Zur Theorie der Herstellung hochgespannter Ströme von hoher Frequenz mittelst oscillatorischer Condensatorentladungen

Dr. **Josef Tuma.**

Aus dem physikalischen Cabinete der k. k. Universität Wien.

(Mit 2 Textfiguren.)

In der Entwicklung der Lehre von den oscillatorischen Entladungen haben wir drei Stufen zu unterscheiden. Zuerst waren es Feddersen und W. Thomson, welche diese Erscheinung studirten. Hierauf verbesserte Herz die Methode der Herstellung solcher rascher Wechselströme, so dass dieselben zum Studium anderer höchst interessanter Erscheinungen verwendet werden konnten. Schliesslich hat Tesla Methoden erfunden, rasche elektrische Oscillationen herzustellen, dieselben zu transformiren und für viele Zwecke verwendbar zu machen, für die den mittelst der Herz'schen Anordnung gewonnenen Strömen die nöthige Energie mangelt.

Man erzeugt die elektrischen Oscillationen nach zwei Methoden. Die eine besteht darin, dass man mit eigens zu diesem Zwecke construirten Wechselstrommaschinen direct Ströme von hoher Frequenz herstellt, die zweite, weniger ökonomische, aber für Studienzwecke schon wegen der Billigkeit der zur Verwendung gelangenden Apparate geeignetere, darin, dass man mit Hilfe einer Stromquelle von hoher Spannung einen Condensator ladet und die bei der Entladung zu Stande kommenden elektrischen Oscillationen entweder direct zur Anstellung der verschiedenen Versuche verwendet oder dieselben noch in einer Inductionsspule mit sehr wenig Windungen auf ein beliebiges Potential transformirt.

Wir wollen uns im Folgenden nur mit der zweiten der angeführten Methoden beschäftigen und unseren Berechnungen die usuelle, in der Schaltungsskizze Fig. 1 dargestellte Anordnung zu Grunde legen.

In den Leitungen *A* und *B* werde ein elektrischer Strom (ob Gleich- oder Wechselstrom ist gleichgiltig) von etwa 10.000 V zugeleitet. Dieser verzweige sich einerseits bei *a*,

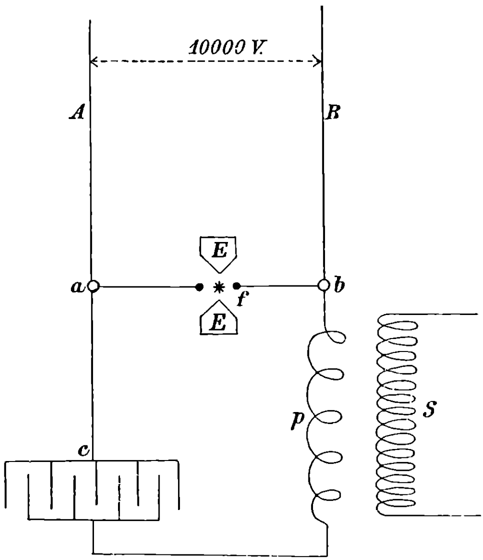

Fig. 1.

und es führe die Leitung von hier zu einer Capacität *c* und zu einer Funkenstrecke in einem magnetischen Felde *f*. Anderseits führe eine Leitung vom Verzweigungspunkte *b* ebenfalls nach *f* und durch die aus etwa 20 Windungen bestehende primäre Spule *p* zur zweiten Belegung des Condensators *c*. Das magnetische Feld, in welchem sich die Funkenstrecke *f* befindet, werde durch den Elektromagneten *E* hergestellt. *s* ist die secundäre Spule (circa 300 Windungen), welche die Spannung der Oscillationen transformirt.

Lassen wir in die Leitungen *A* und *B* den elektrischen Strom von 10.000 V. Spannung eintreten, so wird zunächst durch p hindurch der Condensator geladen. Ist das genügende Potential hergestellt, so wird sich in f ein Lichtbogen bilden und der oscillatorischen Entladung des Condensators den Durchgang durch die Funkenstrecke ermöglichen.

Damit die Entladung aber überhaupt stattfinden kann, muss das Potential im Punkte b sinken, sobald sich der Lichtbogen gebildet hat. Daher muss die Selbstinduction der Stromquelle, welche den 10.000 Volt betragenden Strom liefert, gross sein.

Wir haben also in f einen Lichtbogen, der die Möglichkeit der Oscillationen bedingt, welche letzteren natürlich eine mit der Zeit abnehmende Amplitude besitzen. Dauert der Lichtbogen länger als die Oscillationen, so geht Strom für unser System verloren. Es ist daher nöthig denselben zu unterbrechen, bevor die Amplitude der Oscillationen merklich abgenommen hat. Dies besorgt das magnetische Feld. Dasselbe zwingt den Lichtbogen sich zu verlängern und zerreisst ihn endlich. Da nun die Dauer der Oscillationen sehr kurz ist, wird man das Magnetfeld möglichst kräftig machen, um die zum Zerreissen des Lichtbogens erforderliche Zeit nach Thunlichkeit abzukürzen und einen ökonomischen Betrieb zu erzielen.

Bei meinen Versuchen verwendete ich wiederholt die in Fig. 1 dargestellte Schaltungsweise. Der zur Verfügung stehende Strom ist von der »Internationalen Elektricitätsgesellschaft« gelieferter Wechselstrom von 100 Volt Spannung, welcher vor dem Gebrauche auf circa 10.000 Volt transformirt wird. Ich bediene mich bei meinen Versuchen theils einer von Ducretet & Lejeune gelieferten Zusammenstellung von Apparaten, die mir Herr Hofrath Prof. V. v. Lang zur Verfügung zu stellen so freundlich war und wofür ich hiemit meinen wärmsten Dank zum Ausdrucke bringe, theils von mir selbst hergestellter Apparate. Zur Transformation des Stromes benützte ich oft zwei Transformatoren, die mir die Firma Siemens & Halske in Wien leihweise überliess und der ich ebenfalls bestens danke.

Um mich bei Anstellung meiner Versuche über die Wirkungsweise der getroffenen Anordnung zu orientiren, stellte ich verschiedene Berechnungen an und lasse diejenigen, die mir die interessantesten Resultate zu liefern scheinen, folgen. In denselben bedeuten:

J die Stromstärke im Generator und den Leitungen A und B.
J_1 die Stromstärke in der Funkenstrecke f,
i_1 die Stromstärke in den primären Windungen p,
i_2 die Stromstärke in der Secundärspule s,
E die elektromotorische Kraft des Generators,
v das Potential in b,
V das Potential in c,
W_1 den Widerstand des Generators,
W den Widerstand der Funkenstrecke f,
w_1 den Widerstand in der Primärspule p,
w_2 den Widerstand in der Secundärspule s,
L_1 die Selbstinduction im Generator,
l_1 die Selbstinduction der Primärspule p,
l_2 die Selbstinduction der Secundärspule s,
m die gegenseitige Induction zwischen Primär- und Secundärspule.

Die Gleichungen des Systems sind dann.

$$J W_1 = E - v - L_1 \frac{\partial J}{\partial t} \tag{1}$$

$$J_1 W = v \tag{2}$$

$$i_1 w_1 = V - v - l_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} - m \frac{\partial i_2}{\partial t} \tag{3}$$

$$C \frac{\partial V}{\partial t} = -i_1 \tag{4}$$

$$J_1 = J + i_1 \tag{5}$$

$$i_2 w_2 = -l_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} - m \frac{\partial i_1}{\partial t} \tag{6}$$

Für alle folgenden Berechnungen nehmen wir L_1 sehr gross an, was aus Eingangs erwähnten Gründen nothwendig ist. Daraus folgt

$$J = \text{Constans}. \tag{7}$$

I.

Die erste Frage, welche wir uns vorlegen wollen, sei:

Wodurch ist die Änderung der Energieabgabe im primären Stromkreise bedingt bei Änderung der Energieentnahme von der secundären Spule?

Wir wollen voraussetzen, dass der Lichtbogen in f nur so lange bestehen bleibe, dass die Abnahme der Amplitude der Oscillationen unmerklich ist. Es ist dann zunächst die Frage zu beantworten: wie gross ist die Stromstärke J während der Dauer der Oscillationen?

Wenn wir, wie es Eingangs der Abhandlung als nothwendig bezeichnet wurde, L_1 als sehr gross voraussetzen, so wird das Potential in b nur von den Oscillationen abhängen, und wir können dasselbe $v = E \cos \alpha t$ setzen. Man sieht unmittelbar, dass dann die Stromstärke J gleich Null sein muss.

Es wird also die Energieabgabe vom Generator aus lediglich auf die zur Ladung des Condensators nöthige beschränkt sein.

Führen wir dieses Ergebniss in Gleichung (5) ein, so folgt $J_1 = i_1$ und aus Gleichung (2) $i_1 W = v$, wodurch die Gleichung (3) die Form erhält:

$$i_1 \Omega + l_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + m \frac{\partial i_2}{\partial t} = V \qquad \Omega = W + w_1$$

Wenn wir von der secundären Spule Strom abnehmen, wird die Intensität in der primären bei gleichbleibender Klemmenspannung grösser sein. Wir wollen uns daher gestatten, dies im weiteren Verlaufe unserer Betrachtung als einer Verminderung der Selbstinduction in der primären Spule gleichwerthig anzusehen. Demnach vereinfacht sich vorige Gleichung noch weiters, und wir erhalten

$$i_1 \Omega + l_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} = V,$$

in welcher l_1 eine unabhängige Variabele bedeutet. Diese Gleichung und Gleichung (4) sind identisch mit jenen des Thomson'schen Entladungsproblems, und ihre Lösung hat die bekannte Form.

$$i_1 = A\, e^{-\frac{\Omega}{2 l_1} t} \sin \alpha t.$$

Daraus sieht man aber, dass die Amplitude der Oscillationen umso rascher abnimmt, je kleiner die Selbstinduction ist.

Es muss also bei belastetem, secundärem Stromkreise der Generator die zur Ladung der Capacität nöthige Energie öfter abgeben als bei unbelastetem.

Demnach ist die Quantität der in der Zeiteinheit zu liefernden Energie bedingt durch das logarithmische Decrement der Schwingungen, welches sich mit der Stromabgabe des Secundärkreises ändert.

II.

Schreiben wir wieder die Gleichung (3) in der Form.

$$\Omega i_1 = V - l_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} - m \frac{\partial i_2}{\partial t}$$

J als sehr klein vernachlässigt.

Substituiren wir ferner in diese Gleichung und in Gleichung (6) den Werth von i_1 nach Gleichung (4), so erhalten wir:

$$V + \Omega C \frac{\partial V}{\partial t} + l_1 C \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - m \frac{\partial i_2}{\partial t} = 0 \tag{8}$$

und

$$i_2 w_2 + l_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} - mC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0. \tag{9}$$

Differentiirt man die erste dieser beiden Gleichungen zweimal nach t und substituirt $\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^3 V}{\partial t^3}$, $\frac{\partial^4 V}{\partial t^4}$ aus der zweiten Gleichung, so erhält man eine lineare Differentialgleichung dritter Ordnung. Die Lösung derselben hat die Form $i_2 = A e^{\alpha t}$. Durch Substitution dieses Werthes erhält man eine Bestimmungsgleichung dritten Grades für α. Von den drei Wurzeln α_1, α_2, α_3 müssen, wenn überhaupt Oscillationen stattfinden, eine reell und zwei complex sein. Wir erhalten also die Differentialgleichung dritter Ordnung:

$$\frac{l_1 l_2 - m^2}{m} \frac{\partial^3 i_2}{\partial t^3} + \frac{\Omega l_2 + w_2 l_1}{m} \frac{\partial^2 i_2}{\partial t^2} + \frac{C \Omega w_2 + l_2}{mC} \frac{\partial i_2}{\partial t} + \frac{w_2}{mC} i_2 = 0, \tag{9}$$

ferner die Bestimmungsgleichung

$$\frac{l_1 l_2 - m^2}{m} \alpha^3 + \frac{\Omega l_2 + w_2 l_1}{m} \alpha^2 + \frac{C \Omega w_2 + l_2}{mC} \alpha + \frac{w_2}{mC} = 0. \tag{10}$$

Die allgemeine Lösung der Gleichung (9) wird also die Form haben:

$$i_2 = Ae^{\alpha_1 t} + e^{qt}(Be^{rit} + De^{-rit}),$$

wenn wir $\alpha_2 = q + ri$ und $\alpha_3 = q - ri$ setzen. Da $\frac{w_2}{C(l_1 l_2 - m^2)} =$ $= -\alpha_1 . \alpha_2 . \alpha_3$ eine positive Grösse ist (weil $l_1 l_2 > m^2$), ist α_1 nothwendig negativ.

Es liegt in der Natur der Sache, dass q ebenfalls negativ ist. Demnach können wir, wenn wir statt α_1 .—β und statt

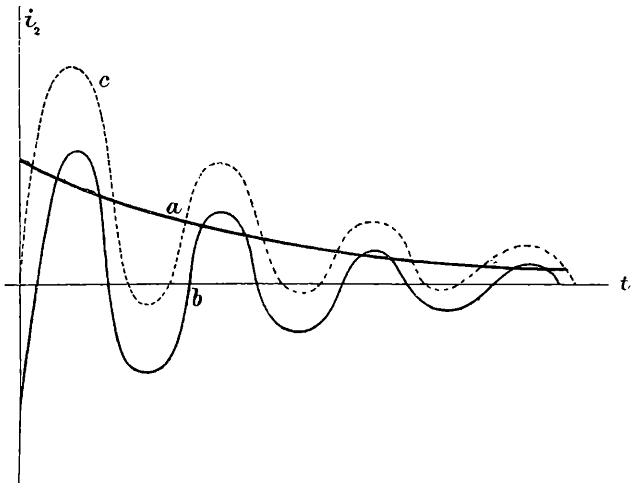

Fig. 2.

q —q schreiben und die imaginären e-Potenzen durch trigonometrische Functionen ausdrücken, folgende Form für i_2 ableiten

$$i_2 = Ae^{-\beta t} + e^{-qt}(B \sin rt + D \cos rt). \tag{11}$$

Der aus der secundären Spule erhaltene Strom wird also in der Übereinanderlagerung eines nach einer e-Potenz abnehmenden Gleichstromes und eines Wechselstromes, dessen Amplitude ebenfalls nach einer e-Potenz abnimmt, bestehen.

Fig. 2 veranschaulicht einen solchen Vorgang durch Curven. Als Abscissen sind die Zeiten, als Ordinaten die Werthe von i_2 aufgetragen.

Die mit a bezeichnete Curve stellt $A_1 e^{-\beta t}$, die mit b bezeichnete Curve stellt die Oscillationen dar. Die Curve c ist die wirklich herrschende Stromstärke.

Hier muss bemerkt werden, dass der Werth $l_1 l_2 - m^2$ wesentlich von der Form der Spule ps (Fig. 1) abhängt. Wäre es möglich, dieselbe so zu machen, dass die von einer primären Windung eingeschlossene Fläche gleich der von einer secundären eingeschlossenen wäre, dann wäre bekanntlich $l_1 l_2 - m^2 = 0$. Die Gleichung (9) wäre dann von der zweiten Ordnung, Gleichung (10) vom zweiten Grade, und die Oscillationen würden genau das Schwingungsgesetz eines Pendels im widerstehenden Mittel befolgen. Da man aber aus Gründen der Isolation einen bedeutenden Zwischenraum zwischen p und s lassen muss, ist diese Bedingung nicht annähernd zu erfüllen.

Wenn also der bei Anstellung der Versuche benützte primäre Strom Gleichstrom ist, wird sich immer zeigen, dass dann, wenn im secundären Stromkreise eine so grosse Funkenstrecke eingeschaltet ist, dass nur mehr Büschelentladungen stattfinden, die Büschel der einen Elektrode stärker sind als die der anderen. Gewöhnlich verwendet man aber zu diesen Versuchen Wechselstrom, und doch wurde diese Beobachtung auch da von mir und anderen zuweilen gemacht. Es gilt aber auch für diesen Fall die gegebene Erklärung. Das von einer Wechselstrommaschine gelieferte Potential hat, namentlich, wenn die Spulen Eisen enthalten, nicht nach beiden Richtungen den gleichen Werth. Diese Unregelmässigkeit macht sich noch mehr geltend, wenn man den ursprünglichen Werth des Potentials auf das 100fache erhöht. Macht man dann die Funkenstrecke f so gross, dass man eben noch disruptive Entladungen erhält, so werden dieselben nur nach einer Richtung erfolgen, daher die Ladung der Capacität c bei Beginn jeder Serie von Oscillationen dasselbe Vorzeichen hat, wodurch die secundäre Entladung in ihrem Beginne, also wenn sie am intensivsten ist, immer dieselbe Richtung erhält.

Anhang.

Ich will hier noch in Kürze eine brillante Lichterscheinung erwähnen, die sich mit Tesla'schen Strömen hervorbringen lässt. Man bereitet sich eine Gypsplatte vor, in welche man zwei Drähte so befestigt, dass sie die Platte quer durchsetzen, auf der vorderen Seite nur wenig vorschauen, rückwärts aber lang genug sind, um an dieselben die Enden der secundären Spule *s* (Fig. 1) anschliessen zu können. Die Drähte müssen so weit von einander entfernt sein, dass kein Funken zwischen ihnen überspringt. Man befestigt dann noch an dem einen Pole der Spule einen biegsamen Draht, den man mittelst einer isolirenden Handhabe halten kann und berührt mit diesem Drahte die Gypsplatte nahe bei dem mit dem anderen Ende der Spule verbundenen Drahtstücke. Es bildet sich dann ein Funkenstrom auf der Oberfläche des Gypses. Führt man nun den Draht langsam über die Platte hin, so folgt der Funkenstrom den Bewegungen des Drahtes, und man kann so auf die Platte Buchstaben, deren Form dazu geeignet ist, in flammender Schrift schreiben.

Erhalten die Curven, welche man so auf die Platte zeichnet, einen zu kleinen Krümmungsradius, so beginnt sich an dieser Stelle der Funkenstrom zu strecken, wobei derselbe vor sich her eine Staubwolke bildet.

Die Erklärung dieser Erscheinung ist wohl sehr naheliegend. Es erwärmt sich unter Einwirkung des Funkenstromes die Gypsplatte, und indem jener nunmehr die warmen und besser leitenden Stellen bevorzugt, verfolgt er immer die eingeschlagene Bahn.