

[38]) Viz pozn. 34.

[39]) Novák V. J.: Říční terasy v úvodí horní Cidliny. Sb. čes. sp. zem. 1914, str. 180.

[40]) Dědina V.: Příspěvek k poznání morfologického vývoje české tabule křídové, II. Rozp. čes. ak. XXV, č. 18, str. 31 a n.

[41]) Woldřich J. N.: Příspěvek z křídového útvaru u Ostroměře. Věstník kr. čes. spol. nauk, 1899.

[42]) Engelmann R.: Geomorphologische Untersuchungen in Böhmen. Lotos 1913. Str. 107 a n.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

170 m, aby na straně saské severně Drážďan poklesl na 110 m. Odtud usuzuje E. na lokální zdvih tohoto tarasu v severních Čechách, tak že by tok Labe byl zde antecedentní[43]). Vedle toho poukazuje E. na překládání říčních toků (Labe prý teklo od Hradce Králové dřív k Chlumci n. C. a pak k Týnci n. L., Jizera od Turnova dřív k Jičínu v rel. výšce 160 m, Olše dřív údolím Bělé do Labe, Labe od Drážďan k severu a pak Horní Lužicí k východu). Úzké zářezy řek považuje za zjev mladší svrchního rozlehlého tarasu. Toto zmlazení reliefu vysvětluje zdvihem Čech za doby čtvrtohorní.

Z morfologických důvodů vyvozuje Meiszner[44]), že musil nastati pokles Polabí po uložení miocenní akumulace na horní Tiché Orlici a Moravské Sázavě, jež prý tenkrát tvořily řeku vlévající se do moře miocenního. Tak prý jen vysvětlíme tok Tiché Orlice, jež od ústí až po Kyšperk jest novotvar pomiocenní, od Kyšperka po Vernéřovice teče v starém korytě, které prohybem Polabí nabylo sklonu opačného, odtud výše až téměř po Celné teče nad úrovní sedimentů říčních, dále však pod ní. Vývody jeho ovšem nemohou býti přijaty bez námitek.

Poněvadž není miocenních sedimentů v Labské kotlině, byla kotlina ta patrně vyšší než úroveň moře miocenního, tak že ji moře to zaplaviti nemohlo. Dnes tkvějí mořské miocenní sedimenty ve výši větší (na jihu Opatova téměř 450 m n. m.) než kotlina Labská, i soudí Meiszner, že po odchodu miocenního moře se udála tato změna relativní výšky miocenních usazenin a kotliny Labské. Aby úsudek tento nevzbuzoval námitek, měl Meiszner ukázati, že útvar křídový tvořil za miocénu plošinu, která od jihovýchodu byla částečně zaplavena mořem. Důkaz by bylo možno podati nejlépe snad sedimenty řek, jež se braly touto

[43]) Za tisku vyšla práce O. Kodyma: »Geologickomorfologický příspěvek k poznání štěrků a vývoje říčních toků ve středních Čechách« (Sb. čes. spol. zem. 1920), v níž dovozuje, že 170 metrový taras v Českém Středohoří je většího stáří než svrchní taras Labe — Vltavy. Tím by ovšem odpadl doklad pro zdvih. Za to upozorňuje Kodym na dil. zlom hostivařskoprosecký.

[44]) Meiszner A.: Die Talgeschichte der Stillen Adler. Geogr. J.-B. aus Öster. 1911, IX.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

krajinou, ústíce se do zálivu moře miocenního. Tento důkaz však Meiszner zůstal dlužen z valné části. Walther[45]) má za to, že ještě v pliocénu a za staršího diluvia byla erosní základna říční v pánvi středomoravské.

Meisner s důrazem upozornil (str. 219) na to, že s blízkostí moře miocenního nutně musil nastati v Čechách východních erosní klid, že řeky tekoucí z této končiny, kteráž v době relativně nedávné byla dnem mořským a na níž se nějak valně neprojevila (až na několik flexur a zlomů) horotvorná činnost, nemohly neusazovati sedimentů a nemohly se nesnažiti o srovnání krajiny v peneplain. Považme dále, že dno bývalého miocenního moře má dnes značnou výšku a že tudíž byla vyzdvižena pevnina mocně, což vedlo k erosi.

Také na severní straně české plástve křídové v Českosaském Švýcarsku Staff a Rasmuss[46]) požadují výzdvih krajiny mezi Lužicí a Krušnými horami v době předčedičové, v době výlevu čedičů a znovu před příchodem ledovce severského (snad v pliocénu). Po každém zvednutí nastala mohutná erose a denudace, jimiž vypracovány 3 úrovně (550 m, 400 m, 100 m vysoké) skalných vrcholů pískovcových. V době nynější zbystřená erose zdá se prý svědčiti o novém výzdvihu.

Uvažme ještě, že český útvar křídový byl koncem doby křídové vyzdvižen, aby moře mohlo odtéci, že v miocénu opět se část jeho octla pod mořem a že dnes ve všech částech svých je značně výše než býval jako uloženina dna mořského. Již tyto údaje, o nichž nelze pochybovati, přesvědčí nás, že absolutní výška naší vlasti nebyla v posledních dobách geologických nijak stálou, ale podléhala občasným změnám (začasté i různého smyslu v částech sousedních). Nelze tedy se nebrániti myšlence, že by v diluviu měl vládnouti naprostý klid epirogenetický.

Ostatně všem geomorfologickým pokusům o vysvětlení reliefu severních Čech musí býti podložen tento samozřejmý

[45]) Walther J.: Lehrbuch der Geologie Deutschlands, II. vyd. 1912.

[46]) Staff u. Rasmuss: Zur Morphogenie der Sächs Schweiz. Geol. Rundschau 1911.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

názor, a jen pokud mu odpovídají pokusy ty, jsou správné. Po výzdvihu Čech, jímž bylo vypuzeno moře křídové, nutně nastalo období erosní,[47]) jehož konečným výsledkem byla parovina Rasmussova prý oligocenní. Tato parovina byla porušena prolomem podkrušnohorským, jehož účinek vidí Dědina[48]) v četných erosních liniích namířených v Pojizeří směrem k tomuto prolomu. Jeho výsledkem byl okruh trvající prý až do středního miocénu. Pak nastal cyklus mladší (v svrchním miocénu až do středního diluvia) podmíněný zlomy směru sudetského. Ten zplodil spolu s předcházejícím parovinu neogenní. Z paroviny této byl vypracován terén dnešní okruhem recentním zlomy směru vltavskojizerského a sklonem celé plástve do nitra země (při datování těchto pohybů zlomných vychází Dědina od Krejčího a Puffra.) K zlomu nymburskomělnickému Dědina poznamenává, že »rozsedliny působí morfologicky neodkladně, změna svahu dává jen disposice, jichž důsledky probíhají v dlouhé době geologické (str. 20.)« K tomu poznamenávám, že lokálně (vnitř Čech) nastalá změna svahu nebo rozsedlina nemá valného významu morfologického, když nepůsobí spolu regionální změna nadmořské výšky. Dědina spoléhaje na vývody Rasmussovy a na okolnost, že křídové pásmo X na některých čedičových příkrovech nebylo sneseno, usuzuje, že teprve prolom krušnohorský mohl vyvolati mocnou destrukci české tabule křídové směrem k tomuto prolomu.

Uvažme však, jaký jest účinek prolomu na erosi říční! Erose jest jím jistě mocně povzbuzena v okamžiku, když vznikl. O tom nás poučí každá v hlinitém terénu vykopaná jáma, do níž svádí se za deště vodní proud. Proud eroduje, pokud jámy nenaplní. Pak erose přestává. Netrvalo dlouho a také prolom krušnohorský byl naplněn v jezero, jehož hladina

[47]) Přes to Walther (srov. jeho studii Die Vorzeit der Erde v díle Pflug-Hartting: Weltgeschichte) soudí, že eocén minul bez účinku profilačního! Střední Evropa byla prý pahorkatou plošinou. S tím se, myslím, nesnadno srovnává tehdejší výška středních Čech, 600 až 700 m (tak ji podle Rasmussa udává Dědina v Morfol. vývoji stř. Čech, str. 21), kterážto krajina měla býti parovinou, kdežto erose měla nastati teprve při vzniku poklesů, čímž se střední Čechy snížiti měly za oligocénu, miocénu a diluvia celkem o 450 až 500 m.

[48]) Dědina V. l. c. část I., str. 12, část II., str. 5.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dosáhla úrovně bývalého odtoku z Čech. Pak se octla erosena chvíli v témž skoro stavu, v kterém byla před prolomem. Labe odvádí z Čech ročně 6.3 km³ vody[49]), kterýmž množstvím naplnil by se prolom krušnohorský v době geologicky krátké. Jakmile jest prolom naplněn, účinkuje jako dočasně nesnížitelná erosní základna, zastavuje erosi při ústí a zvolňuje při ostatní části toku. Tedy účinkem tohoto prolomu na relief bylo jen přemístění části hmoty peneplainové do sníženiny, jež se vyplnila delty. Podobné platí pro morfologický účinek dislokace nymburskomělnické a pro účinek zlomů směru sudetského, pokud jimi měly vzniknouti nádrže vodní.

Ohlédneme-li se po účinku erosním nynějších jezer, na př. v Alpách, kde jezera vyplňují kotliny vzniklé v periodě ledovcové, shledáme, že jezero takové se naplňuje štěrkem, který by byl jinak dále odnášen. *Voda z jezera odtékající nemajíc štěrku, nemůže účinně erodovati.* Proto do té doby, než se jezero naplní štěrkem, představuje hladina jeho erosní základnu pro celý horní tok. Jaký jest účinek těchto jezer na destrukci Alp? Erose podél celého toku jest umenšena do doby, pokud se nenaplní jezero štěrkem až téměř do výše původní křivky spádové.

Podobný případ řešil ostatně již Penck[50]) a doložil jej obrazcem, jejž zde upravený reprodukuji (obr. 9, AB). Penck má na mysli prolomy, kde se řeka přes bod O řítí vodopádem, tu zpětnou erosí prohloubí schod a pošine až do bodu R a pak stále výše. O výsledku pro celý tok (prohloubení dna) řeky Penck nemluví. Nemůželi řeka nanésti tolik štěrku, aby kotlinu PP'Q vyplnila, vznikne při P jezero. Považme však, že obrazec Penckův představuje spád koryta říčního

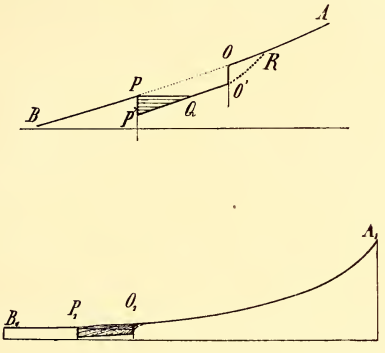
[49]) Harlacher R. (Hydrometrické práce na Labi u Děčína, 1883,) uvádí, že protéká Labem při povodňové výšce vody + 5·38 m n. n. děčínského vodoměru za 1 sek. 2560 m³ vody, při střední výšce + 0·006 m n. n. 165 m³ vody, při nejmenší výšce měřené — 0·353 m n. n. toliko 90 m³ za 1 sek. Přijmemeli jako průměrnou hodnotu 200 m³ za 1 sek., vychází na dobu roční 6·3 km³, kteréžto množství by naplnilo prolom 630 km² do výše 10 m za rok, za 100 let tedy plochu 6300 km², což jest téměř osmina Čech, do výše 100 m (bez ohledu na vypařování).

[50]) Penck: Morphologie der Erdoberfläche, 1894, str. 337.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

333‰, kdežto řeky na peneplainu Rasmussově měly jistě jen několik málo ‰, tak že bod O nad bodem P byl jen několik m, jak ukazuje obr. 9, A_1B_1.

Kotlina musila se změniti v jezero, Labe vybudovalo štěrkový kužel, kde do jezera ústilo. Jezero trvalo, dokud bod P_1 tkvěl ve výši původní[51]). *Účinkem akumulace se pak obnovila dřívější křivka vyrovnaného spádu, jaká přísluší parovině* čili byl obnoven status quo ante. Další erose mohla nastati teprve kaňonem labským, ale ty zjevy odtokové jsou



Obr. 9. Vliv prolomu na profil rovnovážný. *AB* podle Pencka, A_1B_1 s prolomem na parovině.

již podmíněny výškovými změnami mimo prolom. *Pronikavá změna erose může tedy býti způsobena jen regionální změnou tektonickou* (prohybem).

Podaným objasněním se rázem vysvětlují spory v údajích o erosi za doby třetihorní. Ještě několik slov o pliocénu. Purkyně[52]) předpokládá, že hlavní činnost prohlubovací nastala teprve po pliocénu a vysvětluje tím diluviální stáří svrchního tarasu plzeňského, jenž leží hluboko (100—150 m). pod nepřemístěnými zbytky třetihorní pokryvky stáří oligocenního a miocenního. Má za to, že pliocén třeba klásti mnohem výše než povrch svrchního tarasu, blíže k úrovni oligocenní a miocenní. Praví[53]), že usazeniny pliocenní dlužno hledati přímo nad miocenními nebo aspoň v podobné úrovni

[51]) Za podobného předpokladu jsem řešil úkaz, že v středním Polabí teče dnes Labe výše, než za ukládání středního tarasu. C. f. M. G. u. P. 1913.

[52]) Purkyně C. r.: Geologie okresu plzeňského. 1913. Str. 131.

[53]) Purkyně C. r.: Terasy Mže atd., str. 28. sep.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nikoli tedy v nivó o 150 m nižším, jež by předpokládalo pro dobu přechodnou z miocému do pliocénu podmínky neobyčejně intensivní erose toků vodních.

Dědina[54]) soudí, že by pak bylo lze očekávati v takovém případě [nedostatku výmolu] děj opačného smyslu, akumulaci. Její nedostatek vysvětluje tím, že akumulace ta zde byla, ale že v starší době diluviální byl nestmelený materiál akumulace té odstraněn. Uznáváme-li, že pokračující ústup moře zbystřuje vodní proudy a oživuje takto jejich rušivou činnost, musíme přičísti i ústupu miocenního moře moravského tento účinek v pliocénu v oblasti námořní. Vzpomeňme též, že pod diluviem německým byla zjištěna hluboká údolí as pliocenními řekami od jihu plynoucími vyrytá a že průměrná výška nížiny severoněmecké byla snad 300 m n. m. Tedy pliocén byl tam podle všeho dobou erose a Čechy sotva činily výjimku.[55])

O pohybech bezprostředně před uložením diluviálních hlin svědčí nadloží v pískovcových lomech na Košutce v Plzni. V lomech se stýkají na dislokaci kra permská s krou karbonskou. Povrch obou ker není vyrovnán, ale přikryt různým množstvím diluvia. Následovala akumulace tedy hned po pohybu a vyplnila vzniklou dolinu. Výška skoku jest veliká. Původně obnášela snad značnou část mocnosti celého souvrství (několik set m), ale zlom diluviální měří jen 2—3 m. Podobný zjev lze pozorovati v cihelně Škodově v Kozolupech. Pokles pískovce v dolní části cihelny činí as 1 $^1/_2$ m. Nebyl srovnán, ale ihned zanesen hlinou diluviální; lze jej tedy považovati též za diluviální.

Četné instantanní pohyby v Čechách severovýchodních a jinde, o nichž byla řeč, poukazují na hlubší příčinu, na pohyb saekulární (prohyb [56]), jenž vybavil pohyby ty a sám

[54]) Dědina V.: Příspěvek atd. část II., str. 53.

[55]) O. Kodym (l. c. str. 21) spatřuje v tarasu zdibském v sev. Povltaví uloženinu pliocenní. Výškový rozdíl proti miocennímu tarasu klineckému obnáší — 40 m.

[56]) Že jest v geomorfologii české nutno postulovati epirogenetické pohyby, vyložil již J. V. Daneš (Morfologický vývoj středních Čech, Sb. čes. spol. zem. 1913, str. 105). Přijímá nenáhlé vystupování, vzdouvání (bombement), bez zvláštních poruch tektonických pro ústup křídového moře z nitra české massy.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zase nejlépe může býti odvozen z účinků ledovců diluviálních. Poněvadž ledovce byly zjevem celozemským, pocítily účinky prohybové všecky body povrchu i nelze se diviti, že jest i fenomen tarasový všude vyvinut.

F. Účinek ledovců na prohyb kůry zemské.

Mocnost ledovce severoněmeckého bývá až na 1000 m udávána. Rudzki[57]) vytýká tyto účinky ledovce: 1. Zmenšení objemu vody mořské o vodu ledovci poutanou. 2. Změnou zatížení povrchu kůry vzniká její deformace (deformace geoidu). 3. Pobřežní čára přitahavostí ledovce stoupá, což se sesiluje deformací pobřeží.

Z těchto výsledků a v souhlase s isostatickou theorií plyne, že se pod ledovcem povrch země prohnul, kteryžto pohyb byl jen zveličen zmenšením objemu hornin vlivem klesající teploty[58]). K těmto známým výsledkům zkoumání třeba však připojiti úvahu, jaké účinky mělo toto klesání povrchu na vzdálenější okolí. Podle theorie isostatické musí pokles části zeměkůry vybaviti zdvih části sousední. Poněvadž Čechy byly s dvou stran obklopeny ledovci, na jihu alpským, na severu německým, *nemohly než se zdvihnouti v době, kdy se klesavý prohyb v severním Německu a na severu Alp projevovati začal.* Tyto děje se ovšem pro nedokonalou pružnost kůry zemské nekonaly zároveň s příchodem ledovce, ale o něco později, jistě však ne o celé oddíly doby ledové později, jak z dalšího vysvitne. Tedy brzo po příchodu ledovce nastal u nás zdvih a jím byla obnovena erose. Tyto zjevy se opakovaly. Při tom však dráha svislého pohybu pro poměrnou tuhost zemské kůry ustavičně se stávala menší[59]). Povrch se neoctl při návratu ledovce tam, kde byl před početím změny, ale zůstal trčeti vždy v poloze značně vysoké. *Zalednění nové vyšinulo povrch znova do výše* a to se opakovalo. Důležitý výsledek této úvahy jest, že blížící se

[57]) Rudzki M. P.: Deformation der Erde unter der Last des Inlandeises. Bull. int. de l'Ac. d. Sc. Cracovie, 1899.

[58]) Drygalski E.: Über Bewegung der Kontinente zur Eiszeit. V. d. VII. geogr. Kongr., Berlín 1889.

[59]) Srov. Rühl A.: Isostasie und Peneplain. J. d. G. f. Erkunde zu Berlin. 1911, str. 479 a n.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ledovec jen v končinách zcela blízkých (v Čechách severnějších za saského zalednění) způsobil přímo akumulaci, v oblastech vzdálenějších vedl zprvu k erosi zvýšené z příčin isostatických. Tento deduktivně získaný výsledek se srovnává s pozorováním v přírodě. Poukazuji předně na velikou šířku (amplitudu) svrchního tarasu a na větu, že šířka koryta jest závislá na množství vody. Čechy představovaly na začátku diluvia tak jako dnes *pramennou* oblast řek diluviálních. Proto jest šířka starých tarasů nápadná, mající obdobu jen u mocných toků v úrovni téměř hladiny mořské, jež vinouce se klikatě a překládajíce v nánosech vlastních svoje řečiště, vytvořují široké a mělké koryto.

A. Hettner[60]) pěkně líčí akumulaci takové řek do výše pracující. Jakmile si vybudovala hráz, jež nad okolí vyčnívá, přeskočí ji za povodně v divokém rozmaru, zaplaví okolí a ztrativši koryto staré upraví si dráhu novou, kde opět bude nanášeti. A děj se opakuje znova a znova, pokud vedle koryta a mezi nanesenými hrázemi jest země nižší. Řeka akumulující teče tudy četnými meandry uzavírajícími ostrovy a bařiny. Stává se, že část vod zcela opustí proud mateřský a vyhledá si cestu do poříčí řeky sousední. Práce řeky akumulující jest prací rozšiřovací, kdežto zvyšování koryta jest toliko zjev druhotný a pokračuje zvolna. Výsledkem usazování jsou nivy široké, příčného průřezu slabě konvexního, štěrkem, pískem a hlinou přikryté. Na vybudování jich pracují spolu i pobočky s hornatějších krajin stékající. Hettner nazývá nánosy jejich naplavenými kuželi; bývají tak ploché, že okem nelze sklonu pozorovati, ale zaujímají ovšem pak tím větší rozlohu. Děj líčený Hettnerem předpokládá krajinu úplně volnou a plochou, jak ji představuje dno bývalého moře po regressi (nížina Pádská, Rumunská, Uherská) anebo parovinu ve smyslu Davisově; sotva by byl možný ve vrchovině, jakou za konečný cíl erose ve vlhkém klimatu prohlásil Passarge.

Nejen u nás i v Alpách mají staré nivy šířku překvapující.

Po těchto úvahách nezbývá, myslím, než uznati, že před prvním zaříznutím řek diluviálních tekly slabé proudy

[60]) Hettner A.: Geogr. Zeitschrift, 1910, str. 378.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

po plochých svazích a rovinách dokončujíce u nás okruh pliocenní. Dříve než byl dán první tektonický podnět k zaříznutí jich, obohatilo se začátkem glaciálu klima vlhkostí tou měrou, že se z nepatrných proudů staly širé m ě l k é veletoky, jež ovšem vykonaly snadno akumulační práci v terénu rozsáhlém.

Při té příležitosti upozorňuji na hlíny svrchního tarasu plzeňského. V odklizu pro staveniště plzeňské zastávky na trati Plzeň—Železná Ruda byly prořízntuty hlinité písky a hlíny s valouny a oblásky zcela omletými nebo hranatými průměru až přes 30 cm. Tyto hlíny připomínají takřka valounový slín ledovcový. Nemohly býti usazeny řekou volně proudící, neboť ta jest schopna unášenou hmotu tříditi a teprve roztříděnou postupně usazovati. Snad zde běží o usazeniny snesené náhlými přívaly se strání a uložené do vod prve čile proudících s valouny na dně, pak téměř stojatých, velmi kalných, bahnem přeplněných? Myslím, že nechybím, prohlásím-li tyto zjevy za účinek zveličení vodního bohatství řek za příchodu ledovce. Odtokové profily nebyly spoustám vodním přizpůsobeny i nastala akumulace. Snížením teploty hynulo rostlinstvo, klima lesní změnilo se v stepní až polární. Spousty eluvia po drahné doby vegetaci příznivé nahromaděného byly splachovány s vrcholů i úbočí. Vznikly kašovité proudy, jež se v přeplněných korytech hned na krajích usazovaly, aby se v době geologicky blízké opět dostaly do pohybu. Vody ledovců šumavských a českoleských obohacovaly řeky naše. Můžeme míti za to, že došlo i k proudění nazpět a že u všech řek přibližně poledníkových vystřídaly se tyto poruchy geoidu dvakrát, jednak při příchodu ledovce, jednak při jeho odchodu. Změna geoidu působila na trati poledníkové, bez účinku byla na tratích rovnoběžkových, kde zasáhnouti mohla jen zpětná erose. Odtud některé nepravidelnosti obrazu tarasového.

Čítáváme, že naše tarasy akumulační povstaly záplavami při jarním tání. Nelze však přenášeti klimatické poměry určité oblasti na dobu diluvia. Povodně vznikají u nás jarním táním hlavně jen v krajinách rovinatých, kdežto v hornatějších se dostavují povodně po letních lijavcích. V Krkonoších jsou srážky zimní na dlouho schovány, kdežto sníh v niž-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ších polohách roztává již koncem zimy. Ovšem jsou zimní srážky sněhové hlavním zdrojem vodního bohatství říčního, neboť odtékají nejdokonaleji, kdežto srážky v teplých měsících se z veliké části vsakují a vypařují. Byla-li v ledové době teplota průměrná o 4° nižší, dostavilo se jaro později, zima přišla dříve, teplota letní byla nižší. Sněhy tály v souhlase se sníženou střední teplotou jistě volněji. Povrchový odtok byl sice mocnější, řeky vodou bohatší, ale úžasné splavování eluvia nelze jen tím vysvětliti dostatečně. Že bylo splavování usnadněno zřídnutím vegetace, jest pochopitelné. O zřídnutí jejím zdají se na pohled svědčiti skrovné zbytky flory v českém diluviu. Vegetační vrstvy našich cihelen v středních Čechách patří k vzácnostem. Tento doklad ovšem není zcela přesný, neboť mohly stopy vegetace účinkem kolloidálně chemických pochodů zmizeti jako v lateritu.

Hojnost bejložravé zvířeny diluviální svědčí, že u nás nebyla o rostlinstvo tuze veliká nouze. Ani splach nebyl všeobecný. Mnohá místa poněkud vyšší a od řek vzdálenější dodnes mají veliké množství eluvia. Připomínám permské eluvium na severovýchodě Českého Brodu, žulové, rulové a fylitové eluvium na mnohých místech v západních Čechách (Stankovy, Stodo, Mantov, Havlovice, Kramolín, Tlumačov, Brod n. L. a j.)[61]). Odtud plyne, že nelze jen a jen hledati příčiny ve splachu se strání a vrcholů, ale hlavně v akumulační činnosti proudů vodních samých. Studium tarasů ukázalo, že hlavní řeky byly vodou bohatší, než nyní. Oba tyto zjevy poněkud se zdají kolidovati. Vysoký stav vodní v řekách třeba vysvětlovati (za okolností jinak stejných) jen zvětšenými srážkami, mocné zbytky eluvia svědčí naopak, že srážky tyto nebyly přílišné. Zdánlivá kolise se vysvětluje tím, že se za dob glaciálních *většina srážek patrně vpíjela do země mlhou*[62]), jak ostatně jest podmíněno klimatem oceánským, které podle Hanna (cit. na str. 18.) třeba pro dobu glaciální předpokládati. Zvýšená vlhkost půdy urychlila rozkladné pochody, jimiž byly zbytky rostlinstva odstraněny, a vedla k bohatému vývoji hlin cihlářských. Koryta hlavních řek

[61]) Sokol R. ve Sb. čes. spol. zem. 1920.

[62]) Keilhack: Lehrbuch der Grundwasser-und Quellenkunde. 1912. Str. 94.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

živených mocnými proudy spodní vody byla vypracována do veliké šířky. Teprve při změně klimatu (zvláště za doby postglaciální se zvýšenými srážkami dešťovými a sněhovými) nastati mohla erose poboček, jíž vznikly rokle, debře a kaňony kontrastující se širokými údolími hlavních řek.[63])

V Polabí nad Všemberou (Černavkou) u Klučova ve výši 14 m nad hladinou potoční objeveny byly v červené hlíně na příkré stráni erosní mlži a plži stáří postglaciálního[64]). Lože hlíny jest erosní stráni prořato. Potok ještě do nedávna ohrožoval okolí. Pramení se mezi Doubravčicemi a Masojedy, přijímá nad Českým Brodem potok Lázný (od Štilic a Kozojed přicházející). Od pramene až k Českému Brodu klesá koryto o 150 až 200 m, za mocných povodní r. 1598 po průtrži mračen a v letech devadesátých století XIX. způsobil veliké škody. Podobně hlubokými koryty zařízly se všecky potoky kolem: Radovesnický potok u Kolína, Výrovka u Chotutic, Vejmola u Mochova, Vrchlice u Kutné Hory a j. Také na Plzeňsku, na Domažlicku, Staňkovsku i kolem Prahy jsou četné příklady. Na Plzeňsku na př. při ústí Lužnice u Sedlecka, při ústí Klabavky a i jinde při středním a dolním toku Mže a Vltavy vnikají do širokého údolí nivového mladá údolí o profilu podoby písmene *V*, často na dně chovajíce zapomenuté skalky (skalka na dně domažlického Škarmanu, skalka na dně Lužnice u Sedlecka na Plzeňsku, skalka na dně Kšelského potoka u Hrstkova na Českobrodsku a j.);

[63]) Tento názor se ovšem nesrovnává s tvrzením Henkelovým (Die Terrassen des Maintales bis zum Eintritt in die Oberrheinische Tiefebene. Beitrag zur Entwickelungsgeschichte des fränkischen Flusznetzes. Geol. Rundschau 1919 str. 137—155), jenž uznává též větší bohatství vodní za diluvia, ale vysvětluje je zmenšeným vypařováním. Poukazuje na pravděpodobnou anticyklonu nad ledovcem vnitrozemským, jíž byly srážky zmenšovány, a na výroky Nordenskjölda, jenž zjistil suché klima na západním pobřeží Gronska. Má za to, že za diluvia byla země zasněžena, v létě se řeky rozvodnily převelice; údolími a debřemi se řítily kalné proudy. Henkel se tedy snaží znovu vzkřísiti staré názory o rozvodněných řekách a splachu, jež jsou v příkrém rozporu s mocnými zbytky eluvia a nemohou vysvětliti kontrast mezi širokými údolími řek a klamy mladých roklí.

[64]) R. Sokol: Tarasy středního Labe v Čechách. Rozp. čes. ak., XXI., č. 28. str. 26.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

některé údolní profily Sázavy, Mže — Berounky a Vltavy mají týž ráz. Nikde ovšem není úsudek náš tak bezpečný jako u Všembery pod Klučovem. Postglaciální fauna hlinitého nánosu vysoko nad potokem na příkrém jeho břehu nepřipouští jiného výkladu, než že se v době postglaciální tyto potoky zařízly. Tak jsme získali přesvědčivý doklad o změně klimatu po době ledové, kterýmž dokladem se i nepřímo potvrzuje názor o mlžné kondensaci za dob ledových.

Periodicita akumulace a erose odpovídá periodicitě ledovcové, což potvrzuje oprávněnost uvedené tektonické hypothesy tím spíše, když všecky ostatní domněnky sklamaly. V suchých obdobích interglaciálních sotva bylo lze na reliefu vykonati změny pronikavé, ač ovšem akumulace s erosí proudů chudovodých pokračovala jsouc jistě velepodobná skrovným zjevům alluviálním. V interglaciálech tedy nesnadno bylo dohoniti, co se zameškalo v glaciálech, neboť hlavním činitelem jest množství vody. Poněvadž tarasy vyšších stupňů mají velikou šířku, lze souditi, že se prohlubování dálo za doby vysokého stavu vodního, odkudž dále plyne, že se zvedání pevniny konalo ještě za glaciálu a že tedy retardace zdvihu proti maximu zalednění nebyla veliká.

Poněvadž mocná erose i akumulace, vyhloubení údolí a uložení tarasu na oboustranné nivě v něm jsou dílem doby ledové a doba meziledová nevykonala než nepodstatné doplňky, odpadá rozhodování, zda tarasy náležejí období glaciálnímu nebo interglaciálnímu. Spolu se vysvětlují nesnáze s paralelisováním tarasových zjevů v Německu a u nás se zjevy tarasovými v Alpách. Pohyby tektonické nekonaly se jak jest pochopitelné, ani všude v stejné míře ani současně, též jest zcela dobře možná, že vybaveny byly po částech. Tak vzniklo několik tarasů pod sebou v době, kdy se v krajině sousední vytvořil taras jediný.

Zvětšené proti dnešku množství srážek, jež pro glaciální období nutno přijmouti, nesrovnává se zdánlivě s vývody Penckovými — Brücknerovými o rovnoběžnosti hranic diluviálních ledovců alpských za různých zalednění. Z této rovnoběžnosti usoudili totiž správně na množství srážek přibližně rovné s dobou nynější. Konala-li se však kondensace par vodních mlhou a jen z menší části deštěm

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a sněhem, pak i za zvýšeného množství srážek připadlo na ledovou oblast poměrně nemnoho sněhu. Zmrzlá země nepřijala mlhy.

Výsledky.

S pokračující hlubinnou erosí ubývá amplitudy údolní pro zvětšené množství štěrku toliko relativně t. j. v jednotce času, ne však absolutně. Menší amplitudu diluviálních údolí postupně mladších podmínilo stále se umenšující množství vody povodňové. Tento důvod je pravděpodobnější, než nedostatek času k vybudování obojstranné nivy.

Zmenšení spádu pod jistou mez, podmíněnou bohatstvím řeky, jest příčinou zmohutnělé laterální erose.

Šířka nivy záleží na meandrech a jejich poloměr zase na množství vody povodňové. Podélné podmílání břehů jest výjimka, jinak by se objevovati musilo ve všech obdobích diluviálních a nikoli jen v prvním.

Místní (lokální) tarasy vznikají i změnou vodního stavu při načepování (capture) řeky řekami sousedními.

Postupuje-li ledovec proti proudu řeky mající profil rovnovážný, zveličí její akumulaci, jen posune-li její ústí horizontálně nebo vzduje-li ji v jezero.

Poněvadž ledovec sám vykonával exaraci a proudy subglaciální jeho podloží erodovaly, nelze jeho okraj považovati za erosní základnu nesnížitelnou pro vodstvo naše. Oscilací ledovcového kraje jako erosní základny nelze tedy vysvětlovati střídání akumulace a erose řek našich.

Stupňoví tarasového nelze vysvětliti ani změnami klimatickými. Vedou totiž pokusy ty k absurdnímu výsledku, že se bohatství vodní od začátku diluvia až po dnes trvale zvětšovalo. Mimo to by rozdíl výšek tarasových musil odpovídati rozdílu výšek hladinných.

Tok každé řeky se dělí na trať erosní (horní) a trať akumulační (dolní). Bod jich styku či obratu jest začátkem tarasů. Kdežto změnami klimatickými jen nepatrné výškové změny tarasové mohou býti způsobeny, dochází k vývoji tarasů značně vertikálně odlehlých jen působením pohybů tektonických. Vzdálenost tarasů odpovídá velikosti pohybů těch.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Stupňoví tarasové našich řek lze vysvětliti jen periodickými pohyby tektonickými.

Četné instantanní (orogenetické) pohyby za diluvia nejlépe se vysvětlují společnou příčinou, epirogenetickými pohyby půdy, jež zase byly vyvolány postupem ledovců.

Prolomy tektonické nemají valného významu pro erosi, pokud je řeky dovedou jezery vyplniti. Pronikavá změna erose může býti způsobena jen regionálním tektonickým pohybem, na př. klenbovým prohybem. Tarasové stupňoví podél našich řek lze vysvětliti uspokojivě jen opětovným stoupavým prohybem říční oblasti.

Svrchní taras jest uložen na peneplainu za přechodné doby z pliocénu do diluvia vybudovaném, jehož řeky se nesmírně rozvodnily změnou klimatu v oceánské začátkem doby ledové.

Za glaciálu největší část srážkové vody dospěla do půdy kondensací mlhy, nikoli deštěm nebo sněhem. Tak si vysvětlíme jednak nedokonalý splach, jednak hojnovodost řek, jež se rychle dopracovaly občerstvenou erosí rovnovážného profilu, aby v něm vybudovaly širokou nivu a nanesly mocný taras.

Za doby poledové srážky pevné a kapalné sesílily povrchový odtok a zveličily erosi debří, roklí, menších poboček i některých tratí velkých řek.

Sur l'origine de nos terrasses diluviennes.

Par R. Sokol.

Résumé du texte tchèque.

L'amplitude d'une vallée diminue par suite de l'agrandissement de la quantité de cailloutis seulement relativement (dans l'unité de temps). L'amoindrissement de la largeur des vallées plus jeunes est causé par la quantité d'eaux d'inondation se diminuant sans cesse. Cette cause est plus vraisemblable que le défaut du temps pour élever une plaine fluviale (alluviale d'inondation) qui forme le fond d'une vallée.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

L'amoindrissement de la pente fluviale, sous une certaine limite qui est conditionnée par la richesse en eau, cause une puissante érosion latérale. La largeur de la plaine fluviale dépend des méandres, le rayon des méandres dépend de la quantité d'eau d'inondation. L'affouillement latéral des bords est une exception, autrement il apparaîtrait dans toutes les périodes diluviennes et non pas seulement dans la première période.

Les méandres locaux tirent leur origine aussi du changement de leur richesse d'eau, quand un fleuve a éprouvé la capture par les fleuves voisins.

Le glacier, en avançant contre le courant d'une rivière qui a un profil d'équilibre, agrandit son accumulation seulement dans le cas où il déplace son embouchure horizontalement ou quand il l'enfle en un lac.

Comme le glacier lui-même a exécuté une exaration et que des fleuves subglacials ont exécuté l'érosion de leur lits, nous ne pouvons pas considérer le bord du glacier comme une ferme base d'érosion à l'égard de nos fleuves. Par l'oscillation du bord du glacier allemand on ne peut pas expliquer le changement de l'accumulation et de l'érosion de nos fleuves.

Aussi n'est-il pas possible d'expliquer l'escalier des terrasses par le changement climatique. Ces essais conduisent au résultat très absurde, que la richesse d'eau s'agrandissait durablement jusqu'à aujourdhui. D'ailleurs la différence des hauteurs des terrasses réponderait à la différence des hauteurs des nappes fluviales.

Le courant d'un fleuve se divise en une partie d'érosion (partie supérieure) et en une partie d'accumulation (partie inférieure). Le point du contact de ces parties est l'origine des terrasses. Tandis-que les changements climatiques ne causent que des changements de la hauteur des terrasses peu considérables, les terrasses considérablement éloignées dans la direction verticale ne prennent naissance que par des mouvements tectoniques. La distance des terrasses répond à la grandeur de ces mouvements.

L'escalier des terrasses est éxpliqué purement par les mouvements tectoniques périodiques.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Les nombreux mouvements orogéniques dans le diluvium ont eu vraisemblablement une commune cause. c'est-à-dire les mouvements épirogéniques, qui à leur tour étaient causés par la marche des glaciers.

Les fossés tectoniques n'ont pas pour l'érosion, d'importance considérable tant que les fleuves arrivent à les combler de lacs. Un changement radical de l'érosion est causé seulement par un mouvement tectonique régional p. ex. par un mouvement lent du sol. L'escalier térassien le long de nos fleuves est expliqué satisfaisamment par un soulèvement périodique du territoire fluvial.

La terrasse supérieure est couchée sur une pénéplaine qui était produite pendant le passage du pliocène au diluvium. Les fleuves diluviens débordèrent bien au commencement de la période glaciale par le changement du climat en climat océanique.

La période glaciale continuant, la plupart des précipitations sont parvenues dans le sol au moyen du brouillard, pas au moyen de la pluie ou de la neige. De la sorte nous nous expliquons d'un côté le ruissellement insuffisant, de l'autre la richesse d'eau dans les fleuves qui creusèrent en peu de temps un profil d'équilibre et formèrent là-bas une plaine fluviale et amassèrent aussi une terrasse importante.

Durant la période postglaciale, une grande quantité de pluie et de neige a enforci le ruissellement et a agrandi l'érosion des gorges, des ravins et quelques voies des grands fleuves.

OBSAH.

Str.

Úvod 1
A. O tarasech meandrových . . . . . .
B. Vznikly tarasy naše vzdýmáním vod ledovci? 11
C. O vlivu změn klimatických na akumulaci 17
D. Tektonické pohyby příčinou akumulace 19
E. Tektonické pohyby v době diluviální 26
F. Účinek ledovců na prohyb kůry zemské 35
Výsledky 41
Résumé 42

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

IV.

Über eine Funktion aus Bolzanos handschriftlichem Nachlasse.

Von Prof. Dr. K. Rychlík.

Vorgelegt am 3. Feber 1922.

In der Handschrift der Funktionenlehre, welche in der National- (früher Hof-) Bibliothek in Wien aufbewahrt wird,*) betrachtet Bolzano eine eindeutige, in einem endlichen geschlossenen Intervalle gegebene, stetige Funktion, und beweist, daß dieselbe in einer überall dichten Menge der Punkte dieses Intervalles keine endliche Derivierte besitzt. In dieser Abhandlung will ich zeigen, daß in keinem Punkte jenes Intervalles eine endliche und in inneren Punkten jenes Intervalles nicht einmal eine bestimmt unendliche Derivierte existiert.

§ 1. Die Bolzanosche Funktion $f(x)$ wird in einem geschlossenen Intervalle, für welches wir der Einfachheit halber $<0, 1>$ wählen, als Limes einer Folge (1.) $f_0(x)$, $f_1(x), \ldots f_n(x), \ldots$ von eindeutigen, stetigen, im Intervalle $<0, 1>$ durch gebrochene Linien dargestellten Funktionen bestimmt. Die Folge (1.) wird rekurrent gegeben: es wird festgestellt, wie $f_{n+1}(x)$ auf Grund von $f_n(x)$ gebildet wird, und es wird (2.) $f_0(x) = x$ für $0 \leq x \leq 1$ gesetzt.

*) H. Prof. M. Jašek aus Pilsen hat auf diese wichtige und interessante Handschrift in der Abhandlung: Aus dem handschriftlichen Nachlaß Bernard Bolzanos, (Diese Sitzungsberichte, II. Klasse, 1921-22), aufmerksam gemacht. Nach seiner Angabe stammt sie aus dem Jahre 1834. Die Handschriften Bolzanos sind aber gewiß schon früher in die Hände der Mathematiker gekommen. Z. B. reproduziert R. Daublebsky v. Sterneck eine in der handschriftlichen Zahlenlehre vorkommende Vereinfachung des Legendreschen Beweises des Satzes, daß jede natürliche Zahl als Summe von vier Quadraten dargestellt werden kann (Monatshefte f. Math. u. Phys., 15. (1904), S. 235). S. auch Bachmann, Niedere Zahlentheorie, II., S. 323.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Die Funktion $f_0(x)$ ist also im Intervalle $<0, 1>$ durch die Strecke $M_{00}\ M_{01}$ dargestellt, wo der Punkt M_{00} die Koordinaten (0, 0), der Punkt M_{01} die Koordinaten (1, 1) besitzt.

Von der Funktion $f_n(x)$ werden wir zur Funktion $f_{n+1}(x)$, $(n = 0, 1, 2, \ldots)$, übergehen, indem wir jede der Strecken, aus denen die gebrochene, die Funktion $f_n(x)$ darstellende, Linie zusammengesetzt ist, durch eine gebrochene, aus 4 Strecken bestehende, Linie ersetzen werden. Daraus sieht man gleich, daß $f_n(x)$ durch eine gebrochene, aus 4^n Strecken bestehende, Linie dargestellt wird. Die Eckpunkte dieser gebrochenen Linie bezeichnen wir $M_{n,l}\ (a_{n,l},\ A_{n,l})$, $(l = 0, 1, 2, \ldots 4^n)$, wobei $M_{n,0}$ mit M_{00}, $M_{n,4^n}$ mit M_{01} zusammenfällt. Es ist also (3.) $A_{n,l} = f_n(a_{n,l})$,

$$(4.)\quad \begin{aligned} a_{n,0} &= a_{00} = 0, & A_{n,0} &= A_{00} = 0, \\ a_{n,4^n} &= a_{01} = 1, & A_{n,4^n} &= A_{01} = 1. \end{aligned}$$

Wir werden gleich

$$(5.)\quad a_{n,l+1} - a_{n,l} = \delta_{n,l},\ A_{n,l+1} - A_{n,l} = \Delta_{n,l},\quad (l = 0, 1, 2, \ldots 4^n - 1),$$

setzen, so daß (6.) $\delta_{00} = 1$, $\Delta_{00} = 1$ ist.

Um die graphische Darstellung der Funktion $f_{n+1}(x)$ zu erhalten, werden wir die Punkte

$$M_{n,l},\ M_{n,l+1},\ (l = 0, 1, 2, \ldots 4^n - 1),$$

statt durch eine Strecke durch eine gebrochene, aus Strecken $M_{n+1,m}\ M_{n+1,m+1}$, $(m = 4l + k,\ k = 0, 1, 2, 3)$, bestehende, Linie verbinden. Dabei ist der Punkt $M_{n+1,4l}$ mit $M_{n,l}$, $M_{n+1,4l+4}$ mit $M_{n,l+1}$ identisch.

Es ist also

$$(7.)\quad \begin{aligned} a_{n+1,4l} &= a_{n,l}, & a_{n+1,4l+4} &= a_{n,l+1} = a_{n,l} + \delta_{n,l}, \\ A_{n+1,4l} &= A_{n,l}, & A_{n+1,4l+4} &= A_{n,l+1} = A_{n,l} + \Delta_{n,l}. \end{aligned}$$

Weiter sei

$$(8.)\quad \begin{aligned} a_{n+1,4l+1} &= a_{n,l} + \frac{3}{8}\delta_{n,l}, & A_{n+1,4l+1} &= A_{n,l} + \frac{5}{8}\Delta_{n,l}, \\ a_{n+1,4l+2} &= a_{n,l} + \frac{1}{2}\delta_{n,l}, & A_{n+1,4l+2} &= A_{n,l} + \frac{1}{2}\Delta_{n,l}, \\ a_{n+1,4l+3} &= a_{n,l} + \frac{7}{8}\delta_{n,l}, & A_{n+1,4l+3} &= A_{n,l} + \frac{9}{8}\Delta_{n,l}, \end{aligned}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

so daß (9.) $\delta_{n+1,4l} = \delta_{n+1,4l+2} = \frac{3}{8}\delta_{n,l}$,

$\delta_{n+1,4l+1} = \delta_{n+1,4l+3} = \frac{1}{8}\delta_{n,l}$,

$\Delta_{n+1,4l} = \Delta_{n+1,4l+2} = \frac{5}{8}\Delta_{n,l}$,

$\Delta_{n+1,4l+1} = \Delta_{n+1,4l+3} = -\frac{1}{8}\Delta_{n,l}$ ist.

Setzen wir in diesen Formeln $n=0$ und führen wir die Bezeichnung

(10.) $a_k = a_{1,k}$, $A_k = A_{1,k}$, $\delta_k = \delta_{1,k}$, $\Delta_k = \Delta_{1,k}$, $(k=0,1,2,3)$,

ein. Die betreffenden Werte sind dann übersichtlich in folgender Tabelle zusammengestellt:

(11.)

k	0	1	2	3
a_k	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$
A_k	0	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{8}$
δ_k	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$
Δ_k	$\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{8}$

Die Formeln (7.), (8.), (9.) können auf Grund dieser Bezeichnung kurz zusammengefaßt werden:

(12.) $a_{n+1,4l+k} = a_{n,l} + a_k \delta_{n,l}$, $A_{n+1,4l+k} = A_{n,l} + A_k \Delta_{n,l}$,

$\delta_{n+1,4l+k} = \delta_k \delta_{n,l}$, $\Delta_{n+1,4l+k} = \Delta_k \Delta_{n,l}$,

$(k=0,1,2,3)$.

Daraus folgt

(13.) $\frac{1}{8}\delta_{n,l} \leqq \delta_{n+1,m} \leqq \frac{3}{8}\delta_{n,l}$,

$\frac{1}{8}|\Delta_{n,l}| \leqq |\Delta_{n+1,m}| \leqq \frac{5}{8}|\Delta_{n,l}|$, $(m=4l+k)$,

und weiter

(14.) $\left(\frac{1}{8}\right)^n \leqq \delta_{n,l} \leqq \left(\frac{3}{8}\right)^n$,

$\left(\frac{1}{8}\right)^n \leqq |\Delta_{n,l}| \leqq \left(\frac{5}{8}\right)^n$.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Aus der ersten dieser Ungleichheiten folgt unmittelbar, daß die Punkte $a_{n,l}$ eine überall dichte Menge des Intervalles $<0,1>$ bilden.

§ 2. Jetzt werden wir beweisen, daß *die Folge der Funktionen* (1.) $f_0(x), f_1(x), \ldots f_n(x), \ldots$ *im Intervalle* $<0,1>$ *gleichmäßig konvergiert, so daß ihr Grenzwert* $f(x)$ *eine im Intervalle* $<0,1>$ *stetige Funktion ist.**)

Aus der graphischen Darstellung folgt unmittelbar, daß die Differenz $f_{n+1}(x) - f_n(x)$ im Intervalle $<a_{n+1,4l}, a_{n+1,4l+2}>$ dieselben Werte annimmt, wie im Intervalle $<a_{n+1,4l+2}, a_{n+1,4l+4}>$, und daß $|f_{n+1}(x) - f_n(x)|$ im Intervalle $<a_{n+1,4l}, a_{n+1,4l+2}>$ den größten Wert für $x = a_{n+1,4l+1}$ erhält. Dieser ist gewiß $< |A_{n+1,4l+1} - A_{n+1,4l}|$, d. h. $< |A_{n+1,4l}|$.

Es ist also

(2.) $|f_{n+1}(x) - f_n(x)| < |A_{n+1,4l}|$ für alle x des Intervalles $<a_{n,l}, a_{n,l+1}>$. Da nach § 1, (14.) $|A_{n+1,4l}| \leqq \left(\frac{5}{8}\right)^{n+1}$ ist, so erhalten wir schließlich (3.) $|f_{n+1}(x) - f_n(x)| < \left(\frac{5}{8}\right)^{n+1}$, und dies wird für alle x aus dem Intervalle $<0,1>$ gelten.

Wir sehen also, daß die Glieder der Reihe

(4.) $f_0(x) + (f_1(x) - f_0(x)) + \ldots + (f_{n+1}(x) - f_n(x)) + \ldots$

für alle x des Intervalles $<0,1>$ absolut kleiner sind als die Glieder der konvergenten geometrischen Reihe mit konstanten positiven Gliedern

$$(5.)\quad 1 + \frac{5}{8} + \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{5}{8}\right)^{n+1} + \ldots .$$

Die Reihe (4.) konvergiert also gleichmäßig (und absolut) im Intervalle $<0,1>$, so daß durch ihre Summe $\lim_{n \to \infty} f_n(x)$ im Intervalle $<0,1>$ eine eindeutige stetige Funktion $f(x)$ dargestellt wird.

---

*) W.e aus der Abh. d. H. Jašek (§ 9.) erhellt, wird der Beweis der Stetigkeit von Bolzano nicht ganz richtig ausgeführt; ein neuer Beleg dafür, daß ihm, ebenso wie Cauchy, der Begriff der gleichmäßigen Konvergenz unbekannt blieb. (Vergl. Stolz, Math. Ann. 18, S. 226).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Man kann die Werte der Funktion $f(x)$ unmittelbar für die Punkte $a_{n,l}$ bestimmen. Es ist nämlich nach § 1, (7.)

$$a_{n+1,4l} = a_{n,l}, \quad A_{n+1,4l} = A_{n,l}.$$

Daraus folgt sofort

(6.) $a_{n+h,4^h l} = a_{n,l}, A_{n+h,4^h l} = A_{n,l}, \ (h = 0, 1, 2, \ldots),$

sodaß $f_{n+h}(a_{n,l}) = f_{n+h}(a_{n+h,4^h l}) = A_{n+h,4^h l} = A_{n,l}$ ist.

Läßt man h ins Unendliche wachsen, so folgt daraus

(7.) $f(a_{n,l}) = A_{n,l}$, da $\lim_{h \to \infty} f_{n+h}(a_{n,l}) = f(a_{n,l})$ ist.

Weiter gilt der Satz:

Es ist nicht möglich ein Teilintervall $<x_1, x_2>$ *aus* $<0, 1>$ *so zu bestimmen, daß in ihm die Funktion* $f(x)$ *entweder nur wachse, oder nur falle.*

Da die Punkte $a_{n,l}$ eine überall dichte Menge bilden, kann man n so wählen, daß $x_1 \leqq a_{n,l} < a_{n,l+1} \leqq x_2$ ist. Im Intervalle $<a_{n,l}, a_{n,l+1}>$ liegt aber der Punkt $a_{n+1,4l+3}$. Nach den Formeln (7.) aus diesem und (7.), (8.) aus dem vorigen Paragraphen ist

$$f(a_{n,l}) = A_{n,l},$$

$$f(a_{n+1,4l+3}) = A_{n+1,4l+3} = A_{n,l} + \frac{9}{8} A_{n,l},$$

$$f(a_{n,l+1}) = A_{n,l+1} = A_{n,l} + A_{n,l},$$

woraus die Behauptung unmittelbar erhellt.

§ 3. Die Funktion von Bolzano $y = f(x)$ *kann parametrisch durch zwei Funktionen der von Steinitz*) betrachteten Art dargestellt werden.*

Setzen wir (1.) $\varphi_n\left(\frac{l}{4^n}\right) = a_{n,l}$, $\Phi_n\left(\frac{l}{4^n}\right) = A_{n,l}$. Die Funktionen $\varphi_n(\xi)$, $\Phi_n(\xi)$ sind dann im Intervalle $<0, 1>$ für ξ dadurch vollständig bestimmt, daß sie in jedem Teilintervalle $<\frac{l}{4^n}, \frac{l+1}{4^n}>$, $(l = 0, 1, 2, \ldots 4^n - 1)$, linear sein sollen. Und die Funktion $y = f_n(x)$ ist parametrisch durch $x = \varphi_n(\xi)$, $y = \Phi_n(\xi)$ gegeben.

---

*) Stetigkeit u. Differentialquotient, Math. Annalen 52. (1899), p. 58. Vergl. auch d. S. 12 ang. Abh. v. Moore u. Hahn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wir können weiter leicht beweisen, daß *die Folgen* $\varphi_n(\xi)$, $\Phi_n(\xi)$ *für alle* ξ *des Intervalles* $<0, 1>$ *konvergieren und zwar gleichmäßig, so daß ihre Limesfunktionen* $\varphi(\xi)$, *bezw.* $\Phi(\xi)$ *stetig sind für* $0 \leqq \xi \leqq 1$.

Die Differenz $\varphi_{n+1}(\xi) - \varphi_n(\xi)$, welche $\geqq 0$ ist, nimmt im Intervalle $<\frac{l}{4^n}, \frac{4l+2}{4^{n+1}}>$ dieselben Werte an wie im Intervalle $<\frac{4l+2}{4^{n+1}}, \frac{l+1}{4^n}>$. Im Intervalle $<\frac{l}{4^n}, \frac{4l+2}{4^{n+1}}>$ nimmt aber die Differenz $\varphi_{n+1}(\xi) - \varphi_n(\xi)$ den größten Wert für $\xi = \frac{4l+1}{4^{n+1}}$ an, und dieser ist $< a_{n+1,\,4l+1} - a_{n+1,\,4l}$, d. h. $< \delta_{n+1,\,4l}$.

Die Ungleichheit $\varphi_{n+1}(\xi) - \varphi_n(\xi) < \delta_{n+1,\,4l}$ gilt im ganzen Intervalle $<a_{n,l}, a_{n,l+1}>$. Nach § 1, (14.) ist also (2.) $\varphi_{n+1}(\xi) - \varphi_n(\xi) < (^3/_8)^{n+1}$, und diese Ungleichheit gilt im ganzen Intervalle $<0, 1>$. Daraus folgt wie im § 2 die gleichmäßige Konvergenz der Reihe

(3.) $\varphi_0(\xi) + (\varphi_1(\xi) - \varphi_0(\xi)) + \ldots + (\varphi_{n+1}(\xi) - \varphi_n(\xi)) + \ldots$;

ihre Summe $\lim_{n\to\infty} \varphi_n(\xi) = \varphi(\xi)$ ist also stetig im Intervalle $<0, 1>$.

Im Intervalle $<\frac{l}{4^n}, \frac{4l+2}{4^{n+1}}>$ nimmt $|\Phi_{n+1}(\xi) - \Phi_n(\xi)|$ den größten Wert für $\xi = \frac{4l+1}{4^{n+1}}$ an, und dieser ist gewiß, ähnlich wie früher, $< |\Delta_{n+1,\,4l+1} - \Delta_{n+1,\,4l}|$, d. h. $< |\Delta_{n+1,\,4l}|$. Die Ungleichheit $|\Phi_{n+1}(\xi) - \Phi_n(\xi)|$ gilt aber im ganzen Intervalle $<\frac{l}{4^n}, \frac{l+1}{4^n}>$, da $|\Phi_{n+1}(\xi) - \Phi_n(\xi)|$ im Intervalle $<\frac{l}{4^n}, \frac{4l+2}{4^n}>$ dieselben Werte wie im Intervalle $<\frac{4l+2}{4^{n+1}}, \frac{l+1}{4^n}>$ annimmt. Wegen § 1, (14.) ist also (4.) $|f_{n+1}(x) - f_n(x)| < (^5/_8)^{n+1}$, was für das ganze Intervall $<0, 1>$ gilt. Daraus folgt die gleichmäßige (und absolute) Konvergenz der Reihe

(5.) $\Phi_0(\xi) + (\Phi_1(\xi) - \Phi_0(\xi)) + \ldots + (\Phi_{n+1}(\xi) - \Phi_n(\xi)) + \ldots$,

so daß $\lim_{n\to\infty} \Phi_n(\xi)$ im Intervalle $<0, 1>$ gleichmäßig kon-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vergiert und die Grenzfunktion $\Phi(\xi)$ im Intervalle $<0, 1>$ stetig ist.

Aus den Formeln (6.) § 2 folgt $\varphi_{n+h}\left(\frac{4^h l}{4^{n+h}}\right) = \varphi_{n+h}\left(\frac{l}{4^n}\right) = a_{n,l}$ und, wenn man h ins Unendliche wachsen läßt, so erhält man (6.) $\varphi\left(\frac{l}{4^n}\right) = a_{n,l}$, da $\lim_{h \to \infty} \varphi_{n+h}\left(\frac{l}{4^n}\right) = \varphi\left(\frac{l}{4^n}\right)$ ist. Ganz ähnlich würden wir (6.) $\Phi\left(\frac{l}{4^n}\right) = A_{n,l}$ erhalten.

Wir können jetzt beweisen, daß *die Funktion* $\varphi(\xi)$ *im Intervalle* $<0, 1>$ *beständig wächst.* Jede der Funktionen $\varphi_n(\xi)$ nimmt beständig zu, so daß für $0 \leqq \xi_1 < \xi_2 \leqq 1$ die Ungleichheit $\varphi_n(\xi_1) < \varphi_n(\xi_2)$ gilt. Läßt man n ins Unendliche wachsen, so folgt daraus $\varphi(\xi_1) \leqq \varphi(\xi_2)$. Die durch die Punkte $\frac{l}{4^n}$ gebildete Menge ist überall dicht. Man kann also ein solches n finden, daß (7.) $\xi_1 \leqq \frac{l}{4^n} < \frac{l+1}{4^n} \leqq \xi_2$ ist. Da $\varphi\left(\frac{l}{4^n}\right) = a_{n,l}$, $\varphi\left(\frac{l+1}{4^n}\right) = a_{n,l+1}$ und $a_{n,l} < a_{n,l+1}$ ist, so werden aus (7.) die Ungleichheiten $\varphi(\xi_2) \leqq a_{n,l} < a_{n,l+1} \leqq \varphi(\xi_2)$ folgen, d. h. $\varphi(\xi_1) < \varphi(\xi_2)$, w. z. b. w.

Die für $0 \leqq \xi \leqq 1$ *beständig wachsende stetige Funktion* $x = \varphi(\xi)$ *hat also für* $0 \leqq x \leqq 1$ *eine stetige, beständig wachsende inverse Funktion* $\xi = \psi(x)$.

Daraus folgt die Stetigkeit der zusammengesetzen Funktion $\Phi(\psi(x))$ für alle x aus dem Intervalle $<0, 1>$. Diese Funktion nimmt aber in Punkten $a_{n,l}$ dieselben Werte an wie $f(x)$. Es ist nämlich $f(a_{n,l}) = A_{n,l}$, $\varphi\left(\frac{l}{4^n}\right) = a_{n,l}$, also $\frac{l}{4^n} = \psi(a_{n,l})$, so daß wirklich $\Phi(\psi(a_{n,l})) = \Phi\left(\frac{l}{4^n}\right) = A_{n,l}$ ist. Da die Punkte $a_{n,l}$ eine überall dichte Menge bilden, so *sind die beiden Funktionen* $f(x)$ *und* $\Phi(\psi(x))$ *einander im ganzen Intervalle* $<0, 1>$ *gleich.*

Es ist auch einleuchtend, daß man $y = f(x)$ *parametrisch durch* $x = \varphi(\xi)$, $y = \Phi(\xi)$ *darstellen kann.*

§ 4. Es sei x ein beliebiger Punkt des geschlossenen Intervalles $<0, 1>$. Bestimmen wir $\xi = \psi(x)$, so daß $x = \varphi(\xi)$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ist, und entwickeln wir ξ in einen 4-adischen Bruch

(1.) $\xi = \frac{k_1}{4} + \frac{k_2}{4^2} + \ldots$., deren Näherungswerte

(2.) $\xi'_n = \frac{k_1}{4} + \frac{k_2}{4^2} + \ldots + \frac{k_n}{4^n}$, $\xi''_n = \frac{k_1}{4} + \frac{k_2}{4^2} + \ldots + \frac{k_n + 1}{4^n}$,

$(n = 1, 2, 3, \ldots)$, $\xi'_0 = 0, \xi''_0 = 1$ alle ins Intervall $< 0, 1 >$ fallen. (Ist $\xi = 0$, so muß man $k_1 = k_2 = \ldots = 0$ setzen, ist $\xi = 1$, dann muß $k_1 = k_2 = \ldots = 3$ gesetzt werden, sonst kann man für ξ von der Form $\frac{l}{4^n}$, (l, n positiv ganz), und $0 < \xi < 1$ den einen oder anderen der beiden 4-adischen Brüche wählen). Setzen wir weiter

(3.) $\xi'_n = \frac{l_n}{4^n}$, so daß (3) $\xi''_n = \frac{l_n + 1}{4^n}$, $l_0 = 0$, $l_1 = k_1$ ist.

Wenn wir noch die Bezeichnung

(4.) $x'_n = \varphi(\xi'_n)$, $x''_n = \varphi(\xi''_n)$ einführen, dann ist

(5.) $x'_n = \varphi(\xi'_n) = \varphi\left(\frac{l_n}{4^n}\right) = a_{n, l_n}$, $x''_n = a_{n, l_n + 1} = a_{n, l_n} + \delta_{n, l_n}$,

$$f(x'_n) = \Phi(\xi'_n) = \Phi\left(\frac{l_n}{4^n}\right) = A_{n, l_n},$$

$$f(x''_n) = A_{n, l_n + 1} = A_{n, l_n} + \Delta_{n, l_n}.$$

Da (6.) $\xi'_n \leqq \xi \leqq \xi''_n$, $\xi'_n < \xi''_n$ ist, so ist auch

(7.) $x'_n \leqq x \leqq x''_n$, $x'_n < x''_n$.

Es ist (8.) $\lim\limits_{n \to \infty} \xi'_n = \lim\limits_{n \to \infty} \xi''_n = \xi$.

Aus der Stetigkeit der Funktion $\varphi(\xi)$ folgt also

(9.) $x = \lim\limits_{n \to \infty} \varphi(\xi'_n) = \lim\limits_{n \to \infty} x'_n = \lim\limits_{n \to \infty} a_{n, l_n}$,

und auch (9.) $x = \lim\limits_{n \to \infty} \varphi(\xi''_n) = \lim\limits_{n \to \infty} x''_n = \lim\limits_{n \to \infty} a_{n, l_n + 1}$.

Weiter ist (10.) $f(x) = \lim\limits_{n \to \infty} f(x'_n) = \lim\limits_{n \to \infty} A_{n, l_n}$,

und auch (10.) $f(x) = \lim\limits_{n \to \infty} f(x''_n) = \lim\limits_{n \to \infty} A_{n, l_n + 1}$.

Da $\xi'_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{4^{n+1}} = \frac{l_n}{4^n} + \frac{k_{n+1}}{4^{n+1}}$ ist, so ist

(11.) $l_{n+1} = 4 l_n + k_{n+1}$ (für $n = 0, 1, 2, \ldots$).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wir können die Formeln (12.) aus § 1 benützen. Aus der dritten Formel folgt

$$\delta_{n+1,\,l_{n+1}} = \delta_{n+1,\,4\,l_n+k_{n+1}} = \delta_{n,\,l_n}\,\delta_{k_{n+1}},$$

und daraus für $n > N \geqq 0$

$$\delta_{N+1,\,l_{N+1}} = \delta_{N,\,l_N}\,\delta_{k_{N+1}},$$
$$\delta_{N+2,\,l_{N+2}} = \delta_{N+1,\,l_{N+1}}\,\delta_{k_{N+2}},$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\delta_{n,\,l_n} = \delta_{n-1,\,l_{n-1}}\,\delta_{k_n}.$$

Es ist also (12.) $\delta_{n,\,l_n} = \delta_{N,\,l_N}\ \delta_{k_{N+1}}\ \delta_{k_{N+2}} \ldots \delta_{k_n}$.

Für $N = 0$, da $l_0 = 0$, $\delta_{0\,0} = 1$ ist, erhalten wir

(13.) $\delta_{n,\,l_n} = \delta_{k_1}\ \delta_{k_2} \ldots \delta_{k_n}$.

Ganz ähnlich würden wir erhalten

(14.) $\Delta_{n,\,l_n} = \Delta_{N,\,l_N}\ \Delta_{k_{N+1}}\ \Delta_{k_{N+2}} \ldots \Delta_{k_n}$,

und für $N = 0$: (15.) $\Delta_{n,\,l_n} = \Delta_{k_1}\ \Delta_{k_2} \ldots \Delta_{k_n}$.

Aus diesen Formeln folgt (16.) $\dfrac{\Delta_{n,\,l_n}}{\delta_{n,\,l_n}} = \varkappa_{k_1}\ \varkappa_{k_2} \ldots \varkappa_{k_n}$,

wenn wir (17.) $\dfrac{\Delta_k}{\delta_k} = \varkappa_k$ setzen.

Zur Ergänzung der Tafel (11.) aus § 1 haben wir

(18.)

k	0	1	2	3
$\varkappa$	$\frac{5}{3}$	-1	$\frac{5}{3}$	-1

.

Es ist nach den Formeln (5.) und (16.):

(19.) $\dfrac{f(x''_n) - f(x'_n)}{x''_n - x'_n} = \dfrac{\Delta_{n,\,l_n}}{\delta_{n,\,l_n}} = \varkappa_{k_1}\ \varkappa_{k_2} \ldots \varkappa_{k_n}$.

Weiter ist nach der ersten Formel (12.) aus § 1

$$a_{n+1,\,l_{n+1}} = a_{n,\,l_n} + \delta_{n,\,l_n}\ a_{k_{n+1}},$$

d. h. für $n > N \geqq 0$

$$a_{N+1,\,l_{N+1}} = a_{N,\,l_N} + \delta_{N,\,l_N}\ a_{k_{N+1}},$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$a_{n,\,l_n} = a_{n-1,\,l_{n-1}} + \delta_{n-1,\,l_{n-1}}\ a_{k_n},$$

und daraus durch Addition

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$a_{n,l_n} = a_{N,l_N} + \delta_{N,l_N} a_{k_{N+1}} + \delta_{N+1,l_{N+1}} a_{k_{N+2}} + \ldots + \delta_{n-1,l_{n-1}} a_{k_n},$$

also auch, wenn wir noch (12.) benützen,

$$(20.)\ a_{n,l_n} = a_{N,l_N} + \delta_{N,l_N}(a_{k_{N+1}} + \delta_{k_{N+1}} a_{k_{N+2}} + \delta_{k_{N+1}} \delta_{k_{N+2}} a_{k_{N+3}} + \ldots + \delta_{k_{N+1}} \delta_{k_{N+2}} \ldots \delta_{k_{n-1}} a_{k_n}).$$

Für $N=0$ erhalten wir, da $a_{00}=0, \delta_{00}=1$ ist,

$$(21.)\ a_{n,l_n} = a_{k_1} + \delta_{k_1} a_{k_2} + \delta_{k_1} \delta_{k_2} a_{k_3} + \ldots + \delta_{k_1} \delta_{k_2} \ldots \delta_{k_{n-1}} a_{k_n}.$$

Ganz ähnlich würden wir erhalten

$$(22.)\ A_{n,l_n} = A_{N,l_N} + A_{N,l_N}(A_{k_{N+1}} + A_{k_{N+1}} A_{k_{N+2}} + A_{k_{N+1}} A_{k_{N+2}} A_{k_{N+3}} + \ldots + A_{k_{N+1}} A_{k_{N+2}} \ldots A_{k_{n-1}} A_{k_n}),$$

und für $N=0$

$$(23.)\ A_{n,l_n} = A_{k_1} + A_{k_1} A_{k_2} + A_{k_1} A_{k_2} A_{k_3} + \ldots + A_{k_1} A_{k_2} \ldots A_{k_{n-1}} A_{k_n}.$$

Da $x = \lim_{n \to \infty} a_{n,l_n}$, $f(x) = \lim_{n \to \infty} A_{n,l_n}$ ist, erhalten wir folgende unendliche Reihen:

$$(24.)\ x = a_{N,l_N} + \delta_{N,l_N}(a_{k_{N+1}} + \delta_{k_{N+1}} a_{k_{N+2}} + \delta_{k_{N+1}} \delta_{k_{N+2}} a_{k_{N+3}} + \ldots),$$
$$f(x) = A_{N,l_N} + A_{N,l_N}(A_{k_{N+1}} + A_{k_{N+1}} A_{k_{N+2}} + A_{k_{N+1}} A_{k_{N+2}} A_{k_{N+3}} + \ldots),$$

und speziell für $N=0$

$$(25.)\ x = a_{k_1} + \delta_{k_1} a_{k_2} + \delta_{k_1} \delta_{k_2} a_{k_3} + \delta_{k_1} \delta_{k_2} \delta_{k_3} a_{k_4} \ldots.$$
$$f(x) = A_{k_1} + A_{k_1} A_{k_2} + A_{k_1} A_{k_2} A_{k_3} + A_{k_1} A_{k_2} A_{k_3} A_{k_4} \ldots.$$

Mit Hilfe dieser Formeln berechnen wir x und $f(x)$ für zwei spezielle Werte von ξ.

Betrachten wir zuerst den Fall, daß ξ durch einen 4-adischen Bruch mit der Periode 2 ausgedrückt werden kann, also

$$(26.)\ k_{N+1} = k_{N+2} = \ldots = 2 \text{ ist, sodaß } \xi = \frac{l_N + \frac{2}{3}}{4^N} \text{ ist.}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Dann haben wir $\delta_{k_n} = \frac{3}{8}$, $\Delta_{k_n} = \frac{5}{8}$,

$$a_{k_n} = \frac{1}{2}, \quad A_{k_n} = \frac{1}{2} \text{ für alle } n > N.$$

Wir erhalten also $x = a_{N,l_N} + \frac{1}{2}\delta_{N,l_N}\left(1 + \frac{3}{8} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \ldots\right)$,

$$\text{d. h. (27.)} \quad x = a_{N,l_N} + \frac{4}{5}\delta_{N,l_N},$$

und ähnlich $f(x) = A_{N,l_N} + \frac{1}{2}\Delta_{N,l_N}\left(1 + \frac{5}{8} + \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \ldots\right)$,

$$\text{d. h. (28.)} \quad f(x) = A_{N,l_N} + \frac{4}{3}\Delta_{N,l_N}.$$

Durch einfache Überlegung könnten wir nachweisen, daß dieser Wert von $f(x)$ der größte, bezw. der kleinste aller Werte ist, die $f(x)$ im Intervalle $< a_{N,l_N}, a_{N,l_{N+1}} >$ annimmt, je nachdem $\Delta_{N,l_N} >$, bezw. < 0 ist. Der kleinste, bezw. größte Wert von $f(x)$ ist dann A_{N,l_N}. Im Intervalle $<0,1>$ nimmt $f(x)$ den größten Wert $y = \frac{4}{5}$ für $x = \frac{4}{5}$ an, den kleinsten $y = 0$ für $x = 0$ an.

Betrachten wir jetzt den Fall eines 4-adischen Bruches mit der Periode 2, 0. Es sei

$$(29.) \quad k_{N+1} = 2, k_{N+2} = 0, k_{N+3} = 2, k_{N+4} = 0, \ldots;$$

$$\text{dann ist } \xi = \frac{l_N + \frac{8}{15}}{4^N}.$$

Es ist also $\delta_{k_n} = \frac{3}{8}$, $\Delta_{k_n} = \frac{5}{8}$ für $n > N$,

$$a_{k_n} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ 0 \end{cases} \qquad A_{k_n} = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{für } n - N > 0 \text{ und ungerade,} \\ 0 & \text{für } n - N > 0 \text{ und gerade.} \end{cases}$$

Wir erhalten $x = a_{N,l_N} + \frac{1}{2}\delta_{N,l_N}\left(1 + \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{3}{8}\right)^4 + \ldots\right)$,

$$\text{d. h. (30.)} \quad x = a_{N,l_N} + \frac{32}{55}\delta_{N,l_N},$$

und $f(x) = A_{N,l_N} + \frac{1}{2}\Delta_{N,l_N}\left(1 + \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \left(\frac{5}{8}\right)^4 + \ldots\right)$,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\text{d. h. (31.) } f(x) = A_{N,\iota_N} + \frac{32}{39} \Delta_{N,\iota_N}.$$

§ 5. Um zu beweisen, daß die Funktion von Bolzano $f(x)$ in keinem Punkte des Intervalles $<0,1>$ eine endliche Derivierte besitzt, werden wir zuerst einen Hilfssatz beweisen.*)

Es sei $f(x)$ eine eindeutige, im Intervalle $<0,1>$ definierte, Funktion. Setzen wir

$$(1.)\ R(x', x'') = \frac{f(x'') - f(x')}{x'' - x'},\ (x' \neq x'').$$

Die Funktion $f(x)$ besitzt dann und nur dann im inneren Punkte des Intervalles $<0,1>$ eine (endliche oder bestimmt unendliche) Derivierte $f'(x)$, wenn $R(x'_n\ x''_n)$ zu demselben (endlichen oder bestimmt unendlichen) Grenzwerte konvergiert für alle Paare von Folgen x_n', x_n'' aus $<0,1>$, die den Bedingungen (2.) $x_n' \leqq x \leqq x_n''$, $x_n' < x_n''$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n' = \lim\limits_{n\to\infty} x_n'' = x$, genügen.

Der gemeinsame Wert dieser Grenzwerte ist dann $f'(x)$.

Wenn $\lim\limits_{n\to\infty} R(x'_n, x''_n)$ für alle Paare von Folgen, die den Bedingungen (2.) genügen, existiert und denselben Wert besitzt, so folgt daraus, wenn wir zuerst $x_n' = x$, so daß $x_n'' > x$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n'' = x$ ist, dann $x_n'' = x$, so daß $x_n' < x$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n' = x$ ist, wählen, die Existenz von $f'(x)$.

Um die Umkehrung zu beweisen, bemerken wir, daß

$$(3.)\ R(x_n', x_n'') = \frac{(x_n'' - x)\,R(x_n'', x) + (x - x_n')\,R(x_n', x)}{(x_n'' - x) + (x - x_n')} \text{ ist, so daß,}$$

wenn $x_n' < x < x_n''$ ist, $R(x_n', x_n'')$ zwischen $R(x_n', x)$ und $R(x_n'', x)$ liegt. Aus der Existenz von $f'(x)$ folgt dann aber auch $\lim\limits_{n\to\infty} R(x_n', x) = \lim\limits_{n\to\infty} R(x_n'', x) = f'(x)$ für alle Folgen x_n', x_n'', die den Bedingungen (4.) $x_n' < x < x_n''$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n' = \lim\limits_{n\to\infty} x_n'' = x$ genügen, so daß dann auch $\lim\limits_{n\to\infty} R(x_n', x_n'') = f'(x)$ ist. Für (5.) $x_n' = x$, $x_n'' > x$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n'' = x$ ist $\lim\limits_{n\to\infty} R(x_n', x_n'') = \lim\limits_{n\to\infty} R(x, x_n'') = f'(x)$, und für (6.) $x_n'' = x$, $x_n' < x$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n' = x$ ist $\lim\limits_{n\to\infty} R(x_n', x_n'') =$

*) Dieser Hilfssatz wird schon von Steinitz (l. c. S. 66—68) benutzt. Vergl. auch Moore: Transact. Amer. Math. Soc. 1 (1900), S. 84; Knopp: Jahresber. d. d. Math. Vereinig. 26 (1918), S. 278; Hahn: Daselbst, S. 281.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$= \lim_{n \to \infty} R(x_n', x) = f'(x)$. Da jede Doppelfolge, die den Bedingungen (2.) genügt, aus denen, die den Bedingungen (4.), (5.), oder (6.) genügen, zusammengesetzt werden kann, so existiert wirklich $\lim_{n \to \infty} R(x_n', x_n'')$ für alle Paare von Folgen, die den Bedingungen (2.) genügen, und ist gleich $f'(x)$, womit der Hilfssatz vollständig bewiesen ist.

Der Satz gilt auch für die Randpunkte des Intervalles $x = 0$ *und* $x = 1$, *wenn man im Punkte* $x = 0$ *die rechtsseitige, und im Punkte* $x = 1$ *die linksseitige Derivierte betrachtet.*

§ 6. Wenn x_n', x_n'' die in § 4 eingeführte Bedeutung haben, dann sind, wie aus (7.), (9.) § 4 folgt, die Bedingungen des Hilfssatzes aus § 5 erfüllt. Nach der Formel (19.) aus § 4 ist (1.) $\dfrac{f(x_n'') - f(x_n')}{x_n'' - x_n'} = \dfrac{A_{n,l_n}}{\delta_{n,l_n}} = \varkappa_{k_1} \varkappa_{k_2} \ldots \varkappa_{k_n}$.

Wenn der 4-adische Bruch für ξ unendlich viele Ziffern 0 oder 2 enthält, dann wächst

$$\left| \frac{f(x_n'') - f(x_n')}{x_n'' - x_n'} \right|$$

ins Unendliche mit n, da $\varkappa_0 = \varkappa_2 = \dfrac{5}{3}$ ist. Kommen in ihm nicht die Ziffern 0 oder 2 unendliche Male vor, so daß von einem bestimmten $n = N + 1$ an lauter Ziffern 1 oder 3 vorkommen, dann ist für $n > N$

$$(2.) \quad \frac{f(x_n'') - f(x_n')}{x_n'' - x_n'} = \varkappa_{k_1} \varkappa_{k_2} \ldots \varkappa_{k_N} (-1)^{n-N},$$

und dieser Ausdruck konvergiert nicht für $n \to \infty$. Aus dem Hilfssatze aus § 5 ist also ersichtlich, daß *die stetige Funktion* $f(x)$ *in inneren Punkten des Intervalles* $< 0, 1 >$ *keine endliche Derivierte besitzt; im Punkte* 0 *besitzt sie keine endliche rechtsseitige, im Punkte* 1 *keine endliche linksseitige Derivierte.*

Bemerkung: Zu diesem Resultate kann man auf folgende, von H. Dr. V. Jarník*) angedeutete, Weise gelangen: Setzen wir $\Xi_N = \dfrac{K_1}{4} + \dfrac{K_2}{4^2} + \ldots$, $X_N = \varphi(\Xi_N)$, wo $K_1 = k_1$,

*) O funkci Bolzanově, Časopis pro pěst. math. a fys. 51 (1922).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$K_2 = k_2, \ldots K_N = k_N$, $K_{N+2} = k_{N+2}, K_{N+3} = k_{N+3}, \ldots$ ist. Die 4-adischen Brüche für ξ und Ξ_N unterscheiden sich also nur in der $N+1$-ten Ziffer, so daß gewiß $\lim_{N\to\infty} \Xi_N = \xi$ ist. K_{N+1} sei bestimmt durch k_{N+1} auf Grund der folgenden Tabelle:

k_{N+1}	0	1	2	3
K_{N+1}	2	3	0	1

so daß I.) $K_{N+1} = k_{N+1} + 2$, wenn $k_{N+1} = 0, 1$,
II.) $K_{N+1} = k_{N+1} - 2$, wenn $k_{N+1} = 2, 3$ ist.

Es ist dann für die entsprechenden Werte, die der Einfachheit halber teilweise nur durch die Indices unterschieden werden, $L_N = l_N$, $\delta_{N,L_N} = \delta_{N,l_N}$, $\Delta_{N,L_N} = \Delta_{N,l_N}$, $a_{N,L_N} = a_{N,l_N}$, $A_{N,L_N} = A_{N,l_N}$; $\delta_{K_n} = \delta_{k_n}$ $\Delta_{K_n} = \Delta_{k_n}$ für alle n; dagegen ist

im Falle I.) $a_{K_{N+1}} = a_{k_{N+1}} + \frac{1}{2}$, $A_{K_{N+1}} = A_{k_{N+1}} + \frac{1}{2}$,

und im Falle II.) $a_{K_{N+1}} = a_{k_{N+1}} - \frac{1}{2}$, $A_{K_{N+1}} = A_{k_{N+1}} - \frac{1}{2}$,

$a_{K_n} = a_{k_n}$, $A_{K_n} = A_{k_n}$ für $n > N+1$.

Aus den Formeln (24.) § 4. folgt dann unmittelbar, daß im Falle I.) $X_N = x + \frac{1}{2}\delta_{N,l_N}$, $f(X_N) = f(x) + \frac{1}{2}\Delta_{N,l_N}$,

und im Falle II.) $X_N = x - \frac{1}{2}\delta_{N,l_N}$, $f(X_N) = f(x) - \frac{1}{2}\Delta_{N,l_N}$

ist. In beiden Fällen ist also $\frac{f(x) - f(X_N)}{x - X_N} = \frac{\Delta_{N,l_N}}{\delta_{N,l_N}}$.

Wir haben also, wenn wir n statt N schreiben,

$\frac{f(x) - f(X_n)}{x - X_n} = \frac{\Delta_{n,l_n}}{\delta_{n,l_n}} = \varkappa_{k_1}\varkappa_{k_2}\ldots\varkappa_{k_n}$ mit $\lim_{n\to\infty} X_n = x$.

Daraus kann der behauptete Satz weiter wie oben gefolgert werden.

§ 7. Jetzt können wir zum Beweise der Behauptung übergehen, daß *die Funktion $f(x)$ in inneren Punkten des Intervalles $(0,1)$ nicht einmal bestimmt unendliche Derivierte (und im Punkte $x=1$ keine ebensolche linksseitige Derivierte) besitzt.**)

*) Im Punkte $x=0$ ist die rechtsseitige Derivierte $+\infty$.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zum Beweise werden wir die Folgen x_n', x_n'' aus § 4 betrachten. Für sie ist

$$(1.)\quad \frac{f(x_n'') - f(x_n')}{x_n'' - x_n'} = \frac{\Delta_{n,l_n}}{\delta_{n,l_n}}.$$

Außerdem werden wir ein anderes Paar von Folgen $\bar{x}_n'$, $\bar{x}_n''$ konstruieren, welche, wenn n gewisse ganze positive Zahlen durchläuft, auch den Bedingungen (2.) § 5 genügen und für die

$$(2.)\quad \frac{f(\bar{x}_n'') - f(\bar{x}_n')}{\bar{x}_n'' - \bar{x}_n'} = -\mu \frac{\Delta_{n,l_n}}{\delta_{n,l_n}}$$

ist. Dabei bedeutet μ eine numerische Konstante > 0. Es ist aber

$$(3.)\quad \frac{\Delta_{n,l_n}}{\delta_{n,l_n}} = \varkappa_{k_1}\,\varkappa_{k_2} \ldots \varkappa_{k_n},\ \text{also}\ \lim_{n=\infty} \left|\frac{\Delta_{n,l_n}}{\delta_{n,l_n}}\right|$$

entweder endlich und > 0 oder $+\infty$. Aus dem Hilfssatze § 5 folgt dann unmittelbar der behauptete Satz.

Wir werden mehrere Fälle, je nach den Ziffern, welche im 4-adischen Bruche für ξ vorkommen, unterscheiden müssen. Zuerst den Fall I., wo es unendlich viele Ziffern 1 und 3 gibt. Damit ist auch der Fall der 4-adischen von 0 verschiedenen Brüche von endlich vielen Ziffern erledigt. Dann werden wir den Fall II. betrachten, wo von einer gewissen Stelle an lauter 2er vorkommen. Es bleiben nun die Fälle übrig, wo von einer gewissen Stelle an nur 0 und 2, beide in unendlicher Anzahl, vorkommen. Diese werden wir weiter einteilen in Fälle: III., wo unendlich viele Paare 00 vorkommen, IV., wo unendlich viele Paare 22 vorkommen, und V., wo von einer gewissen Stelle an keine Paare 00 und 22 vorkommen, so daß ξ durch einen 4-adischen Bruch mit der Periode 02 ausgedrückt werden kann.

I. Man kann eine Folge von Werten n finden, für welche $k_{n+1} = 1$ oder 3 ist.

Setzen wir

$$(4.)\quad \bar{x}'_n = x'_{n+1},\ \bar{x}''_n = x''_{n+1}.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Dann ist

$$(5.)\quad \frac{f(\bar{x}_n'') - f(\bar{x}_n')}{\bar{x}_n'' - \bar{x}_n'} = \frac{f(x''_{n+1}) - f(x'_{n+1})}{x''_{n+1} - x'_{n+1}} = \frac{\Delta_{n+1,\,l_{n+1}}}{\delta_{n+1,\,l_{n+1}}} = -\frac{\Delta_{n,\,l_n}}{\delta_{n,\,l_n}}.$$

Das Gleiche gilt aber auch für die linksseitige Derivierte im Punkte $x = 1$ und überhaupt für die Derivierten in allen Punkten $a_{n,\,l} \neq 0$, was unmittelbar daraus folgt, daß man ξ durch einen 4-adischen Bruch mit der Periode 3, deren Nährungsbrüche in das Intervall $< 0, 1 >$ fallen, ausdrücken kann.

In den Fällen II.–IV. ist gewiß $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\Delta_{n,\,l_n}}{\delta_{n,\,l_n}} = +\infty$.

II. In diesem Falle ist von einem gewissen n an $k_{n+1} = k_{n+2} = \ldots = 2$. Dann ist nach § 4, (27.), (28.):

$$(6.)\quad x = a_{n,\,l_n} + \frac{4}{5}\,\delta_{n,\,l_n},\ f(x) = A_{n,\,l_n} + \frac{4}{3}\,\Delta_{n,\,l_n}.$$

Der 4-adische Bruch

$$(7.)\quad \bar{\xi}_n = \frac{k_1}{4} + \frac{k_2}{4^2} + \ldots + \frac{k_n}{4^n} + \frac{3}{4^{n+1}}$$

hat für $n \to \infty$ den Limes ξ. Es ist

$$(8.)\quad \bar{x}_n = \varphi(\bar{\xi}_n) = \varphi\left(\frac{4l_n + 3}{4^{n+1}}\right) = a_{n+1,\,4l_n+3},$$

also

$$(9.)\quad \bar{x}_n = a_{n,\,l_n} + \frac{7}{8}\,\delta_{n,\,l_n},$$

und ähnlich

$$(9.)\quad f(\bar{x}_n) = A_{n,\,l_n} + \frac{9}{8}\,\Delta_{n,\,l_n},$$

sodaß

$$(10.)\quad \frac{f(x) - f(\bar{x}_n)}{x - \bar{x}_n} = -\mu_{II}\,\frac{\Delta_{n,\,l_n}}{\delta_{n,\,l_n}} \text{ ist,}$$

wo

$$(11.)\quad \lim_{n \to \infty} \bar{x}_n = x \text{ ist.}$$

III. Betrachten wir den Anfang einer Nullgruppe, (welche wenigstens zwei Nullen enthält). Wir sehen also, daß wir für unendlich viele Werte von n, $k_{n+1} = 2$, $k_{n+2} = k_{n+3} = 0$ erhalten. Der 4-adische Bruch $\xi = \frac{k_1}{4} + \frac{k_2}{4^2} + \ldots$ liegt zwischen dem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Bruche (12.) $\bar{\xi}_n' = \frac{k_1'}{4} + \frac{k_2'}{4^2} + \ldots$

mit der Periode 2, wo

(13.) $k_1' = k_1, \ldots k_n' = k_n, k'_{n+1} = 0, k'_{n+2} = 2,$
$k'_{n+3} = k'_{n+4} = \ldots = 2,$

und dem Bruche

(14.) $\bar{\xi}_n'' = \frac{k_1''}{4} + \frac{k_2''}{4^2} + \ldots$

mit der Periode 2, 0, wo

(15.) $k_1'' = k_1, \ldots k_n'' = k_n, k''_{n+1} = 2, k''_{n+2} = 0, k''_{n+3} = 2,$
$k''_{n+4} = 0, \ldots$ ist.

(16.) $x_n' = \varphi(\bar{\xi}_n')$ und $f(\bar{x}_n')$ erhalten wir, wenn wir in den Formeln (27.), (28.) § 4, $N = n+1$ setzen. Dann ist

$$\bar{x}_n' = a_{n+1, l_{n+1}} + \frac{4}{5}\delta_{n+1, l_{n+1}}, f(x_n') = A_{n+1, l_{n+1}} + \frac{4}{3}\Delta_{n+1, l_{n+1}}.$$

Es ist aber $k'_{n+1} = 0$, $l'_{n+1} = 4l_n$, also

$$a_{n+1, l_{n+1}} = a_{n, l_n}, \quad \delta_{n+1, l_{n+1}} = \frac{3}{8}\delta_{n, l_n}, \quad A_{n+1, l_{n+1}} = A_{n, l_n},$$

$$\Delta_{n+1, l_{n+1}} = \frac{5}{8}\Delta_{n, l_n},$$

und endlich

(17.) $x_n' = a_{n, l_n} + \frac{3}{10}\delta_{n, l_n}, f(x'_n) = A_{n, l_n} + \frac{5}{6}\Delta_{n, l_n}.$

(18.) $\bar{x}_n'' = \varphi(\bar{\xi}_n'')$ und $f(\bar{x}_n'')$ sind nach (30.), (31.) § 4.:

(19.) $\bar{x}_n'' = a_{n, l_n} + \frac{32}{55}\delta_{n, l_n}, \quad f(\bar{x}_n'') = A_{n, l_n} + \frac{32}{39}\Delta_{n, l_n}.$

Es ist dann (20.) $\frac{f(\bar{x}_n'') - f(\bar{x}_n')}{\bar{x}_n'' - \bar{x}_n'} = -\mu_{III}\frac{\Delta_{n, l_n}}{\delta_{n, l_n}},$

und (21.) $\bar{x}_n' < x < \bar{x}_n''$, $\lim \bar{x}_n' = \lim \bar{x}_n'' = x$, wenn n durch die oben angegebenen Werte ins Unendliche wächst.

IV. Betrachten wir das Ende einer Zweiergruppe (welche wenigstens zwei Zweier enthält). Wir sehen also, daß man unendliche Male n so wählen kann, daß $k_{n+1} = 2$, $k_{n+2} = 2$, $k_{n+3} = 0$ ist.

Der 4-adische Bruch $\xi = \frac{k_1}{4} + \frac{k_2}{4^2} + \ldots$ liegt zwischen den Brüchen mit der Periode 2:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(22.) $\bar{\xi}_n' = \frac{k_1'}{4} + \frac{k_2'}{4^2} + \ldots$, und (23.) $\bar{\xi}_n'' = \frac{k_1''}{4} + \frac{k_2''}{4^2} + \ldots$,

wo (24.) $k_1' = k_1, \ldots k_n' = k_n, \; k'_{n+1} = 2, \; k'_{n+2} = 0,$
$k'_{n+3} = k'_{n+4} = \ldots = 2,$

(25.) $k_1'' = k_1, \ldots k_n'' = k_n, k''_{n+1} = 3, k''_{n+2} = k''_{n+3} = \ldots = 2.$

Es sei

(26.) $\bar{x}_n' = \varphi(\bar{\xi}_n'), \; x_n'' = \varphi(\bar{\xi}_n'')$.

Zuerst ist nach § 4. (27.), (28.):

$\bar{x}_n' = a_{n+2, \nu_{n+2}} + \frac{4}{5}\delta_{n+2, \nu_{n+2}}, f(\bar{x}_n') = A_{n+2, \nu_{n+2}} + \frac{4}{3}\Delta_{n+2, \nu_{n+2}},$

und weiter $\delta_{n+1, \nu_{n+1}} = \frac{3}{8}\delta_{n, l_n}, \delta_{n+2, \nu_{n+2}} = \frac{9}{64}\delta_{n, l_n},$

$$a_{n+1, \nu_{n+1}} = a_{n, l_n} + \frac{1}{2}\delta_{n, l_n}, \; a_{n+2, \nu_{n+2}} = a_{n+1, \nu_{n+1}},$$

$$\Delta_{n+1, \nu_{n+1}} = \frac{5}{8}\Delta_{n, l_n}, \Delta_{n+2, \nu_{n+2}} = \frac{25}{64}\Delta_{n, l_n},$$

$$A_{n+1, \nu_{n+1}} = A_{n, l_n} + \frac{1}{2}\Delta_{n, l_n}, \; A_{n+2, \nu_{n+2}} = A_{n+1, \nu_{n+1}},$$

sodaß endlich

(27.) $\bar{x}_n' = a_{n, l_n} + \frac{49}{80}\delta_{n, l_n}, f(\bar{x}_n') = A_{n, l_n} + \frac{49}{48}\Delta_{n, l_n}$ ist.

Dann ist

$\bar{x}_n'' = a_{n+1, \nu''_{n+1}} + \frac{4}{5}\delta_{n+1, \nu''_{n+1}}, f(x_n'') = A_{n+1, \nu} + \frac{4}{3}\Delta_{n+1, \nu''_{n+1}},$

und weiter

$$\delta_{n+1, \nu''_{n+1}} = \frac{1}{8}\delta_{n, l_n}, \; a_{n+1, \nu''_{n+1}} = a_{n, l_n} + \frac{7}{8}\delta_{n, l_n},$$

$$\Delta_{n+1, \nu''_{n+1}} = -\frac{1}{8}\Delta_{n, l_n}, \; A_{n+1, \nu''_{n+1}} = A_{n, l_n} + \frac{9}{8}\Delta_{n, l_n},$$

endlich

(28.) $\bar{x}_n'' = a_{n, l_n} + \frac{39}{40}\delta_{n, l_n}, f(\bar{x}_n'') = A_{n, l_n} + \frac{23}{24}\Delta_{n, l_n}.$

Es ist also

(29.) $$\frac{f(\bar{x}_n'') - f(\bar{x}_n')}{\bar{x}_n'' - \bar{x}_n'} = -\mu_{IV}\frac{\Delta_{n, l_n}}{\delta_{n, l_n}}.$$

Weiter ist

(30.) $\bar{x}_n' < x < \bar{x}_n''$, $\lim \bar{x}_n' = \lim \bar{x}_n'' = x$.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

V. Für unendlich viele Werte von n kann man $k_{n+1}=2$, $k_{n+2}=0$, $k_{n+3}=2$, $k_{n+4}=0$ . . . setzen. Der 4-adische Bruch (31.) $\bar{\xi}_n''=\frac{k_1}{4}+\ \ldots+\frac{k_n}{4^n}+\frac{2}{4^{n+2}}+\frac{2}{4^{n+3}}+\ldots$ mit der Periode 2 konvergiert zum Werte ξ, wenn $n\longrightarrow\infty$.

(32.) $\bar{x}_n''=\ (\bar{\xi}_n'')$ und $f(\bar{x}_n'')$

haben wir schon bei III. berechnet. Unser jetziges ξ ist mit dem ξ_n' bei dem Falle III. identisch. Es ist also $\frac{f(x)-f(\bar{x}_n'')}{x-\bar{x}_n''}$ dem Ausdrucke $\frac{f(\bar{x}_n'')-f(\bar{x}_n')}{\bar{x}_n''-\bar{x}_n'}$ des Falles III., gleich, also

(33.) $$\frac{f(x)-f(\bar{x}_n'')}{x-\bar{x}_n''}=-\mu_{III}\frac{\Delta_{n,l_n}}{\delta_{n,l_n}},$$

(34.) $\lim \bar{x}_n''=x$.

Prag, im Jänner 1922.

Sur une fonction contenue dans un manuscrit inédit de Bolzano.

Résumé.

Dans un manuscrit sur la théorie des fonctions, déposé à la bibliothèque nationale à Vienne*), Bolzano considère une fonction uniforme continue dans un intervalle fermé, et démontre que cette fonction n'a pas de dérivées finies dans un ensemble partout dense de points de cet intervalle. Le but du mémoire présent est de démontrer les théorémes énoncés au § 6 et au § 7.

§ 1. La fonction de Bolzano $f(x)$ est définie dans l'intervalle fermée $<0,1>$ comme la limite d'une suite de fonctions (1.). Cette suite est donnée successivement: $f_n(x)$ est représentée par une ligne polygonale $M_{n,0}\,M_{n,1}\ldots M_{n,4^n}$. On obtient $f_{n+1}(x)$ de $f_n(x)$, si l'on remplace $M_{n,l}\,M_{n,l+1}$ par une ligne

*) M. M. Jašek de Pilsen a attiré l'attention sur ce manuscrit intéressant dans le mémoire »Aus dem handschriftlichen Nachlaß Bernard Bolzanos« (ces Mémoires, II. cl, 1921-22). D'aprés sa communication il a été écrit en 1834.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

polygonale $M_{n+1,4l}\ M_{n+1,4l+1}\ \ldots\ M_{n+1,4l+4}$, où le point $M_{n+1,4l}$ est identique au point $M_{n,l}$, le point $M_{n+1,4l+4}$ au point $M_{n,l+1}$. $M_{n,0}$ coïncide avec M_{00} et $M_{n,4^n}$ avec M_{01}. $M_{00}\ M_{01}$ correspond à $f_0(x)=x$. Dénotons par $a_{n,l}.\ A_{n,l}=$ $=f_n(a_{n,l})$ les coordonées du point $M_{n,l}$. On a (4.). En posant (5.), on obtient (6.): (7.) et (8.) fournissent $a_{n+1,m}$, $A_{n+1,m}$ au moyen de $a_{n,l}$, $A_{n,l}$. Introduisons la notation (10.); nous obtiendrons (11.). (12.) resume les formules (7.), (8.), (9.).

§ 2. La série (4.) converge uniformément pour tous les x de l'intervalle $<0,1>$. Sa somme $\lim_{n\to\infty} f_n(x)=f(x)$ est alors continue dans l'intervalle $<0,1>$.

§ 3. Posons (1.). Les fonctions $\varphi_n(\xi)$, $\Phi_n(\xi)$ sont déterminées complètement pour $0\leqq\xi\leqq 1$ par la condition d'être linéaires dans chacun des intervalles partiels $<\frac{l}{4^n},\frac{l+1}{4^n}>$. Les fonctions $\varphi(\xi)=\lim_{n\to\infty}\varphi_n(\xi)$, $\Phi(\xi)=\lim_{n\to\infty}\Phi_n(\xi)$, comme sommes des séries uniformément convergentes (3.), (5.), sont continues dans l'intervalle $<0,1>$. On obtient immédiatement l'expression parametrique de la fonction de Bolzano $y=f(x)$ par les fonctions $x=\varphi(\xi)$, $y=\Phi(\xi)$ qui sont du type considéré par M. Steïnitz (Math. Ann. 52, 1899, p. 58.).

§ 4. L'expression de x et de $f(x)$: (24.), (25.), si ξ est donné comme une fraction 4 adique.

§ 5. Un lemme dont se sert déjà Steinitz (l. c.; cf. aussi Tannery, Introd. à la th. d. fonct. 2. éd. 1904, p. 415).

§ 6. Au moyen du lemme indiqué dans le paragraphe précédent, en utilisant l'expression parametrique de *la fonction de Bolzano* $f(x)$ indiquée au § 3, on démontre que celle-ci *n'a pas de derivées finies aux points intérieurs de l'intervalle* $(0,1)$. *Au point* $x=0$ *il n'y a pas de dérivée finie à droite, au point* $x=1$ *il n'y a pas de dérivée à gauche.*

§ 7. Par les mêmes moyens on démontre que *la fonction de Bolzano n'a pas de dérivées infinies à signe déterminée* $(+\infty$ *ou* $-\infty)$ *à l'intérieur de l'intervalle* $(0,1)$; *le même est vrai pour la dérivée à gauche au point* $x=1$.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

V.

Merkwürdige Punkte auf Wurfbahnen.

Von **A. Grünwald.**

Mit einer Figur.

Vorgelegt am 7. Juni 1922.

Sieht man vom Luftwiderstande, Winde, u. dgl. ab, so erhält man beim Wurfe aus einem Ausgangspunkte A (Geschützmündung) mit der anfänglichen Geschwindigkeit c — in der Richtung der Ausgangstangente a (Rohrachse des Geschützes) — als Wurfbahn eine

Parabel w von vertikaler Achsenrichtung.

Ist g die Beschleunigung der Schwerkraft und wird $\frac{c^2}{g} = p$ gesetzt, wird ferner auf der Vertikalen x des Ausgangspunktes A (unserer Abszissenachse) nach aufwärts die Strecke von der Länge AH, bezw. AD:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{c^2}{2g} = \frac{p}{2} = AH \\ \frac{c^2}{g} = p = AD \end{array}\right\}$$ abgetragen und werden endlich die Horizontalen durch

$\begin{matrix} A \\ H \\ D \end{matrix}$ mit $\begin{matrix} y \\ h \\ d \end{matrix}$ bezeichnet, (y sei unsere Ordinatenachse), so erhält diese Wurfparabel w

die Direktrix h $\left(x = \frac{p}{2}\right)$

und den Brennpunkt F, der zu H bezüglich der Ausgangstangente a spiegelbildlich liegt.

(Vgl. etwa Schell, Theorie der Bewegung u. der Kräfte. Leipzig 1870 S. 247 u. f.)

Der Scheitel S von w ist dann der Mittelpunkt des aus F zu h gefällten Lotes.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Als »Hilfspunkt« P, den wir später benützen werden, bezeichnen wir jenen Punkt auf der Verlängerung von HF (über F hinaus), der so liegt, dass er die nächste Fortsetzung der Reihe $H\mathfrak{H}F$ aequidistanter Punkte nach rechts bildet, wenn $\mathfrak{H}$ den auf a gelegenen Mittelpunkt von HF bezeichnet, so dass also auf dem Lote $H\mathfrak{H}$ aus H zu a die Strecken $\ldots\ldots H\mathfrak{H} = \mathfrak{H}F = FP$ einander gleich werden.

Aendert man den Winkel $\varphi = \sphericalangle(a, x)$ der Ausgangstangente a mit der festen vertikalen durch A gelegten Achse x bei Belassung der gleichen Anfangsgeschwindigkeit c in A (wodurch auch Hh Dd fest bleiben),[1]) so nehmen die Wurfparabeln w durch a die Gestalten der verschiedenen Parabeln des sogenannten

»Busches« $A(H)$ von Parabeln [Parabelbusches]

an, welche alle bekanntlich eine parabolische Hüllkurve oder Enveloppe e besitzen, die $\frac{A}{H}$ zum $\frac{\text{Brennpunkt}}{\text{Scheitel}}$ und d zur Direktrix hat. Jede Parabel w des Busches $A(H)$ berührt die e in jenen Punkte E, dessen Tangente — an w und e — zur Ausgangstangente a (der betreffenden Buschparabel in A) senkrecht steht:

Wird der Schnittpunkt von a mit $\frac{h}{d}$ durch $\frac{G}{\mathfrak{G}}$ bezeichnet, so liegt E dort, wo sich die folgenden beiden Geraden schneiden

1. die Senkrechte durch G zu a
2. » Vertikale » $\mathfrak{G}$

} Von selbst werden die Dreiecke AHG und AGE ähnlich und es fällt E auch auf die Verlängerung von AF.

Wir bemerken ferner, dass der durch A gehende »Scheitelstrahl« s von w (bzgl. A), $s = AS$, jede Horizontale z. B. $\frac{h}{d}$ in einem doppelt so weit von der Ausgangstangente x gelegenen Punkte $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}}$ schneidet, als die zu A gehörige Ausgangstangente a dies tat, was in $\frac{G}{\mathfrak{G}}$ geschah.

[1]) Gleiche Anfangsgeschwindigkeit kommt oft vor, z. B. beim Schiessen aus A mit der gleichen Patronenladung.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Beschreibt die Ausgangstangente a von w in der vertikalen Zeichenebene das Strahlenbüschel a, so wandert der Brennpunkt F von w, der das Spiegelbild des festen Punktes H bezüglich a ist, auf dem sogenannten »Brennpunktskreis« f des »Busches« $A(H)$, der durch H geht und das Zentrum A hat.

Der Scheitel S wandert dementsprechend auf der sogenannten »Scheitelellipse« s des Busches, welche zur kleineren Achse AH und eine doppelt so lange grössere Achse hat.

Nachdem wir dies vorausgeschickt haben, ist es leicht die merkwürdigen Punkte auf w anzugeben, die wir hier besonders im Auge haben, nämlich die sogenannten

»Extrempunkte« $\begin{matrix} O \\ U \end{matrix}$ jeder w bezgl. A,

mit welchem Namen wir die Punkte extremer — ab A gemessener — Entfernung auf w bezeichnen, d. h. jene Punkte von w, in denen sich das auf w dahinfliegende Geschoss einen Augenblick wie auf einem Kreise um A als Zentrum bewegt, so etwa, als wäre es mittels eines gespannten Fadens einen Augenblick um A geschwungen.

Die Extrempunkte O und U begrenzen auf jenen steil von A aus aufsteigenden Buschparabeln w, auf denen sie reell vorkommen, (wie z. B. auf der Parabel w in unserem Figurteile rechts von x) jenen Parabelbogen, auf welchem von O bis U (vom oberen Extrempunkt bis zum unteren) dahinfliegend, das von A steil (in unserer Figur schief nach rechts aufwärts) geworfene Geschoss sich — vorübergehend — seinem Ausgangspunkte A (der Geschützmündung)

wieder nähert!

Der $\begin{matrix} \text{obere} \\ \text{untere} \end{matrix}$ Extrempunkt $\begin{matrix} O \\ U \end{matrix}$ hat eine $\begin{matrix} \text{grössere} \\ \text{kleinere} \end{matrix}$ Entfernung von A als seine Nachbarpunkte auf w; beide, O und U, sind die Berührungsstellen von w mit Kreisen, die A zum Mittelpunkte haben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Man verfolge an der Hand des Figurteiles rechts von x, wie auf der dort eingezeichneten, steil von A aus (schief nach rechts aufwärts aufsteigenden) parabolischen Wurfbahn w das Geschoss beim Scheitel S von w — mit horizontales Tangente — aus der Ellipse $\mathfrak{s}$ heraustritt, um, nachdem es dann in E die Hüllparabel e gestreift hat, bei O — mit zu AO senkrechter Bahntangente — wieder in die Innenfläche von $\mathfrak{s}$ hineinzutreten, aus der es erst bei U — jetzt mit zu OU senkr. Bahntangente—wieder heraustritt Erst noch später passiert es bei Y die Ausgangshorizontale y. Zwischen O und U hatte sich hiebei das Geschoss an A — vorübergehend — wieder genähert, womit es schon bei O begonnen und erst bei U aufgehört hatte.

{ Konstruktion der Bogenteile OU
der Parabeln eines Busches $A(H)$, auf denen sich das fliegende Geschoss dem Augenspunkte A — vorübergehend — wieder nähert.

Nach unseren Vorbereitungen ist es leicht, die Punkte O und U auf w, sowie die w-Tangenten in ihnen anzugeben. Ihre von uns gefundene Konstruktion mit dem Zirkel ist überraschend einfach, da sich beweisen lässt, dass der von uns eben mit P bezeichnete »Hilfspunkt«, [der (auf dem Lote $H\mathfrak{H}FP$ aus H zur Ausgangstangente a) derart lag dass $H\mathfrak{H}=\mathfrak{H}F=FP$ wurde,] schon selbst der richtige Zusammenlaufpunkt der w-Tangenten in den (erst noch gesuchten) Punkten O und U ist[1]). Die gesuchten Extrempunkte O U der Parabel w (bzgl. A) selbst findet man dann

1. auf jenem durch D gehenden Strahle s_D, der aus dem Scheitelstrahle s durch gewöhnliche Reflexion an h (in $\mathfrak{S}$) hervorgeht, übrigens auch direkt aus a gewonnen werden kann, da a und s_D sich auf der — beim Busche festen — Geraden $\left(x=2\frac{p}{3}\right)$ schneiden;

2. auf jenem Kreise $\mathfrak{c}$, der AP zum Durchmesser hat (und

[1]) Der Ort der Hilfspunkte P beim Busche A (H) ist der Kreis $\mathfrak{o}_1$ durch H und mit dem Mittelpunkte $\mathfrak{O}_1\left(-\frac{p}{4}, o\right)$, der um $\frac{p}{4}=\frac{1}{2}HA$ unter A liegt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

übrigens von selbst auch durch $\mathfrak{H}$ und durch den Scheitel S von w geht).

$$\text{Also } \left\{ \begin{matrix} O \\ U \end{matrix} = s_D \cdot c \right\}$$

ist die quadratische Lösung unserer Aufgabe, die Extrempunkte O und U zu bestimmen, und dabei führen die w-Tangenten in O und U beide zu unserem oben angegebenen Hilfspunkte P hin, sie sind nämlich:

$\begin{matrix} PO \\ UO \end{matrix}$ in $\begin{matrix} O \\ U \end{matrix}$ (Extremspunktstangenten bei w bezüglich A.)

Die Kreise c umhüllen beim Busche jene Paskalschnecke mit dem isolierten Doppelpunkte A, welche der Ort ist für die Fusspunkte H der Lote aus A auf die Tangenten des Kreises c_1. Vgl. die letzte Fussnote. H ist in der Figur auf AFE zu nahe an E, um gezeichnet werden zu können.

Interessanter Weise liegen die Extrempunkte OU aller Parabeln eines Busches $A\,(H)$ auf derselben Scheitelellipse $\mathfrak{s}$ des Busches, die auch von den Scheiteln S der Buschparabeln erfüllt wird,[2]) und bilden dort eine D-Involution mit den Deckpunkten

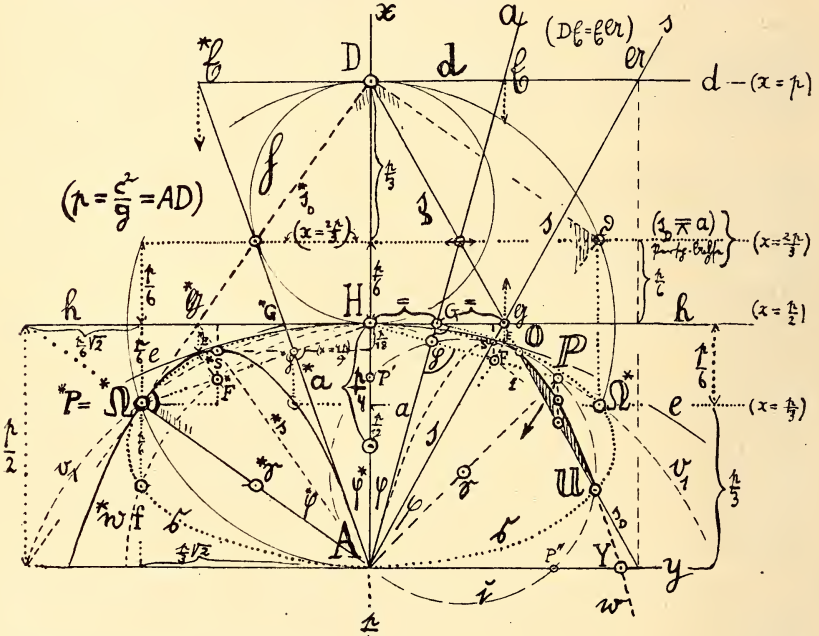
${}^*\Omega\left(\frac{p}{3}, -\frac{p}{3}\sqrt{2}\right)$ und $\Omega^*\left(\frac{p}{3}, \frac{p}{3}\sqrt{2}\right)$, welche als äusserste Extrempunkte zu gewissen zwei »Grenzparabeln« des Busches gehören, die bezüglich x zu einander symmetrisch sind, ${}^*w$ und w^*, und von denen wir deshalb nur die eine, ${}^*w$, in unserer Figur darstellen. (Ein Stück von ${}^*w$ ist dort links von der vertikalen x-Achse zu sehen.)

Die Extrempunkte O und U rücken nämlich bei jeder dieser beiden Grenzparabeln des Busches in einen einzigen Punkt auf $\mathfrak{s}$, (z. B. bei ${}^*w$ in ${}^*\Omega$) zusammen, dessen mit der Tangente an $\mathfrak{s}$ dort zusammenfallende Tangente an ${}^*w$, nämlich ${}^*\Omega D$, senkrecht steht zu ${}^*\Omega A$:
${}^*\Omega D \perp {}^*\Omega A$, wobei sich die erstere Strecke zur letzteren ver-

[2]) Wie durch jeden Punkt innerhalb der Enveloppe e gehen auch durch jeden Punkt von $\mathfrak{s}$ zwei Buschparabeln, eine durch die betreffenden Punkte mit horizontaler Tangente und die andere mit einer zum Verbindungsstrahle des betreffenden Punktes von $\mathfrak{s}$ mit A senkrechter Tangente hindurchgehend.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

hält wie $\sqrt{3} : 1$. Die zu A benachbarte Ecke eines Würfels mit dem Mittepunkte H und der Diagonale AD kann daher durch Drehung um AD nach $^*\Omega$ (eben so gut auch nach Ω^*) gebracht werden, wonach $^*\Omega D$ an $\mathfrak{s}$ und w^* Tangente wird und die Ausgangstangente $^*a$ von A zum Mittelpunkte der Flächendiag. $^*\Omega D$ des Würfels führt. Die »Grenzparabel« $^*w$ hat zum Krümmungsmittelpunkt bei $^*\Omega$ den Punkt A selbst. Ausser dem einzigen Punkte $^*\Omega$ ist auf der $^*w$ kein anderer Extrempunkt mehr vorhanden, O und U sind dort (in diesem einzigen Extrempunkte) zusammengerückt



{Grenzparabel $^*w$ des Busches mit einem Extrempunkt Ω bezüglich A. $A^*\Omega = \frac{p}{\sqrt{3}}$}

{Parabel w mit zwei Extrempunkten O und U bezüglich A.}

$\{\varphi^* = HA^*\mathfrak{H} = {}^*\mathfrak{H}A^*F = {}^*SA^*\Omega.\}$ | $\{\varphi = HA\mathfrak{H} = \mathfrak{H}AF = SAP\}$ $\triangle A\mathfrak{H}H \cong A\mathfrak{H}F \sim ASP$

Der Würfel mit dem Mittelpunkt H und den Diagonalen AD und $\mathfrak{D}\,{}^*\Omega$. bestimmt $^*\Omega$ und die dortige gemeisame Tangente $^*\Omega D$ von $^*w$ und $\mathfrak{s}$, auch die Ausgangstangente $^*a$ vou $^*w$, der diese A, mit dem Mittelpunkte der Flächendiagonalen $^*\Omega D$ verbindet.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zu denken und zw. auf der zu D hinführenden gemeinsamen Tangente $^*\Omega D$ von $^*w$ und $\mathfrak{s}$.

Dieser Fall einer Grenzparabel $\begin{smallmatrix}^*w\\ w^*\end{smallmatrix}$ mit einem einzigen Extrempunkte $\begin{smallmatrix}^*\Omega\\ \Omega^*\end{smallmatrix}$ tritt dann ein, wenn als Ausgangstangente a in A eine der beiden Tangenten aus A an den Kreis $\mathfrak{h}$ über dem Durchmesser HD gewählt wird, also wenn der absolut genommene Winkel $\varphi = \sphericalangle(a, x)$ den besonderen Wert φ^* erhält, welcher der Gleichung $\sin\varphi^* = \frac{1}{3}$ gemäss ist, wie dies bei $a = {}^*a$ (in unserem Figurteil links von der Ausgangsvertikalen x) der Fall ist; bei beiden zu x symmetrischen Grenzparabeln $^*w$ und w^* des Busches gilt dann (absolut genommen) $\varphi^* = 19^0\ 28'\ 16{\cdot}39''$ $\left(\operatorname{tg}\varphi^* = \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$.

Mögliche Fälle:

1. Ist φ (abs. gen.) kleiner als dieser Grenzwert φ^*, so gibt es zwei reelle Extrempunkte OU auf der zugehörigen Parabel w, wie dies in unserer Figur bei der Parabel w (rechts von der x Achse) der Fall ist, deren Ausgangstangente a den Kreis $\mathfrak{h}$ (über HD als Durchmesser) schneidet.

2. Ist φ (abs. gen.) gleich φ^*, so haben wir es mit einer der beiden symmetrischen Grenzparabeln $\begin{smallmatrix}^*w\\ w^*\end{smallmatrix}$ zu tun, die ausführlich besprochen wurden; die Ausgangstangente aus A berührt in diesem Falle den Kreis $\mathfrak{h}$ über HD.

3. Ist φ (abs. gen.) grösser als der eben im Gradmasse hingeschriebene Grenzwert φ^*, d. h. schneidet die Ausgangstangente a den Kreis $\mathfrak{h}$ nicht in reellen Punkten, so gibt es überhaupt keine reellen Extrempunkte — bzgl. A — mehr auf der Wurfparabel. Das beim Scheitel S von w [der jetzt (bei 3) auf der Ellipse] $\mathfrak{s}$ unterhalb der horizontalen Geraden $^*SS^*$ $\left(x = \frac{4p}{9}\right)$ [1]) liegt aus der Innenfläche von $\mathfrak{s}$ mit horizontaler Tangente heraus-

[1]) Die festen Punkte $\begin{smallmatrix}S^*\\ {}^*S\end{smallmatrix}$ von $\mathfrak{s}$ $\left(\frac{4p}{9}, \pm\frac{2p}{9}\sqrt{2}\right)$ sind die Scheitel der Grenzparabeln $\begin{smallmatrix}w^*\\ {}^*w\end{smallmatrix}$ des Busches AH; wir haben von diesen beiden Punkten, die zur x Achse symmetrisch liegen, nur den einen und zwar $^*S$ auf $^*w$, in der Figur verzeichnet.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

fliegende Geschoss, — welches, wenn es (bei 2) auf $^*w$ flog, die Ellipse $\mathfrak{s}$ in $^*\Omega$ [links unterhalb des Scheitels $^*S\left(\frac{4p}{9}, -\frac{2p}{9}\sqrt{2}\right)$ in uns. Figur] noch berührt hatte, — macht jetzt (bei 3) nicht einmal mehr dies und fliegt jetzt beim Scheitel S von w endgiltig aus der Innenfläche von $\mathfrak{s}$ heraus, um nie wieder hineinzukommen.

Résumé.

La développée d'une parabole ordinaire donnée est une parabole de Neïl, c. à. d. une courbe du troisième ordre et de la troisième classe. Par conséquent on peut mener de chaque point du plan trois normales de la parabole (ordinaire) donnée. En choisissant le point de départ de ces normales sur la parabole ordinaire même, une de ces normales est connue et l'on peut s'attendre à une solution quadratique du problème.

En cherchant cette solution, on est surpris de trouver combien est simple la construction au moyen de la règle et du compas, indiquée dans la remarque précédente.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VI.

Arabské rostliny z poslední cesty Musilovy r. 1915.

Plantae arabicae ex ultimo itinere A. Musili a. 1915.

Napsal prof. **J. Velenovský.**

Předloženo dne 13. června 1922.

Na výpravě, kterou slavný orientalský badatel, prof. dr. Alois Musil r. 1912 v Arabii podnikl a na níž dle mého návodu a prosby veliké množství rostlin nasbíral, byl od loupeživých Arabů v poušti přepaden, celá výprava o všechno obrána a rostliny rozmeteny po poušti. Lupiči hledali v herbářových balíkách papírové bankovky. Tak přišla drahocenná sbírka rostlin z krajin, Evropanům nedostupných, na zmar. Prof. Musil sebral potom toho roku ještě něco rostlin v jižní Mesopotamii mezi Eufratem a Tigridem od 35 k 33 s. š., poněvadž ale neměl papíru, přišly tyto rostliny do Čech ve stavu velmi chatrném, takže jsem z nich mohl vybrati jen něco málo do sbírek a spolehlivě určiti. Jsou zde také uvedeny.

Roku 1915 podnikl prof. Musil novou, velikou výpravu do Šťastné Arabie a od ledna do dubna, jižně od 29. s. š. sbíral rostliny, které šťastně do Čech dopravil a mně k prozkoumání laskavě odevzdal. Rostliny tyto jsem nyní prozkoumal a jich seznam a rozbor v následujícím uvádím. Velká většina se opakuje jako ve sbírce, kterou jsem r. 1911 ve »Věstníku Král. čes. spol. nauk« uveřejnil. Jsou to druhy charakteru vesměs pisčitých pustin, jež namnoze již také Boissier ve své »Flora orientalis« z Arabie uvádí. Jako nejvíce pozoruhodné možno označiti Tecoma arabica Vel., Pseudocrupina arabica Vel., Sisymbrium Musili Vel., Musilia arabica Vel.

Sbírka těchto rostlin, řádně etiketována uložena jest v herbáři Botan. ústavu čes. university Karlovy v Praze.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Farsetia aegyptiaca Turr. Dîd a Ega.
Erucaria Aegyceras I. G. Guhfe a habb al Mehûle.
Eruca sativa Lam. Ad Euphratem a. 1912.
Erucaria aleppica Gaertn. Ad Euphratem a. 1912.
Savignya longistyla B. R. Ad Aš-Šâma.
Matthiola arabica Vel. Graibe a hazle al-Abjaz. Ad Euphratem.
M. oxyceras DC. Al-Hmûdijje.
Lepidium sativum L. Habra Šammar. Arabice rešâd.
L. Draba L. Ad Euphratem a. 1912.
Barbarea arabica Vel. Habb al Mehûle.
Malcolmia nefudica Vel. Ummu Greif.
M. arabica Vel. Habb an Neka.
Sisymbrium Irio L. Ad Euphratem.
S. Loeselii L. Ad Euphratem.
S. Musili sp. n. Annuum, gracile, pumilum, radice tenui simplici, pube ramosa adpresse parce hirtulum. Foliis tantum rosularibus, spathulatis, longe petiolatis (1—2 cm l.), integris vel lyrato-lobulatis. Scapis aphyllis tenuibus, ca 5—10 cm altis, a basi remote 3—6floris, floribus longe pedicellatis, pedicellis calyce 2—3plo longioribus, siliqua parum brevioribus patulis. Floribus 8—10 mm longis, petalis roseis, ungue longe calycem obtusum hyaline marginatum excedentibus. Siliqua 2—3 cm l. tenuiter lineari, subtetragona, valvis nervo dorsali percurso, stylo 1—2 mm l., stigmate capitato leviter bilobo. Seminibus luteis exalatis. In arenosis desertorum Arabiae ad Al Hmûdijje, as Sejjerijjât, al Grejf, al Gbele. — Ex affinitate S. Thaliani L., sed plene diversum, floribus multo majoribus, sparsis, roseis. Floret januario.
Isatis microcarpa J. Gay. Ega, ad Euphratem a. 1912.
Diplotaxis Griffithii Hook. fil. Habl al Kôh, al Hmûdijje.
Erysimum oleaefolium J. Gay. Ad Euphratem a. 1912. Hactenus tantum semel lectum (Aucher).
Er. nanum sp. n. Annuum, radice simplici, totum canescens, pilis simplicibus, adpressis. Caulibus pumilis, 3—8 cm altis, simplicibus vel parce ramosis, foliosis. Foliis linearibus, integris, 2—3 cm longis, 2—3 mm latis, acutiusculis, duriusculis. Racemo paucifloro, pedicellis calyce

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

brevioribus, calyce 5—7 mm l. Petalis integris pallide luteis calycem parum excedentibus. Siliqua tereti, adpresse hirta cana patula, stylo brevi. In siccis desertorum Arabiae ad Ega, Dhana.

Aethionema cristatum DC. Ad Euphratem a. 1912.
Biscutella Columnae Ten. Ad Euphratem.
Alyssum dasycarpum Steph. Ad Euphratem.
A. Szowitsianum F. M. Ad Euphratem,
Zilla myagroides Forsk. Ammu Grejf.
Fumaria parviflora Lam. Ad Euphratem.
Glaucium corniculatum L. Ad Euphratem.
Gl. elegans F. M. Ad Euphratem.
Roemeria hybrida. L. Ad Euphratem.
Reseda alba L. Ad Euphratem a. 1912, Al Hwêr.
R. arabica Boiss. Sejjrijjât.
Ochradenus baccatus Del. Ega, Gildijje.
Gaylusea canescens L. Ernân.
Helianthemum salicifolium L. Dhana, Hagara. Ad Euphratem.
H. Lippii L. v. *micranthum* Boiss. Al Mustanda.
H. ventosum Boiss. Ega, Dhana, ammu Grejf.
Erodium glaucophyllum Ait. Al Hagara. Ad Euphratem.
E. pulverulentum Dsf. Al Gbele, al Guhfe.
E. laciniatum Cav. Habb al Mehûle.
E. bryoniaefolium Boiss. Al Hmûdijje. Nefûd.
E. cicutarium L. Habra Sammar. Arabice bahatvi.
Hypecoum pendulum L. Habb al Mehûle.
Neurada procumbens L. Al Labba, Sejjerijjât. Arabice sâdân.
Polygala spinescens Decaisn. Ega, al Mabna.
Tamarix Hampeana Boiss. As Sihle. Arabice tarfa.
Haplophyllum tuberculatum Forsk. Misma.
Umbilicus intermedius Boiss. Ega.
Fagonia myriacantha Boiss. As Šâma. Arabice gamba.
Zygophyllum simplex L. Jâtob.
Silene villosa Forsk. Marbat al Faras.
Gymnocarpon fruticosum Pers. As Baen. Arabice gerad, gafna.
Polycarpaea fragilis Del. Nefud, al Hmûdijje.
Paronychia arabica L. Habb al Mehûle.
Herniaria arabica Hand. Maz. Ad Euphratem a. 1912.
Paromychia desertorum Boiss. Ad Euphratem.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Vaccaria grandiflora Fsch. Ad Euphratem.
Spergularia rubra Wahl. Ad Euphratem.
Silene conoidea L. Ad Euphratem.
S. coniflora Otth. Ad Euphratem.
S. Oliveriana Otth. Ad Euphratem.
Trigonella stellata Forsk. Sejjerijjat, ammu Greif.
T. radiata L. Ad Euphratem.
T. azurea CAM. Ad Euphratem.
T. hamosa L. Dhana.
Medicago Aschersoniana Urb. Al Hagara, ammu Greif.
Hippocrepis biflora Spreng. Dhana, Zubâla.
H. ciliata Willd. Al Hmûdijje.
H. biconcorta Lois. Zubâla.
H. monantha CAM. Misma.
Glycyrhiza glabra L. Ad Euphratem.
Onobrychis venosa Dsf. Hazb al Abjaz, ammu Greif.
Lotus angustissimus L. Dhana, al Hmûdijje, al Guhfe. Arabice howzân. In tota Arabia Felici valde dispersa.
Retama Roetam Forsk. Saba. Arabice retam.
Tephrosia Musili Vel. Ad Euphratem.
Astragalus Cahiricus DC. Al Gildijje.
A. macrobotrys Bge. var. *camelorum* Vel. Al Labba.
A. triradiatus Bge. Al Mustanda.
A. Forskahlei Boiss. Ar Raen. Arabice zetâde.
A. Gyzensis Del. Nefûd, Ega.
A. Musili sp. n. Perennis, herbaceus, e radice multicaulis. Caulibus erectis foliosis, patule longe hirtis, viridibus, pedalibus. Foliis 6—10 cm l., 5—9 jugis, imparijugis, patule longe albohirtis, foliolis obovatis, virentibus, glabris vel parce ciliatis. Racemis pedunculatis, axillaribus, folium subsuperantibus, laxe 4 — 8 floris, bracteis lanceolatis pedicellos brevissimos superantibus, calycis nigro-hirti tubulosi dentibus subulato-angustatis tubo aequilongis. Corollae roseae vexillo apice longe abrupte attenuato. Flore ca 1 cm longo. Legumine pendulo, longe hirto, obovato. In Arabia Felici februario 1915 ad Al Gidijje. Affinis A. nucleifero Boiss., quod differt indumento adpresse cano, dentibus calycinis brevibus etc.
Pimpinella arabica Boiss. Dhana.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Devera chlorantha Coss. Durr. Habb al Kôh. Habet radios 3—6-nos, glabros, stylos stylopodio aequilongos, folia caulina e basi triangulari late albomembranacea longe tenuiter setacea, caules rigidos, duros, divaricatim multiramosos, striatos, glabros.

Dicyclophora morphologica sp. n. Annua, caulibus basi, nodis, radiis pedicellisque asperulo-hirtis exceptis glabra, saepius e rubescenti basi ramosa, 12—25 cm alta, caule angulato-sulcato, erecto, folliis ambitu triangulari-oblongis, bipinnatisectis, lacinulis breviter linearibus subacutis, umbellis longissime pedunculatis 2—5 radiatis, involucri phyllis minutis radiis multo brevioribus, linearibus, acutis, involucelli phyllis externis ovatis, tandem patenti-reflexis et induratis flore brevioribus, internis ad ungues duros reductis, petalis albis valde radiantibus, florum sterilium externorum pedicellis tandem strictis duris fructum involucrantibus, internis brevioribus valde reductis tenuioribus, calycis laciniis externis magnis planis ellipticis pedicellos aequantibus, internis in ungues duros recurvatos mutatis. In Arabia boreali ad Euphratem, Al Haram, ammu Greif, maio 1912.

D. caucalioides sp. n. A praecedenti diversa: statura minori, tota planta asperulo-hirta, caulis a basi ramosus ramis procumbentibus et ascendentibus, lacinulis latioribus, involucelli phyllis omnibus aequalibus elliptico-spathulatis, calycis laciniis externis latius et brevius ellipticis, internis fere reductis, floribus internis minutis vel abortatis, externis minus radiantibus. In Mesopotamia merid. maio 1912.

Scandix pinnatifida Vent. Ad Euphratem.

Anvillaea Garcini Burm. Al Hagara, Ega, ammu Greif, ad Euphratem. Arabice nikd.

Matricaria arabica Vel. Ad Euphratem, Sejjerijjât Arabiae.

Pulicaria undulata L. Misma.

Calendula aegyptiaca Dsf. Abu Mîl, ammu Greif.

Senecio coronopifolius Dsf. Al Gbele, Misma.

Picris radiata Forsk. Al Haram, al Hagara, al Hmûdijje.

Leontodon autumnale L. Mustanda, Hmûdijje.

Scorzonera Musili Vel. Nefûd.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

S. cariensis Boiss. Ad Euphratem.

Koelpinia linearis Pall. Mustanda, as Sâma.

Senecio Decaisnei DC. Hazb al Abja.

Artemisia judaica L. Az Zaba. Arabice abejtrân.

Musilia arabica Vel. (sub Asterisco). Al Ruta, Dhana. Achenia matura nunc communicavit cel. Musil. Praestant glabra, exalata, arcuata, lanceolato-acuminata, fere subrostrata, tenuiter striato-costata, 2—3 mm longa. Hac de causa non tegitur cum genere Asterisco et novum genus Musilia sistit. Arabice dicitur arfeg.

Atractylis cancellata L. Ad Euphratem.

Carduus getulus Poir. Ad Euphratem.

Pseudocrupina gen. nov. Capitulum ellipsoideum, multiflorum, receptaculum nudum. Involucrum imbricatum, polyphyllum phyllis scariosis, integris, oblongis. Flores lutei, centrales hermaphroditi, corolla tubulosa, apice aequaliter 5-dentata, flores marginales feminei, corolla longe tubulosa apice ligula integra aequilonga zygomorpha involucrum parum superanti terminati. Achenium cylindricum, erostre, juvenile sparse hirtulum, pappo biseriali, serie externa setis longis albis longe plumosis 5—8nis, serie interna squamis 5—8nis brevissimis oblongis apice retusis constante. — Planta annua, radice simplici tenui, caule ramoso, ramis monocephalis, foliis anguste lineari-setaceis. Habitus plene Crupinam revocat.

Ps. arabica sp. n. Annua, caule foliisque sparse araneosis et glandulis pedicellatis crebre vestitis, caule 10—15 cm alto, multiramoso, erecto, gracili, rigido, folioso. Foliis alternantibus, rigidulis, lineari-setaceis, acutis, canaliculatis, nervo valido percursis, ca 1—2 mm latis. basi paulisper latioribus, sed non amplectentibus. Capitulis solitariis, nudis, nitentibus, pedicellis praelongis axillaribus suffultis, ellipsoideis, 1 cm longis. Involucri phyllis inferioribus ellipticis integris rigide coriaceis obtusis, superioribus oblongis et linearibus, totis scariosis, obtusis, omnibus fuscescentibus vel dorso lilacino-inhalatis.

In arenosis deserti Arabiae Felicis ad El Misma februario a. 1915 legit cel. dr. Al. Musil. Plantula revocat valde Crupinam, cui autem haud affinis est. Spectat ad pro-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ximam affinitatem generis Phagnalon Cass., species perennes continentis.

Scabiosa Olivieri Coult. Ad Euphratem, Nefud, Haram.
Gaillonia Bruguieri A.R. Ad Euphratem.
Alkanna hirsutissima DC. Ad Euphratem.
Echium longifolium Del. Ammu Greif.
Lithospermum callosum Vahl. Sejjrijjât.
Arnebia hispidissima Spreng. El Misma, el Grajba.
A. cornuta Ledb. Ad Euphratem.
Trichodesma Ehrenbergii Schweinf. Hazb al Abjaz.
Heliotropium luteum Poir. Širan, Sejjrijjât.
H. persicum Lam, Ammu Grejf, Ega, Mardud.
Echinospermum sinaicum DC. Ad Euphratem.
Moltkia angustifolia DC. Ad Euphratem.
Asperugo procumbens L. Ad Euphratem, Dhana.
Convolvulus fruticosus Poll. Ad. Euphratem.
Cuscuta Epithymum L. In tota Arabia boreali.
Salvia controversa Ten. Ega,
S. spinosa L. Ad Euphratem,
Teucrium rigidum Bnth. In tota Arabia boreali.
T. Polium L. Ega, Dhana.
Lavandula coronopifolia Poir. Ega.
Zizyphora tenuior L. Ad Euphratem.
Verbascum euphraticum Bnth. Ad. Euphratem.
Scrophularia hypericifolia Wydl. Ad Euphratem.
Tecoma arabica sp. n. Arbuscula, ramis lignosis, divaricatis, cinereis, ramulis lateralibus brevibus spinescentibus oppositis. Foliis fasciculatis, coriaceis, glabris, breviter attenuato-petiolatis, oblongo-spathulatis, apice obtusis vel retusis, integris, nervis secundariis vix prominulis, caeteris inconspicuis. Racemis valde abbreviatis, paucifloris, pedicellis calyce 2—3plo longioribus, calyce glabro, campanulato, breviter obtuse et late quinquelobo. Corolla magna, ampla, punicea, campanulata, basi attenuata, lobis rotundatis subaequalibus. Staminibus 4nis, loculis linearibus angulo divergentibus.

In Arabia Felici in Hegâr boreali initio martio 1915 legit cel. dr. Al. Musil.— In regno Mascate Arabiae (Aucher) citatur (Boiss. IV, 80) T. undulata Roxb.,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

civis Indiae et Belutschiae (foliis undulatis, pedicellis brevissimis), quae certe cum nostra identica est, sed erronee ad speciem indicam relata est.

Gomphocarpus sinaicus Boiss. Hazb al Abjaz.
Scrophularia hypericifolia Wydl. Ammu Greif, Ega.
Linaria ascalonica Boiss. As Sâma.
L. aegyptiaca L. Ega, Gildijje, al Ela.
Phelipaea longiflora Pers. Al Hmudijje.
Plantago Gintlii Vel. Hazb al Abjaz.
P. cylindrica Forsk. Abu Mîl, Nefud, el Guhfe, ammu Greif.
Lycium arabicum Schweinf. El Hwêr. Arabice awsege.
Solanum sinaicum Boiss. Ega. Arabice kleit.
Statice Thoňini Viv. Ammu Greif.
Salix acmophila Boiss. Ad Euphratem.
Spinacia tetrandra Stev. Mesopotamia.
Seidlitzia Rosmarinus Ehr. Arabia borealis.
Andrachne telephioides L. Arabia borealis.
Forskahlea tenacissima L. Ega.
Calligonum comosum L'Her. Nefud, Misma, al Ela.
Rumex lacerus Balb. Al Gbele, al Mehûle.
Aerva lanata L. Ego,
Euphorbia cornuta Pers. Gildijje.
E. granulata Forsk. Al Ela.
Iris rubromarginata Ika. Mesopotamia.
I. Sisyrinchium L. El Hagara, Dâre.
Gagea reticulata Pall. Mesopotamia, Nefud.
Asphodelus micranthus Boiss. As Sejjerijjât.
Bellevalia bracteosa Vel. El Labba, ammu Greif.
Colchicum Szowitsii C A M. El Labba, el Guhfe. Arabice asansal.
Carex divisa Huds. Mesopotamia.
Cyperus conglomeratus Rottb. Ammu Greif.
Aeluropus mucronatus Forsk. Mesopotamia, Arabia borealis.
Schismus arabicus Nees. Arabia borealis.
S. calicinus L. In tota Arabia Felici frequens.
Bromus tectorum L. Al. Hagara, Dhana, Nefud, Mesopotamia.
Poa sinaica Steud. Ad Euphratem.
Scleropoa memphitica Spreng. Nefud, Mustanda.
Hordeum murinum L. Mesopotamia, Arabia bor.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Aristida plumosa L. Mesopotamia, in tota Arabia bor.
A. coerulescens Dsf. Basîta, Dhana.
A. ciliata Dsf. Ega, ammu Greif.
A. obtusa Del. Nefud.
Polypogon monspeliense L. Mesopotamia.
Aegilops triaristata Coss. Dur. Mesopotamia.
Nardurus orientalis Boiss. Mesopotamia.
Tricholaena Teneriffae L. Ega.
Pennisetum dichotomum Forsk. Al Batîta. Arabice tmâm.
P. ciliare Lnk. Ega, Dhana. Arabice naras.
Stipa tortilis Dsf. Ega, Misma, al Hmûdijje.
Andropogon laniger Dsf. Ega. Arabice gdâda.
A. pubescens Vis. Ega, Nefud.
Ephedra Alte C A M, Gatjât, Ega'. Arabice da.
Ophioglossum lusitanicum L. El Mabna.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VII.

Příspěvek k theorii Borelova pokračování funkcí.

Napsal **Miloš Kössler.**

Předloženo dne 12. července 1922.

Potenční řada

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \qquad (1)$$

nechť konverguje v kružnici $|z| < 1$; tato kružnice budiž při tom přirozenou hranicí funkce podle Weierstrassovy definice.

O jisté skupině takových funkcí dokázal Borel, že jsou monogenní v oboru C*), který obsahuje také nespočetné množství bodů, příslušících k obvodu kružnice $|z| = 1$. Při tom nerozhodl zásadní otázky, zda každá funkce tvaru (1) jest monogenní v tomto smyslu, či zda jsou možné výjimky.

V pojednání tomto podán jest důkaz, že funkce theta $\sum_{n=1}^{\infty} z^{n^2}$ není monogenní v žádném oboru C, který by obsahoval kružnici $|z| < 1$ jako svou část. Dospějeme totiž pro tuto funkci k větě následující:

Na obvodě jednotkové kružnice existuje jen spočetné množství bodů z_1, které mají tuto vlastnost: Funkční hodnota $f(z)$ má konečnou limitu, když z blíží se spojitě k z_1 po poloměru kružnice konvergenční. Zbývající nespočetné množství bodů obvodových té vlastnosti nemá.

Tato věta jest jednak odpovědí na zmíněnou zásadní otázku o monogenitě, zadruhé pak vede k formulaci následujícího problemu obecnějšího:

Při přímkovém pokračování funkce (1) za hranici $|z| = 1$ přes daný bod této hranice požadujeme pouze:

*) E. Borel: Leçons sur les fonc. monog. Definice funkce monog. a oborů C v kapitole V.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

A) konečnost a spojitou změnu funkčních hodnot $f(z)$,
B) existenci, konečnost a spojitou změnu hodnot $f'(z)$.

Ptáme se, zda existují funkce typu (1) toho druhu, že v žádném bodě kružnice $|z| = 1$ tyto dva požadavky nejsou splněny, když blížíme se k obvodu po příslušném poloměru kružnice konverg. Uvidíme, že takové funkce vskutku se dají sestrojiti.

Rozšíření pojmu spojitého pokračování bylo by tedy pro takové funkce možno jen opuštěním požadavku *A*) nebo *B*). Opustiti *A*) jest nemožné, neboť požadavek ten definuje spojitost pokračování. Mohli bychom tedy snad upustiti od *B*); avšak požadavek ten jest podle mého mínění nutným spojovacím článkem mezi definicí analytického pokračování podle Weierstrassa a každou jinou definicí pokračování zobecněného.

Z toho pak vyplývá následující úsudek, který jest možno považovati za hlavní výsledek této práce:

Ať rozšíříme pojem spojitého pokračování jakýmkoliv způsobem, budou vždy existovati funkce, které se způsobem tím pokračovati nedají v žádném bodě své kružnice konvergenční pokud ovšem se přidržíme požadavků *A*) a *B*).

---

1. Uvažujme funkci komplexní proměnné $z = x + iy$

$$\Theta(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi n^2 z}.$$

Zaveďme dále označení $\xi = e^{-\pi z}$.

Funkce $\Theta(z)$ představuje pak potenční řadu proměnné ξ, která má kružnici $|\xi| = 1$ svou přirozenou hranicí; jinak řečeno funkce $\Theta(z)$ jest rozvojem svým definována v půlrovině $x = R(z) > 0$.

Položme nyní $y = m/n$, kdež m, n jsou celistvá nesoudělná čísla; pak bude

$$\xi = e^{-\pi x} e^{-\frac{\pi m i}{n}}.$$

Blíží-li se nyní x kladnými hodnotami k nule, blíží se bod ξ k bodu $e^{-\frac{\pi m i}{n}}$ po přímce vycházející z počátku a svírající

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

s osou reálnou úhel $-\frac{\pi m}{n}$. Ptáme se nyní, jak se při tom chová $\Theta(z)$. V tom dovíme se ze známých vzorců*) upravených ovšem podle našeho způsobu označování

$$\lim_{x \to o} \Theta\left(x + \frac{i m}{n}\right) = \sqrt[+]{\frac{1}{x}} \frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} e^{-\frac{m}{n} s^2 \pi i}, \quad m \text{ sudé};$$

$$= \sqrt[+]{\frac{1}{x}} \frac{1}{2n} \sum_{s=0}^{2n-1} e^{-\frac{m}{n} s^2 \pi i}, \quad m \text{ liché}.$$

Z toho jest patrno, že funkce $\Theta(z)$ vzrůstá nad všechny meze, když x blíží se k nulle pokud příslušné Gaussovy součty jsou od nully různé. Jestliže však Gaussův součet jest roven nulle, což nastane pro m i n současně liché, blíží se $\Theta(z)$ k nulle a rovněž všechny derivace její podle x.

Tyto známé vlastnosti doplníme vyšetřením, jak chová se $\Theta(z)$, když $x \to 0$ a y jest dané číslo irracionálné.

Cauchy-ova formule transformační

$$\Theta(z) = \sqrt[+]{\frac{1}{z}}\, \Theta\left(\frac{1}{z}\right) \quad \ldots\ldots (2)$$

platí pro každé komplexní z splňující podmínku $x = R(z) > o$.

Tuto formuli lze snadno zevšeobecniti, uvážíme-li že

$$e^{\alpha} = e^{\alpha + 2 k \pi i},$$

kdež k jest libovolné kladné nebo záporné číslo celistvé. Tedy také

$$\Theta\left(\frac{1}{z}\right) = \Theta\left(\frac{1 + 2 k i z}{z}\right).$$

Užiju-li nyní na pravou stranu této rovnice transformace (2) dostanu

$$\Theta\left(\frac{1}{z}\right) = \sqrt[+]{\frac{z}{1 + 2 k i z}}\, \Theta\left(\frac{z}{1 + 2 k i z}\right).$$

To dosadím do (2) a obdržím

$$\Theta(z) = \sqrt[+]{\frac{1}{1 + 2 k i z}}\, \Theta\left(\frac{z}{1 + 2 k i z}\right).$$

*) Thomae: Abriss einer Theorie der compl. Funkt. Halle 1873. Viz též Krazer: Thetafunktionen p. 190.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

V tomto pochodu mohu pokračovati. Značí-li k_1, k_2, ... k_m celistvá čísla kladná nebo záporná, bude po m krocích naznačeného procesu proměnná Z při funkci Θ na pravé straně rovnice dána řetězcem

$$Z = \frac{1}{|2\,k_1\,i} + \frac{1}{|2\,k_2\,i} + \ldots + \frac{1}{|2\,k_m\,i} + \frac{1}{|z}.$$

Řetězec tento snadno proměníme ve tvar

$$Z = i\,\frac{1}{|2\,k_1} + \frac{a_2}{|2\,k_2} + \frac{a_3}{|2\,k_3} + \ldots + \frac{a_m}{|2\,k_m} \pm \frac{1}{|i\,z},$$

kdež k_1, k_2, . . . k_m značí libovolná čísla celistvá kladná (nebo po př. rovná nulle) a každé z čísel a_2, a_3 . . . . a_m jest rovno buď $+1$ nebo -1 podle libovolné volby. Znamení při posledním částečném zlomku musí býti při tom tak zvoleno, že $R(Z) > 0$.

Zavedeme-li nyní do počtu čísla

$$A_0 = 0, \quad A_{-1} = 1, \qquad A_\nu = 2\,k_\nu\,A_{\nu-1} + a_\nu\,A_{\nu-2},$$
$$B_0 = 1, \quad B_{-1} = 0, \qquad B_\nu = 2\,k_\nu\,B_{\nu-1} + a_\nu\,B_{\nu-2},$$

bude jak z nauky o řetězcích jest známo

$$Z = i\,\frac{i\,z\,A_m \pm A_{m-1}}{i\,z\,B_m \pm B_{m-1}}$$

Při tom jest

$$A_\nu B_{\nu-1} - A_{\nu-1} B_\nu = (-1)^{\nu+1} a_2\,a_3 \ldots a_\nu.$$

Rovnice (2) přejde tak konečně ve tvar

$$\Theta(z) = \frac{1}{\sqrt{B_m\,z\,i \pm B_{m-1}}}\,.\,\Theta(Z), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

který ve své podstatě není nic jiného, nežli známý vzorec pro lineární transformaci funkce theta. Byl zde odvozen jen proto, abychom co nejstručněji definovali řetězec, který v dalším upotřebíme.

Určíme nyní reálnou a imaginárnou část čísla

$$Z = X + i\,Y,$$

když za z položíme $x + i\,y$ a provedeme separaci.

Obdržíme snadno

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{-\,x\,[\pm A_m\,B_{m-1} \mp A_{m-1}\,B_m]}{(B_m\,y \mp B_{m-1})^2 + B_m^2\,x^2} \\ Y &= \frac{B_m\,A_m\,(x^2+y^2) \mp y\,(A_m\,B_{m-1} + A_{m-1}\,B_m) + A_{m-1}\,B_{m-1}}{(B_m\,y \mp B_{m-1})^2 + B_m^2\,x^2} \end{aligned}\right\} \quad (3a)$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Při tom platí všude buď jen hořejší nebo jen dolejší znamení. Volbu provedeme tak, aby X bylo kladné. Uvážíme-li však, že x jest kladné, musíme rozeznávati dva případy v celém dalším počtu

I. $A_m B_{m-1} - A_{m-1} B_m = (-a_2)\,(-a_3)\,\ldots\,(-a_m) = -1$,

II. $A_m B_{m-1} - A_{m-1} B_m = (-a_2)\,(-a_3)\,\ldots\,(-a_m) = +1$.

V případě I. musíme voliti znamení hořejší, v případě II. pak dolejší.

Shrneme tedy podmínky platnosti vzorce (3) následovně: Čísla $k_1, k_2, \ldots k_m$ jsou libovolná kladná čísla celistvá, z nichž některá nebo všechna mohou býti rovna nulle. Jich počet m jest rovněž libovolný.

Čísla $a_2, a_3, \ldots, a_m$ jsou libovolně volené kladné nebo záporné jednotky.

Ve vzorci (3) volím buď horní nebo dolní znamení, podle toho, platí-li podmínka I. nebo II.

Takto upraveného vzorce (3) užijeme k vyšetření, jak chová se $\Theta(Z)$, když $X \to 0$ a Y jest rovno předem danému číslu irracionálnému γ.

Má-li býti $Y = \gamma$ bude v případu I. podle druhého z vzorců (3a) po snadné úpravě

$$\left[x^2 + y^2 - \frac{B^2_{m-1}}{B_m{}^2}\right] \cdot \left[\frac{A_m}{B_m} - \gamma\right] =$$

$$= \frac{B_{m-1}}{B_m}\left[\frac{A_m}{B_m} + \frac{A_{m-1}}{B_{m-1}} - 2\gamma\right] \cdot \left[y - \frac{B_{m-1}}{B_m}\right]$$

Při tom jsou $x > 0$, y čísla libovolná vázaná pouze právě napsanou rovnicí. Položme

$$y = \frac{B_{m-1}}{B_m} - h, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4_I)$$

kdež h jest dosud neurčené číslo. Dosazením do předešlé rovnice obdržíme lehkým počtem

$$x^2 = \frac{h}{B_m[-A_m + \gamma B_m]} - h^2 \quad \ldots \quad (4_{II}).$$

V případu II. kladu opět $Y = \gamma$ v druhém z vzorců (3a) a výpočtu

$$\left[x^2 + y^2 - \frac{B^2_{m-1}}{B^2_m}\right] \cdot \left[\frac{A_m}{B_m} - \gamma\right] =$$

$$= -\frac{B_{m-1}}{B_m}\left[y + \frac{B_{m-1}}{B_m}\right] \cdot \left[\frac{A_m}{B_m} + \frac{A_{m-1}}{B_{m-1}} - 2\gamma\right].$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Volbou $y = -\frac{B_{m-1}}{B_m} + h$ dostanu zde . . (4II)

$$x^2 = \frac{h}{B_m [A_m - \gamma B_m]} - h^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4II)$$

Zvolíme-li tedy x, y tímto způsobem, bude ve vzorci (3) $Y = \gamma$. Při tom jest h libovolné číslo vázané jen tou podmínkou, aby x bylo kladné.

K dalšímu počtu potřebujeme několika pomocných vět, týkajících se rozvoje irracionálného čísla v jistý řetězec polopravidelný. Tyto věty odvodíme v odstavci následujícím.

2. Budiž γ libovolné, kladné číslo irracionálné menší než jedna. Pak lze vždy nalézti celistvé kladné číslo $k_1 \geq 1$ a irracionalné číslo γ_1 kladné a menší než jedna, takže platí rovnice

$$\frac{1}{\gamma} = 2k_1 \pm \gamma_1 .$$

Při tom jsou k_1, γ_1 a znaménko při tomto jednoznačně určeny číslem γ. Toto tvrzení jest přímým důsledkem té okolnosti, že $1/\gamma$ jest číslo větší než jedna, které tedy leží mezi jistým sudým a lichým číslem celistvým. Toto sudé číslo jest právě $2k_1$. Význam γ_1 jest samozřejmý. Z téhož důvodu mohu klásti

$$\frac{1}{\gamma_1} = 2k_2 \pm \gamma_2 \qquad \text{a obecně}$$

$$\frac{1}{\gamma_{\nu-1}} = 2k_\nu \pm \gamma_\nu \qquad \nu = 1, 2, 3, \ldots$$

Tak získáme pro irracionálné číslo γ jednoznačně určený řetězec polopravidelný a nekonečný

$$\gamma = \frac{1\,|}{|2k_1} + \frac{a_2\,|}{|2k_2} + \frac{a_3\,|}{|2k_3} + \ldots , \qquad \ldots . \quad (5)$$

kdež $a_\nu = \pm 1$, $k_\nu \geq 1$.

Řetězec ten zřejmě konverguje a jest roven γ.

Jeho hodnota nemůže přesáhnouti jedné, kteréžto velikosti dosáhne pro

$$-1 = a_2 = a_3 = a_4 = \ldots .$$
$$1 = k_1 = k_2 = k_3 = \ldots .$$

Z toho jest dále patrno, že pro irracionálné γ nemůže existovati takové celistvé N, aby pro všechna $\nu > N$ bylo splněno

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$a_\nu = -1\,; \quad k_\nu = 1\,,$$

neboť v případu tom představuje řetězec číslo racionálné. Toto poznání můžeme vysloviti také ve tvaru věty následující, která nám bude prospěšná.

V řetězci (5) pro irracionálné číslo γ jest nekonečný počet zlomků tvaru

$$\frac{\pm 1|}{|2\,k_\nu}, \; k_\nu > 1 \text{ nebo } \frac{+1|}{|\,2}.$$

Volme jeden mezi těmito význačnými zlomky a zaveďme označení

$$\gamma = \frac{1\,|}{|2\,k_1} + \frac{a_2\,|}{|2\,k_2} + \ldots + \frac{a_{\nu-1}\,|}{|2\,k_{\nu-1}} + \frac{a_\nu\,|}{|\,\delta_\nu}.$$

$$\delta_\nu = 2\,k_\nu + \frac{a_{\nu+1}\,|}{|2\,k_{\nu+1}} + \ldots \qquad > 2\,k_\nu - 1\,.$$

Pak bude podle známých pravidel o řetězcích

$$\gamma - \frac{A_{\nu-1}}{B_{\nu-1}} = \frac{a_\nu\,(A_{\nu-2}\,B_{\nu-1} - A_{\nu-1}\,B_{\nu-2})}{B_{\nu-1}\,(B_{\nu-1}\,\delta_\nu + a_\nu\,B_{\nu-2})} \quad \ldots\ldots \quad (6).$$

Sledujme dále jmenovatele sblížených zlomků. Jest

$$B_{-1} = 0\,; \; B_0 = 1\,; \; B_1 = 2\,k_1\,; \; B_2 = 2\,k_2\,B_1 + a_2\,.\,1\,;$$
$$B_\nu = 2\,k_\nu\,B_{\nu-1} + a_\nu\,B_{\nu-2}\,.$$

Z těchto rovnic soudíme, že

$$B_1 > B_0\,; \; B_2 > B_1\,, \text{ a obecně}$$
$$B_\nu > B_{\nu-1}\,.\,2\,k_\nu - B_{\nu-1} \geqq 3\,B_{\nu-1}, \text{ když } k_\nu > 1 \text{ a}$$
$$B_\nu > B_{\nu-1}\,.\,2\,k_\nu - B_{\nu-1} = B_{\nu-1}, \text{ když } k_\nu = 1\,.$$

Z toho soudíme, že posloupnost B_1, B_2, ... jest stále vzrůstající a to nad všechny meze.

Vraťme se opět k význačnému indexu ν. Pak jest, jak jsme již zjistili

$$\delta_\nu > 2\,k_\nu - 1 \text{ a tedy}$$
$$B_{\nu-1}\,\delta_\nu + a_\nu\,B_{\nu-2} > B_{\nu-1}\,(2\,k_\nu - 1) - B_{\nu-1} =$$
$$= B_{\nu-1}\,(2\,k_\nu - 2) \geqq 2\,B_{\nu-1},$$

pokud $k_\nu > 1$.

Jestliže však $k_\nu = 1$, bude nutně $a_\nu = 1$ (pro význačný index) a tedy

$$B_{\nu-1}\,\delta_\nu + a_\nu\,B_{\nu-2} > B_{\nu-1}\,.\,1 + B_{\nu-2} > B_{\nu-1}.$$

Pro všechny význačné indexy bez rozdílu jest tedy nutně

$$B_{\nu-1}\,\delta_\nu + a_\nu\,B_{\nu-2} > B_{\nu-1} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Dosadíme-li tento výsledek do rovnice (6) a uvážíme-li, že $a_\nu (A_{\nu-2} B_{\nu-1} - A_{\nu-1} B_{\nu-2}) = -(-a_2)(-a_3) \ldots (-a_\nu) = \pm 1$ podle toho zda se jedná o případ I. nebo II., budeme míti v případě 1.

$$0 < -\frac{A_{\nu-1}}{B_{\nu-1}} + \gamma < \frac{1}{B^2_{\nu-1}} \quad \ldots\ldots \quad (7_I)$$

v případě II.

$$0 < -\left(\gamma - \frac{A_{\nu-1}}{B_{\nu-1}}\right) < \frac{1}{B^2_{\nu-1}} \quad \ldots\ldots \quad (7_{II})$$

V obou tedy

$$\left| \frac{1}{B_{\nu-1}(A_{\nu-1} - \gamma B_{\nu-1})} \right| > 1 \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Poslední tři vzorce jsou těmi pomocnými větami, o nichž jsme se zmínili na konci odstavce 1. Vraťme se nyní k tomuto odstavci a pokračujme v úvahách tam přerušených.

3. Užijme vzorce (3) s tím rozdílem, že v něm položíme $m = \nu - 1$, a čísla $k_1, k_2, \ldots k_m$; $a_2, a_3, \ldots a_m$ nevolíme již libovolně, nýbrž určíme je ve shodě s řetězcem (5) pro irracionalitu γ. Při tom nechť ν jest index význačný.

Uvažujme nejdříve v případu I. Podle druhého vzorce (4_I) bude prvý člen na pravé straně této rovnice kladný, jestliže vzhledem k (7_I) učiníme h kladným. Tuto volbu hleďme provésti tak, oby x^2 bylo co největším. To nastane patrně, jestliže zvolíme

$$h = \frac{1}{2 B_m [\gamma B_m - A_m]}.$$

Tak bude podle (4_I), (7_I) a 8)

$$x = \frac{1}{2 B_m [\gamma B_m - A_m]} > \frac{1}{2}, \quad \ldots\ldots \quad (9_I)$$

$$y = \frac{B_{m-1}}{B_m} - \frac{1}{2 B_m [\gamma B_m - A_m]}.$$

Dosadíme-li tyto hodnoty do (3a) s hořeními znaménky (případ I.) dostaneme

$$X = \gamma - \frac{A_m}{B_m}; \quad Y = \gamma. \quad \ldots\ldots \quad (10_I)$$

Tím jest zároveň provedena kontrola počtu, neboť $X > 0$ podle (7_I) a Y rovná se vskutku hodnotě irracionálné γ.

V případu II. obdržíme z druhého vzorce (4_{II}) volbou

$$h = \frac{1}{2 B_m [A_m - \gamma B_m]},$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

což jest podle (7II) hodnota kladná,

$$x = \frac{1}{2\,B_m[A_m - \gamma B_m]} > \frac{1}{2}, \quad \ldots \quad (9_{II})$$

$$y = \frac{1}{2\,B_m[A_m - \gamma B_m]} - \frac{B_{m-1}}{B_m}.$$

Vzorce (3a) s doleními znaménky dají pak

$$X = \frac{A_m}{B_m} - \gamma : Y = \gamma \quad \ldots \quad (10_{II})$$

Při tom jest opět $X > 0$ podle (7II).

Abychom mohli užiti vzorce (3), musíme ještě určiti hodnotu

$$\sqrt[+]{B_m z i + B_{m-1}} \quad \text{v případě I. a číslo}$$

$$\sqrt[+]{B_m z i - B_{m-1}} \quad \text{v případě II.}$$

V případu I. dosadíme do $z = x + iy$ ze vzorců (9I). Tak dostaneme

$$B_m z i + B_{m-1} = \frac{1+i}{1} \cdot \frac{1}{\gamma B_m - A_m} \quad \ldots \quad (11_I)$$

a tedy $$| B_m z i + B_{m-1} | = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left| \frac{B_m}{B_m(\gamma B_m - A_m)} \right| > \frac{B_m}{\sqrt{2}}$$

podle (8).

Podobně v případu II., užijeme-li (9II),

$$B_m z i - B_{m-1} = \frac{i-1}{2} \frac{1}{A_m - \gamma B_m} \quad \ldots \quad (11_{II})$$

a tedy $$| B_m z i - B_{m-1} | = \frac{B_m}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{A_m - \gamma B_m} \right| > \frac{B_m}{\sqrt{2}}.$$

Vzorec (3) v případě I. nabude tedy tvaru

$$\Theta(x+iy) = \sqrt{1-i} \,.\sqrt{\gamma B_m - A_m} \,.\, \Theta\left(\gamma - \frac{A_m}{B_m} + i\gamma\right),$$

čili

$$\Theta\left(\gamma - \frac{A_m}{B_m} + iy\right) = \sqrt{\frac{1+i}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\gamma B_m - A_m}} \Theta(x+iy). \quad \ldots \quad (12_I)$$

Podle nerovniny (11I) bude tedy

$$\left| \Theta\left(\gamma - \frac{A_m}{B_m} + i\gamma\right) \right| > | \Theta(x+iy) | . \; B_m^{\frac{1}{2}} . 2^{-\frac{1}{4}}, \quad \ldots \quad (13_I)$$

kdež čísla x, y jsou určena vzorci (9I).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Funkce $\Theta(x+iy)$ nemá, jak známo, v půlrovině $x>0$ žádných nullových bodů. Z toho plyne, že v půlrovině $x>\frac{1}{2}$ neklesne prostá hodnota této funkce pod jistou konečnou mez M ať y jest jakékoliv. Protože podle vzorců (9I) pro všechny význačné indexy m typu I. hodnota x neklesne pod $\frac{1}{2}$, bude pro všechny tyto indexy platiti nerovnina

$$\left|\Theta\left(\gamma-\frac{A_m}{B_m}+i\gamma\right)\right|>2^{-\frac{1}{4}}.M.B_m^{\frac{1}{2}} \quad \ldots \quad (14_I)$$

V případě II. nabude rovnice (3) tvaru

$$\Theta\left(\frac{A_m}{B_m}-\gamma+i\gamma\right)=\sqrt{\frac{1-i}{2}}\frac{1}{\sqrt{A_m-\gamma B_m}}\Theta(x+iy) \quad \ldots \quad (12_{II})$$

a z toho podle (11II) nerovnina

$$\left|\Theta\left(\frac{A_m}{B_m}-\gamma+i\gamma\right)\right|>|\,\Theta(x+iy)\,|\,.\,2^{-\frac{1}{4}}B_m^{\frac{1}{2}}, \quad \ldots \quad (13_{II})$$

která z téhož důvodu jako při (13I) přejde v tvar

$$\left|\Theta\left(\frac{A_m}{B_m}-\gamma+i\gamma\right)\right|>2^{-\frac{1}{4}}.M.B_m^{\frac{1}{2}} \quad \ldots \quad (14_{II})$$

Když v nerovnině (14I) nebo (14II) index m vzrůstá, vzrůstá také B_m nad všechny hodnoty, kdežto M se nemění. Dále uvažme, že se vzrůstajícímu m hodnota

$\gamma-\frac{A_m}{B_m}$ v případě I. a hodnota

$\frac{A_m}{B_m}-\gamma$ v případě II. blíží se k nulle čísly k l a d n ý m i.

V ý s l e d e k celého počtu shrneme takto:

Budiž γ libovolné číslo irracionálné menší než 1. Vyjádříme ho ve tvaru řetězce (5). Mezi sbliženými zlomky tohoto řetězce A_m/B_m vybéřeme nekonečnou posloupnost takových, které hoví nerovnině

$$\frac{1}{B_m\,|\,A_m-\gamma B_m\,|}>1,$$

což podle úvah předcházejících jest vždy možné.

Učiníme-li nyní

$$X_m=\left|\gamma-\frac{A_m}{B_m}\right|,$$

bude o funkci

$$\Theta(X_m+i\gamma)$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

platiti jedna z nerovin (14I) nebo (14II). To pak má ten význam, že prostá hodnota právě označené funkce vzrůstá nad všechny meze, když X_m blíží se k nulle posloupností shora vytčenou. Totéž platí přirozeně o prostých hodnotách funkce

$$\Theta(X_m - i\gamma).$$

Přímým důsledkem této věty jest pak výrok:

Jestliže γ jest číslo iracionálné menší než 1 a jestliže X blíží se **spojitě** k nulle kladnými hodnotami pak $\Theta(X \pm i\gamma)$ neblíží se k žádné konečné limitě.

4. Na začátku odstavce 1. zavedli jsme označení $\xi = e^{-\pi z}$. Tím přejde funkce $\Theta(z)$ v obyčejnou řadu potenční

$$f(\zeta) = 1 + 2\,(\zeta^{1^2} + \zeta^{2^2} + \zeta^{3^2} + \ldots + \xi^{n^2} + \ldots) \quad \ldots \quad (15)$$

s jednotkovou kružnicí $|\zeta| = 1$ jako přirozenou hranicí. V předcházejících odstavcích zjistili jsme, jak chová se tato funkce, jestliže ζ blíží se k obvodu kružnice konvergenční po některém z poloměrů této kružnice. Funkční hodnota blíží se při tom ke konečné limitě jen při těch poloměrech, které svírají s reálnou osou úhel $\pi m/n$, kdež obě celistvá čísla m, n jsou lichá.

Z toho plyne ihned tento poznatek:

Funkce $f(\zeta)$ definovaná rovnicí (15) není monogenní podle Borela v žádném oboru C,*) který by přesahoval jednotkovou kružnici.

Takový obor C vznikne totiž tím způsobem, že ze spojité části roviny ζ, kterážto část přesahuje jednotkovou kružnici, vyloučíme spočetné množství kruhů vzájemně se neprotínajících. Zbytek jmenované části roviny tvoří obor C. Funkce monogenní v oboru C jest pak spojita v oboru tom a má derivaci v každém vnitřním bodě toho oboru, to jest v každém bodě, který nepřísluší k hranicím oboru.

Kdyby takový obor C širší nežli kruh $|\zeta| \leqq 1$ pro funkci $f(\zeta)$ existoval, musily by středy vyloučených kruhů ležeti buď vně jednotkové kružnice, nebo na jejím obvodu, neboť celý vnitřek konverg. kružnice patří k oboru monogenity. Z posice vyloučených kruhů a z té okolnosti, že se neprotínají (ani nedotýkají) by však plynulo, že nespočetné množství

*) Definici takového oboru viz Borel l. c.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

obvodových bodů kružnice $|\zeta| = 1$ patří k oboru C a to tak, že každý poloměr kružnice $|\zeta| = 1$ směřující k takovému bodu neprotíná žádný vyloučený kruh, ani se ho nedotýká. Potom by však funční hodnota $f(\zeta)$ musila se blížiti ke konečné hodnotě, když blížíme se k obvodu kružnice $|\zeta| = 1$ po kterémkoliv z onoho nespočetného množství poloměrů.

To však jest ve sporu s tím, co jsme v předešlých odstavcích seznali.

Obor, v němž jest funkce $f(\zeta)$ monogenní podle Borela, nepřesahuje tedy obor, v němž jest analytickou podle Weierstrassa.

Jest jisto, že uvažovaná funkce není jedinou toho druhu. Velmi pravděpodobně lze očekávati obdobné vlastnosti u mnohých funkcí modulových a automorfních, které mají funkční rovnice obdobné rovnici (2).

5. Přistupme nyní k obecnějšímu problemu, formulovanému v úvodě.

Funce $f(\zeta)$ není tedy monogenní, dokonce ani nepřipouští přímkového pokračování až na obvod konvergenční kružnice po nespočetném množství poloměrů. Avšak víme, že takové pokračování jest možno po onom spočetném množství poloměrů, které svírají s reálnou osou úhly $\pm(2k+1)\pi/(2l+1)$. V příslušných bodech konvergenční kružnice splňuje naše funkce podmínky *A)* a *B)*, jak jsme je v úvodu formulovali. Funkční hodnota blíží se tam k nulle a rovněž hodnota její derivace. Lze vskutku sestrojiti arithmetický výraz $F(\zeta)$, který má význam vně i uvnitř kružnice jednotkové, uvnitř shoduje se s funkcí $f(\zeta)$ a při tom představuje spojitou funkci proměnné ζ, když sledujeme jeho průběh podle zmíněného již spočetného množství poloměrů i skrze obvod kružnice $|\zeta| = 1$; rovněž konečné derivace tam existují a mění se spojitě. O tom však se zde dále šířiti nebudeme, aby práce příliš nevzrostla. Pokusíme se spíše o pravý opak, to jest o jakési »ucpání« i toho spočetného množství bodů na kružnici $|\zeta| = 1$, ve kterých přímkové pokračování ještě jest snad možno.

Seřaďme tyto body libovolným způsobem a označme je $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$. Zvolme si dále posloupnost kladných čísel

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

C_1, C_2, C_3, . . ., která má tu vlastnost, že řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n$$

konverguje. Utvořme dále funkci komplexní proměnné

$$g(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sqrt{\zeta - \alpha_n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Při tom volme za odmocninu onu větev dvojznačné funkce, která pro $\zeta = 0$ se redukuje na

$$i \sqrt{|\alpha_n|} \cdot e^{\frac{1}{2} arc\, \alpha_n} .$$

Funkce $g(\zeta)$ konverguje stejnoměrně uvnitř jednotkové kružnice, což vyplývá z té okolnosti, že tam jest

$$|\sqrt{\zeta - \alpha_n}| < \sqrt{2}$$

$g(\zeta)$ jest tedy analytická funkce v oné kružnici. Jest tedy i její derivace funkcí téže vlastnosti a platí

$$g'(\zeta) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{\sqrt{\zeta - \alpha_n}}$$

Lze snadno nahlédnouti tyto dvě vlastnosti funkce $g(\zeta)$:

1. Ať blížíme se k obvodu kružnice $|\zeta| = 1$ po kterémkoli v poloměru, vždy funkční hodnoty $g(\zeta)$ blíží se ke konečné limitě, která nepřesahuje svou absol. hodnotou číslo

$$\sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n$$

2. Když blížíme se po poloměru k některému z bodů $\zeta = \alpha_n$, prostá hodnota derivace $g'(\zeta)$ vzrůstá nad všechny meze.

Důkaz 1. jest téměř samozřejmý a pokud se důkazu věty 2. týče, dá se provésti touž methodou, která jest vyložena n. př. v citované knize Borelově v kapit. I. při výrazech tvaru

$$\Sigma \frac{A_n}{z - \alpha_n} .$$

Všimněme si nyní funkce definované součtem $f(\xi) + g(\zeta)$ Když blížíme se k bodu kružnice $\xi = 1$ po poloměru, který svírá s osou reálnou úhel nesouměřitelný s π pak $f(\zeta)$ nemá.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

limity a $g(\zeta)$ má ji. Tedy součet nemá limity. Jestliže úhel onen jest $\pi m/n$, kdež jedno z celých čísel m, n jest sudé a druhé liché, platí totéž co pro úhel nesouměřitelný. Jestliže konečně obě čísla m, n jsou lichá, pak součet sice má limitu avšak jeho derivace $f'(\zeta) + g'(\zeta)$ limity nemá.

Tím jest řešen i druhý problém v úvodu naznačený a dokázána platnost věty, kterou úvod jest ukončen.

A remark on the Borels theorie of monogeneous functions.

(Abstract of the precedent article.)

The thetafunction

$$f(z) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} z^{n^2}$$

has following known properties.

If we put $z = r e^{\frac{i\pi p}{q}}$, where p, q are integral numbers without common factor and if $r \to 1$, then

$f(z) \to 0$ (p, q both odd) or $f(z) \to \infty$ (p, q no both odd).

The principal result of the precedent investigation is the theorem:

If $z = r e^{i\pi\gamma}$, where γ is any irracional number and if $r \to 1$, then $f(z)$ cannot have a limit.

Two immediate consequences of this are:

1. The circle of convergence $|z| < 1$ is the region (C) of Borels monogeneity of the thetafunction.

2. We denote by $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ the set of all different numbers $e^{\frac{i\pi p}{q}}$, where p, q are both odd and by $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ a convergent series of positive constants. Then defines the equation

$$F(z) = f(z) + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sqrt{\alpha_n - z}$$

a function, which have following remarkable property:

Is φ in $z = r e^{i\varphi}$ any fix number and if $r \to 1$, then $F(z)$ and $F'(z)$ cannot have simultaneously finite limits.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

VIII.

Morfologie vajíčka indické pakobylky.

Dixippus (Carausius) morosus Br. et Redt.

Ze zoologického ústavu čes. university v Praze
(Oddělení prof. Dr. Jar. Weniga).

Napsal **Jar. Hahn.**

Předloženo 21. července 1922.

V poslední době zabývám se embryologickým vývojem pakobylky Dixippus morosus, a tu nalezl jsem na samotném vajíčku několik zajímavých detailů, které neváhám uveřejniti. Ačkoli vajíčka pakobylky Dixippus jsou velmi nápadná již svým vzhledem, nebyla jim věnována skoro žádná pozornost a najdeme-li v literatuře o nich zmínku, není vždy nejsprávnější (na př. Meissner: Biologische Beobachtungen an der indischen Stabheuschrecke Dixippus morosus; Ztsch. für Insektenbiologie 1909).

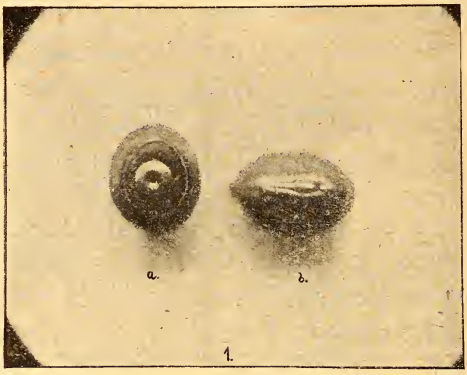
Nápadný tvar vajíček nejen rodu Dixippus, nýbrž všech Phasmidů přivedl Kaupa (Über die Eier der Phasmiden. Ent. Zeitsch. Bd. 15. 1871. Berlin) na myšlenku užíti jejich znaků morfologických jako dobrého kriteria při určování druhů. Domnívá se, že bude tak možno opět sloučit druhy oddělené na základě jiných pochybných znaků, a naopak jiné bohaté rody s druhy sobě podobnými, ale svými vajíčky podstatně se lišícími, rozděliti v menší skupiny.

Dříve ještě než se budeme zabývati vlastním vajíčkem, připomínám, že vajíčka jsou snášena od samiček neoplozených, tudíž jsou parthenogenetická. Ve svých kulturách vypěstoval jsem již tři generace, ale dosud neobjevil jsem samečka, který, jak se zdá, náleží k velikým vzácnostem, jak též tvrdí Krauss u druhu Bacillus Rossii Fabr. (Selbstverstümmelungen bei den Heuschrecken. Prometheus. 9. 1898). Naproti tomu Hey-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

mons (Über die Organisation und Entwicklung von Bacillus Rossii Fabr. Sitzungsberichte d. kön. preuss, Ak. d. Wissenschaften zu Berlin 1897. XVI.) uvádí, že v jeho kultuře na každých 20 až 25 samičích individuí připadl jeden sameček.

Že se zde skutečně jedná o parthenogenesi dokázala řada autorů prostě tím, že isolovali mladou larvu a pěstovali ji osamoceně až do pohlavní dospělosti. Z vajíček, která tudíž nemohla býti oplozena, přec vylíhly se larvy zcela normálně.



1. *a* eliptický štítek s valem mikropylovým.
b štítek dýchací.

To provedl na př. Godelmann (Beiträge zur Kenntnis von Bacillus Rossii Fabr. Roux. Archiv 12. 1901) a z vajíček isolovaného individua vypěstoval celé generace, a i já přesvědčil jsem se o zjevu tom podobně na druhu Dixippus morosus.

Po tomto odbočení vrátíme se k vlastnímu thematu. Vajíčka tvarem svým upomínají na semenec, jsou elipsoidická, poněkud sploštělá a poměrně značně veliká (obr. 2., 3., 7. prostřední vajíčko). Průměrná délka je 2·2 mm (nepočítaje výšku mikropylového valu, která obnáší 0·38 mm), šířka 2·1 mm, výška 1·7 mm. Na povrchu jsou kryta tvrdou skořápkou, která chrání žloutek vaječný uložený v jemné, tenoučké a hedvábně se lesknoucí bláně. Poněvadž tato tvrdá skořápka je produkována buňkami vejcovodu, nemůžeme ji srovnávati s kokonovým obalem vajíček Blattidů nebo Mantidů, který jest utuhlým sekretem žlaz, nýbrž odpovídá

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

exochoriu jiných hmyzích vajec (Heymons). Tato pevná skořápka činí právě vajíčka velmi podobnými semenům rostlin.

Specifickou váhu vajíček jsem sice nezjišťoval (jako Meissner), ale tolik mohu říci, že není menší než 1 a tudíž že neplují na vodě, nýbrž snadno se potápějí. Těžko by se vůbec dalo pochopiti, aby vajíčko tak silně chitinisované mělo menší hustotu než voda. I vajíčko zbavené chitinu se

2. Trpasličí vajíčka. Uprostřed normální.

potápí. Někdy sice vajíčko hozené na vodu pluje, ale jen proto, že se na drsném chitinu zadržují vzduchové bublinky.

Jak již řečeno jsou vajíčka Dixippů silně chitinisovaná, barvy kožově hnědé se světlejším nebo tmavším odstíňováním. Stejnoměrné zabarvení je porušeno jen na dvou místech, kde nasedají dva štítky velmi důležité, jak pro vývoj embrya, tak při líhnutí mladé larvy.

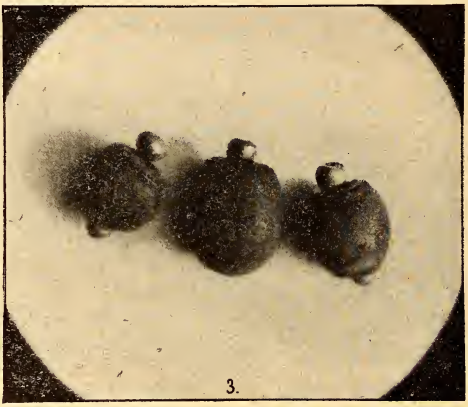
Větší štítek tvaru eliptického (obr. 1. v levo, obr. 6. *a*), rozměru 1 mm × 1·4 mm, kryje vajíčko jako pokličkа na jednom polu podélné osy. Uprostřed nasedá naň žlutý límeček*) s otvůrkem (mikropyle). Tudy snad vniká sperma do vajíčka při občasném oplození, k němuž jistě ve volné přírodě dochází. I v bláně žloutkové najdeme pod otvůrkem valu stopy jakéhosi otvůrku; uprostřed je místo jakoby zajizvené, k němuž se paprsčitě sbíhají jemné řasy.

*) Límeček ve vodě botná a otvůrek se zúžuje.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Eliptický štítek je důležitý i při líhnutí mladého individua, neboť ačkoli kusadla Dixippů jsou pevná, silně chitinisovaná (i mladá larva klidně se živí tuhým břečťanem), nezmohla by ničeho proti tvrdému obalu vaječnému. Tu však stačí pouhý tlak hlavy, která vždy přesně nalézá se pod štítkem, aby víčko odskočilo a individuum bylo osvobozeno.

Jen ještě poznamenávám, že skořápka vaječná zůstává viseti na konci abdomina, někdy i na zadním páru nob, a



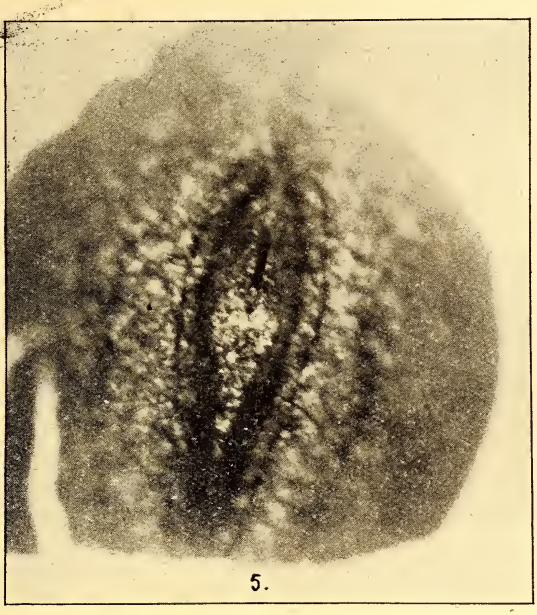
3. Vajíčka s dvěmi mikropylemi.

často den i déle to trvá, než se mladá larva zbaví nepohodlné přítěže. Někdy i autotomií zadní nohy si pomahá z nepříjemné situace (Godelmann).

Neméně důležitým je i druhý štítek (obr. 1. *b*, 6. *b*). Jedinou jakousi zmínku o něm nalezl jsem u Heymonse, který praví: »Die an einer der Schmalseiten befindliche Narbe kennzeichnet die Dorsalseite.« Mluví tedy o jakési jizvě (skutečně při běžném pohledu klínovitý štítek podobá se jizvě se zduřelými kraji) a zároveň poznamenává, že zde je dorsální strana vajíčka. Ovšem poznatek jeho týká se vajíček druhu Bacillus Rossii, ale myslím, že jde o týž útvar. Byla by tu pak nesrovnalost v tom, že Heymons pokládá stranu tu za dorsální a embryo dle něj vyvíjí se na straně opačné, kdežto, jak my později uvidíme, vývoj embryonu Dixippa děje se právě pod tímto štítkem, takže tuto stranu musíme považovati za ventrální.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Štítek tento nalézá se blíže opačného polu na užší straně vajíčka. Má tvar klínovitý; na konci bližším polu je širší, rozměru 1·3 mm × 0·2 mm. Okraj štítku je zdušen, tvoří val světleji zbarvený. Střed štítku se též klene a na širším konci (blíže polu) nese hruškovitou zduřeninu; zduřenina ta pokračuje směrem k polu jako hráz a přesahuje zdušelý



4. Dýchací štítek projasněný xylolem; vnitřní strana s dolním ústím.

okraj (obraz 6. *b*). Po působení eau de Javelle štítek se odloupne a pod ním objeví se v chitinovém obalu štěrbina, která odpovídá asi střední klenuté partii štítku. Pod tímto štítkem vytvoří se terček zárodečný a vyvíjí se embryo.

Uvážíme-li nyní, že embryo k svému vývoji nutně potřebuje kyslík, třebas v množství pranepatrném, a na druhé straně, že chitin naprosto nepropustí ani stopy vzduchu a ve vajíčku samotném pak nenalezneme žádné komory vzdušné jako na př. ve vejci ptačím, nezbytně přijdeme k závěru, že musí zde býti nějaké zařízení, kterým by se přiváděl zárodku potřebný kyslík, ale zas zařízení takové, jímž by se neanuloval ochranný význam chitinového obalu. A skutečně je po-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

staráno o takový důmyslný větrací apparát a právě v tomto štítku (proto »dýchací štítek«) je umístěn.

Prosvítíme-li štítek xylolem (pozorováno s povrchu) nalezneme asi v $^1/_5$ délky v širším konci štítku v místě, kde přechází zduřenina hruškovitá v zmíněnou hráz, malý otvůrek, který vede do úzkého kanálku a vyúsťuje opět malým o-

5 Blána vaječná pod dýchacím štítkem.

tvůrkem na vnitřní straně v $^1/_3$ délky štítku (měřeno od širšího konce) (obr. 4., 6. *b*, *c*, *d*).

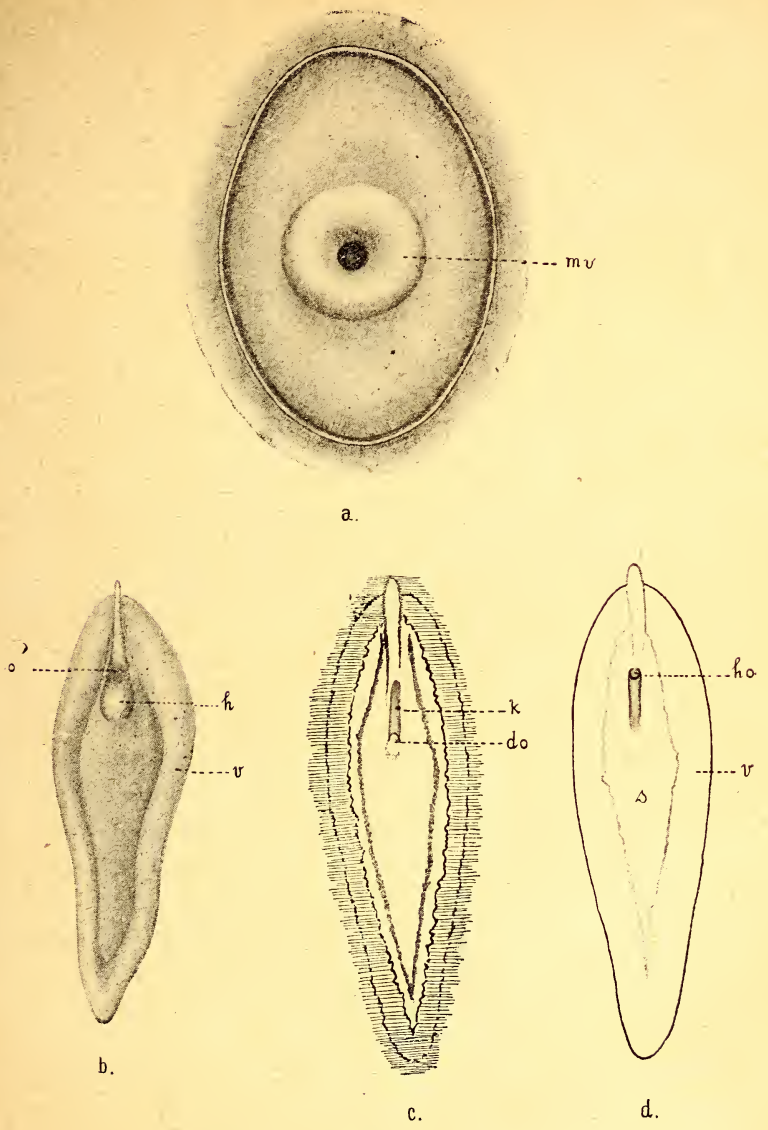
Přímo pod tímto otvůrkem nalézá se v bláně žloutkové ztenčené místo, jímž snadno může vzduch diffundovati (obr. 5.).

Při vyjasňování xylolem je pěkně viděti, že rourkou probíhá vzduch, který v podobě bublinek uniká. Na fotografii štítku (obr. 4.) je kanálek černý, poněvadž se v něm nalézá vzduch (totální reflex).

Že se zde skutečně jedná o jakýsi ventilát r, přesvědčil jsem se tím, že natřel jsem štítek arabskou gummou, abych otvůrek uzavřel, a opravdu vajíčka se nevyvinula, zárodek se udusil.

Tímto zařízením je tedy umožněna výměna plynů, ale

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



6. *a*) eliptický štítek. *b*) dýchací štítek.
c) týž z vnitřní strany. *d*) týž; vrchní strana.

mv: mikropylový val
ho: horní ústí kanálku
h: hruškovitá zduřenina
v: val
k: kanálek
do: dolní ústí
s: štěrbina v chitinu vaječném prosvitající štítkem.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

na druhé straně i nepříznivé vlivy (vlhko ....) mohly by přímo působiti na zárodek. Tomu je částečně odpomoženo již tím, že otvůrek neprovrtává štítek kolmo, nýbrž ústí do rourky poměrně dlouhé a šikmo probíhající, a pak je zde jakési zařízení, které v době potřeby otvůrek (resp. rourku) uzavírá. Chováme-li totiž vajíčka trvale ve vlhku, nevyvinou se nedostatkem vzduchu (kyslíku), ježto se rourka uzavře; nechci však kategoricky tvrditi, že jen nedostatek vzduchu usmrtí zárodek, poněvadž na vajíčko takto chované usazuje se plíseň a ta jistě vývoji zárodku neprospívá.

Ale že vlhko rourkou k vajíčku se nedostane o tom přesvědčil jsem se tím, že jsem jednak plná vajíčka potápěl do barevných roztoků, jednak prázdné skořápky nechal plovati (štítkem dýchacím dolů) po vodě zbarvené, ale nikdy blána žloutková nebyla zbarvena.

Jakým způsobem se uzavírání rourky děje nevím, snad stěny její prostě nabotnají a tím se lumen uzavře.

Tento aparat tak jednoduchý ve své skladbě a tak působivě fungující není tedy nijak branou pro škodlivé vlivy a embryo dobře může se vyvíjeti pod ochranou silného obalu chitinového. Této ochrany také nutně je třeba, neboť vajíčka jsou kladena jednotlivě prostě tam, kde pakobylka se právě nalézá. K ochraně přispívá i již dříve zdůrazněná podobnost vajíček k semenům rostlin. Tak na př. vajíčka druhu Eurycantha horrida (Godelmann) velmi se podobají semenům Rhicinus communis. Göldi*) se pak domnívá, že jenom tímto silným přizpůsobením mohou býti ochráněna před Lumky v tropech daleko silněji zasahujícími do dění přírodního než-li u nás. (Stojíme-li na stanovisku vývojové theorie, byli to právě Ichneumonidi, kteří vyvolali tak velké mimikri.)

Průměrně snese Dixippus denně 3—5 vajíček; počet kolísá dle teploty, za vyšší i počet vajíček se zvětší (Meissner).

Je pochopitelno, že ve velikém množství vajíček nalezneme celou řadu odchylek od normálního tvaru. Některé odchylky jsou zcela náhodné, některé tvary se však vyskytují konstantně. Celkem můžeme rozeznávati:

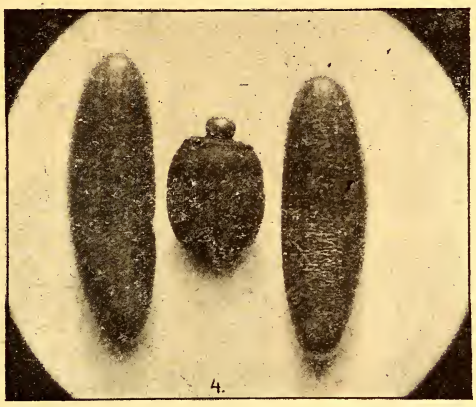
---

*) Göldi: Biologische Miscellen aus Brasilien: Eier zweier brasilinischen Gespenstheuschrecken (Phasmodea) Zool. Jahrb. 1886 I. Bd

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

1. Vajíčka s deformovanými štítky a podobně, tvary to zcela náhodné,
2. vajíčka trpasličí,
3. vajíčka s dvěmi mikropylemi,
4. vajíčka obrovská.

První tři kategorie zahrnují vajíčka vyloženě abnor-



7. Vajíčka obrovská.

malní, ale o vajíčkách obrovských dosud nemohu vysloviti pevného úsudku a proto se omezím jen na popis,

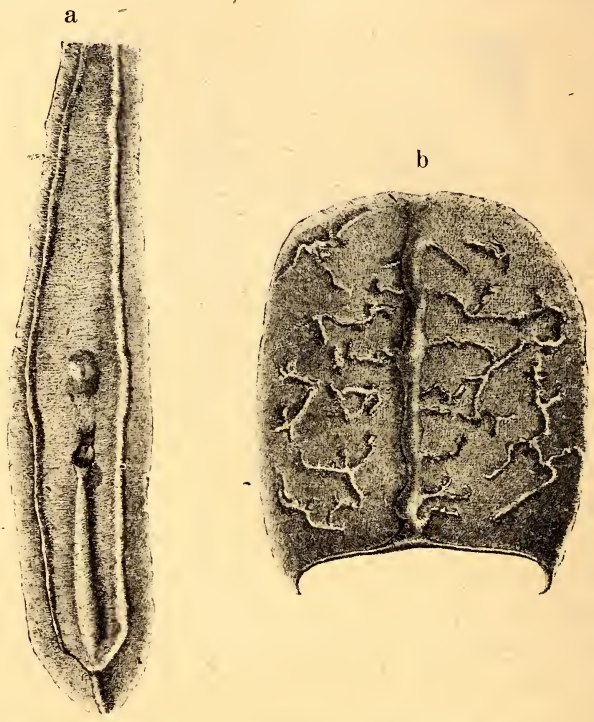
Vajíčka trpasličí (obr. 2.) jsou celkem ustrojena jako normální, opatřena jsou oběmi štítky, válem mikropylovým, ale jsou chudá na žloutek. Poměr jejich velikosti k normálním je patrný na obrázku. Nikdy se z nich nevylíhla pakobylka. Již Heymons pozoroval u Bacilla Rossii malá vajíčka, která byla pravděpodobně snášena od samičky skoro vykladené, a docela se mu podařilo vypěstovati mladé larvy, ovšem přiměřeně menší.

Vajíčka s dvěmi mikropylemi (obr. 3.) blíží se svojí velikostí vajíčkům normálním. Od nich líší se jednak tím, že nejsou sploštělá, nýbrž soudečkovitá, chybí jim štítek dýchací, ale za to mají dva štítky opatřené žlutým valem (na obou polech podélně osy). Ani z těchto nepodařilo se mi dosud vypěstovati mladá individua.

Jak vajíčko trpasličí, tak i s dvěmi mikropylemi se vyskytují konstantně, ale jen v malém zlomku procenta.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Nejvzácnější jsou vajíčka obrovská (obr. 7.); dosud jen tři jsem nalezl v počtu mnoha set normálních. Jsou podlouhlá, asi tak široká jako normální, ale 3krát delší, poněkud sploštělá, lesklá (vajíčko normální je matné), barvy světlejší s nádechem do olivově zelené. Nejpodivnější je, že nemají žádného štítku, ani dýchacího, ani eliptického. Chitin



8. Vajíčko Bacillus Rossii Fabr. a: »dýchací« štítek, b: část povrchu vajíčka

není tvrdý a křehký jako u ostatních vajíček, nýbrž kožovitý a pružný. Velmi se podobají semenům rostlinným.

Nemělo by smyslu vyslovovati různé domněnky o významu těchto vajíček, a bude nejlépe vyčkati, vyvine-li se z nich larva, či zůstanou-li sterilními, což neopomenu oznámiti.

Dodatek: Poněvadž tato práce pro tiskové poměry ležela přes půl roku ve stole, je mi dnes možno sděliti, že vajíčka obrovská zůstala sterilními a že na žloutku nebylo ani stopy po nějakém rýhování. Pravděnejpodobněji i vajíčka

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

obrovská jsou abnormními, tím spíše, že od té doby se vůbec neobjevil podobný tvar.

Jako doplněk podávám vyobrazení vajíčka pakobylky Bacillus Rossii Fabr. Délka obnáší 2·3 mm, šířka 1·8 mm, tedy poněkud více než u Carausia. I na něm nalézáme štítek eliptičný, který slouží k týmž účelům jako u indické formy, i štítek dýchací celkem téže podoby, jen o něco delší. Ačkoli tento štítek byl velmi pečlivě prohlížen, nebyl nalezen žádný otvůrek ani rourka, která by vedla vzduch k zárodku. Není zde tedy zařízení větracího, než přec je postaráno o zásobu vzduchu tím, že vajíčko pokryto je žebry, která vlastně představují system kanálků vyplněných vzduchem. Po užší straně vajíčka, lépe řečeno od jednoho vrcholu eliptického štítku, ježto vajíčko je velmi nepatrně sploštělé, táhne se široký kanál (obr. 8 b) až k vrcholu druhému. Kanál ten je přerušen jen »dýchacím štítkem«. Zařízením tím je jistě dostatečně postaráno o zásobu kyslíku, neboť vzduch diffunduje do vajíčka bází kanálků, která je tenší než stěna vajíčka. Snad právě proto, že dýchací štítek nemá u Bacilla funkci apparátu větracího a úkol ten přejímá jaksi hlavní kanál, vyvíjí se embryo na straně opačné, jak tvrdí Heymons. Bohužel neměl jsem dosud k disposici živých vajíček, takže nemohu se o věci přesně vysloviti, ale rozhodně bylo by zajímavo takto nepřímo se přesvědčiti o funkci štítku dýchacího.

Resumé.

Les oeufs de Carausius morosus sont très intéressants que 1° dans nos cultures se développement seulement les femelles parthenogènes (les mâles sont très rares), et 2° par ses curiosités morphologiques. Sur le pôle supérieur (plus large) nous trouvons un petit bouclier elliptique avec le rempart de micropyle (fig. 1. a, 6. a.); par ici pendant la fructification qui se passe dans la nature, pénétre le sperma dans l'oeuf. La membrane d'oeuf porte sous cet bouclier un petit trou, qui est un peu cicatrisé. Sous cet bouclier elliptique se trouve la tête d'embryon; le couvercle n' est enlevé que par la pression de la tête.

Non loin de l'autre pôle, sur la partie d'oeuf plus étroite nous trouvons un autre bouclier »respiratoire«, très impor-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tant pendant le développement (fig. 1. b., 6 b.). Dans celui-ci se trouve l'appareil ventilateur qui procure l'oxygène nécessaire à l'embryon. Dans le $^1/_5$ du bouclier (à partir de son extrémité large) nous voyons un petit trou (fig. 6 d.), qui forme l'entrée dans un petit conduit qui perfore à travers le bouclier et finit sur le côté intérieur dans $^1/_3$ de celui-ci (fig. 4, 6 c). Sous ce petit trou nous trouvons sur la membrane d'oeuf un lieu mince par lequel passe l'air à l'embryon (fig. 5).

Le disque embryonal se trouve directement sous le bouclier respiratoire. Si le trou est fermé (avec la gomme arabique), l'embryon ne se développe pas, il s'étouffe. L'humidité ne pénetre pas à l'embryon, parceque le conduit se ferme (peut être que les parois gonflent; les recherches ont été faites avec les solutions colorées).

Parmi les oeufs nous trouvons (un petit pour cent) quelques oeufs anormals (fig. 2, 3); les plus rares sont les oeufs gigantesques (fig. 7) — j'ai trouvé seulement trois parmi quelques cents. De ces oeufs anormals on ne réussit pas d'élever les larves.

La dernière figure nous représente l'oeuf de Bacillus Rossii Fabre. L'oeuf porte sur la surface un système de petits canaux, remplis d'air. Ces petits canaux figurent comme un réservoir d'air, qui pénétre dans l'oeuf à la base des canaux. L'oeuf est entouré par un autre canal large, qui commence sur une extrémité du bouclier elliptique et finit sur l'autre. Ce canal est interrompu d'un bouclier »respiratoire«, qui chez Bacillus n'a pas la même fonction comme chez Carausius, car il n'y a pas là l'appareil pour aérer. Le système des canaux accepte ici la fonction du bouclier. C'est peut être la cause, que l'embryon se développe sur le côté contraire (contre le bouclier respiratoire) que chez Carausius (Heymons). Je ne pouvais pas étudier en détail le problème en question, car je ne possedait pas les matériaux nécessaires.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

IX.

Vzácný případ dvojčatného vajíčka hmyzu (Carausius morosus).

Napsal **Jar. Hahn.**

Předloženo 21. VII. 1922.

Při praeparaci vajíček pakobylky Carausius (Dixippus) morosus nalezl jsem náhodou vajíčko, v němž vyvinuta byla dvě embrya. U hmyzu dosud nebyl zjištěn žádný případ dvojčatného vajíčka, jak již Kříženecký poznamenává a též sám marně jsem pátral v literatuře po zjevu podobném. V jiných skupinách dosti často objeví se dvojče, tak známa jsou v mnoha případech u člověka a vůbec ssavců, dále i ptáci a plazi, rovněž i obojživelníci poskytli několik příkladů. Z nižších skupin sluší zmíniti se o dvojčatech Turbellarií, Ascaris, Ctenophor a hlavně Lumbricidů: zvláště tato skupina poskytla hojně materiálu k studiu dvojčatných vajíček, neboť někteří zástupci (Allolobophora trapezoides) skoro výhradně kladou vajíčka dvojčatná.

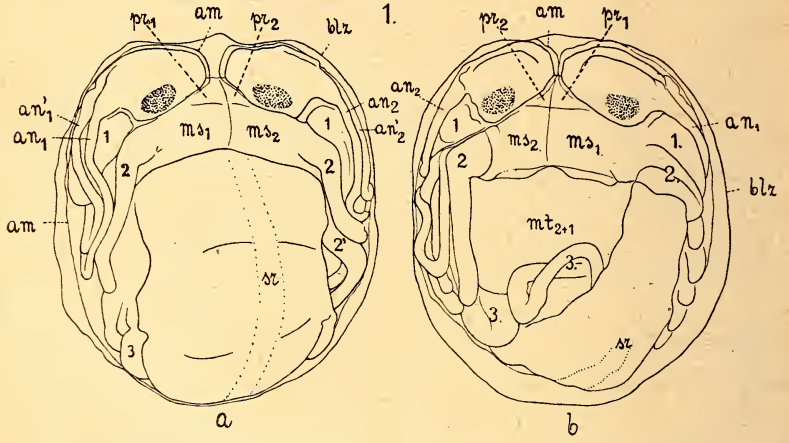
U hmyzu však, jak již hořeji bylo poznamenáno, dosud nebyla nalezeno žádné dvojité vajíčko, v kterém by totiž nesporně byla vyvinuta dvě embrya a proto dovolím si popsati zajímavý tento zjev jako příspěvek k řešení otázky »dvojitého rýhování« (Vejdovský).

Zmiňuji se ještě, že u hmyzu byla nalezena individua, a sice poměrně dosti často, která měla vidličnatě rozdělené buď jen antenny, nebo kromě nich některou z okončin, po případě všechny. Nohy byly rozštěpeny rozmanitě daleko, někdy jen v části tarsální, jindy však místo jediné okončiny vyskytly se dvě spojené jen basálním článkem, anebo úplně samostatné.

Zjevy ty daly Křížen eckému podnět k výkladu, že ve vajíčku byla původně dvě samostatná embrya, která však

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pro nedostatek místa ponenáhlu splývala, až srostla v individuum jediné, které jen v rozdělených antennách, po případě nohách, nese stopy svého dvojitého původu. Autor však sám vycítil násilnost svého výkladu, kromě toho nebylo po ruce skutečných dvojčat hmyzových, a proto názor svůj odvolal a přešel do tábora autorů, kteří vykládají tyto abnormity ne srůstem dvou embryonů v jediném vajíčku, nýbrž jako zjev regenerační po poranění určitého druhu. Výklad ten potvrzen byl celou řadou pokusů.



blz: blána žloutková
am: amnion
an: antenna
ms: mesothorax
mt: metathorax
pr: prothorax
sr: srdce
1. 2. 3.: okončiny thorakální.

Dříve ještě než se zmíníme o pravděpodobném výkladu vzniku našich dvojčat, popíšeme stručně nález. Zevně nelišilo se vajíčko dvojčatné nijak od normálních, bylo jen nepatrně širší než vajíčko průměrné, jak dodatečně bylo zjištěno; ale vajíček tak velikých je jistě 30%. Bohužel vajíčka Carausiů (vůbec Phasmidů) jsou kryta tvrdým, neprůhledným chitinem (viz práci o vajíčku pakobylky Carausius morosus) a teprve odpraeparujeme-li neprostupný obal, objeví se vnitřní obsah. Celá praeparace působí zpočátku jisté potíže, ale šetříme-li určitých pravidel, není věc tak těžká. Postupoval jsem tak, že jsem nejprve odloupl ostrým nožíkem eliptičný štítek (viz zmíněnou již práci), pak jsem opatrně odlámal chitin kolem eliptického otvoru a vajíčko fixoval. Teprve po fixaci

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

byl chitin úplně odstraněn. Proto také, když bylo objeveno zajímavé vajíčko dvojčatné, bylo již pozdě, neboť zárodky byly mrtvy. Musíme toho litovati, neboť jistě by bylo poučno sledovat další osud takové monstrosity.

Vajíčko bylo staré asi 40 dní. Prosvětleno xylolem poskytovalo obraz stručně zachycený na obr. *a*, *b*. Obraz *a* ilustruje stranu »sekunderně dorsální«, *b* pak značí stranu »sekunderně ventrální«. Proč zavádím název sekunderně dorsální a ventrální vyložím doleji.

Embryoni obaleni jsou zdánlivě jen dvěmi blanami. Vnější je jemná blána žloutková, vnitřní pak, těsně k embryím se přikládající, je amnion. Serosa se těžko postřehne na totálním praeparátu, neboť obyčejně těsně se přikládá k bláně žloutkové. Teprve na průřezu je lépe patrna.

Obě embrya jsou srostlá stranou hřbetní a to tak, že hlava každého je úplně samostatná ve všech svých částech. Naproti tomu segmenty thorakální sice zevně úplně srůstají a jen slabý šev poukazuje na rovinu srůstu, při tom však vnitřní organisace je do určité míry u obou jedinců samostatná. Nejtěsněji srostlo abdomen, které vlastně představuje abdomen jednoduché. Zde sluší tedy zdůrazniti, a vrátíme se k tomu při výkladu vzniku tohoto dvojčete, že nejtěsnější splynutí nastalo v krajině abdominální a čím blíže jdeme k hlavě, tím více jednotlivé segmenty jsou samostatnější.

Poloha obou jedinců ve vajíčku je normální, t. j. obě mají hlavy těsně pod eliptickým víčkem a ventrální strana každého směřuje ven do úzké strany vajíčka. Původní polohu zaujímá embryo levé (*a*), které ventrální stranou směřuje k dýchacímu štítku (viz práci o vajíčku Car. mor.); kromě toho abdomen končí mezi thorakálními okončinami těsně pod otvorem ústním právě u tohoto jedince (*b*).

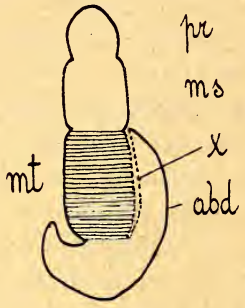
Na totálním praeparátu bylo pozorováno: Hlavy ležící těsně pod eliptickým štítkem jsou zcela normální, totožné tvarem i velikostí s hlavou stejně starého jednoduchého embrya. Na hlavě jsou normální antenny a pár složitých očí. Ústroje ústní jsou zakryty první thorakální nohou, ale jak možno zjistiti na seriálních řezech, též nejeví žádných abnormalit.

Thorax: Délka segmentů thorakálních má se k sobě jako

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

1 : 2 : 3. Segmenty obou individuí jsou srostlé a jen slabý šev, nejsilněji patrný na prothoraxu a mesothoraxu, značí hranici mezi nimi. Segmenty thorakální nejsou všechny stejně vyvinuty; na straně sekundárně ventrální patrny jsou všechny tři, kdežto na straně sekundárně dorsální nalézáme jen prothorax a mesothorax, neboť metathorax splynul s abdominem.

Schematicky znázorněno se strany (řez vedený rovinou srůstu):



2. *pr*: prothorax, *ms*: mesothorax, *mt*: metathorax, *abd*: abdomen, *x*: splynutí částí metathorakálních s abdominem na straně sekundárně dorsální.

Prothorax je nejkratší a nese prvý pár okončin. Poněvadž však hlava vybíhá po stranách v laloky, které částečně kryjí prothorax, zdá se, že noha nasedá na hlavu (obr. 1.). Okončiny nejsou ještě segmentovány.

Mesothorax, asi dvakrát delší prothoraxu, nese druhý pár noh. Na obr. *b* u pravého embrya zdánlivě nese mesothorax dvě okončiny, ale jak na řezech bylo zjištěno, jedná se o jedinou nohu v basální části rozdělenou podél rýhou (na obraze rýha je příliš tmavá), což ovšem se snadno přehlédne na totálním praeparátu.

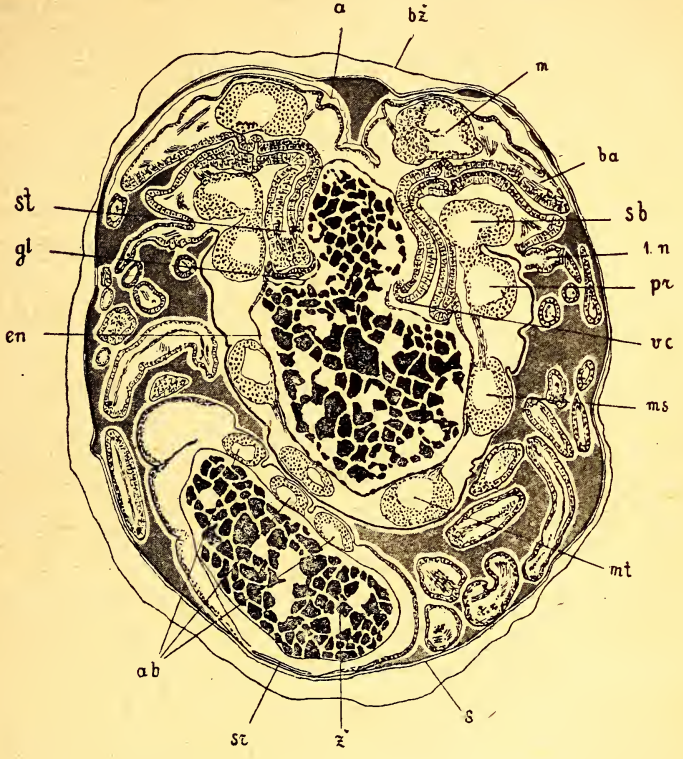
Nejdelší je metathorax, asi třikrát delší prothoraxu. Hranice srůstu není patrna. Na něm až dole vidíme okončiny.

Abdomen na basi široké silně se zúžuje od ohybu na druhou stranu a končí mezi thorakálními okončinami jednoho z embryonů. Na povrchu abdomina jsou již četné pigmentové buňky.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Na totálním praeparátu zjistili jsme tedy samostatnost hlavy a všech okončin, jak antenn a aparátu ústního, tak noh thorakálních.

Po prostudování celkového habitu bylo vajíčko zalito do parafinu a rozřezáno v rovině sagitální, jdoucí kolmo na



3. Mediální řez kolmo na rovinu srůstu.

a	: amnion	*1.n*	: první noha
ab	: ganglia abdominální	*pr*	: ganglion prothorakální
ba	: base antenn	*s*	: serosa
bž	: blána žloutková	*sb*	: ganglion suboesophagální
gl	: hraniční lamella (Grenzlam.)	*sr*	: srdce
m	: ganglion mozkové	*st*	: stomodaeum
ms	: « mesothorakální	*vc*	: valvula cardiata
mt	: « metathorakální	*ž*	: žloutek

en : entoderm.

rovinu srůstu, ježto na řezech sagitálně vedených je nejlépe možno sledovati vzájemný vztah obou dvojčat (obr. 3.).

Každý jedinec má samostatná ústa. Ta vedou do stomodaea, které sahá asi do poloviny mesothoraxu (u dospělé

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pakobylky do prostřed metathoraxu), a které na konci rozšiřuje se v proventriculus s okraji ohrnutými (t. zv. valvula cardiata). Zadní stěna stomodaea, vchlípeniny ectodermální, t. zv. Grenzlamelle, již zmizela, jen jemná linie naznačuje, kde se nalezala. Stomodaea otvírají se přímo do společného střeva silně ještě nacpaného žloutkem, které vyúsťuje jediným otvorem, společným proctodaeem. Malpighické žlázy, rovněž i nad nimi se nalézající žlaznaté přívěsky sekretorické funkce, jsou již vyvinuty.

Nervová soustava krásně dokumentuje, jak embrya, postupujeme-li od hlavy, pořád těsněji a těsněji srůstají. Normální zauzlina mozková objímá stomodaeum dvěma pruhy, které se spojují v ganglion suboesophagální (složené ze tří ganglií); pak následují 3 ganglia thorakální též samostatně u obou dvojčat vytvořená, ale zatím co ganglia prothoraxu jsou od sebe značně vzdálena sblížila se již ganglia metathoraxu velmi silně. K třetímu gangliu thorakálnímu přikládá se první ganglion abdominální (první segment abdominální srůstá neznatelně s metathoraxem). Samostatnost každého jedince je i v něm zachována, ač sblížení je již značné. Ganglia druhého segmentu abdominálního leží již těsně vedle sebe a od nich jde již nervová páska jednoduše.

Srdce, jednoduchá trubice společná oběma dvojčatům, mělo by se vlastně nalézati uprostřed vajíčka mezi oběmi embryony, poněvadž individua srostla hřbetem, ale bylo zatlačeno bohatým žloutkem na stranu, kterou proto nazval jsem »sekunderně dorsální«. Srdce postupuje středem pod nepigmentovaným pruhem (1. *a*), přechází na druhou stranu, kde však opouští střední polohu (1. *b*) a konečně leží úplně stranou od proctodaea.

Po tomto stručném popisu zmíníme se jen přehledně, jak vznikají dvojčata. Dnes převládá názor, že vyvíjejí se z jediného vajíčka. Tomu na př. u člověka nasvědčuje to, že dvojčata jsou si velmi podobna tělesně i duševně, jsou téhož pohlaví, mají podobné sklony a disposice, krátce jsou si tak velmi blízká, že jistě jejich dědičné vybavení musilo býti totéž, což není možno jinak vysvětliti, než že jsou potomky téhož vajíčka. Celou věc si vysvětlujeme tak, že první 2 blastomery, po případě dvě skupiny několika málo blasto-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

mer, se samostatně vyvíjejí v dokonalá embrya buď zcela nezávislá nebo částečně srostlá. Takováto srostlá individua musíme však odlišovati od zjevů sice podobných, ale vyvolaných regenerací, na př. Planarie s 2 hlavami a podobně. De fakto i v prvém případě se jedná o regeneraci, ovšem ve stadiu velmi ranním, kdy jen několik málo buněk představuje celý organismus; určitými vlivy, buď usmrcením několika blastomer, nebo řasou embryonální blány atd. oddělí se dvě blastomery nebo skupiny buněk od sebe a vyvíjí se samostatně v celá embrya, tedy doplnily si (regenerovaly) oddělené blastomery.

V případě druhém jedná se jen o regeneraci určité části těla, která byla odříznuta nebo jen poraněna. Že i takovou regenerací mohou vzniknouti dvojčata vykládá Tornier na dvou příkladech, které příležitostně vyšetřoval, a sice dvě ovce byly srostlé v krajině pánevní břišními stranami, druhá dvojčata srůstala jen v krajině hrudní. Pro zajímavost uvádím jeho výklad doslovně (Zool. Anz. XXIV. 1901.): ... »Als dieses Schaf noch Embryonalanlage war, wirkte — seine Bauchseite in der Nähe der Afteranlage angreifend — eine verbiegende Kraft so von unten auf seinen hinteren Körperabschnitt ein, dass dieser fast in einem rechten Winkel nach oben verborgen wurde, wobei sich das Ischium jeder Körperseite in der Oberschenkelpfanne senkrecht zu seinem Ileum stellte, darauf erhielt der Embryo in der Beckenregion — dem Scheitelpunkte dieser Verbiegung — einen quer über die ganze Bauchseite hinwegziehenden Riss, der bis in das Ischium jeder Körperseite eindrang. Aus dieser Wunde erzeugte dann der Organismus supperregenetisch seinen von der Wunde peripher liegenden Teil, d. h. ein völlig neues Individuum, das mit seinem Stammindividuum nur im Beckenabschnitt, aus dem es enstanden ist, zusammenhängt.«

Aniž bychom zevrubněji rozebírali tvrzení Tornierovo tolik jen poznamenáváme, že je nepravděpodobno, aby ve stadiu již tak pokročilém, kdy vytvořeno je Ischium, Ileum atd., čistě z tržné rány regenerací vzniklo celé, dokonalé individuum nové.

K prvnímu názoru, totiž že dvojčata vznikají z jediného

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vajíčka a sice ze dvou, nebo několika málo blastomer se osamostatnivších, přišel Vejdovský též na základě pozorování na Lumbricus terrestris a Allolobophora foetida a trapezoides. Zdůrazňuje, že prvé 2, ano 4 blastomery normálně se rýhujícího vajíčka Lumbrica, jež produkují jediné embryo, mají povahu vajíčka oplozeného; i jest pravděpodobné, že dle individuální schopnosti mohou se nejméně 2 samostatně opět rýhovati a produkovati dvojčata. K názoru, že jednotlivé blastomery zachovávají si schopnost vytvořiti celé embryo, přidává se též Sekera, který popisuje dvojčata některých turbellarií sladkovodních. Rovněž i Korschelt pojednávaje o dvojčatech některých Lumbricidů souhlasí s výkladem Vejdovského.

Vejdovský uvádí, že dělení pokročilejších stadií embryí ve dvě, jak popisuje Kleinenberg (Lumbricus trap.) jest nepravděpodobné, ba chybné.

Pokusy Fichelovy na vajíčkách Ctenophor stojí v odporu k mínění, že blastomery jsou stejnocenné a že teprve sousedství a zevní vlivy je určují. Dokázal, že u Ctenophor blastomery jsou specifikovány, že materiál určený k tvoření žeber je rozdělen na určité buňky, takže jich přemístěním vznikají abnormity, v poloze žeber nebo odstraněním některých mikromer nastane též zmenšení počtu žeber.

Svůj nález však nechce generalisovat, nýbrž praví, že jsou:

1. vajíčka, jichž části dají celé, ovšem že zmenšené embryo (Echinodermata, Ascidie, Amphioxus, Ryby).

2. U vajíček amphibií je tomu jen za určitých okolností (fakultativ regulationsfähig, Schullze, Hertwig).

3.) Konečně u Ctenophor části vajíček nemají schopnost vytvořiti celé embryo.

Vajíčka Phasmidů (dle mého mínění vůbec arthropodů) můžeme zařaditi do kategorie prvé, mezi vajíčka, jichž jednotlivé blastomery zachovávají si schopnost vytvořiti celé embryo.

Dosud pozorovaná dvojčata vyvinula se z vajíček rýhujících se jednak totálně (aequalně i inaequalně), jednak diskoidálně. Náš případ týká se vajíček rýhujících se superficielně.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

U Caransia (a vůbec orthopter) při rýhování všechna jádra dosahují k povrchu vajíčka, kde řadí se v blastoderm. Žloutek je tedy úplně prost vitellophagů. Záhy rozliší se blastoderm v embryonalní terček (embryon. blastoderm) těsně pod dýchacím štítkem a v blastoderm extraembryonalní, který utvoří později serosu. Poněvadž předpokládáme, že i v našem případě jen několik prvních blastomer zachovává si schopnost produkovati celé embryo, jest stadium, kdy embryonální blastoderm se skládá jen z několika buněk, východiskem našich dvojčat. V tomto stadiu ještě před vchlípením stomodoea a proctodoea a před vytvořením amnionu z okrajů embryonálního blastodermu nastalo rozdělení terče v samostatné poloviny a sice tak, že rovina dělicí ležela kolmo na délku dýchacího štítku. Jest ovšem obtížno říci, co bylo příčinou rozdělení zárodečného terče, mimoděk však se vtírá výklad, že popud přišel z venku a k zárodku se dostal rourkou dýchací, ale jakého druhu byl popud, zůstává otázkou (snad vlivy chemické).

Obě poloviny terčku vyvíjely se nyní úplně samostatně a sice tak, že zárodky byly odvráceny od sebe základem hlavy, kdežto embryonalní základy abdominu se k sobě těsně přikládaly, ale nesplývaly. Každé z dvojčatných embryí vytvořilo si amnion, kdežto serosa (extraembryonalní blastoderm), zahalila společně obě individua.

I v jednoduchém vajíčku je embryo silně stísněno, tím spíše to platí o vajíčku dvojitém. Je proto pochopitelno, že obě dvojčata splývají abdominálními základy, jimiž se těsně dotýkají. Nyní vchlípí se stomodaea a po nich, když již splynutí abdomina je dokonalé, vytvoří se jediné proctodaeum.

Při dalším růstu splývají embrya pořád víc a více, ale poněvadž jednotlivé orgány jsou již založeny, jest srůst jen více méně zevní, až konečně hlavy zůstanou úplně samostatny.

V normálním vajíčku leží embryo pod dýchacím štítkem, žloutek pak zaujímá protější stranu vajíčka. U dvojitého vajíčka však na této straně leží druhé embryo, takže žloutek je tísněn při růstu zárodků z obou stran a vyklene se proto na jednu ze širších stran vajíčka. Tím nastane přemístění srdce i zakrytí metathoraxu atd., o čemž již hořeji byla řeč.

Tedy resumé celé práce je, že i při superficielním

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rýhování buňky zárodečného blastodermu jsou plně vybaveny, že i v pozdějším stadiu část buněk je schopna vytvořiti celé, dokonalé embryo.

O tom svědčí vlastně kromě uvedeného případu celkem velmi vzácného též polyembryonie objevená u některých parasitických Hymenopter. Vajíčka těchto forem zachovala si schopnost rozděliti se v několik samostatných zárodků, na př. z jednoho vajíčka Encyrtus fuscicollis, který cizopasí v housenkách Hyponomeuty, vyvine se 60—100 embryí, která zprvu sestavena jsou v řetěz; a to je zajímavé, že k rozdělení vajíčka dochází až ve stadiu moruly, tedy tehdy, kdy vajíčko je již ve stavu značně pokročilém. V tomto stadiu již je určeno pohlaví a proto všechna embrya jsou buď samci nebo samice.

Náš případ pak ukazuje, že i u ostatního hmyzu zachovávají si blastomery značnou samostatnost, která ovšem uplatní se jen velmi vzácně.

Résumé.

Pendant la préparation des oeufs de Carausius morosus j'ai trouvé un oeuf qui ne se distinguait pas des autres, mais dans lequel étaient développés deux embryons joints dans la partie du thorax et de l'abdomen.

La situation des embryons était normale, la tête sous le bouclier elliptique (voir l'étude sur l'oeuf de Carausius) et la partie ventrale contre la partie plus étroite de l'oeuf. Les thorax des deux embryons ainsi que les abdomens sont joints sur la partie dorsale, les têtes sont tout-à-fait independantes (fig. 1).

Le coup sagital (fig. 3) nous montre que les abdomens sont joints entièrement et que nous trouvons ici un seul abdomen avec un proctodaeum et des glandes malpighiques uniques, au dessus desquelles se trouvent des excroissances analogues. Le thorax de deux embryons est joint extérieurement et seulement une couture faible indique la limite, mais l'organisation interne a conservé son indépendance. Les stomodaea atteinent jusqu'au millieu du mesothorax et finissent dans l'intestin commun, plein de jaune d'oeuf. La bande nerveuse et particulièrement les ganglions suboesophagiens ainsi

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

que ceux du thorax sont développés dans chaque individue à part; les ganglions du metathorax sont très rapprochés ainsi que le premier ganglion abdominal, qui est placé encore dans le thorax, car le premier segment abdominal est joint avec le metathorax. L'abdomen possède déjà une seule bande nerveuse.

La figure 1. b. nous montre tous les trois segments du thorax, mais sur la deuxième partie du jumeau (fig. 1. a.) le metathorax manque, car celui-ci est joint avec les segments abdomineaux (c'est le manque de place qui a fait que l'abdomen se vouta au dessus du niveau qui sur la figure est la surface du papier (v. aussi la figure (2.)). Le coeurse trouve sous la bande inpigmentée (fig. 1. a. b. sr).

C'est très difficile d'indiquer les sujets de ce joint de deux embryons ainsi que de décider si c'était l'influence chimique ou méchanique sur l'oeuf rayant par le conduit réspiratoire.

Nous pouvons nous le répresenter de façon suivante: Un seul disque embryonal (blastoderm embryonal) se divisa en deux parties verticalement sur la longeur du bouclier respiratoire. De chaque de ces parties se développait un embryon independant; les embryons étaient tournés l'un contre l'autre par les parties abdominales, au commencement independantes; mais plus tard ces parties se sont joints à cause du manque de la place. Encore avant l'union se développe autour de chaque embryon un amnion, tandis que la serosa enveloppe tous les deux ensemble. Quand les parties abdominales étaient jointes les stomodaea se sont formé et après cela le proctodaeum commun. Pendant le développement suivant joinent les embryons encore plus, mais parce que les organs particuliers sont déjà développés, ce joint est seulement extérieur et enfin les têtes restent indépendantes.

Ce cas nous montre que pendant le rayonement superficiel les cellules du blastoderm embryonal sont tout à fait individuelles et qu' aussi une seul partie de ces cellules est habile de produire un embryon entier; mais cette indépendance des blastomères de l'insecte apparait très rarement.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

LITERATURA.

Born: Über Verwachsungsversuche mit Amphibieneiern. Roux. Archiv Bd IX. 1891.

Collin: Ein seltener Fall von Doppelbildung beim Regenwurm. Naturw. Wochensch. V. 6. 1891.

Cori: Ein Fall von partieller Doppelbildung bei Lumbricus variegatus. Lotos V. 14. 1893.

Fischel: Experimentelle Untersuchungen an Ctenophorenei. Roux. Arch. 7. 1898.

Hahn J.: Morfologie vajíčka indické pakobylky Disippus morosus Věst. král. čes. spol. nauk v Praze 1922.

Heymons: Über Organisation u. Entwicklung von Bacillus Rossii Sitzungsber. der k. preus. Ak. der Wiss. zu Berlin XVI 1897.

Koestner: Doppelbildungen bei Wirbeltieren. Arch. f. Anat. u Physiol 1898.

Korschelt: Über Doppelbildungen bei Lumbriciden. Zool. Jahrb. Suppl. VII. 1904.

Kříženecký: Über die Einwirkung des allseitigen Druckes bei der Puppenentwickelung von Tenebrio molitor L Entom Blätter Berlin 1912.

» Über die Homöosis bei Coleopteren Zool. Anz. Bd XXXIX 1912.

» Über die Homöosis und Doppelbildungen bei Arthropoden. Zool. Anz. XLII. 1913.

Marschall u. Severi : Über die Anatomie der Gespenstheuschrecke, Diapheromera femorata, Say. Berlin 1906.

Przibram: Experimentelle Zoologie. 2. Regeneration.

Sekera: O dvojčatech některých turbellarií sladkovodních. (Věstník král. čes. spol. nauk v Praze.) 1906.

» Über Doppelbildungen bei einigen Süsswasserturbellarien.

» Über einen neuen Fall der Doppelbildung bei den Turbellarien. Zool. Anz. Bd. XLI. 1913.

Spemann: Über experimentell erzeugte Doppelbildungen mit cyclopischem Defekt. Zool. Jahrb. Suppl. VII 1904.

Tornier: Das Entstehen von Räfermissbildungen, bes. Hyperantenie und Hypermetie. Roux. Archiv 9. 1900.

» Neues über das natürliche Entstehen und experimentelle Erzeugung überzähliger und Zwillingsbildungen. Zool. Anz. XXIV. 1901.

Tümpel: e Geradflügler Mitteleuropas. 1901.

Vejdovský: O embryonálním vývoji dvojčat. (Vest. čes. spol. nauk 1890.)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

X.

Les conditions d'intégrabilité de la théorie projective des surfaces.

Par **Eduard Čech.**

Předloženo dne 22. list. 1922.

M. Fubini a montré[1]) que l'on peut construire trois formes différentielles, déterminant une hypersurface régulière[2]) S de l'espace linéaire a $n+1$ dimensions, à transformations homographiques de cet espace près. Rappelons rapidement le procédé de M. Fubini. On suppose que les coordonnées homogènes[3]) x des points de S soient exprimées en fonction de n variables indépendentes quelconques $u_1, u_2, \ldots u_n$, et on choisit une forme différentielle quadratique

$$g \equiv \sum_{ik} g_{ik}(u_1, \ldots u_n)\, du_i\, du_k ,$$

assujettie à l'unique condition que son discriminant

$$A \equiv | g_{ik} |$$

soit différent de zéro. Cela posé, introduisons les deux formes différentielles

$$F_2 \equiv \frac{1}{\sqrt{A}} | x, x_1, \ldots x_n, \sum_{ik} x_{ik}\, du_i\, du_k | \equiv \sum_{ik} \triangle_{ik} du_i\, du_k ,$$

$$F_3 \equiv \frac{2}{\sqrt{A}} | x, x_1, \ldots x_n, \sum_{ikl} x_{ikl}\, du_i\, du_k\, du_l | -$$

$$- 3 \sum_{ikl} \triangle_{ik}^{(l)} du_i\, du_k\, du_l + \frac{3}{n+2} F_2\, d \log \frac{\nabla}{A} \equiv$$

$$\equiv 2 \sum_{ikl} \triangle_{ikl}\, du_i\, du_k\, du_l .$$

---

[1]) Fondamenti di geometria proiettivo-differenziale, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. 43, 23 marzo 1919.

[2]) Par ce mot j'entends que S possède ∞^n hyperplans tangents distincts.

[3]) Je dénote toujours par une lettre unique les $n+2$ coordonnées homogènes d'un point ou hyperplan.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ici, les x_i , x_{ik}, x_{ikl} sont les dérivées covariantes des x formées par rapport a g ; $\triangle_{ik}^{(l)}$ est le système covariant dérivé du système $\triangle_{ik}$, par rapport a g; enfin, ∇ est le discriminant de F_2. La définition des formes F_2, F_3 est évidemment indépendente du choix des coordonnées curvilignes u_1, u_2, . . u_n ; elle ne changent non plus si l'on effectue sur les x une transformation linéaire et homogène, à coefficients constants et à déterminant égal à l'unité. D'ailleurs, on démontre les identités

$$(1) \qquad \sum_{ik} \vartheta_{ik} \triangle_{ikl} = 0,$$

où l'on a posé

$$\vartheta_{ik} = \frac{1}{\nabla} \frac{\partial \nabla}{\partial \triangle_{ik}}.$$

Si l'on remplace la forme g par une autre forme différentielle quadratique g', à discriminant A', ou que l'on multiplie les coordonnées homogènes x par un facteur ϱ, fonction arbitraire des u, on peut montrer que les formes F_2, F_3 se transforment comme il suit

$$(2) \qquad F_2' = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A'}} F_2, \; F_3' = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A'}} F_3,$$

respectivement

$$F_2' = \varrho^{n+2} F_2, \; F_3' = \varrho^{n+2} F_3.$$

Or, fixons d'abord le facteur arbitraire des x d'une manière quelconque, et choisissons g de façon que l'on ait

$$\triangle = A.$$

On voit tout de suite que cette condition détermine A à une racine $(n+2)^{ième}$ de l'unité près. Cela posé, si l'on remarque que, d'après (2), c'est le discriminant seul de la forme g qui détermine les valeurs des formes F_2 et F_3, on peut supposer simplement $g \equiv F_2$, d'où

$$F_2 \equiv \frac{1}{\sqrt{\nabla}} \left| x, \; x_1, \; \ldots \; x_n, \; \sum_{ik} x_{ik} \, du_i \, du_k \right| \equiv \sum_{ik} \triangle_{ik} \, du_i \, du_k$$

$$F_3 \equiv \frac{2}{\sqrt{\nabla}} \left| x, \; x_1, \ldots x_n, \; \sum_{ikl} x_{ikl} \, du_i \, du_k \, du_l \right| \equiv 2 \sum_{ikl} \triangle_{ikl} \, du_i \, du_k \, du_l$$

où maintenant, et dans tout ce qui suit, les dérivées covariantes sont prises par rapport a F_2. Insistons sur ce que les formes F_2, F_3 ne sont pas complètement déterminées

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

que si l'on fixe le facteur arbitraire des x. Aussi, on peut faire correspondre au choix de ce facteur, celui des coordonnées homogènes ξ des hyperplans tangents de S, si l'on pose, faisant usage d'une notation abbreviée facile à comprendre

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{\nabla}} \mid x,\ x_1,\ \ldots\ x_n \mid .$$

M. Fubini a aussi donné un procédé simple qui suffit, au moins en général, à lever toute indétermination. En faisant la supposition que le discriminant de F_3 soit divers de zéro (cas normal de M. Fubini), on peut demander que ce discriminant soit égal à

$$\nabla^{3.2^{n-2}}.$$

Toutefois, le choix du facteur arbitraire des x ayant une signification géométrique bien nette [4]) et, plus spécialement, pour obtenir la géometrie affine comme un cas spécial de celle projective [5]), on fait le mieux, à mon avis, en conservant le facteur arbitraire des x qui, une fois choisi, détermine aussi celui de F_2 e F_3 et celui des ξ.

On vérifie tout de suite les identités suivantes

$$\begin{aligned} & S\,\xi x = S\,\xi x_i = S\,\xi_i\, x = 0\ ^{6}) \\ (3)\qquad & \triangle_{ik} = S\,\xi x_{ik} = -\,S\,\xi_i\, x_k = S\,\xi_{ik}\, x, \\ & \triangle_{ikl} = S\,\xi x_{ikl} = -\,S\,\xi_i\, x_{kl} = S\,\xi_{ik}\, x_l = -\,S\,\xi_{ikl}\, x. \end{aligned}$$

En désignant encore par $n\,X$ et $n\,\Xi$ les paramètres différentiels seconds de x et ξ.

$$X = \frac{1}{n}\triangle_2 x = \frac{1}{n}\sum_{ik}\vartheta_{ik}\, x_{ik},$$

$$\Xi = \frac{1}{n}\triangle_2 \xi = \frac{1}{n}\sum_{ik}\vartheta_{ik}\,\xi_{ik},$$

on a de plus

(4) $S\,X\xi = S\,\Xi x = 1,\quad S\,X\xi_i = S\,X_i\,\xi = S\,\Xi x_i = S\,\Xi_i\, x = 0.$

Des identités (3) et (4) découlent les équations fondamentales de la théorie projective des hypersurfaces

---

[4]) Voir mon Mémoire que je citerai bientôt.

[5]) Voir G. Sannia, Riavvicinamento di geometrie differenziali etc., Annali di Matematica., t. 31, 1923.

[6]) Le symbole S signifie la somme étendue aux $n+2$ coordonnées homogènes.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$x_{ik} = \sum_{rs} \vartheta_{rs} \triangle_{ikr} x_s + b_{ik} x + \triangle_{ik} X,$$

(5) $$\xi_{ik} = -\sum_{rs} \vartheta_{rs} \triangle_{ikr} \xi_s + \beta_{ik} \xi + \triangle_{ik} \Xi,$$

$$X_i = e_i x + \sum_{rs} \vartheta_{rs} l_{ir} x_s,$$

(6) $$\Xi_i = \varepsilon_i x + \sum_{rs} \vartheta_{rs} \lambda_{ir} \xi_s$$

où

$$f_2 = \sum_{ik} b_{ik} du_i du_k, \quad f_2' = \sum_{ik} \beta_{ik} du_i du_k,$$

(7) $$\varphi_2 = \sum_{ik} l_{ik} du_i du_k, \quad \varphi_2' = \sum_{ik} \lambda_{ik} du_i du_k,$$

$$\psi_1 = \sum_{i} e_i du_i, \quad \psi_1' = \sum_{i} \varepsilon_i du_i$$

sont certaines formes différentielles covariantes.

Les résultats de M. Fubini que je viens de rappeler tout sommairement se trouvent déduites d'une manière nouvelle dans mon Mémoire Ifondamenti di geometria proiettivo-differenziale secondo il metodo del Fubini, Annali di Matematica.[7]) t. 31, 1923, p. 251. Le facteur des x étant choisi arbitrairement, je fixe celui des ξ de manière que le rapport des déterminants de la matrice

$$| x, x_1, \ldots x_n |$$

aux ξ soit égal au rapport des déterminants de la matrice

$$| \xi, \xi_1, \ldots \xi_n |$$

aux x. Ceci fait, on a

$$F_2 = -S dx d\xi, \quad F_3 = S(dx d^2\xi - d\xi d^2 x)$$

et

$$| x, x_1, \ldots x_n, X | = | \xi, \xi_1, \ldots \xi_n, \Xi | = \sqrt{-\triangle}.$$

La congruence des droites (xX), où ce qui est la même chose, des droites d'intersections des n hyperplans

$$\xi_1, \ldots \xi_n$$

est conjuguée à S, en ce sens que, à chaque point de S, les n directions correspondantes aux développables de la congruence sont deux à deux conjuguées par rapport à la quadrique $F_2 = 0$ des directions asymptotiques. Réciproquement, si l'on choisit convenablement le facteur des x, on peut arriver ainsi à une congruence conjuguée a S et donnée à l'avance. De quelle maniére que l'on a choisi le facteur des x, si l'on

[7]) Voir aussi ma Note Sur les formes différentielles de M. Fubini, Rend. Acc. Lincei, vol. 31, 7 Maggio 1922.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

donne aux paramètres u des valeurs fixes, l'hyperplan Ξ est toujours polaire du point X par rapport à une quadrique bien déterminée, la quadrique de Lie du point correspondant sur S. L'équation $F_3 = 0$ donne les tangentes à l'intersection de S et de la quadrique de Lie. Les points focaux de la congruence $(x\,X)$ sont les points

$$X + \varrho\, x,$$

où ϱ sont les n racines de l'équation

$$| l_{ik} + \varrho\, \triangle_{ik} | = 0,$$

supposées distinctes, et les directions correspondantes sur S ont la même polaire par rapport à toutes les quadriques du faisceau

$$\psi_2 + \lambda F_2.$$

D'ailleurs, le lecteur démontrera aisément, en s'appuyant aux équations fondamentales (5) et (6), ce résultat un peu plus général qui donne la signification géométrique de l'équation $\varphi_2 = 0$. Pour des valeurs fixes quelconques des paramètres u, soit t la tangente de S qui correspond aux accroissements du_i, et τ la tangente de l'hypersurface engendrée par le point X qui correspond aux accroissements δu_i ; t' soit la tangente de S qui rencontre τ. Alors

$$\sum_{ik} l_{ik}\, du_i\, \delta u_k = 0$$

est condition nécessaire et suffisante pour que t e t' soient conjuguées par rapport à $F_2 = 0$. Plus simple encore est la signification de l'équation $\psi_1 = 0$; elle caractérise les accroissements du_i auxquels correspondent les tangentes de l'hypersurface engendrée par X qui rencontrent l'espace d'intersection des hyperplans ξ et Ξ. Corrélativement pour φ_2' et ψ_1'.

Quelques relations entre les formes différentielles (7) découlent immédiatement des équations fondamentales (5) et (6). Ayant égard aux identités (3) et (4), on en déduit

(8) $\qquad l_{ik} = -S\,X_i\,\xi_k,\quad \lambda_{ik} = -S\,\Xi_i\,x_k$

(9) $\qquad b_{ik} = -S\,x_{ik}\,\Xi - \omega\,\triangle_{ik},\quad \beta_{ik} = S\,X\,\xi_{ik} - \omega\,\triangle_{ik},$

(10) $\qquad e_i = S\,X_i\,\Xi,\quad \varepsilon_i = S\,X\,\Xi_i,$

où j'ai posé

(11) $\qquad \omega = S\,X\,\Xi.$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

De plus, les équations (5) comparées aux celles qui définissent X et Ξ donnent

$$\sum_{ik} \vartheta_{ik} b_{ik} = \sum_{ik} \vartheta_{ik} \beta_{ik} = 0. \tag{12}$$

En dérivant (11), on obtient des équations (10)

$$e_i + \varepsilon_i = \omega_i \tag{13}$$

ou

$$\psi_1 + \psi_1' = d\omega.$$

Donc: si une des formes linéaires ψ_1 et ψ_1' est une différentielle exacte, l'autre possède la même propriété. Ce fait est d'ailleurs intuitif. Car si ψ_1 est une différentielle exacte, soit

$$\psi_1 = d\psi,$$

les équations (6) montrent que toute hyperplan tangent de l'hypersurface engendrée par le point

$$X - (\psi + C)\, x \qquad (C \text{ constant})$$

passe par l'intersection des hyperplans ξ et Ξ correspondants et viceversa. Donc, *si* ψ_1 est une différentielle exacte, et seulement dans ce cas, il existe une (et par suite ∞^1) hypersurface Σ correspondant point par point à S et telle que, pour des valeurs quelconques des u, le point correspondant de Σ soit situé sur la droite $(x\,X)$ et, simultanément, l'hyperplan tangent de Σ passe par l'espace $(\xi\,\Xi)$ polaire de la droite $(x\,X)$ par rapport à la quadrique de Lie. Or on voit que cette propriété reste la même si l'on échange points et hyperplans.

En dérivant les identités (4), on déduit des équations (8) et (9)

$$l_{ik} = SX\xi_{ik} = -SX_i\,\xi_k = SX_{ik}\xi,$$

$$\lambda_{ik} = S\Xi x_{ik} = -S\Xi_i\, x_k = S\Xi_{ik} x, \tag{14}$$

$$b_{ik} = \lambda_{ik} - \omega\,\triangle_{ik}, \quad \beta_{ik} = l_{ik} - \omega\,\triangle_{ik}. \tag{15}$$

Des équations (12) et (15), il vient

$$\omega = \frac{1}{n} \sum_{ik} \vartheta_{ik} l_{ik} = \frac{1}{n} \sum_{ik} \vartheta_{ik} \lambda_{ik} \tag{16}$$

Les relations déduites jusqu'ici montrent que l'on peut exprimer les formes ψ_1', f_2, f_2' au moyen des F_2, F_3, φ_2, φ_2', ψ_1. Ou parvient à d'autres relations en formant les

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

conditions d'intégrabilité des équations fondamentales (5) et (6). M. Fubini, dans la Note Il problema della deformatione proiettiva delle ipersuperficie. Le varietà a un qualsiasi numero di dimensioni [8]) a écrit ces conditions d'intégrabilité sous la forme suivante [9]), h, k, r, s, t, ϱ étant des indices qui prennent les valeurs 1 à n.

$$(17) \qquad [st, rk] = \sum_h \vartheta_{hk} (\eta_{sr} l_{th} - \eta_{tr} l_{sh}) +$$
$$+ \sum_h \vartheta_{hr} (\eta_{tk} \lambda_{hs} - \eta_{sk} \lambda_{ht}) + \omega (\eta_{rt} \eta_{sk} - \eta_{rs} \eta_{tk}),$$

$$(18) \qquad \eta_{rt} \varepsilon_s - \eta_{rs} \varepsilon_t + \sum_\varrho \vartheta_{r\varrho} (\lambda_{\varrho st} - \lambda_{\varrho ts}) +$$
$$+ \sum_{\varrho hk} \vartheta_{r\varrho} \vartheta_{hk} (\triangle_{s\varrho h} \lambda_{tk} - \triangle_{t\varrho h} \lambda_{sk}) = 0,$$

$$(19) \qquad \eta_{rt} + e_s - \eta_{rs} e_t + \sum_\varrho \vartheta_{r\varrho} (l_{\varrho st} - \lambda_{\varrho ts}) -$$
$$- \sum_{\varrho hk} \vartheta_{r\varrho} \vartheta_{hk} (\triangle_{s\varrho h} l_{tk} - \triangle_{t\varrho h} l_{sk}) = 0,$$

$$(20) \qquad e_{st} - e_{ts} = \varepsilon_{ts} - \varepsilon_{st} = \sum_{hk} \vartheta_{hk} (\lambda_{sh} l_{tk} - \lambda_{th} l_{sk}).$$

Dans ces équations, $l_{\varrho st}$, $\lambda_{\varrho st}$, e_{st}, ε_{st} sont les systèmes covariants dérivés des systèmes $l_{\varrho s}$, $\lambda_{\varrho s}$, e_s, ε_s,

$$\eta_{rr} = 1, \quad \eta_{rs} = 0 \text{ pour } r \gtrless s,$$

et enfin

$$(21) \qquad [st, rk] = \sum_{h\varrho} \vartheta_{hk} \vartheta_{r\varrho} [\triangle_{\varrho hts} - \triangle_{\varrho hst} +$$
$$+ (st, h\varrho) + \sum_{ij} \vartheta_{ij} (\triangle_{\varrho it} \triangle_{hjs} - \triangle_{\varrho is} \triangle_{hjt})],$$

$\triangle_{h\varrho ts}$ étant le système covariant dérivé du système $\triangle_{h\varrho t}$, et

$$(st, h\varrho) = \sum_r \triangle_{rt} \frac{\partial}{\partial u_\varrho} \left\{ \begin{matrix} sh \\ r \end{matrix} \right\} - \sum_r \triangle_{rt} \frac{\partial}{\partial u_h} \left\{ \begin{matrix} s\varrho \\ r \end{matrix} \right\} +$$
$$+ \sum_k \left[\left\{ \begin{matrix} sh \\ k \end{matrix} \right\} \sum_r \triangle_{rt} \left\{ \begin{matrix} k\varrho \\ r \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} s\varrho \\ k \end{matrix} \right\} \sum_r \triangle_{rt} \left\{ \begin{matrix} hk \\ r \end{matrix} \right\} \right]$$

sont les symboles de Riemann déduites de la forme fondamentale F_2.

---

[8]) Rendiconti Accademia Lincei, vol. 27, 28 settembre 1918. Dans les formules de cette Note, il faut corriger les deux fautes d'impression: formule (19) au lieu de $\eta_{rs} l_t - \eta_{rt} l_s$ lisez $\eta_{rs} \lambda_t - \eta_{rt} \lambda_s$, et formule (12) au lieu de $\sum_h C_{th} \lambda_{sh}$ lisez $\sum_h C_{th} l_{sh}$.

[9]) Les notations de M. Fubini dans la Note citée sont un peu différentes des nôtres. En outre, j'ai fait usage de relations (13) et (15).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Arrêtons nous pour un instant au cas spécial où la forme ψ_1 est une différentielle exacte. Les formules (20) donnent alors

$$\sum_{hk} \vartheta_{hk} (\lambda_{sh}\, l_{tk} - \lambda_{th}\, l_{sk}) = 0, \quad (s, t = 1, \ldots n)$$

autrement dit, le système covariant

$$\alpha_{st} = \sum_{hk} \vartheta_{hk}\, l_{sh}\, \lambda_{tk}$$

est symmétrique. Or on voit tout de suite que la relation bilinéaire

$$\sum_{st} \alpha_{st}\, du_s\, \delta u_t = 0$$

donne le produit des polarités par rapport aux trois quadriques $\varphi_2 = 0$, $F_2 = 0$, et $\varphi_2' = 0$. Dans le cas considéré, ce doit être identique au produit des polarités par rapport à $\varphi_2' = 0$, $F_2 = 0$ et $\varphi_2 = 0$. On en déduit que les n directions ayant la même polaire par rapport a $\varphi_2 = 0$ et $F_2 = 0$ ont la même polaire aussi par rapport à $\varphi_2' = 0$. Donc, d'après ce que nous avons dit plus haut sur la signification géométrique de ces directions, si ψ_1 est une différentielle exacte, les développables de deux congruences (xX) et $(\xi\Xi)$ correspondent au mêmes courbes sur S, et vice versa.[10]) Remarquons que nous avons déjà donnée une autre interprétation géométrique de cette circonstance particulière.

Les symboles $[st, rk]$ de M. Fubini obéissent aux lois

$$[ts, rk] = -[st, rk],$$

$$[st, rk] + [st, kr] = 2 \sum_{h\varrho} \vartheta_{r\varrho}\, \vartheta_{hk}\, (\triangle_{\varrho hts} - \triangle_{\varrho hst})$$ [11])

On peut donc, dans la formule (17), se limiter à supposer $s < t$, $r < k$, pourvu que l'on ajoute les équations

$$(22) \qquad \begin{aligned} &2 \sum_{h\varrho} \vartheta_{r\varrho}\, \vartheta_{hk}\, (\triangle_{h\varrho ts} - \triangle_{h\varrho st}) \\ &= \sum_{h} [(\eta_{sr}\, \vartheta_{hk} + \eta_{sk}\, \vartheta_{hr})\, (l_{th} - \lambda_{th}) - \\ &- (\eta_{tr}\, \vartheta_{hk} + \eta_{tk}\, \vartheta_{hr})\, (l_{sh} - \lambda_{sh})]. \end{aligned}$$

La discussion de ces condititions d'intégrabilité, en

[10]) On a supposé que les racines de l'équation $| l_{ik} + \varrho \triangle_{ik} | = 0$ soient distinctes.

[11]) Dans la Note citée de M. Fubini, le facteur 2 manque par faute d'impression.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

supposant $n>2$, a été faite par M. Fubini dans la Note citée. On y arrive au résultat que les formes F_2 et F_3 suffisent à déterminer toutes les autres. Il résulte des belles recherches de M. Cartan [12]) que pour $n=2$, il existe toutes une sêrie des surfaces, dépendant de six fonctions arbitraires d'un argument, où les formes F_2 et F_3 étant données, il y a encore un paramètre (au moins) arbitraire dans les autres formes différentielles.

Dans ce qui suit, je discute les conditions d'intégrabilité, pour $n=2$, par le calcul direct. Une autre méthode pour écrire les conditions d'intégrabilité pour $n=2$ a été employée par M. Fubini dans deux Notes intitulées Fondamenti di geometria proiettivo-differenziale di una superficie [13]). L'auteur y suppose le facteur des x normalisé de façon à avoir

$$\frac{1}{\nabla^2}\begin{vmatrix} \triangle_{111} & \triangle_{112} & \triangle_{122} \\ \triangle_{112} & \triangle_{122} & \triangle_{222} \\ \triangle_{11} & \triangle_{12} & \triangle_{22} \end{vmatrix} = 1$$

et arrive à un résultat assez élégant, sans écrire toutefois explicitement les conditions d'intégrabilité pour les coordonnées curvilignes les plus générales. Ici, ja ne ferai aucun usage des paramètres asymptotiques.

Faisons donc, dans les formules précedentes, $n=2$. L'équation (25) donne, si l'on désigne par K la courbure de F_2,

$$[12,12] = \vartheta_{11}\vartheta_{12}(\triangle_{1121}-\triangle_{1112}) + (\vartheta_{11}\vartheta_{22}+\vartheta_{12}^2)(\triangle_{1221}-\triangle_{1122}) + \vartheta_{12}\vartheta_{22}(\triangle_{2221}-\triangle_{1222}) - K$$

$$- \frac{1}{\nabla}[\vartheta_{11}(\triangle_{111}\triangle_{122}-\triangle_{112}^2) +$$

$$+ \vartheta_{12}(\triangle_{111}\triangle_{222}-\triangle_{112}\triangle_{122}) + \vartheta_{22}(\triangle_{112}\triangle_{222}-\triangle_{122}^2)].$$

En premier lieu, on a l'équation (17), où l'on doit poser $s,t,r,k=1,2,1,2$. Il vient

$$\vartheta_{11}\vartheta_{12}(\triangle_{1121}-\triangle_{1112}) + (\vartheta_{11}\vartheta_{22}+\vartheta_{12}^2)(\triangle_{1221}-\triangle_{1122}) +$$

[12]) Sur la déformation projective des surfaces. Ann. de l' Ec. Norm. Sup. 37 (3), 1920, pp. 259—356. Sur le problème général de la déformation (C. R. du Congrés de Strasbourg, 1921, pp. 397—406).

[13]) Rendiconti Accademia Lincei, vol. 27, 1 luglio 1918.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$(23)\qquad +\vartheta_{12}\vartheta_{22}(\triangle_{2221}-\triangle_{1222})$$
$$=K+J+\vartheta_{11}\lambda_{11}+\vartheta_{12}(l_{12}+\lambda_{12})+\vartheta_{22}l_{22}-\omega,$$

où

$$(24)\qquad J=\frac{1}{\nabla^2}\begin{vmatrix}\triangle_{111} & \triangle_{112} & \triangle_{122}\\ \triangle_{112} & \triangle_{122} & \triangle_{222}\\ \triangle_{11} & \triangle_{12} & \triangle_{22}\end{vmatrix}.$$

Dans les équations (22), on doit poser successivement $s,t,r,k=1,2,1,1;\ 1,2,22;\ 1,2,1,2$, ce qui donne

$$(25)\quad\begin{cases}\vartheta_{11}^2(\triangle_{1121}-\triangle_{1112})+2\vartheta_{11}\vartheta_{12}(\triangle_{1221}-\triangle_{1122})+\\ \qquad+\vartheta_{12}^2(\triangle_{2221}-\triangle_{1222})=\vartheta_{11}d_{12}+\vartheta_{12}d_{22},\\ \vartheta_{12}^2(\triangle_{1121}-\triangle_{1112})+2\vartheta_{12}\vartheta_{22}(\triangle_{1221}-\triangle_{1122})+\\ \qquad+\vartheta_{22}^2(\triangle_{2221}-\triangle_{1222})=-\vartheta_{12}d_{11}-\vartheta_{22}d_{21},\\ \vartheta_{11}\vartheta_{12}(\triangle_{1121}-\triangle_{1112})+(\vartheta_{11}\vartheta_{22}+\vartheta_{12}^2)(\triangle_{1221}-\triangle_{1122})\\ \qquad+\vartheta_{12}\vartheta_{22}(\triangle_{2221}-\triangle_{1222})=-\tfrac{1}{2}\vartheta_{11}d_{11}+\tfrac{1}{2}\vartheta_{22}d_{22},\end{cases}$$

où j'ai posé, pour abréger,

$$d_{11}=l_{11}-\lambda_{11},\ d_{12}=l_{12}-\lambda_{12},\ d_{22}=l_{22}-\lambda_{22}.$$

Dans les équations (18), on doit poser successivement $r,s,t=1,1,2;\ 2,1,2$, ce qui donne d'abord

$$\varepsilon_1=\vartheta_{12}(\lambda_{121}-\lambda_{112})+\vartheta_{22}(\lambda_{221}-\lambda_{122})+$$
$$\frac{1}{\nabla}(\lambda_{11}\triangle_{122}-2\lambda_{12}\triangle_{112}+\lambda_{22}\triangle_{111})$$
$$+(\lambda_{11}\vartheta_{12}+\lambda_{12}\vartheta_{22})(\vartheta_{11}\triangle_{112}+2\vartheta_{12}\triangle_{122}+\vartheta_{22}\triangle_{222})$$
$$-(\lambda_{12}\vartheta_{12}+\lambda_{22}\vartheta_{22})(\vartheta_{11}\triangle_{111}+2\vartheta_{12}\triangle_{112}+\vartheta_{22}\triangle_{122}),$$
$$\varepsilon_2=\vartheta_{11}(\lambda_{112}-\lambda_{121})+\vartheta_{12}(\lambda_{122}-\lambda_{221})+$$
$$\frac{1}{\triangle}(\lambda_{11}\triangle_{222}-2\lambda_{12}\triangle_{122}+\lambda_{22}\triangle_{122})$$
$$+(\lambda_{12}\vartheta_{11}+\lambda_{22}\vartheta_{12})(\vartheta_{11}\triangle_{111}+l\vartheta_{12}\triangle_{112}+\vartheta_{22}\triangle_{122})$$
$$-(\lambda_{12}\vartheta_{11}+\lambda_{22}\vartheta_{12})(\vartheta_{11}\triangle_{112}+2\vartheta_{12}\triangle_{122}+\vartheta_{22}\triangle_{222});$$

tenant compte des équations (1), on a donc plus simplement

$$(26)\quad\begin{aligned}\varepsilon_1&=-\vartheta_{12}(\lambda_{112}-\lambda_{121})-\vartheta_{22}(\lambda_{122}-\lambda_{221})+\\ &\qquad\frac{1}{\triangle}(\lambda_{11}\triangle_{122}-2\lambda_{12}\triangle_{112}+\lambda_{22}\triangle_{111}),\\ \varepsilon_2&=\vartheta_{11}(\lambda_{112}-\lambda_{121})+\vartheta_{12}(\lambda_{122}-\lambda_{221})+\\ &\qquad\frac{1}{\nabla}(\lambda_{11}\triangle_{222}-2\lambda_{12}\triangle_{122}+\lambda_{22}\triangle_{112}).\end{aligned}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pareillement, on tire des équations (19)

$$e_1 = -\vartheta_{12}(l_{112} - l_{121}) - \vartheta_{22}(l_{122} - l_{221}) - \frac{1}{\nabla}(l_{11}\triangle_{122} - 2\,l_{12}\triangle_{112} + l_{22}\triangle_{111})$$

(27)
$$e_2 = \vartheta_{11}(l_{112} - l_{121}) + \vartheta_{12}(l_{122} - l_{221}) - \frac{1}{\nabla}(l_{11}\triangle_{222} - 2\,l_{12}\triangle_{122} + l_{22}\triangle_{112}).$$

Enfin, l'équation (20) s'écrit maintenant

(28)
$$e_{12} - e_{21} = -(\varepsilon_{12} - \varepsilon_{21}) = -\frac{1}{\nabla}\begin{vmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{22} \\ \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{22} \\ \triangle_{11} & \triangle_{12} & \triangle_{22} \end{vmatrix}.$$

E'crivons encore de nouveau les équations (1) et (16)

(29)
$$\vartheta_{11}\triangle_{111} + 2\vartheta_{12}\triangle_{112} + \vartheta_{22}\triangle_{122} = \vartheta_{11}\triangle_{112} + 2\vartheta_{12}\triangle_{122} + \vartheta_{22}\triangle_{222} = 0,$$

(30)
$$2\omega = \vartheta_{11}l_{11} + 2\vartheta_{12}l_{12} + \vartheta_{22}l_{22} = \vartheta_{11}\lambda_{11} + 2\vartheta_{12}\lambda_{12} + \vartheta_{22}\lambda_{22}.$$

En retranchant de l'équation (23) la dernière des équations (25), on a, ayant égard aux équations (30)

(31)
$$\omega = -K - J = -\tfrac{1}{4}(\vartheta_{11}s_{11} + 2\vartheta_{12}s_{12} + \vartheta_{22}s_{22}),$$

où j'ai posé

$$s_{11} = l_{11} + \lambda_{11}, \quad s_{12} = l_{12} + \lambda_{12}, \quad s_{22} = l_{22} + \lambda_{22}.$$

En ajoutant aux équations (25) l'identité

$$\vartheta_{11}(\triangle_{1112} - \triangle_{1121}) + 2\vartheta_{12}(\triangle_{1122} - \triangle_{1221}) + \vartheta_{22}(\triangle_{1222} - \triangle_{2221}) = 0,$$

multipliée respectivement par ϑ_{11}, ϑ_{22}, ϑ_{12}, on a plus simplement

(32)
$$\begin{aligned} \triangle_{22}d_{12} - \triangle_{12}d_{22} &= \triangle_{1222} - \triangle_{2221}, \\ \triangle_{22}d_{11} - \triangle_{11}d_{22} &= 2(\triangle_{1122} - \triangle_{1221}), \\ \triangle_{12}d_{11} - \triangle_{11}d_{12} &= \triangle_{1112} - \triangle_{1121}. \end{aligned}$$

Ces trois équations ne sont pas indépendentes, car en les ajoutant, après les avoir multipliées respectivement par ϑ_{22}, ϑ_{12}, ϑ_{11}, on retombe à l'identité précédente. Pour en calculer d_{ik}, on y ajoute l'équation

$$\vartheta_{11}d_{11} + 2\vartheta_{12}d_{12} + \vartheta_{22}d_{22} = 0,$$

qui découle des équations (30); il vient ainsi

(33)
$$\begin{aligned} d_{11} &= \vartheta_{12}(\triangle_{1112} - \triangle_{1121}) + \vartheta_{22}(\triangle_{1122} - \triangle_{1221}), \\ 2\,d_{12} &= -\vartheta_{11}(\triangle_{1112} - \triangle_{1121}) + \vartheta_{22}(\triangle_{1222} - \triangle_{2221}), \\ d_{22} &= -\vartheta_{11}(\triangle_{1122} - \triangle_{1221}) - \vartheta_{12}(\triangle_{1222} - \triangle_{2221}). \end{aligned}$$

Désignons par d_{ikl} le système covariant dérivé du système d_{ik}. On calcule sans difficulté

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$d_{11i} = \vartheta_{12}(\Delta_{1112i} - \Delta_{1121i}) + \vartheta_{22}(\Delta_{1122i} - \Delta_{1221i})$$
$$2\,d_{12i} = -\vartheta_{11}(\Delta_{1112i} - \Delta_{1121i}) + \vartheta_{22}(\Delta_{1222i} - \Delta_{2221i})$$
$$d_{22i} = -\vartheta_{11}(\Delta_{1122i} - \Delta_{1221i}) - \vartheta_{12}(\Delta_{1222i} - \Delta_{2221i}).$$

Les expressions

$$(34)\quad \begin{cases} \dfrac{d_{112} - d_{121}}{\sqrt{\nabla}} = \dfrac{1}{2\sqrt{\nabla}}\,[\vartheta_{11}(\Delta_{11121} - \Delta_{11211}) + 2\,\vartheta_{12}(\Delta_{11122} - \Delta_{11212}) + \vartheta_{22}(2\,\Delta_{11222} - 2\,\Delta_{12212} - \Delta_{12221} + \Delta_{22211})], \\ \dfrac{d_{122} - d_{221}}{\sqrt{\nabla}} = \dfrac{1}{2\sqrt{\nabla}}\,[\vartheta_{11}(2\,\Delta_{11221} - 2\,\Delta_{12211} - \Delta_{11122} + \Delta_{11212}) + 2\,\vartheta_{12}(\Delta_{12221} - \Delta_{22211}) + \vartheta_{22}(\Delta_{12222} - \Delta_{22212})] \end{cases}$$

forment un système covariant. Les équations (31) et (33) suffisent évidemment à remplaces les équations (23), (25) et (30).

Passons aux équations (26) et (27). Par addition, on en déduit, ayant égard aux équations (13),

$$\omega_1 = -\vartheta_{12}(s_{112} - s_{121}) - \vartheta_{22}(s_{122} - s_{221}) - \frac{1}{\nabla}(d_{11}\Delta_{122} - 2\,d_{12}\Delta_{112} + d_{22}\Delta_{111}),$$
$$\omega_2 = \vartheta_{11}(s_{112} - s_{121}) + \vartheta_{12}(s_{122} - s_{221}) - \frac{1}{\nabla}(d_{11}\Delta_{222} - 2\,d_{12}\Delta_{122} + d_{22}\Delta_{112}).$$

Remplaçons ici d_{ik} par leurs valeurs (33); si l'on tient compte des identités (29), on arrive ainsi au résultat

$$(35)\quad \begin{aligned} \Delta_{11}\omega_2 - \Delta_{12}\omega_1 &= s_{112} - s_{121} + \frac{1}{\nabla}[-\Delta_{111}(\Delta_{1222} - \Delta_{2221}) \\ &\quad + 2\,\Delta_{112}(\Delta_{1122} - \Delta_{1221}) - \Delta_{122}(\Delta_{1112} - \Delta_{1121})], \\ \Delta_{22}\omega_1 - \Delta_{12}\omega_2 &= s_{221} - s_{122} + \frac{1}{\nabla}[\Delta_{112}(\Delta_{1222} - \Delta_{2221}) - 2\,\Delta_{122}(\Delta_{1122} - \Delta_{1221}) + \Delta_{222}(\Delta_{1112} - \Delta_{1121})]. \end{aligned}$$

Par soustraction, on obtient des équations (26) et (27) les suivantes

$$e_1 - \varepsilon_1 = -\vartheta_{12}(d_{112} - d_{121}) = \vartheta_{22}(d_{122} - d_{221}) - \frac{1}{\nabla}(s_{11}\Delta_{122} - 2\,s_{12}\Delta_{112} + s_{22}\Delta_{111}),$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$e_2 - \varepsilon_2 = \vartheta_{11}(d_{112} - d_{121}) + \vartheta_{12}(d_{122} - d_{221}) - \\ - \frac{1}{\nabla}(s_{11}\triangle_{222} - 2s_{12}\triangle_{122} + s_{22}\triangle_{112}).$$

Si l'on y substitue des équations (34), on obtient

$$(36)\quad \begin{cases} e_1 - \varepsilon_1 = \frac{1}{\nabla}[\triangle_{111122} - \triangle_{112112} - \triangle_{112221} + \triangle_{122111} - \\ \qquad - (s_{11}\triangle_{122} - 2s_{12}\triangle_{112} + s_{22}\triangle_{111})], \\ e_2 - \varepsilon_2 = \frac{1}{\nabla}[\triangle_{111222} - \triangle_{122112} - \triangle_{122221} + \triangle_{222111} - \\ \qquad - (s_{11}\triangle_{222} - 2s_{12}\triangle_{122} + s_{22}\triangle_{112}). \end{cases}$$

Les équations (26) et (27) se trouvent ainsi remplacées par (35) et (36). Par un calcul facile, on déduit de (36)

$$e_{12} - \varepsilon_{12} = \frac{1}{\nabla}(\triangle_{111222} - \triangle_{112122} - \triangle_{112212} + \triangle_{122112} - \\ - (s_{11}\triangle_{1222} - 2s_{12}\triangle_{1122} + s_{22}\triangle_{1112}) - \\ - (s_{112}\triangle_{122} - 2s_{122}\triangle_{112} + s_{222}\triangle_{111})],$$

$$e_{21} - \varepsilon_{21} = \frac{1}{\nabla}[\triangle_{112221} - \triangle_{122121} - \triangle_{122211} + \triangle_{222111} - \\ - (s_{11}\triangle_{2221} - 2s_{12}\triangle_{1221} + s_{22}\triangle_{1121}) - \\ - (s_{111}\triangle_{222} - 2s_{121}\triangle_{122} + s_{221}\triangle_{112})].$$

L'équation (28) peut s'écrire

$$e_{12} - \varepsilon_{12} - (e_{21} - \varepsilon_{21}) = \frac{1}{\nabla}\begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{22} \\ d_{11} & d_{12} & d_{22} \\ \triangle_{11} & \triangle_{12} & \triangle_{22} \end{vmatrix}$$

Si l'on y substitue les valeurs justement écrites de $e_{12} - \varepsilon_{12}$ et $e_{21} - \varepsilon_{21}$ et les valeurs (33) des d_{ik}, il vient

$$(37)\quad \begin{aligned} &\triangle_{111}s_{222} - \triangle_{112}(2s_{122} + s_{221}) + \triangle_{122}(2s_{121} + s_{112}) - \\ &\qquad - \triangle_{222}s_{111} \\ &+ 2[s_{11}(\triangle_{1222} - \triangle_{2221}) - 2s_{12}(\triangle_{1122} - \triangle_{1221}) + \\ &\qquad + s_{22}(\triangle_{1112} - \triangle_{1121})] \\ &= \triangle_{111222} - \triangle_{112221} - \triangle_{112212} + \triangle_{122211} - \triangle_{112122} + \\ &\qquad + \triangle_{122121} + \triangle_{122112} - \triangle_{222111}. \end{aligned}$$

Les équations (13), (31), (33), (35), (36) et (37) donnent toutes les relations entre notres formes différentielles; lorsqu'elles sont vérifiées, la surface correspondante existe et est déterminée aux homographies près.

Présentons encore les remarques suivantes. Posons

$$D_{11} = \frac{\triangle_{1112} - \triangle_{1121}}{\sqrt{\nabla}},\ \#\ D_{12} = \frac{\triangle_{1122} - \triangle_{1221}}{\sqrt{\nabla}},\ D_{22} = \frac{\triangle_{1222} - \triangle_{2221}}{\sqrt{\nabla}},$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ou $$D_{ik} = \frac{1}{\sqrt{\nabla}} \Sigma (-1)^{\varrho} \triangle_{ikr\varrho} \quad (i, k, r, \varrho = 1, 2; r \gtrless \varrho);$$

puis

$$D_1 = \frac{\triangle_{11122} - \triangle_{11212} - \triangle_{11221} + \triangle_{12\ 11}}{\nabla},$$

(38)

$$D_2 = \frac{\triangle_{11222} - \triangle_{12212} - \triangle_{12221} + \triangle_{22211}}{\nabla},$$

ou

$$D_i = \frac{1}{\nabla} \Sigma (-1)^{\varrho+\sigma} \triangle_{irs\varrho\sigma} \quad (i, r, s, \varrho, 6 = 1, 2;\ r \gtrless \varrho,\ s < 6),$$

et enfin

$$D = \frac{1}{\sqrt{\nabla^3}} (\triangle_{111222} - \triangle_{112122} - \triangle_{112212} - \triangle_{112221} + + \triangle_{122112} + \triangle_{122121} + \triangle_{122211} - \triangle_{222111}),$$

ou

$$D = \frac{1}{\nabla^{3/2}} \Sigma (-1)^{\varrho+\sigma+\tau} \triangle_{rst\varrho\sigma\tau} \quad (r, s, t, \varrho, \sigma, \tau = 1, 2, r \gtrless \varrho, s \leqq \sigma, t \gtrless \tau).$$

D_{ik} et D_i sont des systèmes covariants, D est un invariant. On peut écrire aussi, si $(D_{ik})_r$ et $(D_i)_r$ sont les dérivées covariantes des D_{ik} et D_i

$$D_1 = \frac{(D_{11})_2 - (D_{12})_1}{\sqrt{\nabla}}, \quad D_2 = \frac{(D_{12})_2 - (D_{22})_1}{\sqrt{\nabla}}, \quad D = \frac{(D_1)_2 - (D_2)_1}{\sqrt{\nabla}}.$$

Les conditions d'intégrabilité sont un peu plus simples si l'on introduit la forme

$$H \equiv h_{11}\, du_1^2 + 2\, h_{12}\, du_1\, du_2 + h_{22}\, du_2^2 = s_{11}\, du_1^2 + 2\, s_{12}\, du_1\, du_2 + s_{22}\, du_2^2 - \omega (\triangle_{11}\, du_1^2 + + 2\, \triangle_{12}\, du_1\, du_2 + \triangle_{22}\, du_2^2).$$

Il ne sera inutile énoncer le résultat complet auquel nous sommes arrivés:

Si les équations

$$x = x(u, v),\ y = y(u, v),\ z = z(u, v),\ t = t(u, v)$$

donnent les coordonnées homogènes des point d'une surface non développable S, on peut en former trois formes différentielles

$$F_2 = \triangle_{11}\, du^2 + 2\, \triangle_{12}\, du\, dv + \triangle_{22}\, dv^2,$$

(I) $$\tfrac{1}{2} F_3 = \triangle_{111}\, du^3 + 3\, \triangle_{112}\, du^2\, dv + 3 \triangle_{122}\, du\, dv^2 + \triangle_{222}\, dv^3,$$

$$H = h_{11}\, du^2 + 2\, h_{12}\, du\, dv + h_{12}\, dv^2,$$

dont la première a son discriminant

$$\nabla = \triangle_{11}\, \triangle_{22} - \triangle_{12}^2$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

différent de zéro; ces trois formes ne changent pas si l'on remplace u et v d'une manière quelconque, par des nouvelles variables indépendentes, ni que l'on effectue sur $(x, y, z, t,)$ une transformation linéaire et homogène, à coefficients constants et à déterminant égal à l'unité. Soit K la courbure de la forme F_2, $\triangle_{iklr}$, $(D_{ik})_r$, $(D_i)_r$, h_{ikr} les systèmes covariants dérivés des systèmes $\triangle_{ikl}$, D_{ik}, D_i, h_{ik}, F_2 étant la forme fondamentale, et posons

$$
\text{(II)}\quad \left\{
\begin{aligned}
&J = \frac{1}{\nabla_2}\begin{vmatrix} \triangle_{111} & \triangle_{112} & \triangle_{122} \\ \triangle_{112} & \triangle_{122} & \triangle_{222} \\ \triangle_{11} & \triangle_{12} & \triangle_{22} \end{vmatrix}, \\
&\omega = -J - K, \\
&D_{11} = \frac{\triangle_{1112} - \triangle_{1121}}{\sqrt{\nabla}}, D_{12} = \frac{\triangle_{1122} - \triangle_{1221}}{\sqrt{\nabla}}, \; D_{22} = \\
&\qquad\qquad = \frac{\triangle_{1222} - \triangle_{2221}}{\sqrt{\nabla}}, \\
&D_1 = \frac{(D_{11})_2 - (D_{12})_1}{\sqrt{\nabla}}, \; D_2 = \frac{(D_{12})_2 - (D_{22})_1}{\sqrt{\nabla}}, \\
&D = \frac{(D_1)_2 - (D_2)_1}{\sqrt{\nabla}}.
\end{aligned}
\right.
$$

Les formes (I) sont liées par les six relations

$$
\text{(III)}\quad \left\{
\begin{aligned}
&\triangle_{22}\triangle_{111} - 2\triangle_{12}\triangle_{112} + \triangle_{11}\triangle_{122} = 0, \\
&\triangle_{22}\triangle_{112} - 2\triangle_{12}\triangle_{122} + \triangle_{11}\triangle_{222} = 0, \\
&\frac{h_{11}\triangle_{22} - 2h_{12}\triangle_{12} + h_{12}\triangle_{11}}{\nabla} = 2\omega, \\
&\frac{h_{112} - h_{121}}{\sqrt{\nabla}} = \frac{1}{\nabla}(\triangle_{111}D_{22} - 2\triangle_{112}D_{12} + \triangle_{122}D_{11}), \\
&\frac{h_{122} - h_{221}}{\sqrt{\nabla}} = \frac{1}{\nabla}(\triangle_{112}D_{22} - 2\triangle_{122}D_{12} + \triangle_{222}D_{11}), \\
&\frac{1}{\sqrt{\nabla^3}}[\triangle_{111}h_{222} - \triangle_{112}(2h_{122} + h_{221}) + \triangle_{122}(2h_{121} + \\
&+ h_{112}) - \triangle_{222}h_{111}] + \frac{2}{\nabla}(h_{11}D_{22} - 2h_{12}D_{12} + \\
&\qquad\qquad + h_{22}D_{11}) = D.
\end{aligned}
\right.
$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Soit encore

$$\text{(IV)}\quad \begin{cases} d_{11}\,du^2+2\,d_{12}\,du\,dv+d_{22}\,dv^2=\dfrac{1}{\sqrt{\nabla}}\begin{vmatrix}\Delta_{11}\Delta_{12}\Delta_{22}\\ D_{11}\,D_{12}\,D_{22}\\ dv^2\text{-}du\,dv\,du^2\end{vmatrix}, \\ l_{ik}=\frac{1}{2}(h_{ik}+\omega\,\Delta_{ik}+d_{ik}), \\ \lambda_{ik}=\frac{1}{2}(h_{ik}+\omega\,\Delta_{ik}-d_{ik}), \\ b_{ik}=\lambda_{ik}-\omega\,\Delta_{ik},\ \beta_{ik}=l_{ik}-\omega\,\Delta_{ik}, \\ e_i+\varepsilon_i=\omega_i \\ e_1-\varepsilon_1=D_1-\dfrac{1}{\nabla}(s_{11}\,\Delta_{122}-2\,s_{12}\,\Delta_{122}+s_{22}\,\Delta_{111}), \\ e_2-\varepsilon_2=D_2-\dfrac{1}{\nabla}(s_{11}\,\Delta_{222}-2\,s_{12}\,\Delta_{122}+s_{22}\,\Delta_{112}). \end{cases}$$

Alors les coordonnées x,y,z,t des points de S satisfont aux équations

$$\text{(V)}\quad \begin{aligned} x_{ik}&=\sum_{rs}\vartheta_{rs}\,\Delta_{i\,r}\,x_s+b_{ik}\,x+\Delta_{ik}\,X, \\ X_i&=e_i\,x+\sum_{rs}\vartheta_{rs}\,l_{ir}\,x_s\,. \end{aligned}$$

Ici,

$$\vartheta_{11}=\frac{\Delta_{22}}{\nabla},\ \vartheta_{12}=-\frac{\Delta_{12}}{\nabla},\ \vartheta_{22}=\frac{\Delta_{11}}{\nabla},$$

x_s sont les dérivées premières et x_{ik} les dérivées secondes covariantes (par rapport à F_2) de x, $2X$ est le paramètre différentiel second de x

$$X=\frac{1}{2}\Delta_2\,x=\frac{1}{2}(\vartheta_{11}\,x_{11}+2\,\vartheta_{12}\,x_{12}+\vartheta_{22}\,x_{22})$$

et X_i sont les dérivées premières de X. Fixons le facteur des coordonnées homogènes ξ,η,ζ,τ des plans tangents de S de façon à avoir

$$\xi X+\eta Y+\zeta Z+\tau T=1;$$

alors, ξ,η,ζ,τ satisfont aux équations

$$\begin{aligned} \xi_{ik}&=-\sum_{rs}\vartheta_{rs}\,\Delta_{ikr}\,\xi_s+\beta_{ik}\,\xi+\Delta_{ik}\,\Xi, \\ \Xi_i&=\varepsilon_i\,\xi+\sum_{rs}\vartheta_{rs}\,l_{ir}\,\xi_s\,, \end{aligned}$$

où

$$\Xi=\frac{1}{2}\Delta_2\,\xi=\frac{1}{2}(\vartheta_{11}\,\xi_{11}+2\,\vartheta_{12}\,\xi_{12}+\vartheta_{22}\,\xi_{22}).$$

Réciproquement, étant données trois formes différentielles (I) dont la première à discriminant différent de zéro, satisfaisant aux relations (III); elles déterminent une surface non

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

développable S aux homographies près et le facteur arbitraire des coordonnéeshomogènes de ses points à une racine huitième de l'unité près; c'est ce qu'on obtient en intégrant le système (V), faisont usage de la relation

$$\begin{vmatrix} x & y & z & t \\ x_1 & y_1 & z_1 & t_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & t_2 \\ X & Y & Z & T \end{vmatrix} = \sqrt{-\nabla}.$$

Applicons encore notres formules au cas spécial où l'on prenne pour x les coordonnées non homogènes (géometrie affine). On a alors évidemment

$$b_{ik} = 0, \quad \lambda_{ik} = \omega \triangle_{ik},$$

d'où

$$h_{ik} = s_k - \omega \triangle_{ik} = d_{ik} + 2\lambda_{ik} - \omega \triangle_{ik} = d_{ik} + \omega \triangle_{ik}.$$

Substituons donc ces valeurs des h_{ik} dans les équations (III). Les deux premières restent les mêmes:

(A) $$\triangle_{22}\triangle_{111} - 2\triangle_{12}\triangle_{112} + \triangle_{11}\triangle_{122} = \triangle_{22}\triangle_{112} - 2\triangle_{12}\triangle_{122} + \triangle_{11}\triangle_{222} = 0.$$

La troisième se trouve vérifiéeidentiquement. La quatrième et la cinquième donnent

$$\omega_1 = \vartheta_{12}(d_{112} - d_{121}) + \vartheta_{22}(d_{122} - d_{211}) - \frac{1}{\sqrt{\nabla}} \times$$
$$[(\vartheta_{12}\triangle_{111} + \vartheta_{22}\triangle_{112})D_{22} - 2(\vartheta_{12}\triangle_{112} + \vartheta_{22}\triangle_{122})D_{12} + (\vartheta_{12}\triangle_{122} + \vartheta_{22}\triangle_{222})D_{11}],$$

$$\omega_2 = -\vartheta_{11}(d_{112} - d_{121}) - \vartheta_{12}(d_{122} - d_{221}) + \frac{1}{\sqrt{\nabla}} \times$$
$$[(\vartheta_{11}\triangle_{111} + \vartheta_{12}\triangle_{112})D_{22} - 2(\vartheta_{11}\triangle_{112} + \vartheta_{12}\triangle_{122})D_{12} + (\vartheta_{11}\triangle_{122} + \vartheta_{12}\triangle_{222})D_{11}].$$

Or, il vient des équations (39) et (38)

$$\vartheta_{11}(d_{112} - d_{121}) + \vartheta_{12}(d_{122} - d_{221}) = D_2,$$
$$\vartheta_{12}(d_{112} - d_{121}) + \vartheta_{22}(d_{122} - d_{221}) = D_1;$$

ayant égard aux équations (A), on peut donc mettre les précédente à la forme

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(B)
$$\omega_1 + D_1 = \frac{1}{\sqrt{\nabla^3}} \begin{vmatrix} \Delta_{111} & \Delta_{112} & \Delta_{122} \\ \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{22} \\ D_{11} & D_{12} & D_{22} \end{vmatrix},$$
$$\omega_2 + D_2 = \frac{1}{\sqrt{\nabla^3}} \begin{vmatrix} \Delta_{112} & \Delta_{122} & \Delta_{22} \\ \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{22} \\ D_{11} & D_{12} & D_{22} \end{vmatrix}.$$

D'ailleurs un calcul facile montre que la dernière des équations (III) est une conséquence des équations (B). Les conditions d'intégrabilité de la géometrie affine sont donc (A) et (B). Si l'on substitue encore dans les équations (IV), on obtient, tenant compte de (B),

(C)
$$\begin{cases} d_{11}\,du^2 + 2\,d_{12}\,du\,dv + d_{22}\,dv^2 = \dfrac{1}{\sqrt{\nabla}} \begin{vmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{22} \\ D_{11} & D_{12} & D_{22} \\ dv^2 & -du\,dv & du^2 \end{vmatrix} \\ l_{ik} = d_{ik} + \omega\,\Delta_{ik}, \quad \lambda_{ik} = \omega\,\Delta_{ik}, \quad b_{ik} = 0, \quad \beta_{ik} = d_{ik}, \\ e_i = 0, \quad \varepsilon_i = \omega i\,. \end{cases}$$

D'ailleurs ces équations de la géometrie affine se trouve déjà, aux notations près dans le Mémoire de M. J. Radon Über affine Geometrie XVI: Die Grundgleichungen der affinen Flächentheorie, inséré aux Leipziger Berichte, Bd. 70, 1918, S. 91—107.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

XI.

O zlomech.

S 11 obrázky v textu.

Napsal **R. Sokol.**

(Předloženo 30. června 1922.)

Zlomy jsou oříškem při geologickém mapování. Veliké nesnáze způsobují i horníku při podzemní práci. Horník dochází k praskline, jíž jest souvislost zemské kůry přerušena, kra od kry odtržena a často podle praskliny značně posunuta. Tu část, ve které dosud pracoval, nazve horník případně krou předzlomovou, tu pak, do které za prasklinou postoupí, nazve krou zázlomovou. Celek úkazů, jež byly pohybem v kůře zemské způsobeny a při němž byla souvislost přerušena, lze nazvati zlom (Verwerfung, faille, fault) v širším slova smysle. Při zlomu popisujeme

1. prasklinu, její polohu a výplň, kteráž chová druhdy úlomky a proudy drti z větších úlomků vycházející a určitým způsobem orientované,

2. prasklinovou stěnu zázlomovou, někdy i předzlomovou, zda neobsahují orientovaných hrbolů a rýh. Měříme též úhel prasklinový, jejž stopa vrstvy nebo rýhy svírá se směrovou přímkou prasklinové stěny.

3. Zkoumáme a popisujeme obě kry, snažíce se, abychom našli na nich body původně související čili sdružené.

Pečlivé pozorování jest důležité pro horníka i geologa, má-li zlom vyříditi, t. j. určiti směr, kde hledati pokračování žíly nebo flece zlomem pošinuté.

Dráhu pohybovou zavedl Höfer[1]) do systematiky zlomové. Rozeznává

A) rozštěp (Sprung), při němž nadložní kra sjela nebo podložní kra vystoupila přibližně podle sklonové přímky,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

B) vzesmyk (Wechsel), při němž bylo nadloží vzhůru pošinuto,

C) skok (Saigersprung) o prasklině svislé, kdežto v předcházejících případech byla šikmá,

D) posun (Horizontalverwerfung) o vodorovné dráze pohybové,

E) sesmyk (Liegendsprung), při němž poklesla podložní kra přibližně podle sklonové přímky prasklinové,

F) rozštěp diagonálný (der schräge oder diagonale Liegendsprung), jenž se liší od rozštěpu A) drahou, která není rovnoběžná se sklonovou přímkou, ale leží v úhlu mezi ní a přímkou směrovou,

G) vzesmyk diagonálný (der schräge oder diagonale Wechsel),

H) sesmyk diagonálný (der schräge oder diagonale Liegendsprung), oba poslední s drahou, jakou má rozštěp diagonálný,

Ch) stočený zlom (Drehverwerfung), při němž kromě pohybu postupného vykonán ještě otáčivý nebo jen tento.

Z výčtu jest patrno, že Höfer při zlomu A až H používá za hlavní dělidlo — skok vyjímaje — pohybovou dráhu. S tímto dělidlem kombinuje ještě svislou a šikmou polohu praskliny, nezmiňuje se však o prasklinách vodorovných. Rozeznávaje 3 polohy dráhy pohybové:

1. rovnoběžnou se sklonovou přímkou praskliny,
2. méně šikmou než tato sklonová přímka a
3. vodorovnou,

byl by Höfer obdržel 6 druhů zlomu. Vskutku však dělí zlomy o šikmé prasklině ještě dále a to podle relativního a absolutního směru pohybového, ač nedůsledně. Pro rozštěp připouští pohyb nahoru nebo dolů, ale sesmyk, při kterém podloží dolů sjelo, rozeznává od rozštěpu, podle absolutního směru pohybu. Tím by byl získal ještě 4 druhy. Poněvadž však při skoku nedbá polohy dráhy pohybové, zmenší se počet jeho druhů na osm. Tři mají šikmou prasklinu a pohyb podle sklonové přímky:

A) rozštěp, nadloží kleslo, nebo podloží se zdvihlo,

B) vzesmyk, nadloží stouplo,

E) sesmyk, podloží kleslo.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Další 3 druhy zlomu mají též šikmou prasklinu, ale dráha běží šikmo ke sklonové přímce:

F) rozštěp diagonálný,

G) vzesmyk diagonálný,

H) sesmyk diagonálný.

Zbývají C) skok se svislou prasklinou a

D) posun bez zřetele na polohu praskliny (bývá příkrá), kde dráha pohybová jest vodorovná. Na straně 47. připouští však úhel až $22^1/_2{}^0$.

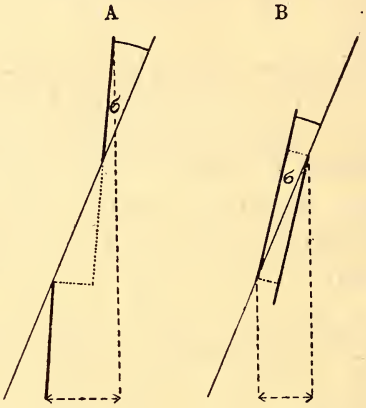
Poněvadž při skoku nevytýká H. na svislé prasklině ani polohu dráhy, ani směr pohybu, splývá u něho tento druh zlomu s posunem o svislé prasklině, což platí též o posunu se šikmou prasklinou s jedné, o diagonálném rozštěpu, vzesmyku a sesmyku ze strany druhé. Také rozdělení podle absolutního směru pohybového bývá pravidlem pro obyčejnou praksi bez významu. Höfer (l. c. str. 1.) sám to připouští: »Doch handelt es sich eigentlich bei jeder Verwerfung um die relative Ortsveränderung der beiden Gebirgsstücke.« Höfer byl si vědom nesnází systematiky zlomové; připomíná v předmluvě komité, jež ve Spojených státech severoamerických mělo uspořádati terminologii, ale došlo k přesvědčení »dasz kein System der Nomenklatur angenommen würde, der mit dem besten gegenwärtigen Gebrauch bricht. Dies macht es unmöglich, ein System zu adoptieren, welches gänzlich logisch ist«. Nedbaje toho, pokusil se Höfer, jak z horního patrno, o novou soustavu, ale přihodily se mu v ní logické chyby. Jinak zcela uznávám jeho důvody, proč třeba pokusiti se o novou přesnou soustavu zlomovou. Geotektonika zkoumající pochody vrásnivé nedbala tuze zlomů a tím zkreslovala správný obraz. Vskutku toliko přihlížíme-li slušnou měrou k obojím zjevům, budeme moci porozuměti mechanismu horotvornému dosud nepříliš objasněnému. Pochody geodynamické posouditi lze jen tomu, kdo vystihne všecky podrobnosti pohybu podél plochy zlomové. Zájem o zlomy u geologů nově probuzený žádá, aby i systematika jejich byla přesně upravena.

Tornquist[2]) navrhuje, aby se název přesmyk (Überschiebung) vyhradil pro pohyby velikých hmot horských při orientaci vzhůru a vpřed. Zároveň jest prý známa příčina

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(snaha zmenšiti povrch zemský). Podobné pohyby malých rozměrů zove inversní zlomy. Dělení Tornquistovo není dosti přesné, neboť nelze vésti ostré hranice mezi velkými a malými zlomy tohoto druhu.

Schaffer[3]) přijímá pro rozštěp (Sprung) i smrsk (Wechsel) relativní pohyb, maje za to, že při rozštěpu nastává zvětšení průmětu vrstevného na rovinu vrstevnou a



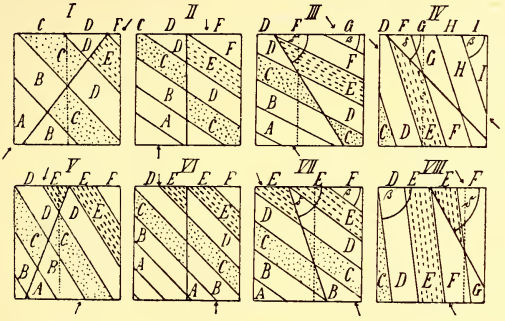
Obr. 1. Smrsk (*A*), při němž nastala disjunkce, rozštěp (*B*), při němž došlo ke kontrakci vrstevné. Kryt (*B*) kolmý tečkován, svislý čárkován.

že se naopak při smrsku průmět zmenšuje. Carnall[4]) užívá názvu kryt podle kolmice či kolmý (Deckung nach dem Perpendikel). K tomu poznamenávám, že u každého z obou jmenovaných druhů zlomových se může průmět jak zvětšiti tak zmenšiti. Rozhoduje totiž úhel σ, jejž vrstva horem svírá s prasklinou zlomovou (obr. 1.). Je-li při průmětu na rovinu vrstevnou úhel σ menší než pravý nebo při promítání svislém menší než úhel sevřený svislou přímkou a sklonovou přímkou zlomovou, nastane případ naznačený na obr. 1. Všeobecně závisí kolmý kryt na prostorovém úhlu, jejž svírá vrstva s prasklinou. Pohybovala-li se vrstva na stranu, kde jest tupý úhel, nastane kolmý kryt. Tak sluší doplniti větu Carnallovu (l. c. str. 57). Teprve pohybem právě naznačeným nastane kryt vrstevných konců v Carnallově obrazci 51 na tab. III. Při úhlu $\sigma = 90^0$ kryt kolmý ovšem nemůže nastati.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Kryt svislý předpokládá, že při pohybu průsečnice vrstevné na ploše zlomové spolupůsobí vodorovná složka, jíž se vrstva uvolněná pošine přes vrstvu klidnou. Aby došlo ke krytu svislému, musí se pohybovati uvolněná vrstva směrem k části praskliny, jež se kryje s utkvělou vrstvou při promítání svislém.

Wilckens[5]) souhlasí s Tornquistem, pokud se týče smyslu pohybu přesmykového, ale přidává určení, že



Obr. 2. V zlomech I. až IV. ztratila se vrstva E. I. protiklonný smrsk, II. podélný skok, III. příklonný rozštěp o větším sklonu než jest vrstevný ($\delta > \beta$), IV. příklonný smrsk o menším sklonu než jest vrstevný ($\delta < \beta$). — V zlomech V. až VIII. opakuje se vrstva E. V. protiklonný rozštěp, VI. podélný skok, VII. příklonný smrsk o větším sklonu než jest vrstevný ($\delta > \beta$), VIII. příklonný rozštěp o menším sklonu než jest vrstevný ($\delta < \beta$).

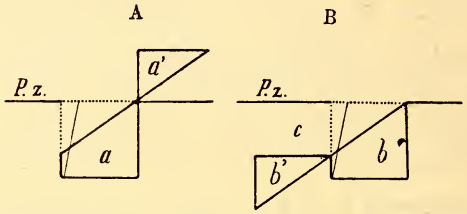
se při něm vrstvy ve svislém průřezu opakují. Vytýká horizontální složku při přesmycích.

Jak s Tornquistem, tak s Wilckensem možno souhlasiti, neboť ve zvrásněných oblastech třetihorních pohoří nelze pochybovati o tom, že se pohyby přikryvů konaly vpřed a vzhůru po plochách velmi málo nakloněných. Jinak jest ovšem při obyčejné hornické praksi a při obyčejném geologickém mapování, kde se nám pravidlem podaří určiti toliko relativní směr pohybu (srov. Schaffer l. c.). Při definici přesmyku dlužno však vynechati Wilckensovu větu o opakování vrstev ve svislém průřezu. Vrstvy se neopakují jen v přesmycích (srov. obr. 2, VII. v svislém řezu vrstva *C*), ale i v rozštěpech příklonných (obr. 2, VIII. ve svislém řezu vrstva *F*), je-li zlomový sklon δ menší sklonu vrstevného β. Naopak se ztrácejí vrstvy v přesmyku podob-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ných vlastností (obr. 2, IV. ve svislém řezu vrstva *F*) a též v příklonném rozštěpu, je-li $\delta > \beta$, (obr. 2, III. v řezu svislém vrstva *D*). Celkem lze říci, že se průřez svislý při rozštěpech protiklonných chová naopak než profil vodorovný. Předpokládáme-li, že se nadloží pohybuje vzhůru a vpřed, opakují se vrstvy jen v případě I. a VII. ve svislém směru, v případě IV. se některé vrstvy ztrácejí.

Wilckens (l. c. str. 35) čítá k tangenciálním dislokacím vrásnění, vrásový přesmyk, přesmyk kerný a plochy listrické, k dislokacím radiálním vlek a zlom. Toto rozdělení genetické se sotva hodí pro praksi, neboť u prvních bývá



Obr. 3. *A* smrsk, *B* rozštěp. Pohnuly se kry *a'*, *b'*. *P. z.* povrch zemský.

spolu přítomna i složka svislá a u druhých složka vodorovná. Jest veliké množství dislokací, kde jsou obě složky zastoupeny v míře skoro stejné i nelze pro ně nalézti místa v rozdělení Wilckensově. Při tangenciálních dislokacích běží prý o pohyby kompresivní (l. c. str. 5), při radiálních o disjunktivní. K tomu lze namítnouti, že při četných přesmycích sotva byl povrch zemský stlačen, často účinkoval tlak jednostranný (obr. 3. *A*, předpokládá se absolutní pohyb nadloží na pravo vzhůru) a při četných rozštěpech se netříštil povrch zemský tak, aby povrchu přibývalo (obr. 3. *B*, předpokládá se absolutní pohyb nadložní kry na levo dolů k vyplnění podzemní dutiny). Zajisté se však drobí kůra zemská tak, že smrsky nahromaďují hmotu směrem k oběma koncům dráhy pohybové, rozštěpy pak směrem k prostředku této dráhy. Při smrsku se půdorys povrchu zmenšuje teprve, když plocha zlomová vychází ze základny kry na obr. 3. *A* (vyznačeno slabou čarou). Hmota horská smrskem relativně zvednutá podlehne erosi a denudaci, jimiž se ponenáhlu část

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

po části dopravuje do geosynklinál, kde tedy do oklice pomáhá budovati vrstvy sedimentární. Kra rozštěpem sešinutá (obr. 3. *B*) vyplní prázdný prostor pod krou *c*. Teprve když se koná pohyb směrem na př. slabé čáry na obr. 3. *B* možno mluviti o výplni zející praskliny. Četné rozštěpy i smrsky vznikly toliko z příčin místních. Nesnadno tedy zařaditi je do soustavy, v níž jsou dělidlem znaky hypothetické nebo celozemské. Příčiny pohybů horotvorných jsou totiž namnoze záhadné. Dosud se četní geologové[6]) přidržují věty F. Suessa, že známe bezpečně jen jednu sílu, jíž horniny podléhají, totiž gravitaci. Pohyb poklesný jest podle toho prvotný, není tedy zdvihů prvotných. Vrásnění a jiné pohyby než centripetálné nejsou prý než vedlejším výsledkem pohybů nebo aspoň tendencí poklesných. Od doby však, kdy poznána radioaktivita kůry zemské, odpadl důvod, proč by se měla kůra zemská chladnutím zmenšovati, a od doby, kdy zjištěny zeměpisné změny délkové a šířkové některých bodů povrchu zemského, uznávají se veliký orogenetický význam odstředivé síly, pohyby polů a rovníku, čímž mohou vzniknouti tangenciální síly původu zcela jiného, než předpokládala svrašťovací hypothesa ochlazovací. Prokáže-li se správnost domněnky, že se občasná celozemská transgrese moře koná z příčin kosmických,[7]) tedy by i s této strany přibyl orogenetický činitel, ač snad jen nepřímý.

Wilckens (l. c. str. 79) žádá, aby se jména rozštěpu (Verwerfung) neužívalo pro dislokace, při nichž kra nad šikmou plochou zlomovou má polohu tektonicky vyšší než kra pod plochou zlomovou. Uznává, že nelze vždy udati, zda pohybem ker v zlomu se dotýkajících byl způsoben pokles jedné nebo zdvih druhé nebo zda se udál současný pohyb obou dvou ve smyslu protivném. Míní, že vždy podle obrazu, jakého nám poskytuje, může se zlom vykládati poklesem jednoho z obou křídel zlomových. K této větě připojuje Wilckens vysvětlení, že leží při rozštěpu nad šikmou plochou zlomovou vždycky kra tektonicky nižší. Podle toho pak rozeznává křídlo pokleslé, v oblastech zlomových kry nízké čili pokleslé (Tiefschollen); jejich skupiny nazývá oblasti pokleslé (Senkungsgebiete), případně oblasti zdvihové (Hebungsgebiete). Úvodní definice Wilckensova zní: »Eine

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Verwerfung ist ein Bruch in der Erdrinde, an dem eine von zwei benachbarten Schollen eine Absenkung erfahren hat.« Jak jest patrno, kolísá Wilckens mezi dvojí charakteristikou rozštěpu. V úvodním výměru míní absolutní pokles; vytýkaje však rozdíl proti přesmyku, klade u tohoto důraz na šikmost plochy a na vyšší tektonickou polohu. Uvažme naproti tomu, že jen u podélných (směrných) zlomů vyšší tektonická poloha jest pokaždé podmíněna relativním zdvihem kry tuto polohu mající, kdežto u zlomů kosých a příčných mohla se dostati vrstva do polohy, jakou dnes má, nejen zdvihem, ale i poklesem i pohybem vodorovným. Důkaz: Sledujeme-li na stěně zlomové stopu *A* zvolené vrstvy »vůdčí«, jíž se končí vrstva v kře předzlomové, shledáme, že se stopa *B* zlomem pošinutého oddílu vrstvy objevuje buď v prostoru nad stopou *A* nebo pod ní. V prvním případě jest kra zázlomová tektonicky vyšší, v druhém nižší, ač v obou případech mohla kra buď stoupnouti, buď poklesnouti, buď vykonati vodorovný pohyb.

Kra tektonicky pohnutá bývá omezena někdy kol do kola i vezpod zlomovými stěnami (vleky) různého sklonu a často i různého směru, nebývá ojedinělá, ale doprovázena četnými jinými. Teprve prostudováním jednotlivých ploch zlomových — zřídka již plochy jediné — získáme dostatečných pokynů o mechanismu horotvorném, abychom určiti mohli způsob pohybu kry i ker ostatních a abychom tak získali přibližný obraz o pohybu, který skutečně se odehrál. Pak teprve možno usuzovati o příčinách a zařaditi pohyb do jedné ze skupin, jež rozeznává na př. L. Kober (l. c. str. 48):

1. pohyby thalattogenní, t. j. poklesy, jimiž vznikly pánve oceánské,

2. pohyby orogenetické, t. j. všeobecné pohyby horotvorné, jež prý jsou vedlejším zjevem při pohybech thalattogenních; vznikají za boje o prostor, pokud se kry vyhnouti mohou na stranu a vzhůru.

3. pohyby epirogenetické, za jejichž výsledek lze považovati zdvih pevnin nad průměrnou střední výšku pevninskou.

4. Pohyby pevniny proti sousední pevnině.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Odtud plyne potřeba, abychom bez ohledu na tyto vědecké závěry zavedli systematiku zlomovou, dbající jen těch znaků, jichž poskytuje jednotlivý zlom sám.

I. Rozdělení zlomů.

Z důvodů vyložených předkládám nové rozdělení rovnoběžných zlomů. Dělidlem jest postupně poloha praskliny zlomové, poloha dráhy pohybové, směr **relativního** pohybu nadložní kry a úhel, jejž svírá pohybová dráha se směrovou přímkou zlomu.

Použil jsem pěti jmen: skok, vržení, posun, rozštěp a smrsk. Pro posun jest směrodatná vodorovná dráha pohybová. Rozeznávám podle polohy plochy zlomové posun vodorovný, šikmý a svislý. Pro ostatní druhy zlomu jest směrodatná poloha plochy zlomové a teprve dělení podrobnější dbá polohy dráhy pohybové. Důvodem pro tento poněkud odchylný postup při dělení jest okolnost, že při každém posunu dole pod krou musíme předpokládati vodorovnou plochu zlomovou, která bývá ze všech omezujících ploch nejrozsáhlejší a nejvýznačnější; ovšem mohl pohyb nastati i po šikmé ploše rovnoběžně s přímkou směrovou, případ ten jest snad ojedinělý. U ostatních druhů zlomu jest naproti tomu plocha dolní pravidlem zcela neznáma, někdy snad pohyb zasahuje do končin plastických, tak že plocha ta zcela chybí. Jsou tedy pro ostatní druhy zlomu nejvýznačnějšími plochy zlomové šikmé a svislé, jež omezují někdy kol do kola kru vykonavší pohyb jiný než vodorovný. Veliký ten rozdíl pohybů vodorovných proti pohybům šikmým a svislým ospravedlňuje tedy rozdíl při postupu dělivém.

Mezi skokem a vržením rozhoduje dráha pohybová, u skoku svislá, u vržení šikmá, plocha zlomová jest u obou svislá. Rozštěp a smrsk mají šikmou prasklinu a liší se od sebe relativním pohybem nadložní kry, jež u rozštěpu poklesla, u smrsku stoupla; další jejich dělení dbá pohybové dráhy, při sklonovém rozštěpu a smrsku se konal pohyb podél sklonové přímky, při kosém rozštěpu a smrsku svírala dráha se sklonovou přímkou úhel kosý. Pokud se týče terminologie, upozorňuji, že slovo rozštěp (rozštípnouti) připomíná tříštění a tedy pohyb, jímž se části od sebe vzdalují

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ve směru vodorovném, případně i svislém, jak se také u většiny rozštěpů pozoruje. Naproti tomu slovo smrsk (smrštiti) připomíná pohyby, jimiž se částice sbližují, tedy povrch země zmenšuje, jak bývá pravidlem u většiny smrsků. Rozdělení obsahuje následující tabulka:

	prasklina	dráha pohybová	relat. svislý pohyb nadlož. kry	úhel sevřený drahou pohyb. se směrovou přímkou zlomu	jméno zlomu
I.	svislá	svislá	—	90°	skok
II.	svislá	šikmá	—	$> 0°$ a $< 90°$	vržení
III.	svislá	vodorovná	0	0	posun svislý
IV.	šikmá	vodorovná	0	0	posun šikmý
V.	šikmá	šikmá	pokles	90°	rozštěp sklon.
VI.	šikmá	šikmá	pokles	$> 0°$ a $< 90°$	rozštěp kosý
VII.	šikmá	šikmá	zdvih	90°	smrsk sklonový
VIII.	šikmá	šikmá	zdvih	$> 0°$ a $< 90°$	smrsk ko ý
IX.	vodorovná	vodorovná	0	0	posun vod rov

Označení cizojazyčná: I. der normale Saigersprung, faille verticale normale, normal vertical fault, II. der diagonale Saigersprung, faille verticale diagonale, diagonal vertical fault, III. Horizontalverwerfung mit verticaler Verwurfsfläche, decrochement horizontale avec fracture verticale, horizontal fault with fracture vertical, IV. Horizontalverwerfung mit schräger Verwurfsspalte, décrochement horizontale avec fracture oblique, horizontal fault with bias fracture, V. der normale Sprung, faille normale avec fracture oblique, normal fault with bias fracture, VI. der diagonale Sprung, faille diagonale avec fracture oblique, diagonal fault with bias fracture, VII. der normale Wechsel, faille inverse normale, normal reversed fault, VIII. der diagonale Wechsel, faille inverse diagonale, diagonal reversed fault, IX. die wagerechte Horizontalverwerfung, décrochement horizontal avec fracture horizontale, horizontal fault with horizontal fractur.

Někdy se nám nepodaří vůbec určiti dráhu pohybovou i musíme se omeziti na určení polohy praskliny. Pak mluvíme v případě I. až III. o zlomu svislém, v případě IV. až VIII. o zlomu šikmém, kdežto v případě IX. vždy

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

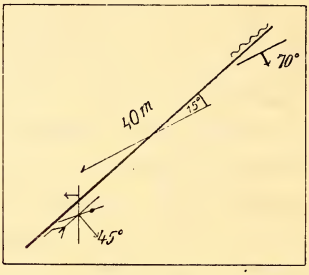
užíváme názvu posun vodorovný. Běží-li v případě I. až III. o pohnuté vrstvy vodorovné a dotýkají-li se v prasklině vrstvy různého stáří, vylučuje se případ III. i nazveme zlom dvojitým jménem skok-vržení. Rovněž běží-li o podobné vrstvy v případě IV. až VIII., vylučuje se název IV. i užijeme dvojitého názvu smrsk-rozštěp, Ukazují-li se na plochách zlomových rýhy, lze již rozeznati případ I. až IV., kdežto k rozeznání smrsku od rozštěpu musíme ještě znáti relativní směr pohybu čili musíme zlom vyříditi. Tu poukazuji na to, že v hornictví rozeznávají smrsk od rozštěpu nikoli podle relativního směru pohybu, nýbrž podle toho, zda leží nadložní stopa vrstvy výše (smrsk) nebo níže (rozštěp) než stopa podložní. Výměr se shoduje s naším jen u zlomů podélných, u nichž směr zlomové plochy i vrstvy souhlasí. V jiném případě vzniká hornický smrsk (rozštěp) při pohybu jakéhokoli směru, tedy i vodorovném i stoupavém i klesavém, stačí jen, koná-li se do nadloží (podloží) stopy vrstevné na ploše zlomové. Tato definice hornická vychází od vyřízeného smrsku (rozštěpu) jako naše, vystihuje však jen polohu stop vrstevných, nikoli směr pohybu, jenž jest tektonicky nejdůležitější. Horník tedy mluví na př. o smrsku (rozštěpu) i tehdy, vykonala-li kra o šikmých vrstvách pohyb vodorovný podle šikmé plochy zlomu kolmého nebo příčného[8]).

Určování **absolutního** pohybu nemá pro horníka praktického významu, geologu slouží jen k orogenetickým závěrům. Z toho důvodu také se doporučuje pro jednoduchost vždy předpokládati, že pohyb vykonalo toliko nadloží. Tím se též zjednoduší symbolika značkovací. Teprve po skončení výzkumu rozsáhlé oblasti podaří se místy určiti pohyb absolutní i bude lze užíti jména absolutní posun pro pohyb vodorovný, jména pokles a zdvih pro svislý, jména přesmyk (Überschiebung) pro pohyb nadloží směrem vzhůru, jména vzesmyk (Aufschiebung) pro podobný pohyb kry podložní, jména sesmyk (Abschiebung) pro pohyb nadloží směrem dolů a jména podsmyk (Unterschiebung) pro podobný pohyb kry podložní. Sesmyk s podsmykem nazveme případně šikmým poklesem (Absenkung), přesmyk se vzesmykem pojmenujeme šikmým zdvihem (Hebung).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zlomy označujeme tlustou čarou, zlomy domnělé podobnou čarou čárkovanou. K ní připojujeme symbol pro diaklasy, jenž se zcela podobá symbolu pro vrstvy, jest však tence vytažen.

Na směrovou přímku kreslíme šipku *Salomonovu* na označení rýh. Hrot šipky na koncích směrové značky znamená obě krajní hodnoty sklonu rýhového: 0°, 90°, při nulovém sklonu rozvírá se hrot šipky vně přímky směrové. Při kosém úhlu sklonovém odpovídá vzdálenost hrotu šipky od



Obr. 4. Značka pro zlom.

polohy nulové velikosti toho úhlu (R). Šipku orientujeme tak, aby hrot ukazoval na kvadrant, kam se rýha pod přímku směrovou sklání. Z úhlu R a sklonu praskliny zlomové δ lze vypočísti ryhový úhel prasklinový α, jejž rýha svírá se směrovou přímkou vrstvy: $\sin \alpha = \sin R : \sin \delta$ a naopak. Na obr. 4. $\alpha = 15°$, $\delta = 45°$, $R = 10^1/_2°$. Na symbol praskliny lze kresliti ještě symboly jiných v témž bodě pozorovaných prasklin (hvězdový symbol)[9]; tak na obr. 4. vyznačeny 3 soustavy prasklin, z nichž jedna stojí svisle. Přes tlustou čáru zlomovou vedeme nesouměrnou šipku udávající pohyb nadloží (v obr. 4. běží tedy o smrsk). Nalezneme-li rýhy orientované, můžeme jejich orientaci naznačiti na směrové přímce praskliny znaménkem (v obr. 4. se pohnulo nadloží relativně vzhůru). Rovněž může býti připojena délka dráhy pohybové a její úhel prasklinový (na obr. 4. obnáší 40 m, vedle vyznačena poloha vrstevná tlustším symbolem, prasklinový úhel dráhový = 15°). Celiny tektonické zlomy vytvořené a omezené obdrží teškovanou osu a zkratky: O = osa, H = hrást, P = prolom. K vlekům (flexurám)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

přidáváme zvlněnou čáru rovnoběžnou s tlustou čarou zlomovou (srov. severovýchodní konec na obr. 4).

II. O dráze pohybové.

Polohu pohybové dráhy určujeme podle změn, jimiž se zobrazila na plochách zlomových a podle změny v orientaci obou ker zlomem oddělených. Používáme tedy

1. rýh a podobných mechanických stop za pohybu vyrytých,
2. lalůčků vyválených hybnou krou z drti a mylonitu,
3. hrbolů na ploše zlomové s jedné strany (luvu) zpracovaných,
4. zaklíněných úlomků, z nichž vyšly proudy drťové, též ohybů (flexur),
5. sdružených, t. j. před dislokací splývajících bodů.

První čtyři pomůcky jsou již dobře známy a popsány[10]), ne tak poslední, jíž možno určiti i délku dráhy při dislokaci. Příklady sdružených bodů:

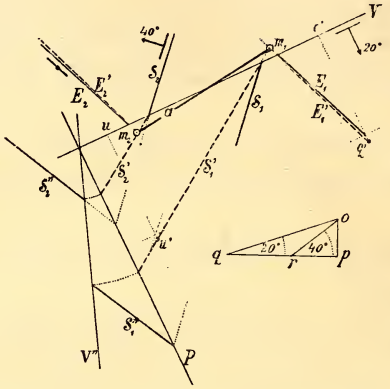
a) Průřez ložiska na př. žíly rudné, vyvřeliny, odžilky. Třeba ovšem, aby byl průřez malý, přibližně bodový a aby se od okolí bezpečně rozeznával. Jeli veliký, musí míti na obvodu aspoň význačný bod (výběžek nebo vchlípeninu). Při průřezu pásovitém pomůže jeho vyklínění anebo oddíl dobře se od okolí rozeznávající na př. kyzová vložka v galenitové žíle.

b) Stopy průsečnic tektonických ploch na ploše zlomové. Takovými tektonickými plochami jsou na př. vrstevné plochy sousedních křídel při vrásnění, plocha vrstevná a diskordantní plocha úložná při diskordanci sedimentární nebo eruptivní, plocha vrstevná a plocha zlomová (zlomu staršího, než jest zkoumaný) po př. plocha příčné břidličnatosti nebo clivage. Zajisté též sestavy jiné z ploch vyjmenovaných.[11])

Máme-li po ruce dobrou geologickou mapu, můžeme tyto stopy průsečnic snadno konstrukcí nalézti, což jest zvláště výhodné, kde nelze jiných bodů sdružených objeviti. Že tyto stopy často budou jen ideální na př. ve vzdušném prodloužení plochy zlomové, jest samozřejmé. Podle údajů geologické mapy o směru a sklonu obou ploch pomocných a plochy zlomové sestrojíme průsečnice prvních dvou s plochou zlomo-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vou, tak jak obsaženo na př. ve spise W. Maucher: Leitfaden für den Geologieunterricht, 1914, str. 32 (viz též, O. Stutzer: Geologisches Kartieren und Prospektieren. 1919, str. 151, R. Sokol: Zeitschrift für praktische Geologie 1921, str. 42), půdorys však netřeba sestrojovati, neboť



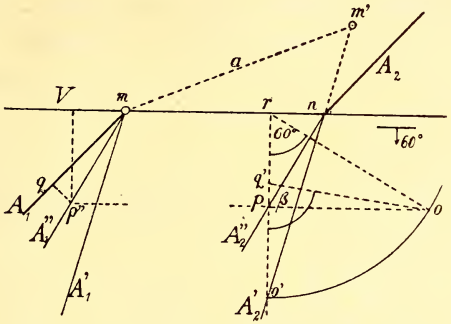
Obr. 5. Sdružené body m_1, m_2 nalezeny konstrukcí. S_1, S_2 směrové přímky zvolené vrstvy »vůdčí« (S_1 v kře nadložní, S_2 v kře podložní), E_1, E_2 směrové přímky svislé pravé žíly, V směrová přímka zlomové plochy, P směrová přímka profilu na zlomo ou plochu kolmého. Stopy vrstvy a žíly na ploše zlomové označeny týmiž písmeny s připojenou čárkou, stopy jejich na rovině profilové dvěma čárkami. Jak plocha zlomová, tak profilová byly sklopeny do nákresny. V profilovém trojúhelníku *opq* jest *op* libovolně zvoleno, úhel *oqp* = 20° = sklon plochy zlomové, úhel *orp* = 40° = sklon vrstvy *S*. *uu'* = *oq* = *oq'*. Profilové trojúhelníky pohybujeme podél obou směrových přímek, až jejich volné vrcholy splynou. Tak najdeme půdorysný bod průsečnice vrstvy *S* s plochou zlomovou. U žíly *E* splývá půdorys se směrovou přímkou, neboť stojí svisle. Přeneseme-li nyní přeponu *oq* čili vzdálíme-li půdorysné body o její délku od směrové přímky zlomové *V*, nabudeme hledaných bodů sklopených *u'*, *q'*, jimiž procházejí stopy S'_1, E'_1. V profilu *P* získáme příslušné body směrovými přímkami S_1, S_2 a průsečnicemi S'_1, S'_2, poslední třeba přenésti na zlomový průmět *V''*. Z profilu je t patrno, že běží o rozštěp a o disjunkci.

záleží jen na obrazu průsečnic na ploše zlomové, k čemuž poslouží přepona profilového trojúhelníka. Obě průsečnice se protnou v žádaných bodech sdružených, jejichž spojnice udává polohu i délku (jeli obrazec kreslen v měřítku mapy) dráhy pohybové (obr. 5, a; S značí zvolenou vrstvu vůdčí, E pravou žílu).

Známe-li naopak polohu a délku *a* pohybové dráhy, můžeme na základě tom určiti sklon tektonické plochy (A na

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

obr. 6), jež byla postižena tímto zlomem.[12]) Z bodu m nanesme v náležité poloze i velikosti délku $a = mm'$, spojme bod m' s průsečíkem n (směrové přímky A_2 dané tektonické plochy se směrovou přímkou zlomu V) a prodlužme tuto spojnici. Tak obdržíme průsečnici A'_2 na ploše zlomové a rovnoběžně s ní druhou A'_1. Plochu zlomovou, jež byla dosud myšlena v nákresně, stočme o zlomový sklon 60° zpět.



Obr. 6. Sestrojiti sklon tektonické plochy A, známa-li pohybová dráha a. Vysvětlení v textu.

To vykonáme pomocí sklopeného profilového trojúhelníka *opr*. Libovolný bod o' průsečnice A'_2 octne se tak v bodě p (= projekce bodu o), jímž zajisté bude procházeti půdorys průsečnice A''_2. Půdorys A''_1 s A''_2 rovnoběžný protíná pomocnou přímku (na př. prodlouženou op) v bodě p''. Vzdálenosti bodu p'' od A_1 a V určují dva pravoúhlé trojúhelníky o téže výšce, z nichž jeden, t. j. k směrové přímce V kolmý jest znám, jest to trojúhelník *opr*. Lze tedy druhý sestrojiti. Učiňme $pq' = p''q$, naproti svislé odvěsně op leží hledaný úhel ($\beta = 81°$).

III. O směru relativního pohybu při zlomech.

Určujeme jej,

1. pozorujíce hrboly na ploše zlomové, pokud jsou jednostranně zpracované. Na straně nárazové (luv) jevívají totiž značný rozdíl reliefu proti straně opačné (lee). Bývají jako smačklé, obroušené, ryhované.

2. Snažíme se vyzkoumati orientaci rýh, zda se totiž nejeví v jednom směru hladší než ve druhém. Byla-li rýjící

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zrna při pohybu strávena, pak směr, v němž ruka pociťuje větší hladkost, jest směrem pohybu zlomového t. j. pohybovala se tak kra zrna ta nesoucí a jimi ryjící. Nebyla-li však rydla strávena a zbytky jejich ještě tkvějí v rýhách, pravidlo se obrací anebo vůbec nelze použíti rýh k řešení úkolu.

3. Lalůčky vyválené hybnou krou z drti a mylonitu mívají obrys podle pohybu zašpičatělý, vždy pak jsou orientovány tak, že vychlípení jejich jest namířeno tam, kam se pohybovala hybná kra, zastupující válec. Totéž platí, byla-li v prasklině vlečena část význačné vrstvy nebo drobty zaklíněných úlomků.[13])

4. Body sdružené. Poněvadž konstrukce vychází od mapy, udává též jejich posici v mapě, jest tedy směr relativního pohybu ihned patrný.[14])

5. Ztrácejí-li se při zlomu podélném některé vrstvy na povrchu země, pak relativně poklesla kra, jež leží na té straně zlomové čáry, kam vrstvy zapadají (srov. obr. 2, I-III); opakují-li se vrstvy, zdvihla se relativně kra uložená na té straně zlomové čáry, kam vrstvy zapadají (obr. 2, V-VII). Je-li však sklon vrstevný větší sklonu zlomového, platí obě pravidla naopak (srov. obr. 2, IV a VIII). U zlomů kolmých (směrová přímka kolmá na směrovou přímku vrstevnou) a příčných (směrové přímky svírají úhel menší než pravý) třeba pravidlo takto upraviti. Vyšetříme, na kterou světovou stranu se pošinula zlomem podle zlomové čáry vůdčí vrstva (její průsečnice s povrchem). Stalo-li se to na stranu, kam zapadá průsečnice vůdčí vrstvy (její stopy na ploše zlomové), pak kra pošinutou vrstvu obsahující se zdvihla v případě, že se pohyb konal v tupém úhlu prasklinovém (dráhu vedeme vrcholem úhlu sevřeného směrovou přímkou zlomovou a zlomovou stopou vrstvy). Vykonala-li se však dráha v ostrém úhlu prasklinovém, pak kra poklesla. Při pošinutí vůdčí vrstvy na opačnou stranu, než kam zapadá její stopa na ploše zlomové, třeba ovšem usuzovati též o pohybu opačně.

6. Byl-li vrstevný profil dokonale popsán a stratigraficky určen, bude lze vrstvu za zlomem zastiženou správně zařaditi do podloží po př. do nadloží zlomem odtaté vrstvy

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vůdčí čili budeme moci ihned říci, zda zázlomí pokleslo nebo zda se zdvihlo. Předpokladem jest, že se vrstvy v nadloží a podloží vrstvy vůdčí navzájem liší. Odtud také plyne potřeba uschovávati nejpečlivěji ukázky hornin získané při vrtech a pracech dolovacích jakož i dokladový materiál map geologických.

7. Zlom nebývá ojedinělý. Často několik zlomů bývá pohromadě a při všech vykonal se pohyb obdobný. Určivše relativní jeho směr u zlomu jednoho, usuzujeme analogicky o ostatních.

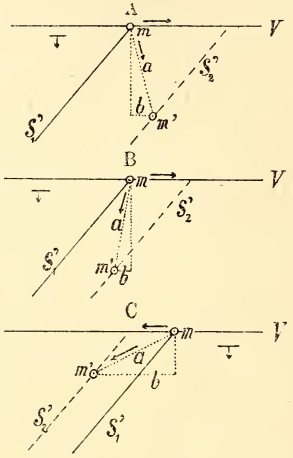
8. Pro vyřizování zlomů kolmých a příčných užívají horníci starého pravidla Schmidtova-Zimmermannova. Pravidlo toto vyslovuje Maucher[15]) takto: »Žílu zlomem porušenou hledejme za zlomem v prostoru tupého úhlu[16]) sevřeného zlomovou stopou žíly a zlomem, t. j. směrovou přímkou zlomovou. Při tom Maucher předesílá, že pravidlo platí jen pro zlomy, kde zlomové nadloží pokleslo podle sklonové přímky, tedy pro rozštěpy; vypovídá službu při skoku a vržení, jest nesprávné při smrsku. Také dokládám, že pravidla lze užíti i pro skok a vržení,[17]) avšak musíme použíti nikoli půdorysu vrstevné stopy zlomové, nýbrž jí samé na sklopené ploše zlomové.

Také Höfer[18]) praví, že pravidlo Schmidtovo-Zimmermannovo platí jen pro rozštěpy a vyslovuje se o něm s pohrdáním. Žádá, aby bylo nahrazeno geologickým pozorováním (profilem a úsudkem z něho odvozeným). Na to lze odpověděti, že vždy zůstane cenným a vítaným jak pro praktického horníka, tak pro geologa počin, jímž by bylo možná více méně mechanicky zodpověděti otázku po vyřízení sloje nebo žíly, která jest velice choulostivá.

Stutzer[19]) praví zcela správně: »Pokleslo-li zázlomí, ženeme vyřizovací chodbu podle směrové přímky zlomové, kam zlomová stopa ložiska stoupá. Zdvihlo-li se zázlomí, razíme chodbu na stranu protivnou, tedy podle směrové přímky zlomové tam, kam zlomová stopa ložiska se sklání.« K pravidlu přičiňuji doplněk, jenž ovšem přísluší i k stilisaci Maucherově, že jest potud správné, pokud se vykonal pohyb v tupém úhlu prasklinovém (vrchol toho úhlu volíme za východisko), v opačném případě musíme vyřizo-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vati na druhou stranu zlomové stopy. Vložíme-li do stilisace Stutzerovy na místo věty »kam se zlomová stopa ložiska sklání« a na místo tupého úhlu Maucherova ostrý úhel prasklinový, obdržíme pravidlo: Řešení pro pohyb v tupém úhlu prasklinovém: Kleslo-li (zdvihlo-li se) zázlomí, veďme chodbu podle směrové přímky zlomové na stranu tupého (ostrého) prasklinového úhlu ložiska. Konal-li se pohyb v ostrém



Obr. 7. Jak se vyřizuje pokleslé zázlomí, známa-li jeho pohybová dráha *a*.

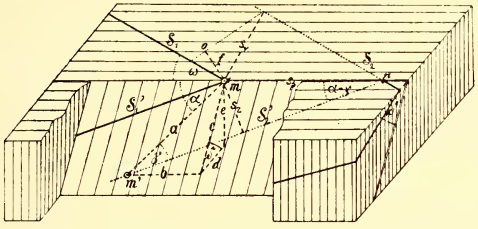
úhlu prasklinovém, bývá to případ vzácný, vyřizujeme naopak. Pravidla nelze použíti, je-li prasklinový úhel $= 90^{0}$.[20])

Abychom se dodělali cíle užívajíce pravidla, musíme znáti polohu pohybové dráhy a relativní pohyb zázlomí (zda pokleslo nebo zda se zdvihlo). Tu lze namítnouti, že jest tím již zlom vyřízen, poněvadž prý po kratičké rozvaze poznáme, zda máme chodbu raziti od předzlomové stopy ložiska na pravo nebo na levo podle směrové přímky zlomové. Námitka jest správná vyjímaje případ, že by někdo chtěl zlom vyříditi jen na základě vodorovné složky pohybové dráhy, nedbaje tedy nebo neznaje přesné polohy zlomové stopy ložiska.

Je-li pohybová dráha v čtvrtkruhu mezi sklonovou a směrovou přímkou zlomovou, který jest volný, v němž tedy neleží předzlomová stopa ložiska (obr. 7, *A*), musíme pokleslé zázlomí vyříditi na tu stranu, kam míří vodorovná

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

složka *b* dráhy *a* (viz šipku na obr. 7, *A*). V čtvrtkruhu se stopou S'_1 třeba rozeznávati dva prostory, jeden mezi sklonovou přímkou zlomovou a stopou S'_1, druhý mezi touto stopou a směrovou přímkou zlomovou *V*. Připadá-li dráha pohybová do prvního prostoru (obr. 7, *B*), třeba při poklesléms zázlomí vyřizovati v protivném směru, než kam ukazuje vodorovná složka *b* (v obr. 7, *B* na pravo). Připadá-li do prostoru druhého (obr. 7. *C*), vyřizujeme jako v čtvrtkruhu pravém, tedy shodně se směrem vodorovné složky. Z toho jest patrno, že se bez přesné znalosti zlomové stopy lo-



Obr. 8. Příčný zlom s vůdčí vrstvou *S*. S_1, S_2 směrové přímky obou jejích křídel na vodorovném povrchu, S_1', S_2' průsečnice týchž křídel na ploše zlomové, *a* dráha pohybová, *b* její směrová složka, *c* plošná výška, *d* vodorovná šířka, *e* svislá výška, *f* slohová výška = mo.

žiskové neobejdeme. Ostatně jest vyřizování podle vodorovné složky dráhové jen nepotřebná oklika. Sledujme dráhu libovolného bodu stopy ložiskové na ploše předzlomové. Leží-li dráha tato po levé straně stopy, musíme vyříditi na levo, v opačném případě na pravo.

Pravidlem pátým, šestým a osmým určíme toliko směr svislé složky. Abychom tyto a podobné úkoly názorně řešiti mohli, doporučuji užívati dvou skleněných desk (fotografické desky negativní, jež byly horkou vodou zbaveny gelatiny). Do každé třeba vyrýti od jednoho kraje šikmou čáru, jež představuje zlomovou stopu vrstvy. Pohybujeme-li zadní deskou, jež představuje zázlomí, v různých směrech a polohách, budeme moci na případné úkoly odpověděti lépe než konstrukcí.

Pohybová dráha má býti východiskem při výpočtu veličin, jimiž bývá zlom charakterisován. Naznačuji je v obr.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

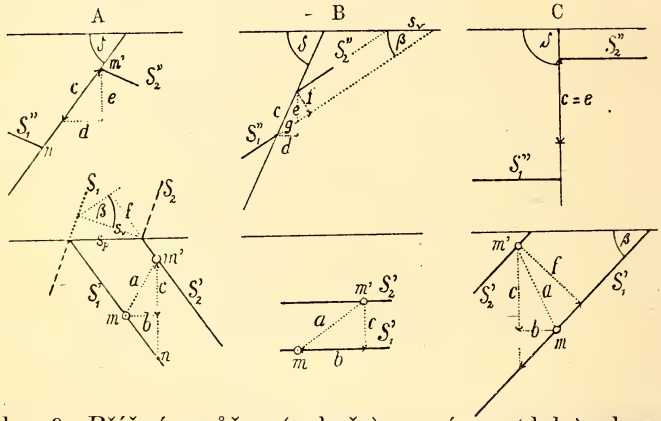
8 malými písmeny i není třeba podrobnějšího vysvětlování. Omezuji se na výsledky.

$$a = \frac{b}{\cos\alpha} = \frac{c}{\sin\alpha} = \frac{d}{\sin\alpha\cos\delta} = \frac{e}{\sin\alpha\sin\delta} = \frac{s_z}{\sin\gamma}$$

$$= \frac{s_p \sin(\alpha-\gamma)}{\sin\gamma}\ ^{21}) = \frac{s_v \sin(\alpha-\gamma)}{\sin\gamma\sin\omega} = \frac{f\sin(\alpha-\gamma)}{\sin\beta\sin\gamma\sin\omega}\ ^{22})$$

Pro podélné zlomy [22])

$$a = \frac{s_v \sin\beta}{\sin\alpha\sin(\delta-\beta)}\ ^{23}) = \frac{f}{\sin\alpha\sin(\delta-\beta)} = \frac{g}{\sin\alpha\cos(\delta-\beta)}$$



Obr. 9. Příčný průřez (nahoře) a nárys (dole) zlomů. *A* zlom příčný, *B* zlom podélný, *C* zlom kolmý, v obou prvních případech kosý rozštěp, v třetím případě vržení. *g* slohová šířka, ostatní značky jako na obr. 8.

Je-li povrch zemský šikmý (sklon jeho budiž ε), vypočteme mapovou vzdálenost vrstevných stop, násobíce jejich povrchovou vzdálenost s_o hodnotou $\cos\varepsilon$. Odtud teprve získáme hodnotu s_v, jsou-li vrstvy příklonné, odečtením, jsou-li protiklonné, přičtením hodnoty $s_o \sin\varepsilon \operatorname{cotg}\beta$.

V obyčejné praksi se však označuje za plošnou výšku (sklonovou vyšku nebo dálku, pravou velikost) zlomovou vzdálenost $m'n = c'$ stop $S'_1\ S'_2$ (obr. 9, A) měřená podle sklonové přímky zlomové. I jest ovšem — vyjímaje zlomy podélné — rozdílná od hodnot zde nahoře podaných. Pro výpočet c' platí totiž rovnice

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$c' = \frac{d'}{\cos \delta} = \frac{e'}{\sin \delta} = \frac{s_z}{\cos (\alpha - \gamma} = s_p \operatorname{tg} (\alpha - \gamma) = \frac{s_v \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)}{\sin \omega} = \frac{f \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)}{\sin \beta \sin \omega}$$

U zlomů podélných (obr. 9, B) jest plošná výška c z pohybové dráhy odvozená určena průsečíky vrstevných stop se sklonovou přímkou zlomovou, u kolmých a příčných zlomů jen v případě, byla-li dráha pohybová rovnoběžná se sklonovou přímkou zlomovou. Slohovou (stratigrafickou) výšku f a šířku g lze určiti v příčném profilu jen při zlomu podélném a f na sklopené ploše zlomové při kolmém skoku (obr. 9, C), u příčného zlomu třeba je hledati v profilu $s_v \perp S_1 S_2$ (obr. 9, A).

Ztrácejí-li se nebo opakují-li se při zlomu podélném některé vrstvy (obr. 1), určeme jejich vodorovnou šířku s_v (obr. 9, B). Z ní plynou hodnoty

$$c = \frac{s_v \sin \beta}{\sin (\delta - \beta)}, \quad d = \frac{s_v \sin \beta \cos \delta}{\sin (\delta - \beta)}, \quad e = \frac{s_v \sin \beta \sin \delta}{\sin (\delta - \beta)},$$

z nichž lze zase na základě hořejších rovnic získati hodnoty ostatní (o úhlu $\delta - \beta$ platí, co bylo řečeno nahoře). Ztrácejí-li se nebo opakují-li se vrstvy ve vrtném profilu nebo v šachtě, vůbec tedy ve směru svislém, třeba v rovnicích položiti místo s_v veličinu $v \operatorname{cotg} \beta$ (v = svislá výška vrstevná, β = sklon jejich). Z vypočtených hodnot značí e (t. j. svislá výška) mocnost denudace, je-li totiž stupeň zlomem způsobený zcela dnes srovnán.

Z polohy pohybové dráhy a relativního směru pohybu plyne, zdali a jak kra přečnívala kru sousední. Obyčejně předpokládáme, že zůstalo podloží v klidu. Pak jest ihned patrno, kam se pohnulo nadloží. Zvolme opatrně bod na kře podložní a od něho sledujme pohybovou dráhu, dbajíce, zda se nacházíme na levo nebo na pravo od přímky sklonové, nad nebo pod přímkou směrovou. V obr. 8 náleží bod m podloží, odtud se konal pohyb dolů a na levo (k západu). Při tom v obecném případě může se stopa pošinuté vrstvy a její průsečík n octnouti jednou na levé, podruhé na pravé straně pevné stopy s'_1 nebo povrchové stopy s_1. Závisí to od okolnosti, na které straně stopy s'_1 leží pohybová dráha. Na téže

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

straně objeví se i zlomem pošinutá stopa s'_2. V prostoru mezi stopou s'_1 a zlomovou přímkou sklonovou (právě ten případ jest v obr. 8 vyznačen) vykonaný pohyb způsobuje, že jest orientace bodu *n* vůči bodu *m* protivná orientaci vodorovné složky pohybové. Bod *n* leží v obr. 8 na pravo od bodu *m*, vodorovný pohyb vykonal se na levo. Jen je-li pohybová dráha mimo jmenovaný prostor, souhlasí orientace pohnuté kry s orientací bodu *n*.

Také lze graficky určiti, zda se kra relativně pohnula nahoru nebo dolů. Vítané jest toto určení v složitých případech, kde se protínají zlomy různého stáří. Veďme bodem *n* pohnuté kry přímku rovnoběžně s pohybovou drahou vždy směrem dolů. Jde-li prostorem volným, kra poklesla, protne-li vrstevnou stopu na zlomové ploše klidné, kra se zdvihla. Samozřejmě lze vždy také rozhodnouti přímo, sledujeme-li orientaci dráhy pohybové vůči směrové přímce.

IV. O průměrném směru a sklonu.

Při konstrukcích se předpokládá mathematická rovina odpovídající průměrné poloze plochy zlomové. Za tím účelem jest třeba určiti průměrný směr a sklon.

Höfer[24]) přes křivou čáru směrovou klade přímku průměrného směru tak, aby byly plochy oběma čarami omezené stejně veliké. Podobně vyhledává též průměrný sklon. Nepředpisuje však podrobně, jak konstrukci vykonati. Jest totiž možno vésti takových přímek veliké množství, jak ostatně známo z geodesie, kde se řešívá úkol, jak nahraditi klikaté rozhraní mezi dvěma sousedícími pozemky rozhraním přímým. Pro náš účel jest totiž úloha tím neurčitá, že nemáme před sebou žádné určitě omezené plochy.

Doporučuji proto takto pokračovati. Rozdělím trať na části, v nichž možno předpokládati polohu přibližně stejnou, změřím v každé jednotlivé části tuto polohu i délku části. V obrazci pak kreslím v každém bodě styčném zeměpisný poledník, čítaje všecky úhly na pravo (k východu) jako kladné, všecky na levo (k západu) jako záporné. Úhly poblíž 90° však třeba čítati v stejném smyslu, tedy nikoli některé kladně, jiné záporně; ty, které náležejí čtvrtkruhu, kam ne-

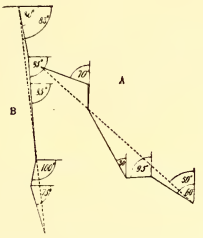
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

padne výslednice, třeba čítati přes 90°, tedy převésti na úhly tupé.

Příklad (pro objasnění voleny hodnoty extremní, místní nepravidelné poruchy raději v praksi vynecháváme).

Délka částí v *m*	20,	10,	30,	10,	20,
směr	S60°Z,	S85°V,	S30°Z,	S2°V,	S70°Z,
upravené hodnoty směru	−60,	−95,	−30,	+2,	−70,
součiny	−1200,	−950,	−900,	+20,	−1400,
součet	−4470,				
dělení	−4470 : 90 ≒ −50,				
průměrný směr	S50°Z.				
Sklon	80°J	85°J	85°Z,	80°V,	75°J,
upravené hodnoty sklonu	80,	85,	85,	100,[25])	75,
součiny	1600,	850,	2550,	1000,	1500,
součet	7500,				
dělení	7500 : 90 = 83,				
průměrný sklon	83°J.				

Obě průměrné hodnoty také snadno získáme konstrukcí, spojíme-li oba koncové body složené čáry směrové anebo čáry sklonové podobně z jednotlivých hodnot sklonových sestavené. Důkaz.



Obr. 10. Konstrukce průměrného směru (A) a sklonu (B).

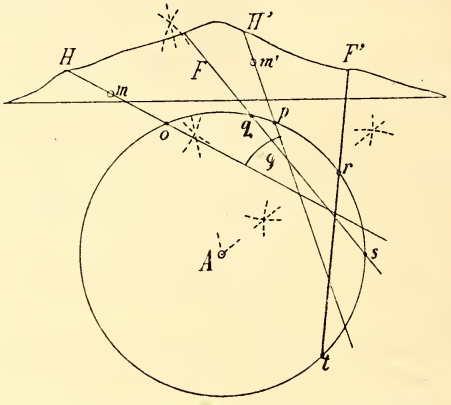
Počínáme si tak, jako se ve fysice koná při sestrojování rovnoběžníku dráhového (silového). Zprvu obdržíme výslednici, jež spojuje krajní body obou složek. Výslednice ta dává s třetí složkou výslednici novou atd., až dojdeme k složce poslední, jejíž volný konec spojíme se začátkem složky první

V. O zlomech stočených.

Obyčejně se při dislokacích koná pohyb postupný (translace), čímž vznikají zlomy rovnoběžné. Někdy se však

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kra hybná znatelně pootočí, šinouc se snad spolu po ploše zlomové i vzniká zlom stočený (točivý). Osa otáčení stojí tedy kolmo na ploše zlomové. Její stopa však jen výjimkou splyne s průsečíkem stop obou křídel vůdčí vrstvy svírajících úhel otočení φ. Stane se to totiž v případě, leží-li osa ta ve vrstvě vůdčí. Vždy však jest osa otáčení obsažena v osní rovině tupého (je-li úhel φ ostrý, jinak ostrého) úhlu



Obr. 11. Na prasklině stočeného zlomu jest vyhledati stopu F' stočeného křídla vrstevného. Jsou dány obě stopy H a H' vrstvy vedoucí, 2 sdružené body m, m' na nich a stopa tělesa s vrstevnou stopou nerovnoběžného F.

stop obou křídel vůdčí vrstvy. Průsečík stopy této osní roviny s osou otáčení sestrojíme, podaří-li se nám nalézti dva sdružené body vrstevné. Spojme je a narýsujme k jejich spojnici symetrálu. Průsečík její s jmenovanou osní rovinou jest hledaná stopa osy otáčení (obr. 11).

Osa tato jest vodorovná a se směrovou přímkou vrstevnou rovnoběžná, stala-li se dislokace kolmým skokem; úhel φ jest pak také roven úhlu sklonových přímek obou křídel. U všech zlomů jest směr osy otáčení totožný se směrem sklonové přímky zlomové a tudíž kolmý ke směru plochy zlomové. Sklon osy té měří tedy $90^0 - \delta$, kde δ značí sklon plochy zlomové.

Najdeme-li k jednomu křídlu vrstvy křídlo stočené (v obr. 11. H a H'), jsme pak také s to, abychom k jiným

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vrstvám a ložiskům (žilám pravým) konstruktivně objevili křídla stočená. Je-li vrstva F rovnoběžná s vrstvou H, vedeme F' rovnoběžně s H ve vzdálenosti HF. Není-li však těleso F (obr. 11.) rovnoběžné s vrstvou H, musíme předem určiti osní stopu A způsobem nahoře podaným. Narýsujme poté kolem A kruh libovolným poloměrem, jím získáme na stopách H, H' průsečíky o, p. Tětivou op přetneme kružnici z bodu q (průsečík kružnice se stopou F) a to na tu stranu, kde bude se nalézati F' ($qr = op$). Podobně také nalezneme bod t ($st = oq$). Spojíme-li bod r s bodem t, obdržíme hledanou stopu F'.

VI. Výsledky.

Po rozboru dosavadních názorů o zlomech jsem se pokusil o systematiku zlomů, doporučuje, pokud běží o relativní pohyb, jména posun, skok, vržení, rozštěp a smrsk. Při známosti pohybu absolutního užijeme případně jmen pokles a zdvih, a to jak pro pohyby svislé tak pro šikmé, jména posun absolutní pro pohyby vodorovné. Šikmé poklesy a zdvihy se dále určují jako sesmyk a podsmyk, přesmyk a vzesmyk.

Vytkl jsem důležitost sdružených bodů zlomových jak pro geologa tak pro horníka a doplnil jsem jejich konstrukci.

Stilisuji nově vyřizovací pravidlo *Schmidtovo-Zimmermannovo* a navrhuji, aby se při charakteristice veličin zlomových vycházelo od pohybové dráhy.

Podávám návod, jak sestrojiti a vypočísti průměrný směr a sklon, též jak vyhledati konstruktivně sdruženou stopu ložiska nebo ztracené vrstvy při zlomu stočeném.

Les failles.

Par **R. Sokol.**

Résumé du texte tchèque.

Après l'analyse des idées actuelles des failles j'ai essayé de systémiser les failles. Par rapport au mouvement relativ je propose les termes suivants.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Les espèces des failles:

	La fente	La voie du mouvement	Le mouvement vertical relativ du toit	L'angle que la voie du mouvement fait avec la direction de la fente	La dénomination de la faille
I	verticale	verticale	—	90°	faille verticale normale
II	verticale	oblique	—	$> 0°$ et $< 90°$	faille verticale diagonale
III	verticale	horizontale	0	0°	décrochement horizontal avec fracture verticale
IV	oblique	horizontale	0	0°	décrochement horizontal avec fracture oblique
V	oblique	oblique	en bas	90°	faille normale avec fracture oblique
VI	oblique	oblique	en bas	$> 0°$ et $< 90°$	faille diagonale avec fracture oblique
VII	oblique	oblique	en haut	90°	faille inverse normale
VIII	oblique	oblique	en haut	$> 0°$ et $< 90°$	faille inverse diagonale
IX	horizontale	horizontale	0	0°	décrochement horizontal avec fracture horizontale

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

La figure No 1 (p. 4) montre une faille inverse (A), par laquelle est causée une disjonction, et une faille normale (B), par laquelle est causée une contraction de la couche. Dans la figure No 2 (p. 5) quelques failles longitudinales sont visibles. Il y a des failles avec fracture oblique, où ni une contraction ni une disjonction de la surface de la terre n'a lieu (voir fig. No 3, p. 6). La figure No 4 (p. 12) représente la signe, que nous proposons pour la faille. Les couches sont marquées par des lignes fortes, les fentes par des lignes minces; celles qui sont striées sont marquées à l'aide d'une flêche. Dans la figure No 5 (p. 14), on cherche à construire les points voisins m_1 et m_2 — originairement un seul point m — de la couche interrompue. Si nous connaissons la voie a du mouvement (fig. No 6, p. 15), nous pouvons construir le plongement de la couche A (fig. No 6, β). Dans la figure No 7 (p. 18) nous montrons, comment on cherche la couche choisie, si nous connaissons la voie du mouvement (supposé que le terrain derrière la fente s'est enfoncé). La figure No 8 (p. 19) montre une faille transversale avec la couche choisie S. Sur la figure No 9 (p. 20) on voie le profil et la projection d'une faille transversale (A), longitudinale (B) et perpendiculaire (C). La figur No 10 (p. 23) est la construction de la direction moyenne et du plongement moyen. Sur la fente d'une faille tortillée on construit la trace F de la couche perdue selon la figure No 11 (p. 24).

Nous rédigeons nouvellement la règle des mineurs d'après Schmidt-Zimmermann et nous proposons de baser sur la voie du mouvement en calculant les quantités de la faille.

POZNÁMKY.

1. H. Höfer von Heimhalt: Die Verwerfungen, 1917, str. 19 a n.
2. A. Tornquist: Geologie, I, 1916, str. 295.
3. F. X. Schaffer: Grundzüge der allgemeinen Geologie, 1916, str. 109.
4. Von Carnall: Sprünge im Steinkohlengebirge, 1835, str. 48.
5. O. Wilckens: Grundzüge der tektonischen Geologie. I. 1912, str. 7, 36.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

6. L. Kober: Der Bau der Erde, 1921, str. 45.

7. F. E. Suess: Zur Deutung der Vertikalbewegungen der Festländer und Meere. Geol. Rundschau, 1921.

8. Dolní křídlo šikmých vrstev může býti podélným nebo příčným skokem a vržením buď relativně sníženo (viz vrstvu C na obr. 2, II) anebo vyzdviženo (viz vrstvu C na obr. 2, VI). Tu by bylo lze v prvním případě užíti názvu hornický skok rozštěpový (hornické vržení rozštěpové) a v druhém případě názvu hornický skok smrskový (hornické vržení smrskové).

9. Viz C. r. Purkyně: Skalní obrusy a ohlazy a jejich význam v praktické a tektonické geologii. Sb. čes. spol. zem. 1917, str. 14. Téhož autora: Zobrazení posunů vrstev po vrstvách. Rozpravy čes. akademie 1917, II. tř. č. 11. R. Kettnera referát o návrzích Salomonových viz v Přírodě, roč. X., str. 312.

10. H. Höfer v. H. l. c. str. 57 a n. Celkovou dráhu pohybovou, na níž horníkovi nejvíc záleží, určiti jimi lze jen problematicky, neboť kra kromě pohybu, jenž se na ploše zlomové zobrazil, mohla vykonati i pohyby jiné, jiného, po př. i protivného směru.

11. Některé z případů vyjmenovaných označil již B. Stočes (Vhodný geologický kompas, měření a zanášení směrů a úklonů. Hornické a hutnické listy 1918).

12. B. Stočes (l. c.) podává řesení pro svislý zlom.

13. O směru celkového relativního pohybu platí, co bylo řečeno v poznámce 10.

14. Nalézti takové body jest důležito nejen pro geologa, ale i pro horníka.

15. W. Maucher l. c. str. 35.

16. Nad (za) směrovou přímkou zlomovou, jsme-li v nadloží; pod ní, jsme-li v podloží.

17. Vyjímají se i zde případy, kde jest stopa vrstevná rovnoběžná se sklonovou přímkou. Musí ovšem běžeti o pokles a musíme věděti, v kterém křídle se nalézáme, zda v pokleslém nebo nepohnutém. Pokleslé odpovídá nadloží rozštěpovému.

18. H. Höfer v. H. l. c. str. 114.

19. O. Stutzer: Geologisches Kartieren und Prospektieren, 1919, str. 156.

20. Praktická cena pravidla (pravděpodobnost předpovědi) jest značná, považíme-li, že jest pohyb v tupém úhlu prasklinovém pravděpodobnější a že v určité oblasti bývá pravidlem rozštěp (relativní poklesnutí nadloží), v jiné zase převládá smrsk (relativní vyzdvižení nadloží).

21. $\gamma - \alpha$, octne-li se úsečka a v nadloží přímky s_z; $\alpha + \gamma$, vbíhá-li a do bodu n a spolu ostrý její prasklinový úhel se otvírá k druhé stopě (platí i v dalších vzorcích).

22. $\beta =$ sklon vrstevný.

23. $\delta - \beta$ pro příklonný rozštěp a smrsk, vyjímajíc prostor mezi přímkou sklonovou a přímkou svislou. Připadá-li vrstva do

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

toho prostoru, pak $\beta - \delta$, při zlomech protiklonných $180^0 - [\beta + \delta]$. Také ve vzorcích dalších.

24. H. Höfer v. H. l. c. str. 12.

25. Sklon třeba čítati stále v jednom směru, tedy od 0^0 do 180^0.

OBSAH.

str.

Úvod. Dosavadní názory o zlomech a systematice zlomů . 1
I. Rozdělení zlomů 9
II. O dráze pohybové 13
III. O směru relativního pohybu při zlomu 15
IV. O průměrném směru a sklonu 22
V. O zlomech stočených 23
VI Výsledky 25

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

XII.

Amphipoda balcanica,

spolu s poznámkami o jiných sladkovodních Amphipodech.

Napsal Dr. **Karel Schäferna.**

Se 2 tabulkami a 31 obrazci v textu.

(With english summary.)

Práce poctěná Jubilejní cenou Král. České Společnosti Náuk r. 1920.

Předloženo v sezení dne 22. listopadu 1922.

ÚVODEM.

Pojednání, jež tuto veřejnosti předkládám mělo své různé osudy. Bylo v celku již dávno hotovo, ale běh nepříznivých událostí přinutil je, by neopustilo tak v brzku autorovu stolní zásuvku, aby bylo vytištěno. Přešla lítice světové války začali jsme volněji dýchati, i vypsala r. 1920 Král. Česká Společnost Náuk (Societas scientiarum bohemica) soutěž na spisy z fondu spisů poctěných cenou jubilejní. Autor podal pojednání Amphipoda balcanica, pod heslem »Natura magistra optima«, i byla mu přiřčena cena 4.000.— Kč z jubilejního fondu s podotčením, že pro ten čas není možno učené společnosti vytisknouti prací, jež obdržely jubilejní ceny.

Teprve letošního roku uvolnily se poměrv, i uvolila se Král. Česká Společnost Náuk vydati toto pojednání s částečným přispěním autorovým na reprodukci vyobrazení. Za udělení ceny, i umožnění tisku tohoto pojednání vzdávám Král. České Společnosti Náuk svůj nejvřelejší dík.

Materiál k práci sbíral jsem jednak sám v Istrii, Dalmacii, Černé Hoře, Bosně a Hercegovině, jednak obdržel jsem veškeren vzácný Gammaridový material z Černohorské vědecké cesty p. Prof. Dr. A. Mrázka, jenž laskavě mi

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

učinil přístupnu veškeru svou literaturu, i s nevšedním zájmem sledoval postup mé práce jsa mi při tom všemožně radou nápomocen. Patří tedy p. Prof. Dr. Mrázkovi můj zvláštní nejvřelejší dík. — Rovněž jsem díkem zavázán i p. prof. Dru. F. Vejdovskému, za různé pokyny, přenechání materiálu po † Dru. K. Thonovi i za zapůjčení některých spisů. Můj studijní materiál se značně obohatil bulharskými sběry pp. Doc. Dra J. Komárka a Dra F. Rambouska, jimž oběma vzdávám svůj vřelý dík za laskavé přenechání materiálu. Srovnání bulharského *Gammarus komáreki* n. sp. s brakickým anglickým *Gammarus chevreuxi* (Sexton) umožnilo mi letošního roku laskavé zaslání tohoto zajímavého druhu autorem jeho slečnou M. W. Sextonovou, z Plymouthu v Anglii, jíž tímto vzdávám svůj dík. — Rovněž děkuji pp. Dr. V. Vávrovi, řediteli zool. sbírek Národního Musea a Dott. A. Garbinimu za umožnění srovnání jimi popsaných forem.

Firmě V. Neubert na Smíchově děkuji za přesné a rychlé zhotovení obrazců.

Nálezy svými, i jiných badatelů na evropském jihu, které si tuto dovoluji uvésti, doufám, že mohu přispěti ke změně názoru o monotonosti tvarů evropských sladkovodních Gammaridů a že zároveň přispěji, byť i jen nepatrnou měrou, k objasnění otázky vzniku druhu a vzniku sladkovodní fauny.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

I. Část systematická a fylogenetická.

Legie *Gammaridea* jest velmi bohata zvláště mořskými tvary. Než ani fauna sladkovodních Gammaridů není bez značné řady zajímavých forem. Ale přes to zůstaly po většině zcela nepovšímnuty a to zvláště pro všemohoucnost názoru, že každý sladkovodní Gammarid jest *Gammarus pulex* neb *G. fluviatilis*, kterýchž obou jmen velmi často nesprávně užívali i jako synonyma pro tytéž formy. Již rozlišování obou uvedených specií bylo zcela mylné, jak dále na to poukáži.

Názor o ubikvitérnosti *Gam. pulex* byl i jest tak zakořeněn, že bylo úplně zapomenuto samostatnosti staré, trny hřbetními opatřené formy *Carinogammarus roeselii* (dříve *G. fluviatilis* či *roeselii*) a tato kreslena jako *G. pulex* ve vědeckých i populárních knihách.

I když byly objeveny slepé podzemní formy, nemající ničeho společného s rodem *Gammarus*, jako *Crangonyx*, *Niphargus*, tu vlivem některých fantastů na základě mylného pozorování a přehnání myšlénky o plastičnosti téže formy za různých podmínek, bylo vše uváděno buď na druh *Gam. pulex*, nebo alespoň shrnuto v rod *Gammarus*. — Názor ten není snadno překonatelným, neboť ještě dnes někteří zoologové, jako i sám Doflein stotožňují rod *Niphargus* s rodem *Gammarus* (6).

A. Rod Gammarus Fabricius.

1. *Gammarus balcanicus* n. sp.

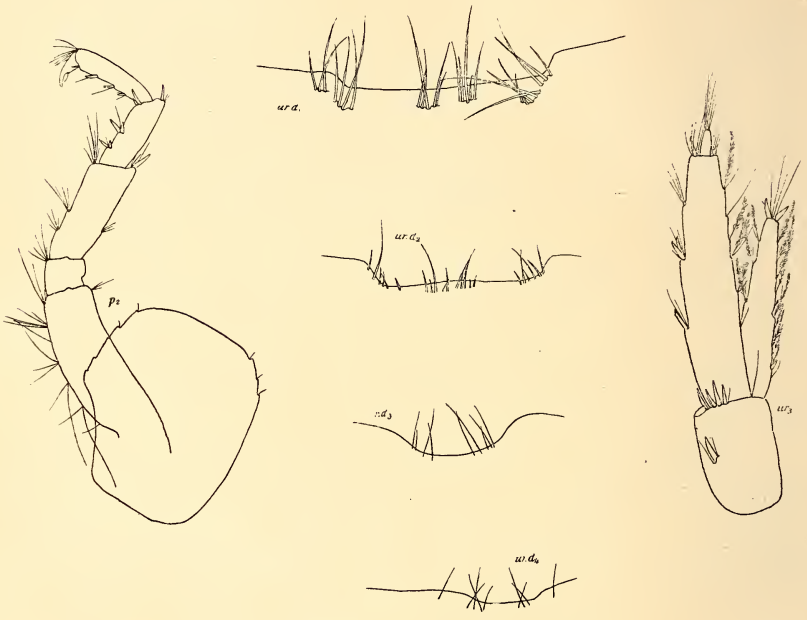
(Tab. I. ‹ br. 7.)

První segment uropodový uprostřed hřbetu bez ostnů,* opatřený jen tenkými štětinka-

*) Pojmu osten užívám pro označení silných srpovitých štětinek, které jindy bývají označovány buď jako »krycí« neb »chápací« štětinky. Pojem trn reservuji pro ostré prodloužení článků těla s výjimkou štětin. (Viz obr. 2. na tab. I.)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

mi ve 3 skupinách. V postranních skupinách štětin jen výminkou po 1. zcela malém ostnu. Poslední uropod končí zcela malým článkem a jest opatřen zpeřenými štětinkami jen na vnitřní straně. Karpo- a propodity 1 ho a 2 ho pereiopodu vyzbrojeny jedině ostny.

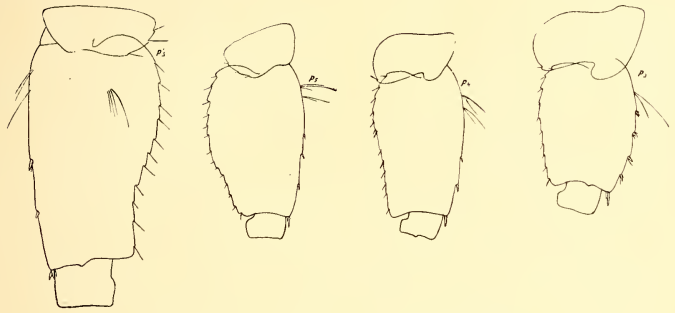


Obr. 1. *Gammarus balcanicus* n. sp.:
p_2 2. pereiopod × 15; *u r* $d_{.1,2}$ výzbroj hřbetu 1 uropod. segmentu: *u r.* $d_{.3,4}$, seslabená výzbroj 1. segm. u některých forem z Kolašína × 50; ur_3 3. uropod × 20.

Tělo zavalité. Délka těla ♂ 12—18 mm, ♀ 10—15 mm. Neveliké oči ledvinitého nebo poloměsíčitého tvaru. — Hřbet nataženého jedince jeví zcela hladkou linii bez jakéhokoliv hrbolku nebo kýlu. — Prvý segment uropodový nemá ve své střední skupině ani jediného ostnu (obr. 1, *ur.* $d_{1,2}$ *ur.* $d_{3,4}$) a tenké štětiny na tomto místě se vyskytující jsou při basi poněkud širší a tak uspořádány, že po každé straně jedné delší štětiny stojí po jedné štětince kratší. — V celku nese celý segment 4 skupiny štětin a to 2 blízko vedle sebe

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

apikálně se vyskytující a po jedné postranní při každém boku. Ve skupinách postranních jsem zjistil jen výminečně po 1 nebo 2 ostnech. Jak vzácně se tyto ostny vyskytují dosvědčuje následujících několik číslic: Mezi 55 jedinci nasbíranými v Kolašíně na Černé Hoře bylo po jednom neb nejvýše po 2 ostnech v 9 případech, což jest 16·3% celého počtu. V materiálu ze Šavníků jsou ostny jen ve 26% v postranních skupinách, nikdy však ve skupinách hřbetních.



Obr. 2. *Gammarus balcanicus*:
p'_5 5. pereiopod od ♂ z Komadina (Obrácen vnitřní stranou) × 15
p_5 5. pereiopod od ♂ z Karamandže. × 10
p_4 4. » » ♂ » »
p_3 3. » » ♂ » »

Druhý segment uropodový má na hřbetě 2 ostny a rovněž v postranních skupinách jest po 2 ostnech, obklopených tenkými krátkými štětinami.

Flagellum prvé antenny jest 20—29 článkové; vedlejší její flagellum je 3—4 členné. Flagellum druhé antenny 8 až 9členné. Obě antenny jsou opatřeny jen krátkými tenkými štětinkami.

Basipodity prvých dvou pereiopodů jsou úzké: propodity a karpodity dosti silné, jen trny opatřené (obr. 1, p_2), nikdy však nemají dlouhých, zpeřených štětin. — Ostatní nohy thorakální vyznačují se distálně širokými basipodity (obr. 2., p_5, p'_5, p_4, p_3), takže daleko přečnívají přes ischiopodity. Basipodit 3. až 4. páru jest čtyřúhelníkovitý; basipodit páru 5. jest u ♂ značně podoben basipoditu předchozímu, u ♀ jest tvaru vejčitého. Zadní kraje všech basipoditů nesou krátké štětinky. Ostatní části 3.—5.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pereipodu jsou opatřeny hojnými ostny. — Epimery mají zadní části své okrouhlé, při čemž epimer 5. páru má na svém zadním kraji velmi hojné štětiny. — Postranní rozšířeniny segmentů pleopodových jsou skoro čtvercovité, se sporými ostny při dolním okraji na rozšířenině 2. a 3.

Poslední uropod (obr. 1, ur_3) jest neobyčejně charakteristický svou stavbou. Jest dosti dlouhý. Vnější jeho větev (exopodit) jest velice mohutná, často dosti štíhlá a ku konci poněkud sůžená; na vnějším kraji jest konvexní, s hlubokými zářezy, v nichž sedí ostny. Druhý, apikální článek vnější větve jest velmi malý. Na vnitřním okraji vyrůstají nečetné, krátké zpeřené štětiny. Trojúhelníkovitý endopodit má rovněž na obou krajích ne příliš dlouhé štětiny plovací (zpeřené), mezi nimiž jest možno tu a tam zjistiti po 1 ostnu. Basální článek jest dva a půl kráte kratší exopoditu.

Telson jest dosti dlouhý a až ku basi rozeklaný. Oba laloky jeho jsou úzké a ohraničené skoro rovnými liniemi; na tupém svém konci nesou mezi několika tenkými štětinkami 2 až 3 terminální ostny. Typické smyslové štětečky sedí 2 skoro v polovině délky zevního kraje laloku a 1 při konci jeho.

U bulharských exemplářů vyskytují se na konci telsonu jen 2 ostny, což pokládá Chevreux (19) za diakritický znak pro rozeznání *G. delebecquei* od *Gam. pulex*. Svými studiemi na typických *Gam. pulex* jsem dospěl k názoru, že u *Gam. pulex* jest apikálně možno zpravidla nalézti jen jeden osten a jen vzácně 2 ostny.

Jak z popisu patrno, liší se podstatně *Gam. balcanicus* od jemu velmi blízko stojícího *Gam. pulex* zejména výzbrojí 4. abdominálního segmentu. Stůjž zde na srovnání schema ostnového ozbrojení segmentů abdorminálních:

Gammarus pulex:			*Gam. balcanicus:*		
skupina			skupina		
postranní:	střední:	postranní:	postranní:	střední:	postranní:
1	**2**(!)	1	(1)	**0**(!)	0 (1)
1	**2**	1	(2, 3)*)	**2**(1)	1 (2,3)*)
(2)1		1(2)	(2)*)	**0**	1(2)*)

*) Týče se exemplářů ze Šavníků.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Na exemplářích z Hercegoviny nenalezneme na segmentu 1. uropodovém žádných ostnů.

U bulharských exemplářů jsou na 1. uropodovém segmentu ostny jen velmi zřídka, a sice v každé skupině jen po jednom. Procentuálně přicházející ostny u individuí z Vitoše v 50%, z Karamandže v 25%, z Čepelare a Pašmaklii ve 14%.

Na zadním okraji 1. až 3. segmentu abdominálního jest možno nalézti 4—5 tenkých štětinek, u *Gam. pulex* jest jich však na témže místě 10—12.

Tento nový druh byl nejprve sbírán ve sladké vodě Prof. Drem Al. Mrázkem na Černé Hoře u míst Savníci a Kolašín. — Později nalezl jsem jej v Hercegovině v potoce u Grabovice a ve vodopádu Komadina. Dr. F. Rambousek sbíral jej v Bulharsku a to u Pančerevo-Bystrice, Čerepiški-Monastyru na řece Iskeru a posléze objevil jej Dr. J. Komárek v potůčcích na hoře Vitoša u Sofie, u Karamandže a u dědin Pašmaklii a Čepelare v Rhodopách.

Příbuzenské vztahy: *Gammarus balcanicus* n. sp můžeme považovati za blízkého příbuzného s *Gammarus spinicaudatus* mihi, o němž bude dále zevrubně pověděno.

Pokud se stupně příbuzenství obou druhů týče, jsou možny 2 následující výklady:

1. Může zde jíti o znak »in statu nascendi«. K tomuto výkladu mne vede úvaha, že ostny na 1. segmentu uropodovém tak typickém pro *Gammarus spinicaudatus* se zde přece vyskytují a to výminečně a v nepatrném počtu. Při tom sedí zpravidla na levé straně a jen velmi zřídka je nalezneme na pravé straně. I proto, jedná-li se o specii původně s tenkými štětinkami, jež se mění v ostny, mohli bychom předpokládati, že svým časem bude míti i *Gam. balcanicus* na týchž lokalitách ostny na 1. segmentu uropodovém.

2. Může se zde však jednati o znak atavistický při výskytu ostnů, které kdysi byly redukovány. I budou se tyto vyskytovati tím častěji, čím jedinci budou blíže původnímu předku s ostny na hřbetě. Tento názor posiluje přehled různého vývinu jmenovaného znaku u individuí z různých lokalit: Na

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

některých místech (jako na lokalitách hercegovských a v Bulharsku u Pašmaklii) jsou jedinci vesměs jen s tenkými štětinami. Ba dokonce na některých lokalitách černohorských a bulharských nalezneme exempláře bez ostnů i ve středních skupinách štětinek na 2. segmentu uropodovém a na jejich místě jsou jen většinou štětinky tenké. — U příslušníků skupiny *Gam. pulex* jsem toho nikdy nepozoroval.

2. *Gammarus bosniacus* n. sp.

(Tab. I. Obr. 9, $9a_1$).

Těla silného.

1. antenna s jednočlánkovým vedlejším bičíkem.

Basipodit 3.—5. pereipodu na vnitřní ploše s hojnými štětinkami.

Epimer 4. pereiopodu v zadním laloku zaokrouhlen.

Postranní rozšíreniny pleopodové nesou jen tenké štětinky.

Endopodit 3. uropodu nedosahuje ani $^1/_2$ délky exopoditu.

Těla silného, délky asi 5—8 mm.

Antenny prvé dosahují sotva poloviny délky celého těla. — Flagellum 1. antenny 12—18článkové. První článek flagella jen nepatrně kratší než 3. článek násadce. Vedlejší bičík u individuí nejrůznějšího stáří vždy jen jednočlánkový. Předposlední a poslední článek násadce 2. antenny dlouhý, flagellum 6—8 článkové. — Obě antenny jsou opatřeny jen řídkými, ne příliš dlouhými, tenkými štětinkami.

Oko tvaru ledvinitého jest svým svrchním koncem oddáleno od okraje »hlavy«, spodním však k němu přiblíženo. Dává zvláštní výraz celé »hlavě«.

Ústní ústroje úplně shodné s ústroji jiných druhů rodu *Gammarus*.

Epimery všech nohou jsou značně vysoké a opatřeny sporými štětinami na distálních krajích; vnitřní pak plocha prvních čtyř epimerů jest posázena skrovným počtem štětinek (viz obr. 3).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Gnathopody jeví ve svých propoditech sexuellní dimorfismus, ač nelze znak tento stanoviti jen na prvý pohled (obr. 3., *gn* ♂ 1,2, *gn* ♀ 1,2).

U ♂ jest propodit 1. gnathopodu podoby podlouhlého trojúhelníku. Daktylopodit jest tu dosti krátký a slabě prohnutý. Přední kraj propoditu jest opatřen krátkými trny, které jsou na konci tupě zaokrouhleny. Jinak jest kraj vyzbrojen jen sporými, krátkými a tenkými štětinami.

Propodit 2. gnathopodu samečkova jest rovněž táhlý, tvaru lichoběžníkovitého. Horní jeho okraj jest uprostřed mírně prohlouben a stejně dlouhý jako daktylopodit. Hřbetní (vnější) strana propoditu nese 4 skupiny pilovitých štětin, přední pak okraj (vnitřní) jich nese 6 skupin.

Propodit 1. gnathopodu samičky jest lichoběžníkovitý, mající horní kraj obloukovitě prohnutý, s jehož délkou souhlasí i délka daktylopoditu.

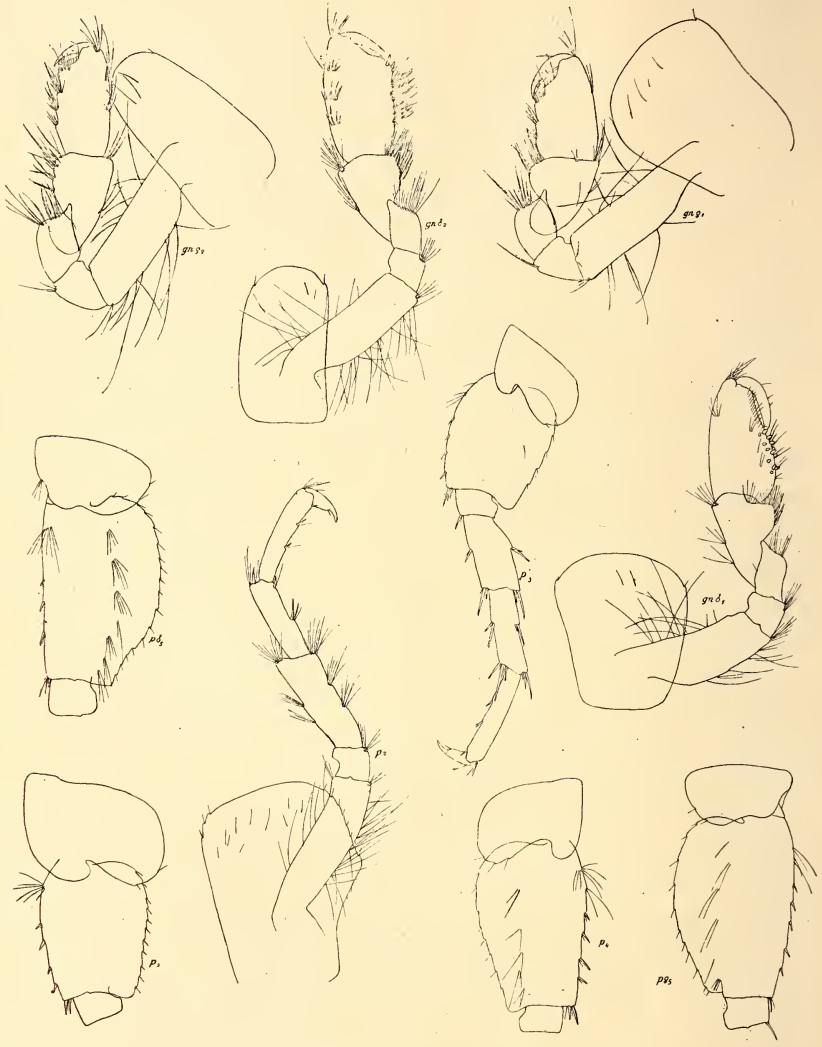
Přední kraj opatřen jest několika skupinami pilovitých štětin. Propodit 2. gnathopodu samičky, zdá se býti skoro obdélníkovitý, neboť horní okraj jeho jde k oběma krajům postranním skoro kolmo a není nikdy vykrojen. Přední i zadní kraj má rovněž pilovité štětiny.

Pereiopody 1. a 2. páru mají na meropoditech ne příliš dlouhé štětinky (obr. 3, p_2). Karpopodit a meropodit těchto okončin nese jen dlouhé a štíhlé ostny, což jest charakteristickým znakem naší nové specie.

Basipoditům 3.—5. pereiopodu přibývá postupně na velikosti (obr. 3 p_{3-5}). Basipodit 3. pereiopodu jest nejmenší, s okraji skoro rovnoběžně jdoucími. Zadní distální roh jest poněkud otupen. Vnitřní plocha jest skoro hladká, neseť někdy 1—3 tenké štětinky. — Epimer téže okončiny jest neobyčejně rozsáhlý. V zadní partii jest zaokrouhlen a opatřen jen 1 neb 2 tenkými štětinkami, sedícími v mělkých zářezech. — Basipodit 4. pereiopodu jest nejširší ve své části proximální a distálně se súžuje, ač při tom nemizí křídlovité rozšíření zadních jeho partií. Vnitřní plocha basipoditu nese řadu tenkých štětinek, které se vyskytují po jedné neb po dvou. — Epimer této končetiny (obr. 3 p_4) jest užší než největší šířka právě popsaného basipoditu. V zadní své části jest epimer dokonale zaokrouhlen a není nikdy protažen více méně v trn, jak tomu

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

jest u jiných druhů rodu *Gammarus*. Přední lalok jest široký a skoro kruhovitý. — Basipodit 5. páru má tvar vejčitý a sú-



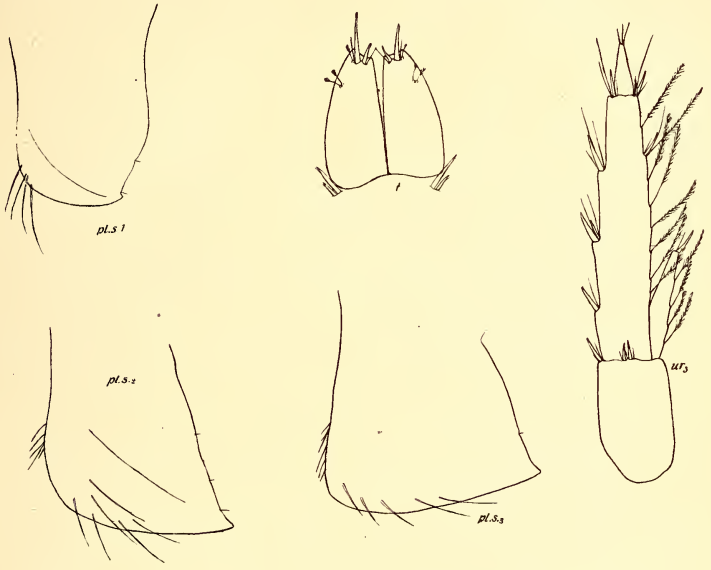
Obr. 3. *Gammarus bosniacus* n. sp.:
gn ♂$_{1,2}$ gnathopod ♂ 1. a 2., *gn* ♀$_{1,2}$, tytéž ♁ p_2 2. pereiopod. p'_3 3. pereiopod s vnitřní strany; p_3 týž s vnější strany; p_4 pereiopod 4., p ♂$_5$, ♀$_5$ 5. pereiopod ♂ a ♀. (Poslední tři vesměs s vnitřní strany.) Vše × 8.

žuje se teprve ve své poslední třetině. Vnitřní jeho plocha jest opatřena řadou dlouhých tenkých štětin ve skupinách až po

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

5. Poslední epimer (5.) jest vysoký, takže poměr jeho délky k šířce jest 2 : 3. Oba jeho laloky dělí jen malá prohlubina na spodním kraji; zadní lalok má pouze 2 štětinky. — Přední kraje všech popisovaných basipoditů opatřeny jsou dlouhými, štíhlými, v řadách vyrůstajícími ostny.

Rovněž ostatní články všech pereiopodů jsou opatřeny takovými dlouhými ostny.



Obr. 4. *Cammarus bosniacus*. n. sp.:
pl. $s._{1,2,3}$ rozšíreniny 1. — 3. pleop. segmentu × 20; ur_3 uropod 3. × 20; *t* telson × 25.

Postranní rozšíreniny pleopodových segmentů (obr. 4, *pl.* s_{1-3}) jsou zvláštní stavby. — První z nich jest okrouhlá a končí tupým výběžkem. Jen přední její kraj nese tenké dlouhé štětiny. — Deska 2ho segmentu pleopodového má spodní kraj obloukovitě prohnut. V dolní části pod střední vyvýšeninou jsou jen v prvé polovině dlouhé, tenké štětiny. — Rozšířenina 3. pleopodového segmentu má spodní kraj rovný a nese v prvé polovině dlouhé tenké štětiny. — Jen výminečně jsou tyto dlouhé tenké štětiny nahraženy tenkými, štíhlými ostny.

Poslední uropod má všechny své části štíhlé (obr. 4,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Obr. 5. *Gammarus bosniacus* n. sp.:
m_{1-4} inkubační lamel(ly 2. až 5. segmentu thorakálního ×30.

ur_3). Basipodit jeho dosahuje poloviny délky 1. článku exopoditového. Tento má na své vnější straně trny, na vnitřní

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pak straně prostředně dlouhé štětiny plovací (zpeřené). Apikální článek exopoditu jest kuželovitý. Vnitřní větev (endopodit) jest obzvláště štíhlý a nedosahuje ani poloviny délky 1. článku exopoditu. Při své vnější straně má zpeřené štětiny a na vrcholu po 1 ostnu. Telson rozdělen až k basi ve dvě štíhlé poloviny nesoucí apikálně 1—2 ostny. Kolem nich sedí krátké tuhé štětiny po jedné z každé strany ostnu (obr. 4, *t*).

Uropodové segmenty mají na svém hřbetě typické ostny provázené tenkými štětinkami. V celku znázorňuje výzbroj hřbetu uropodových segmentů následující schema:

Skupina	levá:	střední:	pravá:
na 1. urop. seg.:	1	2	1
» 2. » »	1(2)	2	1(2)
» 3. » »	2(1)	0	2(1)

Číslice v závorkách označují počet zřídka se vyskytující.

Inkubační lamelly (obr. 5, m_{1-4}) upomínají svým tvarem na lamelly *G. pulex*, ale jsou mnohem štíhlejší těchto, ač zase širší než u *G. chevreuxi*, neb *G. pungens*.

Popsaný druh nalezl jsem ve studených pramenech řeky Bosny nedaleko lázní Illidže u Sarajeva (viz mapu obr. 30.). Žije tu spolu s *Gam. spinicaudatus* mihi a to ve stejném procentu. Spolu s nimi vyskytuje se na téže lokalitě *Niphargus illidžensis* mihi.

Není bez zajímavosti úvaha o systematickém postavení našeho právě popsaného druhu *G. bosniacus*.

Svým konstatním znakem, jednočlánkovým vedlejším flagellem tykadla se odlišuje od jiných druhů rodu *Gammarus*. Jen jediný ze všech dosud známých druhů má jednočlánkové tykadlo, totiž *G. guernei* (Chevreux), jenž žije dle Chevreuxových údajů (15, pg 296) »dans des eaux à cours rapide dont la vitesse devient très grande au moment du pluies diluviennes, se fréquentes en ces parages.«

Při tom ale jest omezen na jediný ostrov azorský, jak vysvítá ze slov téhož autora (l. c. pg. 295): »Cette espèce,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

assez repandue a Florès, n'a pas eté recuieillei jusqu'ici dans les autres îles de l'archipel açoréen«.

Vedle onoho uvedeného znaku vidíme ještě zajímavou shodu u obou forem *G. guernei* a *G. bosniacus* v krátkosti endopoditu 3. uropodu, jenž u dospělých *G. bosniacus* dosahuje stěží $^1/_2$ exopoditu. Ale při tom Chevreuxův *G. guernei* má endopodit i u dospělých velmi kratinký (l. c. pg 294, »ramo interiore parvulo«). Tak kratinký nalezneme při *G. bosniacus* jen u mladistvých, nedospělých forem.

Odlišným znakem obou forem jest i výzbroj hřbetu urosomu, která jest u formy *G. guernei* velice mocná u *G. bosniacus* jest však slabá. Chevreux totiž udává pro *G. guernei* pro první článek 6 ostnů, pro druhý 8 ostnů a pro třetí 2 ostny. U *G. bosniacus* však počet ostnů hřbetu urosomu jest značně zredukován jako u *G. pulex*, jak plyne z čísel dříve uvedených.

Z ohromné vzdálenosti míst, na nichž se vyskytuje *G. guernei* a *G. bosniacus* jest evidentní, že nelze souditi na bezprostřední souvislost obou forem a že znak jednočlánkového vedlejšího flagella jest jen znakem konvergentním.

3. *Gammarus spinicaudatus* n. sp.

Oči široké, jako mocný ledvinitý oblouk.

1. a 2. pereiopod opatřen na propoditu i karpopoditu pouze ostny bez dlouhých štětin.

Basipodit 5. pereiopodu tvarově shodný s basipoditem předcházejícím.

Poslední uropod má velmi malé zpeřené štětinky pouze na vnitřní straně exopoditu, slabý endopodit s malými zpeřenými štětinkami při obou krajích.

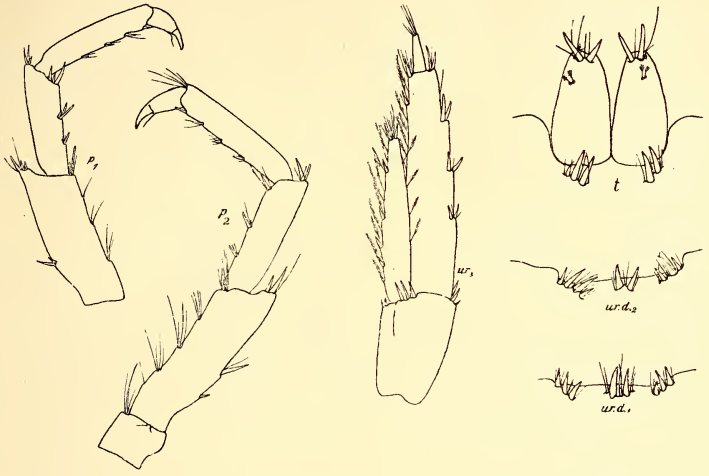
Telson o dlouhých úzkých lalocích.

Tělo mohutné, až 12—15 mm dlouhé. Oči ve tvaru širokého oblouku. Antenny dosahují jen $^1/_3$ délky těla. Gnathopody tvarově obdobné gnathopodům *Gammarus pulex*.

Epimery nižší než u *Gammarus pulex*. Zejména epimer 2. pereiopodu jest krátký a poměrně široký.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Výzbrojí pereiopodu 1. a 2. (obr. 6, $p_{1, 2}$) jsou jedině ostny na vnitřní (respektive zadní) straně propoditu a karpopoditu. Jen tu a tam provázejí je tenké, krátké, nikdy však zpeřené štětiny. Jest to pravý opak poměrů u *Gam. pulex*. Basipodit 5. pereiopodu podobá se basipoditu *Gam. delebecquei* Chevreux (19).



Obr. 6. *Cammarus spinicaudatus* n. sp.:
$p_{1,2}$ pereiopod 1. a 2. × 15; ur_3, 3. uropod × 8; *t* telson s 3. uropodovým segmentem × 20; *u r.* $d._{1,2}$ výzbroj 1. a 2. urop. segmentu × 20.

Postranní rozšířeniny segmentů pleopodových jsou na dolním kraji značně zakřiveny a opatřeny několika ostny.

Poslední uropod (obr. 6, ur_3) jest celý opatřen hojnými ostny. Štíhlý jeho endopodit dosahuje $^2/_3$ délky celého exopoditu a jest opatřen krátkými plovacími (zpeřenými) štětinkami hlavně na svém vnějším okraji. K nim se přidružují ostny. Exopodit jest široký, na vnější straně význačný pouze ostny, na vnitřní pak krátkými, zpeřenými štětinkami. Naproti tomu u *Gam. pulex* jsou zpeřené štětinky na vnějším i vnitřním kraji. — Koncový článek jest neobyčejně malinký, opatřený jen několika krátkými štětinkami.

Segmenty uropodové (obr. 6 *ur.* $d._{1, 2}$, *t*) nesou po 3 skupinách ostnů. Na 1. uropodovém segmentu bývá ve střední skupině 2—6 ostnů. Postranní skupiny obsahují 1—3 ostny.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Při tom dlužno poznamenati, že postranní skupiny ostnů mohou také úplně vymizeti. Obdobné zjevy jsem pozoroval též z různých lokalit českých, moravských, istrijských i balkánských. Postranní skupiny zmizí pak buď úplně neb se přesunou na hřbet a tam pak utvoří jedinou skupinu. Obdobné zjevy možno shledati i u tenkoštětiné výzbroje téhož segmentu u *Gam. balcanicus*. Střední skupina 2. uropodového segmentu nese 2—4 ostny, postranní 2—3 ostny. — Střed 3. uropodového segmentu nese 2 ostny, po stranách pak jsou skupiny po jednom až třech, zřídka po čtyřech ostnech, čehož u *Gam. pulex* nikdy není.

Telson úzký, podobný telsonu *G. bosniacus*.

Forma *Gam. spinicaudatus* byla nalezena Prof. Drem A. Mrázkem na Černé Hoře u Podgorice. Já pak jsem ji zjistil v Dalmacii v řece Krka a to nad jejími vodopády, dále v Hercegovině v řece Buně*) v potoce Radoboljе v Hercegovině, kdež žil na vodních rostlinách spolu s *Gam. pungens f. acarinata*, jakož i v pramenech řeky Bosny u Sarajeva blíže Illidže. Rovněž byla mnou sbírána u obce Kožljak ve studeném, z břidlic vyvěrajícím prameni u jezera Čepičského v Istriji.

U Belmeken ve vysokých Rhopodách v Bulharsku nalezl též Dr. F. Rambousek několik exemplářů *Gam. spinicaudatus* o velmi dlouhých posledních uropodech. Poměr délky jejich basipoditů k délce exopoditů 1 : 3. — Ale obě dvě větve mají jen sporé plovací štětiny a na vnější straně silné ostny, což by upomínalo zase na *Gam. balcanicus*.

Gammarus spinicaudatus blíží se brakickému *G. zaddachi* popsanému Sextonovou (36), jenž Stephensenem (39, 40) jest označován za *G. locusta* var. *zaddachi*. Jen jednou byl uveden, a to z Grönlandu Stephensenem, jako sladkovodní (39, 40).

G. zaddachi odlišuje se od *G. spinicaudatus*, jehož oči jsou širší a spíše tvaru bobovitého, ač ne tak bobovité jako u *G. locusta*.

*) Mohutné exempláře z řeky Buny vyznačují se neobyčejně dlouhými laloky telsonu.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Větve 3. uropodu *G. spinicaudatus* téměř bez tenkých štětin, jež jsou značně redukovány, nikdy však tak dlouhé jako u *G. zaddachi.*

Telson *G. spinicaudatus* nese ostny pouze terminálně, nikdy však tak četně jak je Sextonová (32) kreslí na vnějších krajích ploch telsonových druhu *G. zaddachi.*

Poslední článek urosomu *G. spinicaudatus* nenese nikdy ostnů ve střední skupině, u *G. zaddachi* však jsou i u exemplářů z ústí Labe, i z Randersfjordu vždy přítomny.

Na exemplářích za typické Stephensenem označených jsem nalezl na karpo- a propoditu přece jen delší štětinky a ne tak silné ostny jak na balkánských *spinicaudatus.*

I tělo *G. spinicaudatus* jest úplně zjevu těla sladkovodních Gammarů jsouc robustní a válcovité a nejsouc nijak průhledné, ani sploštělé.

Vezmeme-li tedy v úvahu všechny tyto okolnosti, musíme uznati úplnou samostatnost obou forem. A dále uvažujíce o Stephensenově, »střední formě« z Randersfjordu (39, 40) mezi *G. locusta* forma *typica* a *G. locusta* var. *Zaddachi*, formě to zase brakické, musíme uznati, že máme před sebou celou stupnici forem kdysi téhož původu, ale vlivem různosti prostředí, v němž žijí a dobou pobytu v nich se rozlíšivších. — I jeví se nám následující řada forem: brakická *G. locusta* — brakický i sladkovodní *G. Zaddachi* (Sexton) — *G. locusta* var. *Zaddachi* (Stephensen) — sladkovodní *G. spinicaudatus* mihi — *G. pulex L.* Při tom jest asi *G. pulex* nejstarším kolonistou sladkovodním.

4. *Gammarus konjicensis* n. sp.

Epimer 2. pereiopodu nízký a široký, s rovným dolním krajem.

1. a 2. pereiopod má propodit a karpopodit opatřen ostny.

Prvý uropodový segment bez postranních skupin ostnů a jen na vrcholku jeho hřbetu sedí při zadním kraji 2—3 ostny.

Postranní rozšířenina 2. pleopodového segmentu má ostny nejen při kraji, ale i dále od kraje.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

1. antenny poměrně slabé, s bičíkem 24 článkovým a vedlejším bičíkem 4 článkovým. — 2. antenny opatřeny jsou silným 11 článkovým bičíkem.

Propodit 1. gnathopodu ♂ jest značně trojúhelníkovitý na rozdíl od jiných forem námi popisovaných. — Propodit i 2. gnathopodu má svůj kraj ležící proti daktylopoditu

Obr. 7. *Gammarus konjicensis* n. sp.:
ep_2 epimer 2. pereiopodu × 25; *p.* d_2, postranní deska 2. segmentu pleopodového × 25; *u r.* $s_{1,2}$ výzbroj prvých segmentů uropodových × 30.

dosti značně ukloněn, takže nemá tvar obdélníku, nýbrž zkoseného lichoběžníku.

Propodit a karpopodit 1. a 2. pereiopodu jsou opatřeny jen ostny a nikdy dlouhými štětinkami. — Epimer 2. (obr. 7, ep_2) pereiopodu jest charakteristicky nízký a široký. Rovný dolní kraj jest bez štětinek a jen několik málo jest možno zjistiti při předním rohu, více pak při kraji vystupujícím. Basipodit 3. pereiopodu jest na zad široce rozšířený. Basipodit 5. pereiopodu má s vnitřní plochy 2 dlouhé štětinky ve své proximální části.

Postranní rozšířenina 2. segmentu pleopodového, (obr. 7, pd_2) ostře vybíhající na konci má spodní kraj svůj zakřivený a na ploše své nese blíže dolní zakřivené části několik ostnů.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Naproti tomu rozšířenina 3. pleopodového segmentu jest skoro čtvercovitá, vzadu protažená ve hrot. Ostny jsou pouze při přední části dolního kraje a také ve velmi sporém počtu (zpravidla 2).

1. uropodový segment má svůj (obr. 7., *ur.* s_1) hřbet opatřen jen střední skupinou ostnů (2 — 3), postranní skupiny tuto chybí úplně. Segment 2. nese apikálně vždy jen 2 ostny a po každé straně jest jen 1 osten. Segment 3. má jen po každé straně jeden osten. Jest tedy schema počtu ostnů na těchto segmentech následující:

I. uropodový segment:	0	**2**	0
II. » »	1	**2**	1
III. » »	1	**0**	1.

3. uropod má silný exopodit s velmi malým terminálním článkem. Endopodit jeho převyšuje jen nepatrně polovinu 1. článku exopoditového. Sporé zpeřené štětinky jen na vnitřní straně exopoditu a jen řídce po obou stranách endopoditu.

Telson s úzkými dlouhými laloky, opatřenými při konci 2 ostny.

Popsaná forma žije v Hercegovině blíže Konjice v potoce Bjela ústícím do Neretvy na pravém jejím břehu.

Nalezl jsem ji roku 1907.

Z popisu jest patrno, že v poměrech svých končetin upomíná na *Gam. spinicaudatus*, ač od tohoto se liší hned tvarem propoditů gnathopodových. Ve výzbroji však hřbetu segmentů uropodových až na prvý, odpovídá typickému *Gam. pulex* L, s nímž však jiné shody nemá. Skrovnost výzbroje ve skupinách ostnů těchto segmentů jest u Gammarů z balkánských lokalit velmi řídká a pro formu *G. konjicensis* jest zvláště ta okolnost charakteristickou, že na 1. segmentu se místo nevyvinutých ostnů nevytvořily alespoň tenké štětinky jako to nalezneme u *Gam. balcanicus*.

Přehlédneme-li všechny 3 právě popsané formy: *Gam. spinicaudatus, G. balcanicus a Gam. konjicensis*, vidíme, že se ve svých znacích blíží formám *Gam. pulex, Gam. dele-*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

becquei, *Gam. duebenii*, a že s nimi tvoří společný kruh. — *Gam. spinicaudatus* upomíná i na *Gam. locusta*, a myslím, že není příliš daleko pravdy hypothesa, že si obě tyto formy jsou blízce příbuzné a že *Gam. spinicaudatus* jest nejbližším sladkovodním potomkem *Gam. locusta*. Pro to svědčí též blízkost lokalit obou uvedených druhů.

Analogii toho máme na severu. Vezmeme-li si jen obrazy G. O. Sarsovy (26) monografie »Crustacea of Norway« a srovnáváme *G. locusta* s *Gam. duebenii*, jest nám ihned jasna blízká příbuznost obou forem. Při tom *G. locusta* jest v Norsku formou litorální a sublitorální, tedy ještě čistě mořskou. *Gam. duebenii* však jest formou již brakickou, o němž Sars výslovně pznamenává: »but I have never observed it freely in the sea« (l. c. str. 502).

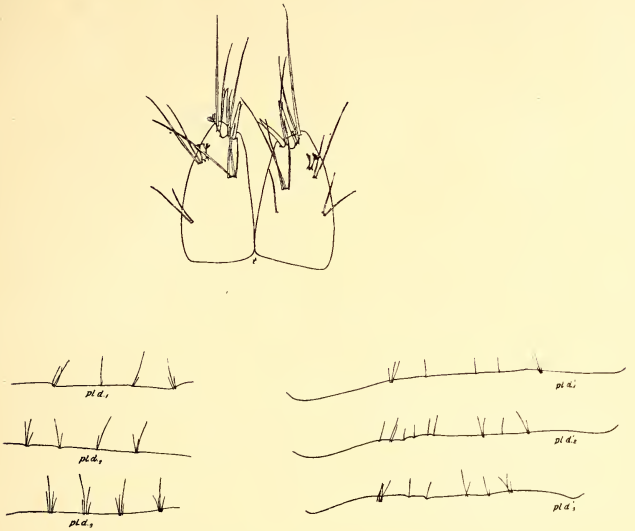
Gam. locusta nalezl prof. Mrázek v brakické vodě u Dulcigna a v Zogajsko-Blato. Jest tedy jižní *Gam. locusta* formou, která se také již přizpůsobuje sladkému živlu.

Při studiu této skupiny forem nám mimoděk zatane na mysli podobnost forem rodu *Gammarus* ze sladké vody evropské s americkými sladkovodními formami, jako *G. fasciatus*, *purpurascens*, *limnaeus*, *propinquus*, jak je popisuje Ada L. Weckel (47). Ale, při bližším uvážení znaků severoamerických forem, vidíme, že i tam jsou mnohé znaky výsledkem adaptace a že Gammaridea severoamerická žijící v obdobných fysikálních podmínkách jako naše budou na sebe ponenáhlu bráti řadu shodných znaků a odtud se béře ona shoda v podobnosti byť i ne úplná, přece však jen nápadná.

Vytkl jsem již dříve, že vymizení některých postranních skupin trnů jest abnormální a neobyčejně řídké a vzácné u *G. pulex*, *spinicaudatus* i *bosniacus*. Ale u *Gam. konjicensis* tento (vymizení postranních ostnů) jinde recessivní znak je fixován jako dominantní, i stal se pevným. Že asi určité životní podmínky, které tento znak vyvolávají neb podporují, jsou právě na lokalitě konjické, jest na bíle dni. — Považuji totiž výskyt postranních skupin na uropodových segmentech za primární, vymizení jeho však za sekundární, čili za znak získaný. Ale tam, kde podmínky nehovějí tomuto zmizení, bude zase v potomstvu potlačen, kde jest podmínkami životními podporován, jest

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

udržen. A tak jest srovnání naše krásným dokladem, jak životní podmínky nově se vyskytnuvší znak upevní a učiní jej tak charakteristickým znakem druhovým, čili máme zde názorný příklad vznikání znaků druhových.



Obr. 8. *Gammarus komáreki* n. sp.:
*pl. d.*1–3 výzbroj hřbetu pleopodových segmentů u individuí z Čamköi × 35; *pl. d.*1–3 výzbroj týchž segmentů u individuí ze Slivenu × 35; *t* telson × 40.

5. *Gammarus komáreki* n. sp.

(Tab. I. obr. 8, $8a_{1,2}$ $8p_{1,2}$).

Oči poloměsíčité.

2. antenna a 1. a 2. pereiopod hlavně u samečka opatřeny dlouhými bičíkovitými štětinami. U samičky tyto štětiny nezkadeřené.

Epimery 1.—4. thorakálního segmentu nízké.

Basipodity 3.—5. pereiopodu široké.

Postranní rozšířeniny pleopodových segmentů čtvercových, na konci zašpičatělé.

3. uropod má dlouhé větve.

Dvojlaločný telson silně ozbrojen dlouhými štětinami.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

1.—3. segment abdominalní nese ponejvíce po 4 štětečcích tenkých štětinek.

Inkubační lamelly široké, typu *pulex*.

Nepříliš štíhlé tělo měří u ♂ 8—10 mm, u ♀ 6—8 mm.

Černé oko jest široké, poloměsíčité, upomínající na oko *Gam. pulex*.

První 3 abdominální segmenty (pleopodové) mají u exemplářů z Čamköi (obr. 8, *pl.* d_{1-3}) na zadním kraji po 4 skupinách tenkých štětinek, jichž bývá v každé po dvou neb nejvýše po čtyřech. — Na 1. a 2. segmentu abdominálním jest po každé straně po jednom štětečku o 3 štětinkách a uprostřed jsou 2 štětečky po 2 štětinkách. 3. segment abdominální má v každém štětečku po 4 štětinkách. Exemplář ze Slivenu (obr. 8. *pl.* d'_{1-3}) mají více jednotlivých štětinek, při čemž je vždy zřetelná tendence vytvořiti 4 skupiny. Tyto štětinky jsou již při slabém zvětšení nápadné, ano jest možno je pozorovati i pouhým okem.

Tímto znakem blíží se druhu *Gam. syriacus* (Chevreux), o němž Chevreux (17) praví: »le bord dorsal postérieure de ces segments*) porte quelques soies raides,«

V ozbrojení posledních 3 segmentů abdominálních souhlasí s *Gam. pulex*.

Obě antenny jsou dosti krátké a slabé. — První (Tab. I. $8a_1$) z nich dosahuje sotva $^1/_3$ délky těla. Flagellum 20—25článkové, vedlejší flagellum 4článkové. — Druhá antenna (Tab. I, $8a_2$) má flagellum 10—12článkové. Toto i poslední a předposlední článek basální jsou opatřeny u samečků četnými zkadeřenými štětinkami, hotovými to bičíky, snad významu smyslového. Tím nabývá celá antenna zcela zvláštního kartáčovitého vzezření. Čím starší individuum, tím hustší jsou tyto kartáčky a tím delší zmíněné bičíkovité štětinky. Obdobné zjevy nalézáme u *Gam. chevreuxi* (Sexton 34), *Gam. simoni* (Chevreux) (16), *Gam. sowinskii* (Behning) (2).

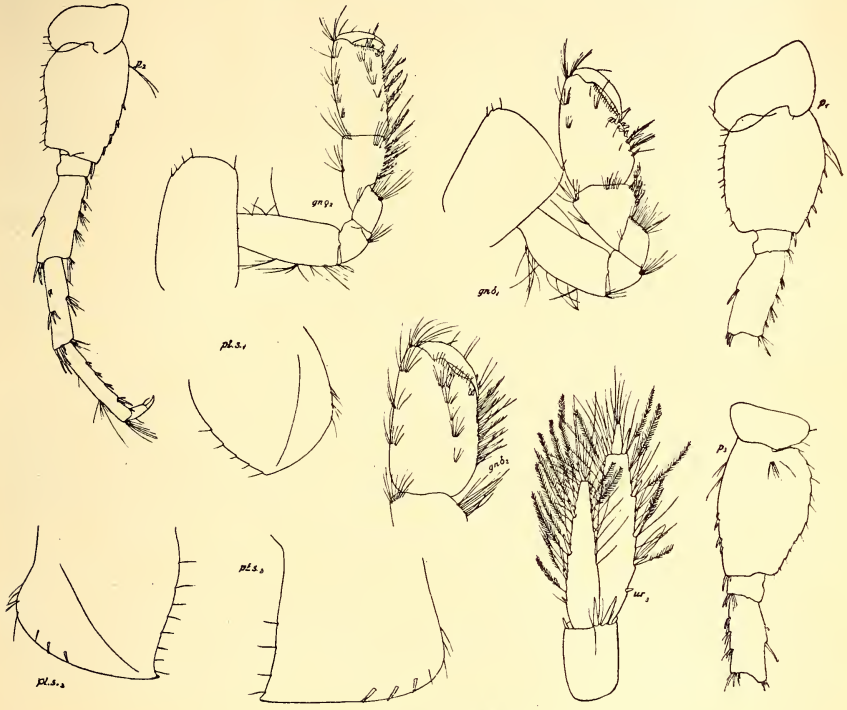
2. antenny samiček nemají sice oněch zkadeřených štětinek, ale přes to vyznačují se celými kartáčky dlouhých,

*) Značí první 3 segmenty abdominální.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

spíše rigidních štětinek, takže rozdíl ve výzbroji anten obou pohlaví není tak nápadný.

Propodity gnathopodové (obr. 9, *gn* ♀$_2$, *gn* ♂$_{1,2}$) nejeví sexuelního dimorfismu a podobají se propoditu 2. gnathopodů druhu *Gam. pulex*. Propodit pak 2. gnathopodu jest



Obr. 9. *Gammarus komáreki* n. sp.:
gn ♀$_2$ 2. gnathopod ♀ × 18; *gn* ♂ $_{1,2}$ 1. a 2. gnathopod ♂ × 18; *pl.* s $_{,2,3}$ postranní rozšířeniny 1.—3. pleopodového segmentu × 20; $p_{1,2}$ periopod 3. a 4. × 25; p_3 periopod 5. s vnitřní strany × 25; ur_3 uropod × 20.

zvláště dlouhý. Karpopodit i meropodit prvých 2 pereiopodů nesou dlouhé štětiny, z nichž mnohé jsou úplně stejného zjevu jako bičíkovité štětinky na 2. antenně. — Basipodity 3.—5. pereiopodu (obr. 9, $p_{1,2,3}$) jsou všechny na zad rozšířeny, dle čehož můžeme *Gam. komáreki* ihned rozeznati od *Gam. pulex*. Basipodit 3. páru jest obzvláště široký a má tvar obdélníka. Basipodit 4. páru jest na rozšířenině uprostřed mírně vykrojen a basipodit 5. páru jest tvaru vejčitého. Výzbroj meropoditu 3. a 4. pereiopodu jest složena

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

z tenkých štětinek, kdežto stejné články posledního perciopodu mají typické ostny.

Postranní rozšířeniny pleopodových segmentů (obr. 9, *pl. s.* 1–3) jsou čtvercovité a jen na zadním rohu zašpičatělé. 2. a 3. rozšířenina má sporé ostny.

Poslední uropod (obr. 9, ur_3) jest dvojvětevný, při čemž endopodit dosahuje $^4/_5$ délky exopoditu. Oba nesou dlouhé zpeřené štětinky, ale nenesou žádných dlouhých zkadeřených štětin jako jest tomu u *Gam. chevreuxi* (Sexton).

Telson (obr. 8. *t*) má 2 spíše delší než širší laloky, jež mají jen na konci po 2 ostnech s hojnými dlouhými tenkými štětinami. Smyslové štětečky jsou na obvyklých a pro rod *Gammarus* charakteristických místech.

Inkubační lamelly jsou typu lamell *Gam. pulex*, neboť jsou široké, lopatovitě rozšířené (obr. 10, m_1—$_4$).

Tento nový druh byl nalezen v Bulharsku Drem Jul. Komárkem a Drem Frt. Rambouskem, a sice nejprve byl objeven Drem Rambouskem u Slivenu v horském potoku na Kužbonaru v Balkánském pohoří. Místo to patří do úvodí řeky Marice. Dále jej zjistil týž badatel u Belova. — Dr. Komárek sbíral týž druh v potoce ústícím do Marice u Monastyru Čamköi a i v pramenech na dvoře téhož kláštera. K poctě tohoto pilného zoogeografa Dra J. Komárka dovoluji si označiti nový druh jménem *Gammarus komáreki* n. sp.

Systematické postavení a příbuzenské vztahy *G. komáreki*:

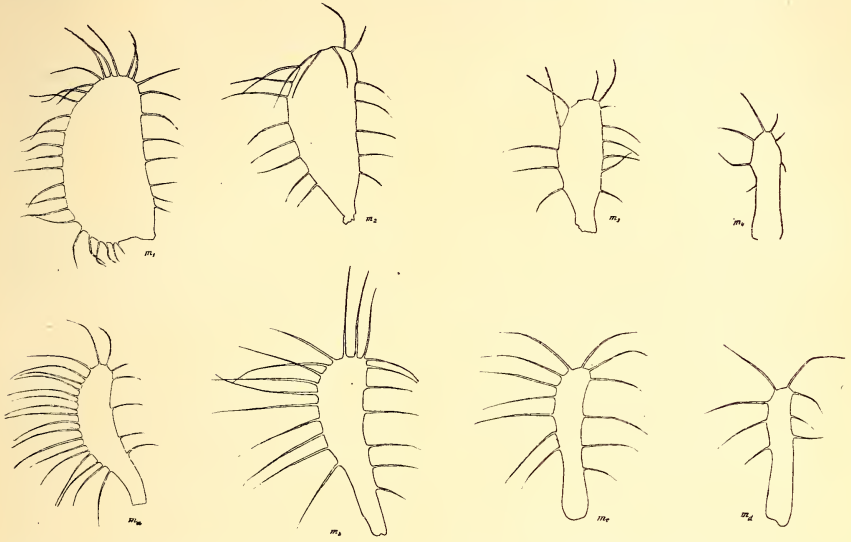
Chceme-li zařaditi *Gam. komáreki* do řady různých specií rodu *Gammarus* shledáme, že má sice některé znaky upomínající na *Gam. pulex*, jakož i na *Gam. syriacus* (Chevreux), ale že také nechybí znaků upomínajících na *Gam. sowinskii* (Behning) a *G. simoni* (Chevreux).

Hleďme si nejprve ujasniti tyto značně spletité vztahy:

Hojné bičíkovité štětinky na antennách, svazečky štětinek na 1.—3. pleopodovém segmentu, tvar gnathopodů i pereiopodů, úprava telsonu i posledního uropodu, to vše jsou znaky odkazující ke *Gam. syriacus*. — Naproti tomu výzbroj

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

2. antenny, krátké ostny na propoditech 1. a 2. pereiopodu, bičíková výzbroj carpo- a meropoditů prvých 2 pereiopodů, výzbroj meropoditů 4. a 5. pereiopodu, telsonu a tvar epimeru 1. gnathopodu dokazují absolutní samostatnost našeho nového druhu. — Znak bičíků na 2. antenně jest také znakem *Gam. sowinskii**), jenž byl popsán Behningem z Dněpru u Kyjeva.



Obr. 10. *Gammarus komáreki* n. sp. ♀ m_{1-4} inkubační lamelly 2.—5. thorakálního segmentu × 25;
Gammarus Chevreuxi (Sexton) ♀ *m* a—d inkubační lamelly × 25.

Gam. simoni a *Gam. sowinskii* stojí si vzájemně blízko, i jest jen litovati, že Behning neuvádí ve své práci hřbetní výzbroj prvých 3 abdominálních segmentů, takže si není možno v této věci učiniti jasný úsudek.

Nejnápadnější jest však shoda v některých znacích *Gam. komáreki* mihi s *Gam. chevreuxi* (Sexton). O shodě této nemohl jsem se dlouho přesvědčiti, neboť byla mi drahný čas nedostupnou originální práce E. W. Sextonové (34), již poprvé jsem dostal do ruky loni (1921) v universitní knihovně

*) Deržavin soudí (viz práci Deržavin, Deksbach Lepneva: Kaspické elementy v basinu Volhy v Memoires de la Societé des Naturalistes de Jaroslawl T. III., Livraison I, 1922), že tento *G. sowinskii* popsaný Behningem není ničím jiným, než *Gam. ischnus* popsaný Stebbingem.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kodaňské a letošního roku (1922) laskavostí uvedené autorky, slečny Dr. E. W. Sextonové z Plymouthu, dostalo se mi jak několika exemplářů *Gam. chevreuxi* v lihu, tak i dalších jejích publikací, jednajících o tomto zajímavém druhu, za což této anglické badatelce vzdávám svůj srdečný dík.

Srovnáme-li náš nový druh *Gam. komáreki* a *Gam. chevreuxi*, shledáme následující shody a rozdíly:

Gam. chevreuxi:	*Gam. komáreki:*
Tělo táhlé, spíše průsvitné.	Těla spíše zavalitého, neprůsvitného, i u zcela dospělých slabší a kratší předešlého.
Nápadný rozdíl ve velikostech ♂ a ♀	Rozdíl ve velikostech ♂ a ♀ není tak nápadný.
Oči podlouhlé, úzce ledvinité upomínající spíše na oči *G. locusta*.	Oči poloměsíčité, široké.
Samčí antenny 2. páru opatřeny dlouhými, zkadeřenými štětinkami.	Samčí antenny 2. páru opatřeny dlouhými, zkadeřenými štětinkami.
Antenny 2. páru samiček slabé, na bičících jen s krátkými štětinkami.	Antenny 2. páru samiček dosti silné, s velmi dlouhými, rovnými štětinkami. Chybí zde toliko bičíkovité, spirálně kroucené štětinky.
Výzbroj všech thorakálních nohou ♀ slabá a sporá.	Výzbroj thorakálních nohou ♀ sice slabší než u ♂, ale daleko větší než u *Gam. chevreuxi*.
Basipodit 5. thorakální nohy s řadami štětinek na vnitřní ploše.	Štětinky na vnitřní ploše basipoditu 5. thorakální nohy redukovány na jedinou, chudou proximálně stojící skupinu.
Inkubační lamelly (obr. 10, m_{a-d}) úzké, lamella 3. a 4. poměrně dlouhé, všechny s dlouhými třásněmi.	Inkubační lamelly (obr. 10, m_{1-4}) široké, typu lamell *G. pulex*, poslední 2 poměrně krátké.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. uropod ♂ s dlouhými, vlnitými štětinkami.	3. uropod ♂ bez dlouhých, vlnitých štětinek.
Hřbet uropodových segmentů vyzbrojen dle následující formule:	Hřbet uropodových segmentů vyzbrojen dle následující formule:
I. 2 2 2	I. 1 2 1
II. 2 2 2	II. 1 2 1
III. (2)3 2(!) 3(2)	III. 1 0(!) 1
Telson s trny při vnější straně laloků.	Telson bez trnů při vnější straně laloků a místo těchto pouze skupiny dlouhých, tenkých štětinek.

Z uvedeného tedy vidno, že ač je zde očividná shoda v tak nápadném znaku jako jsou mohutné kartáčky na tykadlech, jsou přece jen ostatní znaky obou uvedených druhů tak různé, že nemůžeme se vysloviti pro příbuzenství obou. I nutno tento nápadný znak zkadeřených štětin na 2. antennách a prvních pereiopodech označiti za znak vzniklý konvergencí vyvolaný as nějakými obdobnými podmínkami životními, kterými, nelze mi dnes ještě rozhodnouti i ponechávám si otázku tuto pro budoucno otevřenu.

S bezpečností však lze říci, že náš sladkovodní *Gam. komáreki* patří do kruhu již starého druhu *Gam. pulex*, a to do blízkého příbuzenstva *Gam. syriacus*, kdežto brakický *Gam. chevreuxi* bude jistě formou mnohem mladší z marinní skupiny *Gam. locusta* (ač inkubační lamelly má úzké jako *G. pungens*), která jest schopna značného pozměňování za změněných podmínek životních, jak to dobře i jinde vidíme na řadě *Carinogammarus pungentiformis* (mihi) — *Gammarus pungens*. M. Edw.*)

Uvážíme-li pak všechny uvedené vztahy, vysvítá nám značný stupeň příbuznosti *Gam. komáreki* s *Gam. syriacus*

*) Tak jistě tomu také asi bude u forem z úvodí řek jihoruských, jak je uvádí Deržavin, Deksbach a Lepneva, ve své ruské práci Kaspické elementy v bassinu Volhy v Recherches hydrobiologiques dans le gouvernement de Jaroslawl en 1914 ve sbírce Memoires de Société des Naturalistes de Jaroslawl T. III. Livraison I. 1921, kteří udávají jako marinní zástupce v řece Volze *Gam. abbreviatus* (G. O. Sars), *Gam. macrurus* (G. O. Sars), *Gam. Sarsii* (Sow.), *Gam. platycheir* (G. O.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

v kruhu skupiny *pulex*. I musíme si položiti otázku, jak tyto druhy vznikly. Odpověď bez výhrady jest ovšem velmi těžká. Ale zjistil jsem za svých studií o marinních a sladkovodních Amphipodech, že *Gam. pulex* jest potomkem *Gam. locusta*. Ač *Gam. syriacus* a *Gam. komáreki* upomínají rovněž na *Gam. pulex*, jest nesnadno říci, zda oba povstali z *Gam. pulex*, či jsou jinou větví přímo odštěpenou od některého společného předka, snad od *Gam. locusta*. Pak jest další otázka, zda oba tyto druhy vznikly na témže místě monotopicky či polytopicky; zda totiž oba zástupci vznikli dříve než ještě moře oddělovalo Malou Asii od Evropy, takže pak v tomto případě by mohli býti přímými příbuznými; a konečně nemůžeme ani vyloučiti možnosti, že snad vznikli až po oddělení Malé Asie od Evropy a že jen životem za stejných podmínek vyvinuly se shodné konvergentní znaky?

Otázky tyto bude možno řešiti až bude důkladněji zoologicky prozkoumán Balkán, Malá Asie i Syrie.

Budou-li zástupci rodu *Gammarus* z dalších nálezů vesměs blízcí *Gam. syriacus* i *Gam. komáreki*, pak budeme moci spíše postulovati původ monotopický, jejich bezprostřední souvislost.

6. *Gammarus pungens* M. Edwards.

Před časem obdržel jsem od Prof, Dra F. Vejdovského 10 Gammaridů, které mu zaslal Prof. Della Valle jako *Gam. pungens* z Modeny.

Druh *Gam. pungens* M. Edw. byl dosud zrychla odbyt v dosavadní literatuře a obrázky znázorňující jeho organisaci jsou velmi skrovné.

Proto chci v následujícím uvésti řídké ony zmínky, jež doplním svými pozorováními a vyobrazeními, aby se tak usnadnilo příští určení této specie.

Milne Edwards, (8) jenž prvý popsal druh *G. pungens*.

Sars), *Gam. ischnus* (Stebb.), *Dikerogammarus haemobaphes* (Eichw.) *Gam. ischnus* (Stebb.) a z řeky Kamy uvádějí rovněž *Dikerogammarus haemobaphes* (Eichw.) a *Gam. Sarsii* (Sow.), při čemž podotýkají, že *Dikerogammarus haemobaphes* spolu s *Gam. Sarsii* jsou formy, které překročily i transgressi někdejšího moře Kaspického a vnikly, jakož i dle mého náhledu asi ještě i dnes dále vnikají výše do toku jmenovaných řek.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

i zařadil jej do nejbližšího příbuzenstva *G. Olivi* (M. Edw.) a aby bylo možno obě specie odlišiti udává: »mais ayant le petite appendice terminal de dernières fausses pates toutes-à-fait rudimentaire, est le grand appendice très-poilu et à peine épineux.«

Sp. Bate, (1), jenž přejímá pro *Gam. pungens* diagnosu M. Edwardsovu činí dokonce poznámku (str. 217) »This species appears closely to resemble a *Niphargus*.« Že není žádné podobnosti, ani příbuzenstva obou, nechci zde zvlášť dokazovati, neboť věc jest naprosto samozřejmou.

Della Valle (5) považuje jej sice za varietu *Gam. pulex*: »cio è nella var. di *Gam. pulex*, che va sotto il nome di *Gam. pungens* (str. 277.) Ale přece je charakterisuje: »Piedi codali posteriori col ramo interno rudimentale« a vyobrazuje telson s posledním uropodem v citované monografii »Gammarini dei Golfo di Napoli.«

Že jej za dobrý druh nepovažuje ani A. Garbini (9), uvádím v jiném pojednání.(32, 33.)

T. R. R. Stebbing, (37), podržuje však *Gam. pungens* jako dobrý druh a stotožňuje jej s *Gam. Veneris* (Heller). Heller (13) však udává pro svůj druh: »oculi parvi, reniformes«, k čemuž opačně praví Chevreux (17): »Les yeux, grands et reniformes chez G. Veneris.«

U všech Modenských exemplářů jsou oči opravdu veliké, ba skoro větší než je Chevreux (17) vyobrazuje pro *G. Veneris*. Oči při basi 1. antenny jsou typicky ledvinité.

Při pozorném prohlížení hřbetu se strany shledáme, že rovná linie jeho je porušena obloukem na posledním pleopodovém segmentu a že segment ten se zdá se stran lehce smáčknut. Smáčknutí to však není kýlem (carinou), jež jest charakteristikem rodu *Carinogammarus*. I budeme pro náběh ku vytvoření kýlu klásti *Gam. pungens* ne do rodu, ale blízko rodu *Carinogammarus*, jak o tom jinde pojednám obšírněji.

Propodity gnathopodů ♂ (obr. 11. *gn* $\sigma_{1,2}$) jsou široké, s bohatou štětinovou výzbrojí, a propodit 1. gnathopodu není nikdy protáhle trojúhelníkovitý jako jest tomu u *Gam. pulex*.

Propodity a karpopodity 1. a 2. pereiopodu mají ne sice příliš dlouhé, ale husté, tenké štětinky.

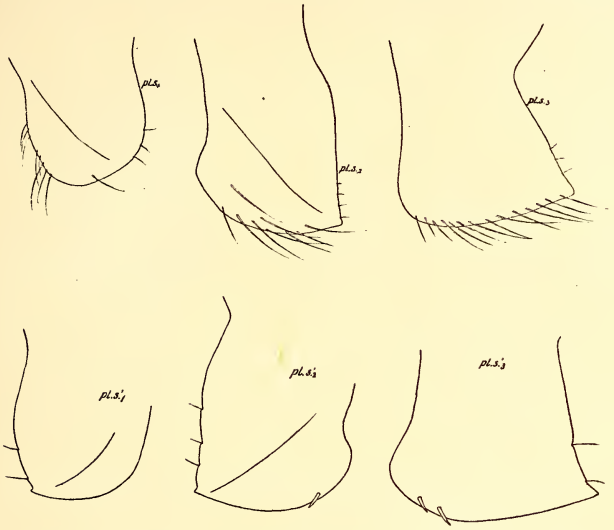
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Obr. 11. *Gammarus pungens* M. Fdw. forma *carinata:* *gn* ♂1, 2 1. a 2. gnathopod ♂ × 8; *gn* ♀1, 2 tytéž ♀ × 10; *p*3 5 pereiopod 3.—5. ♂ × 8. *Gammarus pungéns* forma *acarinata:* *p'*5 pereiopod 5. s vnitřní strany × 10.

I 3. — 5. pereiopod (obr. 11, *p*3-5) nese na svých článcích s dostatek dlouhých, tenkých štětinek. Propodity všech

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

pereiopodů jsou úzké. — Basipodit 3. pereiopodu jest nejširší, skoro tvaru pravoúhelníka, jenž v distálním zadním rohu jest mírně protažen, nikdy však nevybíhá v ostrou špičku. Štětiny sedící při zadním kraji jsou dosti krátké. — Basipodit 4. pereiopodu se distálně úží, takže v optickém řezu možno jej označiti za hruškovitý. Zadní jeho okraj nese dlou-



Obr. 12. *Gammarus pungens* M. Edw. forma *carinata* z *Modeny:*
pl. s1–3 postranní rozšíreniny 1.—2. segmentu pleopod. × 12.
G. pungens forma *acarinata* n. f. *pl.* s'1–3 dtto × 20.

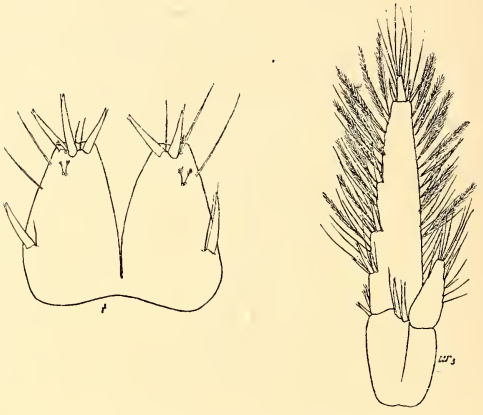
hé, tenké štětiny, nejdelší v prostředních partiích. Též vnitřní plocha jest opatřena dlouhými štětinami ve skupinách po 2 až 3.

Epimery vyznačují se ve svých zadních partiích dlouhými štětinami.

Postranní rozšíreniny 1. pleopodových segmentů jsou okrouhlé, při svém kraji i na plochách opatřeny dlouhými štětinami. — Tytéž rozšíreniny 2. pleopodového segmentu mají (obr. 12, *pl.* s_2) obloukovitě prohnutý dolní kraj a jsou pokryty dlouhými, tenkými štětinkami. — Dolní kraj desky 3. pleopodového segmentu (obr. 12, *pl.* s_3) jest rovný, a opatřený hojnými štětinami při spodní části plochy; všechny tyto štětiny sedí v jedné řadě.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. uropod (obr. 13, *ur*$_3$) má podélný basální článek. Exopodit jeho jest široký a dlouhý, s apikálním konickým článkem. Kraje celého exopoditu jsou na zevnější i vnitřní straně opatřeny více méně hojnými zpeřenými štětinkami. Endopodit dosahuje pouze $^1/_3$ délky prvého článku exopoditu Jest úzký a končí jediným apikálním ostnem. Vyobrazení Della Vallovo (5, Tav. 24, Fig. 35) zobrazující velmi sporé



Obr. 13. *Gammarus pungens* z Modeny:
t telson × 27; *ur*$_3$ 3. uropod × 20.

plovací štětinky na 3. uropodu pochází buď od ♀ neb od juvenilního individua.

Telson (obr. 13, *t*) má laloky vejčité široké a až k basi vzájemně oddělené. Apikálně 2—3 ostny, případně jest osten na ploše v proximální třetině.

Vyskytuje se v Italii, Sicilii, Syrii, na Cypru, v Istrii (Timavo, Lovrana), Dalmacii i Černomoří (Varna legit Dr. Rambousek).

Bližší údaje o zeměpisném rozšíření a příbuzenských vztazích budou uvedeny v části zoogeografické.

Exempláře *Gam. pungens* z Vranského jezera v Dalmacii a z lokalit hercegovských se poněkud liší od uvedeného popisu provedeného dle exemplářů z Modeny.

Vnitřní plocha basipoditů 4.—5. pereiopodu jest bez

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dlouhých štětin (obr. 11, p_5), které jsou pro modenské exempláře tak charakteristické. Jen basipodit 6. pereiopodu nese skrovný počet štětinek na vnitřní ploše.

Postranní rozšířenina 1. abdom. segmentu (obr. 12, *pl.* s'_1) jest buď zcela hladká, neb s 1—3 ostny, táž rozšířenina 3. abdominálního segmentu (obr. 12, *pl.* s'_3) má z předu tenké štětiny při dolním kraji, jimž následuje několik krátkých ostnů.

Na hřbetě pleopodových segmentů nelze znamenati ani nejmenšího kýlu, ani smáčknutí se stran. Příčný řez pleopodovými segmenty dává obraz hladkého, nikterak lomeného oblouku.

Dle uvedených znaků míním, že není zbytečno rozděliti druh *Gam. pungens* ve 2 formy. Prvou z Modeny popsanou bych označil pro náběh k vytvoření kýlu jako

Gammarus pungens forma *carinata*,

a druhou bez jakéhokoliv náběhu k vytvoření kýlu

Gammarus pungens forma *acarinata*.

7. *Gammarus pulex* L.

V celém materiále z mediterranní oblasti nenalezl jsem ani jediného typického individua druhu *Gam. pulex L.* tak vyvinutého jak je ze severu popisuje G. O. Sars. Hlavně byli odchylni ve výzbroji hřbetu uropodových segmentů.

Prof. Dr. Al. Mrázek přivezl z Černé Hory z jezera Poščensko a Bukomirsko exempláře blížící se tvarem i výzbrojí končetin nejvíce *Gam. pulex*. V Poščensko jezero jsou na vodních rostlinách v zátokách drobné exempláře; za to však v čisté, velmi studené vodě jezera Bukomirského žijí na kamenitém břehu bez rostlin individua velmi silného těla. V úpravě uropodových segmentů vidíme zmnožení ostnů proti *Gam. pulex*, neboť nejčastěji jsou následující schemata počtu těchto ostnů pro:

Bukomirsko jezero:				Poščensko jezero:		
I.	segm.	1	2	1	1	2	1
II.	»	2	2	2	2	2	2
III.	»	2	0	2	1	0	1

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pokud se týče úpravy těla a media, v němž žijí, máme analogii v řece Buně, v jejím zdroji totiž žijí na vodních rostlinách drobní *Gam. pungens*, opatření dlouze štětinatými uropody ke kormidlování i případně ke plování. Dále v toku řeky žijí při břehu mezi kamením velcí *Gam. spinicaudatus* bez zpeřených štětin na 3. uropodu.

Soudím tedy, že úprava těla obojích jest značně závislou na prostředí, v němž žijí. Neboť individua drobného těla se snadno protáhnou mezi stonky a listy vodních rostlin, což by se mohutným exemplářům špatně dařilo. — Dále tam, kde se jedná o skutečné plování v klidné vodě, zejména ve větších nádržích, mají dokonale vyvinuty dlouzeštětinaté uropody, jako apparát kormidlovací a plovací. V prudce tekoucích vodách nutně mizí dlouhá, tenká výzbroj 3. uropodu a mění se ve výzbroj ostnitou nutnou k lezení po dně.

Též Dr. J. Komárek nalezl v oblasti Egejského moře u Badomy blíže Dedeagače zástupce rodu *Gammarus*, jenž nejblíže jest druhu *Gam. pulex*. Místo ono jest v prudce tekoucí řece, přímo do moře ústící — a v údolí velmi teplém, otevřeném na jih (viz mapu obr. 31.).

Ale přes to i tato forma vykazuje odchylky od typického *Gam. pulex* ve výzbroji uropodových segmentů, jak jest patrno z následujících čísel ostnů na hřbetě uropodů:

1	2	1	1	2	1	2	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1
2	2	2	1	2	1	2	2	2	1	2	1	3	2	2	3	2	3	1	2	1
2	0	2	2	0	2	2	0	2	3	0	2	2	0	2	2	0	2	1	0	1
V 8 příp.			Ve 4 př.			V 1 příp.			V 1 příp.			V 1 příp.			V 1 příp.			V 1 příp.		

Jak přehled ukazuje jest tato forma uprostřed mezi *Gam. pulex* a *Gam. spinicaudatus* z úvodí adriatického. — Poměry tyto podporují dříve již vyslovený názor, že snad *Gam. pulex* jest potomkem *Gam. locusta*, jež opatřena jest mnohými ostny na segmentech uropodových. Naproti tomu výzbroj prvých 2 pereiopodů a posledního uropodu mluví silně pro *Gam. pulex*, jenž rovněž má vysoké epimery.

Telson ve svém výzbroji upomíná na *Gam. balcanicus*.

Na různých zástupcích rodu *Gammarus* vidíme, že různost velikosti těla i výzbroje jest podmiňována zevnějšími

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

podmínkami, a že děje se tak vždy v mezích toho kterého druhu, jehož charakter stále podržuje. Ale i tu, po srovnání většího počtu individuí z téže lokality, můžeme snadno říci, je-li ten adaptivní znak, který na lokalitě získala konstantní neb jen fluktuující, což umožňuje nám posouditi oprávněnost toho neb onoho druhu.

B. Rod Carinogammarus Stebing

obsahuje skupinu forem význačných kýlem na hřbetě. Tento kýl vybíhá i někdy v trny.

Měl jsem příležitost prostudovati 6 forem tohoto rodu, z nichž 4 jsou nové.

1. *Carinogammarus triacanthus n. sp.*

(Tab. I, obr. 1.)

Oči veliké ledvinité.

Jen pleopodové segmenty protaženy v trny Uropodové segmenty na hřbetě s vyvýšeninami.

1. a 2. uropodový segment vyznačený zdvihajícím se kýlem.

Těla zavalitého, délky 6 mm.

Oči veliké, ledvinité.

Všechny segmenty thorakální hladké beze stopy po kýlu, i po jakémkoliv prodloužení na zad, avšak pleopodové segmenty všechny opatřeny mohutnými trny.

Uropodové segmenty mají kýl zvlášť charakteristicky stavěný v podobě vyvýšenin, při jichž vrcholku jsou 2 ostny, při dolejšku vyvýšeniny jest po každé straně po 1 ostnu.

Ve výzbroji okončin souhlasí druh s *Carinogammarus roeselii*, a jest v tomto směru dlužno jen něco vytknouti. 1. a 2. pereipod však má mnohem bohatší výběr tenkých štětin, než má týž pereipod *C. roeselii* (obr. 14, p_2).

2. antenna jest pokryta dlouhými tenkými štětinami. 1. a 2. rozšířenina pleopodových segmentů (obr. 14, *p.* $s_{2,3}$) nese při dolním okraji jen tenké štětiny. 3. nese ve středních partiích silné ostny.

Jinak má *C. triacanthus* vztahy ke druhu *C. argaeus*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(Vávra). Liší se však od něj většíma očima, jejich postavením i tvarem. Dále silně štětinami krytou 2. antennou a mohutným kýlem i na uropodových segmentech, jejž však nelze znamenati u *C. argaeus*, jakož i úpravu posledních uropodů. Tyto jsou u druhu *C. triacanthus* (obr. 15, ur_3) opatřeny

Obr. 14. *Carinogammarus triacanthus* n. sp.: p_2 pereiopod 2. × 17; *p.* s_{2-3} postranní rozšířenina 2. a 3. pleopodového segmentu × 15.

hojnými zpeřenými štětinami, kdežto u *C. argaeus* jsou na něm jen četné ostny, jež značně zatlačují slabé zpeřené štětiny.

C. triacanthus žije v jezeře Skadarském kdež jej nalezl Prof. Dr. A. Mrázek (viz mapu obr. 30.).

O organisaci a oprávněnosti uvedených dvou druhů (*C. roeselii* a *C. argaeus*) příbuzných formě skaderské *C. triacanthus* bude pověděno dále v této i ve druhé části tohoto pojednání.

---

2. *Carinogammarus Roeselii* (Gerv).

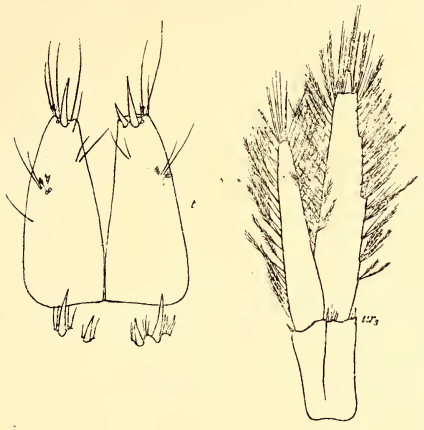
(Tab. I. obr. 2.)

Jest charakterisován kýlem vybíhajícím v trny na posledním segmentu thorakálním a všech segmentech pleopodových.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Poměry našeho druhu jsem studoval na materiálu nasbíraném u Třebíče na Moravě a mně předaném Drem. J. Švábeníkem.

Všechny moravské exempláře téměř souhlasí se Stebbingovým popisem ve sbírce Tierreich (37). Než však nutno přece jen vytknouti, že poměry posledního uropodu jsou zcela jiné, než jak je udává Stebbing. Praví totiž ve



Obr. 15. *Carinogammarus triacanthus* n. sp.: *t* telson × 40; ur_3 3. uropod × 15.

svých Gammaridea (str. 506): »Uropod 3 probably as in C. caspius (p. 504)«, a na této uvedené stránce čteme pro *C. caspius* následující: »inner ramus scale-like, $^1/_2$ as long as peduncle, with 1 spinule on inner margin and 1 on apex.« Stebbing říká, že jsou poměry 3. uropodu obou forem »probably« stejné. Ale na preparátech 3. uropodu (obr. 16, ur_3) *C. roeselii* se můžeme přesvědčiti, že endopodit jeho jest u všech delší než polovina exopoditu, což již také zobrazili staří autoři jako Roesel (25) i Hosius (14), a není dosahující jen $^1/_2$ délky, jako by se musilo nutně usouditi dle výroku Stebbingova.

Dorsální trny na všech segmentech pleopodových jsou dokonale vyvinuty. Každý pak má po každé straně po jedné tenké štětince. Trn však na posledním segmentu thorakálním jest jen zcela malý a nejlépe a neklamně se o něm přesvědčíme na ploše vypreparovaném chitinu tohoto segmentu.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Srovnejme s našimi exempláři i s popisy dřívějších autorů A. Garbinim popsaný jako nový druh »*Gammarus tetrachanthus*«. Garbini výslovně vytýká (10) znak: »L'ultimo segmento toracico porta un picolo prolunghamento spinoso dorsale mediano rivolto indietro.« A dále (l. c., str. 154): »l'ultimo segmento toracico e i tre primi segmenti addominali terminati da un prolunghamento spinoso dorsale mediano molto pronunciato, in modo da formare come una sega a quattro denti.«

Laskavostí Dr. A. Garbiniho dostalo se mi 3 exemplářů jeho »nového« druhu z Müggelského jezera, které byly úplně totožny s exemplář Třebíčskými, tedy s *Carinogammarus roeselii*, neboť souhlasily s dřívějšími vyobrazeními »*G. roeselii*.«

K názoru o novosti své specie z Müggelského jezera, byl asi sveden Garbini nesprávným výkladem diagnosy podané Gervaisem o *G. roeselii*. Gervais (12) totiž praví: »abdominis cingulo quoque aculeato, id est superne et postice unispinigero«. Tuto diagnosu vztáhl Garbini (10) jen na segmenty uropodové, neboť praví: »Gervais si è servito di un caracteristica speciale dei gruppi dei tre ultimi segmenti abdominali.« To ovšem není řečeno ve smyslu slov Gervaisových: Neboť předně Gervais praví výslovně »abdominis cingulo quoque*) aculeato,« což se tedy týká také všech pleopodových segmentů. A poněvadž Gervais říká, že abdomen jest »superne« . . . »spinigero«, mínil tím jistě ony 3 nápadně veliké trny oněch prvních 3 segmentů abdominálních. Že můžeme uvedený názor supponovati Gervaisovi opravňuje nás ten fakt, že Gervais cituje Roesela i viděl vyobrazení Roeselova, kdež jsou trny jasně zobrazeny.

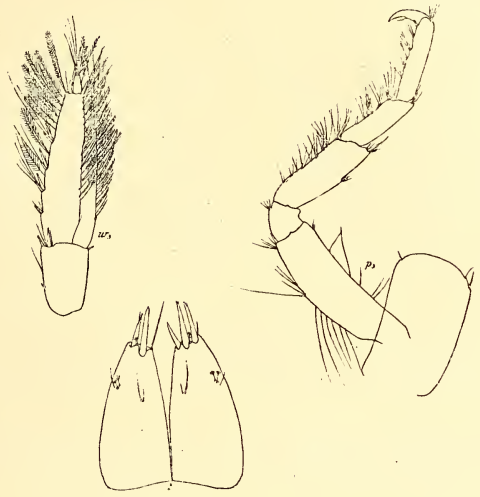
Byl pak ještě jinak uveden v omyl. Snaží se totiž rozdíly mezi *Gam. pulex* a *Gam. fluviatilis* (což jest *C. roeseli*) spatřovati v počtu ostnů na uropodových segmentech, nikterak si při tom nevšímaje Roeselova údaje o »*Squilla fluviatilis*« a Hosiova o »*G. fluviatilis*.« Praví sám Hosius (14): »Beim *G. Roeselii* verlängern sich auf dem Rücken die 3 ersten Hinterleibsringe, oder wenn

*) Mnou proloženo.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

wir den Kopf als erstes Körpersegment nehmen, der 9., 10. und 11. Körperring nach hinten in Form eines langen, starken etwas gebogenen Fortsatzes (Fig. 20). Eine Andeutung dieses Fortsatzes findet sich auch bisweilen bei sehr grossen Exemplaren am 8. Körperringe.«

Jest tedy v těchto znacích trnů »*G. tetrachanthus*« Garbini totožný s *C. roeselii* jak též Keilhack (22a) poznamenal.



Obr. 16. *Carinocammarus roeselii* Gerv.: ur_3 3. uropod × 10; *t* telson × 25; p_3 1. pereiopod × 13.

Velmi zajímavě jsou upraveny na konci rozštípené štětiny na endopoditech pleopodů. Jsou esovitě prohnuty a na konci rozštípeny. Jedna z rozštípených větví jest cylindrická a nese drobné bradavky. Stejné bradavkovité útvary nacházejí se i na kratší větvi, která jest při konci lancetovitá. Jest to zařízení ke spojení obou polovin pleopodových větví.

Pokud se týče dimorfních rozdílů u *C. roeselii*, jest zde obdoba s rodem *Gammarus*, jen daktylopodit ♂ *C. roeselii* jest poměrně kratší. Telson (obr, 16 *t*) jest táhlý a při konci i po stranách hustě porostlý tenkými štětinkami.

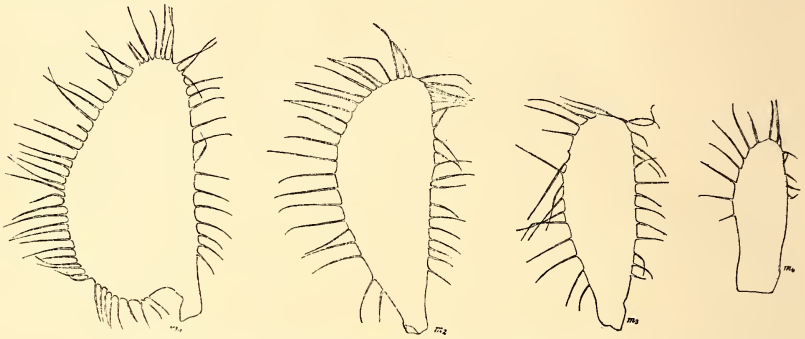
Basipodit 5. pereipodu jest dosti široký a nese několik dlouhých štětin.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Uropodové segmenty jsou vyzbrojeny jako u *Gammarus pulex*, tedy apikálně 2 ostny a po stranách po 1.

Srovnáme-li i v těchto znacích *C. roeselii* s »*G. tetrachanthus*«, vidíme jejich naprostou totožnost a nemožnost považovati »*Gam. tetrachanthus*« za nový druh odlišný od předešlého.

Inkubační lamelly *Carinogammarus roeselii* (obr. 17 m_{1-4}), blíží se tvarově, jak vidno z našeho vyobrazení, spíše



Obr. 17. *Carinogammarus roeselii* (Gerv.):
m_{1-5} inkubační lamelly, 2. až 5. thorakálního segmentu × 30.

lamellám *G. pulex* než lamellám jiných zástupců rodu *Carinogammarus* neb druhu *G. pungens*. Prvá z nich jest při basi mohutně rozšířená, ke konci se však značně zúžuje a to daleko více než je tomu u *G. pulex*.

3. *Carinogammarus argaeus* (Vávra).

(Tab. I. obr. 3.)

Syn. *Gammarus argaeus* Vávra, 1902.

Oči malé, ledvinité.

Prvé dva pereiopody bez tenkých, dlouhých štětin na propoditech a karpopoditech.

Jen prvé 3 abdominální segmenty opatřeny mohutnými trny na hřbetě.

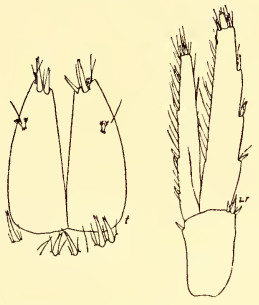
Uropodová výzbroj dle vzorce:

I. segm.	:	2		2		2
II. »	:	3		3		3
III. »	:	3	(2)	2	(2)	3

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Poslední uropod (obr. 18 ur_3) s malinkým článkem terminálním na exopoditu; tento nese jen na vnitřní straně zpeřené štětiny, na vnější jen ostny.

Druh tento pochází ze Soisaly v jihovýchodní části Erdschias z místa položeného 1030 m nad mořem z výpravy Dra A. Penthera a Dra E. Zederbauera na Erdschias Dagh v M. Asii. — Byl popsán Drem V.



Obr. 18. *Carinogammarus argaeus* Vávra:
t telson × 15; *ur.* uropod 3 × 8.

Vávrou, (42) ředitelem musejních sbírek zoologických v Annálech dvorního vídeňského musea r. 1905. jako *Gammarus argaeus* (Vávra).

Dostalo se mi laskavostí jeho autora p. ředitele Dra V. Vávry jednoho exempláře zmíněného druhu i mohl jsem podle tohoto i podle pojednání (42) p. Drem Vávrou publikovaného dáti pro porozumění vztahů hořejší definici.

Na základě uvedených studií jsem shledal, že sledujíce rozdělení Stebbingovo, musíme specii *G. argaeus* přeřaditi do rodu *Carinogammarus*, neboť má svůj význačný kýl na všech pleopodových segmentech.

Jelikož jest mi nutno srovnávati materiál r. *Carinogammarus* z jiných lokalit, dovolím si uvésti ještě několik poznámek doplňujících sdělení Dra Vávry z r. 1905.

C. argaeus má epimery dokonale vyvinuty, na okraji s několika štětinkami; nejsou však nikdy ke konci protaženy ve spičku, jak by se dalo souditi z vyobrazení Vávrových. Tvarově souhlasí epimery s týmiž útvary *C. roeselii.*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Gnathopody jsou mohutné a propodit samečkův jest trapezoedrický, nikdy však trojúhelníkovitý. Daktylopodit krátký.

Basipodity 3.—5. pereiopodu se distálně súžují.

Postranní rozšířeniny segmentů pleopodových vybíhají vesměs v hrot, ale nejsou od těla odčleněny jak by se mohl někdo mylně domnívati, vida obrázek Dra Vávry. Prvá deska nese jen tenké štětinky, 2. a 3. nese ostny.

Dle stavby uropodů rozeznává Dr. V. Vávra ještě formu s krátkými posledními uropody jako varietu »*G. argaeus* var. *brachyurus*«, jež přichází v 1% všech jedinců. Dle mého názoru, vycházejícího ze zkušenosti na různých Gammaridech evropských, jedná se tu o zjev regenerační. To stává se velmi často, že individuum ztratí jeden neb oba uropody, které později regenerují. Regenerváty jsou zprvu vždy menší než neregenerované údy exemplářů téhož stáří i ukazuje vyobrazený uropod (l. c. fig. 13) této variety i ve výzbroji znaky juvenilní. Jest tedy *C. argaeus* var. *brachyurus* identickým s *C. argaeus* s dlouhými posledními uropody.

4. *Carinogammarus thoni* n. sp.

(Tab. I, obr. 4.)

Hřbetní kýl, tvořící mohutné oblouky bez trnů na 6. i 7. segmentu thorakálním a na všech segmentech pleopodových. Jinak podoben druhům rodu *Carinogammarus*

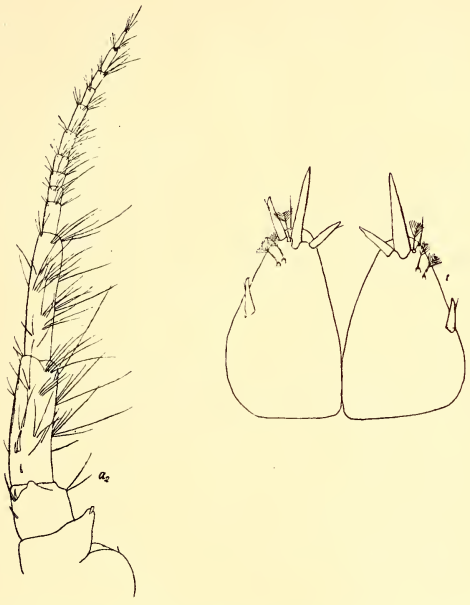
Délka ♂ asi 11 mm. Kýl pleopodových segmentů jest zvláště mohutný, naproti tomu kýl 6. a 7. thorakálního segmentu jest nižší. Na každém segmentu nabývá kýl největší výše v zadních svých partiích.

Tělo jedinců konservovaných ve formolu jeví velmi pěkné oranžové pomalování. Tak vždy jsou zabarveny nejvyšší partie kýlu, což činí nápadnými i slabé kýly segmentů thorakálních. Mimo to má každý segment několik shora dolů jdoucích skvrn. Rovněž jsou zabarveny epimery pleopodové rozšířeniny a basální články antennální.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Flagellum 1. antenny jest 25článkové, vedlejší flagellum 4článkové. — Flagellum 2. antenny 10článkové (obr. 19. a_2) a basální její článek opatřen dlouhými štětinkami.

Epimery gnathopodů a prvních 2 pereiopodů jsou na vnitřní straně své distální poloviny posázeny více méně dlouhými a tenkými štětinkami (obr. 20. *ep.* $gn_{1,2}$, $ep_{1,2}$).



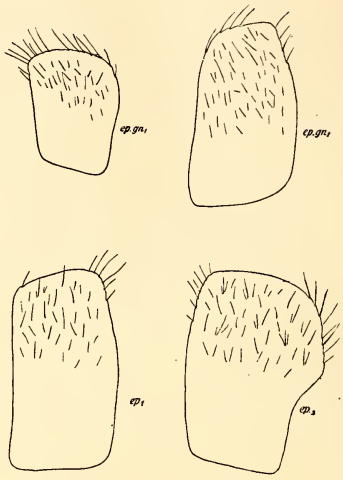
Obr. 19. *Carinogammarus thoni* n. sp.:
a_2 2. antenna × 25; *t* telson × 25.

Rovněž články prvých dvou pereiopodů jsou posázeny hojnými a dlouhými štětinami, mezi nimiž není skoro ani ostnu. Daktylopodity pereiopodové jsou drápovitě zahnuty, a i propodity jsou v polovině mírně prohnuty. Basipodit 3. pereiopodu jest obzvláště malý, takže jej epimery překonávají velikostí své plochy (obr. 21, p_3). Basipodit 4. a 5. pereiopodu (obr. 21. $p_{4,5}$) jest zvláště podélný a při svém zadním kraji opatřen zářezy se dlouhými štětinkami. — Ve své výzbroji shodují se pereiopody skoro s nohami *C. roeselii*.

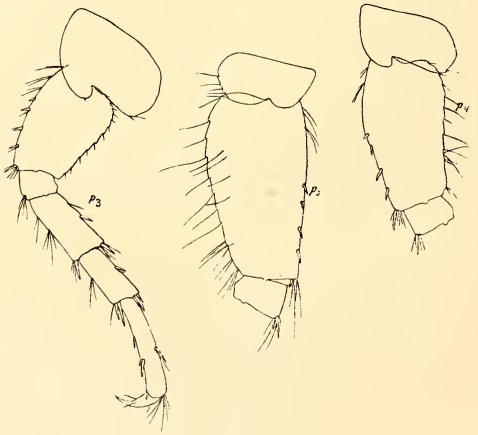
Telson má krátké, vejčité laloky, ke konci silně súžené. (Obdobné poměry nalezneme i u *C. scutarensis*.) Apikálně

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nesou 2—3 ostny, jež nalezneme i při vnějších krajích a sice v partii bližší tělu.



Obr. 20. *Carinogammarus thoni* n. sp.: *ep. gn*$_{1,2}$ epimer 1. a 2. gnathopodu × 18; *ep*$_{1,2}$ epimer 1. a 2. pereiopodu × 18.



Obr. 21. *Carinogammarus thoni* n. sp.: *p*$_{3,4,5}$ 3.—5. pereiopod × 18.

Uropodové segmenty všechny nesou uprostřed po 2 ostnech. Na prvém uropodovém segmentu jest po straně po jednom ostnu, na druhém a třetím po dvou ostnech.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Postranní rozšířeniny pleopodových segmentů mají dlouhé, tenké štětiny, které jsou zvláště hojné na 3. segmentě.

Tento druh byl sebrán na výzkumné cestě † Doc. Dra Karla Thona v jezerech Modro oko, Deransko a a v pramenech Slano vrelo a Lukavac v Hercegovině. K uctění památky tak brzo zesnulého nadějného zoologa Dra K. Thona označuji tento nový druh jménem *C. thoni* n. sp.

Ve srovnání s jinými druhy r. *Carinogammarus* jeví se nám *C. thoni* jako nejblíže stojící skaderské formě *C. scutarensis*, již v následujícím popíšeme. Zvlášť nápadné podobnosti obou uvedených druhů jsou v obloukovitě klenutých kýlech a v úpravě 3. uropodu.

---

5. *Carinogammarus scutarensis* n. sp.

(Tab. I., obr. 5, $5a_2$, $5p_3$, $5p_4$, $5p_5$.)

Oči ledvinité, na obou koncích široké. Exkreční konus antennální žlázy tak dlouhý, jako hlava a ostře u kořene na zad zahnut. Poslední segment thorakální a první tři abdominální opatřeny kýlem.

♂ i ♀ těla slabého, délky 9—13 mm. — Čtvercovitá hlava jest nápadná velikýma očima, tvaru ledvinitého. Oko jest na obou koncích stejně široké jako uprostřed. U mladých individuí jsou oči čtvercovité, uprostřed slabě vykrojené. — Tvar očí jest vůbec pro různé druhy r. *Carinogammarus* charakteristický. Tak na př. hned dle tvaru očí můžeme rozeznati naši formu od *C. pulchellus* a *C. rhodophthalmus*.

Hřbetní kýl jest nejméně vyjádřen na posledním segmentu thorakálním. Nejvíce se zdvihá zadní část dotyčných segmentů, i jeví se nám linie hřbetu na příčném řezu v těchto místech jako lomený oblouk. Též na uropodových segmentech se setkáváme s kýlem, ale zde kýl na článcích od předu do

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zadu jest postupně menší, takže nejmenší jest na posledním z těchto segmentů. — Prvý a druhý článek uropodové části těla má uprostřed na hřbetě po 2 ostnech, při každé straně po 1 ostnu; poslední segment nese 2 daleko od sebe sedící ostny.

Antenny 1. páru jedva dosahují $^1/_2$ délky těla. Spodní antenny jsou poněkud kratší a silně vyzbrojeny hojnými ostny i dobře vyvinutými calceoly. Flagellum 1. antenny 13—19 článkové, vedlejší flagellum 3 článkové. Flagellum 2. antenny 6—9 členné.

Nejmarkantnějším znakem našeho druhu jest neobyčejně dlouhý exkreční konus antennální žlázy. (Tab. I, $5a_2$) Jest velmi štíhlý a hned na basi silně na zad zahnutý, takže probíhá rovnoběžně s dolní partií hlavy. Často jest tak dlouhý jako délka celé hlavy. Vnitřní organisace tohoto konu jest však úplně shodnou s onou krátkého konu rodu *Gammarus*, jak ji Vejdovský (46) popisuje.

Po celém těle jsou husté, jemné, vedle sebe sedící výrůstky zvané pelurie.

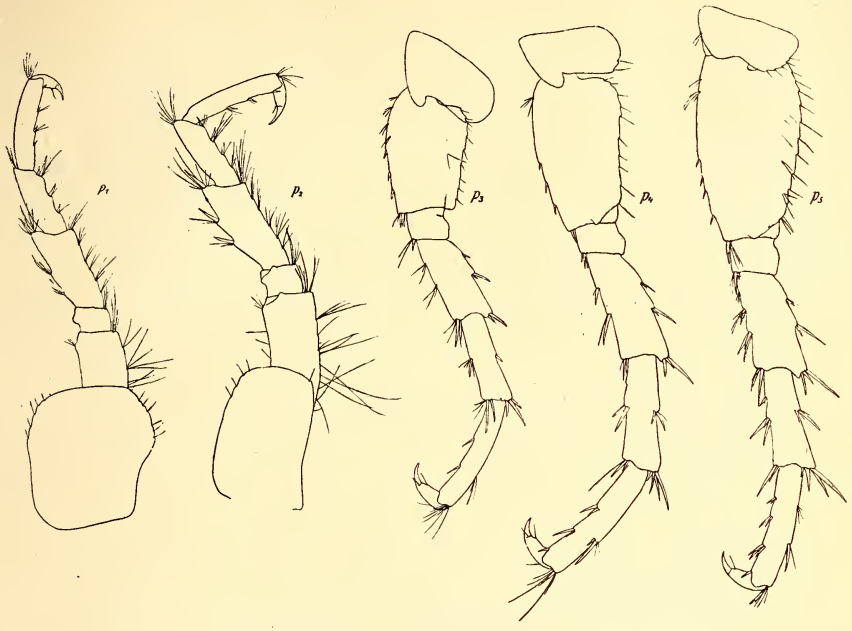
Gnathopody jeví znaky sexuellní dvojtvárnosti. Ale jest důležito, že samečkův propodit jest spíše lichoběžníkovitý, neboť má velmi krátký kraj proti daktylopoditu. S ním jest stejně krátký i daktylopodit. — Propodit 2. gnathopodu ♂ podobá se pravoúhelníku. Palma jeho jest rovná a nevyhloubená, čehož není u samečků r. *Gammarus*. — U ♀ jest palma dokonce konvexní, takže se jí daktylopodit dotýká celou svojí délkou. 2. gnathopod ♀ jest úplně obdobně stavěn.

Tvary 1. a 2 pereiopodu (obr. 22, $p_{1,2}$) jsou obdobné s jinými, ale jsou i u ♀ silné, a opatřené tenkými štětinkami. — Pereiopody 3.—5. (obr. 22, p_{3-5}) mají na zad rozšířené basipodity. Nejvíce rozšířen, ale při tom nejkratší jast basipodit 3. pereiopodu. Epimer při něm jest na zad zaokrouhlený a opatřený několika štětinkami v zářezech. Basipodit 4. pereiopodu se distálně klínovitě zúžuje. Při své zadní rozšířenině má na vnitřní ploše několik štětinek. Daleko více jich má na zadní části vnitřní plochy basipodit 5. pereiopodu, jenž jest nejdelší a nejširší. Největší šíře dosahuje basipodit uprostřed své zadní hrany, neboť tato se od base pomalu zvedá a od poloviny se zase blíží k následujícímu článku.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Štětinky sedí v řadách tvořících hřebínky. Epimer posledního článku se distálně úží a na zadním konci nese tenké štětinky. Články 1.—5. pereiopodu jsou opatřeny dlouhými ostny.

Exopodit 3. uropodu (o b r. 23 *ur*$_3$) jest 3krát tak dlouhý jako basální článek. První jeho článek jest mohutný, široký



O b r. 22. *Carinogammarus scutarensis* n. sp. ♂: *p* 1.—5. pereiopod × 20.

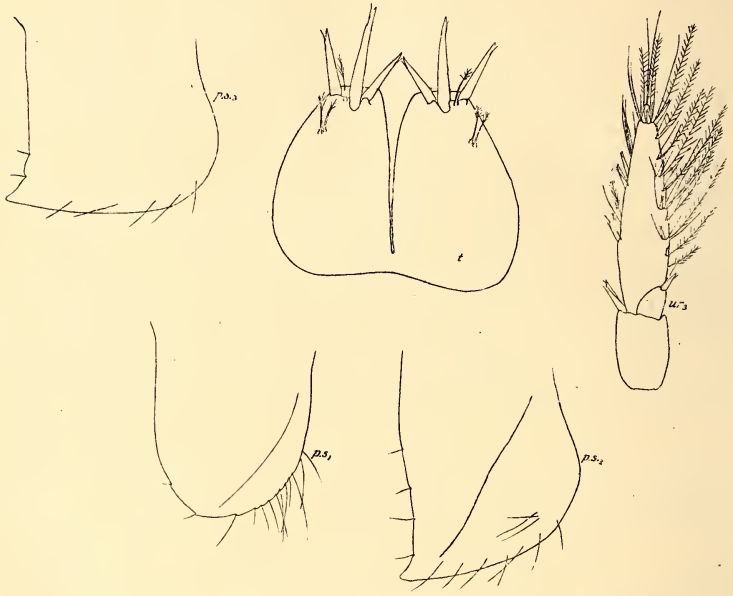
a nesoucí několik ostnů. Na vnitřním kraji téhož článku jsou zpeřené štětinky v mnohem menším počtu než při kraji vnějším. Apikální článek jest nápadně krátký a ostny jej převyšují délkou. — Rovněž endopodit jest krátký, neboť má jen $^1/_6$ délky exopoditové.

Postranní rozšířenina 1. článku abdominálního (o b r. 23, *p. s.*$_1$) jest na zad okrouhlá a nese na přední ploše dlouhé, tenké štětiny. — Rozšířeniny 2. a 3. segmentu abdominálního (o b r. 23, *p. s*$_{2,3}$) vybíhají v mírně zahnuté špičky.

Inkubační lamelly jsou zvláště úzké a opatřené dlouhými, třísnitými štětinami.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

C. scutarensis byl nalezen Prof. Drem. Al. Mrázkem ve Skadarském jezeře při ústí řeky Ribnica. (Viz mapu obr. 30.). Velmi zajímavo jest, že na témže místě s ním žije *C. triacanthus* mihi a sice jsou tu zastoupeni v poměru 1:3. — Tento *C. triacanthus* jest rovněž slabšího



Obr. 23. *Carinogammarus scutarensis* n. sp.:
p. s. postranní rozšířeniny 1.—3. pleopodového segmentu × 21;
t telson × 35; ur_3 3. uropod × 21.

těla, ale jest hned nápadný svými hřbetními trny. Oba tyto uvedené druhy jsou od sebe příbuzensky značně vzdáleny, jak patrno z poměru hřbetu 3. uropodu i exkrečního konu, i nelze jednoho považovati za výchozí formu druhého.

Jinaké jsou ovšem vztahy *C. scutarensis* ke *C. thoni* a *C. pungentiformis*. Všechny 3 formy mají asi stejného předka, při čemž onen zvláštní znak (dlouhý exkreční konus), jenž se náhle zjevuje aniž by měl sobě rovného u Gammaridů, možno považovati za znak vzniklý mutací, jenž však byl fixován dědičností (děděním). Ponenáhlého vývinu prodlužování konu jsem nenalezl dosud ani u sladkovodních ani u mořských Gammaridů.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

6. *Carinogammarus pungentiformis* n. sp.

(Tab. I., obr. 6.)

Jen pleopodové segmenty opatřeny zřetelným kýlem bez trnů. Jinak souhlasí z největší části s *G. pungens*.

Těla štíhlého, délky 8—10 mm.

Jen abdominální segmenty mají kýl, jenž na 1. jest nejmenší a na 3. největší. Při pohledu se strany klene se kýl nejvíce nad linii hřbetu vždy ve třetí čtvrtině délky článku.

Uropodové segmenty mají kýl v podobě úzké, trojúhelníkovité vyvýšeniny, jež jest na posledním z nich zcela nepatrná. Při vrcholku 1. a 2. uropodového segmentu jsou 2 ostny, po stranách jeho po jednom.

Oči velké, k temeni se táhnoucí, takže, díváme-li se na hlavu shora, uvidíme jejich horní polovinu. Tvarově se silně blíží očím jiných forem r. *Carinogammarus*, zejména *C. scutarensis*.

Antenny 1. páru dosahují asi $^1/_2$ délky těla. Hlavní flagellum má 30článkové, vedlejší 4článkové. Všechny 3 basální články jsou štíhlé. Antenna 2. páru nese 14článkové flagellum. Exkreční konus má krátký, trojúhelníkovitý. Basální články i flagellum pokryto dlouhými, tenkými štětinami, které zvláště na basálních článcích nabývají značné délky. Proto vypadá 2. antenna jako kartáček. U některých jsou i typické calceoli.

Od *C. scutarensis* se liší *C. pungentiformis* neobyčejně velikým počtem štětin na končetinách. Tak i 1. a 2. pereiopod má neobyčejně bohatou výzbroj dlouhých štětin. Na 3. až 5. pereiopodu přibývá postupně štětin na předním kraji a to jsou hlavně štětiny dlouhé a tenké, nikoliv však ostny, kterých jest poměrně málo. — Epimery 3.—5. pereiopodu jsou nazad zaokrouhleny, při čemž 4. vybíhá na konci v zoubek. Epimer 5. nese v zářezech dlouhé štětiny.

Gnathopody, jevící charakter sexuellního dimorfismu, souhlasí s gnathopody *C. scutarensis*.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Avšak postranní rozšířeniny pleopodových segmentů mají obdobné poměry jako ony *G. pungens*.

Exopodit 3. uropodu jest $6^1/_2$krát delší než jeho endopodit a jest opatřen bohatou výstrojí zpeřených štětin.

Telson má laloky tvaru vejčitého, opatřené tenkými, dlouhými štětinkami; terminálně nesou laloky po 3 ostnech, z nichž prostřední jest nejdelší. Také při vnější straně jest po 1 ostnu provázeném tenkou štětinkou. Smyslové štětečky jako u druhů r. *Gammarus*.

Sexuellní dimorfismus nutno spatřovati též ve výzbroji všech částí těla. Neboť štětinky u ♂ jsou mnohem hustší a delší než u ♀.

Inkubační lamelly jsou poněkud úzké na rozdíl od r. *Gammarus*. Souvisí to patrně s menším počtem embryí některých druhů r. *Carinogammarus* než u zástupců r. *Gammarus*.

Tělo kryto hojnými peluriemi, patrnými již při slabém zvětšení.

Druh *C. pungentiformis* nalezl na Characeích Prof. Dr. A. Mrázek v pomalu tekoucím potoce jménem Rijeka, která ústí do Skadarského jezera (viz mapu obr. 30.).

Druhové jméno *pungentiformis* jsem volil z důvodu, že ve svých poměrech meristických, slabém kýlu i výzbroji upomíná na druh *G. pungens*, ač se přece jen od tohoto podstatně liší.

Ale mezi oběma jest jistě více než jen zdánlivá podobnost, jest to skutečné příbuzenství obou, pro něž svědčí i různé mé nálezy v Istrii, Bosně i Hercegovině, jak o tom blíže vykládám v části zoogeografické. I označuji *C. pungentiformis* za předka *G. pungens*.

Budiž však zde podotknuto, že *C. pungentiformis* stojí z druhů rodu *Carinogammarus* nejblíže druhu *C. scutarensis*, jenž však má mohutný exkreční konus, dlouhé ostny na pereiopodech, *C. pungentiformis* pak má na okončinách tenké, velice husté štětinky. Kýl formy *scutarensis* jest nejen na pleopodových segmentech, ale i na posledním segmentu thorakálním, u *pungentiformis* jen na pleopodových segmentech.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

C. Rod Niphargus Schiödte.

Niphargus illidžensis n. sp.

(Tab. I. obr. 11, 11p_1, 11p_3, 11p_4).

Syn. *Niphargus Ladmiraulti:* Schäferna, O amfipodech balkánských. Věstník IV. sjezdu čes. přírodopisců a lékařů Praha 1909.

Oči chybí úplně. Žlutavé nepravidelné skvrny na hlavovém segmentě.

Propodity gnathopodů skoro čtvercové.

Daktylopodit všech pereiopodů opatřen ostny: na 1., 2. a 3. pereiopodu po 4 ostnech, na 4. a 5. pereiopodu po 6 ostnech.

Poslední dva uropodové segmenty opatřeny silnými ostny.

3. uropod ne příliš dlouhý, s terminálním malým článkem.

Smyslové pušticky trojklanné.

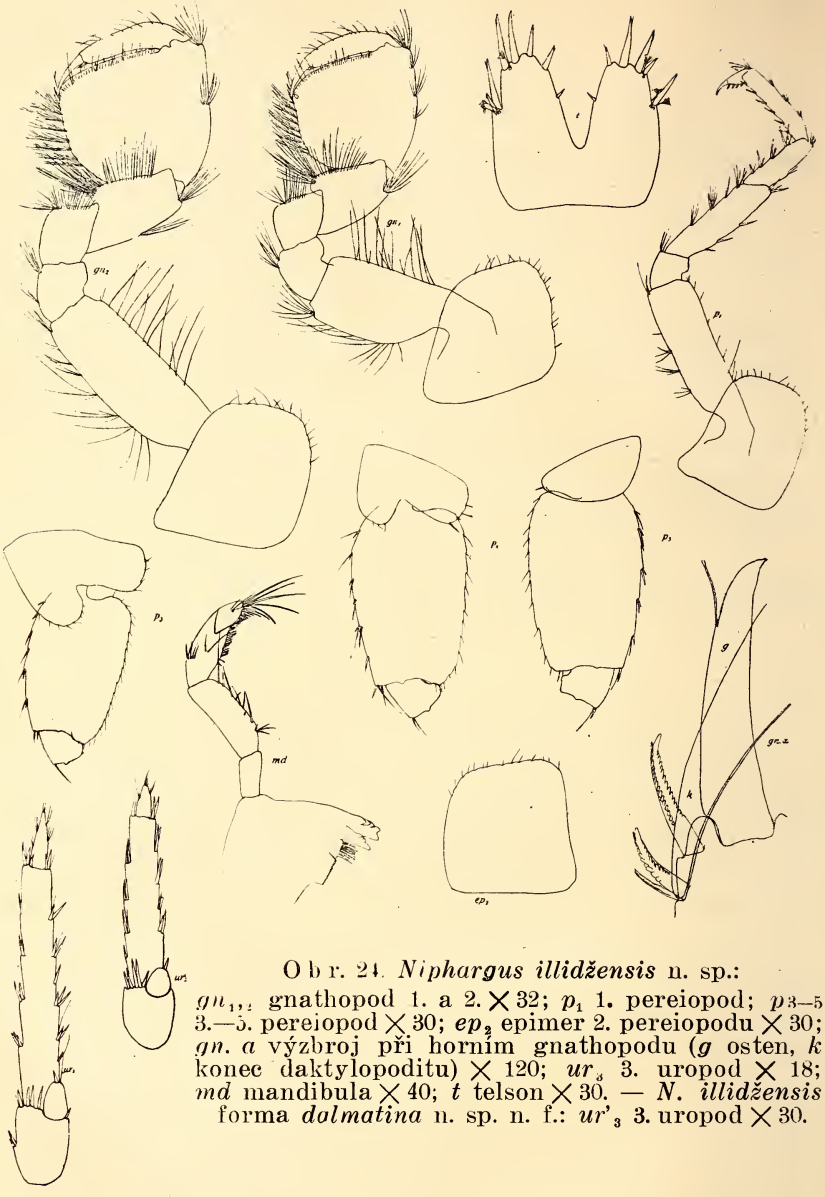
Tělo silné, růžově bělavé, 11 mm dlouhé.

Na místě úplně redukovaných očí za živa sírově žlutá skvrna, laločnatých kontur. Skvrna ta však v alkoholu úplně zmizela, takže nemohu podati jejího přesného tvaru, neboť jsem si jí hned na místě samém nezakreslil, a ihned jsem individua konservoval v lihu.

Antenny slabé, stěží dosahující poloviny délky tělové Basální článek 1. antenny jest nejmohutnější, 3. článek dosahuje jen poloviny druhého článku. Silné flagellum 20—25 článkové. Vedlejší flagellum 2článkové. — 2. antenna má flagellum 14článkové. Její poslední basální článek jest stejně dlouhý jako předposlední, oba pak jsou poměrně štíhlé, opatřeny skupinami dlouhých, tenkých štětin.

Ústní ústroje v celku shodné s ústními ústroji jiných druhů rodu *Niphargus*. Palpus mandibulární (obr. 24, *md*) jest silný, na svém druhém článku opatřený silnými, krátkými štětinami. Poslední článek s hojnou výzbrojí štětin jest lopatovitě rozšířen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Obr. 24. *Niphargus illidžensis* n. sp.: $gn_{1,2}$ gnathopod 1. a 2. × 32; p_1 1. pereiopod; p_{3-5} 3.—5. pereiopod × 30; ep_2 epimer 2. pereiopodu × 30; *gn. a* výzbroj při horním gnathopodu (*g* osten, *k* konec daktylopoditu) × 120; ur_3 3. uropod × 18; *md* mandibula × 40; *t* telson × 30. — *N. illidžensis* forma *dalmatina* n. sp. n. f.: ur'_3 3. uropod × 30.

Gnathopody (obr. 24 $gn_{1,2}$) obou pohlaví jsou velmi mohutné, upomínající na *Niphargus Ladmiraulti* (Chevreux), od jehož gnathopodů se liší v následujících znacích: Propodity jsou tvaru kalichovitého, neboť se úží jen nepatrně ke spodu.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Kraj jejich proti daktylopoditu jest skoro rovný, jen na zad mírně prohnutý. U 1. gnathopodu svírá týž kraj se zadním krajem propoditovým mnohem menší úhel, než je tomu u 2. gnathopodu. — Místo, kde se dotýká konec daktylopoditový propoditu, jest opatřeno mohutným ostnem, jejž provází tři na koncích rozštěpené pilovité ostny. (obr. 24, *gna*). Obdobné útvary popisuje Jurinac (22) u *N. croaticus*, než tento druh má nejmohutnější osten značněji vidličnatý. — Rovněž Dr. V. Brehm (3) se zmiňuje o uvedeném znaku při exemplářích *Niphargus* z Lunzu, kdež však praví, že jsou 2 pilovité ostny. Wrześniowski (49, 50) udává pro *N. tatrensis* jen jediný takový osten. — Mírně klenutý daktylopodit má na svém vnitřním kraji větší počet dlouhých, tenkých štětin a při basi špičky daktylopoditové jest mohutný, krátký osten. Zadní kraj propoditu má na 1. gnathopodu 8 a na 2. gnathopodu 9 skupin pilovitých štětin. — Karpopodit má na zad vybíhající kraj posázený dlouhými štětinami, takže značně převyšuje svojí velikostí obloukovitě zahnutý meropodit. — Basipodit 1. gnathopodu jest zejména silný a jest spolu s basipoditem 2. gnathopodu opatřen hojnými štětinami.

1.—5. pereiopod vyznačují se vesměs ostny na svých daktylopoditech. Tyto ostny se liší od ostatních ostnů na jiných článcích okončin, neboť jsou plné a nemají rozštěpení, které jinak charakterisuje všechny jiné ostny. Na daktylopoditech pereiopodu 1.—3. jsou po 4, na pereiopodu 4. a 5. po 6. Zakončení daktylopoditu má po straně ještě tenkou štětinku.

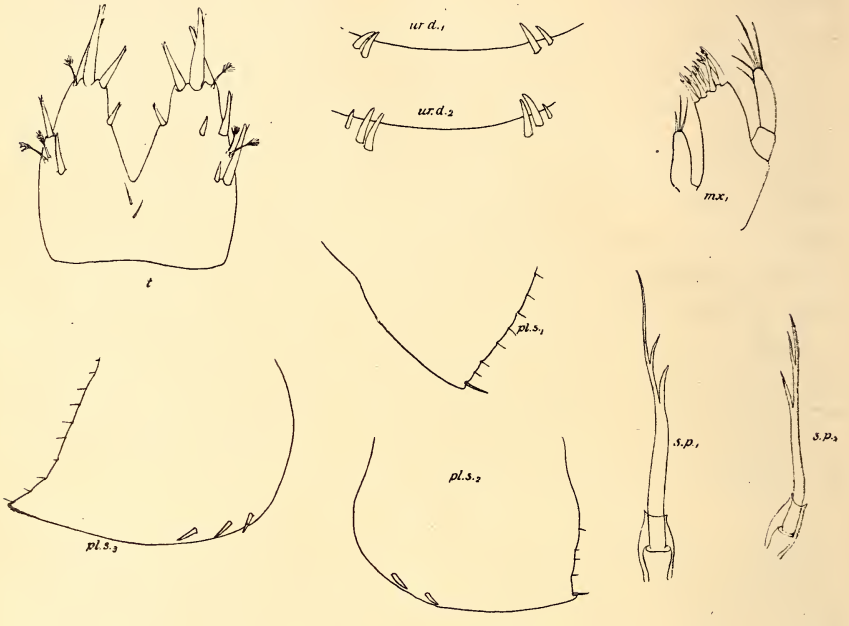
Pereiopody 1. a 2. páru (obr. 24, p_1) mají na propoditech ostny, na ostatních článcích nalezneme tenké, ne příliš dlouhé štětiny o široké basi, jež však se ke konci rychle zužují. Štětiny předního kraje basipoditů jejich jsou ponejvíce krátké. — Epimer 1. pereiopodu jest poněkud vyšší než následujícího páru, přední a zadní okraj poněkud konvergují. Epimer 2. pereiopodu (obr. 24, ep_2) jest okrouhlý. Oba jsou na dolejším kraji opatřeny štětinkami.

Epimer 3. pereiopodu jest na přední části zvlášť mohutný; zadní jeho část jest úzká. — Epimer 4. pereiopodu jest v přední části užší než jest tomu u předešlého článku. — Epimer 5. perei-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

opodu jest tvaru skoro poloměsíčitého. — Štětiny při krajích epimerů jsou ostře přihroceny.

Basipodity 3.—5. pereiopodu (o b r. 24, p_{3-5}) jsou všechny široké a při tom dlouhé Na předním svém kraji nesou dlouhé, zaostřené ostny: na zadním hojné, tuhé a tenké štětiny.



O b r. 25. *Niphargus illidžensis* n. sp.:
ur. d.$_{1,2}$ výzbroj hřbetu 1. a 2. uropod. segmentu × 48; *mx*$_1$ maxilla 1. × 50; *pl. s.*$_{1-3}$ rozšířenina 1.—3. pleop. segmentu × 27; *s. p.* smyslové puštičky × 420. — *N. illidžensis* forma *dalmatina*: *t* telson × 32.

Postranní rozšířeniny 1. pleopodového segmentu (o b r. 25, *pl. s.*$_1$) tvoří nepatrný trojúhelník, jenž na zadu má hojné, tenké štětiny. Poslední štětina stojící skoro při hrotu jest sesílená skoro jako osten. Podobnou štětinu nalezneme při špičce 2. postranní rozšířeniny (o b r. 25, *pl. s.*$_2$). jejíž spodní kraj skoro kolmo probíhající k zadnímu kraji nese po 2 ostnech. — Třetí tato rozšířenina (o b r. 25, *pl. s.*$_3$), jest nejrozsáhlejší, na zadu zaostřená. Při předním okrouhlém kraji nalezneme 3 ostny.

Poslední 2 segmenty uropodové nesou silné ostny: předposlední segment ve dvou postranních skupinách po 3 ostnech

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

a poslední segment rovněž ve dvou postranních skupinách po 2 ostnech. Uprostřed hřbetu není žádných ostnů (obr. 25, *ur. d.*$_{1,2}$).

3. uropod má dlouhý exopodit a maličký endopodit. První článek exopoditu (obr. 24, *ur*$_3$) jest 7krát delší endopoditu. 2. článek exopoditu jest ostrý kuželík, jsou na něm tenké, krátké štětiny. 1. článek exopoditu má hojné, silné ostny. Rovněž vejčitý endopodit nese apikálně 1 osten s 1 tenkou štětinou. Válcovitý basální článek uropodu má hojné ostny na konci i uprostřed. Telson jest dvojlaločný, rozdělen asi do $^2/_3$ své délky (obr. 24 *t*). Laloky jeho jsou široké a mají na konci 4 ostny, a rovněž při vnějším kraji jest po 1 neb 2 ostnech. V téže výši jest při vnitřní straně po 1 slabém ostnu. Smyslový štěteček stojí zcela typicky vždy jeden při vrcholku a 2 doleji při vnějších krajích.

Po celém těle jsou smyslové puštičky v úzkých soudečkovitých schránkách (obr. 25, *s. p.*$_{1,2}$). Z nich vyniká ven smyslová štětinka, jež se distálně ještě rozštěpí ve dvě nové větve, i má v celku tři zakončení. Jest to tedy tvar zcela nepodobný onomu, jejž vyobrazují Vejdovský (44) i Brehm (2) jako platné pro jiné druhy rodu *Niphargus*.

Dále jest velmi podivuhodno, že vedle popsaných smyslových puštiček vyskytují se zde ještě jiné smyslové štětinky, které nesou na svém konci celý štěteček jemných vláken. Obdobné útvary byly Vejdovským zobrazeny od *N. Kochianus* z Lough Mask. — Nejsou však tak hojné jako dříve popsané smyslové puštičky a zdá se, že se vyskytují jen na kraji segmentů mezi oněmi prvými smyslovými puštičkami. Jest tedy Vejdovským postřehnutá různost smyslových puštiček nejen znakem generickým, ba ve svých podrobnostech i znakem druhovým.

Formu tuto jsem nalezl v pramenech Bosny u Illidže u Sarajeva v září v roce 1907.

S popsanou formou do značné míry souhlasí forma z rodu *Niphargus* mnou nalezená před tím v červenci r. 1907. v periodické studánce na břehu jezera Vranského

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

v Dalmacii u Starého Zadru (Biograd u moru — Zaravecchia).

Formu tuto označuji jako

Niphargus illidžensis forma *dalmatina* mihi.
(Tab. I, obr. 11′p_1, 11′p_3, 11′p_4.)

Délka těla 8 mm.

Liší se od právě popsaného *N. illidžensis* slabším výzbrojem daktylopoditů pereiopodových. Neboť daktylopodit 1. pereiopodu nese 4 ostny, 2. pereiopodu 3 ostny, 3.—5. pereiopodu 2 ostny.

Ani na živoucích jsem nenalezl žluté skvrny na hlavě.

Laloky telsonu (obr. 25, *t*) jsou užší než u formy z Illidže a apikálně sedí po 3 ostnech. Kraje a plochy jsou opatřeny větším počtem ostnitých štětin.

3. uropod (obr. 24, *ur*′$_3$) má 1. článek exopoditu široký a 6krát delší endopoditu; rovněž široký a krátký jest koncový článek exopoditový. Vyobrazení na naší tabulce jsou úmyslně zakreslena při témž zvětšení.

Stavbou smyslových puštiček se shoduje s bosenským *N. illidžensis* mihi.

V roce 1917 nalezen též Dr. Zd. Frankenbergerem u Sesto v sev. Italii. [Viz moje pojednání o Gammaridech adriatických (32, 33)].

Hledíme-li naše nové formy *N. illidžensis* n. sp. a *N. illidžensis* forma *dalmatina* n. sp. n. f. uvésti do řady dosud známých druhů rodu *Niphargus*, shledáme, že obě stojí nejblíže *N. Ladmiraulti* (Chevreux), za nějž jsem také původně obě formy považoval (30), ale později jsem se přesvědčil o odlišnosti obou od francouzské specie.

Jsou to zvláště ony typické ostny na daktylopoditech pereiopodů, které tak značně nám připomínají druh *N. Ladmiraulti*. Chevreux (18) líčí tento znak následovně: »Les dactyles de pattes de trois dernières paires, extrémement robustes, dilatés en leur milieu, portent, au bord interne, trois épines dans les pattes de la cinquième paire, quatre épines dans celles de la sixiéme paire et cinq épines dans celles

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

de la septième paire.« Srovnáním poměrů u našich forem s tímto popisem vysvitne nám nejen poměr příbuzenství, ale i různosti všech tří jmenovaných forem.

Ostny na daktylopoditech jsou znakem, který se jinde u druhů *Niphargus* neobjevuje, a nalezneme je jen u některých mořských Amphipodů.

Jinak jsou rozdíly proti *N. Ladmiraulti* zvláště v gnathopodech, 3. uropodu, telsonu, epimerech a výzbroji posledních dvou uropodových segmentů. Tyto jsou u obou forem *N. illidžensis* vyzbrojeny silnými ostny, kdežto u *N. Ladmiraulti* jsou na nich jen tenké štětinky, což Chevreux (18) líčí následovně: » . . . . . Les deux premières segments de l'urosome portent quelques fines spinules au bord dorsal postérieur.«

Znázornění telsonu č. 3 a 8 na tabulce XIII. v práci Dra. V. Brehma (»Über ostalpine Niphargiden«) zdají se míti mnoho podobnosti s telsonem naší formy *N. illidžensis* forma *dalmatina*. — Rovněž zeměpisné rozšíření těchto forem ukazuje na sousedství jich s naší formou, neboť i prameny Biba a Pečina jsou blíže naší lokality Vrany v Dalmacii. — Abychom se mohli určitěji vyjádřiti o formách Brehmem popisovaných, musili bychom znáti dále poměry jejich pereiopodových daktylopoditů. Jest jen litovati, že Dr. Brehm u jedinců r. *Niphargus* z tak různých lokalit neudal více znaků, aby se mohla lépe posouditi jejich celková organisace. Různé pak tvary smyslových pušticek mluví proti přímému příbuzenství forem z Biba a Pečina s *N. illidžensis* forma *dalmatina*, neboť tyto puštičky jsou dobrým znakem pro určení příbuzenství. *N. illidžensis* a *N. illidžensis* forma *dalmatina* mají stejné smyslové puštičky i stojí si navzájem příbuzensky nejblíže.

D. Synurella ambulans (Fr. Müller) a její vztah k slepému Crangonyx subterraneus (Sp. Bate).

(Tab. I. obr. 10, tab. II.)

Otázka oprávněnosti druhu *Synurella polonica* (Wrześ) vedle *Synurella ambulans* (Müller) zůstávala stále pro mne otevřenou i přes sdělení L. Keilhacka (22 a) o identitě obou,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

neboť neměl jsem dosud příležitosti ohledati exempláře *Synurelly* z Německa, a máme-li věřiti spolehlivosti Müllerových údajů byl telson tak jak jej Müller popisuje pro »*Gammarus*« *ambulans* přec jen zcela odchylný od tvaru telsonu *Synurelly* z Černé Hory i Moravy (24a).

Teprve v nejnovější době mohl jsem v museu v Berlíně srovnati německý material *Synurelly* s naším z Černé Hory a Moravy, i rozhodl jsem se, po důkladném studiu analys z Willmersdorfu a jezera Madü, přikloniti se k názoru o identitě *Synurella ambulans* Müller a *Synurella polonica* Wrześ, ač nelze ovšem popříti poněkud jiný tvar telsonu u jižních forem (obr. 27, *t*).

Synurella ambulans (Fr. Müll.) byla popsána Müllerem v Archiv für Naturgeschichte r. 1845 jako »*Gammarus ambulans*« (Fr. Müller) a Stebbingem označena (37, pg 369) jako »perhaps identical with it« (t. j. s *polonicou*) a byla známa z okolí Greifswaldu a Berlína.

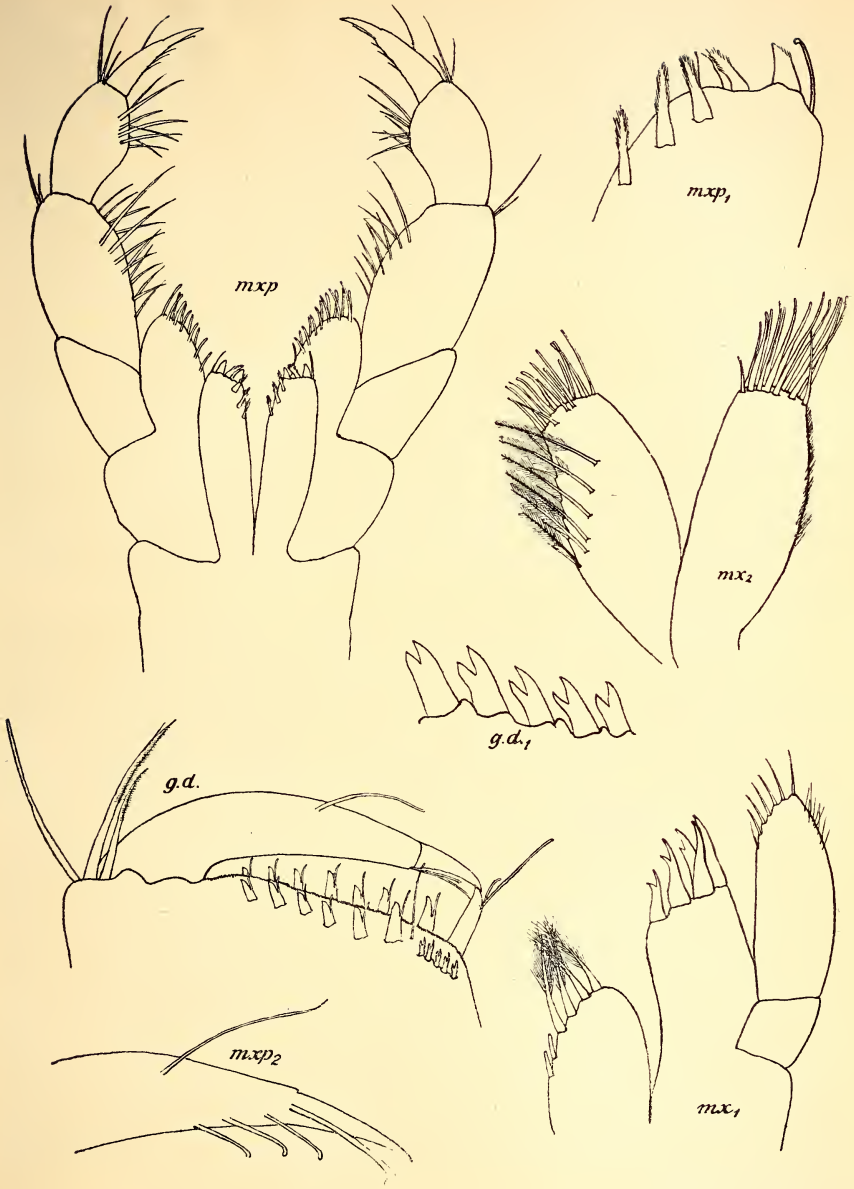
Synurella »*polonica* (Wrześ.)« dlouhou dobu platila pouze za příslušníka polského, byvši nalezena původně Wrześniowskim u Varšavy v příkopě na *Hydrocharis morsus ranae* a pojmenován a nejprve »*Goplana polonica*« a později zjištěna i Grochowskim rovněž v Polsku.

Uznávajíce identitu forem *Synurella ambulans* a *Synurella polonica*, vidíme, že se nám lokality *Synurella ambulans* zprvu zdánlivě sporé rozšiřují na značný severoevropský areál, neboť materiál *Synurella ambulans* nalézající se v berlínském museu pochází jak z okolí Berlína, tak i z jezer severoněmeckých (Wandlitz, Madü) a z východních Prus od Královce

I jest jistě velmi překvapujícím nález prof. Dra A Mrázka, když roku 1906. nalezl na své vědecké cestě na Černé Hoře *Synurellu ambulans* v údolí Krivi do (Křivý dol) ve výši 1600 *m* nad mořem, v malém potůčku prýštícím na náhorní rovině a napájejícím kruhovitou nádržku o průměru asi 30 m*).

*) Jistě neméně obdivuhodným jest nález Dra Š. Soudka, jenž nalezl koryše *Synurella ambulans* r. 1920 na Moravě u Brna v tůňkách a příkopech Černovického háje a podal o tom zprávu v časopise Moravského Zemského Musea (1922) pod titulem: Nález koryše Synurella polonica Wrześ na Moravě.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Obr. 26. *Synurella ambulans* (Müll):
mxp maxilliped × 130, *mxp*$_1$ konec jeho endopoditu: *mpx*$_2$ zakončení maxillipedového palpu; *mx*$_{1,2}$ 1. a 2. maxilla × 100; *g. d.* dakylopodit a konec propoditu gnathopodu 120 ×; *g. d.*$_1$ vidličnaté štětinky propoditu (zvětšeny).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

S. ambulans byla popsána r. 1877 Wrześniowskim (48) v polské práci: »Goplana*) polonica, nowy rodzaj i gatunek skorupiaka obunogiego z okolic Warszawy« a později (49) v Zoologischer Anzeiger (1879) jakož i (50) v Zeitschrift für wiss. Zoologie (Bd. 50).

Bohužel jen polská práce obsahuje habituelní její obrázek i obrázky týkající se meristiky a v práci »Über drei unterirdische Gammariden« vyšlé v Zeitschrift. f. wiss. Zoologie Bd. 50 najdeme jen 2 obrázky týkající se *Synurelly*.

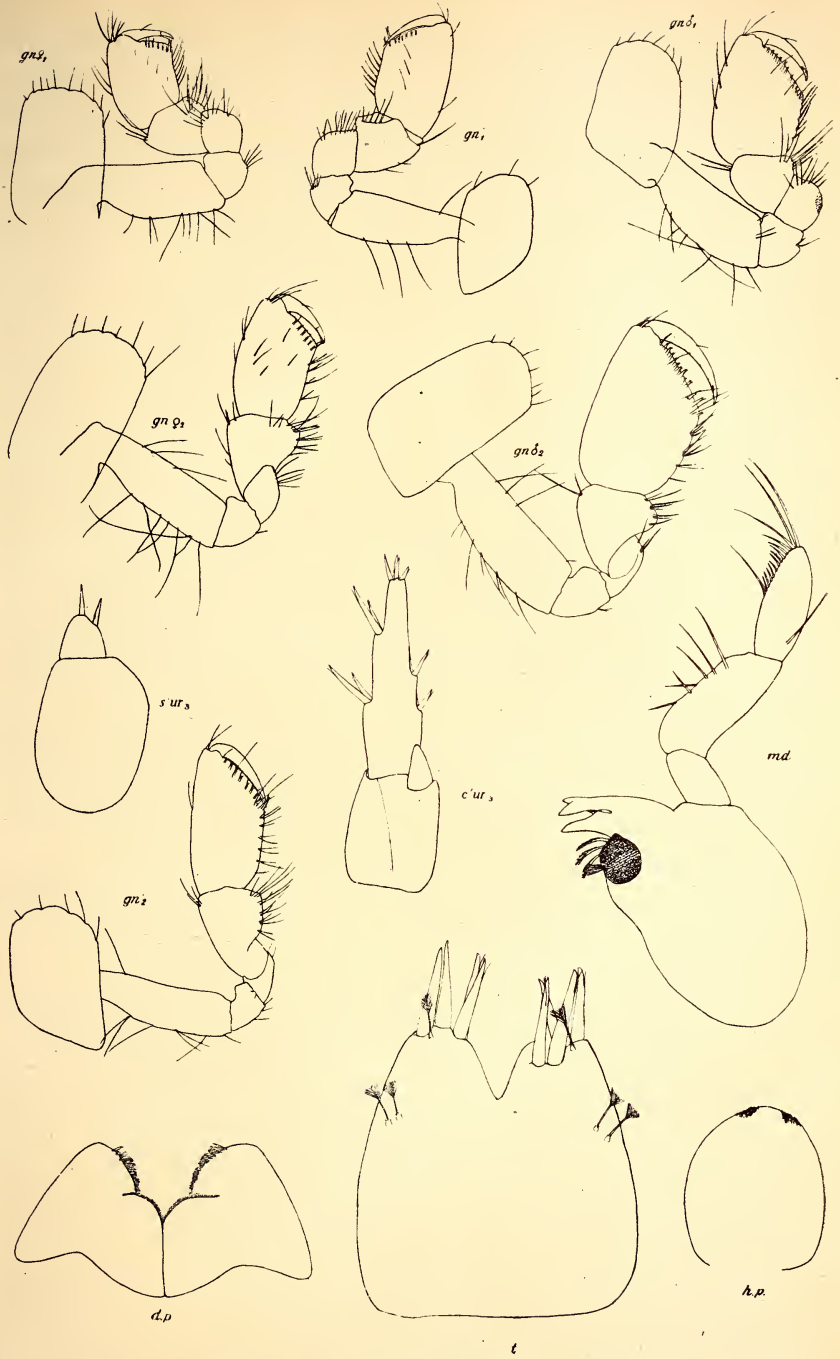
Jelikož však přesné určení specie Amphipodové jest umožněno jen pokud možno hojnými vyobrazeními a poněvadž polská práce Wrześniowského jest obsažena v málo přístupné sbírce »Pamientnik fizyograficzny« z Varšavy, zakreslil jsem znovu nejdůležitější části z meristiky tohoto druhu, což jest zároveň velmi důležito pro posouzení systematického postavení této vzácné formy, o čemž v následujícím uvažujeme.

Již Wrześniowski praví v Zool. Anzeiger (roč. 6. na str. 300: »Diese neue Gattung (*Synurella*) stimmt in allen wesentlichen Charakteren mit der Gattung *Crangonyx* Sp. Bate überein, unterscheidet sich aber von derselben durch ihr Abdomen, dessen drei letzte Segmente zusammen verschmolzen erscheinen.« A později v Z. f. w. Z. (Bd. 50) obrací se proti Gerstäckerovi, jenž spojuje v jedno *Synurella* a *Gammarus:* »Aus meiner Darstellung leuchtet ein, dass *Goplana**) viel mehr in der Gattung *Crangonyx* ihren Platz finden möchte.« K tomuto názoru došel Wrześniowski, ač neznal ještě ústních ústrojů rodu *Crangonyx*, které velmi důkladně zobrazil a popsal prof. Dr. F. Vejdovský v roce 1896 (43), při čemž tento badatel došel následujícího závěru na základě svých srovnávacích prací: »Nur die verwachsenen drei hintersten Abdominalsegmente zu einem einzigen Abschnitt berechtigen die Gattung »Goplana*)« als ein Subgenus von Crangonyx afzufassen.«

Jméno *Crangonyx subterraneus* označující jednoho z obyvatelů našich studní mělo své osudy. Autor jeho, Sp. Bate, popisoval jej z Anglie jako tvora jen s jednou větví po-

*) To jest *Synurella*.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Obr. 27. *Synurella ambulans* (Müll):
gn ♀$_{1,2}$ 1. a 2. gnathopod ♀ × 35; *gn*♂$_{1,2}$ tytéž ♂ × 35; *s'.ur*$_3$ 3. uropod × 50; *m d.* mandibula × 80; *d. p.* dolní pysk × 80; *h. p.* horní pysk × 80; *t* telson × 60. — *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate): *gn'*$_{1,2}$ 1. a 2. gnathopod × 35; *c'ur*$_3$ 3. uropod × 50.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

sledního páru uropodů. Proto T. R. Stebbing zařadil naši formu do rodu *Eucragonyx*, jenž se vyznačuje 2 větvemi na posledním uropodu, a jméno druhové mu dal *E. vejdovskýi*. Zprvu se mi zdál tento název vhodný, i použil jsem jej při své přednášce na V. sjezdu čes. přírodozpytců a lékařů v Praze (30). Než v další úvaze jsem se přiklonil k názoru Chiltonovu (20). Ten totiž maje od Stebbinga preparát *Crangonyxe* z Marlborough dostavil se do Prahy k prof. Dr. F. Vejdovskému, aby porovnal formu anglickou s naší. Po srovnání shledali oba uvedení badatelé, že na preparátě z Marlborough, v celku montovaném, uniká pro drobnost maličký endopodit 3. uropodu, neboť jest patrně zakryt mocnějším exopoditem. Jinak však že se ve všech poměrech těla obě formy, pražská i anglická srovnávají a že proto lze předpokládati u anglické formy i přítomnost zakrytého endopoditu, i totožnost obou forem, čili, že jest oprávněn původní název *Crangonyx subterraneus* jak jej Vejdovský ve své práci užíval. Proto v tomto pojednání používám vždy místo »*Eucrangonyx vejdovskyi*« jména *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate).

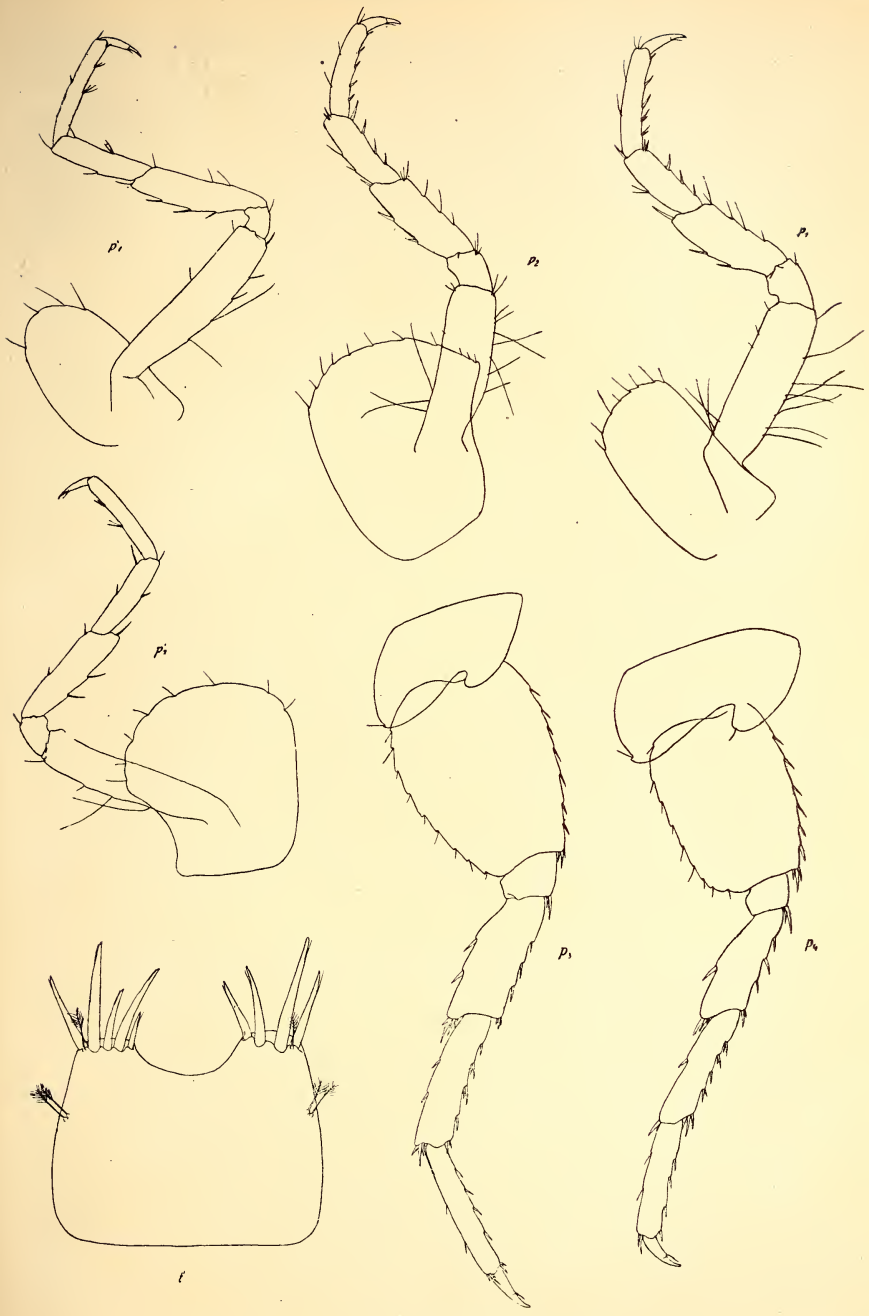
Jelikož jsem měl příležitost důkladně studovati meristiku i anatomii *Synurella* a *Crangonyx*, mohu jen potvrditi názory Wrześniowského i Vejdovského o příbuznosti obou rodů.

Podobnost končetin obou vysvítá ihned ze srovnání našich vyobrazení 26—29. Zvlášť jest nápadná podobnost ústních orgánů i thorakálních okončin.

Ale ještě i po stránce anatomické jest důležitá shoda. Vejdovský a jeho žák J. Loško (23) zdůrazňovali názor, že antennální žláza a zejména její nefridiální nálevka jsou u různých zástupců Crustaceí různě stavěny. Hned z pojednání Vejdovského jest jasno, že nálevkové buňky rodu *Gammarus* jsou hruškovitého tvaru, ke konci rozšířené, u *Niphargus* jsou dlouhé a úzké, takže mají podobu dlouhých, úzkých tyčinek.

Studujeme-li po této stránce *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate) (Tab. II. obr. 5—7), nalezneme sice na řezech 3 nálevkové buňky, ale tvaru kulovitého, na basi opatřené svalovým sfinkterem. Poměry tyto nám nejlépe objasní na

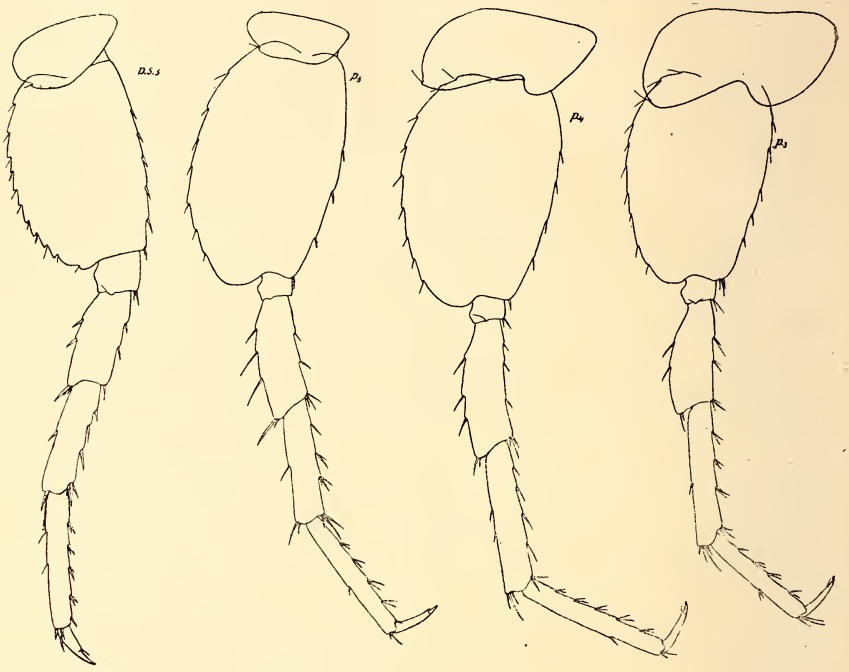
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Obr. 28. *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate): p'_{1-2} 1. a 2. pereiopod × 35; *t* telson × 60. — *Synurella ambulans* Müll: $p_{1,2}$ 1. a 2. pereoipod, $p_{3,4}$ 3. 4 pereiopod × 30.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

naší tabulce znázorněné za sebou následující 3 řezy. Na prvých dvou jsou v nálevkových buňkách zasažena jádra a to na prvém 3 a na druhém 2, jež jsou obklopena protoplasmou. Base nálevkových buněk jeví černá vlákna svalová. O existenci 3 nálevkových buněk nás také přesvědčuje další, poněkud šikmo vedený řez, kde jsou pospolu zasaženy všechny



Obr. 29. *Synurella ambulans*: *p. s.*$_5$ 5. pereiopod. — *Crangonyx subterraneus*: p_3–$_5$ 3.—5. pereiopod ×30.

3 buňky nálevky. Při tom jedna z nich zasažena celá i s jádrem, ze druhých dvou jsou jen plasmatické úřezky, ale dá se z nich zcela dobře usouditi na tvar zmíněných buněk. Alveolární vrstva ve vývodných kanálcích jest zcela tenká.

Při srovnávání tohoto nephridia *Crangonyx subterraneus* s nephridiem *Synurella ambulans* (Tab. II, obr. 1—4) vidíme shodu ve stavbě váčků coelomových silnými svaly v těle upevněných. Nálevkové buňky *Synurelly* jsou rovněž kulovité, o málo plasmě a při basi opatřeny sfinkterem. Na řezech na naší tabulce II. obr. 4. vidíme zasažena všechna

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3 jádra. Vývodné kanálky však mají silnou alveolární vrstvu a žlazové buňky jejich jsou obzvláště mohutné, takže mezi nimi zůstávají jen sporé prostory, které jinak možno viděti na řezech u *Crangonyx subterraneus* aneb na obrazech Vejdovského (45, 46) od *Gammarus* a *Niphargus*. Jádra těchto žlaz jsou neobyčejně veliká.

Z toho, co bylo pověděno, i z vyobrazení antennálních žlaz (Tab. II.) je patrno, že i stavbou svých antennálních žlaz jsou si *Crangonyx subterraneus* a *Synurella ambulans* velmi blízcí. Jelikož však u jiných rodů Gammaridů jsou zvláště tvary nálevkových buněk velmi různé a zde značně podobné, můžeme i z tohoto anatomického znaku usuzovati na značnou příbuznost obou uvedených forem.

Bude zajímavo studovati i anatomické poměry antennálních žlaz jiných sladkovodních i mořských Amphipodů, jež by mohlo platně přispěti k objasnění pochybné příbuznosti různých rodů a druhů. Tuto otázku si však reservuji pro budoucnost, kdy bude mi možno ji provésti na vhodném srovnávacím materiále.

Oči *Synurella ambulans* nejsou kompaktní a jsou opatřeny jen několika málo ommatidiemi, což jest nezvyklé u většiny sladkovodních Amphipodů. Soudíme proto, že oči *Synurelly* jsou orgán se sklonem k redukci omatidií která může nastati za určitých podmínek, na př. životem ve tmě, jak to asi jistě nastalo u její nejbližší slepé příbuzné *Boruta*.

Z dosud uvedeného můžeme souditi, že *Synurella ambulans* jest velmi blízka druhu *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate), žijícímu i ve studnách pražských i pražského okolí.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

II. Část zoogeografická.

1. O výskytu Carinogammarus roeselii (Gerv.), triacanthus mihi, a scutarensis mihi.

(Viz mapu obr. 30.)

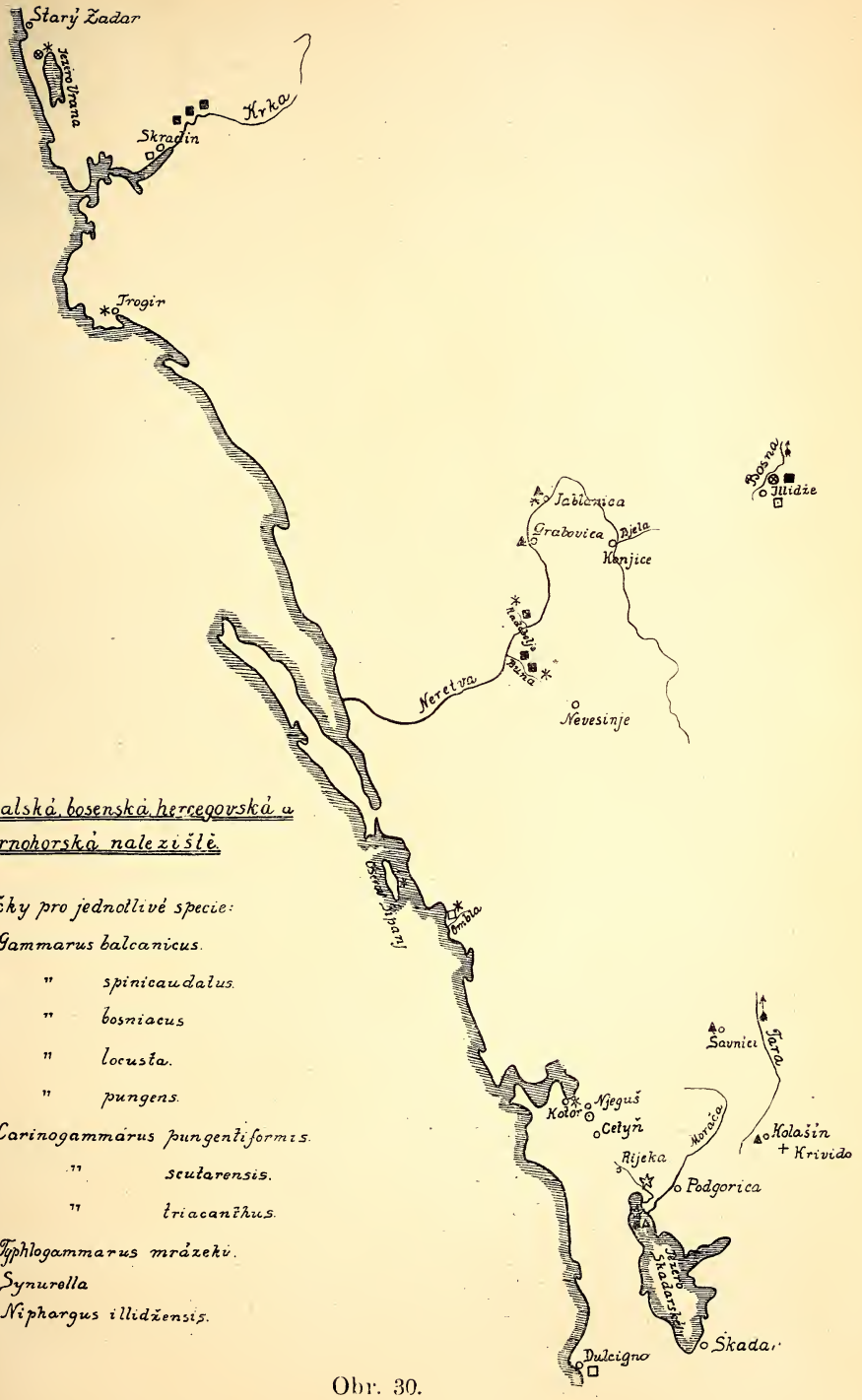
O výskytu *C. roeselii* píše Stebbing ve své monografii Gammaridů: »Europe. Rivers and ponds.« Z toho zdálo by se vysvítati, že jest tento druh opravdu ubikvistem. Než k tomuto názoru se nemůžeme přikloniti. Na př. pro sudetské země byl vždy jako jediný vodní obyvatel z Gammaridů udáván *Gammarus pulex*, *Crangonyx* a *Niphargus*, ale nikdy *Carinogammarus roeselii*. Ale také opravdu v Čechách nebyl dosud v povrchových vodách nalezen jiný zástupce než *Gam. pulex* a řídce *Niphargus*, případně v podzemí vedle Nipharga *Crangonyx subterraneus*.

Teprve v roce 1908 nalezl kollega Dr. J. Šváběník v potoce u Třebíče četné Gammaridy, mezi nimiž jsem zjistil *Gam. pulex* a *Carinogammarus roeselii*, za jejichž přenechání mu tuto děkuji.

Jest důležito, že uvedená moravská lokalita *C. roeselii* nalezá se v úvodí dunajském, kdežto většina Čech, kdež dosud nikdy nezjištěn, patří úvodí labskému. Jest tedy u nás *C. roeselii* vázán na oblast dunajskou. Již dříve byl z úvodí dunajského znám, neboť jej v Uhrách uvádí Chyzer (21) a v Dol. Rakousích, Solné Komoře i Tyrolech C. Heller (13), Moravský nález tedy rozhojňuje tím naši znalost zeměpisného rozšíření *C. roeselii* v úvodí dunajském.

Že právě v úvodí dunajském se vyskytá *C. roeselii* jest asi podmíněno souvislostí Dunaje s Černým Mořem, v němž žijí některé druhy rodu *Carinogammarus*, případně s někdejším Pontokaspiem. Byla by pak pro sladkovodní zástupce *Carinogammarus* dána cesta: z Černého Moře Dunajem hodně vysoko do dunajských přítoků.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Dalmalská, bosenská hercegovská a černohorská naleziště.

Značky pro jednotlivé specie:

- ▲ Gammarus balcanicus.
- ■ " spinicaudatus.
- ⊡ " bosniacus
- □ " locusta.
- ✱ " pungens.
- ☆ Carinogammarus pungentiformis.
- ● " scutarensis.
- △ " triacanthus.
- ⊙ Typhlogammarus mrázeki.
- + Synurella
- ⊗ Niphargus illidžensis.

Obr. 30.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Jelikož Labem k nám dosud nepronikl *C. roeselii*, ač se vyskytuje v Německu v Polabí na mnoha místech, zdá se, že podmínky rozšíření tohoto druhu v Polabí jsou méně příznivy oněch v Podunají.

O původu pak *C. roeselii* můžeme předpokládati, že v obou úvodích se snad vyvinuly podobné tvary konvergencí, jejich však prarodičů nemůžeme jen tak snadno nalézti.

C. roeselii byl asi za dřívějších dob v Polabí, Poryní i Podunají formou hojnou, ale později byl zatlačen až do nižších poloh, odkudž se zase znovu ponenáhlu rozšiřuje do úvodí tam, kde jest to možno (Podunají, Polabí.) Kde se však naskytají překážky snadnému jich rozšíření zůstala forma omezena na úzký areál. (V Československu jest jen v Podunají nikoliv v Polabí.)

Podobně tomu asi bude i u *Carinogammarus triacanthus* jenž jest omezen jen na Skadarské jezero a přirozené překážky nedovolí mu další rozšíření.

Ve Skadarském jezeře žije také ještě od ostatních úplně odlišná forma *C. scutarensis* mihi, o němž jsme řekli, že jest mutantem cyklu *C. pungentiformis*, kterýžto cyklus jest, jak ještě později ukážeme, jasným dokladem immigrace mořských forem do sladké vody. I myslím, že nejsme daleci pravdy, jestliže formu *C. scutarensis* prohlásíme za modifikovaného potomka *C. pungentiformis*, immigrovavšího z Adrie do jezera Skadarského, jemuž však pro přirozené překážky nebylo možno dále se rozšířiti.

2. O zeměpisném rozšíření Carinogammarus thoni n. sp., jakož i všeobecné poznámky k rozšíření zástupců rodu Carinogammarus.

(Viz mapu obr. 30.)

Carinogammarus thoni, nalezený, jak dříve již uvedeno, † docentem drem K. Thonem v okolí Metkovičů, pochází z lokalit Slano vrelo, pramen Lukavac a z jezera Modro oko i Deranského.

Bližších údajů biologických podmínek, za nichž *C. thoni* na uvedených lokalitách žije, bohužel nemám. Jen v Pettermanns Mitteilungen (4) nalezneme Thonovu zmínku:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

»Wo das Wasser stärker strömt, also in der Nähe der Quellen an den Stellen, welche dicht von Wasserpflanzen bedeckt sind, finden wir in groszer Anzahl Gammariden, dann zahlreiche Planarien, also eine typische Bachfauna.« (1. c. str. 80).

Jak svědčí název jednoho z nalezišť »Slano vrelo« (nejspíše tím míněn slaný pramen u Gabely), jedná se tu o poněkud slanou vodu.

Rovněž druhá lokalita Modro oko jižně od Nevesinje jest dle Gavazziho (11) slaná.

Pramen Lukavac napájí jižně od Nevesinje (dle Gavazziho) dva potoky Lukavackého polje, jež oba vyvěrají z podzemního ponoru; v kterém z obou těchto potoků, či zda snad v obou žije *C. thoni*, nemohl jsem zjistiti.

V literatuře nenalezl jsem údajů, zda jest Deransko jezero slané či sladké.

Srovnáme-li tedy povahu uvedených lokalit, vidíme, že prameny Slano vrelo i Lukavac jsou poněkud slané. O původu této slanosti nemohu rozhodnouti, jest však pravděpodobno, že souvisejí s mořem podzemními toky. I mohly by snad i takto vniknouti do oněch pramenů mořské formy. — Neb, vidouce nepatrný stupeň slanosti těchto míst, můžeme tato místa i s faunou považovati za relikty dávného moře, které se v těchto místech kdysi prostíralo.

I budeme pak za takovýto marinní relikt považovati též *C. thoni*.

Přehlížíme-li naleziště dosud známých druhů rodu *Carinogammarus*, shledáme, že většina jich jest zároveň reliktní faunou jezera Bajkalského: *C. cinamomeus* (Dyb.), *C. vagii* (Dyb.), *C. pulchellus* (Dyb.), *C. seidlitzii* (Dyb.), *C. rhodophthalmus* (Dyb.). V úžině Behringově žijí *C. atchensis* (F. Brandt) a *C. subcarinatus* (Bate). *C. caspius* z jezera Chvalinského a *C. roeselii* z evropských řek, potoků a jezer.

Bajkalští zástupci rodu *Carinogammarus* nemají trnů na hřbetě, rovněž nikoliv *C. atchensis* a *C. subcarinatus*.

Podobně *C. scutarensis*, *C. thoni* a *pungentiformis* jsou bez hřbetních trnů a stojí si navzájem příbuzensky blíže než trny opatření *C. roeselii* neb *C. triacanthus*, kteří oba mají hřbetní trny.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Jedná se zde patrně o druhy z různých prarodičů povstalé, které se ale za shodných podmínek přetvořily konvergencí v druhy s podobnými tělesnými znaky.

Uvedené 4 nové druhy zvyšují počet evropských zástupců rodu *Carinogammarus* na 6, počítáme-li jako dříve známé *C. roeselii* a *C. caspius*.

Druhy rodu *Carinogammarus* nám představují ponejvíce uzavřené a samostatně vzniklé kruhy. Tak na př. můžeme mluviti o kruhu bajkalském, o kruhu Behringovy úžiny, o kruhu kaspickém, i adriatickém.

Jest velmi pravděpodno, že novými hydrobiologickými výzkumy nalezneme ve Středozemí ještě řadu nových forem rodu *Carinogammarus*.

3. Otázka vztahu Carinogammarus pungentiformis n. sp. a Gammarus pungens M. Edw.

(Viz mapu obr. 30).

Černohorská řeka Rijeka jest při svém ústí obývána Gammaridem, jejž jsem označil jako *C. pungentiformis* a považuji jej na výchozí formu druhu *Gammarus pungens* žijící ve vodě brakické a sladké.

Abychom tento vztah vyložili i se stanoviska zoogeografického, uvedeme lokality *C. pungentiformis* a *G. pungens* dle svých i cizích nálezů, jakož i dle literatury.

Nejprve o nálezech v úvodí Arsy v Istrii:

V Canale di Arsa, tedy při ústí této řeky, nalezl jsem malé, typické exempláře *C. pungentiformis*, kteří na první pohled činili dojem *G. pungens*. Žili v čistě slané vodě i výše ve vodě brakické. Podél celého toku řeky Arsy nalezl jsem ve zcela malých stružkách do ní tekoucích větší exempláře *C. pungentiformis*. — Řeka Arsa byla za dřívějších dob spojena s jezerem Čepič; ano dle geologických výkladů tvořilo kdysi celé údolí Arsy s jezerem Čepičským a jeho přítokem Bogliunšicí jeden souvislý záliv mořský. Teprve po značných geologických přeměnách se odčlenila Arsa, jezero Čepič i potok Bogliunšica. Jezero Čepičské dnes souvisí s Arsou jen mělkým v létě vyschlým kanálem. I v tomto kanále z části zasypaném jsem nalezl *C. pungentiformis*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

v loužích tam udržených. V jezeře Čepičském s ohledem na jeho vysokou temperaturu není Gammaridů. — S východního břehu jezera, vystupujícího příkře u obce Kožljak (Cosliaco) stéká malý potůček, jenž oživen jest ve své ne příliš studené vodě *C. pungentiformis*. Naproti tomu výše v ledově studených partiích žije *G. spinicaudatus*, jejž jsem nalezl i v potoce Bogliunšici. — Tyto exempláře *C. pungentiformis* z údolí Arsy i od Kožljaku mají silně zmenšený kýl a i v meristice se silně blíží formě *G. pungens*.

Rovněž v mořském zálivu u Medvey v Istrii jsem nalezl *C. pungentiformis* se zmenšeným kýlem v brakické i sladké vodě.

Zmíněný záliv nalézá se v rokli u města Lovrany Do zálivu teče potůček, jenž prýští opodál ze skály. V jeho prameni jsem zjistil *C. pungentiformis*, kteří žili i dále v toku tohoto potůčku na vodních rostlinách, jakož i při ústí potůčku do moře, tedy v brakické vodě. Stoupání resp. klesání toku zmíněného potůčku jest neobyčejně značné, i musí Carinogammaři překonávati značné výškové rozdíly jdouce z moře do pramene potoku, ale jak vidno není jim to žádnou překážkou, aby se nedostali do vyšších míst.

V jiných potůčcích ústících do zálivu u Lovrany nalezneme exempláře, které se již přeměnily v tvar rodu *Gammarus* tím, že pozbyly kýlu na segmentech abdominálních. Máme tu tedy co činiti se skutečným *G. pungens* forma *carinata*, při čemž jen slabě smáčklé segmenty upomínají na *C. pungentiformis*

Již r. 1905 nalezl Dr. P. Steinmann (38) z Aarau formu *G. pungens* v řece Timavu u Duina, který se vyznačoval bílou ledvinitou deskou v očích, do níž byla zasazena černá ommatidia. Vypadaly tedy oči v celku jako kapky mléka.

Poměry kýlu obdobné formám *pungens* z Lovrany mají i Gammaridi řeky Ombly v Dalmacii, v zálivu Skra-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dinském (při řece Krka), v bažinách Trogiru, na ostrově Šipanj a v zálivu Kotorském. Všechny formy z uvedených nalezišť možno označiti za *Gam. pungens*, neboť se značně shodují s Modenským *G. pungens*. Ale přes to všechno svým slabě se stran smáčklým hřbetem na 3. abdominálním segmentu odkazují na původ z *C. pungentiformis*.

V následujícím budiž mi dovoleno pověděti ještě něco bližšího o uvedených nalezištích.

Řeka Krka ústí do moře u Skradina (Scardona) ve velmi hlubokém zálivu. Na přechodu z moře do řeky mohl jsem nalézti formy *G. pungens* M. Edw. a *G. locusta L.*

Krka však tvoří nedaleko svého ústí mohutné vodopády, které jsou nepřekonatelnou přehradou pro oba uvedené druhy. Najdemeť je v toku od moře až k vodopádům, ale nikoliv nad nimi. Tam pak nalezneme *Gammarus spinicaudatus*. Tedy zase i zde pro *G. pungens* jest cesta z moře řekou do pevniny, ale obrovské vodopády jsou již nepřekonatelnou přehradou jejich dalšímu postupu do vnitrozemí.

Na jihu Dalmacie jsem sbíral *G. pungens* v řece Omble u Gruže. Vyskytá se v celém jejím krátkém toku, ale přibude jej početně tam, kde jest voda skoro sladká na ostrůvku proti Dergine, kdež řeka opouští příké skály. *G. pungens* žije tu zvláště hojně na vodních rostlinách, jsa provázen druhem *G. locusta*, jíž jest asi 10% všech individuí. Na břehu pod kameny a odumřelými rostlinami žije *Orchestia gammarellus* Pall.

I na ostrově Šipanj u místa Luka na Šipanu byl ve sladké tekoucí vodě (»živá voda« ji zovou Dalmatinci) *G. pungens*. Než tento pramének má jen krátký, sladký tok, neboť se brzy mísí s mořskou vodou. Můžeme tedy tyto *G. pungens* považovati za brakické neb docela mořské. Spolu s nimi se zde vyskytá *Melita palmata* Mont. a zpod kamenů neb polousušených řas v hejnech vyskakuje *Orchestia Montagui* Aud.

Velmi zajímavým nalezištěm *G. pungens* jest zcela sladký potůček tekoucí do jezera Vranského u Starého Zadru (Zaravecchia). Tam totiž žijí jen zcela drobné, ne více než 7 mm dlouhé exempláře, které dle svého naprosto nelomeného hřbetu a výzbroje rozšířenin pleopodových segmentů

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

i vnitřní plochy thorakálních basipoditů jsou typickým *G. pungens* forma *acarinata*.

Formy hercegovské: Táž forma (jako u jezera Vrana) se vyskytuje v okolí Mostaru. Jest to především výtok řeky Buny z podzemí poblíže Blagaje. V toku řeky Buny až k jejímu ústí do Neretvy nalezneme veliké, mohutné exempláře *G. spinicaudatus*. Podobné poměry jsou na pravém břehu Neretvy v potoce Radobolje, jenž vytryskuje ze skály u obce téhož jména a po nedlouhém toku se vlévá do Neretvy. Ve zřídle potoku Radobolje, z jehož oblasti se vede voda do Mostarského vodovodu, se vše jen hemží Gammaridy na vodních rostlinách, z nichž větší část jest příslušníků *G. pungens* f. *acarinata* a v jejich společnosti zůstávají *G. spinicaudutus* v minoritě. V dalším však toku potoka dolů k řece ubývá jedinců *G. pungens* a přibývá *G. spinicaudatus*.

G. pungens f. *acarinata* jsem odkryl též ve zřídle Komadina. Mohutný proud Komadina vyvěrá v defilé řeky Neretvy nad silnicí, aby se vrhl asi 80 m vysokým vodopádem do Neretvy. Ve zřídle je zastoupen *G. pungens* asi ve 24% a *G. balcanicus* v 76%. Toto místo jest nejsevernější lokalitou u řeky Neretvy, kde jsem *G. pungens* nalezl. Jistě jest s podivem, že zde žije *G. pungens* nad vodopádem Komadinským, ač vodopádů řeky Krky nepřekročil. Snad se podaří oněm u vodopádů řeky Krky přece jen jednou dosíci poloh nad vodopády.

Shrneme-li vše, co jsme dosud zjistili o *Carinogammarus pungentiformis* a *Gammarus pungens* po stránce systematické a zoogeografické, přijdeme k názoru, že zde běží o skutečný přechod mořské formy ve formu sladkovodní. Zdá se, že *C. pungentiformis* jest velmi rozšířen při pobřeží Středozemního moře, a zvláště při Adrii, a že může odtud vnikati do sladkovodních toků, kdež čím dále postoupil, nebo jinak, čím déle žil ve sladké vodě, tím více ztrácí svůj hřbetní kýl. Zda děje se to jen za určitých biologických podmínek, nemohu přesně stanoviti, ač jest to velmi pravděpodobno.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Dokladem přeměny této formy jest celý tok a úvodí řeky Arsy, která má nejmladšího kolonistu *C. pungentiformis* v moři a nejstaršího v potůčku u Kožljaku, prvého s kýlem, druhého téměř bez kýlu. — Totéž potvrdí i nálezy při Neretvě, kdež zašel *G. pungens* na mnoho kilometrů vysoko proti proudu až k vodopádu Komadina u Jablanice.

Není bez důležitosti vytknouti okolnost, že *G. pungens*, jenž se vyskytá daleko v pevninských vodách se poměrně málo odchýlil od svého velmi pravděpodobného předka.

Jako však jednu ze změn nastalých u *Gam. pungens* pobytem ve sladké vodě, můžeme spatřovati ve zmenšení počtu štětin všech končetin, i zvláště ve výzbroji postranních výběžků pleopodových. Tyto totiž u zástupců *C. pungentiformis* a *G. pungens* žijících blíže moře (v Omble, u Kotoru, v Timavu a j.) jsou posázeny hojnými, dlouhými štětinami. — Naproti tomu však u *G pungens* od Vranského jezera v Dalmacii mají na těchto deskách tenké štětiny ve své prvé polovině, v druhé však polovině při dolním kraji těchže desek ostny.

Skoro u všech druhů Gammaridů žijících ve sladké vodě vyskytují se na postranních pleopodových rozšířeninách ostny. I můžeme si je dle poměrů *G. pungens* vyložiti jako adaptaci ve sladkovodním živlu. — Řekneme tedy, že ti zástupci *G. pungens*, kteří měli předky ve sladké vodě jen krátkou dobu, jsou opatřeni dlouhými štětinkami na zmíněných rozšířeninách, kteří však byli tu déle, mají již se vyvíjející ostny (od jez. Vrana), a kteří nejdéle jsou ve sladké vodě (exempláře z Radobolje, Buny, Komadiny — také nejhlouběji se vyskytující) mají jedině ostny na rozšířeninách pleopodových segmentů.

Vidouce, že *C. pungentiformis* jest ve slané, brakické i sladké vodě můžeme jej spolu s *G. pungens* považovati za silně euryhalinní formy, které nejen aktivně zacházejí z moře do sladkých vod (na př. v Timavu, Arse, Omble, v potoce u Kotoru), ale dokonce snad někde mohou býti považováni za zbytek dávného moře, jako snad nálezy v potoce u Kožljaku, u Vranského jezera, v pramenech Komadina, a snad i u Radobolje a v Buně.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Pokud se týče teplotných podmínek, tu dlužno vytknouti, že *G. pungens* žije v úvodí Neretvy ve výtocích podzemních vod (Komadina, Buna, zřídlo Radobolje a chráněný tok Radoboljského potoka) tedy na místech, která nepodléhají značnějšímu kolísání teploty. A rovněž nejsevernější místo jeho výskytu při Neretvě (Komadina u Jablanice) jest posledním místem, kdež můžeme nalézti v Hercegovině ještě teplejší klima. Z toho důvodu označíme *G. pungens* jako tvora stenothermního s vyšším optimem tepelným. To by nám mohlo také rozřešiti otázku, proč jest právě ve vnitrozemí málo rozšířen. Ostatně stejného rázu klimatického jsou lokality dosud uváděné v literatuře, neboť Italie, Sicilie, Cypr a Syrie jsou vesměs teplejší místa bez značnějších variací tepelných.

Tyto nálezy byly potvrzeny i v úvodí Tagliamenta v severní Italii drem Zd. Frankenbergerem, v jehož materiále zjištěn i *C. pungentiformis* jako immigrující forma. i *G. pungens* jako starší kolonista sladké vody (32, 33).

Dále by mohlo přijíti v úvahu i rozšíření *G. pungens* pomocí zavlečení vodními ptáky.

A konečně budiž uveden jeden předpoklad možnosti rozšíření *G. pungens* na př. ve zřídle vodopádu Komadina a ve zřídle Buny. — Jak známo jsou krátké krasové řeky namnoze navzájem spojeny podzemními toky, takže řeka Buna jest považována za pokračování řeky Zalomska.

Jak jsme ukázali při lokalitách *C. thoni* jsou mnohé z krasových řek v direktním spojení s mořem. I bylo by proto možno, že marinní formy tudy vnikají neb vnikly do vod vnitrozemních. Tu ovšem bychom měli pro *G. pungens* přímou cestu z moře do pramenů hercegovských, ale jistě by se bylo tak stalo již dávno, neboť forma *acarinata* předpokládá dlouhý pobyt ve sladké vodě a nenalezneme mezi nimi jiných exemplářů s lépe vyvinutým kýlem neb bohatou štětinovou výzbrojí, což by muselo býti, kdyby ono pronikání se dělo i dnes, neb před krátkým časem. — Jinak víme, že za doby mořské transgresse se rozlévalo moře hodně hluboko do vnitrozemí, i že tato okolnost jistě napomohla většímu vniknutí Gammaridů do vnitrozemí.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

4. Rozšíření Gammarus balcanicus n. sp., jakož i o jeho příbuzenském vztahu ke G. spinicaudatus n. sp. a G. konjicensis n sp.

(Viz mapu obr. 30 a 31.)

Zeměpisné rozšíření *G. balcanicus* jest zvláště zajímavé. Formy černohórské, hercegovské i bulharské jsou stejně stavěny. Než svým úvodím jsou tyto okrsky různé, takže jest těžko zde počítati s přímou jejich souvislostí.

1. Naleziště černohorská jsou dvě. První místo, kde žije *G. balcanicus*, jest blíže Šavníků, ve výši 877 m nad mořem, v potoce velmi bohatém na pstruhy a zvaném Bukovica, patřícím k úvodí Dunajskému.

Na druhém místě u Kolašína se jedná dle údajů Mrázkových o teplý pramen, jenž však je zase v úvodí Dunajském.

2. V Hercegovině nalezl jsem *G. balcanicus* na 2 místech. První jest studený potok u Grabovice při dolním toku Neretvy. Druhé, pramen Komadina poblíže Jablanice*) Jak již u *G. pungens* bylo řečeno jedná se tu o podzemní tok náhle vyvěrající ze země, kdež oba druhy r. *Gammarus* žijí na vodních rostlinách. — Nutno pak při tom zdůrazniti, že hercegovské exempláře mají vesměs jen tenké štětinky na 1. segmentu uropodovém. Můžeme je proto považovati za nejdále v odštěpení pokročilé od *G. pulex* respektive *G spinicaudatus*, či od původní mořské formy společné jim všem.

2. Bulharská naleziště jsou ponejvíce v Rhodopách ve značné výši. Dle údajů Dra Komárka žije *G. balcanicus* na hoře Vitoša, zvedající se do výše 2200 m nad Sofií, v lesním, divoce tekoucím potoce spolu s *Planaria montenegrina* (Mrázek) ve výši asi 1000 m. U vsi Pašmaklii na hoře Karamandža vyskytoval se zmíněný druh rovněž v horských potocích. Při úpatí Karamandža u Čepelare byl nalezen v mohutném prameni prýštícím ze země. — Naleziště Dra Rambouska patří rovněž do horského pásu: Jest to horský potok zvaný Pančerevo—Bystrica, jenž ústí u Sofie do řeky Iskru a ještě jedno místo na jižním úpatí Vitoše.

Jak z uvedeného patrno jest *G. balcanicus* horskou

*) Blíže místa, kde Neretva se obrací k jihozápadu.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

formou, vyskytující se v potocích spolu s *Planaria montenegrina* a *Planaria alpina* a odkazující svým příbuzenstvím snad na *G. spinicaudatus*, od něhož se více neb méně odštěpil, což můžeme sledovati na výzbroji 1. segmentu uropodového.

Neboť, vyskytne-li se zase ještě velmi vzácně nějaký osten mezi štětinkami tenkými, jest to jistě znak čistě atavistický, jenž je tím řidší, čím dále je odštěpen od původního předka majícího ostny na hřbetě segmentů urosomu, jež jsou typickým znakem mořských forem rodu *Gammarus*.

Na tomto místě dlužno připomenouti i formu *G. konjicensis*, kde ona redukce trnů na urosomu zastihla jen postranní skupiny trnů. I jeví se nám celý kruh uvedených forem následující: *G. spinicaudatus* — *G. konjicensis* — *G. balcanicus;* všechny tři jsou jistě výsledkem určitých biologických podmínek.

U všech těchto tří forem jest redukce dlouhých tenkých štětinek na propoditech a karpopoditech pereiopodů, ale za to jsou tu na nich vyvinuty ostny — na 1. segmentu urosomovém však jen u *G. spinicaudatus* hojné a mocné ostny — u *G. konjicensis* částečná — a u *G. balcanicus* úplná redukce těchto ostnů a nahražení jich tenkými štětinkami.

5. Rozšíření Gammarus komáreki n. sp.

(Viz mapu obr. 31.)

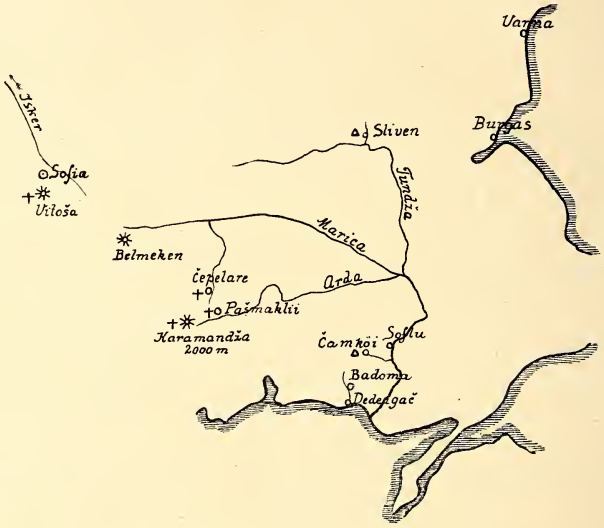
Zeměpisné rozšíření *G. komáreki* jest velmi záhadným problémem. — Jeho bydliště jest horský potok, jak z předu uvedeno u Slivenu na svazích Kužbonaru; místo to je v pohoří Balkánském a v úvodí řeky Marice, neboť onen potok ústí do řeky Tundže. Dále rovněž horský potok u městečka Belovo a sice na místech, kde se mísí teplá voda pramenů vyvěrajících po stranách potoka s chladnější vodou potoční. Žijí tam na Characeích a Veronica spolu s *Telphusa fluviatilis*. Potok ten, tekoucí ve výši 800 m na úpatí Rhodop, patří rovněž do úvodí řeky Marice.

Další jeho lokalitou jest lesní potok u Čamköi (asi 25 km od Soflu) ve východním předhoří Rhodop, jenž teče vápencem a pramen ve dvoře kláštera v Čamköi. Na vyšší teplotu jmenovaného potoka lze souditi z Komárkových nálezů *Telphusa fluviatilis* a *Emys orbicularis*.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Mimo to dle sdělení Dra Komárka, nalezl Dr. Purkyně na téže lokalitě některé Coleoptery patřící fauně maloasijské.

Tato okolnost jistě podporuje myšlenku po odvislosti druhů balkánských od druhů maloasijských a možnost příbuzenství *G. komáreki* s *G. syriacus*, jejichž lokality teprve později, a to teprve v poměrně dosti nedávných dobách, byly odděleny přehradou dardanelskou.



Obr. 31. Lokality rozšíření *G. balcanicus* + a *G komáreki* △ ve východním cípu poloostrova balkánského.

Tuto myšlenku posiluje dále to, že, ač jsem měl příležitost vyšetřovati Gammaridy z mnoha různých nalezišť Balkánu, shledal jsem, že lokality *G. komáreki* jsou omezeny jen na východní Balkán a sice na oblast mezi mořem Černým a Egejským.

Svahy Rhodop i horstva Balkánu tvoří asi těžce překonatelné neb vůbec nepřekonatelné přehrady pro *G. komáreki*, takže tento jest omezen jen na úzký areál celého balkánského poloostrova.

Se značnou pravděpodobností se dá souditi ještě na řadu jiných nalezišť druhu *G. komáreki* v Thracii jižně od

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Balkánu a východně od Rhodop, i v Malé Asii na druhém břehu dardanelském.

Naleziště tato budou jistě vesměs teplé povahy, neboť *G. komáreki* jest formou teplomilnou jak plyne z právě uvedeného udání povahy jeho lokalit, čehož nesporným důkazem je na Rambouskových i Komárkových lokalitách *Telphusa fluviatilis*, eventuelně *Emys orbicularis*.

6. O výskytu jižních druhů rodu Niphargus.

(Viz mapu obr. 30)

1. Na svých cestách na evropský jih věnoval jsem též svou pozornost zástupcům rodu *Niphargus*.

Při výstupu od Opatije na Učku Goru (Monte Maggiore) v roce 1907 nalezl jsem ve výši 1100 m nad hladinou mořskou ve velmi studeném prameni plném napadalého listí formu upomínající na *Niphargus tatrensis* Wrześniowski.

Tato lokalita jest očividně sekundárním bydlištěm Nipharga, jenž vniká tam z podzemí, neboť ona studánka jest v přímém spojení s vodami podzemními, a zároveň nám ukazuje cestu, kudy, dle názoru Thienemannova (41), stenothermní všeobecně rozšířená fauna vnikala do nitra země, aby tam nalezla útočiště za doby ledové.

2. V témže roce ohledával jsem prameny řeky Bosny u Illidže blíže Sarajeva. Zde vylovil jsem jediným zatáhnutím řešetovité, drátěné sítě tisíce exemplářů druhů rodu *Gammarus**) (*G. spinicaudatus* a *G. bosniacus*), mezi nimiž byli

*) Zástupci rodu *Gammarus* na této lokalitě lovení byli nápadní bělavým zabarvením, prosvítajícím ze vnitř při hřbetu těla. Jelikož jsem hned usuzoval na infekci větším parasitem, pozorně jsem je roztrhoval v prstech, i nalezl jsem skoro v každém exempláři 2—3 cysticerky tasemnice *Cyathocephalus truncatus* Pallas, jež žije v dospělém stavu ve pstruzích. Tyto cysticerky byly poprvé popsány E. Wolfem v Zool. Anzeiger, r. 1906, tedy rok před mým nálezem a to z Gammarů v řece Nekaru, neboť dříve byla známa jen dospělá individua *Cyathocephalus* ze pstruhů. Takto infikovaní blešivci, jsou jistě nebezpečnými pstruhům, jimž jsou namnoze výhradní potravou. I měl jsem současně příležitost pozorovati ten zajímavý zjev, že se pstruh sám vyhýbá infekci, odmítaje přijímati za potravu infikované blešivce, ač jiné neinfikované vybírá s hltavostí jen sobě vlastní. Rozeznávání zdravých a infikovaných blešivců děje se u pstruha patrně zrakem, neboť cysticerky probělávají pokožkou blešivců.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

svým zarůžovělým tělem ihned patrni zástupci rodu *Niphargus*. (bylo jich ze všech tam ulovených Gammaridů asi 1%). Jejich hlavový segment měl, jak již dříve bylo řečeno, sírově žlutou skvrnu, která však zmizela po konservaci v líhu.

Při bližším studiu ihned upomínali na Chevreuxem z Francie popsaný druh *Niphargus Ladmiraulti*, jenž však se od tohoto značně odlišuje, i označil jsem jej jako *Niphargus illidžensis* n. sp.

3. Exkurse ku V r a n s k é m u jezeru v Dalmacii (u Starého Zadru) byla velmi bohatou na zajímavé poznatky po po stránce Gammaridů.

Celé toto obsáhlé jezero zaujímá plochu 28 km². V létě za nízkého stavu vody jest pouze 13 km dlouhé, na podzim a v zimě, kdy voda vystoupne, má délku 17 km.

Jezero táhne se rovnoběžně s mořem, od něhož jest odděleno mohutným valem nummulitového vápence. Nejbližší vzdálenost jezera od moře jest u osady Pokoščane, totiž 1 km. Voda v jezeru jest slabě slaná a zejména v létě velmi teplá, takže Gammaridi nežijí přímo v ní.

Za to jsem nalezl blíže rybářské chatrče malou, v písku rukama vyhrabanou studánku, která byla chráněna před vyschnutím jen několika malými prkénky. V jejím okolí vyskakovaly z pod kamenů *Orchestia gammarellus* Pall., které jinak žijí při mořském břehu pod kameny a jinými vlhkými předměty. V praménku samém nalezl jsem dříve popsané *Niphargus illidžensis* forma *dalmatina* mihi. — Jak mi rybář sdělil, mizí občas tento pramének, což jistě souvisí s výškou hladiny vodní v jezeře. Jest tedy jasno, že máme tu co činiti s druhotným výskytem *Niphargus* ve svrchozemské lokalitě a to tak typickým jako jinde nemůžeme ukázati při nálezech ve stálé vodě, neboť s ustupující vodou jdou i Niphargové ze studánky do podzemních pramenů a jimi snad i do jezera samého.

Vyskytování forem úzce příbuzných s *N. Ladmiraulti* (Chevreux) v Bosně a Dalmacii jest tím zajímavějším, že *N. Ladmiraulti* byl nalezen a popsán jen dle 9 exemlářů (6 ♀ a 3 ♂) ze studní v Nantes ve Francii. Jinak dosud nalezeni nebyli. — Pravděpodobně ovšem budoucí důkladnější badání přinesou nám i tu jiné nové poznatky.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

K nálezu u jezera Vrana do stejné linie se řadí nález Dra Frankenbergera, o němž se zmiňuji v Rozpravách a Bulletinu II. tř. Čes. Akademie v Praze (1919 a 1920). Jest to nález *Niphargus illidžensis* patrně forma *dalmatina* mihi u Sesto (v sev. Italii) v bystrém horském potoce. Jedná se tu jistě o sekundární výskyt formy subterránní.

Srovnáním všech lokalit *N. illidžensis* v Bosně, Dalmacii, sev. Italii a *N. Ladmiraulti* ve Francii můžeme dospěti k názoru, že jedná se zde o celý okruh subterráních forem v oblasti mediterránní, které za změněných podmínek životních mohou vykazovati větší či menší změny ve své organisaci.

Byl by to tedy pendant ke kruhu *Carinogammarus pungentiformis — Gammarus pungens* a *G. spinicaudatus — konjicensis — balcanicus*, kdež tito, jakož i druhy *Niphargus* jeví značnou schopnost vytvořování lokálních forem, určených růzností biologických podmínek lokalit, na nichž žijí.

7. Stáří sladkovodních Gammaridů.

Ze všeho, co dosud bylo uvedeno, jest vidno, že sladkovodní Gammaridi Balkánu, což lze říci i šířeji evropští vůbec, kupí se ve přirozené formové skupiny, cykly, jichž všichni členové stojí v určité vzájemné morfologické souvislosti, což jest zase v určitých vztazích k jich zeměpisnému rozšíření.

Různé tyto cykly jsou také různého stáří, jak následuje:

a) Ještě dnes z moře do sladké vody aktivně immigrující formy.

Jak z předchozích všech úvah vidno, máme některé formy, na které i dnes možno ukázati jako na formy přímo aktivně immigrující z moře do sladké vody a přizpůsobující se sladkému živlu zaoblením těla, stloustnutím a zneprůhledněním chitinu, i zmenšením počtu i délky výzbroje štětinové.

Jsou to druhy *Carinogammarus thoni-scutarensis-pungentiformis — Gammarus pungens f. carinata — G. pungens f. acarinata*, což jsou formy vesměs se vyznačující

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

krátkým endopoditem 3. uropodu a úzkými lamellami inkubačními. Tyto všechny dlužno považovati za mladé kolonisty Gammaridové ve sladkých, případně brakických vodách. O poměrně malém jejich stáří mluví rozšíření jich jen na malých oblastech, omezených hlavně na nedlouhé toky ústící do jihoevropských moří (Tagliamento, Arsa, Neretva, Ombla a j.).

Jelikož jistě tato immigrace se děje i dnes, můžeme souditi, že s dobou bude as přibývati i jejich rozšíření.

Uvnitř tohoto kruhu ovšem mohou vlivem různých činitelů vznikati i nové typy, jako jsme viděli mutací vzniklého *C. scutarensis*, ale při tom podržuje v ostatních znacích dobře charakter svého cyklu.

b) Formy kdysi hojnější, dnes však omezené jen na nepatrné areály, z nichž se však dosud značněji nerozšířily.

Nesporně jedním z nejdůležitějších nálezů zoogeografických jest nález prof. Mrázka *Synurella ambulans* (Fr. Müll.) na Černé Hoře*).

Ptáme-li se po stáří této formy, máme odpověď v jejím sporadickém výskytu a příbuzenství.

Jak bylo řečeno nalezena nejprve F. Müllerem u Greifswaldu v Německu, žije jak známo i v severoněmeckých jezerech, i ve vodách blíže Berlína, vedle toho byla objevena Wrześniovským v Polsku u Varšavy i později Grochovskim rovněž v Polsku, pak na Č. Hoře a konečně na Moravě.*) Jest tedy výskyt její hodně řídký na lokalitách prostorově od sebe velice vzdálených. I když počítáme s tím, že svou habituelní podobou s rodem *Gammarus* ušla povrchnímu pozorování, přece jen můžeme souditi, že počet míst, kde žije jest hodně skrovný.

Jelikož víme z předchozího, že jest úzké, příbuzenství *Synurelly* a jistě i *Boruty* s *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate) můžeme přijímati formový cyklus *Synurella* — *Boruta tenebrarum* — *Crangonyx subterraneus*.

A tento formový cyklus byl asi jistě za dřívějších dob

*) Rovněž jest vysoce zajímavý nález *Synurelly* dra Š. Soudka na Moravě u Brna, kterou dle svých zkušeností musíme též prohlásiti za identickou se *Synurella ambulans* (F. Müll.)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ve vodách povrchových více rozšířen, snad v dobách, kdy v Evropě byla nižší temperatura, tedy v dobách ledové blízských. Vlivem však změněných podmínek životních jednak ponejvíce vyhynuly neb ustupovaly zmíněné formy před vyšší temperaturou na dno jezer neb do pramenů a jimi i do podzemí, analogně rodu *Niphargus*, a daly tak vznik i slepým formám, jež zase druhotně (*Boruta*) mohly osídliti povrchové vody.

Jest tedy formový cyklus *Synurella* — *Boruta* *Crangonyx* zbytkem staré skupiny forem, ponejvíce v Evropě vyhynuvších a udržujících se jen na málo, sporadicky roztroušených, svými podmínkami životními jim vyhovujících lokalitách. [Srovnejme též relikty severoevropských jezer!]

c) Formy kdysi obecné vlivem změněných životních podmínek na určité místo zatlačené, které se později rozšířily po některých tocích.

Naproti poslední jmenované skupině má *Carinogammarus roeselii* větší souvislé okrsky svého výskytu. Celou organisací svého těla jest blízký cyklu *G. pulex*, jemuž jest mnohem bližší než výše zmíněný *G. pungens*. O tom nás přesvědčuje nesporně úvaha o jeho poměrech meristických a zvláště tvar inkubačních lamell (obr. 17), jež jsou u *C. roeselii*, široké, obdobné oněm u *pulex*, za to však ony u *G. pungens* (32, 33) zcela úzké jako u *C. pungentiformis* i u *G. chevreuxi* Sextonové (obr. 10). Jelikož považujeme *G. pulex* za starou formu, budeme i pro *C. roeselii*, s ním částečně shodného, postulovati značné stáří, ale při tom má *G. pulex* nízké, *C. roeselii* vyšší optimum tepelné.

Také výskyt *C. roeselii* hluboko ve vnitrozemí (Morava, Rakousy, střední a jižní Německo) mluví již pro dosti značné stáří této formy. Ale přes to nelze mluviti o ubikvitérnosti této formy, chybíť v horním Polabí úplně. I můžeme se spíše uchýliti k výkladu, že se tu jedná o formu sice dosti starou, která se však z určitých center znovu rozšiřuje v povodí určitých řek. Snad byla tato forma kdysi více rozšířena, pak ale změnou životních podmínek (snad v době ledové, jelikož její optimum tepelné je vysoké), byla

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zatlačena jen na určitá místa do dolních částí velikých toků (Dunaj, Labe), a odtud teprve znovu, a to již hodně dávno, snad po době ledové osídlovala povodí, majíc schopnost přizpůsobovati se novým podmínkám životním. Jedno z těchto center se zdá ležeti na severu Evropy a řeky tekoucí do severních moří jsou jednou z cest jejího rozšíření, druhé pak centrum leželo někde blíže k Černému moři a odtud osídlil *C. roeselii* úvodí Dunaje.

d) Velmi staré ubikviterní formy.

Za nejstarší bych považoval formy kruhu (cyklu) *pulex*, k nimž počítáme formy — *G. pulex* — *G. spinicaudatus* — *G. bosniacus* — *G. balcanicus* — *G. komáreki*.

Tělo jejich jest v celku posuzováno robustní, na průřezu válcovité, se silným chitinovým pokryvem, což vše jsou nepochybné znaky dlouhého již pobytu ve sladké vodě, neboť víme, že formy rodu *Gammarus* a *Carinogammarus* mořské i brakické se vyznačují tělem více méně sploštělým, s teninkým průhledným chitinem.

Větve 3. uropodu jsou u všech značně dlouhé, jak to shledáváme u *G. locusta*. A přihlédneme-li ke tvaru inkubačních lamell zástupců cyklu *pulex* a srovnáváme-li je s *G. locusta*, shledáme, že jsou tyto lamelly u druhu *locusta* sice užší, ale tvarově lamellám *G. pulex* neobyčejně blízké. Ze shody těchto důležitých znaků, i z celkové habituelní podobnosti, která se nesmí též přezírati, usuzuji na blízké příbuzenství, cyklu *pulex* s mořským druhem *G. locusta*. Kdysi byla to asi mořská *G. locusta*, neb mořský druh formě *G. locusta* blízký, z něhož vzaly všechny formy cyklu *pulex* svůj vznik.

Od původního svého předka se již hodně dávno odchýlily a životem ve velmi různých podmínkách životních, případně i zasažením jiných činitelů (mutace — dědičnost zrůdy?) daly vznik novým formám.

Že formy ty jsou již dávno ve sladké vodě, o tom nám vydává svědectví jejich všeobecné rozšíření i na vysokých nepřístupných místech a to nejen v Evropě, ale i v Asii. Neboť, kdyby byly formami teprve dnes immigrujícími z moře, nalezli bychom je jednak ne tak všeobecně, a při tom bychom pozorovali jistě všechny přechody od původního předka jako to shledáváme u *G. pungens*, ale tomu tak není.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Za to ovšem pro odhad stáří cyklu *pulex* jest závažnou okolností, že formy ty jsou ponejvíce, až na *G. komáreki*, obyvateli studených vod, tedy že jistě přečkaly dobu ledovou.

Můžeme tedy souditi, že snad jsou ještě staršího data než jest poslední geologická perioda, a že snad byly již v tercieru obecně rozšířeny. Doba ledová sehnala je s výšin do údolí, kdež se udržely v ledové vodě a pak zase s prameny ustupujících ledovců vodami osídlily znovu i nejvyšší pásma horská.

Pro značné stáří formy *G. komáreki*, která jest nesporně formou cyklu *G. pulex*, mluví shoda ve znacích této formy se znaky západoasijských zástupců rodu *Gammarus*, i vznikla jistě někde ze souhlasného centra s těmito, a teprve průrva dardanelská v době čtvrtohorní oddělila pevninskou souvislost lokalit asijských a evropských.

Zároveň zde vidíme, že vedle centra studenomilných zástupců cyklu *pulex* bylo asi ještě druhé centrum teplejší, snad někde v teplejších západoasijských končinách.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

III. Přehled studovaných forem dle nalezišť.

1. Istrijská naleziště:

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Gammarus spinicaudatus n. sp.	Potok Bogliunšice u Čepičského jezera. Pramen u Kožljaku (Cosliaco) u Čepičského jezera.	SCHÄFERNA
Gammarus pungens M Edw. forma *carinata* mihi	Timavo u Duina. Lovrana.	STEINMANN, SCHÄFERNA SCHÄFERNA
Carinogammarus pungentiformis n. sp.	Řeka Arsa (Ráša). Kanál mezi Arsou a Čepičským jezerem. Dolní tok potůčku u Kožljaku Medvea u Lovrany.	SCHÄFERNA » » »
Niphargus ta trensis Wrześ(?)	Pramen ve výši 1000 m na Učka Gora (Monte Maggiore).	»

2. Dalmatská naleziště

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Gammarus pungens M. Edw. forma *carinata* n. f.	Řeka Ombla u Gruže, po celém jejím toku. Potůček u Kotoru. Krka od ústí až ke svým vodopádům. Bažiny u Trogiru. Ostrov Šipanj (Giuppana).	SCHÄFERNA MRÁZEK, SCHÄFERNA SCHÄFERNA ROGGENHOFER SCHÄFERNA
Gammarus pungens M. Edw. forma *acarinata* n. f.	Potůček u Vranského jezera.	SCHÄFERNA
Gammarus spinicaudatus n. sp.	Krka nad vodopády.	»
Gammarus pulex L.	Clissa u Splitu.	ROGGENHOFER
Gammarus locusta L.	Záliv Krky u Skradina. Slané jezero u Prožury na Mljetu. Řeka Ombla.	SCHÄFERNA ROGGENHOFER SCHÄFERNA

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Niphargus illidžensis forma *dalmatina* n. sp. n. f.	Studánka u jezera Vrana.	SCHÄFERNA
Niphargus virei (Chevr.)	Jeskyně Ostaševica na Mljetu.	MIESTINGER
Orchestia gammarellus (Pall)	Břeh Ombly. Při studánce u jezera Vrana.	SCHÄFERNA
Orchestia mediterranea (A. Costa)	Mlět.	ROGGENHOFER
Orchestia montagui (Aud.)	Šipanj.	SCHÄFERNA
Melita palmata (Mont.)	Šipanj.	»

3. Černohorská naleziště.

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Gammarus balcanicus n. sp.	Šavníci. Kolašín.	MRÁZEK
Gammarus spinicaudatus n. sp.	Podgorica.	»
Gammarus pulex L.*)	Poščensko jezero.**) Bukomirsko » .***)	»
Gammarus locusta L.	Zogajsko blato (brakické jezero). Dulcigno.	» »
Carinogammarus scutarensis n sp.	Řeka Rybnica; při svém ústí do jezera Skadarského.	»
Carinogammarus triacanthus n. sp.	dto	»
Carinogammarus pungentiformis n. sp.	Řeka Rijeka. Jezero Skadarské.	»

*) Mají po 2 ostnech v postranních skupinách na uropodových segmentech.

**) Žijí tu na hojných rostlinách v postranních zátokách jezera.

***) Obrovské exempláře žijící v jasné studené vodě při kamenitém břehu prostém rostlin.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Typhlogammarus mrázeki (Schäferna)*)	Lipska pečina (jeskyně) Pramen u Njeguše.	MRÁZEK
Synurella ambulans (MÜLL)	Krivi do blíže Kolašína.	»

4. Hercegovská naleziště.

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Gammarus balcanicus n. sp.	Potok u Grabovice. Zřídlo Komadina u Jablanice.	SCHÄFERNA
Gammarus pungens M. Edw. forma *acarinata* n. f.	Pramen Buny. Pramen a tok potoka Radobolje u Mostaru. Zřídlo Komadina.	»
Gammarus spinicaudatus n. sp.	Řeka Buna ve svém toku krom pramene. Potok Radobolje.	»
Gammarus konjicensis n. sp.	Potok Bjela u Konjice.	»
Carinogammarus thoni n. sp.	Jezero Deransko. » Modrooko. Pramen Lukavac. » Slano vrelo.	THON

5. Bosenská naleziště.

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Gammarus spinicaudatus n. sp.	Pstruhový potok u Illidže blíže Sarajeva (Prameny Bosny).	SCHÄFERNA
Gammarus bosniacus n. sp.	» » »	»
Niphargus illidžensis n. sp.	» » »	»

6. Bulharská a thracká naleziště.

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Gammarus balcanicus n. sp.	Karamandža.	KOMÁREK
	Svahy Vitoše u Sofie.	KOMÁREK, RAMBOUSEK
	Pašmaklii.	KOMÁREK
	Čepelare.	»
	Čerepiški monastyr na Iskru.	RAMBOUSEK

*) Druh *Typhlogammarus mrázeki* (Schäf.) sbíral ve značném počtu v hercegovských krasových jeskyních ředitel moravského musea DR. K. ABSOLON.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Rod a druh	Naleziště	Sběratel
Gammarus komáreki n. sp.	Horský potok poblíže Monastyru Čamköi, i na dvoře téhož. Potok u Slivenu. Potok u Belovo.	KOMÁREK RAMBOUSEK »
Gammarus pulex L.*)	Badoma; u Dedeagače v teplé řece.	KOMÁREK
Gammarus spinicaudatus n. sp.	Belmeken (ve vysokých Rhodopách).	RAMBOUSEK
Gammarus maeoticus (Sowinski)	Brakické jezero u Burgasu.	»
Gammarus locusta L.	» » » Varny.	»
Orchestia montagui (Aud).	Varna; mořský břeh.	»
Orchestia gammarellus (Pall.)	Břeh egejského moře.	KOMÁREK
Niphargus tatarensis (?) Wrześ.	Pramen na hoře Vitoša, ve výši asi 800 m.	RAMBOUSEK

*) Shoduje se s *G. pulex* z Černé Hory.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Literatura.

1. Bate, Ch. Spence: Catalogue of Amphipodous Crustacea. London 1862.
2. Behning, A.: Gammarus Sowinskyi n. sp. aus der Umgebung von Kiew. Zool. Anz. Bd. XLIV 1914.
3. Brehm, V.: Ueber Ostalpine Niphargiden. Arch. Hydrobiol. u. Planktokunde. Bd X, 1914/1915.
4. Daneš J. V. u. Thon K.: Die westherzegovinische Kryptodepression Pettermann's Mitteilungen. Bd 51. 1905.
5. Della Valle: Gammarini del Golfo di Napoli. Fauna und Flora d. Golfes v. Neapel XX 1893.
6. Doflein, F.: Die Augen der Tiefseekrabben. Biol. Centralbl. Bd 23, 1903.
7. Dybowski B.: Ueber die im Baikalsee vorkommenden Gammariden. Horae Soc. ent. Ross. v. 10, 1874.
8. Edvards H Milne: Histoire naturelle des Crustacées. 1840.
9. Garbini, A.: Appunti di carcinologia veronese. Atti. Acc. Verona vol. LXXI. Ser. III. Fasc. I. 1895.
10. » Gammarus tetrachanthus. Zool. Anz. Bd. XXV, 1902.
11. Gavazzi, A.: Die Seen des Karstes I. Teil Morphol. Material. Abh. der K. K. Geogr. Gesell. Wien Bd V. 1904.
12. Gervais, M.: Note sur de deux espèces de Crevettes qui vivent aux environ de Paris. Annales de sciences nat. T. IV., Zool. Paris 1835.
13. Heller, C.: Kleine Beiträge zur Kenntnis der Süsswasser-Amphipoden. Verh. d. K. K. zool. bot. Ges. Wien. Jhg. 1865.
14. Hosius: Ueber die Gammarus-Arten der Gegend von Bonn. Arch. f. Naturgesch. Jhg. XVI. Bd. I. Berlin 1850.
15. Chevreux, Ed.: Description d'un Gammarus nouveau des eaux douces de Flores (Açores). Bull. Soc. Zool. France 1889 vol. 14.
16. » Gammarus Simoni, n. sp., Amphipode des eaux douces d'Algérie et de Tunisie. Bull. de la Soc. Zool. de France T 19, 1894.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

17. Chevreux, Ed.: Amphipodes terrestres et d'eau douce provenant du voyages en Syrie du Docteur Th. Barrois. Revue Biol. du Nord de France T. VII., 1895.

18. « Amphipodes des eaux souterraines de France et d'Algérie. Ibid. T. XXVI. 1901.

19. Chevreux, Ed. & Guerne, J. de.: Description de Gammarus Delebecquei nov. sp. du lac d'Annecy, suivie de quelque remarques sur les Amphipodes d'eau douce de la France. Ibid. T. XVII. 1892.

20. Chilton, Ch.: The subterranean Amphipoda of the British. Isles. Journ. Lin. Soc. Zool. Vol. 28.

21. Chyzer, C.: Ueber die Crustaceen-Fauna Ungarns. Abh. d. Zool. Bot. Vereines 1858, Bd. VIII.

22. Jurinac, A.: Ein Beitrag zur Kenntniss der Fauna des kroatischen Karstes und seiner unterirdischen Höhlen. Inaugural-Dissertation, München 1888.

22 a. Keilhack, L: Bemerkungen zur Systematik und Nomenclatur der Cladoceren und Malakostraken der deutschen Binnengewässer. Zool. Anz. XXXIV, 1909.

23. Loško, J.: Morfologie exkrečních orgánů Crustaceí. Věstník kr. čes. společnosti Nauk Praha 1900.

24. Mrázek, A.: Wissenschaftliche Resultate einer zoologischen Reise nach Montenegro. Einleitung u. Reisebericht. Věst. kr. čes. Společ. Nauk Praha 1903.

24 a. Müller, Fr: Ueber Gammarus ambulans, neue Art. Arch. f. Naturg. XII, 1846.

25. Roesel: Die kleine Garneele unserer Flüsse. Der monatlich herausgegeben Insecten-Belustigung Zwey und Sechzigste und Drey und Sechzigste Supplements-Tabelle. Pp. 351-357.

26. Sars, G. O.: An account of the Crustacea of Norvay. Kristiania 1890/1895.

27. Schäferna, K.: O novém slepém blešivci Typhlogammarus. Věstník kr. čes. spol. Nauk Praha 1906.

28. » Ueber eine neue blinde Gammaridenart aus Montenegro. Zool. Anz. Bd. XXI. 1907.

29. » Amphipoda. Mitt. d. Naturwiss. Vereines an d. Univ. Wien Jhg. VI.

30. » O amphipodech balkánských. Věst. IV. sjezdu českých přírodozpytců a lékařů 1909 Praha.

31. » O příbuznosti podzemních blešivců s nadzemními. Věst. V. sj. čes. přír. a lék. 1914 Praha.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

32. Schäferna K: Příspěvek k poznání Gammaridů v oblasti Adrie a jich zeměpisnému rozšíření. Rozpravy čes. Akademie. Roč. XXVIII, Praha 1919 č. 12.

33. » A contribution to the knowledge of the Gammarida of the Adriatic region and their geographical distribution. Bull. intern. de l'Académie des sciences de Bohême. Prague 1920.

34. E. W. Sexton: Description of a New Species of Brackish-water Gammarus (G. Chevreuxi n. sp.). Journal of the Marine Biological Association of the United Kingdom. Plymouth N. S. Vol. IX. No. 4. 1918.

35. E. W. Sexton & J. Huxley: Intersexes in Gammarus Chevreuxi, and Related Forms. Ibid. Vol. XII. No. 3., 1921.

36. E. W. Sexton: Some Brackish-water Amphipoda from the mouth of Weser and the Elbe, and from the Baltic. Proceedings Zool. Soc. London 1912. Vol. II.

37. Stebbing, T. R. R.: Amphipoda I. Gammaridea Tierreich. Berlin 1906.

38. Steinmann, P.: Die Tierwelt der Gebirgsbäche. Ann. biol. lacustre 1907.

39. Stephensen, K.: On a collection of Gammarus from Randers Fjord, Danmark. Viddensk. Medd. fra Dansk naturh. Foren. Bd 68, Kóbenhavn 1917.

40. Stephensen, K. og Ussing, Hj.: Krebsdyrene i Randers Fjord. Randers Fjords Naturhistorie, Kap. V., E. Kóbenhavn 1918.

41. Thienemann, A.: Das Vorkommen echter Höhlen-und Grundwassertiere in oberirdischen Gewässern. Arch. f. Hydrobiol. u. Planktonkunde Bd. IV. 1908.

42. Vávra, V., Rotatorien und Crustaceen. Ann. des K. K. Naturhist. Museums Wien Bd. XX.

43. Vejdovský, F.: Ueber einige Süsswasseramphipoden I. Kr. česká společnost Nauk, Praha 1896.

44. » Ueber einige Süsswasseramphipoden III. Ibid. 1905.

45. » Morphologie t. zv. žlázy tykadlové a skořápečné. Ibid. 1900.

46. » Zur Morphologie der Antennen-und Schalendrüse der Crustaceen. Z. f. w. Z. Bd. 69.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

47. Weckel Ada L.: The freshwater Amphipoda of North Amerika. Proceedings U. S. National Museum Vol. 53., No. 1507.

48. Wrzes'niowski, A.: Goplana polonica, novy rodzaj i gatunek skorupiaka obunogiego z okolic Varzsawy. Pamiętnik fizyograficzny Sv. I. Varšava 1881.

49. » Ueber drei unterirdische Gammariden. Zool. Anz. Jhg. VI.

50. » Ueber drei unterirdische Gammariden. Z. f. w. Z. Bd. 50.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Výklad tabulí.

TAB. I.

1. *Carinogammarus triacanthus* n. sp. ♂, × 6
2. » *roeselii* (Gerv.) ♂, × 5
3. » *argaeus* Vávra ♂, × 4
4. » *thoni* n. sp. ♂, × 4½
5. » *scutarensis* n. sp. ♂, × 6
5. a_2 » » 2. antenna, × 20
5. $p_{3,4}$ » » 3.—4. pereiopod ♀, × 30
5. p_5 » » 5. » ♀, s vnitřní strany, × 30
6. » *pungentiformis* n. sp. ♂, × 5
7. *Gammarus* *balcanicus* n. sp. ♂, × 5
8. » *komáreki* n. sp. ♂, × 5
8. a_1 » » 1. antenna, × 40
8. a_2 » » 2. » × 30
8. $p_{1,2}$ » » 1. a 2. pereiopod, × 15
9. » *bosniacus* n. sp. ♂, × 6
9. a_1 » » 1. antenna, × 30
10. *Synurella ambulans* (Fr. Müll.), × 8
11. *Niphargus illidžensis* n. sp. ♂, × 6
11. p_1 » » daktylopodit 1. pereiopodu, × 70
11. p_3 » » » 3. » × 70
11. p_4 » » » 4. » × 70
11′. p_1 » *f. dalmatina* daktylopodit 1. pereiopodu, × 70
11′. p_3 » *f.* » » 3. » × 70
11′. p_4 » *f.* » » 4. » × 70

TAB. II.

1. 2. 3. 3 za sebou následující řezy antennální žlazou *Synurella ambula ns* Obj. D, Oc 1 Zeiss
cs Coelomový váček, *tr* nálevka, *a* ampulla, *c* vývodný kanálek, *hp.* hypodermis, *ch* chitin.
4. *Synurella ambulans*: šikmý řez zasahující všechny 3 buňky nálevky. Obj. D, Oc 1 Zeiss
5., 6. *Crangonyx subterraneus* (S. Bate): 2 po sobě následující řezy antennální žlazou. Obj. D, Oc 1 Zeiss
7. *Crangonyx subterraneus:* šikmý řez antennální žlazou i zde zasahující všechny 3 buňky nálevky. Ob. D, Oc 1 Zeiss

---

Všechny obrázky byly kresleny pomocí Abbéova kreslicího přístroje. Na tabulce II. zmenšeny při reprodukci na ⁴/₅.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Summary.

This paper deals chiefly with the Freshwater-Amphipoda collected by me during my occasional visit in the Balkan Peninsula. But I am also indebted to several other authors (J. Komárek, A. Mrázek, F. Rambousek, V. Vávra, F. Vejdovský) for the material from the same geographical interesting territory. — The result of my study could demonstrate, that the fauna of European-especially of Balkan-Amphipoda was not monotonous and that this fauna wanted a thorough investigation.

Of course in this study I was obliged to examine also some of the other forms of the Freshwater — Amphipoda. I am most grateful for the comparative material to the authors Mrs. W. E. Sexton, A. Garbini, V. Vávra.

I. Systematical Part.

A. Genus *Gammarus* Fabricius.

1. *Gammarus balcanicus.*

(Pl. I. 7, text fig. 1, 2.)

The first urosom segment without spines, but with fine setules in 3 groups. Exopodit with a very slender terminal segment, with the plumous setae only on the inner margin. Carpo-and propodit of the 1st and 2nd peraeopod bearing the spinules only. — L. ♂ 12·18 mm, ♀ 10—15 mm.

These species are living in Montenegro near Šavníci and Kolašín (legit Mrázek 1906). Further in Hercegovina (legit Schäferna) and in Bulgaria near Pančerevo-Bystrica, Čerepiški (legit Rambousek) and in the brooks near Karamandža, Pašmaklii, Čepelare (legit Komárek).

Systematically they are near to *G. spinicaudatus*, and the fine setules on the urosome represent an adaptable characteristic.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

2. *Gammarus bosniacus.*

(Pl. I. 9, 9a, text fig. 3, 4, 5).

Accessory flagellum on the 2nd antenna 1 jointed! Basipodit of the 3rd—5th peraeopod with many fine setules on the inner surface. The 4th peraeopod with rounded epimer. Endopodit of the 3rd uropod scarcely half as long as the exopodit. The spines on the urosom in the schema on page 13.

These species have been found by the author with the *G. spinicaudatus* in the very cold spring of the Bosna river near the watering-place Illidže in Bosnia.

The one-jointed flagellum on the 2nd antenna is a characteristic for the *G. Guernei*, which lives on the Azores. Both are very well separated species and the resemblance is perhaps a result of the convergence.

3. *Gammarus spinicaudatus.*

(Text fig. 6.)

Eyes large reniform. — Propodit and carpopodit of the 1st and 2nd peraeopod with spinules but without long setules. Basipodit of the 5th peraeopod of the same figure as the preceding one. — Plumose setules only on the inner part of the short endopodit (not more than 3/4 of the exopodit). Endopodit feeble, fringed with very short setules. Telson with narrow and long lobes, with spinules only at the apex. Dorsal spinules on the urosom segments on fig. 6, pag. 15.

This species lives in the rivers full of stones in Montenegro (leg. Mrázek), in the fountains of the Bosna river and in very small springs at the base of Monte Maggiore (Istria), in the brook Radobolje, and in the Buna river near Mostar (legit Schäferna). In the high Rhodope Mountains (leg. Rambousek).

G. spinicaudatus are near the *G. Zaddachi* Sexton (= *G. locusta* v. *zaddachi* Stephensen) and in my opinion they are *G. zaddachi* also connected with *Gammarus locusta*, but more progressed than the *G. zaddachi* form.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

4. *Gammarus konjicensis* n. sp.
(Text fig. 7.)

The first urosom segment only with the middle group of spinules, Pro- and carpopodit of the 1st and 2nd peraeopod with spinules. Epimer of the 2nd peraeopod low and broad with a straight margin. Pleon segment 2, postero-lateral corners with spinules not only in the margin but also on the surface.

This form was found by the author (1907) only in the brook Bjela near Konjice in Hercegovina and is the relative to the *G. spinicaudatus*.

5. *Gammarus komáreki n. sp.*
(Pl. I 8, 8a, 1, 2, 8p 1, 2; text fig. 8, 9, 10.)

Eyes crescent-shapes. The 2nd antenna and the 1st and 2nd peraeopod with long hairs, especially with the male. Epimer of the 1.—4. peraeon segment low. Basipodit of the 3.—5. peraeopod broad. Pleon segment 3, postero-lateral corners quadrangular, acute at the end. Uropod 3, with long rami. Double clefted telson with long setules. Pleon segments 1—3 with 4 fascicles of hairs. Brood plates broad of the pulex type.

Lives in springs and wells south of the Balkan (Čamköi monastery, leg. Komárek, Sliven, Belovo, leg. Rambousek) and east of Rhodope Mountains.

If we compare our new species with *Gammarus chevreuxi* (Sexton), we can say that the similarity of the 2nd antenna of both, is only a result of a convergence. *G. chevreuxi* is a veritable brackish form with a slender and transparent body. *G. komáreki* having a robust but not transparent body and the brood (marsupial) plates of this species are broad, those of *G. chevreuxi* have very narrow brood plates.

6. *Gammarus pungens* M. Edw.
(Fig. 11, 12, 13.)

is a very good species as follows from my former paper (32, 33) Endopodit of this species is very short and the brood plates are narrow. Its 3rd pleon segment is with specimens from some localities (Modena) a little pressed from both sides.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

With the specimens from the other localities (lake Vrana in Dalmatia, from Narenta region) this phenomenon does not exist. Therefore we can distinguish the first form as

Gammarus pungens forma *carinata*

and the second

Gammarus pungens forma *acarinata.*

7. *Gammarus pulex* L.

Gammarus pulex from the Balkan regions has more dorsal spinules on the uropod segments than postulated by Sars and Stebbing.

Specimens are variable according to surroundings in which they live. In the lakes with plants there are very small specimens and in the lakes on stones there are living very large ones of *G. pulex* and without plumose setae on the last uropods.

B. Genus *Carinogammarus* (Stebbing) contains two groups:

a) with the dorsal produced teeth;
b) with an arched dorsal carina, without teeth.

a) Group with the dorsal teeth:

1. *Carinogammarus triacanthus* n. sp.
(Pl. I. 1; ext fig. 14, 15)

with large eyes and the first three pleon segments produced into a carinate tooth. — It lives in the Skutari lake (leg. Mrázek).

From its neighbourhood are

2. *Carinogammarus roeselii* Gerw.
(Pl. I. 2; text fig. 16, 17.)

a form from the North and Middle Europe, but with the tooth also on the 7th peraeon segment.

I can corroborate the opinion of L. Keilhack (22a) that »*Gammarus tetrachanthus*« from Müggelsee described by

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Garbini in Zool. Anzeiger is identical with the *Carinogammarus roeselii* (Gerv.)

3. *Carinogammarus argaeus* (Vávra)

(Pl. I., 3; text fig. 18.)

described by Dr. V. Vávra (*Gammarus argaeus* Vávra 1902) is coming from this group. But it has very small eyes, propodits and carpopodits of the 1st and 2nd peraeopod are without long setules. Dorsal spinules on the uropod segments are as follows in the schema on page 40.

The 3rd uropod with a very slender terminal-segment of the exopodit and with a few long setules.

»*G.*« *argaeus* var. *brachyurus* (Vávra) is in my opinion a specimen with regenerated uropods.

b) The group with an arched carina:

4. *Carinogammarus thoni* n. sp.

(Pl. I., 4; text fig. 19, 20. 21.)

Arched carina on the 6th and 7th peraeon segment and the 1st—3rd pleon segments.

Found by † Dr. K. Thon in the lakes of Hercegovina: Modro Oko, Deransko and in the springs Slano vrelo and Lukavac.

5. *Carinogammarus scutarensis* n. sp.

(Pl. I., 5, $5a_2$, $5p_3$—$_5$; text fig. 22, 23.)

Eyes large reniform. Conus excretorius on the antennal glands as long as head and grows crooked at the basis. The last peraeon segments and the first three abdominal segments with an arched dorsal carina.

Lives in the lake Scutari (legit Mrázek) at the mouth of the river Rybnica, with *C. triacanthus*. The long conus excretorius is a very rare phenomenon, and perhaps a mutation, which is fixed by heredity.

6. *Carinogammarus pungentiformis* n. sp.

(Pl. I., 6.)

Only pleon segments with an arched carina. Setules very well developed and frequent.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

This species was found by Prof. Dr. A. Mrázek in the river Rijeka (Montenegro), very slowly running, near its mouth into the Scutari Lake.

This form is very closely related with *Carinogammarus scutarensis* mihi, but it has a short conus excretorius on the second antenna.

C. Genus *Niphargus* Schiödte.

1. *Niphargus illidžensis* n. sp.

(Pl. I., 11; text fig. 24, 25.)

Eyes wanting. On the top of the head an irregular and yellow spot. Propodits of the gnathopoda nearly quadrangular. On the concave margin of the peraeopoda short spinules; the dactylopodit of the 1st, 2nd and 3rd peraeopod with 4 spinules; the one of the 4th and 5th peraeon segment with 6 spinules. — The last two segments with strong dorsally spinules. — The 3rd uropod not very long with a feeble terminal segment. Length 11 mm.

I have found this species in the springs of the Bosna river near Illidže in Bosnia.

2. *Niphargus illidžensis* forma *dalmatina* n. sp. n. f.

(Pl. I., 11′$p_{1, 3, 4}$; text fig. 24, 25.)

Yellow spot on the head wanting, on the concave margins of dactylopodits not so many spinules; on the one of the 1st peraeon segment 4 spinules; on the 2nd 3 spinules and on the 3rd—5th 2 spinules.

In the chitinous tegument of the body very fine sensory organs, with a casket excavation in the chitin, from which there are very fine sensory hairs produced at the top in three branches. Beside these organs there are other sensory organs, the top of which is represented by a very fine little brush. *Niphargus illidžensis* f. *dalmatina* is living in a very small spring on the coast of the lake Vrana in Dalmatia near Zaravecchia.

Both are closely connected with *Niphargus Ladmiraulti* (Chevreux).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

D. *Synurella polonica* and its relation to the blind *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate.)

(Pl. I., fig. 10, Pl. II. g; fig. in the text 26—29).

The discovery of *Synurella ambulans* (Fr. Müller) in Montenegro in the valley Krivi do by Prof. Dr. A. Mrázek and that by Dr. Š. Soudek in Moravia near Brno are very interesting.

I considered the *Synurella »polonica«* (Wrześ) for a long time a species well separated from *S. ambulans* (Müller), though L. Keilhack 1909 (22a) spoke for the identity of both species, because the description of the telson, as given by Müller (24a), was very different from this one.

But recently—thanks to Dr. Schellenberg — I could examine the *Synurella* material from the neighbourhood of Berlin and of the lakes of North Germany (Wandlitz, Madü). Though the telson of our specimens (fig. 27, t) from Moravia and Montenegro is at the top not so broad, as we can see it with the specimens from North Germany, we could not separate both species from each other, but we must identify both under the name *Synurella ambulans* (Fr. Müller); considering the remarkable form of telson, the form from Montenegro could be a special local form.

I have drawn the whole analysis of the extremities of *Synurella ambulans*, to facilitate the future determination of this species.

To this analysis of *Synurella ambulans* I have also drawn the other one of *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate.)

As follows of the figures the mouth organs and limbs of *Synurella ambulans* resemble to the blind species *Crangonyx subterraneus.*

Today we can corroborate the idea, that both species are near related, also from the anatomical point of view with regard to the structure of the antennal gland (Pl. II.). The nephridial funnels of antennal glands are of characteristical type with the various genera of Gammaridea. But the funnels with *Synurella ambulans* and *Crangonyx subterraneus* are of the same spherical form.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

II. Zoogeographical part.

1. The occurence of *Carinogammarus roeselii* (Gerv.), *triacanthus* mihi and *scutarensis* mihi.

Carinogammarus roeselii are wanting in the upper district of the river Elbe (Bohemia), but they are occurring often in the upper district of the Danube in Moravia, where this form has found not so many obstacles with regard to its geographical distribution as in the Elbe district.

Carinogammarus triacanthus, which is living only in the Scutari lake, could perhaps not surmount the high mountains.

Carinogammarus scutarensis is a very young form coming from the Adriatic sea of the relation of *Carinogammarus pungentiformis*.

2. Geographical distribution of *Carinogammarus thoni* mihi and the notes to the distribution of the genus *Carinogammarus*.

Carinogammarus thoni lives in the brackish water, in the springs Slano vrelo and Lukavac in Hercegovina. But it is not easy to decide if this species occurring in these springs is a relict of the former sea in the questioned region, or if it is entering there still today through the subterranean runs, which are connected with the sea.

The most of the species of the genus *Carinogammarus* are the relicts from the former sea: the most of them live in the Bajkal Lake, in the Caspian sea and in the district of the Behring channel.

The members of the questioned localities are grouped to the different cycles, so that we can speak of a cycle of Behring channel, of the Bajkal Lake, of Ponto-kaspien and—last not least—of that of the Adriatical region.

3. The relation between *Carinogammarus pungentiformis* mihi and *Gammarus pungens* Edw.

The euryhalin *Carinogammarus pungentiformis* are living in the sea, in the brackish and freshwater (Canale

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

d'Arsa-Arsa in the whole run, the rivers Timavo and Tagliamento). The forms in the sea and near the mouths of the rivers have a very well developed carina. The forms which advanced in the rivers have a very reduced carina.

The same phenomenon we can observe with *Gammarus pungens*. Specimens from the freshwater near of the sea have no carina, but they are pressed a little from the sides so that we can distinguish two forms: *Gammarus pungens* f. *carinata* and *Gammarus pungens* f. *acarinata*. (far of the sea).

G. pungens in the Narenta district are living in the springs during the constant, not low and not high, temperature. There are two possibilities of the *G. pungens* living in these localities. It is possible that the ancestors of the *G. pungens* are immigrants from the sea into the water many thousand years ago, perhaps at the time of the so called sea transgression in the continent. *G. pungens* as a form from the sea, where there is not so large temperature-oscillation, i. e. as a stenotherm form chooses the springs, where the temperature is also constant.

4. The distribution of *Gammarus balcanicus* mihi and his relation to the forms *Gammarus spinicaudatus* mihi and *konjicensis* mihi.

G. balcanicus is a wide-spread form in the Balkan regions (Montenegro, Hercegovina, Bulgaria) and also in the heighest mountains (Vitoša 1000 m) with the *Planaria montenegrina* and *Pl. alpina*. *G. balcanicus* are related to the *G, spinicaudatus* and *konjicensis*, but being influenced by the environment the spinules on the urosom are reduced.

5. Distribution of *Gammarus komáreki* mihi.

This form according to discoveries we know lives in warm waters in the district south of the Balkan mountains, and east of the Rhodope mountains, where these species are living with the *Telphusa fluviatilis* and *Emys orbicularis*. *G. komáreki* belongs to the relation of *G. syriacus* and is so an exponent of an old family of Asia Minor, but it has been geographically separated from the original family after the formation of the Dardanelles.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

6. Occurence of the species of *Niphargus* in South Europe.

On my journey in South Europe I have found 3 forms of *Niphargus*:

1. On the mountain Monte Maggiore in Istria in the height of 1100 m a form most similar to the *N. tatrensis*. This form lives in a very small source under the rotting leaves.

2. In a periodical source on the coast of the Vrana lake lives *N. illidžensis* f. *dalmatina*. Also in the springs of the Bosna river in Illidže near Sarajevo I have found *N. illidžensis* living among the Gammarus forms.*) Both these forms with the form from Sesto (North Italy) in my former paper (32, 33,) are related to *N. ladmiraulti*, described by Chevreux from the wells in Nantes in France. These forms of *N. illidžensis* with *N. ladmiraulti*, are perhaps members of a Mediterranean cycle, which has various local forms.

7. How old are the freshwater Gammarida?

The freshwater Gammarida of Balkan, as those of the whole Europe, belong to the fixed cycles. The members of these cycles are in a certain morphological connection, which is in relation to their geographical distribution.

We can distinguish the following possibilities:

a) Forms actively immigrating into the fresh water from the sea:

These are the forms of the cycle *Carinogammarus pungentiformis-thoni-scutarensis-Gammarus pungens* f. *carinata* and *G. p.* f. *acarinata*. All these forms are the youngest colonists of the brackish and the fresh water.

b) Forms, which formerly occurred very often, but now they are limited only to the small areals:

Synurella ambulans are living today in the very few

*) These *Gammarus* are infected by the cysticercus of. *Cyathocephalus truncatus* Pall.. Also plenty of trouts living there were infected by the adults of *Cyathocephalus truncatus* Pall. But the trouts are often avoiding the infected *Gammarus*.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

localities, which are far from one another, i. e. in North Germany, North and South Poland, Moravia, Montenegro. The representatives of this cycle, with the blind forms *Boruta tenebrarum* and *Crangonyx subterraneus*, are the remnants of a large old family from the cold, perhaps ice period. In the warmer period the most of these forms died out, some of them immigrated in the springs under the surface and were the origin of the blind forms. Only few forms remained in the waters of the nether and upper world. That also the S. *ambulans* is inclined to lose the eyes demonstrate very few ommatidia in the eyes of this form [Ct. relicts].

c) Forms, which formerly occurred very often and were later pushed to a fixed locality, from where they returned in the runs:

One of these forms is *Carinogammarus roeselii*. This form, though a *Carinogammarus* species, is very near to *G. pulex*. This relation is manifested by the same form of brood plates. We can suppose that *C. roeselii* occurred in the preglacial period very often. But with the glacial period it was perhaps going to the low localities in the vicinity of the sea. With the warmer climate after the glacial period *C. roeselii* was progressing through the rivers in the European continent. A very easy way this species found in the Danube. The Elbe has not been so adapted to the immigration of this form, because we cannot find it in Bohemia, in spite of Bohemia being in the Elbe district. Perhaps the greatest obstacle for *C. roeselii* in the Elbe river has been the former store cataract in Saxony near the Bohemian frontier.

d) Very old ubiquitary forms:

The oldest are the forms of the cycle *G. pulex* i. e. *G. pulex-spinicaudatus-balcanicus-komáreki*. All these forms are descendants of *G. locusta*, which lives everywhere in Europe and Asia in all the localities not so easily accessible for these forms.

The form *G. komáreki* is the representative of an Asiatic branch of the cycle *G. pulex*. But it came to Europe, before the straits of the Dardanelles were formed.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Explanation of the Plates.

PLATE I.

1. *Carinogammarus triacanthus* n. sp., ♂, × 6
2. » *roeselii* (Gerv.) ♂, × 5
3. » *argaeus* (Vávra) ♂, × 4
4. » *thoni* n. sp. ♂, × 4½
5. » *scutarensis* n. sp. ♂, × 6

$5a_2$ » » Second antenna, × 20

$5p_{3,4}$ » » Peraeopod 3 and 4 ♀, × 30

$5p_5$ » » » 5 from the inner side ♀,

6. » *pungentiformis* n. sp., × 5
7. *Gammarus balcanicus* n. sp. ♂, × 5
8. » *komáreki* n. sp. ♂, × 5

$8a_1$ » » First antenna, × 40

$8a_2$ » » Second antenna, × 30

$8p_{1,2}$ » » Peraeopod 1 and 2, × 15

9. » *bosniacus* n. sp. ♂, × 6

$9a_1$ » » First antenna

10. *Synurella ambulans* (Fr. Müller), × 8
11. *Niphargus illidžensis* n. sp. ♂, × 6

$11p_1$ » » Daktylopodit of the first peraeopod

$11p_2$ » » » » » third »

$11p_4$ » » » » » fourth »

$11'p_1$ » » f. *dalmatina* Daktylopodit of the first peraeopod

$11'p_3$ » » » » Daktylopodit of the third peraeopod

$11'p_4$ » » » » Daktylopodit of the fourth peraeopod

PLATE II.

1.—3. *Synurella ambulans* (Müll): 3 consecutive sections through the antennal gland. Ob. D, OC 1 Zeiss.
sc coelomic vesicle, *tr* funnel, *a* ampulla, *c* duct, *hp* hypodermis, *ch* chitin.

4. *Synurella ambulans* (Müll): Oblique section through all the 3 cells of the funnel.

5., 6. *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate): 2 consecutive sections through the antennal gland.

7. *Crangonyx subterraneus*: Oblique section through the antennal gland, also here cutting all the 3 cells of the funnel.

All the figures have been drawn by Abbé's drawing-camera. — Those of the second plate have been diminished to 4/5 in reproduction.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Explanation of the figures in text.

Fig. 1. *Gammarus balcanicus* n. sp.:
p_2 2 peraeopod × 15; *ur. d.*$_{1,2}$ Spines of the first urosom segment; *ur. d.*$_{3,4}$ reduced arming with none specimens from Kolašín (Montenegro) × 50; ur_3 3 uropod × 20.

Fig. 2. *Gammarus balcanicus* n. sp.:
p'_5 5 peraeopod ♂ from the spring Komadina in Hercegovina (from the inner side) × 10
p_5 5 peraeopod ♂ from Karamandža (Bulgaria) × 10
p_4 4 » ♂ » » »
p_3 3 » ♂ » » »

Fig. 3. *Gammarus bosniacus* n. sp.:
gn ♂$_{1,2}$ 1 and 2 gnathopod ♂, *gn* ♀$_{1,2}$; dto ♀, p_2 2 peraeopod; p'_3 3 peraeopod from the exterior side; p_3 dto view from the inner side; p_4 4 peraeopod; *p* ♂$_5$, ♀$_5$ 5 peraeopod with ♂ and ♀. (The last three figures from inner side.) All × 8.

Fig. 4. *Gammarus bosniacus* n. sp.:
pl. s.$_{1-3}$ pleon segments 1—3; posterolateral corners × 20; ur_3 3 uropod × 20; *t* telson × 20.

Fig. 5. *Gammarus bosniacus* n. sp.:
m_{1-4} brood (marsupial) plates 1—4, × 30.

Fig. 6. *Gammarus spinicaudatus* n. sp.:
$p_{1,2}$ 1 and 2 peraeopod × 15; ur_3 3 uropod × 8; *t* telson with third urosom segment × 20; *ur. d.*$_{1,2}$ spines on the first and second urosom segment × 20.

Fig. 7. *Gammarus konjicensis.* n. sp.:
ep_2 2 epimer; pd_2 pleon segments 2; posterolateral corner × 25; *urs.*$_{1,2}$ urosom segments 1, dorsal spines × 30.

Fig. 8. *Gammarus komáreki* n. sp.:
Setules on the margin of the pleon segments: *pl. d.*$_{1-3}$ with the specimens from Čamköi 1 × 25; *pl. d.'*$_{1-3}$ from Sliven × 25; *t* telson × 40.

Fig. 9. *Gammarus komáreki* n. sp.:
gn' ♀$_2$ 2 gnathopod ♀ × 18; *gn* ♂$_{1,2}$ 1 and 2 gnathopod ♂ × 18; *pl. s.*$_{1-3}$ 1—3 pleon segments, posterolateral corners × 20; $p_{1,2}$ 3 and 4 peraeopod × 25; p_3 5 peraeopod from the inner side × 25; ur_3 3 uropod × 20.

Fig. 10. *Gammarus komáreki* n. sp.: m_{1-4} brood plates × 25;
Gammarus chevreuxi (Sexton): m_{a-d} brood plates × 25.

Fig. 11. *Gammarus pungens* M. Edw. f. *carinata*: *gn* ♂$_{1,2}$ 1 and 2 gnathopod ♂ × 8; *gn* ♀$_{1,2}$ dto ♀ × 10; p_{3-5} 3—5 peraeopod × 8;
G. pungens f. *acarinata:* p'_5 5 peraeopod from the inner side × 10.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fig. 12. *Gammarus pungens* M. Edw. f. *carinata* from Modena: *pl.* $s._{1-3}$ pleon segments 1—3, posterolateral corners × 12; *G. pungens* f. *acarinata* n. f. *pl.* $s.'_{1-3}$ dto × 20.

Fig. 13. *Gammarus pungens* M. Edw. from Modena: *t* telson × 27; ur_3 3 uropod × 20.

Fig. 14. *Carinogammarus triacanthus* n. sp.: p_2 2 peraeopod × 17; *p.* $s._{2,3}$ pleon segments 2—3, posterolateral corners × 15.

Fig. 15. *Carinogammarus triacanthus* n. sp.: *t* telson × 40; ur_3 3 uropod × 15.

Fig. 16. *Carinogammarus roeselii* Gerv.: ur_3 3 uropod × 10; *t* telson × 25; p_3 1 peraeopod × 13.

Fig. 17. *Carinogammarus roeselii.* Gerv.: m_{1-4} brood plates × 30.

Fig. 18. *Carinogammarus argaeus* Vávra: *t* telson × 15; ur_3 3 uropod × 8.

Fig. 19. *Carinogammarus thoni* n. sp.: a_2 2 antenna × 25; *t* telson × 25.

Fig. 20. *Carinogammarus thoni* n. sp.: *ep.* $gn._{1,2}$ 1 and 2 gnathopod × 18; $ep_{1,2}$ 1 and 2 peraeopod, epimer × 18

Fig. 21. *Carinogammarus thoni* n. sp.: p_{3-5} 3—5 peraeopod × 18.

Fig. 22. *Carinogammarus scutarensis* n. sp. o: p_{1-5} 1—5 peraeopod × 20.

Fig. 23. *Carinogammarus scutarensis* n. sp.: *p.* $s._{1-3}$ pleon segments 1—3, posterolateral corners × 20; *t* telson × 35; ur_3 3 uropod × 21.

Fig. 24. *Niphargus illidžensis* n. sp.: $gn_{1,2}$ 1 and 2 gnathopod × 32; p_1 1 peraeopod; *p* 3—5 peraeopod × 30; ep_2 peraeopod 2. epimer × 30; *gn. a.* spines on the upper corner of the gnathopod (*g.* spine, *k* end of daktylopodit) × 120; ur_3 3 uropod × 18; *md* mandibula × 40; *t* telson × 30.

Niphargus illidžensis f. *dalmatina* n. sp. n. f.: ur'_3 3 uropod × 30.

Fig. 25. *Niphargus illidžensis* n. sp.: *ur.* $d._{1,2}$ 1—2 urosom segment dorsal spines × 48; mx_1 1 maxilla × 50; *pl.* $s._{1-3}$ pleon segments 1—3, posterolateral corners × 27; *s. p.* sensory hairs × 420.

Niphargus illidžensis f. *dalmatina* n. sp. n. f.: *t* telson × 32.

Fig. 26. *Synurella ambulans* (Müll) *mxp* maxilliped × 130; mxp_1 the end of its endopodit; $mxp_{1,2}$ 1 and 2 maxilla × 100; *g. d.* gnathopod 2, daktylopodit and the end of the propodit × 120; *g.* $d._1$ forked spines on the propodit.

Fig. 27. *Synurella ambulans* (Müll): *gn* $♀_{1,2}$ 1 and 2 gnathopod ♀ × 35; *gn* ♂ dto ♂ × 35; *s'. ur*$_3$ 3 uropod × 50; *md* madibula × 80; *d. p.* lower lip × 80; *h, p.* upper lip × 80; *t* telson × 60.

Crangonyx subterraneus (Sp. Bate): $gn'_{1,2}$ 1 and 2 gnathopod × 35; *c'. ur*$_3$ 3 uropod × 50.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fig. 28. *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate): $p'_{1,2}$ 1 and 2 peraeopod × 35; *t* telson × 60. — *Synurella ambulans* (Müll): $p_{1,2}$ 1 and 2 peraeopod × 30; $p_{3,4}$ 3 and 4 peraeopod × 30.

Fig. 29. *Synurella ambulans* (Müll) *p.* s_5 5 peraeopod. *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate): p_{3-5} 3—5 peraeopod.

Fig. 30. Dalmatian Bosnian, Hercegivian and Montenegrinian localities. Signs of forms in Czech text on page 67.

Fig. 31. Localities of the geographical distribution of *Gammarus balcanicus* + and *Gammarus komáreki* △ in the east district of the Balkan peninsula.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

O B S A H.

Str.

Úvodem: 1

I. Část systematická a fylogenetická.

A. Rod *Gammarus* Fabricius

1. *Gammarus balcanicus* n. sp. 3
2. *Gammarus bosniacus* » 8
3. *Gammarus spinicaudatus* » 14
4. *Gammarus konjicensis* » 17
5. *Gammarus komáreki* » 21
6. *Gammarus pungens* M. Edw. 28
7. *Gammarus pulex* L 33

B. Rod *Carinogammarus*

1. *Carinogammarus triacanthus* n. sp. 35
2. *Carinogammarus roeselii* (Gerv.) 36
3. *Carinogammarus argaeus* Vávra 40
4. *Carinogammarus thoni* n. sp. 42
5. *Carinogammarus scutarensis* n. sp. 45
6. *Carinogammarus pungentiformis* n. sp. 49

C. Rod *Niphargus* Schiödte

Niphargus illidžensis n. sp. 51
Niphargus illidžensis forma *dalmatina* n. sp. n. f. 56

D. *Synurella ambulans* (Fr. Müll.) a její vztah k slepému *Crangonyx subterraneus* (Sp. Bate) 57

II. Část zoogeografická.

1. O výskytu *Carinogammarus roeselii* (Gerv.), *triacanthus* mihi a *scutarensis* mihi 66
2. O zeměpisném rozšíření *Carinogammarus thoni* n. sp. i všeobecné poznámky k rozšíření zástupců rodu *Carinogammarus* 68
3. Otázka vztahu *Carinogammarus pungentiformis* n. sp. a *Gammarus pungens* M. Edw. 70
4. Rozšíření *Gammarus balcanicus* n. sp., jakož i o jeho příbuzenském vztahu ke *G. spinicaudatus* n. sp. a *Gammarus konjicensis* n. sp. 76
5. Rozšíření *Gammarus komáreki* n. sp. 77
6. O výskytu jižních druhů rodu *Niphargus* 79
7. Stáří sladkovodních Gammaridů 81

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

III. Přehled studovaných forem dle nalezišť.

1. Naleziště istrijská 86
2. » dalmatská 86
3. » černohorská 87
4. » hercegovská 88
5. » bosenská. 88
6. « bulharská a thrácká 88

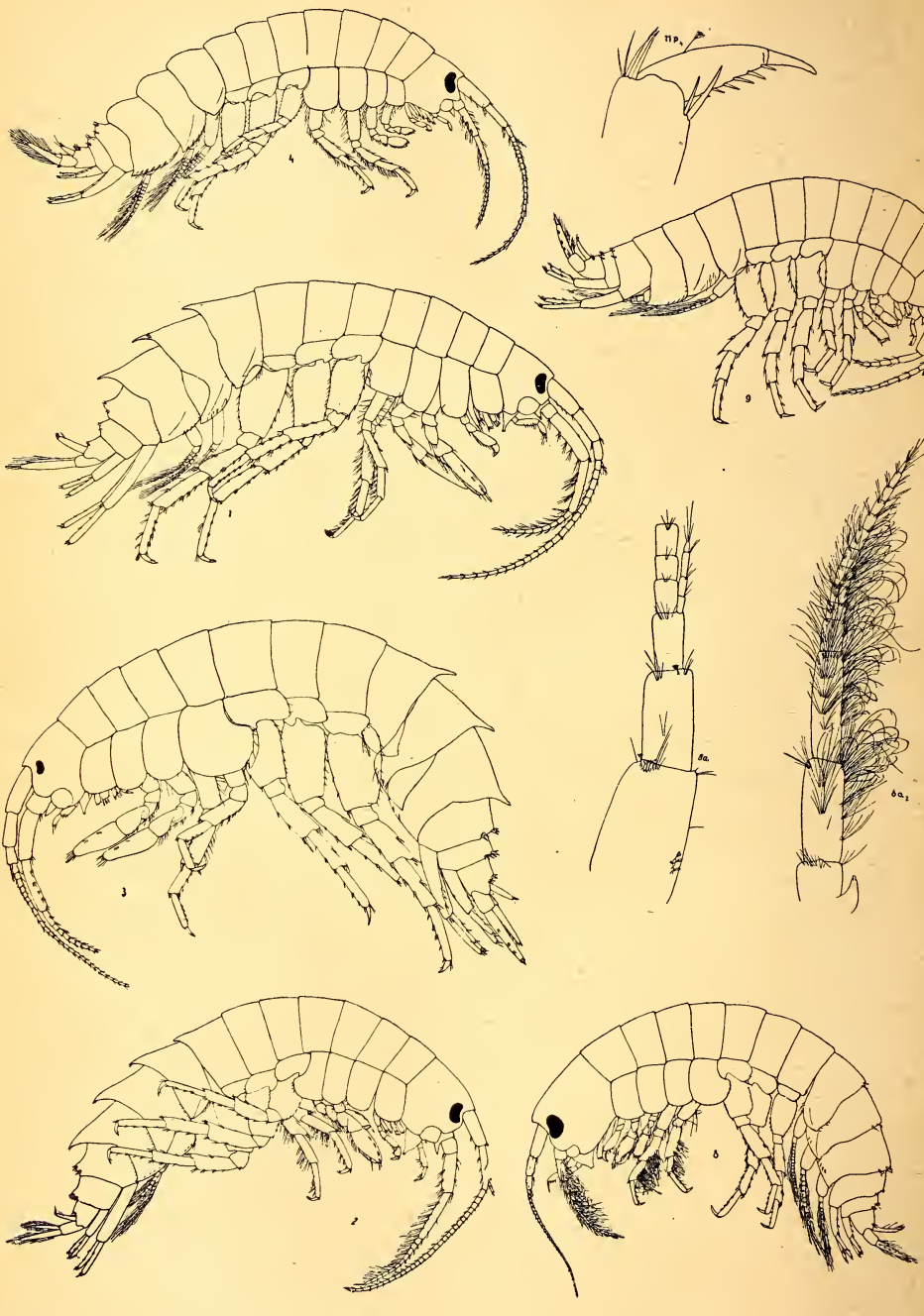
Literatura 90
Výklad tabulí 94
Summary 95
Explanation of the tabels 106
» » » figures in text. 107

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

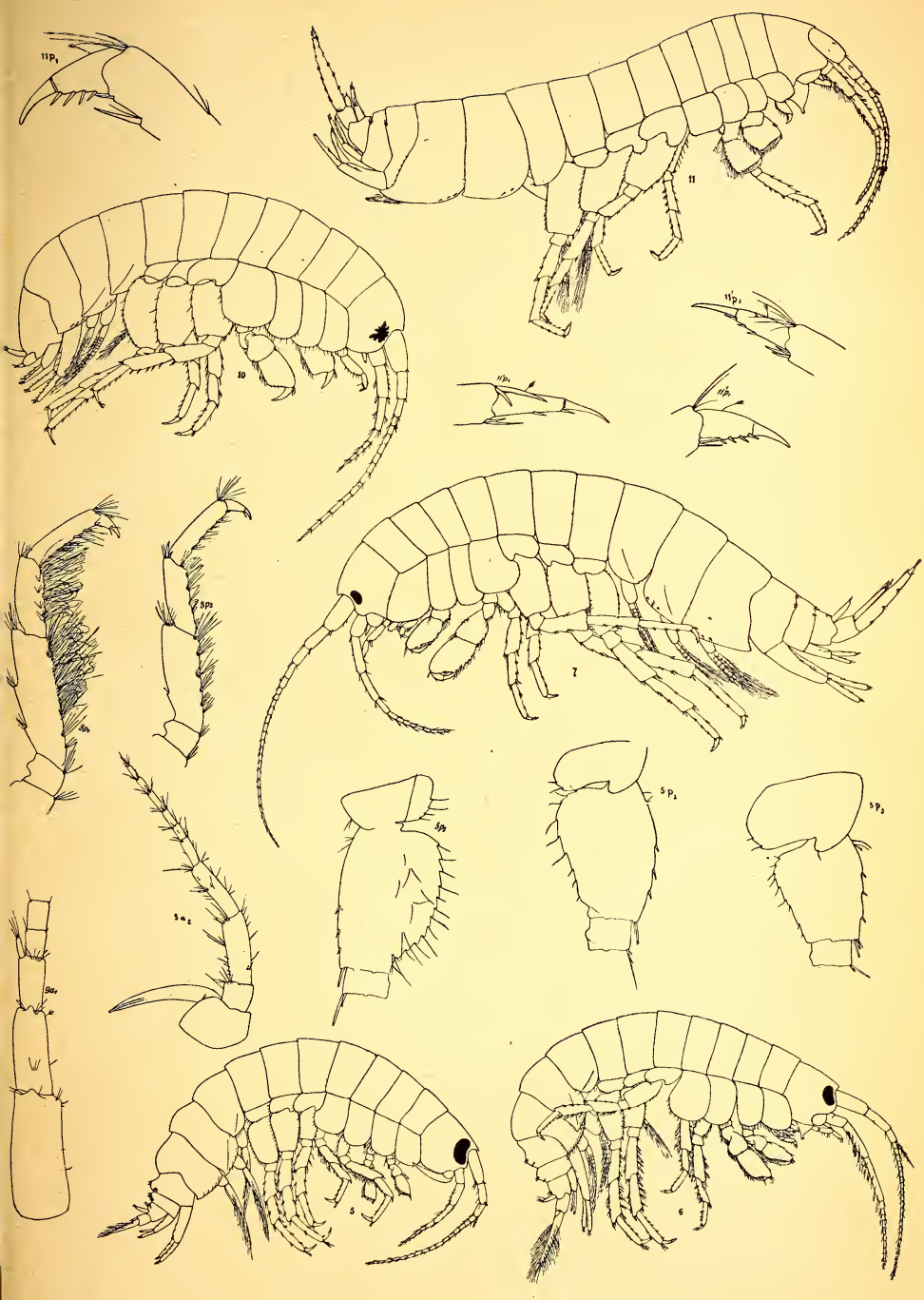
SCHÄFERNA, *Amphipoda.*



Autor del

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

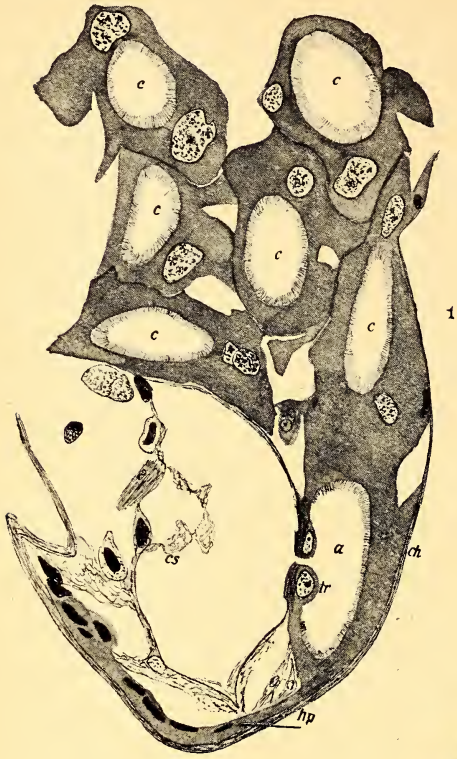
TAB. I.



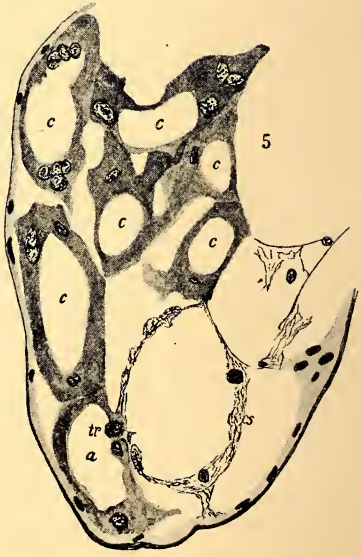
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

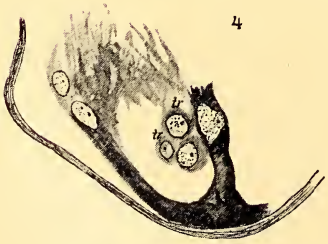
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



1



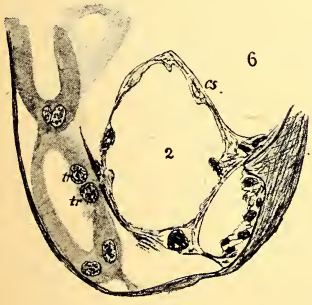
5

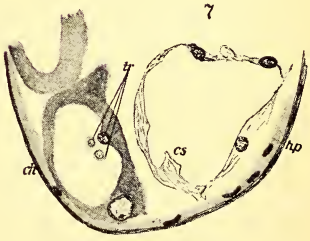


4

Schäferna, del.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at





© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Schäferna, del.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

XIII.

O původu našich cihl. hlin diluviálních.

Napsal **R. Sokol.**

Předloženo dne 20. října 1922.

Dosud jsme se přidržovali domněnky, že naše diluviální hlíny cihlářské vznikly splavením spraši nebo jejím zvětráním. Podnět k této myšlence byl čerpán zvláště z nedostatku lésu u nás, kdežto v sousedním jižním a středním Německu, ba i v severním (v předhoří Harzu) se lés hojně vyskytuje. Tam jest pokryt temnou, humusem bohatou ornicí bez kamení, cesty jsou zařízlé a rýhy vodní mají po obou březích význačné svislé stěny, neboť rozpad spraši jest svislý. Spraš pokrývá úbočí údolní zvláště v hořejším toku řek a plošiny meziúdolní. Avšak vedle lésu jsou v Němcích vyvinuty i troje význačné dil. hlíny: nejhlubší a nejstarší pod nejstarším valounovým slínem (zvláště v Branibořích), svrchní nad nejmladším valounovým slínem, střední mezi oběma. Tato střední jest nejméně rozšířena a nejméně mocná. Nejmladší buduje jednak pokryvky plošin (Deckton), jednak vyplňuje kotliny bývalých údolí a jezer. Jsou tedy tyto diluv. hlíny vedle lésu vyvinuty. Některé hlíny německé ovšem povstaly splavením spraši. Jest to tak zv. písečná spraš chovající zvláště dole vrstvy písku a vodních měkkýšů a pak t. zv. dejektivní spraš s hnízdy písku, valounů a štěrku, jakož i skořápkami měkkýšů vodních, což vše deštěm, přívaly a jarní rozjíží bylo splaveno.

Domněnka, že naše dil. cihlářské hlíny povstaly splavením spraši, předpokládá tedy, že byly u nás pochody splavovací daleko pronikavější než v Německu, neboť u nás po lésu zůstaly jen stopy.[1]) Názor, že lés má stáří postglaciální, není všeobecně uznáván, takže by tou cestou nebylo možno domněnku o lésovém původu hlin starších než postglaciální vyvrátiti.

Nápadná jest různost mechanického složení

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

spraši a cihlářských hlin dil. Spraš německá obsahuje prachových částic velikosti 0·05—0·01 mm 55—72%,[2]) česká od Poříčan 45%, od Letek 50%, dil. hlíny v Polabí kolem 40%,[3]) v poříčí Jizery mezi 33—37%,[4]) v pánvi plzeňské 21—45%.[5]) Rozdíl vysvětluje se vzrůstem podílu nejjemnějšího u hlin a jeho zmenšením u spraši. Kdežto spraš mívá tohoto podílu jen 15—26% (polabská jen 13%), obnáší u cihl. hlin dil. 14—61%. Dolní mez jest tedy téměř stejná. Poněvadž i horní mez prachového podílu v hlíně a dolní mez téhož podílu v spraši se blíží, zdálo by se, že mechanické složení obou ponenáhlu splývá. Ale tomu není tak. Nejjemnější podíl ve spraši jest podstatně jinak složen než u cihlářské hlíny.

Jak eolický původ spraši s sebou nese, nemůže spraš obsahovati nejjemnějších suspensí pro hlíny význačných, ty mohou býti zachyceny jen vodami, k nimž prachová bouře dospěla. Při zkoumání těchto rozdílů mechanického složení byl jsem nucen užívati pedologických method. Poněvadž mne neuspokojily, snažil jsem se sám o methodu, jak by bylo lze rychle se orientovati o poměrném množství nejjemnějších součástí v zeminách a zvláště o množství kolloidního jílu ($\leq$ 0·002 mm). Výsledky mají důležitost i obecně pedologickou a proto je podrobně podávám jinde.[6]) Zde jen poznamenávám, že methoda jest založena na zjevu koagulace či vločkování kolloidů a částic velikosti skoro kolloidní. Vločkováním nabývají skupiny jich velikého objemu, kdežto hrubší částice přidáváním srážejícího elektrolytu téměř nemění objemu, jejž zaujaly při sedimentaci. Při tom se ještě pozoruje ten zajímavý zjev, že sraženina kolloidní jest zprvu daleko objemnější než na př. za 24 hod. Podíl obou objemů či t. zv. číslo kolloidní jest tím větší, čím jemnější jsou částice zeminu skládající. Při zkouškách vyšla tato čísla kolloidní:

Spraš:

území	naleziště	č. kol.
Harz	Wanzleben	1
Slezsko pruské	Loevenberg	2
dolní Porýní	Grevenbroich	2
Durynsko	Volkstedt	6
horní Porýní	Koblenz	7

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Cihl. hlíny diluviální:

podloží	naleziště	č kol.
žula	Klatovy, bělka	11
fylit a amfibolit	Kouto u Domažlic	13
pískovec a lupek karb.	Vochov, bělka	13
alg. břidlice a spilit	Doudlevce, bělka	14
rula	Folmava	16
alg. břidlice a spilit	Doudlevce, žluťka	18
arkosa a lupek perm.	Košutka u Plzně	18
žula	Klatovy, žluťka	18
spilit	Litice, bělka	19
pískovec karb.	Kozolupy, žluťka	23
alg. břidlice	Osvračím	23
opuka, rula	Radim u Peček n. dr.	24
pískovec karb.	Kozolupy, bělka	27
pískovec a lupek karb.	Vochov, žluťka	29

Podle přehledu nezdá se býti číslo kol. závislým na podloží.

Na rozhraní obou druhů zemin stojí lésovitá hlína ze spilitové oblasti na jihu Plzně (poblíž Litic) s číslem kol. 6. Získaná čísla kol. kontrastují s eluviálními hlinami fossilními (laterit, Togo, Kamerun, má kol. číslo 2)[7] i také s eluviálními a naplavenými hlinami recentními. Na místech sušších nebo podloží písečném jsou hodnoty nízké:

rašelinná půda, Kašperské Hory, čís. kol. 1,[7]
písčitá ornice na karb. pískovci, Plzeň, » 1,
hlinitá ornice na podobném podkladě, » 3,
» » na glaukonit. pískovci, » 4,
humosní lesní půda, Plzeň, » 5,[7]
písčitohlinitá ornice v inundaci, Plzeň, » 5,
písčitá spodina tamtéž, » 6,
alluviální náplav, Klatovy, » 8.

Teprve na místech rozhodně vlhkých se přiblížíme k hodnotám hlin diluviálních:

eluvium žulové, Stodo, čís. kol. 9,
» » pod hřebenovým rašeliništěm u Kašperských Hor, » 15,
alluviální hlína v nejnižším tarasu labském u Nymburka » 16.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Odtud zajisté následuje, že původ dil. hlin byl odchylný od nynějšího zvětrávání. Nejvíc se podmínky podobaly těm, jež vládnou v dnešních náplních alluviální hlíny (Nymburk) anebo stále vlhkém podloží rašeliniště (Kašperské Hory).

Fossilní starší jíly a hlíny mají zase menší hodnoty než diluviální:

zemina	naleziště	č. kol.
sádrovcový slín	Jena	3
terciární jíl	Ejpovice	6
karbon. jíl	Vejprnice	7
permský lupek	Košutka u Plzně	8
křídový slín	Hloubětín	9

Poněvadž rozbor ukazuje spolu veliké množství podílu menšího než 0·002 mm, namnoze větší než u dil. hlin, jest patrno, že uvnitř tohoto podílu diagenetickým zhrubnutím disperse nabyly převahy hrubší částice rozhraní 0·002 mm blízké. Jest zřejmo, že rozbor koagulační ukazuje velmi zřetelně bohatství kol. jílu v dil. hlinách, v lésu však poměrný nedostatek, a tím prozrazuje nejpřesvědčivěji odchylný původ cihlářských hlin diluviálních.

Ovšem ještě jedna námitka jest možná. Podíl 0·05—0·01 mm mohl se diageneticky proměniti v tom smyslu, že nabyl větší disperse a že pak byl splaven do údolí. Tento diagenetický pochod však předpokládá podmínky, jež nesouhlasí s klimatem. Větrné bouře unášející spousty rozdrobených hornin náležejí klimatu aridnímu, kde vládne zvětrávání mechanické. Větru jsou poskytovány částice hornin chemicky téměř neporušené, nikoli náležitě navětrané, tak že pochod zvětravací po uložení spraši musí teprve začíti. K vysvětlení původu hlin diluviálních bylo by tedy nutno objasniti tyto podmínky zvětrávání, jež byly hlavním činitelem. Jemu podlehly stejně i sousední horniny lésem nepřikryté a vydaly hlínu právě tak jako nerostné fragmenty spraši. Lés tedy by jen přispěl — ovšem valným podílem — k vytvoření hlin, podávaje základní nerostnou hmotu. Jak veliký byl ten příspěvek, lze nepřímo posouditi z okolnosti, že naše hlíny jeví v nerostném složení svém velmi patr-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nou závislost na nejbližším okolí. Tak cihl. hlína z oblasti spilitové u Litic jeví zřejmý vliv spilitu. Nemá kaménků a jest tak jemná, že třeba k výrobě cihel přivážeti písek říční. Obsahuje živec, rudy, zvětralý pyroxen a amfibol, v kostře křemenná zrnka 0·04—0·06 mm. Naopak zase cihl. hlíny na severu Plzně u Košutky jsou obrazem arkosového terénu, na němž a pod nímž se vyvinuly. Obsahují kaménky přes 1 cm veliké, ač nemnoho. Cihlářské hlíny v křídovém útvaru severočeském obsahují vždy značné množství jemně rozptýleného $CaCO_3$, kdežto uhličitan vápenatý cihl. hlin jiných útvarů byl namnoze diageneticky získán a v cicvárech uložen. Lés, jak známo, jest bohat vápencem; vápenec se totiž rozdrobuje při mechanickém zvětrávání v částečky, jež vítr do spraši ukládá. Kdyby měla spraš značnější podíl na vzniku našich cihl. hlin, byly by vápencem průměrně stejně bohaté. Hlíny v území břidlice algonkické a slídnatého fylitu jsou však vápencem přechudé. V kostře najdeme omleté křemeny, šupinky slídové a zrnka limonitu. Z těchto dokladů jest patrno, že ne tak lés jako spíše lokální zvětraliny spolupůsobily při vzniku našich dil. hlin.

Jest pozoruhodné, že bývají hlíny ty uloženy často vysoko nad úrovní blízkých alluviálních niv: Košutka u Plzně 94 m, vodorovná vzdálenost od al. dna 1500 m; Litice 55 m, vodorovná vzdálenost od al. dna 550 m. Vrstvy hlin mívají sklon na př. 53‰ (Litice), ale přes to nemají hrubších vložek štěrkových, což by přece se objeviti musilo při střídavých přívalech.[8]) Tato okolnost se zdá nasvědčovati, že se ukládaly cihl. hlíny pod vodou více méně stojatou. Poměry odtokové byly namnoze jiné než dnes, jak zvláště svědčí uloženiny hlinité budující dnes ostrovní návrší. Za příklad budiž jmenováno návrší s cihelnami na v. Staňkov. Teprve po uložení hlin se začla erose a prohloubila údolí v nich a kolem nich.

Z hlin, jež popsal V. Dědina (l. c, I. str. 10 a n.) a jimž přičítá původ eolohydatinní, zobrazuje čtyřdílnou hlínu strenickou spočívající přímo na štěrcích fluviatilních. Také v Katusicích (l. c. I. str. 9), v Sukoradech (l. c. II. str. 29) a jiných lokalitách Dědinových,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

v kruhovkách Poříčanských,[9]) v Jenerálce, v cihelně Mailbekově u Podbaby, Nové Julisce tamtéž,[10]) v četných cihelnách západočeských leží hlíny na podkladu štěrkovém a písečném, jenž odpovídá více méně mocnému proudu říčnímu. Již ta okolnost činí pravděpodobným, že hlíny byly sem splaveny. Z existence a slohu těchto štěrkových podkladů soudí Dědina zcela správně na tvar dil. vodní sítě. Také střídání hlin a písku, jímž vzniká zřetelné zvrstvení, sotva lze tedy vykládati, jakoby vrstvy hlin byly původu eolického a občasně byly svlažovány vodou. Kde proud vodní občasně nanášel písek, nutně také musil ztráceje na rychlosti nanášeti hlínu.

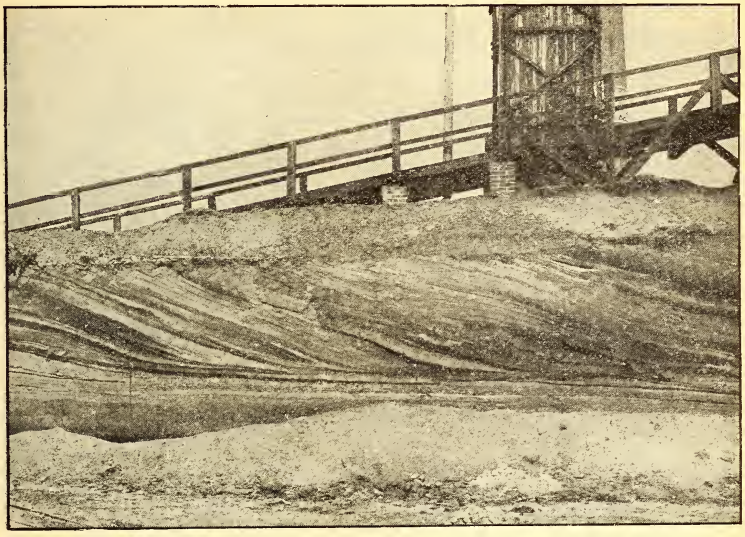
Také na Plzeňsku jsou hlíny, pokud nepřesahují výšky dil. tarasů písečných, vždy podloženy mohutným písečným a štěrkovým podkladem. V Doudlevcích shledal Purkyně[11]) na píscích a štěrcích středního tarasu diskordantní příkrov záležející z písků a hlin krásně uvrstvených a výše z hlin spraši podobných. O píscích a hlinách této přikrývky praví, že byly ronem splaveny s tarasu svrchního. Mají podle fotografického obrázku značný sklon až 28° k východu, kdežto písky s vrstvičkou písčitého jílu a písčité hlíny tarasové pod nimi jeví sklon (zdola nahoru postupně) 4° až 10° a jsou místy pěkně zvlněny.

K výskytu připojuji nové pozorování z blízké lokality. R. 1920 vykopána v nové cihelně Škodově (as o 500 m jižněji než stará) jáma délky 18 m a hloubky 3·8 m. Na severní stěně nad červenými písky a zelenavými jíly v pestrém střídání a o mocnosti často jen několika cm sbíhají o sklonu 15°—19° pruhy podobné jakosti a barvy, jen mocnost jejich jest trochu větší.

Na obr. 1. jest zobrazena stěna severní, tedy od západu k východu namířená a poskytující podobného profilu jako obraz Purkyňův. Nepozorujeme však, že by se sklon k východu stával menším, jak jest u kuželů ssuťových a deltových uloženin pravidlem. Celý útvar spíše se jeví jako lavice hlinitopísčitá na dně řeky a tedy pod vodou uložená na způsob lavic štěrkových. K západu jsou vrstvy povlovnější a tu se i antiklinálně ohýbají. Také jest nápadný úplný nedostatek hrubšího štěrku. Nejméně jemné (1—2 mm)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zrno má písek ve vrstvě, kde se proužky železem ztvrdlé zkrucují. K diskordancím na takovém podloží ovšem snadno může dojíti. Obnaží-li proud vrstvy, odteče z některých pohyblivý sypký písek, ostatní vrstvy pak klesnou i nabudou sklonu značnějšího, takže po nich vrstvy vyšší do nového koryta říčního mohou sjeti. K tomu dojde případně i u vrstev, jež po drahný čas se octly na suchu a tu byly osídleny stepním živočištvem.



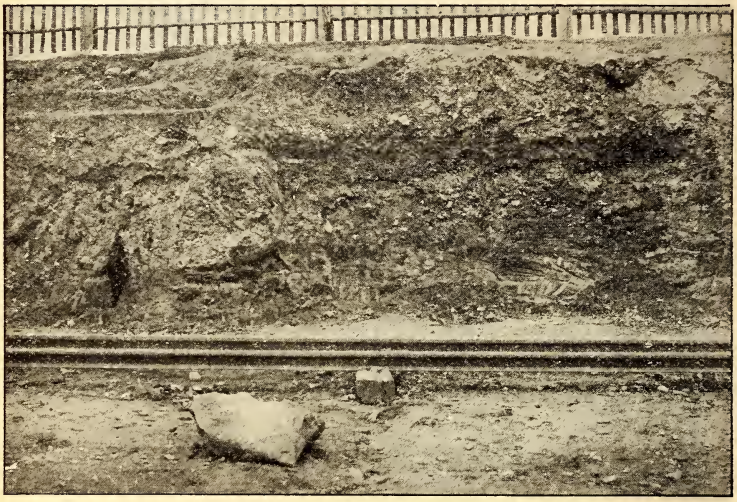
Obr. 1. Škodova cihelna v Doudlevcích u Plzně. Zvrstvené cihl. hlíny.

Že dil. hlíny vznikaly těsně při mohutných proudech, o tom svědčí též okolnost, že zde onde dostaly se hlíny do opětného pohybu a že pak do nich uloženy dodatečně štěrk hrubý ano i veliké balvany, takže připomínají valounový slín ledovců severoněmeckých; liší se ovšem ihned tím, že jsou valouny omleté. Tento zjev lze sledovati opět v Plzni (obr. 2. novostavba zastávky na trati Plzeň—Železná Ruda), na západ od toho místa v štěrkovišti rolnické školy dnes zasypaném popsal podobný výskyt Purkyně.[12]) Nepravidelné vrstvy štěrku hlinou spojeného chovaly v sobě valouny různé velikosti. Podobně i na obr. 2. stěna 3 m vysoká chová v hlíně valouny 30 cm veliké i menší, vzácně

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

objeví se balvan 60 cm měřící. Valounová hlína přechází dole v hlínu skoro bez štěrku.

L. Šnajdr[13]) popisuje z Bulovky, Košíř, Kotlářky u Dejvic, z Panenské za Strahovskou branou a z Vysočanské cihelny »směs spraši s kamenv, kaménky a balvany, střídavě vrstvy spraši s vrstvami kaménků,« neudává však, zda jsou omleté či ostrohranné. Výklad jeho, že deště svalovaly se svahů kaménky, kameny, ba i celé balvany a vítr že mezi



Obr. 2. Valounová hlína dil. na Říšském předměstí v Plzni.

ně nanášel jemný prach, zajisté neobstojí, neboť nanesený prach by proud vodní tak mohutný vyplavil. J. E. Hibsch a Seemann[14]) shledali na Dominikánské hůrce u Litoměřic na středním tarasu Hibschově 3—4 m mocnou vrstvu hlíny sprašové s diskordantními ložisky štěrku a balvany až 80 cm v průměru. Autorové vysvětlují zjev střídavou akumulací eolickou a vodní. Považíme-li však, že proud pohybující balvany pohne také všemi ostatními usazeninami na dně, musili bychom předpokládati, že uloženina hlinitá tvořila úroveň hlubší než vyrovnaná křivka spádová čili že proud již nebyl schopen erose hloubkové. Ale zde jsme u nové nesnáze. Proud neerodující má unášeti balvany 80 cm měřící a má je ne-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

chati sklesnouti do hlinitého dna! To lze nesnadno spolu srovnati.

Od dob Lyellových sotva kdo se odvažuje vykládati účinky klimatických a říčních poměrů jinak, než nyní na povrchu země pozorujeme. A přece v době diluviální nelze než přijmouti poměry značně změněné. Zvýšený stav vodní se neprojevil bouřlivou erosí, jak by se stalo dnes, kdyby vody několikrát stouply nad nejvyšší číslo povodňové. Vskutku tam, kde přijdeme na bývalé dno řeky diluviální, spatřujeme pravidlem štěrk zaoblený až i zakulacený, dalekému transportu nasvědčující a jen vzácně větší nějaký balvánek hranatý i velký balvan ledem při jarním tání přinesený. Tuto okolnost, že se zvýšeným stavem vodním nestoupla erose úměrně, bylo by lze vysvětliti tak, že se současně zmenšil spád řek našich, tedy že se změnou klimatickou sdružila se i změna tektonická.

Zastanci názoru o eolickém původu hlavního dílu hlin diluviálních uvádějí jako doklad vskutku vážný osídlení hlin hlodavci nory hrabajícími (sysel, svišť a j.) a přítomnost plžů lésových (Pupa muscorum, Helix striata a j.), jakož i rourky po kořínčích.

Rourky po kořínčích však nemusily vznikati současně. V cihelnách nynějších lze pozorovati, že kořínky travin, na př. jílku ozimého, Lolium perenne L., vnikají až 2 m hluboko a rourky žížal jdou ještě hlouběji. Stačí tedy, aby občas se octl hlinitý nános na suchu.

Pro otázku klimatu nejsou plži lésoví bezpečným vodítkem. Jest to již patrno ze sporných názorů odborníků. Clessin[15]) má za to, že hojný výskyt plžů lésových svědčí o vlhkém klimatu na bezlesé stepi, kdežto obvyklý názor jest, že náležejí době sucha. Soergloví[16]) jsou tito plži důkazem o glaciálním stáří spraši, kdežto Geyer[17]) vůbec odmítá, že by bylo lze otázku klimatu rozřešiti výskytem těchto plžů.

O hlodavcích nory hrabajících lze říci tolik. Měkká půda přivábila hlodavce zakládati doupata, jak jen hlinité nánosy oschly. To se mohlo opakovati několikrát.

Rozhlédněme se ještě po podmínkách, za nichž se dnes

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

různé zeminy tvoří a srovnávejme vlastnosti jejich a cihlářských hlin diluviálních.

Na prvním místě vytýkám značné množství hydroxydu železitého hlin dil., jenž v alluviu chybí všude tam, kde vládne spodní illuviální horizont. Zvětrací pochod jest totiž v činnost uváděn vodou, která se štěpí zvláště za vyšší teploty v ionty: kation H a anion OH, kdežto CO_2 a humusové sloučeniny konají práci teprve v druhé řadě. Voda odnímá nerostům zásady NaOH, KOH, $Ca(OH)_2$, $Mg(OH)_2$ a j. i kolloidní hydroxyd hlinitý a železitý. Odnáší je buď do spodiny, jako v klimatu humidním, kde převládají srážky nad vypařováním, anebo naopak vzlínajíc nanáší tyto hmoty ze spodiny do vysychající ornice (klima aridní). V prvním případě leží illuviální vrstva dole, v druhém nahoře. Značné množství Fe_2O_3 všude v dil. hlinách přítomné svědčilo by pro podnebí aridní. Jak H_4SiO_4 tak $Fe(OH)_3$ koagulují za vývoje tepla, pročež za klesající teploty vzniká gel, jenž se za stoupající teploty rozplývá v sol. Ten záleží z amikronů (pod 5 $\mu\mu$) ale i větších částic. Vývoj žlutého hydroxydu železitého zdá se býti podporován humusem a také se tvoří jen v roztocích silně zředěných, kdežto červený tropický jest hrubší a tvoří se za silnější koncentrace.

Na druhé straně však odporuje tomuto pojetí veliké množství »jilnatých« součástí, jež v aridním klimatu nemohou vzniknouti. Tam zajisté chybějí soly $Al(OH)_3$ a H_4SiO_4, jež jen hydrolysou se tvoří, budujíce vzájemnou koagulací jíl a výměnné zeolity. Tyto jilnaté součásti jsou význačné pro dil. hlíny.

Vyhledejme dnešní klimatické zony, kde se tyto součásti nejvíce tvoří. Hydrolysa předpokládá vodu a proto nikoli aridní nýbrž humidní půdy poskytnou klíče k řešení otázky. Vezměme nejprve v úvahu půdy semihumidní, jichž hlavní representant jest ruská černozem. V ní se totiž konají rozkladné pochody za přítomnosti značného množství humusu, jenž se neztrácí do spodiny, nýbrž pohlcuje hydroxydy kovové; tím se koaguluje a nabývá tvaru hrubšího. Vzniká z něho lahodný, t. j. nasycený humus vločkový či drobtový. Humus ten není tedy chráničem;

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

hydroxyd hlinitý a H_4SiO_4 mohou se navzájem srážeti a vytvořují výměnné zeolity, jež se nasycují zásadami kovovými. V cihl. hlíně dil. však není vůbec humusu nebo jsou stopy jeho vzácné. Poněvadž paleontologické nálezy dosvědčují, že byly končiny úložné porostlé aspoň místy dosti hojným rostlinstvem (srov. četné zbytky býložravců), ztrácel se patrně tento humus. Humus zvětrává za spolupůsobení mikrobů, podmínkou jest vlhkost. Při tom — jak jest v humidním klimatu pravidlem — humus adsorbuje base, vločkuje se a nabývá tvaru hrubě dispersního. Zároveň však vznikají, jak již řečeno, výměnné zeolity z kol. hydroxydu hlinitého, železitého i kyseliny křemičité a nasycují se zásadami humusu, jenž se velice zvolna rozkládá. Není pravděpodobno, že by byl humus zmízel tak důkladně, jak v hlinách dil. pozorujeme. Ani tím způsobem nedojdeme tudíž k pochopení vzniku cihl. hlin, jež jsou skoro napořád bez humusu. Také uvažme, že hlíny ty nejsou dnes způsobilé vydati přímo ornici; oranice na obnažené dil. hlíně jest neúrodná. Nepřímé hnojení cihl. hlinou spíš škodí, než prospívá. Třeba ji dříve kompostovati. Také odtud zdá se plynouti, že podmínky jejího uložení byly odchylné od vzniku našich dnešních půd.

Zbývá tedy domněnka, že jako v extrémně humidních půdách také i v našich cihl. hlinách humus zůstal adsorptivně nenasycen čili že byl kyselý. Množství basí, jež vznikají zvětráváním, jest tam, kde vládne nízká teplota skrovné i nestačí koagulovati humusu. Ten rozptýlen v kolloidy skoro molekulárné účinkuje jako chránič, udržuje hydroxyd hlinitý a železitý i kyselinu křemičitou v stavu solu a napomáhá, aby byly z půdy vyplaveny a do hloubky odneseny, kde vzniká železný kámen (slívavka či železnice) z kolloidního humusu, hydroxydu hlinitého, železitého a kyseliny křemičité. Takovým vyplavováním se vyznačují lehké půdy, naše půdy z cihl. hlin vzniklé však nejsou nikterak lehké. Jak rozřešiti tento nový spor?

Uvažme dále, že humus chybí i v lateritu (červené a žluté zemi tropické), kde jest nakupen hydroxyd hlinitý a železitý. Vzájemné srážení kolloidní kyseliny křemičité a hydroxydu hlinitého jest v lateritu nemožné, neboť iontovou

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

koagulací jest hydroxyd hlinitý vyvločkován, takže se SiO_2 do spodiny ztrácí, kde jako chalcedon utuhne. V humidních půdách naproti tomu humusem jsou hydroxydy adsorbovány a proto se mohou jmenované kolloidy $Al(OH)_3$ a H_4SiO_4 vzájemně srážeti. Ač v hlinách cihlářských chybí humus, přesto došlo k vývoji smíšeného gelu z hydroxydu hlinitého a kyseliny křemičité. V půdách vápenatých rychle se humus rozkládá i za nízkých teplot, ale vývoj našich hlin cihl. není omezen jen na oblasti hornin vápencem bohatých. Přívod železa Liesegangovou diffusí metasomatickým nahrazováním vápence železem není pro naše dil. hlíny pravděpodobný. Nikde pod dil. hlinami neshledáme pásem zkřemenělých působením vcezované kyseliny křemičité. Tyto zjevy se zajisté odehrávaly na př. v terciéru. Balvany křemencové na Plzeňsku a jinde v Čechách i na Moravě zdají se zbytkem takové spodiny pod tropickou neb subtropickou humidní půdou.

Dále již samotný lés jako zplodina klimatu semiaridního bez hydrolysy kontrastuje s naplavenou dil. hlinou jako funkcí klimatu bohatého srážkami. V lésu není sic humusu, ale zato hojné rourky po kořínčích svědčí, že bývalá vegetace zvětráváním v lehké půdě zmizela. V dil. hlíně jsou humusové vrstvy vzácností. Vegetace tu byla, nízká teplota v končinách poblíž ledovců zadržovala rozkladnou činnost mikrobů. Nemohly tedy zbvtky vegetace zmizeti jinak, než jak mizejí v půdách podsolných v oblastech extremně humidních. Tam bývají zásady vodou vymyty. Humus přejemně dispersní se udržuje ve tvaru solu právě pro nedostatek basí koagulujících. Spolu s jinými kolloidy, jichž jest chráničem, nastěhuje se do spodiny, kde v illuviálním horizontu vytvoří, jak řečeno, slívavku či železnici. Poněvadž těchto slívavek není v oblasti našich dil. hlin, vyjímajíc nejmladší, snad již alluviální, jest míti zato, že se v illuviálním obzoru ani kapillárně ani adhesí humusové kolloidy nezastavily, ale že byly unášeny dál až do oblasti spodních vod.

Tato okolnost předpokládá úplné proniknutí půdy vodou až k horizontu spodních vod, ne však toho druhu, aby vznikly kyselé bažiny, z nichž by ušly i ostatní kolloidy. Kyselý humus jako kol-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

loid má velikost nejmenší (kol 1 $\mu\mu$), ostatní kolloidy jsou větší, tak jílové kolem 140 $\mu\mu$; snad i v tom lze hledati příčinu snadného unikání prvních. Elektrický náboj humusových kolloidů jest kladný, jílových záporný. Zdá se, že při kondensaci vody v mlhu, jež se půdou nassává, nabývají jemné kapičky vodní náboje kladného, takže se stav kyselých humusových kolloidů ustaluje, ale elektrický stav záporných kolloidů se neutralisuje, čímž nastává mírná koagulace. Jest známo, že za klidného počasí elektroskop elektrický stav ovzduší ukazující jevívá pravidlem náboj kladný. Je-li tedy vzduch trvale mlhou přeplněn, jak bývá v krajinách polárních, nabývají i kapky této mlhy náboje kladného. Dostávaly-li se tedy v době glaciální, jak předpokládám,[18]) do půdy srážky nikoli deštěm nebo sněhem, ale přímo kondensací par v půdě, pak jest pochopitelné, proč přejemnými kapičkami mlžnými kladně elektrickými se rušily elektrické náboje negativně nabitých iontů. Tím byla navozována jejich koagulace a došlo k vybudování smíšených gelů z hydroxydu hlinitého a kyseliny křemičité čili jílu kolloidního, jehož vločky pro značnou velikost nemohly býti vyplaveny do spodiny.

Za těchto podmínek bylo veškeré eluvium na plošinách meziúdolních, stráních a dnech údolních zřídlem kol. jílu, takže mohl býti v hojnosti splavován nepatrnými črčky a stružkami do kotlin a tam jako cihlářská hlína usazován. Pro poměrnou nepatrnost srážek dešťových a sněhových nemohl býti do loží hlíny spolu splavován štěrk. Zato tím menší bylo vypařování, tím mohutnější byly prameny spodní vodou napájené, tím stálejší stav hladiny mocných řek, jež klidně tekouce, mohly v zátočinách usazovati spousty jemných dispersí. Dnes vládne podobné klima na př. na ostrově Jan Mayen, kde mlha v létě trvá 27 dní v měsíci, což jest pro dnešní hranici ledovou význačné.[19])

Jak srovnati převážnou kondensaci mlžnou s rozdělením tlakovým a s domnělou převahou větrů východních u nás za diluvia,[20]) musí býti ponecháno budoucímu výzkumu. Tolik se zdá však jisto, že se podružná výše tlaková vytvořila i nad ledovcem alpským a pak nutně u nás nastati musilo pásmo

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

větrů proměnlivých. Ovšem tento místní zjev mnoho neznamená pro otázku významu celozemského. Byly-li suché větry anticyklony příznivé vzniku a ukládání spraši na stepích a tundrách, znamenalo by to, že klima o mlžné kondensaci vládlo teprve v sousedství stepního pásma anebo nastalo i na stepi za nějaký čas po ustoupení ledovce.

Jiná jest otázka, kam zařaditi do klimatického rozdělení diluvia sedimentaci dil. hlin na základě pozorování zde podaných. Zajisté spíš do glaciálu než do interglaciálu. Lés a dil. hlína nepovstaly současně, neboť předpokládají různé podnebí. Lés byl by zplodinou podmínek interglaciálních a postglaciálních.

Výsledky.

Naše cihlářské hlíny diluviální nejsou degradovaný lés, neboť mají podstatně jiné mechanické i nerostné složení. Různost mechanického složení se jeví hlavně v podíle kolloidního jílu.

Diluviální hlíny naše jsou uloženy většinou poblíž dnešních vodních proudů. Jeví zvrstvení a sloh svědčící o proudech velikých a zcela volně tekoucích. Jen vzácně najdeme stopy náhlých změn v dynamice říční.

Ztráta humusu svědčí o genetických podmínkách extremně humidních po uložení hlin, ale přítomnost hydroxydu železitého, veliké množství kolloidního jílu a nedostatek spodního illuviálního horizontu prozrazují, že vlhkost půdní byla v trvalém spojení se spodní vodou. Kondensace se konala nejspíše mlhou, jíž nastala koagulace kolloidního jílu a hydroxydu železitého.

De l'origine de nos terres à brigues diluviennes.

Par **R. Sokol** (Prague).

Résumé du texte tchèque.

Nos terres à briques diluviennes ne sont pas un loess dégradé, car elles ont une composition mécanique et minérale essentielement différente. La différence de la composition

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

mécanique est évidente, principalement dans la partie de l'argile colloïde.

Nos terres diluviennes sont déposées pour la plupart non loin des cours d'eau actuels. Elles révèlent une stratification (fig. 1) et un style qui prouvent l'existence de grands torrents courant tout à fait librement. Ce n'est que rarement qu'on trouve des traces de changements subits dans la dynamique fluviale. (fig. 2).

La perte de l'humus témoigne des conditions de la genèse extrêmement humides après la déposition des terres, mais la présence de l'hydroxyde de fer, une grande quantité d'argile colloïde et un manque d'horizon illuvien prouvent que l'humidité originaire était en contact avec l'eau de dessous. La condensation se faisait le plus probablement par le brouillard par lequel se produisit la coagulation de l'argile colloïde et de l'hydroxyde de fer.

POZNÁMKY.

1. K známým lokalitám jsem přidal novou (Tarasy středního Labe v Čechách. Rozpr. Čes. Ak. 1912, XXI, č. 28, str. 22.)

3. Wahnschaffe, E.: Die Oberflächengestaltung des norddeutschen Flachlandes, 1909, str. 233.

3. R. Sokol: Tarasy středního Labe v Čechách, str. 18.

4. V. Dědina: Příspěvek k poznání morfologického vývoje české tabule křídové. Rozpr. Čes. Ak. 1914, XXIII, 1916, XXV; v části I. str. 11. a 15, v části II. str. 30.

5. Purkyně, C. r.: Plistocaen (Diluvium) na Plzeňsku. Rozpravy Čes. Ak. 1904, str. 12, 13.

6. R. Sokol: O nové methodě určující množství nejjemnějších součástek v zeminách (s 2 obr.). Zemědělský Archiv 1921, str. 100—117, 199—217. Týž: Über eine neue Methode zur quantitativen Bestimmung des Kolloidtons. Int. Mitt. f. Bodenkunde, 1921. str. 184—211.

7. Methodou koagulační určen toliko kol. jíl, nikoli tedy hydroxyd železitý a kolloidy humusové.

8. Jen v cihelně v Poříčanech jsem našel při sklonu 7° až 8° pruhy oblásků $1^1/_2$ cm velikých.

9. R. Sokol, l. c, str. 18.

10. L Šnajdr: Památky nejdávnější činnosti lidské v Českém Polabí, Pravěk 1909.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

11. Purkyně l. c. str. 9, tab. I.

12. Purkyně, C. r.: Terasy Mže a Vltavy mezi Touškovem u Plzně a Prahou. Sborník Čes. spol. zeměvědné. XX, 1912 sep. str. 7.

13. L. Šnajdr l. c. str. 31.

14. Hibsch u Seemann: Erläuterungen zu der geol. Karte des böhm. Mittelgebirges. IX. Str. 105.

15. Clessin (Ber. d. Naturw. Vereines in Regensburg, X, 1903 až 1904, Řezno 1905).

16. Soergel: Lösse. Jena 1919.

17. Geyer (Jahresberichte d. Vereines f. vaterl. Naturkunde, Würtemberg 1917.)

18. Podrobněji viz R. Sokol: O původu našich tarasů diluviálních. Věstník král. české spol. nauk (v tisku).

19. J. Hann: Handbuch der Klimatologie, III, 1897 str. 501.

20. Srov. obr. VII. k str. 93 spisu W. R. Eckardt: Das Klimaproblem. 1900.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

XIV.

Egyptské dělení.

Napsal profesor **Q. Vetter.**

Předloženo dne 18. prosince 1922.

Egyptské dělení jest zajímavým matematicko-historickým problémem. Hultsch[1]) jest přesvědčen, že dělení bylo přísně střeženým tajemstvím. O spisu Ahmesově, hlavním prameni našich poznatků o egyptské matematice, se domnívá, že redaktor její nebo její předlohy chtěl zrakům svých čtenářů či žáku, jenž dílo to psal, zakrýti své metody a podati jen návod k řešení praktických příkladů. S názorem tím nemohu souhlasiti. Ahmesovy předlohy pocházejí z doby krále Amenemhata III. ze XII. dynastie, t. j. z XIX. stol. př. Kr., z t. zv. Střední říše. V této době bylo u Egypťanů jen tolik hadačství a kouzelnictví jako u všech národů na stejném stupni kulturního vývoje.[2]) Egypt byl tehdy státem se složitým státním hospodářstvím, který potřeboval vzdělaného úřednictva správního a berního. Bylo tudíž ve všeobecném zájmu, aby se toto úřednictvo vycvičilo ve všem, čeho bude potřebovati, a k tomu jistě na neposledním místě patřilo dělení a úlohy, jaké Ahmes řeší. Těmto poměrům neodpovídá tajnůstkářství, aspoň nikoli v té míře, aby se zakrývaly početní metody. Uvedený německý učenec nepodporuje také svou hypotésu žádným určitým zachovaným dokladem, nýbrž dohaduje se jen, jak si mohli počínati egyptští vědci, činící ze svého vědění mysterium. Úvodní větu Ahmesovu nelze považovati za důkaz hypotésy Hultschovy, jak týž se domnívá, neboť věta ta doslovně praví: »Předpis, jak vypočísti výsledky věcí, poznati věci, které tu jsou, všechny, temnosti (všechny, tajemství všechna,) obtíže všechny«,[3]) tedy

[1]) F. Hultsch »Elemente der ägyptischen Teilungsrechnung, Abh. d. phil.-hist. Cl. d. sächs. Ges. d. W., XVII. (1897) No 1.

[2]) Podle ústního sdělení p. prof. Lexy.

[3]) F. Ll. Griffith »The Rhind Mathematical Papyrus«, Proc. of the Soc. of. Biblical. Archeology (1891) 26 nn.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

spis chce čtenáře do temných věcí zasvětiti, nikoli je před ním skrýti. Pokládám za mnohem správnější, přidržeti se toho, co jest zachováno v knize Ahmesově samé a pokusiti se o výklad egyptského dělení z ní. Výpočty se tu ovšem objeví poněkud primitivnější a těžkopádnější, než si snad představuje Hultsch, to však není závadou. Třeba považiti, že Ahmesovy předlohy vznikly téměř dva tisíce let př. Kr., že Egypťané při vyvíjejícím se konservativismu se nelekali lecjakés strohosti, jak vidíme při umění, a že lidstvo potřebuje často velmi dlouho, než dojde právě k nejjednoduššímu a zdánlivě nejpřirozenějšímu řešení.

Ahmes užívá pro dělení celkem tří technických termínů:[1])

1. »Děl číslo a číslem b«, jak vidíme veskrze při dělení čísla 2 lichými čísly v tabulce na počátku knihy. 2. »Znásob číslo b, abys dostal a.« Toho užívá zpravidla tam, kde dělení provádí jediným výpočtem, kdežto prvé rčení naznačuje spíše úlohu, problém. Proto považuji toto druhé rčení za přímý pokyn, jak se dělení má provésti. 3. »Jedna b-tina čísla a.« Toto rčení nenalezneme v tabulce dělení 2, nýbrž jen v několika pozdějších úlohách. Jest to rčení, které patří spolu se rčeními obdobnými do egyptské nauky o zlomcích.

Dělení čísla celého číslem celým, kde podíl jest zase číslem celým, Ahmes zřídka provádí, pokládaje to za zbytečné. Častěji udává jen výsledek, po případě jest z celého výpočtu pravděpodobno, že bylo nutno takové dělení provésti. Poněvadž provedené příklady dělení jsou příliš jednoduché, ukáži egyptské dělení na případě předpokládaném, použiv metody, jak se nám naskytuje u provedených příkladů. Volím 5432:56, což pravděpodobně provedl Ahmes nebo autor jeho předlohy v čísle 33.

	/ 1	56
	/ 10	560
	20	1120
	40	2240
	/ 80	4480
	/ 2	112
	/ 4	224
dohromady	97 . . .	5432

[1]) Překlad podle A. Eisenlohra »Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter«, Lipsko, 2. vyd. (1891).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Egyptský počtář věděl, že 5432 jest mezi 560 a 5600, proto dělitel nejdříve zdesateronásobil a pak teprve prováděl obvyklé zdvojnásobování. Když došel k 80 . . . 4480, provedl buď z paměti nebo na počitadle rozdíl 5432—4480 a dostal zbytek 952. Od toho jestě odečetl 560, což vše poznamenal šikmou čárkou u dotyčných položek, a přihlédl ke zbytku 392. To jest již méně než 560, bylo tedy třeba hledati v jednotkách. Přišlo proto v úvahu 224, což dalo zbytek $392 - 224 = 168$, pak 112 se zbytkem $169 - 112 = 56$ a konečně 56. Tím dělenec úplně vyčerpán. Sečteme-li poznamenaná čísla 80, 10, 4, 2 a 1, dostaneme hledaný podíl 97.

Mnohem složitější úlohou bylo egyptské dělení, kde v jednom ze tří čísel, dělenci, děliteli nebo podílu, se vyskytovaly zlomky. Egypťané, jak známo, užívali mimo $^2/_3$ ve svých výpočtech jen zlomků kmenných, t. j. s čítatelem 1. Také násobení kmenných zlomků čísly celými, která nejsou jmenovatelem daného zlomku, lze do tohoto dělení zahrnouti. Nejdůležitějším pramenem pro posouzení tohoto početního výkonu jest Ahmesova tabulka dělení čísla 2 číslem lichým na počátku jeho díla, které podává tyto výsledky:

$$2 : 3 = \frac{2}{3}$$

$$2 : 5 = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$2 : 7 = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$$

$$2 : 9 = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$$

$$2 : 11 = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$$

$$2 : 13 = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$$

$$2 : 15 = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$$

$$2 : 17 = \frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68}$$

$$2 : 19 = \frac{1}{12} + \frac{1}{76} + \frac{1}{114}$$

$$2 : 21 = \frac{1}{14} + \frac{1}{42}$$

$$2 : 23 = \frac{1}{12} + \frac{1}{276}$$

$$2 : 25 = \frac{1}{15} + \frac{1}{75}$$

$$2 : 27 = \frac{1}{18} + \frac{1}{54}$$

$$2 : 29 = \frac{1}{24} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} + \frac{1}{232}$$

$$2 : 31 = \frac{1}{20} + \frac{1}{124} + \frac{1}{155}$$

$$2 : 33 = \frac{1}{22} + \frac{1}{66}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$2 : 35 = \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

$2 : 37 = \frac{1}{24} + \frac{1}{111} + \frac{1}{296}$

$2 : 39 = \frac{1}{26} + \frac{1}{78}$

$2 : 41 = \frac{1}{24} + \frac{1}{246} + \frac{1}{328}$

$2 : 43 = \frac{1}{42} + \frac{1}{86}$ [1] $+ \frac{1}{129} + \frac{1}{301}$

$2 : 45 = \frac{1}{30} + \frac{1}{90}$

$2 : 47 = \frac{1}{30} + \frac{1}{141} + \frac{1}{470}$

$2 : 49 = \frac{1}{28} + \frac{1}{196}$

$2 : 51 = \frac{1}{34} + \frac{1}{102}$

$2 : 53 = \frac{1}{30} + \frac{1}{318} + \frac{1}{795}$

$2 : 55 = \frac{1}{30} + \frac{1}{330}$

$2 : 57 = \frac{1}{38} + \frac{1}{114}$

$2 : 59 = \frac{1}{36} + \frac{1}{236} + \frac{1}{531}$

$2 : 61 = \frac{1}{40} + \frac{1}{244} + \frac{1}{488} + \frac{1}{610}$

$2 : 63 = \frac{1}{42} + \frac{1}{126}$

$2 : 65 = \frac{1}{39} + \frac{1}{195}$

$2 : 67 = \frac{1}{40} + \frac{1}{335} + \frac{1}{536}$

$2 : 69 = \frac{1}{46} + \frac{1}{138}$

$2 : 71 = \frac{1}{40} + \frac{1}{568} + \frac{1}{710}$

$2 : 73 = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{365}$

$2 : 75 = \frac{1}{50} + \frac{1}{150}$

$2 : 77 = \frac{1}{44} + \frac{1}{308}$

$2 : 79 = \frac{1}{60} + \frac{1}{237} + \frac{1}{316} + \frac{1}{790}$

$2 : 81 = \frac{1}{54} + \frac{1}{162}$

$2 : 83 = \frac{1}{60} + \frac{1}{332} + \frac{1}{415} + \frac{1}{498}$

$2 : 85 = \frac{1}{51} + \frac{1}{255}$

$2 : 87 = \frac{1}{58} + \frac{1}{174}$

$2 : 89 = \frac{1}{60} + \frac{1}{356} + \frac{1}{534} + \frac{1}{890}$

$2 : 91 = \frac{1}{70} + \frac{1}{130}$

$2 : 93 = \frac{1}{62} + \frac{1}{186}$ [2]

$2 : 95 = \frac{1}{60} + \frac{1}{380} + \frac{1}{570}$

$2 : 97 = \frac{1}{56} + \frac{1}{679} + \frac{1}{776}$

$2 : 99 = \frac{1}{66} + \frac{1}{198}$

---

[1]) V papyru jest omylem $\frac{1}{66}$. [2]) V papyru jest omylem $\frac{1}{166}$.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tabulkou touto se zabývali skoro všichni autoři, psali o Ahmesově papyru. Autoři ti snažili se vyhledati jednotnou metodu, vzorec, podle kterého Ahmes počítá. Již Eisenlohr[1]) rozděluje liché dělitele Ahmesovy na čísla dělitelná 3, 5, 7, 9, 11 a prvočísla. Znal však Ahmes dělitelnost všemi těmito čísly? Dělitelnost 3 určitě poznal, neboť všechna čísla sem spadající počítal stejným způsobem. Je-li totiž dané liché číslo 3n, vyhledává Ahmes jeho $^2/_3$, t. j. 2n, takže součin $3n \cdot \frac{1}{2n}$ jest $1^1/_2$. I jest třeba jen vyhledati číslo, jehož převratná hodnota násobená daným lichým číslem 3n dá $^1/_2$, t. j. $3n \times 2$. Jest to přímo aplikace pravidla z Ahmesova č. 61. Z toho vidíme základní myšlenku Ahmesova dělení. Hledá totiž čísla, jichž převratné hodnoty, násobeny daným lichým číslem a sečteny, dají 2. Prvým tedy úkolem jest voliti takové číslo, aby částečný součin z převratné hodnoty jeho a daného lichého čísla byl menší než 2. Druhým krokem jest doplniti tento částečný součin řadou kmenných zlomků na daný dělenec 2, třetím násobiti jmenovatele těchto zlomků daným lichým číslem a stanoviti tak další členy hledaného podílu. Tak postupuje Ahmes. Hultsch[2]) pokládá Ahmesovy výpočty k tabulce připojené za pouhé verifikace, zkoušky. Než proč je pak Ahmes uvádí slovem »smot«, které Eisenlohr překládá slovem »výpočet«, kdežto jinde jest zkouška vždy označena slovy »ap en sachi«, jež podle Eisenlohra značí »počátek (nebo předpis) zkoušky«?

Dělitelnost 5 autor Ahmesovy předlohy poznal a použil jen v některých případech, totiž při dělení 2:25, 2:65 a 2:85. Při 2:15, 2:45 a 2:75 použil výhodnější dělitelnosti 3mi. Také při 2:35 použil jiného způsobu, vedoucího k výhodnějšímu výsledku. Zda tu dělitelnost 5 poznal, nelze tedy určiti. Za to lze souditi, že pravděpodobně nepoznal dělitelnost čísel 55 a 95, neboť pak by byl asi místo

$$2:55 = \frac{1}{30} + \frac{1}{330}$$ volil výsledek $$\frac{1}{33} + \frac{1}{165}$$ a místo

---

[1]) A. Eisenlohr: »Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter«. 2. vyd. (1891.)

[2]) F. Hultsch: »Elemente der ägyptischen Teilungsrechnung«, Abh. d. phil.-hist. Cl. der sächs. Ges. der Wiss., XVII. (1897) No 1.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$5:95=\frac{1}{60}+\frac{1}{380}+\frac{1}{570}$ jednodušší výsledek $\frac{1}{57}+\frac{1}{285}$.

Jest skutečně zajímavo, že poznal dělitelnost 7mi čísel 49 a 77, ačkoliv mu dělitelnost 5ti nebyla tak zběžná. Lze si totiž jen tak vysvětliti, že za prvé jmenovatele v příslušných podílech volil čísla 28 a 44, tedy čísla, na něž by jinak sotva byl připadl. Byl mu snad rozklad $49=7\times 7$ znám proto, že 7 bylo u Egypťanů právě tak posvátným číslem, jako jinde v orientě?[1]) A poznal snad dělitelnost 77 číslem 7 proto, že se hieroglyficky psalo sedmi desítkami a tolikéž jednotkami? Než proč pak nepoužil dělitelnosti 5ti čísla 55? Nepřihlížíme-li k číslům tabulky dělitelným 11, která jsou současně dělitelna 3, a k 77, zbývá nám jen 55. Skutečně výsledek $2:55=\frac{1}{30}+\frac{1}{330}$ se zdá býti v souvislosti s podílem $2:11=\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$. Než jak ukáži, bylo by lze toto řešení vysvětliti i jinak.

Hultsch[2]) uvádí četné normy, kterými se podle jeho domnění Egypťané řídili při rozkladu zlomků v kmenné, t. j. při našem dělení. Z toho jen toto uvádím: Minimálním rozkladem prvého stupně nazývá Hultsch takový, kde jsou zachována v uvedeném pořádku tato minima: 1. jmenovatele posledního výsledného kmenného zlomku, 2. počtu členů, 3. počátečního jmenovatele a 4. součtu jmenovatelů. Za zvláště příznivý považuje rozklad, kde se jmenovatelé liší jen o 1 nebo jí se blížící čísla. U Ahmesa předpokládá další požadavek, že počáteční jmenovatel nesmí býti jiným prvočíslem než 2, 3 a 5. Srovnáme-li naši tabulku s těmito normami, vidíme, že často by bylo lze nalézti řešení výhodnější než jest Ahmesovo. Hultsch to ovšem sám připouští, praví-li,[3]) že jeho normy jsou jen pozorováními z pokud možno velkého počtu jednotlivých případů, které jistě připouštějí výjimky, ba možno, že se ukáží ještě jiná pravidla. Než vzniká otázka, zda byli Egypťané skutečně na tak vysokém stupni

[1]) K. Sethe: »Von Zahlen und Zahlworten bei den alten Aegyptern« Strassburg, (1916), str. 33 nn.

[2]) F. Hultsch, l. c. str. 47 nn.

[3]) F. Hultsch, l. c 156.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vědeckem, že obsáhli přehledem celou šíři naskýtajícího se problému? Znali skutečně všechna možná řešení s určitým počtem členů, aby si z nich tak pečlivě vybírali?

Bobynin[1]) cituje podle Leonarda Pisana pravidlo o rozkladu zlomků v kmenné, které lze aplikovati na rozklady Ahmesovy. Avšak pravidlo Leonardovo, podle něhož jest po Bobyninově úpravě jmenovatel prvního kmenného zlomku mezi jmenovatelem zlomku daného a jeho polovinou, jest tak široké, že nám vlastně nepovídá ničeho o Ahmesově metodě, nýbrž jen o mezích tohoto jmenovatele, z nichž spodní jest samozřejmá a horní přirozená, nechceme-li míti příliš mnoho členů, požadavek to, plynoucí z nutné ekonomie.

Loria[2]) analysoval duchaplně výsledky tabulky Ahmesovy, vycházeje od rozdílu zlomku, jímž jest vyjádřeno dané dělení, a zlomku konečného, tedy nejmenšího v řadě výsledných zlomků kmenných. Při tom praví výslovně, že dnes nemůžeme souditi na formu výpočtů egyptských, pro které nemáme dosud dosti dokladů. Metoda Loriova dává při každé úloze v tabulce několik řešení, z nichž jedno jest skutečně až na dva případy, řešením Ahmesovým. Metoda ta však vyžaduje, by předem byl stanoven počet členů v rozkladu a tu nám Loria nepraví, jak si autoři Ahmesových předloh při volbě té počínali. Loria správně podotýká ve shodě s Cantorem, že nelze tabulku Ahmesovu shrnouti pod jednu jedinou formulku. M. Cantor[3]) vyslovuje názor, že tabulka vznikala postupně, tedy že na ní pracovalo několik autorů různých dob. Názor ten lze připustiti. Shrnuje jistě kniha Ahmesova matematickou práci celého dlouhého vývoje. Také Cantor se snaží pro určité skupiny úloh tabulky vytušiti společný zákon. Hultsch[4]) konečně naznačuje, že Egypťané při rozkladu zlomků ve zlomky kmenné jednak čítatele rozváděli ve vhodné sčítance, což se zdá pravděpodobným při počítání

[1]) V. Bobynin: »Sur le procédé employé dans le papyrus Rhind pour réduire les fractions en quantièmes.« V Bibl. math. (2) VI. 109 nn.

[2]) G. Loria: »Congetture e ricerche sull' aritmetica degli antichi Egiziani,« Bibl. math. (2) VI. 97 nn.

[3]) M. Cantor: »Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik«, I_3, 67.

[4]) F. Hultsch, l. c.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

z paměti, jednak zlomky rozšiřovali, násobíce čítatele i jmenovatele týmž číslem a tak si je pro uvedený rozklad připravovali. Nemáme však pro to dokladu. Jest samozřejmo, že při všech těchto hypotésách bylo by nutno pokládati výpočet, uvedený slovem »smot« při každé úloze, nikoli za výpočet, nýbrž za pouhou zkoušku.

Než zdá se mi býti přirozenějším a egyptskému stavu matematiky přiměřenějším nepředpokládati znalost vzorců pro rozvoj v kmenné zlomky, nýbrž hledati v onom výpočtu přímo cestu, po které autor nebo autoři Ahmesovy tabulky dospívali ke svému cíli. Cest těch bylo několik, i zdá se, že autoři zkoušeli cesty ty, počínajíce nejjednodušší a nejsnazší, tak dlouho, až došli k té, která se jim zamlouvala. Samozřejmá ekonomie vedla je ke snaze dávati přednost menšímu počtu členů a vyhýbati se pokud možno velkým číslům. Při tom však nelze říci, kterému z těchto požadavků by byli více přáli. Tak lze zajisté všechny podíly naší tabulky vyjádřiti jen dvěma kmennými zlomky podle vzorce

$$2 : (2n + 1) = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+1)\ (2n+1)}.$$

Tento výsledek nalézáme však jen u dělitelů 3, 5, 7, 11 a 23. Všude jinde jest poslední jmenovatel menší, než jak by z tohoto způsobu vyplynul, byť tím se i počet členů zvětšil. Naopak, někdy by bylo lze provésti jiné rozklady než Ahmesovy, které by vedly k menšímu poslednímu jmenovateli a většímu počtu členů, ba dokonce i ke stejnému počtu členů. Egyptské dělení 2 : m, jak již při celých podílech ukázáno, záleželo v tom, že se hledal podíl p tak, aby $m \cdot p = 2$. Egypťané věděli, jak patrno z jejich způsobu násobení, že je-li $p = p_1 + p_2$, musí také býti $mp = mp_1 + mp_2$. Musil tedy Ahmes číslo m násobiti takovým p_1, aby částečný součin byl menší než 2. Samozřejmě musil každý částečný podíl býti kmenným zlomkem.

1. Nejpohodlnější bylo jistě, byl-li tento kmenný zlomek vzat ze soustavy binární, t. j. byl-li jeho jmenovatel mocninou čísla 2. A skutečně použil toho Ahmes tam, kde byl výsledek jen trochu přijatelný.

2. Druhý způsob byl vycházeti od $\frac{2}{3}$ dělitele a tuto hod-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

notu tak dlouho půliti, až se došlo k číslu menšímu než 2, tedy voliti prvý jmenovatel $3 \cdot 2^n$. Zpravidla sě ve výpočtu (smot) obě ta dělení prováděla postupným půlením. Jen při děliteli 29 hledá Ahmes hned $\frac{1}{24}$ dělitele. Snad vynechal předešlé řádky při opisování originálu.

3. První jmenovatel volí se přímo a to tak, jak počtář myslí, že by nejspíše došel k cíli. Volba ta děje se buď pod vlivem dělitelnosti nebo jest to číslo zaokrouhlené, t. j. bez jednotek a to tak volené, aby se jím snadno dělilo, tedy aby součin mp_1 nepůsobil zvláštních obtíží, anebo tu rozhodovaly zřetele jiné, o nichž nutno v každém případě promluviti zvláště.

Způsobu prvého použito jen při dělitelích 3, 7 a 13, ačkoli druhý způsob by byl u 7 vedl na $\frac{1}{6}+\frac{1}{14}+\frac{1}{21}$ a u 13 na $\frac{1}{12}+\frac{1}{26}+\frac{1}{52}+\frac{1}{78}$, tedy sice na rozklady o jeden člen delší, avšak s menším konečným jmenovatelem. Třetí způsob vede při 13 dokonce na rozklad $\frac{1}{10}+\frac{1}{26}+\frac{1}{65}$, tedy při stejném počtu členů na menší konečný jmenovatel. Z toho lze souditi, že autor tabulky se nejdříve pokusil o metodu prvou a dala-li přípustný výsledek, nezkoušel již metod ostatních.

Druhý způsob proveden u dělitelů 5, 11, 17, 19, 23, 29, 37 a 41. Prvý způsob by tu vždy byl vedl k výsledkům buď s větším počtem členů nebo s větším konečným jmenovatelem. Při 23 by byla vedla třetí metoda k menšímu konečnému zlomku $\left(2:23=\frac{1}{20}+\frac{1}{46}+\frac{1}{92}+\frac{1}{230}\right)$, což podle Hultsche prý bylo prvním egyptským požadavkem. Při 9 formálně proveden také tento druhý způsob, avšak vzhledem na dělitelnost 3 patří tento případ vlastně do skupiny třetí.

Třetí metoda provedena důsledně u dělitelů dělitelných třemi. Nazveme-li dělitel $3n$, volí autor tabulky za prvý jmenovatel $2n$, kdežto druhý jmenovatel jest $6n$. Poněvadž autor věděl, že dostane dvoučlenný rozklad s výhodnými jme-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

novateli, užívá vždy tohoto rozkladu, nehledaje již jiného výhodnějšího. Toho důkazem jest, že nerozkládá:

$$2:15=\frac{1}{12}+\frac{1}{20},\ 2:21=\frac{1}{15}+\frac{1}{35},\ 2:45=\frac{1}{35}+\frac{1}{63}=$$

$$=\frac{1}{36}+\frac{1}{60},\ 2:63=\frac{1}{45}+\frac{1}{105}=\frac{1}{56}+\frac{1}{72}\text{ a }2:75=\frac{1}{60}+\frac{1}{100}$$

Při tom by byl býval k rozkladu 2:15 přišel metodou druhou a k rozkladu 2:75 volbou čísla zaokrouhleného. Ukázal jsem již dříve, že dělitelnost jinými čísly než 3 byla poukazem pro volbu prvého jmenovatele při dělitelích 25, 49, 55, 65, 77 a 85. Při zbyvajících dělitelích volena za prvý jmenovatel čísla zaokrouhlená a to vždy pro celou skupinu po sobě jdoucích dělitelů číslo totéž. Tak voleno 20 pro 31, 30 pro 35, 47, 53 a 55, pročež netřeba předpokládati, že autor tabulky tu poznal dělitelnost 11, 40 pro 61, 67 a 71, 60, tedy číslo velmi výhodné, neboť má mnoho dělitelů, o čemž se zajisté mohli Egypťané z prakse přesvědčiti, pro 73, 79, 83, 89 a 95. Při 2:91 byl by jmenovatel 60 vedl na rozklad $\frac{1}{60}+\frac{1}{364}+\frac{1}{390}$. Toto řešení se však asi nezamlouvalo požadavkům egyptské elegance, jsouc svým přílišným skokem mezi diferencí prvých dvou jmenovatelů a diferencí druhých dvou neurovnané. Proto proveden pokus se jmenovatelem 70, který se osvědčil. Zbývají nám tudíž jen dělitelé 43, 59 a 97 kde volen prvý jmenovatel způsobem zvláštním a jistě teprve po dlouhých pokusech. Při 43 byl by prvý způsob vedl na jmenovatel čtyřčlenný, s konečným jmenovatelem 1376, druhý způsob na tříčlenný výsledek se jmenovatelem konečným 516, jmenovatel 30 na neurovnaný rozklad se jmenovateli 30, 86 a 645. I volen jmenovatel 42, kde prvý zlomek byl o málo větší než polovina hledaného podílu. Řešení podílu 2:59 provedeno skutečně velmi elegantně. Prvá metoda by byla vedla na trojčlenný rozklad s příliš velikým konečným jmenovatelem 1888, způsob druhý na výsledek podobný čtyřčlenný. Jmenovatel 30 vedl by na dvoučlenný rozklad s druhým jmenovatelem 1770, tedy příliš velikým, jmenovatel 40 na neurovnané řešení 40, 118 a 2360, jmenovatel 50 konečně na pět členů. I voleno 36, což dalo skutečně nejvýhodnější řadu jmenovatelů. Avšak jak připadl autor

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

této tabulky na toto řešení? A podobně jest tomu u dělitele 97.

Tam, kde Ahmes volí prvý jmenovatel, uvádí jej počínaje dělitelem 43 slovem »hledej«. Jen u dělitelů dělitelných třemi, nalézáme toto slovo až při dělitelích 92 a 99. Značí to snad, že dělení snazší prováděl z paměti, kdežto obtížnější »hledal« písemně ve vedlejším výpočtu nebo na počítadle?

Přihlédněme nyní podle svého dřívějšího označení k rozdílu $2 - mp_1$, který jest vyjádřen řadou kmenných zlomků $mp_2 + mp_3 + mp_4$, z nichž jeden nebo oba poslední mohou vymizeti. Podle dřívějších vývodů musí se hledané částečné podíly rovnati jednotlivým těmto kmenným zlomkům, děleným dělitelem m, t. j. jejich jmenovatel jest nutno násobiti dělitelem m. Proto jsou další částečné podíly kmenné zlomky s jmenovatelem, jenž jest násobkem dělitele m, a netřeba hledati pro to nějakého umělého důvodu nebo egyptského pravidla, jak se někdy stává. Při číslech třemi dělitelných stává se tento rozdíl roven $\frac{1}{2}$, všude pak jest menší než 1, t. j. číslo mp_1 lze rozložiti na $1 + u$. Nazveme-li pak v rozdíl $2 - mp_1$, platí, že $u + v = 1$. V součtu $u + v$ vyskytují se vždy buď první členy úplné řady binárních zlomků, počínajících $\frac{1}{2}$ nebo $\frac{1}{4}$ nebo zlomek $\frac{2}{3}$. Zlomek $\frac{1}{2}$ může také býti nahražen součtem $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$, kteryžto součet byl Egypťanům velmi běžným. Uvážíme-li, že ve zkouškách Ahmesových jsou pomocnými jednotkami počítány jen zlomky malé a jejich součtem, tvořícím $\frac{1}{2}$ (č. 31), $\frac{1}{4}$ (č. 32, 36 a 37), $\frac{1}{8}$ (č. 37), $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ (č. 34) a $\frac{1}{3}$ (č. 38) doplňovány ostatní velké kmenné zlomky na 1, tu můžeme snad předpokládati, že autor Ahmesovy předlohy volil zlomky ve sčítanci úmyslně takové, aby uvedené dva případy nastaly. Tam, kde se ve skupině u vyskytovaly jenom zlomky binární nebo $\frac{2}{3}$ nebo $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$, tam bylo doplnění samozřejmé. V ostatních případech, připustíme-li uvedený předpoklad, vidíme, že Egypťané slučovali

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tyto skupiny menších zlomků: $\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{1}{3}$ (při dělitelích 17, 19, 23, 59 a 95), $\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{6}$ (při dělitelích 47, 51, 53 a 79), $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{6}$ (při děliteli 59), $\frac{1}{5}+\frac{1}{20}=\frac{1}{4}$ (při dělitelích 31 a 67), $\frac{1}{8}+\frac{1}{24}=\frac{1}{6}$ (37 a 41), $\frac{1}{10}+\frac{1}{40}=\frac{1}{8}$ (61 a 71), $\frac{1}{7}+\frac{1}{42}=\frac{1}{6}$ (43), $\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}=\frac{1}{3}$ (95) a $\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=\frac{1}{4}$ (při děliteli 97). Součty ty byly pravděpodobně provedeny pomocnými jednotkami. Tomu se zdá nasvědčovati výpočet při děliteli 35. Tam jest totiž ve druhém řádku napsána červená 6, pod částečným součinem $1\frac{1}{6}$ černá 7 a pod $\frac{2}{3}\frac{1}{6}$ černá 5. Prvá číslice značí, že jednotka původní položena rovna 6 jednotkám pomocným. Jest to jediný případ v papyru Ahmesově, kde jest tento počet takto vyznačen.

Eisenlohr[1]) i M. Cantor[2]) se domnívají, že Ahmesova tabulka byla pomůckou při dělení různými děliteli. Cantor svou hypotésu, kterou přebírají také jiné dějiny mathematiky, ukazuje na příkladě 7:29. Takový výpočet byl by velmi složitý. Naproti tomu vidíme, že Ahmes si nepočíná podle metody Cantorovy, nýbrž v řadě příkladů dělení provádí. Avšak i tam, kde udává ihned podíl bez výpočtu, jest tento jiný, než k jakému by došel metodou Cantorovou. Na př. v č. 56 jest podíl $180:250=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{50}$. Podle Cantorovy hypotésy byl by autor Ahmesovy předlohy počítal takto:

$$180:250=18:25=9\times(2:25)=9\times\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{75}\right)=$$

$$=4\times(2:15)+\frac{1}{15}+4\times(2:75)+\frac{1}{75}=$$

$$=4\times\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{30}\right)+4\times\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{150}\right)+\frac{1}{15}+\frac{1}{75}=$$

$$=2:5+2:15+2:25+2:75+\frac{1}{15}+\frac{1}{75}=$$

[1]) A. Eisenlohr l. c., 12 un.
[2]) M. Cantor, Vorl. I_3, 63 un.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{15} + \frac{1}{75} + \frac{1}{50} + \frac{1}{150} + \frac{1}{15} +$$
$$+ \frac{1}{75} =$$
$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + 2 : 15 + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} + \frac{1}{50} + 2 : 75 + \frac{1}{150} =$$
$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} + \frac{1}{50} + \frac{1}{50} + \frac{1}{150} +$$
$$+ \frac{1}{150} =$$
$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + 2 : 15 + \frac{1}{25} + \frac{1}{75} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} +$$
$$+ \frac{1}{25} + \frac{1}{75}$$

Tento výsledek by se teprve umělým sčítáním zlomků musil převésti na podíl Ahmesův. Předpokládáme-li však, že se celý výpočet provedl prostým dělením, přicházíme k počtu mnohem jednoduššímu, totiž:

		25
	$/\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{10}$	$2\frac{1}{2}$
	$/\frac{1}{5}$	5
	$/\frac{1}{50}$	$\frac{1}{2}$
dohromady	$\frac{1}{2}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{50}$	$12\frac{1}{2} + 5 + \frac{1}{2} = 18.$

Jak patrno jest tento výklad jednodušší než Cantorův. Do výpočtu jsem vložil třetí řádek, protože Ahmes často dochází k dělení a násobení 5 přes 10. Někdy však nepoužívá tohoto obratu, z čehož lze souditi, že aspoň někteří autoři Ahmesových předloh dovedli ihned děliti číslo 5ti vědouce, že $\frac{1}{5}$ z 5 jednotek jest 1 jednotka, $\frac{1}{5}$ z 1 jednotky pak jsou 2 jednotky nižšího řádu.

Nebyla-li však Ahmesova tabulka pomůckou při dělení,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

třeba hledati jinde její účel. Podle mého přesvědčení byla pomůckou při násobení kmenných zlomků 2ma, výkonu to tak často potřebného při egyptském násobení a dělení. Nejlepším toho dokladem zdá se mi býti okolnost, že Ahmes používá, kdykoli násobí 2ma kmenný zlomek s lichým jmenovatelem, vždy výsledků své počáteční tabulky.

Zcela správně usuzuje Cantor z okolnosti, že v naší tabulce jsou jen dělitelé liší, že Egypťané dovedli krátiti dělenec i dělitel 2ma. Setkáváme se s tímto zjevem ve mnohých úlohách. Pravím výslovně dělenec a dělitel a nikoli čítatel a jmenovatel, neboť jsem přesvědčen, že těchto pojmů neznali.

Po velké tabulce Ahmesově následuje šest příkladů, které Cantor nazývá malou tabulkou dělení (č. 1—6 podle Eisenlohra). Rozdělují se tu chleby mezi 10 osob a získávají se tak tyto podíly: $1:10=\frac{1}{10}$, $3:10=\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$, $6:10=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$, $7:10=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$, $8:10=\frac{2}{3}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$ a $9:10=\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{30}$. I tu jest nejpřirozenější předpokládati, že tyto podíly byly vypočteny způsoby vyloženými při velké tabulce, totiž při dělencích 6 a 7 dělením binárním (zp. 1.), při 8 a 9 na základě řady počínající $\frac{2}{3}$ (zp. 2.) a při dělenci 3 vhodnou volbou prvního jmenovatele 5 (zp. 3.). Kdybychom totiž předpokládali, že dělenec byl rozveden ve vhodný součet a pak jednotlivá dělení krácena, dostali bychom zajisté $8:10=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$, tedy výsledek výhodnější podle zásad Hultschových než jest Ahmesův. Také způsob, který předpokládají Cantor a Eisenlohr, že se totiž dělenec rozvede ve sčítance 2, vedl by k jiným výsledkům. Tak by bylo $6:10=3:5=2:5+\frac{1}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$ $7:10=3:5+\frac{1}{10}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}$, což by se teprve sčítáním mohlo upraviti na $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$.

Kromě v tabulkách vyskytuje se dělení také v ostatních Ahmesových příkladech. Často je podíl položen hned jako výsledek, ba někdy se jen dohadujeme, že Ahmes asi provedl

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dělení při výpočtu pomocných jednotek při sčítání zlomků. V těchto všech případech nutno předpokládati, že výpočet proveden vedle, mimo náš papyrus. Aplikujeme-li však metody, které se nám podařilo odpozorovati z provedeného dělení, vedeni jsouce výsledným podílem, můžeme se egyptského způsobu dohádati. Viděli bychom, že neposkytuje ani obtíží, ani není nutno předpokládati nové metody. Proto můžeme se omeziti jen na případy v Ahmesově knize skutečně provedené. Celistvá část podílu byla nalezena, jak jsme již dříve ukázali pokusným násobením. Jde tudíž jen o část vyjádřenou kmennými zlomky. Případy v příkladech bývají ovšem složitější než v tabulkách, neboť zbytek dělence po odečtení součinu z dělitele a částečného podílu není vždy jednoduché číslo 2, nýbrž i větší číslo celistvé nebo číslo smíšené, dělitel pak také není vždy prosté číslo celé, nýbrž může býti složen též ze zlomků kmenných. I tu lze zase mluviti o trojím způsobu, shodném až na malé změny s trojím způsobem dříve vyloženým.

1. Podíl jest vyjádřen zlomky soustavy binární. To provedeno pro celý podíl při dělení

$19 : 8 = 2\frac{1}{4}\,\frac{1}{8}$ (v č. 24), $21 : 6 = 3\frac{1}{2}$ (v č. 27), $1 : 3\frac{1}{2}\,\frac{1}{18} =$

$= \frac{1}{4}\,\frac{1}{32}$ (v č. 37), $50 : 4 = 12\,\frac{1}{2}$ (v č. 39), $6 : 8 = \frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$

(v č. 59) a $1 : \frac{1}{6}\,\frac{1}{18} = 4\,\frac{1}{2}$ (v č. 67). V č. 31 $(33 : 1\frac{2}{3}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{7} =$

$= 14\frac{1}{4}\,\frac{1}{56}\,\frac{1}{97}\,\frac{1}{194}\,\frac{1}{388}\,\frac{1}{679}\,\frac{1}{776})$ a v č. 36 $(30 : 106 =$

$= \frac{1}{4}\,\frac{1}{53}\,\frac{1}{106}\,\frac{1}{212})$

nebylo by důsledné provedení této metody vedlo k cíli, proto použito jen jediného binárního zlomku a pak počítáno dále podle metody 3., tedy tak, jako v případech velké tabulky, které jsme zahrnuli pod prvním způsobem. Také tam, kde podíl jest vyjádřen v obilné míře »beša«, vyjadřuje se tento jejími zlomky až do $\frac{1}{64}$ a pak se teprve přechází na menší jednotku »ro«, kterou lze již děliti na libovolné kmenné zlomky.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

2. Lomená část podílu skládá se jen ze členů řady, vzniklé půlením $\frac{2}{3}$. Tak při dělení $16:3=5\frac{1}{3}$ (č. 25), $50:6=8\frac{1}{3}$ (č. 39) a $100:60=1\frac{2}{3}$ (č. 40). Z této řady jsou vzaty jen dva prvé členy podílu v č. 32 $\left(2:1\frac{1}{3}\frac{1}{4}=1\frac{1}{6}\frac{1}{12}\frac{1}{114}\frac{1}{228}\right)$ a jen jeden první člen v č. 66 $\left(3200:365=8\frac{2}{3}\frac{1}{10}\frac{1}{2190}\right)$, v č. 69 $\left(80:3\frac{1}{2}=22\frac{2}{3}\frac{1}{7}\frac{1}{21}\right)$ a v č. 70 $\left(100:7\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}=12\frac{2}{3}\frac{1}{42}\frac{1}{126}\right)$, jak tomu ostatně bylo také ve velké tabulce.

3. Tam, kde nebylo lze použíti předešlých metod, tam voleni jiní jmenovatelé kmenných zlomků, a to buď počínaje hned od prvního, nebo od druhého či třetího, jak jsme právě vytknuli. Za tohoto jmenovatele rád volí Ahmes 5 a 10, jak vidíme při výpočtu v č. 21 $\left(4:15=\frac{1}{5}\frac{1}{15}\right)$, v č. 22 $\left(9:30=\right.$ $\left.=\frac{1}{5}\frac{1}{10}\right)$, v č. 68 $\left(3200:365=8\frac{2}{3}\frac{1}{10}\frac{1}{2190}\right)$ a snad i v č. 70 při $2520:100=25\frac{1}{5}$, ač lze také předpokládati, že Egypťané znali dělitelnost 5 a tedy ihned poznali, že 20 jest pětina ze 100. Ahmes použil za jmenovatele také rád dělitele samého, takže součin z tohoto zlomku a dělitele byl 1, a teprve z tohoto zlomku odvozoval ostatní, jak vidíme v č. 36 $\left(30:106=\frac{1}{4}\frac{1}{53}\frac{1}{106}\frac{1}{212}\right)$. Volba vhodného jmenovatele jest ostatně také základem postupu při výpočtu dalších zlomků ve velké tabulce, jejichž jmenovatelé jsou násobky daného dělitele. Ve složitějších případech uchýlil se Ahmes k pomocným jednotkám. Skvělý toho příklad máme v č. 31, 32 a 33. V č. 31 a 33 dělí čísla 33 a 37 číslem $1\frac{2}{3}\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. Započav dělení obvyklými metodami, dostává Ahmes v prvém případě zbytek $\frac{1}{2}$, ve druhém $\frac{1}{28}\frac{1}{84}$ (t. j. $\frac{1}{21}$, leč toho si asi není

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vědom). I volí si nyní za pomocnou jednotku $\frac{1}{42}$. Volba ta není motivována nejmenším zlomkem, jak bývá pravidlem. Jest nápadno, že 42 jest společným jmenovatelem zlomku dělitele, tedy okolnost, která jest jistě pro badatele svůdná, aby se snažil dokázati, že Egypťané znali pojem společného jmenovatele, pojem to pro počítání se zlomky tak plodný. Ovšem jiné důvody mluví proti tomu. I stanoví Ahmes, že dělitel má 97 takových jednotek a že tedy $\frac{1}{97}$ dělitele jest dána 1 pomocnou jednotkou, hledaný zbytek jest v prvém příkladě 21, ve druhém 2 pomocné jednotky. V č. 32 má děliti $2 : 1\frac{1}{3}\frac{1}{4} = 1\frac{1}{6}\frac{1}{12}\frac{1}{114}\frac{1}{228}$. Když byl, počínaje dvěma třetinami dělitele došel k jeho $\frac{1}{12}$, t. j. k výrazu $\frac{1}{8}\ \frac{1}{144}$ volí tento nejmenší zlomek za pomocnu jednotku a vyjadřuje jí všecky předešlé složky. I počítá pak známým nám již způsobem dále. Právě v tom výpočtu vidím jeden z důkazů, že Ahmesovy výpočty jsou skutečnou cestou, jak Egypťané ke svým výsledkům docházeli a že snad nepředcházely nějaké nám neznámé, mnohem učenější analysy, jak se domnívá Hultsch. Kdyby totiž Ahmes byl znal počet se společným jmenovatelem, byl by žádané dělení nahradil dělením 24:19, po případě 5:19 a rozšířiv, jak Hultsch vždy předpokládá, toto dělení činitelem 4 na 20:76, našel snadno podíl $\frac{1}{4}\ \frac{1}{76}$, tedy výsledek mnohem lépe vyhovující požadavkům, které Hultsch egyptskému rozkladu v kmenné zlomky odpozoroval. Ahmes však také neváhal, celé dělení vyjádřiti v pomocných jednotkách. To učinil v č. 36, kde převádí dělení $1 : 3\frac{1}{3}\ \frac{1}{5}$ na dělení 30:106, volí tedy za pomocnou jednotku $\frac{1}{30}$. Asi také pomocnými jednotkami třeba vysvětliti způsob, jehož užívá, je-li dělitel složen buď z čísla celého a jednoho kmenného zlomku, nebo z čísla celého a několika kmenných zlomků binární soustavy. Tam totiž stanoví ihned, kolikátý díl dělitele jest nejmenší z těchto zlomků. Tak si počíná v č. 34

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$\left(10 : 1\frac{1}{2}\frac{1}{4} = 5\frac{1}{2}\frac{1}{7}\frac{1}{14}\right)$, v č. 35 $\left(1:3\frac{1}{3} = \frac{1}{5}\frac{1}{10}\right)$, v č. 38 $\left(1:3\frac{1}{7} = \right.$
$\left. = \frac{1}{6}\frac{1}{11}\frac{1}{22}\frac{1}{66}\right)$ a v č. 70 $\left(100:7\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8} = 12\frac{2}{3}\frac{1}{42}\frac{1}{126}\right)$. Také dělení $80:3\frac{1}{2} = 22\frac{2}{3}\frac{1}{7}\frac{1}{21}$ v č. 69 bychom si tak mohli vysvětliti, předpokládáme-li, že Ahmes při opisování v poslední řádce $\frac{1}{21} \cdots \frac{1}{6}, \frac{1}{7} \cdots \frac{1}{2}$ pořádek obou položek přehodil, že totiž se dříve stanovilo, že $\frac{1}{2}$ jest sedmina dělitele a pak teprve se počítala jeho $\frac{1}{21}$. Také v č. 30 $\left(10:\frac{2}{3}\frac{1}{10} = 13\frac{1}{23}\right)$ mohl autor Ahmesovy předlohy jen na základě pomocných jednotek stanoviti, že $\frac{1}{30} : \frac{2}{3}\frac{1}{10}$ jest $\frac{1}{23}$. Ahmes, který originálu snad neporozuměl, učinil ve větě »Učiň $\frac{1}{30}$krát 23, abys našel $\frac{2}{3}\frac{1}{10}$« nad 23 omylem tečku (t. j. napsal omylem $\frac{1}{23}$), což zavdalo egyptologům příčinu ke všelikým výkladům.

Tabulky obdobné velké tabulce Ahmesově nalézáme i v jiných egyptských památkách. Nejstarší jsou zlomky kahunské, pocházející patrně z doby XII. dynastie (1966/3—1788), z které pocházejí i předlohy Ahmesovy. (F. Ll. Griffith: The Petrie papyri, I, str. 15 nn., tab. VIII,). Na zlomku Kahun IV, 2 jest počátek tabulky dělení čísla 2 lichými čísly až do 21, obsahující z každého dělení první řádek tabulky Ahmesovy s výsledkem a částečnými součiny. Poněvadž se úplně shoduje s tabulkou Ahmesovou, zdá se, že tyto výsledky a podobné tabulky byly již za XII. dyn. obvyklé a že se počítalo vždy týmž způsobem.

Další podobné památky jsou již mnohem mladšího původu, leč celým svým duchem jsou egyptské, poslední to výhonky staré, konservativní aritmetiky země faraonův.

Z doby římské pochází demotický papyrus uložený v Londýně v t. zv. Egypt Exploration Found (E. Revillout: Mélanges sur la métrologie, l'économie politique e l'histoire de l'ancien Egypte, Paris (1895), LXXI nn. a F. Hultsch:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Neue Beiträge zur ägyptischen Teilungsrechnung, Bibl. math. (3) II (1901) 177 nn.) Papyrus ten obsahoval tabulky 1:n, 2:n atd. až n:n. Z nich se zachovalo jen dělení 7, 8 a z ostatních dělitelů do 15 jen zlomky. Tabulka obsahuje jen výsledky bez výpočtů, lišící se jen v několika případech od výsledků Ahmesových. Veškeré podíly lze vysvětliti metodami dříve popsanými, Metody I. (první zlomek vzat z řady binární) užito veskrze při dělení 8, při dělení 7 číslem sudým, dále při těchto podílech:

$8:9=\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{72}$, $3:11=\frac{1}{4}\frac{1}{44}$, $4:11=\frac{1}{4}\frac{1}{11}\frac{1}{44}$, $6:11=\frac{1}{2}\frac{1}{22}$

$7:11=\frac{1}{2}\frac{1}{11}\frac{1}{22}$, $3:12=\frac{1}{4}$, $6:12=\frac{1}{2}$, $7:12=\frac{1}{2}\frac{1}{12}$, $4:13=$

$=\frac{1}{4}\frac{1}{26}\frac{1}{52}$, $5:13=\frac{1}{4}\frac{1}{13}\frac{1}{26}\frac{1}{52}$, $7:13=\frac{1}{2}\frac{1}{26}$, $4:14=\frac{1}{4}\frac{1}{28}$, $5:14=$

$=\frac{1}{4}\frac{1}{14}\frac{1}{28}$ a $2:15=\frac{1}{8}\frac{1}{120}$. Metodu II. (první zlomek jest $\frac{2}{3.2^n}$) nalézáme v podílech $3:7=\frac{1}{3}\frac{1}{24}\frac{1}{28}\frac{1}{56}$*) $5:7=\frac{2}{3}\frac{1}{21}$

$7:9=\frac{2}{3}\frac{1}{9}$, $2:11=\frac{1}{6}\frac{1}{66}$, $5:11=\frac{1}{3}\frac{1}{11}\frac{1}{33}$, $2:12=\frac{1}{6}$, $4:12=\frac{1}{3}$,

$5:12=\frac{1}{3}\frac{1}{12}$, $8:12=\frac{2}{3}$, $6:13=\frac{1}{3}\frac{1}{13}\frac{1}{26}\frac{1}{78}$, $6:14=\frac{1}{3}\frac{1}{14}\frac{1}{42}$,

$5:15=\frac{1}{3}$ a $6:15=\frac{1}{3}\frac{1}{15}$. Metoda III (první zlomek volen jinak) vyskytuje se jen při $3:15=\frac{1}{5}$, $4:15=\frac{1}{5}\frac{1}{15}$, $2:13=\frac{1}{7}\frac{1}{91}$

$3:13=\frac{1}{7}\frac{1}{13}\frac{1}{91}$, $2:14=\frac{1}{7}$ a $3:14=\frac{1}{7}\frac{1}{14}$.

Zdají-li se tabulky Ahmesovy a kahunská býti pomůckami pro násobení, prováděná duplací, nejvýše pomůckou pro dělení číslem 10, pocházejí asi poslední fragmenty z díla, které mělo vůbec ušetřiti zdlouhavé egyptské dělení. Stejný asi účel měly dvě další památky. Z doby byzantské pochází dřevěná destička [Thompson, A byzantine table of fractions, Ancient Egypt (1914/5), 52 nn.] zbytek to asi z dřevěné

*) Tak doplňuji porušené místo, z něhož podle Revillouta zachováno jen $\frac{1}{3}$ a 20 ze druhého jmenovatele.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

knihy, obsahující tabulky dělení n : 15 a n : 16, kde n nabývá všechny hodnoty od 1 do 15, po případě 16. Dělení n : 16 provedeno veskrze metodou I. Z dělení 15 sem patří podíly $4:15=\frac{1}{4}\frac{1}{60}$, $8:15=\frac{1}{2}\frac{1}{30}$, $9:15=\frac{1}{2}\frac{1}{15}\frac{1}{30}$, $12:15=\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{20}$, $13:15=\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{30}$ a $14:15=\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{10}$, při čemž druhý zlomek posledních dvou podílů nalezen metodou II. Této metody již při prvém zlomku použito při podílech $5:15=\frac{1}{3}$, $6:15=\frac{1}{3}\frac{1}{15}$, $7:15=\frac{1}{3}\frac{1}{10}\frac{1}{30}$, $10:15=\frac{2}{3}$, $11:15=\frac{2}{3}\frac{1}{15}$. Metodu III. nalézáme při $2:15=\frac{1}{10}\frac{1}{30}$ a $3:15=\frac{1}{5}$ a při druhém zlomku uvedeného podílu 7 : 15.

Poslední z těchto výhonků egyptského umění počtářského jest tabulka v řecky psaném papyru z Akhmîm [J Baillet: Papyrus mathématique d'Akhmîm, Mém. publ. par les membres de la mission archéol. franç. du Cairo IX (1892) 1—82] ze VII. neb VIII. stol. po Kr. Papyrus ten tvoří knihu složenou ze dvou samostatných částí, lišících se písmem i celým svým duchem. První jest tabulka násobilky kmenných zlomků čistě egyptského rázu, kdežto druhý jest sbírka úloh, prozrazující svými duchaplnými početními metodami řecký vliv. Výsledky v tabulce ukazují na primitivní a archaický způsob Ahmesův. Chyby tu se vyskytující bylo by těžko vysvětliti přepočítáním, nýbrž ukazují spíše na chyby opisovačské, že totiž omylem opsána číslice, která se vyskytovala v předešlém nebo v předpředešlém řádku nad číslicí správnou. Proto se domnívám, že tu máme opis starší tabulky, resp. její části, jedné z oněch, jaké předávala generace generaci, což vysvětluje také, proč z ní vane starý duch egyptský.

Násobilky kmenných zlomků jsou sestaveny tak, že se ve výrazu $m\frac{1}{n}$ mění pro určité n celé číslo m. V prvé tabulce jest kmenný zlomek nahražen číslem $\frac{2}{3}$, v ostatních jsou jmenovatelé od 3 do 20. Součiny zlomků binárních jsou zase složeny ze zlomků binárních. Rovněž neposkytují zajímavosti

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

součiny zlomků $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$ a $\frac{1}{12}$. Autor této tabulky všude, kde mohl, krátil. Pak se snažil počíti svůj rozvoj zlomkem o pokud možno malém jmenovateli. Této snaze často obětoval i obvyklý požadavek, aby koncový jmenovatel byl co nejmenší a jmenovatelé rozvoje se málo od sebe lišily. To vidíme nejlépe na součinech $\frac{1}{2n+1} \cdot 2$, kde volen za prvý jmenovatel $n+1$. Tato zásada porušena jen při $\frac{1}{17} \cdot 2$, kde volen tříčlenný rozvoj Ahmesův $\frac{1}{12}\frac{1}{51}\frac{1}{68}$ a při $\frac{1}{15} \cdot 2$, kde volen rovněž dvoučlenný rozvoj Ahmesův $\frac{1}{10}\frac{1}{30}$. Snaha, začíti s pokud možno velkým zlomkem, vede k tomu, že jmenovatelé počátečních zlomků rychle klesají, aby počáteční zlomky dosáhly skoro ve všech tabulkách hodnoty $\frac{1}{4}$, všude pak $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{2}$. Touto hodnotou pak začínají všecky další rozvoje, jsouce jen přerušeny jedním nebo dvěma, které počínají $\frac{2}{3}$. Tato snaha způsobila i další rozdíly od předešlých tabulek. Tak v č. 40 u Ahmesa jest podíl $3:7 = \frac{1}{4}\frac{1}{7}\frac{1}{28}$, kdežto zde $\frac{1}{3}\frac{1}{14}\frac{1}{42}$. Ahmes dělí také $3:10 = \frac{1}{5}\frac{1}{10}$ výhodněji než zde $\frac{1}{4}\frac{1}{20}$. Za to v naší tabulce vidíme pokrok proti Ahmesově $8:10 = \frac{2}{3}\frac{1}{10}\frac{1}{30}$ $\left(\text{č. 5, zde } \frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{20}\right)$ a $9:10 = \frac{2}{3}\frac{1}{5}\frac{1}{30}$ $\left(\text{č. 6, zde } \frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{15}\right)$. Také $4 \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{3}\frac{1}{33}$ jest zde lépe rozluštěno než v Expl. F., kde jest $\frac{1}{4}\frac{1}{11}\frac{1}{44}$, rovněž $3 \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{6}\frac{1}{26}\frac{1}{39}$ $\left(\text{Expl. F. } \frac{1}{7}\frac{1}{13}\frac{1}{91}\right)$. Naproti tomu vedla zmíněná snaha při $5 \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{3}\frac{1}{26}\frac{1}{78}$ zde sice jen k tříčlennému rozvoji, avšak s větším konečným jmenovatelem než v Expl. F. $\left(\frac{1}{4}\frac{1}{13}\frac{1}{26}\frac{1}{52}\right)$. Také u 4:15 nalézáme jak u Ahmesa (č. 21), tak v Expl. F. podíl $\frac{1}{5}\frac{1}{15}$, jednodušší než v papyru z Akhmîm $\left(\frac{1}{4}\frac{1}{60}\right)$. Též

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

součin $6 \cdot \frac{1}{7}$ (což jest i $12 \cdot \frac{1}{14}$) jest v oněch dvou spisech jiný $\left(\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{14}\frac{1}{28}\right)$ než zde $\left(\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{42}\right)$. Kdyby autor nebyl tak lpěl na $\frac{1}{2}$, byl by mohl dojíti k menšímu konečnému jmenovateli $\left(\frac{2}{3}\frac{1}{7}\frac{1}{21}\right)$. Také místo $4 \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{4}\frac{1}{26}\frac{1}{52}$ mohl užíti rozvoje $\frac{1}{6}\frac{1}{13}\frac{1}{26}\frac{1}{39}$, místo $5 \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{3}\frac{1}{26}\frac{1}{78}$ rozvoje $\frac{1}{4}\frac{1}{13}\frac{1}{26}\frac{1}{52}$ a místo $10 \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{52}$ rozvoje $\frac{2}{3}\frac{1}{13}\frac{1}{39}$. V této tabulce zvláště zaráží součin $\frac{1}{14} \cdot 9 = \frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{1}{56}$, kde ve výsledku lze snadno nahraditi $\frac{1}{8}\frac{1}{56}$ zlomkem $\frac{1}{7}$. Zaráží to tím spíše, že jak dělení dříve vyložené, tak zde často oblíbený úsudek z n na $n+1$, že totiž ze známého $n \cdot \frac{1}{m}$ se dostane $\frac{n+1}{m}$ přidáním zlomku $\frac{1}{m}$, by vedl k onomu jednoduššímu výsledku. Uvedená zásada o prvém pokud možno největším zlomku také zavinila, že nenalézáme místo $5 \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{4}\frac{1}{36}$ pohodlnější výsledek $\frac{1}{6}\frac{1}{9}$ a místo $7 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{3}\frac{1}{60}$ jednodušší $\frac{1}{4}\frac{1}{10}$.

Zmíněná zásada proražena zvláště nápadně při násobilce $\frac{1}{17}$ a $\frac{1}{19}$. Rozvoj dvoj-, tří- a čtyřnásobku prvého zlomku počíná $\frac{1}{12}$, třínásobek druhého $\frac{1}{15}$. Rozvoje při těchto dvou zlomcích působily jistě obtíže. Rozvoj součinu $2 \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{12}\frac{1}{51}\frac{1}{68}$ nalézáme u Ahmesa, trojnásobek pak utvořen přidáním $\frac{1}{17}$. Tento postup jest jedním z důvodů, proč se domnívám, že dělení bylo prováděno metodami Ahmesovými, neboť $\frac{1}{m}$ podílu odpovídá při dělení Ahmesově 1 v oněch součinech dělitele s částečnými podíly. Když tedy volen prvý zlomek týž jako v řádce předchozí, byl prvý součin rovněž stejný a odečten od dělence dal zbytek právě o 1 větší. Bylo tedy přirozeno,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

že zlomky tohoto rozdílu vedly na tytéž členy rozvoje jako v řádku předešlém a diference 1 se vyrovnala $\frac{1}{m}$ v podílu. Obtížnější již jest vysvětliti vznik součinů

$$4 \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{12}\,\frac{1}{15}\,\frac{1}{17}\,\frac{1}{68}\,\frac{1}{85} \quad \text{a} \quad 3 \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{15}\,\frac{1}{20}\,\frac{1}{57}\,\frac{1}{76}\,\frac{1}{95},$$

či lépe, proč použito jmenovatele 15. Snad by se mohlo předpokládati, že dříve počínaly tyto rozvoje skupinami $\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$ a $\frac{1}{12} + \frac{1}{30}$, tedy volba jmenovatelů v prvém rozvoji podle III. metody při dělení Ahmesově vysvětlené, kde se rády volily jmenovatelé zaokrouhlení, a ve druhém podle metody II. a III., a že teprve později tyto součty zaměněny elegantnějšími $\frac{1}{12} + \frac{1}{15}$ a $\frac{1}{15} + \frac{1}{20}$.

Všecky prvé zlomky rozvojů lze vysvětliti Ahmesovými metodami dělení, rovněž i zlomky další, které jsou buď násobky daného jmenovatele, buď, a to jen na druhém, nejvýše třetím místě, jednoduché zlomky $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}$ po případě zlomky vzniklé krácením. Jen při $8 \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{3}\,\frac{1}{15}\,\frac{1}{17}\,\frac{1}{85}$ se zase vyskytá $\frac{1}{15}$, kterou však lze vyložiti vlivem výsledku při $4 \cdot \frac{1}{17}$, rovněž tak $\frac{1}{30}$ v násobilce $\frac{1}{19}$ souvisí s $\frac{1}{15}$ ve výsledku při $2 \cdot \frac{1}{19}$ kdežto $\frac{1}{15}$ v násobilce $\frac{1}{20}$ $\left(8 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{3}\,\frac{1}{15}, 18 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{15}\right)$ lze vysvětliti sloučením $\frac{1}{20} + \frac{1}{60}$.

Résumé.

La division égyptienne.

L'article présent cherche à démontrer que les Egyptiens divisaient d'après le système, suivi dans la grande tabelle d'Ahmes $[2:(2n+1)]$, c'est-à-dire en cherchant pour le quotient $a:b$ un nombre c qui, multiplié par b, donne a. On commence par démontrer la manière de procéder des Egyptiens lorsque a, b, c sont des nombres entiers.

Pour des raisons citées dans l'article présent. les calculs

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

de la grande tabelle d'Ahmes ne sont point considérés comme des vérifications, mais comme des solutions de problèmes. Ahmes reconnait toujours la divisibilité par **3**, quelquefois par **5**, par 7 pour **49** et **77** et, peut-être, par **11** pour **55**. Il est démontré ensuite qu' Ahmes n'observe pas les règles supposées par M. Hultsch [Abh. d. sächs. Ges. d. Wissensch., phil.-hist. Cl., XVII. (1897), 147 ss.].

Après mention des travaux traitant de cette question l'hypothèse de l'article présent est appuyé de la manière suivante:

Les auteurs des tabelles d'Ahmes ont procédé par trois méthodes de calcul en commençant par la plus simple. L'économie les a naturellement conduit à amoindrir le nombre des membres et à choisir des nombres aussi petits que possible. Il est impossible de décider s'ils préféraient le premier ou le second de ces deux avantages. Les auteurs de la tabelle savaient que si $p = p_1 + p_2$, $mp = mp_1 + mp_2$. Si donc $2 : m = p_1 + p_2 + \ldots \left(p_k \text{ sont des fractions primaires ou } \frac{2}{3}\right)$, les auteurs cherchaient p_1 qui multiplié par m soit < 2. Ils procédaient par les trois méthodes suivantes:

La première, la plus commode était $p_1 = \frac{1}{2^k}$;

la deuxième: $p_1 = \frac{2}{3 \cdot 2^k}$;

la troisième choisit un autre p_1 que les précédantes. Ce qui décide, c'est d'une part la divisibilité (p. ex. $m = 3n$), de l'autre on cherche à se servir de premier dénominateur qui soi un nombre arrondi et cela d'ordinaire du même dénominateur pour plusieurs diviseurs de suite. Ce n'est que dans les trois cas suivants que d'autres considérations ont décidés $2:43 = \frac{1}{42} + \frac{1}{86} + \frac{1}{129} + \frac{1}{301}$, $2:59 = \frac{1}{36} + \frac{1}{236} + \frac{1}{531}$ et $2:97 = \frac{1}{56} + \frac{1}{679} + \frac{1}{776}$. Il est démontré ensuite pourquoi l'auteur de la tabelle s'est décidé dans chaque cas particulier pour le procédé qu' il a employé.

La méthode du calcul expliquée exige que les fractions suivantes du quotient soient des multiples du diviseur m Dans la suite nous cherchons à prouver comment les auteurs

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

de la tabelle d'Ahmes calculaient la différence $2 - mp_1 < 1$. Si $2 - mp_1 = u$ et $u + v = 1$, les auteurs cherchent à exprimer v par des fractions primaires telles qui offrent dans la somme $u + v$ de grandes fractions des séries $\frac{1}{2^k}$ ou $\frac{2}{3 \cdot 2^k}$. La seconde ligne de la division 2:35 semble prouver l'emploi d'unités auxiliaires, dont Ahmes se serait servi selon M. Rodet [Journ. Asiat., sér. 7, vol. XVIII. (1881) 184 ss.].

Contrairement à l'opinion des MM. Eisenlohr et Cantor [Vorl. I_3. 63 ss.] nous démontrons que la tabelle servait à multiplier les fractions primaires par 2, opération exigée si souvent dans la multiplication et division égyptiennes.

La petite tabelle d'Ahmes (cf. No. 1—6) est calculée de la même manière que la grande.

La division dans les autres exemples d'Ahmes peut s'expliquer par les trois méthodes citées ci-dessus ou par leur combinaisons. Là où il emploie la troisième méthode, Ahmes préfère comme premier dénominateur ou bien 5 et 10 ou bien le diviseur lui-même s'il est un nombre entier. Pour les exemples plus compliqués, comprenant des fractions primaires dans le dividende ou le diviseur, il y a encore une quatrième méthode, où le dividende et le diviseur s'expriment par des unités auxiliaires.

Tous les documents semblables ont le même caractère que les tabelles d'Ahmes. Le plus ancien est le fragment de Kahûn. Il est possible d'expliquer par les méthodes exposées ci-dessus le papyrus du »Exploration Found« de Londres décrit pour la prémière fois par M. Revillont [Mélanges sur la métrologie etc.]. Il en est de même pour une plaque en bois de l'époque byzantine, décrite par M. Thompson [Ancient Egypt (1914—15)]. Dans le premier de ces documents la troisième méthode a comme premier dénominateur 5 et 7, dans le second 5 et 10.

Pour des raisons expliquées dans l'article précédent nous ajoutons encore à ce groupe la première partie du papyrus d'Akhmîm. Il est possible de supposer qu'on y retrouve les mêmes méthodes de calcul ou leurs combinaisons. Nous cherchons à demontrer que l'auteur de ce papyrus a tâché de choisir la première fraction des quotients aussi grande que possible.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

XV.

Zur Aetiologie der Wipfelkrankheit (Polyedrie) der Nonne (Lymantria monacha).

(Vorläufige Mitteilung.)

Vorgelegt am 4. XII. 1922.

The polyhedral disease of the nun-moth.

Von Dr. **Václav Breindl** und Dr. **Julius Komárek.**

Im Folgenden erlauben wir uns eine kurze Übersicht der Ergebnisse unserer Studien über die sogenannte Polyedrie oder Wipfel-Krankheit der Nonne (Lym. monacha) vorzulegen.

Die ganze Arbeit wurde im Auftrage des Landwirtschaftsministerium der Č. S. R. durchgeführt, das uns in der Persönlichkeit des Ministerialrats Dr. Šiman im grössten Masse entgegenkommen ist und uns alle nötigen Arbeitsmittel sich zu verschaffen ermöglichte.

Die Polyedrie oder Wipfelkrankheit der Nonne und die Gelbsucht des Seidenspinners ist eine identische Erkrankung des Zellgewebes (mit Ausnahme des Darmtraktus) fast aller inneren Organe der Raupen, seltener Puppen und Falter. Diagnostisch wird sie am besten durch krystallartige Körperchen (5—10 M.), diein Form von Tetraedern (die Nonne) oder Dodekaedern (Seidenspinner) im Blute schwimmen oder Blutzellen erfüllen, charakterisiert. Ursprünglich entstehen diese polyedr. Krystalle in den Nuclei der Zellen der inneren Organe (speziell ist es die Haut und das Fettgewebe) und erst nach Zerstörung des Kernes respekt. der Zelle gelangen sie in's Blut und werden von den Blutzellen phagocytiert. Die Krankheit hat einen eher langsamen als rapiden Verlauf

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

(durchschnittlich 10 Tage). Die Raupe stirbt erst dann ab, wenn fast alle Zellkerne sich in Polyeder verwandelt haben.

Der Tod wird also im wahren Worte durch allgemeinen Zellzerfall verursacht. Als äusserliches Krankheitssymptom ist bei der Nonne das sogenannte Wipfeln allgemein bekannt. Seit Jahrzehnten ist diese Krankheit bei den Seidenspinnerzüchtlern als stark ansteckend befürchtet und doch sind noch heute nicht selten die Stimmen, die diese Krankheit bei der Nonne für blosse Konstitutionserkrankung halten.

Die historische Übersicht der Ergebnisse verschiedener Forscher über die Natur und Ursache der Polyeder-Krankheit haben wir, weil sie in fast allen Arbeiten ausführlich besprochen werden, absichtlich weggelassen.

Die polyedrischen Körnchen resp. Krystalle werden fast allgemein für Reaktionsprodukte der Kernmasse (Nucleoproteide) gehalten. Nur Escherich und Miyajima sehen dieselben als den Erreger der Polyedrie an. Dr. Knoche glaubt die Polyeder seien gewisse Entwickelungsstadien respekt. Sporen eines unbekannten Parasiten. Eine Einigkeit der Ansichten gibt es also gar nicht geschweige den bei der Frage des Erregers selbst.

Es wurden seinerzeit verschiedene Bakterien als Ursache der Polyedrie kultiviert und beschrieben. Nachträgliche Experimente brachten bald eine Enttäuschung. Man konnte mit den gezüchteten Bakterien keine Polyedrie hervorrufen. Bolle hielt anfangs die Polyedrie für eine Microsporidiasis. Escherich und Miyajima konnten neben den Polyedern keine Microorganismen finden. Knoche beschreibt verschiedene rätselhafte Stadien eines vermutlichen Erregers, der in die Nähe der Microsporidien gehören soll. Auch ihm ist jedoch ein Beweis nicht gelungen. Nur Prowazek und seine Schüler fanden in den Blutaufstrichen von polyedrischen Raupen gewisse Gebilde, die den heute schon bei Trachom, Variola, Hühnerpest und anderen stark ansteckenden Krankheiten allgemein bekannten Inklusionen glichen und die er in die Gruppe der Chlamydozoen zusammengefasst hat.*) Seine Abbildungen bei der Gelbsucht des Seidenspin-

*) Infektiöse Krankheiten mit sog. unsichtbarem resp. filtrierbarem Virus.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ners sind zwar sehr überzeugend, den Zyklus der Krankheit und den Zusammenhang der Chlamydozoen mit den Polyedern zu erklären gelang ihm jedoch nicht. Seine Ausführungen wurden deshalb nicht angenommen. Die amerikanischen Forscher haben bezüglich der Aetiologie der Polyedrie nichts neues beigebracht.

Als wir im vorigen Jahre unsere Studien angefangen haben, wusste man also über diese rätselhafte Krankheit sehr wenig. Positiv wusste man nur, wo die Polyeder entstehen. Dr. Wahl zeigte in seiner vorzüglichen Arbeit zu welchen Kernmasseveränderungen die Polyedrie führt. Die Kerne blähen langsam auf, das Chromatin wird zerbröckelt und eine Nukleolisierung tritt auf. Gleichzeitig zeigen sich die ersten Polyeder, die fortwährend an Zahl und Grösse zunehmen. Die Nukleolen fliessen zusammen und es bleibt in der Mitte des mit Polyedern vollgestopften Kernes ein Chromatin-Klumpen, den man als Restkörper aufzufassen kann. Schliesslich verschwindet der Restkörper gänzlich und die Zelle respekt. der Kern platzt. Unsere Studien bestrebten zweierlei Ziel:

a) praktischen: inwieweit wir die Polyedrie als Bekämpfungsmittel der Nonne im Forstschutz benützen könnten.

b) theoretischen: Feststellung, eventuell Kultivierung des Erregers, Entstehung der Polyeder und Erklärung des ganzen Krankheitszyklus.

Im folgenden soll nur die theoretische Partie unserer Ergebnisse besprochen werden.

Den Ausgang unserer Studien bildeten folgende zwei einleitenden Untersuchungen.

Im grössten Teile aller Arbeiten werden die Polyeder für Krystalle einer Eiweissubstanz gehalten. Eine Untersuchung im polarisierten Lichte zeigte aber deutlich, dass es sich um eine gallert- respekt. gellatinartige Masse und absolut um keine Krystalle handelt. Wir überprüften nun die andere Ansicht, nach welcher die Polyeder selbst der Träger der Infektion sind.

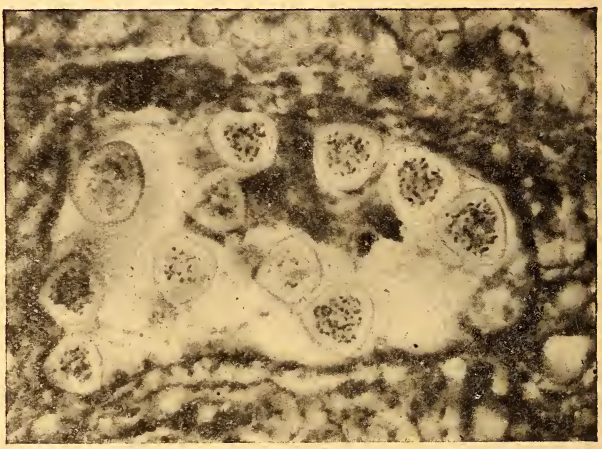
Nach sorgfältiger Filtrierung (durch Papier und Watte) wurde eine Aufschwemmung der Polyeder solange abwechselnd gewaschen, filtriert und zentrifugiert, bis wir eine

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

fast ganz reine Masse der Polyeder erhielten. Dann wurden dieselben gut mit Sublimat sterilisiert und einer gesunden Nonnen-Raupe subkutan injiziert.

In allen Fällen starben die behandelten Raupen an Polyedrie. Wenn auch das Erwähnte nicht ganz überzeugend war, so blieb doch der Verdacht, dass in den Polyedern selbst der Virus siedelt.

Die Polyeder entstehen, wie allgemein bekannt, als ganz kleine Dinge ursprünglich intranuklear und wachsen erst



Teutfig. I. Die Chlamydozoen im Innern der Polyeder eines Fettzelle-Kernes. Mikrofotogr. Leitz 1/12. Zeis. Project. Okular 12./IV.

langsam ganz nach Art eines Krystalles zu ihrer üblichen Grösse heran. Weil nach früheren und auch unseren Experimenten an der Infektiosität der Polyedrie nicht gezweifelt werden konnte, so hofften wir den Erreger in erster Linie in der kranken Kernmasse zu finden. Wir beschlossen deshalb ihn mikroskopisch festzustellen. Die 2 bis 5 *M* dicke Schnittserien von kranken Raupenorganen wurden sehr sorgfältig mit speziell dazu hergestellten Färbemittelkombinationen tingiert und verschiedenartig differenziert.

Die Abbildung Fig. 1, Taf. I, zeigt einen polyedrischen stark aufgedunsenen Kern des Fettgewebes sammt Zellprotoplasma. Das letzte ist auf einen schmalen Streifen an der

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Peripherie des riesigen Kernes zusammengedrängt. Im Hohlraume des Kernes sehen wir einen kompakten stark chromatisch tingierten Klumpen (r). Rings um ihn herum liegen dann ganz frei die Polyeder. In verschiedenen Ebenen angeschnitten, zeigen sie im Inneren eines jeden eine Anzahl kleiner coccenartigen Gebilde mit weissem, breitem Saum, die dicht gedrängt beisammen oder übereinander liegen (bei höherer oder tieferer Einstellung des Mikrometers). (Siehe mikrophotogr. Textfig. I.) Der schon erwähnte zentrale Chromatin-Klumpen ist auch nicht homogen. Er besteht aus einer stark gefärbten Grundmasse, in der kleine ovale, lichte Höfchen eingeschlossen liegen (Fig. I, r.) Der Kernhohlraum ist sonst (die Polyeder ausgenommen) ganz leer, ohne jede Spur eines Chromatin oder Liningerüstes.

Der erwähnte Chromatinrestkörper ist etwas ganz typisches für kranke mit Polyedern beladene Kerne. Sobald sich die ersten Polyeder im Kerninnern zeigen, erscheint auch der Restkörper. Derselbe ist meistens kompakt, manchmal sind auch zwei oder mehrere kleinere da. Seine Natur und Bedeutung wird am besten durch die Fig. 2, Taf. I, erklärt. Die Abbildung stellt eine polyederkranke einer mit Giemsa gefärbten Schnittserie entnommene Fettzelle mit riesig aufgequollenem Kern dar. Neben den Polyedern liegt im Kerninnern wieder ein Chromatinrestkörper. Der letzte zeigt nun hochinteressante, die Zusammensetzung dieses Restkörpers ganz klar machende Strukturen. In voriger Figur haben wir auf die lichten Höfchen im Chromatinrestkörper aufmerksam gemacht.

Dieselben sind wieder hier, sehen jedoch anders aus. Ein jedes besteht aus einem ovalen, weissen Gebilde, in dessen Zentrum ein oder zwei nebeneinander liegende, mit Giemsa rot gefärbte Granula deutlich hervortreten. Sie scheinen mit gleichartig aussehenden Inklusionen in den Polyedern, die wir als coccenartige Microorganismen mit breitem, unfärbbaren (weissen) Saum in Fig. 1, Taf. I, ch, beschrieben haben, ganz identisch zu sein. Eine Messung mit dem Micrometerokular ergab gleiche Dimensionen. Die Gebilde gleichen ebenfalls vollkommen den wohlbekannten Einschlüssen bei dem Trachom, d. h. jenen Einschlüssen, die wir für die so-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

genannten Prowazekschen »Chlamydozoa« halten. Sie sind in unserer Figur in grosser Zahl in dem lichtblau gefärbten, sie fast ganz umhüllenden Chromatinüberrest angehäuft. Freie Exemplare im Kernhohlraum sind keine zu finden. Man sieht sie wiederholt nur in den Polyedern eingeschlossen liegen.

Aus den beiden, hier abgebildeten Beispielen, ist zweierlei ersichtlich:

1. Die Polyeder sind keine Krystalle oder Krystalloide einer homogenen, durchsichtigen Substanz, weil sie die chlamydozoenartigen Organismen beherbergen.

2. Der von denselben »Chlamydozoen« bewohnte Chromatinrestkörper kann gleichfalls nicht von homogener Natur sein.

Abbildung Fig. 3 u. 8, Taf. I, zeigt eine Partie aus dem Blutpreparat einer kranken Nonnenraupe. Das in möglich dünner Schicht ausgestrichene und mit Osmium fixierte Blut wurde mit Safranin gefärbt. Die in den Restkörpern und den Polyedern eben beschriebenen und abgebildeten Einschlüsse sehen wir da massenhaft im Blute herumschweben. Die Grösse und Form derselben mit den vorherigen verglichen ist so frappant ähnlich, dass an einer Identität nicht gezweifelt werden kann.

Man sieht in jedem dasselbe stark gefärbte auch oft in Teilungsform vorkommende (diplococcenartige) Zentralkorn mit weissem, breiten Saum. Die eigentümlichen in dem abgebildeten Blutaufstriche vorkommenden Fremdorganismen gleichen der in Fig. 2 der Prowazekschen Arbeit über Gelbsucht der Seidenraupen (Arch. f. Protistenkunde, Bd. X, page 362) beschriebenen Inklusionen. Prowazek sagt darüber folgendes: »Am Rande der Ausstrichpräparate . . . . . konnten in Serumgerinnsel helle Gebilde in sehr grosser Zahl nachgewiesen werden. In den hellen, ovalen bis runden, kleinen Gebilden konnte meist ein punktartiger Körper von der Gestalt eines Coccus festgestellt werden (Vergröss. 2250). Diese Körper teilen sich hantelförmig und ich sehe diese Gebilde als die eigentlichen Erreger der Gelbsucht der Seidenraupen an.«

Wie beschrieben fanden wir nun dieselben Körper nicht

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nur in den Blutaufstrichen, sondern ganz regelmässig in den Polyedern und den Chromatinresten einer jeden an Polyedrie erkrankten Gewebezelle der Nonnenraupen. Am mikroskopischen Wege konnten wir sonst nichts anderes finden, was etwa für einen Erreger gehalten werden konnte. Die Allgemeinheit unserer Befunde bei typisch kranken Raupen und hauptsächlich ihre Lokalisation in den Polyedern und Kernchromatin führen zur Überzeugung, dass wir in den coccenartigen Körpern, den »Chlamydozoen«, den eigentlichen Erreger sehen müssen.

Aus dem oben erwähnten Versuch wissen wir, dass die Injektion von reinen Polyedern bei einer gesunden Raupe bald Symptome der Wipfelkrankheit und den Tod hervorruft. Da wir nun aber wussten, dass die Polyeder mit den Erregern vollgestopft sind. müssten wir annehmen, dass sie im Blute einer gesunden Raupe frei werden und von hier aus erst die Gewebezellen attakieren. Wir nahmen zu diesem Versuch eine Macrothylatia rubi (Raupe), weil man bei den Nonnenraupen in vivo eine Gesundheit nie exakt beweisen kann, was speziell in diesem Jahre bei überall verbreiteten Polyedrie immer zweifelhaft erschien.

Dieser rubi-Raupe wurde ein $^1/_3$ cm^3 fysiologischen, eine Unmenge reinen Polyedern enthaltenden Lösung, mit sehr feiner Rekordspritze subkutan injiziert. Nach 12 Stunden konnte man eine gesteigerte Lymphozytose und eine allgemeine Phagozytierung der Polyeder in den Blutzellen beobachten.

Nach 48 Stunden wurde dann ein mit Formol fixierter und Giemsa gefärbter Blutaufstrich sorgfältig hergestellt. Er sollte die nicht ganz klaren Beobachtungen im Dunkelfeld unterstützen. Unsere Vermutungen haben sich bestätigt. Eine Anzahl der Polyeder verschwand aus dem Blute und in den Blutzellen zeigte sich phagozytiert eine Menge freier Chlamydozoen in Teilungsstadien (Fig. 4, Taf. I).

Es muss noch bemerkt werden, dass zu diesem Versuche reine unsterilisierte Polyeder verwendet wurden. Ein Vorwurf, der Virus könnte vielleicht an den Polyedern haften ist deshalb zwecklos, weil wir im oben erwähnten Experiment auch mit sterilisierten Polyedern die Krankheit hervorrufen konnten.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Es ist zwar ein Widerspruch zwischen den oben erwähnten Sätzen (dass man die Gesundheit der Raupen in vivo schwer beweisen kann — und dass wir doch glauben die Wipfelkrankheit mit sterilisierten Polyedern erweckt zu haben) weil man doch annehmen kann, dass wir mit schon primär infiziertem Materiale arbeiteten. Wir wollten diese unüberwindbare Schwierigkeit derartig umgehen, dass wir eine grosse Zahl dieser Experimente anlegten, die sämtlich (mit Ausnahme der tachinosen Raupen) im 10tägigen Intervall gelungen sind.

Es ist schon lange bekannt, dass man die Raupen mit Wipfelkrankheit (Gelbsucht des Seidenspinners) ganz leicht per os infizieren kann. Wir wollten deshalb erfahren, was mit den Polyedern in reinem Darmsaft und in reiner Lymphe geschieht. Beide Flüssigkeiten wurden einer Macrothylatia-Raupe entnommen und direkt in zwei sterille Agglutinationsröhrchen eingegossen. Jeder wurde dann eine $^1/_3$ ccm reiner, in fysiologischer Lösung suspendierter Polyeder beigemischt und die Gläschen gut verschlossen.

Die Flüssigkeiten wurden nach 24 Stunden untersucht. In reiner Lymphe löste sich nur ein geringer Teil der Polyeder, die kleine gallert- oder schaumartige Häufchen bildeten.

Im Darmsaft schritt die Auflösung so weit, dass man im Sichtfelde schwerlich einige kleine Klumpen intrakter Polyeder auffinden konnte. Anstatt dessen sahen wir grosse Haufen einer unfärbbaren, schaumartigen Masse, an deren Grenze oder innerhalb deren sich zoogleenartige Gebilde der Chlamydozoen zeigten. Es handelte sich um Klumpen aufgelöster oder gequollener Polyeder aus deren Innern die Chlamydozoen heraustraten und agglutinierten. Weitere Beobachtungen wurden natürlich durch überwuchernde Bakterien unmöglich gemacht.

Das Aufquellen und Auflösen der Polyeder im Darmsafte wurde schon von Bolle beobachtet. Leider hatte er den ganzen Prozess im Sinne seiner Microsporidien-Theorie sehr romantisch und falsch beschrieben.

Unser Versuch wollte nur die viel raschere Auflösung der Polyeder im Darm als im Blute zeigen und auf die wahr-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

scheinlich in der Natur per os zustandekommende Ansteckung der Raupen aufmerksam machen.

Es erübrigt noch den Prozess der Kerndegeneration resp. das Aufquellen des Kernes und die Umwandlung in die Polyeder kurz zu beschreiben.

Fig. 5 u. 6, Taf. I, stellen zwei gesunde, normale Zellen des Fettgewebes dar. Die eine (Fig. 5, Taf. I) stammt von einer Macrothylatia rubida, die zweite (Fig. 5, Taf. I) von einer gesunden Nonnenraupe.

Man sieht den normalen, verhältnissmäsig kleinen Kern. Das Chromatin bildet gleichgrosse kleine in fast regelmässiger Anordnung den Kern ausfüllende kugelige Körner. Die Nucleoli fehlen oder sind einige ganz kleine da.

Nun vergleichen wir ein in Fig. 7, Taf. I, abgebildetes Stück Fettgewebe einer wipfelkranken Nonnenraupe. Bei a) sehen wir einen noch ganz normal aussehenden und im Verhältnis zur Zellengrösse ganz kleinen Kern. In den drei mit b) bezeichneten Kernen ist eine starke Grössezunahme merklich. Die Polyeder sind noch nicht aufgetaucht und ein Restkörper fehlt. Man bemerkt nur die Entstehung mehrerer grosser Nucleoli. Im Kern c) sind zwar die Chromatinkügelchen, wie in den vorher besprochenen Kernen, noch normal ausgebreitet, neben den zirka 10 Nucleoli liegt aber schon ein beginnender Restkörper mit den gut sichtbaren coccenartigen Einschlüssen.

Kern d) zeigt das dicht vor dem Erscheinen der Polyeder befindliche Stadium. Der Hohlraum des stark aufgequollenen Kernes ist fast leer. Nur an den Wänden blieben zwei kleine Haufen der Chromatinsubstanz mit einem freien Nukleolus. Die Mitte ist dann von einem grossen ganz gleiche Strukturen, (wie sie in Fig. 1 u. 2 abgebildet wurden), zeigenden Chromatinrestkörper eingenommen.

Die Einschlüsse haben die Form eines ganz kleinen Micrococcus. Man kann sie jedoch auch, den weissen, breiten Saum mit Zentralkorn beachtend, mit in Teilung begriffenen Zentriolen vergleichen.

Interessant ist, dass die Grösse der Einschlüsse im Restkörper nie dieselbe, wie in den Polyedern, erscheint. In denselben scheinen die »Chlamydozoen« viel kleiner zu sein. Ob

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

das auf wirklichen Differenzen basiert oder ob da nicht die dichte Zusammenpressung der Mikroorganismen in den Polyedern eine Rolle spielt, wollen wir hier nicht erörtern.

Bei e) sehen wir eine Kernform wie sie bei vorgeschrittener Krankheit am häufigsten gefunden wird. In der Mitte des riesig aufgedunsenen und mit Polyedern vollgestopften Kernes liegt der sich langsam auflösende Restkörper. Mit f) ist nun das letzte Stadium bezeichnet. Der Restkörper ist fast vollständig auf Kosten der Polyederbildung verschwunden. Der Kern ist derart angeschwollen, dass er beinahe die ganze Zelle eingenommen und das Protoplasma auf einen schmalen Wandstreifen zurückgedrängt hat. Inmitten der Masse der Polyeder (in die die Einschlüsse absichtlich nicht eingezeichnet wurden) frei im Kernhohlraume schweben einige freie Chlamydozoen und vereinzelte Kerngerüstbröckeln. Von dem Chromatin ist keine Spur übrig geblieben. Nun platzt die Zelle und der mit Polyeder überfüllte Kern schwimmt einer rundlichen Zyste gleichend in die Blutflüssigkeit hinein.

Öfters platzt der Kern gleichzeitig mit dem Zellplasma und dann treten die Polyeder frei im Blute auf und werden meistens sofort phagozytiert. Dasselbe geschieht natürlich nach gewisser Zeit auch mit jeder Kernzyste.

Die Kernzysten mit den Polyedern sind die polyedrischen Bläschen, die Bolle für die am Ende der Krankheit im Blute herumschwimmenden Zysten des Parasiten hielt. In Fig. 1, x und Fig. 7 x sind zwei Zellen nach Austritt der Kerne eingezeichnet.

Sind einmal die Organe resp. ihre Zellen ganz in Polyeder umgewandelt und die Gewebe destruiert, dann tritt rasch der Fäulnisprozess ein. Der eben geschilderte Prozess der Kerndegeneration eröffnet die Frage nach der Entstehung der Polyeder. Auf welche Weise und von welcher Kernsubstanz werden die Polyeder gebildet? Entstehen selbe durch Umbildung vom Kernsafte, vom Chromatin oder Linin? Morphologisch ist es schwer zu entscheiden. Man kann nur mit Zunahme der Polveder-Zahl und -Grösse eine allmähliche Abnahme und den vollständigen Schwund der chromatischen Kernsubstanz beobachten. Die Vermutung, dass die

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Polyeder wenigstens teilweise vom Chromatin gebildet werden, liegt also sehr nahe, sonst müsste ja die Chromatinsubstanz erhalten bleiben.

Die im Chromatin lebenden Chlamydozoen, können natürlich auch eine Chromatinauflösung verursachen. Wir möchten ihnen noch eine andere Wirkung zulegen: das Aufblähen der Kerne. Ein Analogon dazu hätten wir in den Blutzellen bei Malaria, Haemosporidien und anderen Mikroorganismen, die alle eine Vergrösserung der befallenen Zellen verursachen. Ein Unterschied ist eben, dass hier anstatt des Zellprotoplasmas der Kern selbst befallen ist.

Eines der schwersten Probleme der Wipfelkrankheit ist die Erklärung der Polyeder selbst. Sind diese Gebilde blosse, eine Art Krystalle oder Krystalloide einer Eiweissubstanz vorstellende Reaktionsprodukte der Kernmasse, oder wirkliche Sporen, in denen der Erreger steckt? Stellen sie vielleicht selbst nicht den eigentlichen Virus der Krankheit vor? Dies alles kann derzeit nicht exakt beantwortet werden. Als Einleitung dieser Betrachtungen können zwei spezielle Eigenschaften der polyedrischen Krystalle einige Klarheit beibringen. Erstens wissen wir, dass die Polyeder ursprünglich als ganz kleine Gebilde intranuklear entstehen und erst allmählich zur ansehnlicher Grösse mit Formbeibehaltung heranwachsen.

Zweitens ist allgemein bekannt, dass die Polyeder bei verschiedenen Lepidopterenarten eine verschiedene aber für jene Art konstante Form, so zum Beispiel Tetraeder für die Nonne, Dodekaeder für den Seidenspinner usw. besitzen.

Eine Untersuchung im polarisierten Lichte ergab, dass die Polyeder absolut keine Krystalle sondern eine Art gelatinöser Substanz vorstellen.

Wir wollten sie sodann als Sporen aufzufassen. Das Wachstum von Aussen durch Apposition und das Aufquellen und langsame Auflösen in Darmsäften (anstatt zu platzen) scheinen jedoch von jedem Sporenbegriff grundsetzlich verschieden zu sein. Die Behauptung schliesslich, die Polyeder stellen den Virus selbst vor, ist sehr unwahrscheinlich. Man

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

kann die Polyeder mit ihren im schroffen Widerspruch mit unserem Begriff eines Organismus stehenden Eigenschaften kaum für einen Erreger halten. Unsere Ansichten über die Beschaffenheit und Entstehung der Polyeder sind nun auf Grund der beschriebenen Befunde von den oben angeführten ganz verschieden und wir werden im folgenden versuchen sie in kurzem klarzulegen.

Die beigefügten Abbildungen und Mikrofotogramme zeigen, dass im Innern der Polyeder dieselben coccenartigen Microorganism, die sonst im Blute oder im Kernchromatin der wipfelkranken Raupen allgemein vorkommende zusammengepresst sind.

Dies und die mit den Sporen gemeinsame konstante Form der Polyeder erweckte die Vermutung, dass es sich vielleicht doch um Sporen handle.

Der Begriff einer echten Spore passt jedoch gar nicht auf das, was wir Polyeder nennen.

Die Sporenkapsel wird fast immer als ein schützender Mantel vom Körper des Organismus selbst produziert. Die Wand einer Kapsel wird also von Innern verstärkt (wenn sie wächst) und nicht von der Aussenseite. Jeder Polyeder scheint jedoch von Aussen her durch blosse Apposition sich zu vergrössern, so wie es bei einem, in gesättigter Lösung liegtenden Krystall, geschieht.

Eine Spore ist ferner immer eine Schale, die den Organismus schützt. Der Polyeder scheint eine einheitliche die Chlamydozoen zusammenklebende Substanz zu sein.

Es wurde schon hervorgehoben, dass die Entstehung und das Heranwachsen der Polyeder durch ein allmähliches Schwinden der Chromatinsubstanz begleitet wird. Die Polyeder scheinen vom Chromatin oder wenigstens auf dessen Kosten gebildet zu werden. Wird zur vermutlichen Bildung der Polyeder das Chromatin recht bald aufgezehrt, dann bleibt im Kerninnern eine Anzahl freier Chlamydozoen, die nicht mehr mit der Polyedersubstanz umgehüllt werden konnten, (Fig. 7, Taf. I) übrig.

Wäre der Polyeder nur eine gewisse Art von Spore, so könnte er doch auch von den frei in der Lymphe lebenden Chlamydozoen gebildet werden. Dies ist jedoch nie der Fall.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Alle intrazellular im Blute vorkommenden Polyeder gelangten in die Blutzellen nur durch Phagozytose und sind da nie primär entstanden. Wir konnten uns darüber tausendmal überzeugen. Sie entstehen desgleichen auch nie im Plasma der kranken Zellen, obzwar sich die Chlamydozoen zufälligerweise auch dort befinden müssen.

Aus allen den angeführten Gründen gelangten wir zur Überzeugung, dass die Polyeder nur von der Kernsubstanz selbst gebildet werden können und vielleicht ein. gegen die Wirkung der Chlamydozoen dienendes, Schutzmittel der Zelle vorstellen.

Man könnte sie vielleicht einer Pflanzengalle oder eher einer Trichinencyste gleichlegen.

Demnach wären zwei Erklärungen möglich.

I. Der Parasit erzeugt gewisse stark reizende Stoffe, die in den Pflanzengeweben resp. -zellen die Bildung eines für die Pflanze und die Parasitenart charakteristischen Gebildes hervorrufen. Der Feind wird durch die Galle resp. Zyste von dem übrigen Gewebe isoliert Die Kernsubstanz antwortet auf den durch die Toxine ausgeübten Reiz der Chlamydozoen mit Umbildung des Kernstoffes, von dem eine homogene (gelatinöse) die Chlamydozoenherde zusammenklebende und umhüllende Substanz erzeugt wird (der Polyeder): Sie hat bei der Nonne die Form der Tetraeder, beim Seidenspinner der Dodekaeder, bei den Sphingiden der Hexaeder, also eine Form, die für jede Art spezifisch ist.

Durch Ausbildung der Polyedersubstanz werden die Chlamydozoen von der Umgebung isoliert und wahrscheinlich auch ihrer schädlichen Wirkung auf das Zell- und Kernplasma beraubt.

Mit Auflösung des Kernchromatins zu Gunsten der Polyederbildung und Isolierung der Chlamydozoen geht natürlich Hand in Hand ein Nachteil für die Kernexistenz. Ein Kern, der zwar mittels der Polyeder alle Chlamydozoen unschädlich gemacht hat, aber dazu die ganze Kernsubstanz verbraucht hat, kann die Zellenfunktionen nicht mehr besorgen und geht zu Grunde. Gelingt die Chlamydozoenisolierung frühzeitig mit ganz kleinem Kernmaterialaufwand, dann kann die Raupe

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

für lange Zeit gesund bleiben, ja sie kann bloss ein Träger des Virus werden.

II. An manchen Präparaten sieht man, wie sich die Wand der Polyeder von dem mit Chlamydozoen vollgestopften Innenraum ziemlich deutlich hervorhebt. Der Polyeder erinnert vollkommen an eine dickwandige Zyste mit kreisrundem den Erreger enthaltenden Hohlraum. Die Zahl der in einer Polyederzyste vorkommenden Erregerindividuen ist sehr variabel. Wir sahen einmal ganz kleine mit dem Virus direkt vollgestopfte Polyeder, andersmal grosse Exemplare, die nur ein einziges Individuum der Chlamydozoen beherbergten. Ob da im Polyederinnern eine Vermehrung stattfindet ist schwer zu entscheiden. Hantelförmige Teilungsformen findet man im Chromatinrestkörper gerade so oft, wie in den Polyederzysten. Nur scheinen die im Polyederhohlraum liegenden Individuen viel kleiner zu sein als die im freien Blute oder im Restkörper befindlichen Chlamydozoen.

Die Existenz eines Entwickelungszyklus, den wir leider bisher nicht bestätigen können, würde die Zystennatur der Polyeder sehr wahrscheinlich machen. Diese Frage müssen wir, solange unsere Studien in dieser Beziehung nicht beendet werden, bis dahin offen lassen. Auffallend ist die endgültige Verschwindung des Nukleolus am Ende des Krankheitszyklus jeder infizierten Zelle. In den oben besprochenen, aus den geplatzten Zellen herausgeschwommenen Polyederkernzysten kommt nie ein Nukleolus vor.

Mit der vermutlichen Zystennatur der Polyeder sind jedoch ihren chemischen Eigenschaften im schroffen Widerspruch. Sie platzen nicht, sie sind in meisten Chemikalien (schwache Konzentration) unlösbar und nur im Darmsaft quellen sie in eine gallertartige Substanz auf.

Den Zyklus der Krankheit im Raupenkörper können wir nur aproximativ beschreiben. Eine ausführliche Beschreibung erfolgt in der Hauptarbeit. Experimente mit künstlicher Infektion ergaben, dass die Wipfelkrankheit der Nonne sehr wahrscheinlich per os verbreitet wird, obzwar das Darm-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

epithel bei den auf Polyedrie gestorbenen Raupen das einzige gesunde Gewebe bleibt.

Die Polyeder werden in dem Darmsaft aufgelöst und die Chlamydozoen befreit. Die letzten dringen durch die Darmwand in die Lymphe (Körperhöhlung) und werden mittels derselben auf ruhige Körperstellen geschwemmt. Derartige Stellen sind Lakunen im Fettgewebe und besonders subkutane in den Hautfalten liegende Räume. Der Virus dringt sofort in die Zellen ein und beginnt sich rasch zu vermehren. An der Vergrösserung und Nukleolisierung der Hypodermiszellen ist der Anfang der Krankheit am ehesten bemerkbar.

Derselbe Prozess folgt dann im Fettgewebe und in den Tracheenmatrixzellen. Erst dann finden wir die ersten, von den geplatzten Hautzellen stammenden Polyeder phagozytiert in den Blutzellen. Jetzt treten die Polyeder auch in den Muskelzellen auf. Dasselbe verursacht eine Weichheit und schliesslich die bekannte Schlaffheit des Raupenkörpers. Gleichzeitig werden die Gonaden betroffen. Indessen haben sich fast alle Haut- und Fettzellkerne in Polyeder verwandelt oder sind schon geplatzt.

Zuletzt wird das Nervensystem vernichtet indem sich die ersten Polyeder auch in den Ganglienzellen zeigen. Die Raupe verliert den letzten Rest der Bewegungsfähigkeit und ihr Leib hängt wie gebrochen und tot von dem Baumzweig schlaff herab. Sie ist bloss gelähmt und der von Fäulnisserscheinungen begleitete Tod erfolgt erst nach einiger Zeit.

Hiemit hoffen wir alle bisherigen Ergebnisse unserer Arbeit über die Polyedrie (Wipfelkrankheit) der Nonne, von denen wir hier berichten wollten, kurz dargestellt zu haben. Eine ausführliche Arbeit, so wie die Schätzung der Polyedrie als praktischen Bekämpfungsmittel und Urteil über die anderen technischen Abwehrartikeln werden wir später veröffentlichen.

Gelegentlich der Technikbeschreibung wollen wir noch einige Worte über die sogenannte Chlamydozoenfrage beifügen.

Die eben beschriebenen Befunde wurden uns nur durch eine sehr pünktliche und saubere mikrochemische Behandlung der Präparate ermöglicht. Gut mit Flemming oder Zenker

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

fixierte Raupenstücke wurden in 2—5 *M* dicke Schnitte zerlegt und gefärbt. Es wurden verschiedene Färbemittel mit ziemlich gutem Erfolge versucht. Beste Resultate zum Färben der Chlamydozoen in den Polyedern lieferte jedoch Giemsa, Carbol-fuchsin oder Magenta-fuchsin mit Nachfärbung durch Pikro-indigo-karmin oder Bleu de Lyon. Die Schnitte wurden kalt gefärbt und die Farben separat differenziert.

Ausserdem bewährte sich am besten Safranin mit wiederholter Färbung und Differenzierung, worauf noch verschiedene Nachfärbungen erfolgten. Die Einschlüsse in den Polyedern sind jedoch bei Anwendung fast aller Färbungsmitteln inklusive der Haematoxyline gut sichtbar.

Wir wissen gut wie in den letzten Jahren die Existenz einer selbständigen Gruppe der Chlamydozoen speziell seitens der Ärzte bezweifelt wurde. Wir betrachteten deshalb bei Beginn unserer Arbeit die Prowazekschen Befunde bei der Gelbsucht des Seidenspinners mit grösster Skepsis. Wir suchten in allen Richtungen nach einem anderen Erreger. Die Ergebnisse unserer Studien führten uns jedoch gegen unseren Willen allmählich zu anderen Ansichten und zum Schluss müssten wir die vollkommene Richtigkeit der Prowazekschen Angaben bestätigen.

Die fraglichen Mikroorganismen sind wirklich da und dem ganzen hier entworfenen Bilde der Wipfelkrankheit folgend müssen wir sie für den Virus der Polyedrie halten. Ihre Ähnlichkeit mit den Kokken ist manchmal frappant und wenn wir doch den Namen »Chlamydozoa« benützen, so geschieht es um einerseits die Priorität Prowazeks zu betonen, anderseits den von den Kokken doch ziemlich abweichenden Charakter dieser Organismen hervorzuheben.

Die »Chlamydozoen« der Polyedrie gehören zu den kleinsten Formen dieser Gruppe. In vivo oder ungefärbt stellen sie ein länglich ovales, lichtbrechendes Körperchen vor. An gefärbten Präparaten unterscheiden sie sich durch die weisse, unfärbbare Hülle leicht von jeder Granulation. Sie kommen immer nur in derselben, einer Zentriole gleichenden oder in Teilungs-Form vor. Im Blute der kranken Raupe finden wir sie in grösserer Menge nur gelegentlich, sonst leben und vermehren sie sich ausschliesslich in den

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zellkernen. Im Gegenteil zu den Kokken sind sie sehr schwer färbbar. Diest ist wahrscheinlich die Ursache, dass sie den meisten Forschern bei der Polyedrie entgangen sind.

Eine Kultivation gelang uns leider bisher nicht. Auf letztgenannte Versuche sowie auf theoretische Erwägungen wollen wir hier nicht eingehen.

Summary.

The recent calamity caused by the nun-moth in Czechoslovakia has given us an excellent opportunity for the study of the polyhedral disease (Wipfelkrankheit).

This paper is only a short review of the theoretical results of the aetiology of this wilt.

It is well known that the only diagnosis of the disease are little (2—10) crystal-like bodies, which have the form of tetraeder and which we find in the blood or in the nuclei of the sick cells in nearly all tissues.

Some authors, e. g. Escherich and Miyajima believe that the polyhedral bodies are parasites of the wilt.

Others suppose that the polyhedral are reacting bodies, which are built from the nucleo-proteids of the cell-kernel in the presence of a hitherto unknown parasite. They believe that some bacterians or microsporidians are the cause of this mysterious disease and Prowazek found in the blood of the diseased silk-worms very small, coccus-like microorganisms, which he placed in the newly constructed group »Chlamydozoa«.

None of the above named succeeded in giving an evident proof of his theory.

We have summarised our own results in short articles as follows:

1. The polyhedral bodies examined in polarised light show that they are neither crystals nor crystalloids but a gelatinous substance.

2. The polyh. b. sterilized with sublimate and injected subcutaneously in a normal healthy caterpillar infected the wilt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

3. These »crystals« begin in the nuclei as quite little points and grows, probbably by apposition, to a considerable size.

4. All the physical and chemical properties of the polyhedral bodies are in direct contradition with all our conceptions of the living organism.

5. They begin in cell-kernels and appear in the blood-corpuscles only when phagocytized.

6. Fig. 1 a. 2, Pl. I and microfot. Fig. A demonstrate that in every polyhedral bodv lodge many small, capsulate micrococcus-shaped organisms — Prowazek called them Chlamydozoa.

7. These coccus-like inclusions overfill the remaining chromatin body in every polyhedral nucleus (Fig. 2, Pl. I, r).

8. They can be sometimes also found floating free in the blood of sick caterpillars (Fig. 3, Pl. I, ch).

9. We injected very carefully cleaned polyhedral b. into a healthy caterpillar of Macrothyletia rubi. They began slowly to dissolve and after 48 hours we found many of the just meentioned »Chlamydozoa« phagocytized in the blood-corpuscles (Fig. 4, Pl. I, ch).

10. The polyhedr. b. can be dissolved with the intest ine chylus more quickly than in pure lymphe. They change in to a foamy substance, in which appear the »Chlamdozoa« zoogleea-like accumulated together.

It seems that the infection in nature enters into the caterpillars body per os.

11. The polyhedral-crystals begin in the kernel-cavity, but probably from the chromatin-substance. The latter then disappears gradually together with the growing up of the polyhedral b.

12. The virus of this disease lives in the chromatin and causes the swelling up of the kernel, analogous as the puffing up of the blood-corpuscels in malaria or haemosporidiasis etc. The only difference, however, is that in this case is attaked the nucleus instead of the cell protoplasma.

13. How shall we explain the polyhedral bodies?

We consider them as a special sort of animal galls.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

The kernel-substance answers (as in the case of plants) to the irritations caused by the toxine secreted from the virus with the transformation of the kernel-substance, and produces a homogeneous substance — the polyhedral body — which envelopes the noxious microorganisms.

14. This »gall« has in the nun-moth the form of the tetraeder, in the silk-worm that of the dodekaeder, in the Sphingid-moth that of the hexaeder. Every species has its specific form.

15. The polyhedral body insulates the virus. If then the whole kernel-protoplasma was exhausted in producing of the polyhedral b. (i. e. for the defence of the sick cells) the nucleus must degenerate and the cell dies.

The caterpillar remains healthy if it is possible to made the attacking virus innocuous by producing only a little number of polyhedral b. The diseas afterwards begins to be chronic.

16. The whole cycle of the wilt is as follows:

The polyhedral body reaches per os the intestine The virus liberated by the intestin-solution from the polyhedral bodies penetrates through the gut-wall into the blood and arrives with the blood in quiet places, for in., skin or fatt-body lacunoms. From here the Chlamydozoa penetrate into the nuclei and begin to multiply.

At first the hypodermis-cells swell up and their nuclei are densely packed with polyhedral bodies. Now the fatt-body and the peritracheal membrane wille be attacked. Now we can find the first polyhedral b. phagocytized in the blood-cells.

They orginate from the burst hypodermis-cells.

Then follows the muscular system. The body begin to be weak and at last the affection of the nervous system causes a general lameness and the body hangs down fixed only by one or two legs.

17. The course of the wilt in the single cell is well explained in the adjoined Fig. 7, Pl. I, in which all the succesive changes of the nucleus are marked (Types A, B, C, D, E, F).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

18. According to our observations we consider the coccus-like »Chlamydozoa« as a true cause of the polyhedral disease.

They live in the nuclei only of sick caterpillars and in every polyhedral body. They appear only occasionally in blood.

We shall not discuss their systematic charakters.

We did not succeed in the cultivation of the parasite.

TAFELERKLÄRUNG.

Fig. 1. Eine polyederkranke Fettzelle mit den riesig aufgequollenen, den Restkörper und die Polyeder sammt Inclusionen zeigenden Kern. Aus einer mit Fuchsin-Bleu de Lyon gefärbten Schnittserie durch polyederkranken Nonnenraupe. — (*ch* = Chlamydozoen, *p* = Polyeder, *r* = Restkörper, *x* = die Lücke nach geplatztem Kern) — Reichert. Camera, Immers. $^1/_{12}$.

Fig. 2. Eine gleiche Fettzelle, jedoch mit Giemsa gefärbt. Die »Chlamydozoen sind nicht nur in den Polyedern sondern auch in dem Restkörper gut sichtbar. — (Erklär. wie oben) — Reichrt. Camera, Immers. $^1/_{12}$.

Fig. 3. Freie »chlamydozoa« im Blutaufstrich aus einer eben erkrankten Nonnenraupe. Osmium—Safranin. Reichert. Camera. Immers. $^1/_{12}$.

Fig. 4. Blutzelle einer Macrothylatia rubi Raupe mit phagozytierten »Chlamydozoen«, die durch Auflösung der Polyeder im Blute der Raupe befreit wurden. Giemsa — Reicht. Cammera. Immers. $^1/_{12}$.

Fig. 5. Fettzelle einer gesunden Nonnenraupe.

Fig. 6. Fettzelle einer gesunden Raupe von Macrothylatia rubi.

Fig. 7. Ein Stück Fettgewebe der Nonnenraupe mit den die successive Krankheitsstadien darstellenden Kernen. Kombiniert aus einer Schnittserie. Die Reihenfolge ist mit Buchstaben *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* bezeichnet. (Erklärung wie in Fig. 1.).

Fig. 8. Mikrofotografische Darstellung des in Fig. 3 erwähnten Blutaufstriches. (*ch* = chlamydozoa, *b* = Blutzellen) Immers. $^1/_{12}$, Proj. Okular 4.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fig.1.

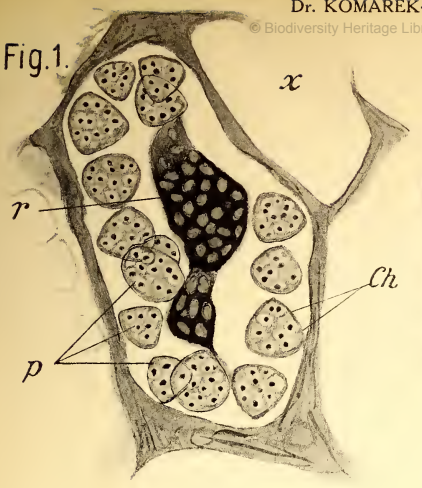


Fig.2.

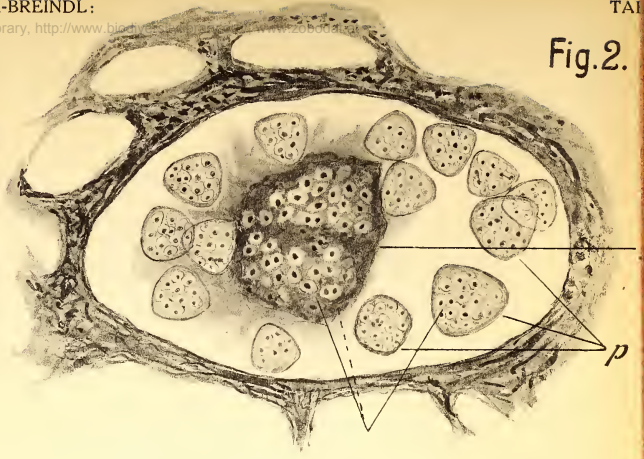


Fig.3.

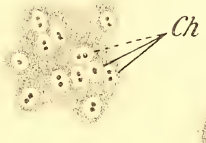
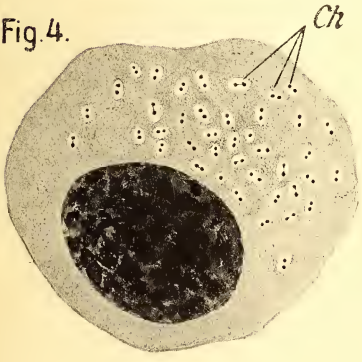


Fig.4.



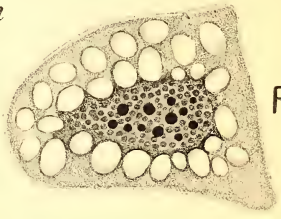


Fig.5.

Fig.6

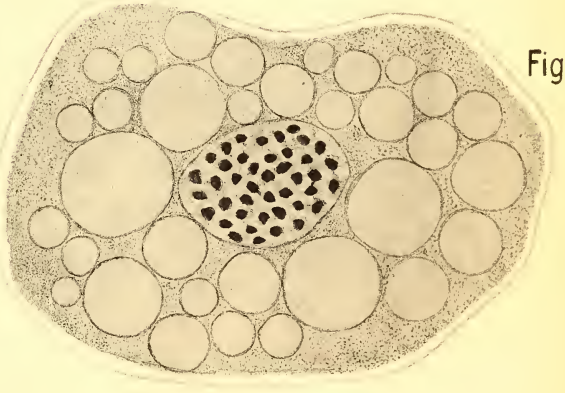
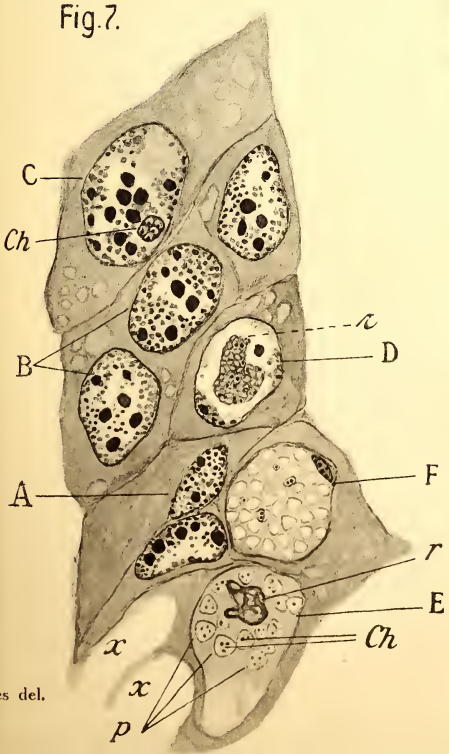


Fig.7.



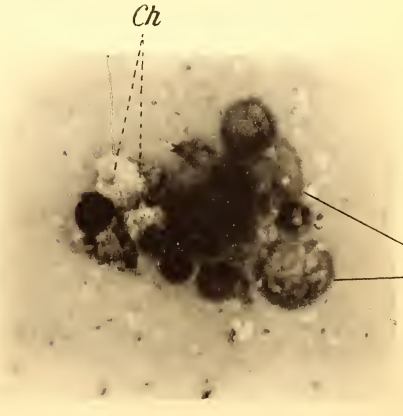


Fig.8.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

DR. ED. GRÉGR A SYN, KNIHTISKÁRNA V PRAZE.