Über die Phasendifferenz zwischen der elektromotorischen Gesammtkraft und der Spannungsdifferenz an einer Verzweigungsstelle des Stromkreises bei Anwendung harmonischer Wechselströme

Prof. **J. Puluj.**

(Mit 5 Textfiguren.)

In der vorliegenden Mittheilung wird angenommen, dass in einem geschlossenen, an einer Stelle verzweigten Stromkreise eine bekannte elektromotorische Gesammtkraft

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi}{T} t$$

wirke und die Spannungsdifferenz e an den Verzweigungspunkten ihrer Grösse und Phase nach zu bestimmen sei. Der Hauptstromkreis habe einen Widerstand r und die Selbstinduction L und die Verzweigung desselben (Fig. 1) bestehe aus zwei Leitern mit Widerständen r_1 und r_2 und Selbstinductionscoëfficienten L_1 und L_2. Beide Zweige sollen ferner keine gegenseitige Induction haben.

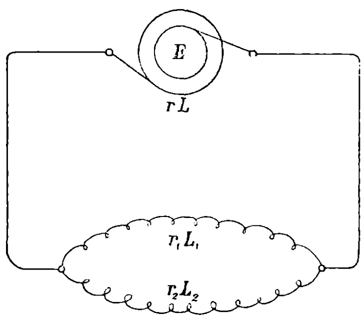

Fig. 1.

Die Anwendung der Kirchhoff'schen Gesetze auf diesen Fall gibt mit Berücksichtigung der Selbstinduction die bekannten Gleichungen

$$i = i_1 + i_2 \tag{1}$$

$$E_0 \sin pt = ri + r_1 i_1 + L\frac{di}{dt} + L_1 \frac{di_1}{dt} \tag{2}$$

$$E_0 \sin pt = ri + r_2 i_2 + L\frac{di}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \tag{3}$$

worin der Kürze halber p für $\frac{2\pi}{T}$ gesetzt wurde.

Die Integration der beiden Differentialgleichungen 2) und 3) liefert bei stationärer Elektricitätsströmung für den unverzweigten Strom den Ausdruck

$$i = \frac{E_0 \sin(pt - \psi)}{\sqrt{(r+R_g)^2 + p^2 (L+L_g)^2}} \tag{4}$$

und für die Phasenverschiebung der momentanen Stromstärke gegen die elektromotorische Gesammtkraft

$$\tan\psi = p\frac{L+L_g}{r+R_g}. \tag{5}$$

R_g und L_g bedeuten den äquivalenten Ohm'schen Widerstand, beziehungsweise die äquivalente Selbstinduction der beiden Stromzweige und sind durch nachstehende Ausdrücke [1] bestimmt.

$$R_g = \frac{\frac{r_1}{R_1^2} + \frac{r_2}{R_2^2}}{\left[\frac{r_1}{R_1^2} + \frac{r_2}{R_2^2}\right]^2 + p^2 \left[\frac{L_1}{R_1^2} + \frac{L_2}{R_2^2}\right]^2} \tag{6}$$

---

[1] Lord Rayleigh hat, von mechanischen Principien ausgehend, für eine Stromverzweigung, bei welcher mehrere Stromkreise mit Selbstinduction parallel geschaltet sind und keine gegenseitige Induction besitzen, die nachstehenden Beziehungen abgeleitet:

$$R_g = \frac{A}{A^2+p^2B^2}, \quad L_g = \frac{B}{A^2+p^2B^2},$$

$$A = \sum \frac{r}{r^2+p^2L^2}, \quad B = \sum \frac{L}{r^2+p^2L^2},$$

$$\tan\psi = p\frac{B}{A}.$$

Forced harmonic oscillation of various periods. Phil. Mag. May 1886, p. 379.

$$L_g = \frac{\frac{L_1}{R_1^2} + \frac{L_2}{R_2^2}}{\left[\frac{r_1}{R_1^2} + \frac{r_2}{R_2^2}\right]^2 + p^2 \left[\frac{L_1}{R_1^2} + \frac{L_2}{R_2^2}\right]^2}, \qquad 7)$$

worin R_1 und R_2 die scheinbaren Widerstände der beiden Zweige bedeuten und gegeben sind durch die Ausdrücke:

$$R_1 = \sqrt{r_1^2 + p^2 L_1^2}, \quad R_2 = \sqrt{r_2^2 + p^2 L_2^2}.$$

Für die beiden Stromzweige gibt die Rechnung

$$i_1 = \frac{E_0 \sqrt{r_2^2 + p^2 L_2^2} \sin (pt - \psi_1)}{\sqrt{(r+R_g)^2 + p^2 (L+L_g)^2} \sqrt{(r_1+r_2)^2 + p^2 (L_1+L_2)^2}}, \qquad 8)$$

$$i_2 = \frac{E_0 \sqrt{r_1^2 + p^2 L_1^2} \sin (pt - \psi_2)}{\sqrt{(r+R_g)^2 + p^2 (L+L_g)^2} \sqrt{(r_1+r_2)^2 + p^2 (L_1+L_2)^2}} \qquad 9)$$

und für die Phasenverschiebungen der beiden Zweigströme gegen die elektromotorische Gesammtkraft die Beziehungen

$$\tan \psi_1 = p \frac{S_2 (L+L_g) + (r+R_g)(L_1 r_2 - L_2 r_1)}{S_2 (r+R_g) - p^2 (L+L_g)(L_1 r_2 - L_2 r_1)}, \qquad 10)$$

$$\tan \psi_2 = p \frac{S_1 (L+L_g) + (r+R_g)(L_2 r_1 - L_1 r_2)}{S_1 (r+R_g) - p^2 (L+L_g)(L_2 r_1 - L_1 r_2)}, \qquad 11)$$

worin $S_1 S_2$ nachstehende Bedeutung haben:

$$S_1 = r_1 (r_1 + r_2) + p^2 L_1 (L_1 + L_2),$$
$$S_2 = r_2 (r_1 + r_2) + p^2 L_2 (L_1 + L_2).$$

Die Phasendifferenz der beiden Zweigströme ist durch den bekannten Ausdruck

$$\tan (\psi_2 - \psi_1) = p \frac{L_2 r_1 - L_1 r_2}{r_1 r_2 + p^2 L_1 L_2} \qquad 14)$$

gegeben.

Zur Bestimmung der Spannungsdifferenz an den Verzweigungspunkten und ihrer Phasenverschiebung gegen die elektromotorische Gesammtkraft führt die Gleichung

$$e = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}.$$

Man erhält nach Einsetzung des für i_1 erhaltenen Ausdruckes, wenn der Kürze halber

$$\frac{E_0\sqrt{r_2^2+p^2L_2^2}}{\sqrt{(r+R_g)^2+p^2(L+L_g)^2}\sqrt{(r_1+r_2)^2+p^2(L_1+L_2)^2}}=J_1$$

gesetzt wird,

$$e=r_1J_1\sin(pt-\psi_1)+pJ_1L_1\cos(pt-\psi_1)$$

und durch nachstehende Substitution

$$\begin{aligned} r_1J_1 &= A\cos\nu_1 \\ pL_1J_1 &= A\sin\nu_1 \\ A &= J_1\sqrt{r_1^2+p^2L_1^2} \\ \tan\nu_1 &= \frac{pL_1}{r_1} \end{aligned} \tag{15)}$$

den Ausdruck

$$e=\frac{E_0\sqrt{r_1^2+p^2L_1^2}\sqrt{r_2^2+p^2L_2^2}\sin(pt-\varepsilon)}{\sqrt{(r+R_g)^2+p^2\,(L+L_g)^2}\sqrt{(r_1+r_2)^2+p^2(L_1+L_2)^2}}. \tag{16)}$$

Die Phasendifferenz ε zwischen der Spannung an den Verzweigungspunkten und der elektromotorischen Gesammtkraft ist durch die Beziehung

$$\varepsilon=\psi_1-\nu_1$$

bestimmt und kann, wie man sieht, positiv oder negativ oder auch gleich Null sein, je nachdem ψ_1 grösser oder kleiner als ν_1 oder diesem gleich ist. Die Spannung an den Verzweigungspunkten kann somit in der Phase hinter der elektromotorischen Gesammtkraft zurückbleiben oder derselben vorauseilen oder auch mit derselben gleiche Phase haben. Die Bedingungen für diese drei Fälle ergeben sich aus der Formel

$$\tan\varepsilon=\frac{\tan\psi_1-\tan\nu_1}{1+\tan\psi_1\tan\nu_1}.$$

Durch Einsetzung der Werthe aus 10 und 15 in die letzte Gleichung erhält man nach einigen Reductionen

$$\tan \varepsilon = p \frac{\dfrac{L+L_g}{r+R_g} - \dfrac{L_g}{R_g}}{1 + p^2 \dfrac{L_g}{R_g} \cdot \dfrac{L+L_g}{r+R_g}}.$$

Einfacher gelangt man zu dieser Gleichung, indem man berücksichtigt, dass

$$\varepsilon = \psi - \nu$$

ist, wenn mit ψ und ν die Phasenverschiebung des unverzweigten Stromes gegen die elektromotorische Gesammtkraft, beziehungsweise gegen die Spannung an der Verzweigungsstelle bezeichnet wird, und ausserdem noch die Beziehungen

$$\tan \psi = p \frac{L+L_g}{r+R_g} \quad \text{und} \quad \tan \nu = p \frac{L_g}{R_g}$$

bestehen, aus denen sich die obige Gleichung für $\tan \varepsilon$ direct ergibt.

Diese Gleichung liefert die drei Bedingungen

$$\frac{L}{r} > \frac{L_g}{R_g}, \quad \frac{L}{r} < \frac{L_g}{R_g} \quad \text{oder} \quad \frac{L}{r} = \frac{L_g}{R_g},$$

je nachdem die Spannungsdifferenz an den Verzweigungspunkten hinter der elektromotorischen Gesammtkraft in der Phase zurückbleibt, beziehungsweise derselben vorauseilt oder mit ihr gleiche Phase hat.

Da $\frac{L}{r}$ und $\frac{L_g}{R_g}$ Zeitconstanten sind, so kann das Ergebniss auch in folgender Weise ausgedrückt werden: Die Spannungsdifferenz an den Verzweigungspunkten eines Stromkreises kann in der Phase der elektromotorischen Gesammtkraft entweder vorauseilen oder hinter derselben zurückbleiben, je nachdem die Zeitconstante des Hauptstromkreises und der Elektricitätsquelle kleiner oder grösser ist als die äquivalente Zeitconstante der Zweigströme. Sind die Zeitconstanten gleich, so haben beide elekromotorischen Kräfte gleiche Phase.

Für $L = 0$ und $r > 0$ ist ferner $\frac{L_g}{R_g} > \frac{L_g}{r+R_g}$ und daher $\tan \psi_1 < \tan \nu_1$, d. h. ist r von Null verschieden, so eilt die Spannung an den Verzweigungspunkten in der Phase stets voraus.

Bezüglich des dritten Falles $\frac{L}{r} = \frac{L_g}{R_g}$ sei hier noch Folgendes bemerkt. Wäre es möglich, die Phasendifferenz zwischen der Spannung an der Verzweigungsstelle des Stromkreises und der elektromotorischen Gesammtkraft experimentell zu verfolgen, so könnte man durch Änderung eines inductionsfreien Widerstandes im Hauptstromkreise die Phasengleichheit leicht herbeiführen und hätte für diesen Fall die Beziehung

$$\frac{L}{r} = \frac{L_1(r_2^2+p^2L_2^2)+L_2(r_1^2+p^2L_1^2)}{r_1(r_2^2+p^2L_2^2)+r_2(r_1^2+p^2L_1^2)}, \qquad 18)$$

welche dazu benützt werden könnte, um einen der drei Selbstinductionscoëfficienten L, L_1, L_2 zu bestimmen, wenn die übrigen Grössen bekannt wären.

Die besprochene Gleichheit der Phasen könnte in der Weise experimentell festgestellt werden, dass man an der Wechselstrommaschine um eine der Armaturspulen einige Drahtwindungen legt und den dieser Hilfsspule entnommenen Wechselstrom mit einem zweiten, an den Verzweigungspunkten entnommenen Strome durch entsprechend grosse selbstinductionslose Widerstände und, nach der Weber'schen Methode,[1] durch drei Elektrodynamometer leitet. In diesem Falle wäre

$$\cos \varepsilon = \frac{B^2 \varphi}{A_1 A_2 \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}} = 1,$$

wenn $A_1 A_2$ die Reductionsfactoren, $\varphi_1 \varphi_2$ die Ablesungen der zwei Elektrodynamometer bedeuten, welche von den Wechselströmen einzeln durchflossen werden; B und φ beziehen sich auf das dritte Elektrodynamometer mit getrennten Spulen.

---

[1] W. Weber, Elektrodynamische Massbestimmungen, 5. Abhandlung, 1864, S. 654.

Bei der angegebenen Anordnung der Stromkreise könnte die Phasendifferenz zwischen e und E auch optisch, mittelst schwingender Membranen und Spiegel nach der Lissajous'schen Methode, verfolgt und die Phasengleichheit, wie bereits erwähnt, mittelst eines Rheostaten hergestellt werden.

Die betrachteten, ziemlich complicirten Stromverhältnisse lassen sich geometrisch in einfacher Weise darstellen. Die Darstellungsmethode ist dieselbe, wie sie von Fleming[1] und Anderen auf verschiedene Fälle schon angewendet wurde.

Man zieht unter einem beliebigen Winkel $\alpha = pt$ gegen die Abscissenaxe eine Gerade OA_0 (Fig. 2), welche der Grösse nach der Amplitude E_0 der elektromotorischen Gesammtkraft gleich ist. Ihre Projection auf der Ordinatenaxe, $E_0 \sin pt = E$, ist die momentane elektromotorische Gesammtkraft, welche der Phase pt entspricht. Über E_0 wird ein Halbkreis beschrieben, von O aus eine Gerade unter dem Winkel ψ gezogen, dessen Tangente gegeben ist durch

$$\tan \psi = p \frac{L + L_g}{r + R_g}$$

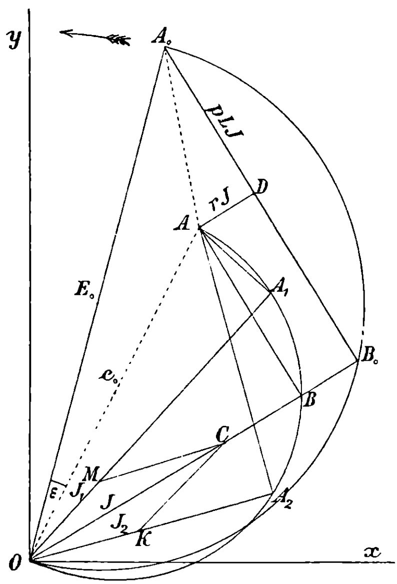

Fig. 2.

und der Durchschnittspunkt B_0 mit A_0 verbunden. Es bedeuten dann: die Gerade OB_0 die maximale elektromotorische Nutzkraft

$$OB_0 = (r + R_g) J,$$

$A_0 B_0$ die maximale elektromotorische Kraft der Selbstinduction

$$A_0 B_0 = p (L + L_g) J$$

und die Projectionen von OB_0 und $A_0 B_0$ auf der Ordinatenaxe die momentanen Werthe derselben.

---

[1] Fleming, The alternate current transformer. Vol. I, p. 140.

Die Gerade OB_0, getheilt durch die Summe aus dem Ohm'schen Widerstande des Hauptstromkreises und dem äquivalenten Widerstande der Verzweigung, gibt die maximale unverzweigte Stromstärke

$$J = \frac{OB_0}{r + R_g} = OC.$$

Die Projection dieser Geraden auf der Ordinatenaxe repräsentirt die momentane Stromstärke im Hauptstromkreise, welche, wie aus Fig. 2 ersichtlich ist, in der Phase hinter der elektromotorischen Gesammtkraft um ψ zurückbleibt.

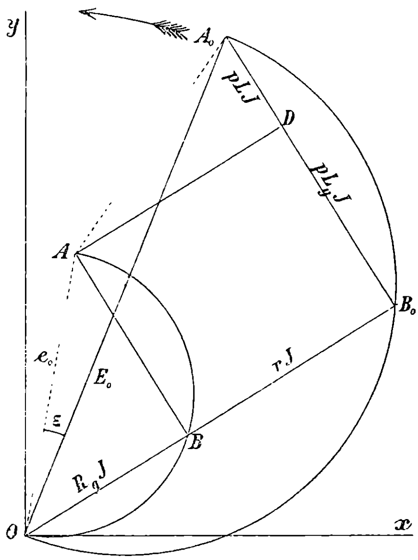

Fig. 3.

Aus J lässt sich weiter pLJ und rJ bestimmen. Wird nun auf A_0B_0 ein Stück $A_0D = pLJ$ abgeschnitten, in D eine Senkrechte errichtet und auf derselben $AD = rJ$ abgeschnitten, so gibt die Verbindungslinie OA ihrer Grösse und Phase nach die maximale Spannungsdifferenz e_0 an den Verzweigungspunkten und ihre Projection auf der Ordinatenaxe den momentanen Werth derselben, welcher nach der Figur in der Phase um ε hinter E zurückbleibt. Für diesen Fall wurde die Bedingung $\frac{L}{r} > \frac{L_g}{R_g}$ gefunden, und diese ist, wie ersichtlich, mit der Bedingung $\tan OAB > \tan AA_0D$, also $\sphericalangle OAB > AA_0D$ identisch.

Aus Fig. 2 ist ferner zu ersehen, dass die Spannung an den Verzweigungspunkten dieselbe Phase hat wie die gesammte elektromotorische Kraft, wenn der Punkt A auf der Geraden OA_0 liegt und derselben vorauseilt, wenn A links von OA_0 liegt. Ebenso ist aus der Construction zu ersehen, dass für $L = 0$

und $r > 0$ die Spannungsdifferenz e in der Phase immer voraus- eilen muss. Die Construction Fig. 3 bringt den Fall $\frac{L}{r} < \frac{L_g}{R_g}$ und Fig. 4 den Fall $L = 0$ zur Anschauung.

Zur Bestimmung der maximalen Stromstärken der Zweigströme J_1 und J_2 beschreibt man über $OA = e_0$ Fig 2 einen Halbkreis, zieht, wie bekannt, von O aus zwei Geraden OA_1 und OA_2 unter den Winkeln $\nu_1 = AOA_1$ und $\nu_2 = AOA_2$, deren Tangenten gegeben sind durch

$$\tan\nu_1 = p\frac{L_1}{r_1} \qquad \tan\nu_2 = p\frac{L_2}{r_2},$$

und verbindet A mit A_1 und mit A_2. Es ist dann

$$OA_1 = r_1 J_1, \qquad AA_1 = pL_1 J_1$$
$$OA_2 = r_2 J_2, \qquad AA_2 = pL_2 J_2$$

und da r_1 und r_2 bekannt sind,

$$J_1 = \frac{OA}{r_1} = OM,$$

$$J_2 = \frac{OA_2}{r_2} = OK.$$

Die Punkte M und K lassen sich auch dadurch bestimmen, dass man von C aus zu OA_1 und OA_2 zwei Parallelen zieht. Die Phasenverschiebungen der Zweigströme J_1 und J_2 gegen die Spannung an der Verzweigungsstelle sind durch ν_1 und ν_2 und gegen die elektromotorische Gesammtkraft durch $\psi_1 = A_0OA_1$ und $\psi_2 = A_0OA_2$ gegeben.

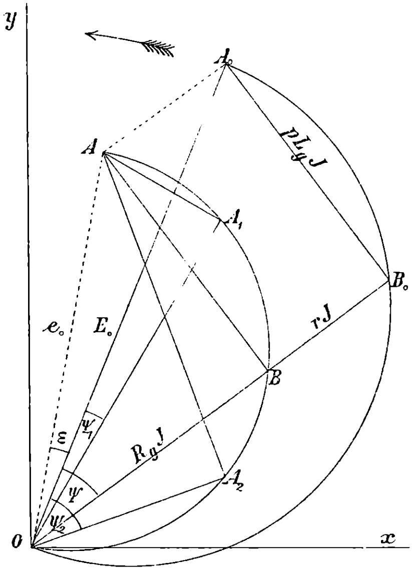

Fig. 4.

Lässt man die ganze Fig. 2 entgegen dem Uhrzeiger um den Punkt O in der XY-Ebene gleichmässig rotiren, so dass eine Umdrehung in der Zeit T vollendet wird, so sind die momentanen Werthe E, e, i, i_1 und i_2 ihrer Grösse und Phase nach zu jeder Zeit durch die Projectionen der entsprechenden Maximalwerthe E_0, e_0, J, J_1 und J_2 auf der Ordinatenaxe gegeben.

Aus der Construction ist es nicht schwer zu ersehen, dass der über e_0 beschriebene Halbkreis durch den Punkt B geht und somit folgende Beziehungen bestehen:

$$e_0^2 = J_1^2(r_1^2+p^2L_1^2) = J_2^2(r_2^2+p^2L_2^2) = J^2(R_g+p^2L_g^2), \tag{19}$$

$$E_0^2 = J^2[(r+R_g)^2+p^2(L+L_g)^2], \tag{20}$$

$$\begin{aligned}\frac{J_1^2}{r_2^2+p^2L_2^2} = \frac{J_2^2}{r_1^2+p^2L_1^2} = \frac{J^2}{(r_1+r_2)^2+p^2(L_1+L_2)^2} = \\ = \frac{E_0^2}{[(r+R_g)^2+p^2(L+L_g)^2][(r_1+r_2)^2+p^2(L_1+L_2)^2]}\end{aligned} \tag{21}$$

und

$$\frac{e_0}{E_0} = \frac{\sqrt{R_g+p^2L_g^2}}{\sqrt{(r+R_g)^2+p^2(L+L_g)^2}}. \tag{22}$$

Aus der letzten Gleichung ist zu ersehen, dass die Maximalwerthe der Klemmenspannung an der Verzweigungsstelle und der elektromotorischen Gesammtkraft in demselben Verhältnisse zu einander stehen, wie der scheinbare Widerstand der Verzweigung und der des ganzen Stromkreises.

Die Stromstärken J_1 und J_2 lassen sich nach 19) aus e_0 oder nach 21) aus E_0 berechnen. Der unverzweigte Strom J kann entweder aus e_0 nach 19) oder aus E_0 nach 21) oder auch, wie aus der Construction (Fig. 2) zu ersehen ist, aus J_1 und J_2 nach der Formel

$$J^2 = J_1^2+J_2^2+2J_1J_2\cos(\nu_2-\nu_1) \tag{23}$$

bestimmt werden.

Es sei hier noch bemerkt, dass wenn die Spannungsdifferenz an den Verzweigungspunkten bekannt ist, aus derselben nach den oben mitgetheilten Formeln E_0 sich berechnen lässt, wenn ausserdem die Grössen p, r, r_1, r_2, L, L_1 und L_2 gegeben sind.

Zur Erläuterung des Gesagten sei hier noch beispielsweise gezeigt, wie die Stromverhältnisse sich gestalten, wenn ein harmonischer Wechselstrom in einer von Prof. Ferraris angegebenen und wiederholt praktisch verwendeten Weise zwischen einem Elektromagnet mit sehr kleinem Widerstande und grosser Selbstinduction und zwischen einem inductionslosen grossen

Widerstande zu dem Zwecke verzweigt wird, um zwei in Phase verschiedene Zweigströme zu erhalten. Es sei

$$e_0 = 500 \text{ Volt}$$
$$p = 628$$
$$T = 0\cdot01 \text{ S.}$$
$$r_2 = 0\cdot5\,\Omega \qquad L_2 = 0\cdot1 \times 10^9 \text{ C.}$$
$$r_1 = 50 \qquad L_1 = 0$$

In diesem Falle ist

$$\tan \nu_1 = \frac{pL_1}{r_1} = 0 \quad \text{und} \quad \tan \nu_2 = \frac{pL_2}{r_2} = 125\cdot6,$$

somit die Phasendifferenz zwischen den Zweigströmen

$$\nu_2 - \nu_1 = 89°55.$$

Ferner ist

$$J_1 = 10\cdot000 \text{ Ampère,}$$
$$J_2 = 7\cdot962$$
$$J = 12\cdot832$$

Die Phasenverschiebung des unverzweigten Stromes gegen e_0 und gegen J_1 ergibt sich nach der Formel

$$\cos \nu = \frac{J_1^2 + J^2 - J_2^2}{2JJ_1} \tag{24}$$

zu

$$\nu = 38°\,21'.$$

Die momentanen Werthe von e, i_1, i_2 und i sind durch nachstehende Formeln

$$e = 500 \sin 35982\,t$$
$$i_1 = 10 \sin 35982\,t$$
$$i_2 = 7\cdot962 \sin (35982\,t - 89°55)$$
$$i = 12\cdot832 \sin (35982\,t - 38°35)$$

gegeben und ausserdem in Fig. 5 graphisch dargestelt.

Die Rechnung ergibt ferner für den äquivalenten Widerstand der Verzweigung

$$R_g = 30\cdot559\,\Omega,$$

für die äquivalente Selbstinduction der beiden Zweige

$$L_g = 0 \cdot 038496 \times 10^9 \text{ C.}$$

und für die äquivalente Zeitconstante

$$\tau = \frac{L_g}{R_g} = 0 \cdot 0012597 \text{ S.}$$

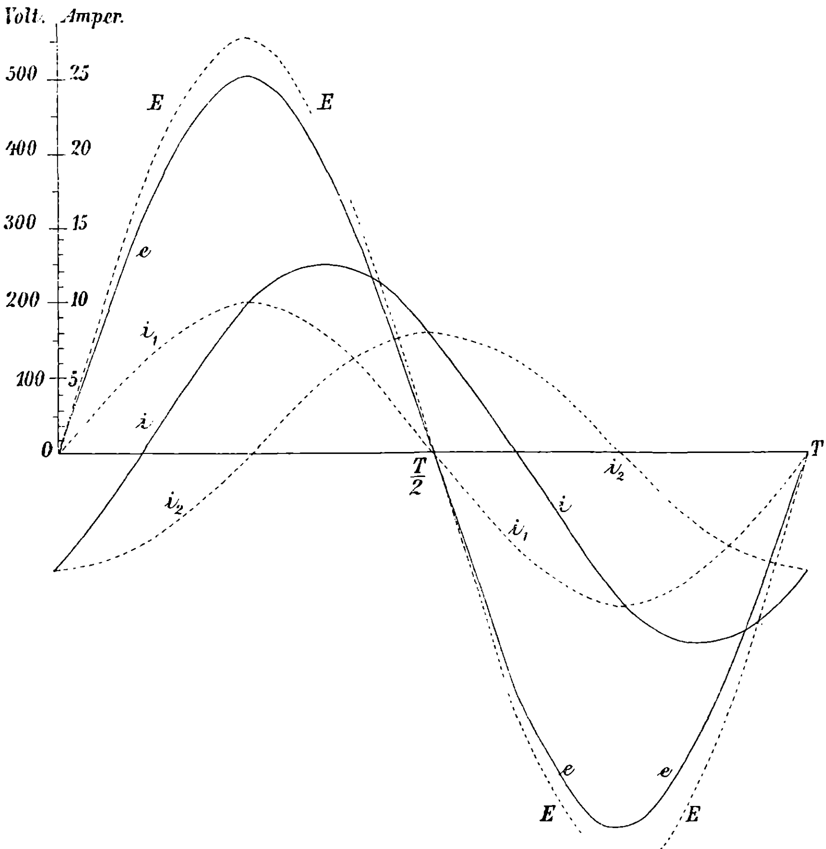

Fig. 5.

Es sei ferner angenommen, dass die Maschine, welche den Wechselstrom liefert, einen Selbstinductionscoëfficienten $L = 0 \cdot 004 \times 10^9$ besitzt, und es soll jener inductionslose Widerstand r berechnet werden, welcher gewählt werden müsste, damit die elektromotorische Gesammtkraft und die Spannungsdifferenz an den Verzweigungspunkten gleiche Phase haben. Nach Gleichung

$$\frac{L}{r} = \frac{L_g}{R_g}$$

ergibt sich dafür

$$r = 3 \cdot 175\ \Omega.$$

Schliesslich erhält man für den scheinbaren Widerstand des ganzen Stromkreises

$$R_s = 43 \cdot 01\ \Omega,$$

und für den maximalen Werth der elektromotorischen Gesammtkraft

$$E_0 = 552 \text{ Volt.}$$

In Fig. 5 ist die elektromotorische Gesammtkraft, welche durch

$$E = 552 \sin 35982\, t$$

gegeben ist und mit e dieselbe Phase hat, durch die punktirte Sinuscurve E dargestellt.

Es sei zum Schlusse noch bemerkt, dass wenn die Selbstinduction der Wechselstrommaschine unbekannt wäre, dieselbe in der Weise experimentell bestimmt werden könnte, dass man bei zwei verschiedenen Widerständen $r' = r + \rho$ und $r'' = r - \rho$ mit Hilfe eines passenden Elektrodynamometers die effectiven Stromstärken $J'_\omega = A\sqrt{\alpha'}$ und $J''_\omega = A\sqrt{\alpha''}$ beobachtet und die Selbstinduction des ganzen Stromkreises nach der Gleichung

$$J_\omega^2 = \frac{\frac{1}{2} E_0^2}{(r+R_g)^2 + p^2\,(L+L_g)^2}$$

berechnet.[1] Es ist dann

$$L + L_g = \frac{1}{p}\sqrt{\frac{\alpha'(r'+R_g)^2 - \alpha''\,(r''+R_g)^2}{\alpha'' - \alpha'}},$$

[1] Stefan, Offic. Bericht der Wiener Ausstellung, 1886, S. 222.

und die Phasenverschiebung ψ des Hauptstromes, welcher dem Mittelwerthe r entspricht, ist durch

$$\tan\psi = p\,\frac{L+L_g}{r+R_g}$$

bestimmt, vorausgesetzt, dass L_1, L_2, r_1, r_2, also auch R_g bekannt sind.

Unter dieser Voraussetzung lässt sich aus $L+L_g$ auch L und mittelst L auch r, d. i. jener Widerstand des Hauptstromkreises berechnen, bei welchem e und E gleiche Phasen haben.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1893

Band/Volume: 102_2a

Autor(en)/Author(s): Puluj J.

Artikel/Article: Über die Phasendifferenz zwischen der elektromotorischen Gesammtkraft und der Spannungsdifferenz an einer Verzweigungsstelle des Stromkreises bei Anwendung harmonischer Wechselströme. 361-374