

Eine Methode zur Messung der Phasendifferenz von harmonischen Wechselströmen und deren Anwendung zur Bestimmung der Selbstinduction

Prof. **J. Puluj.**

(Mit 1 Textfigur.)

Eine einfache Methode, nach welcher mit Hilfe des Elektrodynamometers die Phasendifferenz der elektrischen Schwingungen an zwei verschiedenen Stellen eines geschlossenen Stromkreises bestimmt werden kann, wurde 1864 von W. Weber[1] angegeben und für Messungen verwendet. Dieselbe Methode wurde 1885 auch von Blakesley[2] angegeben und bemerkt, dass nach derselben Phasendifferenzen in zwei getrennten Stromkreisen sich bestimmen lassen, welche von harmonischen Wechselströmen von gleicher Periode durchflossen werden. Prof. Ferraris[3] bestimmte 1887 nach der elektrodynamometrischen Methode an den Gaulard-Gibbs'schen Transformatoren die Phasendifferenzen zwischen den Primär- und Secundärströmen, beim variablen Widerstande des Secundärkreises jedoch mit dem Unterschiede, dass die Mes-

---

[1] Wilhelm Weber, Elektrodynamische Massbestimmungen, fünfte Abhandlung über elektrische Schwingungen. 1864, S. 654.

[2] Blakesley, Phil. Magazin, XXV., 1888, p. 295. Die elektrischen Wechselströme von Th. H. Blakesley, übersetzt von Cl. P. Feldmann. 1891, S. 73.

[3] Ferraris, Sulle differenze di fase delle correnti et sulla dissipazione di energia nei transformatori. Mem. d. Accad. d. Sc. di Torino, 38, 1887. — Kittler, Handbuch der Elektrotechnik, II. Bd., S. 288.

sungen nicht mit einem Elektrodynamometer nach einander, sondern mit drei gleichzeitig vorgenommen wurden.

Nach dieser Methode werden bekanntlich die effectiven Stromstärken in beiden Stromkreisen durch je ein Elektrodynamometer mit serienweise geschalteten Spulen bestimmt und gleichzeitig eine Messung mit dem dritten Elektrodynamometer in der Weise ausgeführt, dass die fixe Spule von dem einen Strome und die bewegliche Spule von dem zweiten Strome allein durchflossen werden, infolge dessen die Ablesungen des Instrumentes dem Producte der maximalen Stromstärken und dem Cosinus ihrer Phasendifferenz proportional sind.

Bedeuten $A_1 A_2$ die Reductionsfactoren der Elektrodynamometer mit serienweise verbundenen Spulen, B den Reductionsfactor des dritten Elektrodynamometers mit getrennten Spulen, $\varphi_1 \varphi_2$ und φ die entsprechenden gleichzeitigen Ablesungen, so ist die Phasendifferenz ν zwischen den Wechselströmen durch die Beziehung

$$\cos \nu = \frac{B^2 \varphi}{A_1 A_2 \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}} \tag{1}$$

gegeben.

Handelt es sich um die Messung der Phasendifferenz nicht zwischen getrennten Stromkreisen, sondern zwischen zwei Wechselströmen, welche durch Verzweigung eines Hauptstromkreises entstanden sind, so kann die Bestimmung etwas einfacher in der Weise vorgenommen werden, dass die effectiven Stromstärken in den Verzweigungen und im Hauptstromkreise entweder mit Hilfe eines einzigen gewöhnlichen Elektrodynamometers nach einander oder mit drei Elektrodynamometern gleichzeitig gemessen werden, je nachdem die Stromverhältnisse genügend stabil oder veränderlich sind. Das Elektrodynamometer mit getrennten Spulen ist nach dieser Methode nicht erforderlich.

Die Phasendifferenz zwischen den Zweigströmen ist zufolge der bekannten Gleichung

$$J^2 = J_1^2 + J_2^2 + 2 J_1 J_2 \cos(\nu_2 - \nu_1),$$

in welcher J, J_1 und J_2 die Maximalwerthe der Stromstärken im Hauptstromkreise und in den Verzweigungen und $\nu_2 - \nu_1$ die

Phasendifferenz der Zweigströme bedeuten, und mit Berücksichtigung der Beziehung, welche zwischen den effectiven Stromstärken und jenen Maximalwerthen besteht, durch die einfache Formel

$$\cos(\nu_2 - \nu_1) = \frac{\varphi - (\varphi_1 + \varphi_2)}{2\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}}$$

gegeben, wenn zu den Messungen nur ein einziges Elektrodynamometer verwendet wird und $\varphi_1 \varphi_2$ die Ablesungen am Elektrodynamometer in den Verzweigungen und φ im Hauptstromkreise bedeuten.

Bei Benützung von drei Elektrodynamometern mit den Reductionsfactoren $A_1 A_2$ und A wird die Phasendifferenz zwischen den Zweigströmen nach der Formel

$$\cos(\nu_2 - \nu_1) = \cos[J_2 J_1] = \frac{A^2 \varphi - (A_1^2 \varphi_1 + A_2^2 \varphi_2)}{2 A_1 A_2 \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}} \qquad 2)$$

zu bestimmen sein. Die Phasendifferenz zwischen dem Hauptstromkreise und dem Zweigstrome J_1 ist durch

$$\cos[J J_1] = \frac{A^2 \varphi + A_1^2 \varphi_1 - A_2^2 \varphi_2}{2 A A_1 \sqrt{\varphi \varphi_1}} \qquad 3)$$

und die Phasendifferenz zwischen dem Hauptstrome und dem Zweigstrome J_2 durch

$$\cos[J_2 J] = \frac{A^2 \varphi + A_2^2 \varphi - A_1^2 \varphi_1}{2 A A_2 \sqrt{\varphi \varphi_2}} \qquad 4)$$

gegeben.

Um den Selbstinductionscoëfficienten eines Apparates, beispielsweise der primären oder secundären Bewickelung eines Transformators, oder einer Maschinenarmatur u. s. w. zu bestimmen, wird derselbe, wie schematisch angedeutet ist, mit einem entsprechenden inductionsfreien Widerstande r_1 parallel geschaltet und durch beide ein sinusartiger Wechselstrom von bekannter Periodicität $p = \frac{2\pi}{T}$ verzweigt. In diesem Falle ist bekanntlich

$$\tan \nu_1 = \frac{pL_1}{r_1} = 0, \quad \nu_1 = 0$$

$$\tan \nu_2 = \frac{pL_2}{r_2}, \qquad \nu_2 > 0,$$

und wenn die effectiven Stromstärken im Hauptstromkreise und in den Verzweigungen mittelst dreier Elektrodynamometer in der oben angedeuteten Weise gemessen werden und die Ablesungen $\varphi \varphi_1 \varphi_2$ liefern, so ist die Phasendifferenz zwischen den Zweigströmen nach Gleichung 2)

$$\cos \nu_2 = \frac{A^2\varphi - (A_1^2\varphi_1 + A_2^2\varphi_2)}{2\,A_1 A_2 \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}}.$$

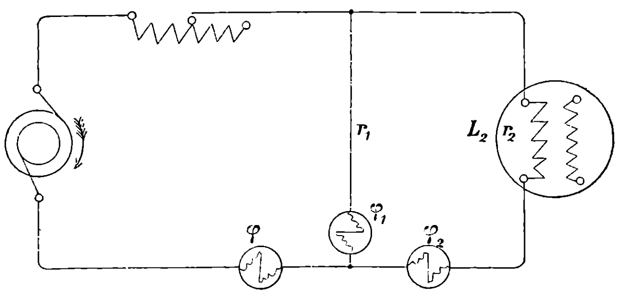

Fig. 1.

Aus der experimentell bestimmten Phasendifferenz ν_2 und aus den bekannten Grössen r_2 und p lässt sich der Selbstinductionscoëfficient nach der Formel

$$L_2 = \frac{r_2 \tan \nu_2}{p}$$

berechnen.

Durch Änderung eines inductionslosen Widerstandes im Nebenschluss, oder eines auch nicht inductionsfreien Widerstandes im Hauptstromkreise, kann die Stromstärke im Zweige r_2 geändert und auf diese Weise die Selbstinduction bei verschiedenen Stromstärken einfach und bequem bestimmt werden.

Es sei noch zum Schlusse bemerkt, dass statt des inductionslosen Verzweigungswiderstandes r_1 auch eine Normalrolle mit bekannter Selbstinduction L_1 als Nebenschluss verwendet werden kann und dass in diesem Falle zur Bestimmung von L_2 zwei Gleichungen dienen:

$$\cos(\nu_2 - \nu_1) = \frac{A^2\varphi - (A_1^2\varphi_1 + A_2^2\varphi_2)}{2A_1A_2\sqrt{\varphi_1\varphi_2}} = c$$

und

$$\cos(\nu_2 - \nu_1) = \frac{r_1r_2 + p^2L_1L_2}{\sqrt{(r_1^2 + p^2L_1^2)(r_2^2 + p^2L_2^2)}}.$$

Aus denselben ergibt sich

$$L_2 = \frac{r_2}{p}\,\frac{pr_1L_1 + (r_1^2 + p^2L_1^2)c\sqrt{1-c^2}}{(r_1^2 + p^2L_1^2)c^2 - p^2L_1^2}$$

und für $L_1 = 0$, wie oben,

$$L_2 = \frac{r_2}{p}\,\frac{\sqrt{1-c^2}}{c} = \frac{r_2\tan\nu_2}{p}.$$

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1893

Band/Volume: 102_2a

Autor(en)/Author(s): Puluj J.

Artikel/Article: Eine Methode zur Messung der Phasendifferenz von harmonischen Wechselströmen und deren Anwendung zur Bestimmung der Selbstinduction. 356-360