

# Über die Helligkeit des verfinsterten Mondes und die scheinbare Vergrößerung des Erd- schattens

Dr. J. v. Hepperger,

*Professor an der k. k. Universität in Graz.*

(Mit 2 Textfiguren.)

Es ist schon seit langer Zeit bekannt, dass die Helligkeit des im Kernschatten der Erde liegenden Theiles der Mondoberfläche von dem durch die Erdatmosphäre dorthin gebrochenen Sonnenlichte herrührt und daher wesentlich von dem Grade der Durchsichtigkeit und dem Brechungsvermögen unserer Atmosphäre abhängt. Unter Umständen kann die Helligkeit während einer totalen Finsterniss soweit abnehmen, dass der Mond unsichtbar wird, wie die Finsternisse<sup>1</sup> vom 9. December 1620 (Bericht von Cysat an Kepler), 25. April 1642 (Hevel) und 6. Juni 1816 (Steph. Lee in London) dargethan haben.

Diese Abhängigkeit der Helligkeit von den wechselnden Trübungen in unserer Atmosphäre, sowie der erst in neuester Zeit behobene Mangel an verlässlichen Extinctionsbeobachtungen mag dazu beigetragen haben, dass die Intensität der Beleuchtung des verfinsterten Mondes noch nie Gegenstand eingehender Untersuchung geworden ist.<sup>2</sup> Durch einige vor

---

<sup>1</sup> R. Wolf, Handbuch der Astronomie, Zürich 1890, I. Bd., S. 519.

<sup>2</sup> Laplace scheint sich hiemit nur sehr flüchtig befasst zu haben, wie aus der Bemerkung in »Oeuvres Complètes de Laplace« tome VI, livre I, chap. 16, hervorgeht, dass, wenn das Licht in unserer Atmosphäre keine Absorption erfahren würde, der Mittelpunkt des Mondes bei einer centralen Finsterniss mehr Licht empfangen würde, als bei voller Beleuchtung durch die Sonne (während

wenigen Jahren veröffentlichte Beobachtungen der Helligkeit des verfinsterten Mondes angeregt, habe ich mir die Aufgabe gestellt, die Helligkeit aus den Elementen der Finsternisse zu berechnen. Es liegt in der Natur dieses Problems, dass eine genaue Lösung desselben nicht gegeben werden kann, so lange die meteorologischen Verhältnisse der Erdatmosphäre nicht ihrem vollen Umfange nach bekannt sind. Man wird aber auch, um die Schwierigkeiten, die sich der analytischen Behandlung des Problems entgegenstellen, einigermaßen zu mindern, genöthigt sein, gewisse vereinfachende Annahmen zu machen, wozu man umsomehr berechtigt ist, als auch die Wirkungen von Refraction und Absorption nur näherungsweise angegeben werden können.

Es wird in Folgendem davon abgesehen, dass die Helligkeit der Sonne gegen den Rand zu abnimmt, und die Sonne als eine durchaus gleichmässig leuchtende Scheibe vorausgesetzt. Ferner wird angenommen, dass die Erdoberfläche und die Flächen gleichen Druckes und gleicher Temperatur in der Atmosphäre concentrische Kugelflächen seien und der Einfluss localer Trübungen vernachlässigt werden könne. Des Weiteren wird die Annahme gemacht, dass alle Punkte der Mondoberfläche sich in demselben Abstände vom Erdmittelpunkte befinden und daher die Begrenzung des Erdschattens auf dem Monde durch einen Kreisbogen dargestellt sei. Da die Helligkeit irgend eines im Schattenkegel der Erde gelegenen Punktes von den Refractions- und Absorptionsbeträgen der verschiedenen atmosphärischen Schichten abhängt, werde ich mit den hierauf Bezug nehmenden Untersuchungen beginnen.

### Refraction.

Bei Vernachlässigung der Abplattung der Erde, sowie der Verschiedenheit der Lufttemperatur in gleichen Abständen vom Erdcentrum ist der Weg jedes die Atmosphäre durchsetzenden

---

er thatsächlich bei mittlerem Abstände des Mondes von der Erde nur ungefähr  $\frac{1}{60}$  der dem Volllichte entsprechenden Lichtmenge erhält) und dass durch die Absorption das Verhältniss dieser Lichtmengen bei Finsternissen im Apogäum 0.02, im Perigäum 0.0036 werde (dieses Verhältniss ist annähernd gleich 0.000008, respective 0.000002).

Lichtstrahles eine Curve, welche durch die Linie der kürzesten Entfernung vom Erdmittelpunkte in zwei symmetrisch zu derselben verlaufende Äste getheilt, mithin in ihrem Scheitelpunkte getroffen wird. Die ganze Ablenkung, welche der Lichtstrahl durch die Atmosphäre erleidet, ist sonach gleich dem doppelten Betrage der Horizontalrefraction für den Scheitelpunkt der Curve und nach jeder Refractionstheorie nur eine Function des in verticaler Richtung gemessenen Abstandes dieses Punktes von der Erdoberfläche. Da die verschiedenen Refractionstheorien auf verschiedenen Annahmen über die Temperaturänderung innerhalb der Grenzen der Atmosphäre basiren und die in ihnen auftretenden Constanten meist so bestimmt sind, dass die beobachteten Refractionen, welche vorzüglich von der Beschaffenheit der untersten Luftschichten abhängen, möglichst gut dargestellt werden, so ist zu erwarten, dass die aus verschiedenen Theorien berechneten Refractionen nicht unwesentlich von einander abweichen werden, und zwar um Beträge, welche bis zu einer gewissen Grenze mit der Erhebung des Scheitelpunktes der Lichtcurve zunehmen. Je rascher die Dichte der Luft mit wachsender Höhe abnimmt, desto schneller erfolgt auch die Abnahme der Refraction.

Nun gibt es allerdings kein sicheres Kriterium für die Aufstellung einer Grenze, unter welcher die Dichte der Luft in sehr grossen Höhen nicht angenommen werden darf, indem die hierauf bezugnehmenden Erscheinungen immerhin auf verschiedene Weise erklärt werden können. So fehlt es auch nicht an Hypothesen über die Ursache des Leuchtens der Sternschnuppen. Hievon dürfte jedoch jene, und wie mir scheint mit Recht, die meisten Anhänger besitzen, welche das Leuchten als eine Folge der durch den Widerstand der Luft hervorgerufenen Wärmeentwicklung betrachtet. Zur Berechnung dieser Wärmeentwicklung macht Herr Schiaparelli<sup>1</sup> zwei auf ballistischen Experimenten beruhende Annahmen, dass die Abhängigkeit des Widerstandes  $U$  von der in Metern ausgedrückten Geschwindigkeit  $u$  durch die Formeln dargestellt werde:

<sup>1</sup> Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen, übersetzt von G. v. Boguslawski; erste und zweite Note.

$$I. \quad U = 0.0260 \left( 1 + \frac{u}{400} \right) \cdot u^2$$

$$II. \quad U = 0.0387 \left[ 1 + \left( \frac{u}{600} \right)^2 \right] u^2$$

$U$  bedeutet den von der Luft bei der Temperatur  $0^\circ$  im Niveau des Meeres auf den Quadratmeter des grössten Kreises des Projectils ausgeübten Überdruck in Kilogrammen. Die absolute Temperatur  $T'$ , auf welche eine Luftschicht von der Temperatur  $T$  durch Compression gebracht wird, erhält man aus der Formel

$$\frac{T'}{T} = \left( 0.02643 \frac{U}{T} \right)^{0.2933}$$

Für  $u = 72000 \text{ m}$  und  $T = 123$  ( $= -150^\circ \text{ C.}$ ) wird nach Formel I:

$$T' = 11493 \text{ (} = 11220^\circ \text{ C.)},$$

nach Formel II:

$$T' = 42776 \text{ (} = 42503^\circ \text{ C.)}.$$

Die Abnahme der Geschwindigkeit einer in verticaler Richtung in die Atmosphäre mit einer anfänglichen Geschwindigkeit von  $72000 \text{ m}$  eindringenden Kugel von  $4 \text{ cm}$  Durchmesser und dem specifischen Gewichte  $3.5$  lässt sich aus folgender Zusammenstellung ersehen.

	Formel I	Formel II
	$p$	$p$
$72000 \text{ m}$	$0.000 \text{ mm}$	$0.0000 \text{ mm}$
$60000$	$0.038$	$0.0005$
$48000$	$0.096$	$0.0013$
$36000$	$0.192$	$0.0031$
$24000$	$0.383$	$0.0082$
$12000$	$0.950$	$0.0358$

$p$  bedeutet die in Millimetern ausgedrückte Höhe der Quecksilbersäule, welche dem Luftdrucke in jener Schicht das Gleichgewicht hält, in welcher die anfängliche Geschwindigkeit auf die beigefügte Zahl reducirt erscheint. Aus dieser Tafel ist ferner die rasche Abnahme von  $p$  beim Übergange von Formel I

auf II ersichtlich. Da  $p$  dem Durchmesser der Kugel und dem specifischen Gewichte derselben proportional ist, letzteres aber für die überwiegende Mehrheit der Sternschnuppen den angenommenen Werth nicht viel übersteigen wird, während der Diameter derselben im Durchschnitte wahrscheinlich viel kleiner ist als  $4\text{ cm}$ , so nimmt die Geschwindigkeit der Sternschnuppen nach Formel II mit der Drucksteigerung in der Atmosphäre bereits so rapid ab, dass man durch Einführung einer höheren Potenz von  $u$  in den Ausdruck für  $U$  der Wahrheit kaum näher kommen dürfte.

Nach Herrn Newton ist für die Novembermeteore (Leoniden), welche den Elementen ihrer Bahn zufolge mit einer relativen Geschwindigkeit von etwa  $70\text{ km}$  in die Atmosphäre eindringen, die mittlere Höhe des Aufleuchtens circa  $155\text{ km}$ . In dieser Höhe müsste nach den gemachten Annahmen die Dichte der Luft noch so gross sein, dass die durch Compression bewirkte Temperatursteigerung das Glühen der Körper rechtfertigt. Untersuchen wir von diesem Gesichtspunkte aus zunächst Ivory's Theorie der Refraction, in welcher, unter Beibehaltung der üblichen Bezeichnungsweise ( $\rho =$  Dichte,  $p =$  Druck,  $t =$  Temperatur,  $s = \frac{r-a}{a}$  etc.):

$$\rho = \rho_0 e^{-u}; \quad s = \frac{l_0}{a} \left[ \frac{7}{9} u + \frac{4}{9} (1 - e^{-u}) \right];$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{1 + mt}{1 + mt_0}.$$

Hieraus erhält man für folgende Höhen

Höhe	$\log \frac{\rho}{\rho_0} + 20$	$p$	$t_0 - t$
$80\text{ km}$	14.8249	$0.003950\text{ mm}$	$60.5$
100	13.4691	174	$60.5$
120	12.1134	8	$60.5$
140	10.7575	0	$60.5$
160	9.4006	0	$60.5$

$$m = 0.00367 \quad \log \frac{1 + mt}{1 + mt_0} = 9.8909 - 10.$$

Formel II gibt für eine Geschwindigkeit von 72000 *m*  $\log U = 12 \cdot 3323$ ; ist  $t = -60 \cdot 5$ , also  $T = 212$ , so wird  $T' = 62830$  ( $= 62557^\circ \text{C}$ ). Die Erwärmung eines Körpers durch ein glühendes Gas hängt ausser von der Temperatur des Gases auch von der Dichte desselben, sowie von der Zeit der Berührung ab. Bezeichnet  $P, D$  Druck und Dichte der comprimierten Luft,  $p, \rho$  Druck und Dichte der Luft vor der Compression,  $k$  das Verhältniss der specifischen Wärme bei constantem Druck zu jener bei constantem Volum, so ist

$$\frac{P}{p} = \left(\frac{D}{\rho}\right)^k = \left(\frac{T'}{T}\right)^{k-1}$$

demnach

$$\log \frac{P}{p} = 8 \cdot 4283$$

$$\log \frac{D}{\rho} = 5 \cdot 9564$$

und es wird

	Höhe	
	150 km	160 km
$\frac{\rho_0}{D}$	9205	43960
$\frac{p_0}{P}$	40	190

In diesen Höhen wäre sonach der Druck der comprimierten Luft noch viel kleiner als der Atmosphärendruck an der Erdoberfläche und daher die durch Compression des Meteors erzeugte Wärme verschwindend klein. Auch wird die geringe Dichte der erhitzten Luftschicht den Erwärmungsprocess wesentlich verlangsamen, indem die in einer bestimmten Zeit dem Körper zugeführte Wärme dieser Dichte proportional ist. Wenn das Meteor während einer vollen Secunde der Erwärmung durch eine glühende Luftschicht von der einer Höhe von 150 km respective 160 km entsprechenden Dichte  $D$  ausgesetzt gewesen wäre, so würde die Temperatursteigerung ungefähr so gross sein wie jene, welche es durch eine unter dem Atmosphärendruck  $p_0$  glühende Luftschicht von derselben Temperatur im

Zeitraume von  $\frac{1}{40}$ , respective  $\frac{1}{190}$  Secunde erfahren hätte. Da die Dichte der Luft nach Ivory's Theorie so rasch abnimmt, dass sie bei einer Höhenzunahme von  $10 \text{ km}$  nur ungefähr  $\frac{1}{5}$  des ursprünglichen Werthes beträgt, so ist die Zeit, während welcher die Meteore des Novemberschwarmes in ihren Bahnen bis zu einer Höhe von  $155 \text{ km}$  sich beträchtlich erwärmen, kleiner als 1 Secunde und die aufgenommene Wärmemenge wahrscheinlich noch geringer als jene, welche ihnen unter dem Drucke  $p_0$  in  $\frac{1}{1000}$  Secunde zugeführt worden wäre. In so kurzer Zeit dürfte selbst eine Flamme, deren Temperatur  $62000^\circ \text{ C.}$  beträgt, kaum im Stande sein, einen Körper derart zu erhitzen, dass das von ihm ausgestrahlte Licht in so grosser Entfernung noch solchen Eindruck macht, wie das Aufleuchten einer Sternschnuppe.

Noch klarer offenbart sich die geringe Eignung der Ivory'schen Theorie, auf mechanischem Wege das Glühen der Meteore zu erklären, wenn man die hiezu nöthige Wärmemenge mit der zur Überwindung des Luftwiderstandes aufgewendeten Arbeit in Beziehung bringt. Die Arbeit  $A$ , bezogen auf den Quadratmeter des grössten Kreises  $= a \int \frac{\rho}{\rho_0} U \cdot ds$ ; bei Vernachlässigung der Geschwindigkeitsabnahme erhält man

$$A_0 = aU \int \frac{\rho}{\rho_0} ds; \quad A < A_0$$

und da für Höhen über  $100 \text{ km}$  bei der Differentiation der Gleichung

$$s = \frac{l_0}{a} \cdot \frac{7}{9} u + \frac{4}{9} \cdot \frac{l_0}{a} (1 - e^{-u})$$

das zweite Glied unbedenklich vernachlässigt werden kann,

$$A_0 = \frac{7}{9} l_0 \cdot U \cdot \frac{\rho_1}{\rho_0};$$

$\rho_1$  = Dichte der Schicht, bis zu welcher das Meteor in verticaler Richtung vorgedrungen ist.

Für  $\log U = 12 \cdot 3323$  wird  $\log A_0 = 16 \cdot 1389 + \log \frac{\rho_1}{\rho_0}$ .

Wenn die ganze Arbeit in Wärme umgesetzt würde, so wäre

die Anzahl der durch eine Kugel von 4 *cm* Durchmesser erzeugten Wärmeinheiten (Arbeitsäquivalent der Wärmeinheit = 430 *kgm*) in 150 *km*, respective 160 *km* Höhe 4·83, respective 1·01. Hieraus folgt, dass selbst in dem Falle, dass diese Wärmemenge einem einzigen Gramm der meteorischen Substanz mitgetheilt wird, die Temperatur kaum höher steigen würde, als auf 20000, respective 4000° C. Wenn man bedenkt, dass nur ein kleiner Theil der verlorenen Energie dem bewegten Körper in Form von Wärme rückerstattet wird, dass ferner der Durchmesser der Sternschnuppen im Mittel wahrscheinlich wesentlich kleiner als 4 *cm* und die entwickelte Wärme dem Quadrate des Durchmessers proportional ist, so kann man sich der Überzeugung nicht verschliessen, dass die Dichte der Luft in den Höhen, in welchen sich das Sternschnuppenphänomen darbietet, viel grösser sein muss als jene, welche aus Ivory's Theorie folgt.

Dieses Erforderniss wird durch die der Bessel'schen Theorie zu Grunde liegende Annahme über die Änderung der Dichte erfüllt. Da die in meiner Abhandlung »Zur Theorie der astronomischen Refraction«<sup>1</sup> entwickelte Refractionsformel auf derselben Annahme basirt und die Refractionen in der Nähe des Horizontes hiedurch besser dargestellt werden, als nach der Bessel'schen Formel, habe ich auch zur Berechnung der Horizontalrefraction in ihrer Abhängigkeit von der Höhe der Lichtcurve über der Erdoberfläche mich ersterer Formel bedient.

Bedeutet  $\rho$ ,  $p$ ,  $g$ ,  $t$  Dichte, Druck der Luft, Schwerkraft und Temperatur in der Entfernung  $r$  vom Erdcentrum und der Index 0, dass sich diese Grössen auf die Erdoberfläche beziehen, so ist, wenn  $a_0$  den Erdhalbmesser ausdrückt und  $m$  den Ausdehnungscoëfficienten der Luft für 1° C.:

$$s = \frac{r - a_0}{a_0}; \quad l_0 = \frac{p_0}{\rho_0 g_0}; \quad \kappa_0 = a_0 \left( \frac{1}{l_0} - \frac{m \omega_0}{1 + m t_0} \right);$$

$$\beta_0 = \frac{c \rho_0}{1 + c \rho_0}; \quad \rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{1 + m t_0}{1 + m t}; \quad \frac{1 + m t_0}{1 + m t} = 1 + \frac{m \omega_0 a_0 s}{1 + m t_0};$$

$$\nu = \frac{1}{e - 1}; \quad \nu - \mu_0 = \frac{2}{\kappa_0}; \quad \rho = \rho_0 e^{-\kappa_0 s}; \quad \frac{1}{k^2} = 1 + \frac{\nu(\nu - \mu_0 - \beta_0)}{\beta_0 \mu_0}$$

<sup>1</sup> Diese Sitzungsberichte, Bd. 102, Abth. II. a. April 1893.



und die Horizontalrefraction an der Erdoberfläche  $\Theta_0$  in Bogen-  
secunden:

$$\Theta_0 = \frac{k_0}{\sin 1''} \sqrt{\frac{\beta_0}{\mu_0}} \int_{\varphi_1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{\sqrt{1 - k_0^2 \sin^2 \varphi}};$$

$$\sin \varphi_1 = \sqrt{1 - \nu};$$

$$\varphi_1 = 40^\circ 16' 54''.4.$$

Durch Entwicklung dieses Integrals in eine nach Potenzen  
von  $k_0$  fortschreitende Reihe erhält man

$$\int_{\varphi_1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{\sqrt{1 - k_0^2 \sin^2 \varphi}} = b_0 + b_1 k_0^2 + b_2 k_0^4 + b_3 k_0^6 +$$

Die Werthe der Constanten sind folgende:

$$\begin{aligned} b_0 &= 0.680490, & \log \beta_0 &= 6.747845, \\ \log b_1 &= 9.448640, & \log \mu_0 &= 9.762745, \\ \log b_2 &= 9.25764, & \log \nu &= 9.764906, \\ \log b_3 &= 9.12508, & \log k_0 &= 9.642700, \\ \log b_4 &= 9.0230, \\ \log b_5 &= 8.9401, \\ \log b_6 &= 8.870, \\ \log b_7 &= 8.811, \end{aligned}$$

$$\frac{a_0}{l_0} = 773.354, \quad \frac{m\omega_0 a_0}{1 + mt_0} = 81.00, \quad t_0 = 9^\circ 3 C.$$

Um die Horizontalrefraction  $\Theta_1$  für einen um  $a_1$  vom Erd-  
centrum entfernten Punkt abzuleiten, muss man an Stelle der  
bisherigen Constanten jene setzen, welche für  $a_1$  Geltung  
haben.

Es sei

$$s' = \frac{r - a_1}{a_1}; \quad \Delta = \frac{a_1 - a_0}{a_0}; \quad l_1 = \frac{\rho_1}{\rho_1 g_1};$$

$$x_1 = a_1 \left( \frac{1}{l_1} - \frac{m\omega_1}{1 + mt_1} \right); \quad \beta_1 = \frac{c\rho_1}{1 + c\rho_1},$$

so wird

$$\rho = \rho_1 e^{-\kappa_1 s'}; \quad \rho_1 = \rho_0 e^{-\kappa_0 \Delta}; \quad \frac{1 + mt_0}{1 + mt_1} = 1 + 81 \Delta;$$

$$\frac{l_0}{l_1} = \frac{g_1}{g_0} \frac{1 + mt_0}{1 + mt_1}.$$

Durch die Annahme  $\omega_0 = \omega_1$  wird

$$\frac{\kappa_1}{\kappa_0} = \frac{a_1}{a_0} \frac{1 + mt_0}{1 + mt_1}$$

oder näherungsweise

$$\frac{l_0}{l_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_0} = \frac{1 + mt_0}{1 + mt_1}$$

Die neuen Constanten sind demnach:

$$\frac{1}{l_1} = \frac{1}{l_0} (1 + 81 \Delta), \quad \nu - \mu_1 = \frac{2}{\kappa_1},$$

$$\kappa_1 = \kappa_0 (1 + 81 \Delta), \quad \frac{1}{k_1^2} = 1 + \frac{\nu(\nu - \mu_1 - \beta_1)}{\mu_1 \beta_1},$$

$$\beta_1 = \beta_0 e^{-\kappa_0 \Delta}$$

und man erhält die Horizontalrefraction für die Höhe  $a_1 - a_0$  durch die Formel

$$\Theta_1 = \frac{k_1}{\sin 1''} \sqrt{\frac{\beta_1}{\mu_1}} [b_0 + b_1 k_1^2 + b_2 k_1^4 + b_3 k_1^6 + \dots] \quad 1)$$

Die Coëfficienten  $b_0, b_1 \dots$  sind dieselben, wie in der Gleichung für  $\Theta_0$ , da die Integrationsgrenzen sich nicht geändert haben. Die nach dieser Formel, in welcher die Zahl der einzubeziehenden Glieder für wachsende  $\Delta$  rasch abnimmt, berechneten Refractionen sind in der Tafel auf S. 224 enthalten. Für  $\Delta = 0 \cdot 001$  gibt diese Formel fast genau denselben Werth, wie die Bessel'sche Formel, wenn in derselben  $l$  der Temperaturabnahme entsprechend geändert wird. Für grössere  $\Delta$  gibt letztere Formel etwas kleinere Refractionen und dürfte der Unterschied im Maximum bis auf etwa  $15''$  anwachsen.

Dichte, Druck und Temperatur der Atmosphäre werden für ein gegebenes  $\Delta$  durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$\rho = \rho_1 e^{-\kappa_1 s'}; \quad \rho_1 = \rho_0 e^{-\kappa_0 \Delta}; \quad p_1 = a_1 \rho_1 \int_0^\infty g e^{-\kappa_1 s'} ds'$$

oder, wenn man für  $g$  den Anfangswerth  $g_1$  setzt:

$$p_1 = \frac{a_1 \rho_1 g_1}{\kappa_1}; \quad p_0 = l_0 \cdot g_0 \cdot \rho_0; \quad \frac{1 + mt_1}{1 + mt_0} = \frac{a_1 g_1}{\kappa_1 l_0 g_0}.$$

Da die zur Ableitung der Formel  $\rho = \rho_0 e^{-\dots}$  gemachte Annahme  $p = p_0 \cdot e^{-\frac{a_0}{l_0} s}$  die Druckabnahme wegen Vernachlässigung der Temperaturänderung zu langsam erfolgen lässt, so gibt die Formel auch die Dichte zu gross, wesshalb der hieraus bestimmte Druck  $p_1$  für  $\Delta = 0$  nicht in  $p_0$  übergeht, sondern merklich grösser bleibt. Die Werthe von  $\rho$ ,  $p$ ,  $t$  für Höhen zwischen 80 *km* und 160 *km* sind folgende:

Höhe	$\log \frac{\rho}{\rho_0} + 10$	$\log \frac{p}{p_0} + 10$	$p$	$t$
80 <i>km</i> .	6·2255	5·9636	0·069890 <i>mm</i>	—118°3
100	5·2819	4·9670	7044	—136·0
120	4·3382	3·9759	719	—150·1
140	3·3946	2·9893	74	—161·7
150	2·9228	2·4974	24	—166·7
160	2·4502	2·0056	8	—171·3

Für  $u = 72000$  *m* wird

Höhe	150 <i>km</i>	160 <i>km</i>
$t'$	38060° C.	36870° C.
$\frac{\rho_0}{D}$	8	23
$\frac{p_0}{P}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{6}$

Nach dieser Hypothese werden sich demnach die Meteore trotz der niedrigeren Temperatur der umgebenden Luft wegen der bedeutend grösseren Dichte derselben viel rascher erwärmen, als nach Ivory's Theorie. Ferner wird

$$A_0 = U \cdot \int_{a_1}^\infty \frac{\rho}{\rho_0} dr = \frac{a_1 U \cdot \rho_1}{\kappa_1 \rho_0}.$$

Die geleistete Arbeit ist wegen der Geschwindigkeitsabnahme etwas kleiner. Ein Meteor von 4 *cm* Durchmesser, dessen specifisches Gewicht 3·5 ist, würde in einer Höhe von 150 *km* eine um 830 *m*, in einer Höhe von 160 *km* eine um 270 *m* kleinere Geschwindigkeit besitzen, als beim Eintritte in die Atmosphäre. Sieht man von diesem Geschwindigkeitsverluste ab, so ist das Wärmeäquivalent der Arbeit bei 150 *km* und 160 *km* gleich 1704, respective 551. Selbst wenn nur  $\frac{1}{100}$  dieser Wärmemenge auf den bewegten Körper übergeht, dürfte seine äusserste Schicht in lebhaftes Gluth versetzt werden.

### Absorption.

Laplace hat durch die Annahme, dass die absorbirende, sowie die brechende Kraft der Luft ihrer Dichte proportional sei, eine einfache Beziehung zwischen Absorption und Refraction aufgestellt, die in folgender Gleichung ihren Ausdruck findet:

$$\log \frac{J_0}{J} = \frac{H\zeta}{\sin z},$$

worin  $z$  die scheinbare Zenithdistanz des Himmelskörpers,  $\zeta$  den Betrag der Refraction,  $J_0$  die Intensität des ungeschwächten Lichtes,  $J_0 - J$  den Intensitätsverlust durch Absorption, und  $H$  eine Constante bedeutet. Bezeichnet  $J_1$  die Intensität für  $z = 0$ , so wird, da nach Bessel  $\log \left( \frac{\zeta}{\sin z} \right)_{z=0} = 1.7616$ ,

$$\log \log \frac{J_0}{J_1} = \log H + 1.7616.$$

Nach diesen Formeln hat Herr Seeliger<sup>1</sup> aus folgenden Werthen von  $\log \frac{J_1}{J}$ , welche der Extinctionstabelle des Herrn G. Müller entnommen sind, unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate erhalten:

---

H. Seeliger, Über die Extinction des Lichtes in der Atmosphäre. Sitzungsber. der math.-phys. Classe der königl. bayr. Akad. der Wiss. 1891, Bd. XXI, Heft III.

$$\log H = 7 \cdot 1258 - 10; \quad \frac{J_1}{J_0} = 0 \cdot 837$$

Die Müller'schen Werthe sind mit  $M$ , die aus der Laplace'schen Formel berechneten mit  $L$  überschrieben;  $x$  ist der absorbirenden Luftmasse proportional.

$z$	$M$	$L$	$M-L$	$x$
0°	0	0	0	1·0
20	0·004	0·005	— 1	1·1
40	0·024	0·023	+ 1	1·3
50	0·048	0·043	+ 5	1·6
60	0·092	0·077	+15	2·0
70	0·180	0·146	+34	2·9
75	0·261	0·216	+45	3·8
80	0·394	0·352	+42	5·6
81	0·432	0·395	+37	6·1
82	0·477	0·448	+29	6·8
83	0·533	0·515	+18	7·7
84	0·607	0·599	+ 8	8·8
85	0·707	0·707	0	10·2
86	0·846	0·859	—13	12·1
87	1·045	1·066	—21	14·8
87·5	1·176	1 208	—32	16·7

Herr Seeliger bemerkt hierzu: »Die Darstellung der Beobachtungen ist eine recht befriedigende. Indessen sind die Differenzen doch von systematischem Charakter, dem wir um so grösseres Gewicht zusprechen werden, als auch die Seidel'schen Beobachtungen, die mit einem ganz anderen Instrumente ausgeführt sind, Abweichungen von der Theorie in demselben Sinne geben« und untersucht anschliessend hieran, inwieweit diese Abweichungen aus dem zuerst von Herrn Langley hervorgehobenen Umstände zu erklären seien, dass die Absorptionsformel nur für einfarbiges Licht gilt, während die Beobachtung die durch Vereinigung der Intensitäten der einzelnen, verschiedener Absorption unterworfenen Spectralfarben

gebildete Gesamtintensität gibt. Hiedurch scheinen aber nach der eingehenden Untersuchung diese Abweichungen nur zu einem kleinen Theile gerechtfertigt, indem schon wegen des intensiven Hervorleuchtens der gelben Farbe in den Spectren der meisten Sterne die physiologischen Wirkungen der übrigen Farben von untergeordneter Bedeutung sind, so dass man mit Herrn Seeliger wird behaupten dürfen, dass für die Photometrie, welche die Stärke des Lichtes nach seinen physiologischen Wirkungen misst, die Einwände des Herrn Langley trotz ihrer principiellen Richtigkeit und Wichtigkeit von keiner grossen Bedeutung sind.

Wenn aber der Grund der zwischen Theorie und Beobachtung bestehenden Discordanz nicht im polychromen Lichte der Sterne liegt, so wird man ihn wohl in der Theorie suchen dürfen.

Herr Müller<sup>1</sup> hat bei Höhen der Sonne zwischen 3° und 44° zahlreiche Messungen der Intensität verschiedener Farben ihres Spectrums ausgeführt, aus denen unzweifelhaft hervorgehen würde, dass für alle beobachteten Spectralregionen der Absorptionscoefficient zugleich mit der Sonnenhöhe abnimmt. Leider erhielt das Spectralphotometer das Licht mittelst eines Heliostaten, wodurch die Intensitäten einer bestimmten Farbe bei verschiedenem Stande der Sonne nicht mit einander vergleichbar sind.<sup>2</sup> Es schien mir jedoch nicht überflüssig, den Versuch zu machen, die Formel, welche die Spectralbeobachtungen ganz befriedigend darstellt, indem der aus sämtlichen Beobachtungen berechnete wahrscheinliche Fehler noch etwas kleiner wird, als der von Herrn Müller auf graphischem Wege hiefür erhaltene, auch zur Reduction der hier angeführten Müller'schen Werthe für  $\log \frac{J_1}{J}$  zu benützen, wobei sich zeigte, dass die Darstellung derselben wesentlich

---

<sup>1</sup> Astr. Nachrichten, Bd. 103, Nr. 2464.

Auf diesen Umstand wurde ich anlässlich einer kurzen Besprechung der Grundzüge dieser Arbeit in einer Abtheilungssitzung des Congresses deutscher Naturforscher und Ärzte (Wien 1894) von Herrn Seeliger aufmerksam gemacht, nachdem ich die vollständige Reduction der Beobachtungen bereits durchgeführt hatte.

besser wird, als nach der Laplace'schen Formel. Die Formel, zu welcher ich gelangt bin, beruht auf den Annahmen, dass die Absorption, welche eine Luftschicht von sehr geringer Dicke ausübt, dem Drucke, unter welchem sie steht, proportional sei und dass der Absorptionscoëfficient bei wachsender Entfernung dieser Schicht von der äussersten Luftschicht abnehme. Die erstere Annahme, welche für sich allein zu einem von der Laplace'schen Formel nur unbedeutend abweichenden Ergebnisse führen würde, habe ich gemacht, weil es wahrscheinlich ist, dass auch bei niedrigen Temperaturen die Absorption mit der Temperatur wächst.

Bezeichnet  $\alpha$  den Absorptionscoëfficienten einer Luftschicht unter dem Drucke  $p_0$ ,  $i$  den spitzen Winkel zwischen der Tangente an die Refractionscurve und dem Radiusvector, so wird für

$$s = \frac{r-a}{a}; \quad p = p_0 e^{-\frac{a}{l}s}$$

$$\frac{dJ}{J} = \frac{\alpha \alpha e^{-\frac{a}{l}s} ds}{\cos i}.$$

Es sei ferner

$$\int_s^\infty \frac{e^{-\frac{a}{l}s}}{\cos i} ds = S; \quad \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{a}{l}s}}{\cos i} ds = \mathfrak{S},$$

dann ist

$$\frac{dJ}{J} = -\alpha \alpha dS.$$

Ich mache nun die Annahme:

$$d\alpha = -\Delta\alpha \cdot c \cdot e^{-cs} dS$$

oder, was auf dasselbe hinauskommt:

$$\alpha = \alpha_0 - \Delta\alpha(1 - e^{-cS}),$$

wo  $\alpha_0$  den auf den Druck  $p_0$  reducirten Absorptionscoëfficienten der äussersten Luftschicht bedeutet und  $\Delta\alpha$ ,  $c$  Constante sind.

Man erhält sonach

$$\frac{dJ}{J} = -a(\alpha_0 - \Delta\alpha)dS - a\Delta\alpha e^{-cS} dS.$$

Da  $S$  für  $s = 0$  in  $\vartheta$  übergeht und für  $s = \infty$  Null ist, so ergibt die Integration der Gleichung zwischen diesen Grenzen ( $M = \text{Modulus}$ )

$$\log \frac{J_0}{J} = Ma(\alpha_0 - \Delta\alpha)\vartheta + Ma \cdot \frac{\Delta\alpha}{c} (1 - e^{-c\vartheta}).$$

Setzt man zur Abkürzung

$$X = M \cdot a \cdot (\alpha_0 - \Delta\alpha),$$

$$Y = M \cdot \frac{a\Delta\alpha}{c},$$

$$Z = e^c,$$

so ist

$$\log \frac{J_0}{J} = X\vartheta + Y(1 - Z^{-\vartheta}). \quad 2)$$

Für  $z = 0$  ist  $J = J_1$  und  $\vartheta = \vartheta_1 = \frac{l}{a}$ , daher

$$\log \frac{J_1}{J} = X(\vartheta - \vartheta_1) + Y(Z^{-\vartheta_1} - Z^{-\vartheta}). \quad 3)$$

Die Bestimmung der Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate ergab

$$\begin{aligned} \log X &= 1 \cdot 7269, & \log a\alpha_0 &= 2 \cdot 3738, \\ \log Y &= 9 \cdot 1112, & \log c &= 2 \cdot 5822, \\ \log \cdot \log Z &= 2 \cdot 2200, & \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} &= 0 \cdot 4807, \end{aligned}$$

$$\frac{J_1}{J_0} = 0 \cdot 760.$$

Die Darstellung der Beobachtungen ( $M-H$ ) ist aus folgender Tafel ersichtlich, in welche auch die Werthe von  $M-L$  und  $x$  aus der vorhergehenden Tafel aufgenommen sind.



	$M-L$	$M-H$	$\log \vartheta$	$\frac{\vartheta}{\vartheta_0}$	
0	0	0	7·1116	1·0	1·0
20	— 1	— 3	1386	1·1	1·1
40	+ 1	— 8	2270	1·3	1·3
50	+ 5	— 9	3028	1·6	1·6
60	+15	— 7	4111	2·0	2·0
70	+34	+ 1	5739	2·9	2·9
75	+45	+ 8	6919	3·8	3·8
80	+42	+ 9	8571	5·6	5·6
81	+37	+ 6	8993	6·1	6·1
82	+29	+ 1	9457	6·8	6·8
83	+18	— 4	7·9974	7·7	7·7
84	+ 8	— 7	8·0555	8·8	8·8
85	0	— 7	1215	10·2	10·2
86	—13	— 4	1976	12·2	12·1
87	—21	+ 3	2870	15·0	14·8
87·5	—32	+ 5	8·3379	16·8	16·7

Der engere Anschluss an die Beobachtung, welcher durch die letztere Formel erreicht wird, lässt vermuthen, dass sich dieselbe auch für die Extrapolation besser eignet. Zugleich ersieht man, dass trotz der bedeutenden Abnahme des Absorptionscoëfficienten, welche für  $z = 87^\circ 5$  an der Erdoberfläche dem Maximalwerthe  $\Delta z$  schon sehr nahe gleichkommt, sowohl die Darstellung der Beobachtungen, als auch der Werth von  $\frac{J_1}{J_0}$  verhältnissmässig wenig geändert wird und desshalb aus dem Umstande, dass die Laplace'sche Formel die Beobachtungen befriedigend darstellt, noch nicht auf die Unveränderlichkeit des Absorptionscoëfficienten geschlossen werden kann. Es mag ein Zufall sein, verdient aber immerhin einige Beachtung, dass die Müller'schen Spectralbeobachtungen, welche wegen ihrer Beschränkung auf grössere Zenithdistanzen eine nur sehr unsichere Bestimmung von  $Z$  gestatten, hiefür Werthe ergaben, welche von dem hier angegebenen nur wenig verschieden sind.

Für  $z = 90^\circ$  habe ich  $\vartheta$  nach der Formel

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\pi}{2\gamma}} \left\{ 1 + 9 \cdot 574 \left( \frac{1}{\gamma} \right) + 9 \cdot 2752 (\beta\gamma) + 8 \cdot 7425 (\beta\gamma)^2 + \right. \\ \left. + 8 \cdot 269 (\beta\gamma)^3 + 7 \cdot 824 (\beta\gamma)^4 \right\} \\ \gamma = \frac{a}{l}$$

berechnet, welche hinreichend genau ist, um  $\log \vartheta$  auf 4 Decimalstellen bestimmen zu können. Die Coëfficienten, deren Logarithmen hier angesetzt sind, enthalten  $\gamma$  und  $\varkappa$  nur in der Form  $\frac{\varkappa}{\gamma}$  und können, weil  $\varkappa_1 l_1 = \varkappa_0 l_0$  ist, als von  $\Delta$  unabhängig betrachtet werden.

Da

$$\gamma_1 = \gamma_0 (1 + 81 \Delta) \\ \beta_1 = \beta_0 e^{-\varkappa_0 \Delta}$$

ist, so wird die Berechnung von  $\vartheta$  für jedes  $\Delta$  sehr einfach.

Die Bestimmung von  $\vartheta$  für  $\Delta = 0$  mittelst mechanischer Quadratur ergab denselben Werth wie die Rechnung nach obiger Formel. Die Werthe von  $\log 2\vartheta$  sind in der Tafel auf S. 224 enthalten. Dieselbe Tafel enthält auch die Werthe von  $\log i$ , d. i. die Logarithmen des Verhältnisses der Intensitäten eines Lichtstrahles bei dem Eintritte in die Atmosphäre und dem Austritte aus derselben entsprechend der Formel

$$\log i = X \cdot 2\vartheta + Y(1 - Z^{-2\vartheta}).$$

### Helligkeit.

Ein im Erdschatten gelegener Punkt kann von der Sonne theils direct, theils indirect durch die brechende Wirkung der Atmosphäre beleuchtet werden. Von diesem Punkte, den wir  $M$  nennen wollen, aus betrachtet, wird die Atmosphäre als ein die Erde mehr oder minder umschliessendes Lichtband erscheinen und die Beleuchtung, welche der Punkt durch dasselbe erhält der ganzen durch die Atmosphäre in der Richtung nach  $M$  gebrochenen Lichtmenge entsprechen. Wenn wir nun dieses

Lichtband durch eine Anzahl mit dem Erdrande concentrischer Kreise in Streifen zerlegen und die Lichtmengen, welche die einzelnen Streifen nach  $M$  entsenden, summiren, so erhalten wir die gesammte, durch Refraction dem Punkte  $M$  übermittelte Lichtmenge.

Indem man die Breite dieser Streifen genügend klein annimmt, kann man für alle zu einem Streifen gehörige Lichtstrahlen Refraction und Absorption als constant voraussetzen.

Es sei (Fig. 1)  $E$  der Mittelpunkt der Erde,  $S$  der der Sonnenscheibe,  $SS'$  der Sonnenhalbmesser,  $O$  der Punkt der Sonnenscheibe, gegen welchen die Linie  $ME$  gerichtet ist,  $SN$  die Axe des Kernschattens,  $GChDM$  der Weg eines von  $G$  ausgehenden, in der Ebene  $SEM$  liegenden Lichtstrahles,  $H$  der

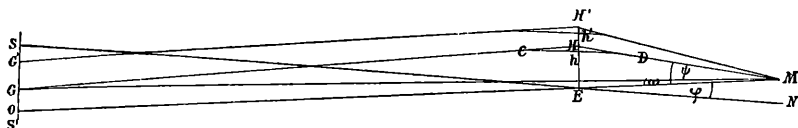


Fig. 1.

Durchschnittspunkt der Linien, welche die Richtungen des Strahles vor und nach der Brechung in der Atmosphäre darstellen, ferner

$$\begin{aligned}
 \sphericalangle GMO &= \omega, & HE &= r, \\
 \sphericalangle HME &= \psi, & hE &= a_1, \\
 \sphericalangle SMS' &= s, & SE &= F, \\
 \sphericalangle SMO &= \sigma, & EM &= f, \\
 \sphericalangle MEN &= \varphi, \\
 \sphericalangle EHM &= \sphericalangle EHG,
 \end{aligned}$$

Refraction für den Strahl  $GChDM = 2\theta$ ,  
 Transmissions-Coëfficient für den Strahl  $GChDM = i$ .

Hieraus folgt

$$\sphericalangle EHM = 90 - \theta; \quad r \cos \theta = f \sin \psi$$

und aus dem Dreiecke  $SEM$

$$\sin(\varphi - \sigma) = \frac{f}{F} \sin \sigma$$

oder hinreichend genähert

$$\varphi - \sigma = \frac{f}{F+f} \varphi = \frac{f}{F} \sigma.$$

Sei  $\eta = \varphi - \omega$ , so ergibt sich aus dem Dreiecke  $GHM$

$$GM \sin \eta = GH \sin 2\theta$$

oder mit ausreichender Annäherung

$$\eta = 2\theta \left( 1 - \frac{f}{F+f} \right).$$

Nimmt  $\psi$  um den Betrag  $d\psi$  zu, so wandern die Punkte  $H, G$  nach  $H', G'$ . Denkt man sich Fig. 1 um  $MO$  als Axe gedreht, so beschreiben die Punkte  $H, H', G, G'$  Kreise, deren scheinbare Radien  $\psi, \psi + d\psi, \omega, \omega + d\omega$  sind. So lange die Punkte  $G, G'$  innerhalb des Sonnenrandes liegen, wird zwischen  $h$  und  $h'$  gleich viel Licht passiren und daher die nach  $M$  gelangende Lichtmenge  $dL$  proportional sein der Intensität der einzelnen Strahlen, sowie der Fläche des Kreisringes, also

$$dL = C \cdot i \cdot 2\pi \sin \psi d\psi.$$

Wenn aber der zwischen den mit den Radien  $\omega$  und  $\omega + d\omega$  beschriebenen Kreisen liegende Ring vom Sonnenrande geschnitten wird, so bleibt der ausserhalb der Sonnenscheibe liegende Theil des Ringes wirkungslos und ist daher die nach  $M$  gelangende Lichtmenge in dem Verhältnisse kleiner, in welchem die innerhalb des Sonnenrandes gelegene Ringfläche zur Fläche des ganzen Ringes steht.

Ist (Fig. 2)  $\lambda = \sphericalangle SOG$ , so wird dieses Verhältniss  $= \frac{\lambda}{\pi}$ ; die vom Ringe  $2\pi \sin \omega d\omega$  nach  $M$  entsendete Lichtmenge ist daher im Allgemeinen  $= C \cdot i \cdot 2\lambda \cdot \sin \psi d\psi$  und die von der ganzen Atmosphäre nach  $M$  gebrochene Lichtmenge

$$L = 2C \int \lambda \cdot i \cdot \sin \psi d\psi.$$

Ohne Dazwischenkunft der Erde würde  $M$  die Lichtmenge  $L_0$  erhalten, wo

$$L_0 = C \cdot \int 2\lambda \cdot \sin \omega d\omega;$$

dieses Integral stellt die scheinbare Fläche der Sonnenscheibe dar. Es ist daher

$$L_0 = 4C \cdot \pi \sin^2 \frac{s}{2}.$$

Da für  $\eta = 0$   $\psi$  in  $\omega$  übergeht und  $i = 1$  wird, so entfällt die Nothwendigkeit einer getrennten Berechnung der directen und indirecten Beleuchtung, indem erstere ebenso durch  $2C \int \lambda i \sin \psi d\psi$  ausgedrückt wird, wenn für die obere In-

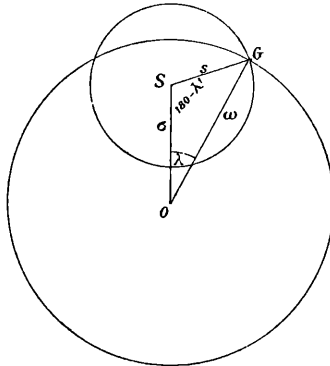


Fig. 2.

tegrationsgrenze der dem oberen Sonnenrande entsprechende Werth  $\psi = \sigma + s$  gesetzt wird.

Zur Berechnung von  $\lambda$  dienen die Formeln

$$\sin^2 \frac{\lambda}{2} = \frac{\sin \frac{s + \omega - \sigma}{2} \sin \frac{s - \omega + \sigma}{2}}{\sin \sigma \sin \omega};$$

$$\cos^2 \frac{\lambda}{2} = \frac{\sin \frac{\omega + \sigma + s}{2} \sin \frac{\omega + \sigma - s}{2}}{\sin \sigma \sin \omega},$$

wofür man mit Rücksicht auf die Kleinheit der Winkel auch schreiben kann:

$$\sin^2 \frac{\lambda}{2} = \frac{(s + \omega - \sigma)(s - \omega + \sigma)}{4\sigma\omega}; \quad \cos^2 \frac{\lambda}{2} = \frac{(\omega + \sigma + s)(\omega + \sigma - s)}{4\sigma\omega}.$$

Nach der Gleichung  $\omega = \psi - \eta$  kann  $\omega$  auch negativ werden; das Vorzeichen von  $\omega$  übt aber keinen Einfluss auf

die Lage der mit den Radien  $\omega$  und  $s$  beschriebenen Kreise aus, da dieselbe nur von den absoluten Werthen dieser Grössen abhängt. Ebenso dürfen wir wegen der gleichen Beleuchtung aller Punkte eines Kreises, dessen Centrum in der Axe des Kernschattens liegt,  $\sigma$  in einer und derselben beliebig gewählten Richtung von  $S$  aus zählen und daher  $s, \sigma, \omega, \lambda, \lambda'$  als positive Grössen betrachten.

Ist  $\sigma < s$ , so schneiden sich die Kreise für  $s - \sigma < \omega < s + \sigma$  und es wird  $\pi > \lambda > 0$ , während für

$$\begin{aligned} \omega &\leq s - \sigma & \lambda &= \pi, \\ \omega &\geq s + \sigma & \lambda &= 0. \end{aligned}$$

Ist  $\sigma > s$ , so wird für  $\sigma - s < \omega < \sigma + s$   $\lambda > 0$  und für diese Grenzen von  $\omega$  und ausserhalb derselben  $\lambda = 0$ .

Bedeutet  $\Psi$  den Werth von  $\phi$ , für welchen  $\eta$  bereits so klein ist, dass die Wirkung von Refraction und Absorption unmerklich und daher  $\omega = \Psi$  wird, so sendet, wenn  $\Psi < \sigma + s$ , ein Theil der Sonne Licht direct nach  $M$  und ist die Menge desselben  $= C[\lambda_1^2 s^2 - \lambda_1 \Psi^2 + \sigma \Psi \sin \lambda_1]$ .

Die Winkel  $\lambda_1, \lambda_1'$  müssen den Dreieckseiten  $s, \sigma, \Psi$  (Fig. 2) entsprechend bestimmt werden.

Bezeichnet man mit  $H$  das Verhältniss, in welchem die ganze während einer Finsterniss nach  $M$  gelangende Lichtmenge zu jener Lichtmenge steht, welche  $M$  ohne Dazwischentreten der Erde erhalten würde, so ist, wenn  $\phi_0$  den kleinsten Werth darstellt, den  $\phi$  annehmen kann,

$$H = \frac{1}{2 \sin^2 \frac{s}{2}} \int_{\phi_0}^{\Psi} \frac{\lambda}{\pi} \cdot i \cdot \sin \phi d\phi + \frac{\lambda_1'}{\pi} - \frac{\lambda_1}{\pi} \left(\frac{\Psi}{s}\right)^2 + \frac{\sigma \Psi \sin \lambda_1}{s^2 \pi};$$

$\Psi < \sigma + s. \quad 4)$

Für  $\Psi \geq \sigma + s$  nimmt alles Licht den Weg durch die Atmosphäre; es wird daher  $\lambda_1 = \lambda_1' = 0$  und die obere Grenze des Integrals gleich jenem Werthe von  $\phi$ , welcher dem  $\omega = \sigma + s$  entspricht.

Nachdem  $\Theta$  und  $i$  nur von der Höhe des Punktes  $h$  über der Erdoberfläche abhängen, so empfiehlt es sich, bei der vor-

zunehmenden Integration diese Höhe als unabhängige Variable zu wählen. Ist wieder

$$\Delta = \frac{a_1 - a_0}{a_0},$$

so wird (Fig. 1)

$$hE = a_0(1 + \Delta) = a_1.$$

Nun ist einerseits

$$f \sin \psi = r \cos \Theta,$$

andererseits aber auch aus der Fundamentalgleichung für die Horizontalrefraction, wenn  $n_1$  den Brechungsexponenten der Luft in der Höhe  $\Delta$  bedeutet,

$$f \sin \psi = n_1 a_0(1 + \Delta)$$

und daher

$$\frac{r}{a_0} \cos \Theta = n_1(1 + \Delta).$$

Da

$$n_1^2 - 1 = c\rho_0 e^{-\kappa_0 \Delta} \quad \text{und} \quad \beta_0 = \frac{c\rho_0}{1 + c\rho_0},$$

so kann man für  $n_1$  annehmen

$$n_1 = 1 + \frac{1}{2} \beta_0 e^{-\kappa_0 \Delta}$$

und setzen

$$\frac{r}{a_0} \cos \Theta = 1 + \Delta + \frac{1}{2} \beta_0 e^{-\kappa_0 \Delta}.$$

Durch Differentiation erhält man

$$d\left(\frac{r}{a_0} \cos \Theta\right) = \left(1 - \frac{1}{2} \beta_0 \kappa_0 e^{-\kappa_0 \Delta}\right) d\Delta.$$

Es wird demnach

$$\sin \psi = \frac{a_0}{f} \left(1 + \Delta + \frac{1}{2} \beta_0 e^{-\kappa_0 \Delta}\right),$$

$$d\psi = \frac{a_0}{f} \frac{1 - \frac{1}{2} \beta_0 \kappa_0 e^{-\kappa_0 \Delta}}{\cos \psi} d\Delta.$$

Führt man die Äquatorial-Horizontalparallaxe  $\Pi$  des Mondes ein, so ist, wenn man sich die Vereinfachung erlaubt, die Parallaxe von  $M$  der des Mondcentrums gleichzusetzen

$$\frac{a_0}{f} = \sin \Pi$$

und  $\cos \psi$  von  $\cos \Pi$  so wenig verschieden, dass bei fünfstelliger Rechnung der Unterschied für die ganze Atmosphäre zu vernachlässigen ist. Setzt man zur Abkürzung

$$Q = 1 - \frac{1}{2} \beta_0 \kappa_0 e^{-\kappa_0 \Delta},$$

so wird

$$\int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{\lambda}{\pi} \cdot i \cdot \sin \psi d\psi = \frac{\sin^2 \Pi}{\cos \Pi} \int_{\Delta_0}^{\Delta_1} \frac{\lambda}{\pi} \cdot i \cdot \left( \frac{r}{a_0} \cos \Theta \right) \cdot Q d\Delta. \quad 5)$$

Dieses Integral kann durch mechanische Quadratur bestimmt werden, indem das Differential nur von  $\Delta$  und den Elementen der Finsterniss abhängt. Die untere Grenze  $\Delta_0$  ist Null von  $\sigma = 0$  bis  $\sigma = s + \omega_0$ , wo  $\omega_0$  den Werth von  $\omega$  für  $\Delta = 0$  bedeutet. Ist  $s < \sigma < s + \omega_0$ , so sendet ein Theil der untersten Schicht der Atmosphäre Licht nach  $M$ , während eine hieran anschliessende Schicht von gewisser Dicke ganz wirkungslos bleibt und die höheren Schichten auf der entgegengesetzten Seite der Erde in Action treten. Für  $\sigma > s + \omega_0$  entspricht  $\Delta_0$  dem  $\omega = \sigma - s$ . Die obere Grenze  $\Delta_1$  bezieht sich durchwegs auf  $\omega = \Psi$ , so lange  $\Psi < \sigma + s$ , sonst aber auf  $\omega = \sigma + s$ . Indem man die Werthe von  $\omega$  in eine Tafel bringt, deren Argument  $\Delta$  ist, kann man für ein beliebiges  $\omega$  das entsprechende  $\Delta$  durch Interpolation finden.

Die Werthe  $\frac{r}{a_0} \cos \Theta$  und  $Q$  sind in der Tafel am Schlusse der Abhandlung aufgeführt.

Insoferne die Helligkeit eines Elementes der Mondoberfläche der Lichtmenge proportional ist, welche dasselbe erhält, drückt auch  $H$ , da die Einfallswinkel der Strahlen sich nur wenig ändern, das Verhältniss der Helligkeit eines Flächenelementes des verfinsterten Mondes zur Helligkeit desselben Elementes im Volllichte aus.



Unter der Annahme

$$\Pi = 57' 2'' 06; s = 15' 59'' 55 \left( \log \frac{f}{F} = 7 \cdot 4126 \right)$$

ergibt sich aus den Formeln:

	$\log H$	Differenz		$\log H$	Differenz
0'	4·673		40'	7·402	
5	4·761	88	45	8·860	1·458
10	4·990	229	50	9·380	520
15	5·298	308	55	9·637	257
20	5·648	350	60	9·799	162
25	6·024	376	65	9·907	108
30	6·421	397	70	9·976	69
35	6·850	429			
		552			

Wenn wir uns die Mondoberfläche auf die Himmelssphäre projicirt denken, so ist für die geometrische Grenze des Kernschattens  $s + \tau_1 = \Pi$  und es wird  $\varphi_1 = 41' 8'' 88$ . Zu Beginn oder am Ende der totalen Finsterniss wird daher unter sonst gleichen Umständen die Helligkeit des vom Schattencentrum am weitesten abstehenden Elementes der Mondscheibe 200- bis 300mal grösser sein, als die Helligkeit des dem Schattencentrum zunächst gelegenen Elementes.

Wenn auch das Auge eine Zunahme der Helligkeit in der Richtung gegen die Schattengrenze deutlich wahrnimmt, so ist dieselbe doch nicht so auffällig, als man nach den angeführten Zahlen erwarten sollte. Der Grund hievon dürfte zum Theil in der sehr ungleichen Reflexionsfähigkeit der Mondgebilde liegen, wodurch die Wahrnehmung der Änderung der durchschnittlichen Helligkeit erschwert wird, zum Theil aber auch darin bestehen, dass die Verschiedenheit der durch sehr schwaches Licht hervorgerufenen Gesichtsempfindung mehr von der Differenz als vom Quotienten der Intensitäten abhängt.

Ein besonderes Interesse beansprucht die Lichtvertheilung in der Nähe der Grenze des Kernschattens, nachdem sich aus zahlreichen Beobachtungen unzweifelhaft herausgestellt hat, dass dem Auge des Beobachters die Trennungslinie zwischen Licht und Schatten nicht unbeträchtlich ausserhalb der geometrischen Grenze des Kernschattens zu liegen scheint. Die

Vergrößerungscoefficienten (= Vergrößerung des Erdschattenradius in Theilen desselben), welche die einzelnen Finsternisse ergaben, weichen sehr bedeutend von einander ab, doch zeigen die von verschiedenen Berechnern in neuerer Zeit angegebenen Mittelwerthe eine befriedigende Übereinstimmung. Maedler<sup>1</sup> fand aus 4 Finsternissen den Werth  $\frac{1}{49}$ , J. Schmidt aus 6 Finsternissen ebenfalls  $\frac{1}{49}$ , und in jüngster Zeit Herr Brosinsky aus 20 auf den Zeitraum von 1776—1888 vertheilten Finsternissen den Werth  $\frac{1}{55}$ .

Die umfassendste Bearbeitung des vorhandenen Beobachtungsmateriales verdanken wir Herrn Hartmann, welcher aus 28 Finsternissen dieses Jahrhunderts, und zwar aus 9 von 1802—1818 (I. Periode) und 19 von 1841—1889 (II. Periode) die Vergrößerung  $V$  des Erdschattens durch unabhängige Verwerthung der Eintritts- und Austrittszeiten der Mondkrater bestimmte. Herr Hartmann ist der Ansicht, dass  $V$  der Mondparallaxe proportional sei und gibt als Resultat seiner Untersuchungen an:

	$V_4$	Gewicht	$V_5$	Gewicht	$V_4^0$	$V_5^0$
I. Periode.	55°42	457	52°15	89	53°07	49°85
II. Periode.	49·50	2920	50·53	291	48·62	49·67

$V_4$  entspricht der Annahme, dass nur die zufälligen Beobachtungsfehler,  $V_5$  dass nur die persönlichen Fehler der Beobachter in Betracht zu ziehen seien, während  $V_4^0$  und  $V_5^0$  aus den Einzelwerthen von  $V_4$  und  $V_5$  durch Multiplication mit  $\frac{\Pi_0}{\Pi}$  also durch Reduction auf eine mittlere Mondparallaxe (57' 2'') gebildet sind.

Als Endresultat wird angenommen  $V = 48°62' \cdot \frac{\Pi}{\Pi_0}$ . Dieser Werth, welcher für die mittlere Parallaxe von Mond und Sonne

---

Referat des Herrn H. Seeliger in der V. I. S. der Astronomischen Gesellschaft, Jahrgang 27, Heft 3, über die Abhandlungen von A. Brosinsky und J. Hartmann. Referent schliesst hieran eigene Untersuchungen betreffend die scheinbare Vergrößerung des Erdschattens.

den Vergrößerungscoefficienten  $\frac{1}{51}$  gibt, ist aber, wie auch Herr Seeliger hervorhebt, wahrscheinlich zu klein, indem er der kleinste unter allen berechneten Mittelwerthen ist. Für  $V = 50$  erhielt man den von Maedler und Schmidt gefundenen Werth  $\frac{1}{49}$ . Aus den Beobachtungen lässt sich kaum mit Sicherheit entscheiden, ob die Vergrößerung des Schattens von der Mondparallaxe abhängt oder nicht; noch weniger kann daraus geschlossen werden, dass die Reduction auf eine mittlere Parallaxe den Thatsachen besser entspricht, als die Einführung des Vergrößerungscoefficienten, welche auf der Annahme beruht, dass die Vergrößerung dem Schattenradius proportional ist. Denn aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} \varphi - \sigma &= \frac{f}{F} \sigma, & \sigma + s &= \Pi, & (F+f)s &= (F'+f')s', \\ \varphi' - \sigma' &= \frac{f'}{F'} \sigma', & \sigma' + s' &= \Pi', & f\Pi &= f'\Pi' \end{aligned}$$

folgt

$$\frac{\Pi'}{\Pi} = \frac{\sigma'}{\sigma} \left[ 1 - \frac{s'}{\sigma'} \frac{\frac{f}{F} - \frac{f'}{F'}}{\frac{f'}{F'} \left( 1 + \frac{f}{F} \right)} \right]$$

Da  $\frac{\sigma'}{\sigma}$  nahezu gleich ist  $\frac{\varphi'}{\varphi}$ , so wird ( $\Pi =$  mittlere Parallaxe) der absolute Werth von  $\frac{\Pi'}{\Pi} - \frac{\varphi'}{\varphi}$  am grössten, wenn für  $\Pi'$  und  $F'$  die grössten oder die kleinsten Werthe, welche diese Grössen annehmen können, substituirt werden. Dieser grösste Werth von  $\frac{\Pi'}{\Pi} - \frac{\varphi'}{\varphi} = \mp \frac{1}{36}$ . Für  $V = 50''$  würde sonach der grösste Unterschied  $\mp 1^{\cdot}4$ , das ist ziemlich genau die Hälfte der Reduction auf mittlere Parallaxe, während für eine und dieselbe Parallaxe der Unterschied der Vergrößerungen bei Finsternissen im Aphel und Perihel  $= 0^{\cdot}6$  wäre. Auch theoretische Erwägungen sprechen gegen die Annahme einer Proportionalität zwischen  $V$  und  $\Pi$ , indem hiedurch angedeutet

wird, dass die Ursache der scheinbaren Vergrößerung des Schattens im Schattenwurfe der Erdatmosphäre liege, was, wie Herr Seeliger nachweist, gewiss nicht der Fall ist.

Herr Seeliger hält diese Vergrößerung in der Hauptsache für eine physiologische Erscheinung, die sich nicht wesentlich ändern würde, wenn die Erde keine Atmosphäre hätte, und misst der Erdatmosphäre nur einen secundären Einfluss zu, insoferne nämlich hiedurch auch der Kernschatten Licht erhält. Der Einfluss der Atmosphäre ist aber viel bedeutender, wie man aus folgender Tafel ersieht, in welcher sämtliche Angaben sich auf dieselben Entfernungen Sonne—Erde—Mond beziehen, welche den Werthen der Tafel auf S. 213 zu Grunde liegen. Die Zahlen in der mit  $\log(H)$  überschriebenen Columnne entsprechen der von Herrn Seeliger aufgestellten Näherungsformel zur Berechnung des Intensitätsverhältnisses in der Nähe des Kernschattens, wenn man von Refraction und Absorption absieht; diese Formel lautet für die hier angenommenen Grössen

$$\log(H) = 5 \cdot 3723 - 10 + \frac{3}{2} \log(\sigma + s - \Pi);$$

der Fehler beträgt bei  $\varphi = 42' 20''$  nur etwa 40 Einheiten der letzten Stelle. Die Werthe von  $\log H$  sind nach den Formeln 4) und 5) berechnet. Die Zahlen der drei letzten Columnnen drücken in Einheiten der vierten Decimalstelle die Änderungen aus, welche  $\log H$  erfahren würde, wenn die Atmosphäre bis zur angegebenen Höhe vollständig undurchsichtig wäre. Bis zu einer Höhe von 7 km ist die Änderung durchwegs gleich Null.

Die Differenzen von  $\log(H)$  nehmen fortwährend ab, so dass die zweiten Differenzen durchaus negativ werden und ihre absoluten Werthe auch eine stetige Abnahme zeigen. Wenn man die Differenzen der Zahlen ( $H$ ) bildet, so nehmen dieselben fortwährend, aber immer langsamer zu. Bei einem solchen Verhalten der Function  $\log(H)$  oder ( $H$ ) könnte man a priori die physiologische Grenze des Schattens kaum nahe genug an die geometrische Grenze desselben verlegen oder man müsste annehmen, dass es eine bestimmte Helligkeitsgrenze

gibt, für welche die Continuität der Gesichtsempfindung aufhört, so dass, wenn diese Grenze überschritten wird, das Auge auch einen ganz anderen Eindruck erhält.

$\varphi$	$\log(H)$	Differenz	$H$	Differenz	$\Delta$ Kilometer...	... 0·0014 8·9	0·0016 10·2	0·0018 11·5
41' 0"	$-\infty$	$\infty$	7·5761	376		— 8	—25	—55
10	5·4364	1·5026	7·6137	420		— 7	—23	—50
20	6·9390	4182	7·6557	493		— 6	—20	—44
30	7·3572	2527	7·7050	603		— 5	—17	—39
40	7·6099	1816	7·7653	761		— 4	—15	—33
50	7·7915	1418	7·8414	890		— 3	—12	—28
42 0	7·9333	1165	7·9304	905		— 3	—10	—22
10	8·0498	987	8·0209	855		— 2	— 8	—18
20	8·1485	858	8·1064	795		— 2	— 6	—15
30	8·2343		8·1859			— 1	— 5	—12

Da der Kernschatten an seiner Grenze ( $\varphi_1 = 41' 8' 88$ ) ungefähr dieselbe Helligkeit hat, welche ohne Wirkung der Atmosphäre erst circa  $31''$  ausserhalb der Grenze erreicht würde, so ist schon hiedurch der Einfluss der Atmosphäre von wesentlicher Bedeutung, indem, wenn die weitere Helligkeitszunahme keine Änderung erführe, eine Verschiebung der Schattengrenze um mehr als  $31''$  auftreten müsste. Der Einfluss der Atmosphäre äussert sich aber auch darin, dass die Helligkeit selbst in bedeutenden Abständen von der Schattengrenze eine merkliche Änderung erfährt. Ein Blick auf die Differenzen von  $\log H$  zeigt, dass die Zunahme des Logarithmus der Helligkeit ein besonders in der Richtung gegen die Schattengrenze deutlich ausgesprochenes Maximum besitzt; es wird daher die scheinbare Schattengrenze schon von vorneherein mit einiger Wahrscheinlichkeit in der Nähe jenes Kreises zu suchen sein, für welchen  $\frac{\partial \log H}{\partial \varphi}$  ein Maximum ist. Der dem Maximum entsprechende Werth von  $\varphi$ , welcher mit  $\Phi$  bezeichnet werden möge, lässt sich aus den gegebenen Zahlen nicht sehr scharf

bestimmen, liegt aber jedenfalls in der Nähe von  $42' 1''$ , so dass  $\Phi - \varphi_1$  nahe gleich  $52''$  wird. Die Vergrößerung des Schattens ist nach den Beobachtungen beiläufig  $50''$ , der Unterschied daher sehr klein. Wenn nicht eine zufällige Compensation der Wirkungen fehlerhafter Annahmen vorliegt, so könnte man daraus schliessen, dass für die scheinbare Schattengrenze die Function  $\frac{\partial \log H}{\partial \varphi}$  vom Maximum nur äusserst wenig entfernt ist und daher die Empfindlichkeit des Auges für Helligkeitsunterschiede in der Nähe der Schattengrenze der Hauptsache nach von  $\frac{\Delta H}{H}$  abhängt.

Wenn auch die Sache, wie ich glaube, sich so verhält, ist die Vergrößerung des Schattens doch als eine physiologische Erscheinung zu betrachten, indem bei einer gewissen Helligkeit eine relativ geringe Änderung genügt, um einen wesentlich verschiedenen Eindruck auf das Auge zu machen. Es ist aber immerhin möglich, dass die Schattengrenze nur vom absoluten Werthe der Helligkeit abhängt und da, wie man sieht,  $\log(H)$  für  $\varphi = \Phi$  fast genau gleich  $\log H$  wird, durch die Atmosphäre nur unerheblich beeinflusst wird.

Dass die Vergrößerung des Schattens von der Bewölkung fast ganz unabhängig ist, geht aus den Zahlen der letzten Columnen in überzeugender Weise hervor, nachdem die höchste Wolkenformation, der hohe Cirro-Stratus,<sup>1</sup> eine mittlere Höhe von  $9 \cdot 25 \text{ km}$  und eine Maximalhöhe von etwa  $10 \cdot 4 \text{ km}$  besitzt und wahrscheinlich nur ein kleiner Theil der angegebenen Helligkeitsverminderung diesen Gebilden zuzuschreiben ist. Inwieferne locale Trübungen der Atmosphäre in grösseren Höhen (leuchtende Wolken) die Schattengrenze beeinflussen, lässt sich nicht angeben, doch ist ihr Einfluss voraussichtlich sehr gering.

Um einen Anhaltspunkt zur Beurtheilung der Frage zu gewinnen, in welcher Weise die Schattenvergrößerung durch

---

<sup>1</sup> Referat des Herrn Dr. Vettin über den Wolkenatlas von H. Hildebrandsson, W. Köppen und G. Neumayer in der Meteorologischen Zeitschrift, redigirt von J. Hann und W. Köppen, December 1890.

die Mondparallaxe beeinflusst wird, habe ich für die Finsterniss 1891 November 15 die  $\log H$  berechnet, welche denselben Abständen von der geometrischen Grenze des Kernschattens entsprechen, wie die Argumente der unmittelbar vorhergehenden Tafel. Das Resultat, welchem ich der Übersichtlichkeit halber die hauptsächlichsten Daten der früheren Rechnung zur Seite stelle, ist folgendes:

II	57' 2 <sup>o</sup> 06		60' 3 <sup>o</sup> 20	
	15 59 <sup>o</sup> 55		16 10 <sup>o</sup> 49	
$\varphi_1$	41 8 <sup>o</sup> 88		43 59 <sup>o</sup> 25	
$\varphi - \varphi_1$	$\log H$	Differenz	$\log H$	Differenz
— 8 <sup>o</sup> 88	7 <sup>o</sup> 5761		7 <sup>o</sup> 5830	
+ 1 <sup>o</sup> 12	6137	376	6198	368
11 <sup>o</sup> 12	6557	420	6611	413
21 12	7050	493	7088	477
31 <sup>o</sup> 12	7653	603	7664	576
41 <sup>o</sup> 12	8414	761	8379	715
51 <sup>o</sup> 12	7 <sup>o</sup> 9304	890	7 <sup>o</sup> 9226	847
61 <sup>o</sup> 12	8 <sup>o</sup> 0209	905	8 <sup>o</sup> 0107	881
71 <sup>o</sup> 12	8 <sup>o</sup> 1064	855	8 <sup>o</sup> 0950	843
81 <sup>o</sup> 12	8 <sup>o</sup> 1859	795	8 <sup>o</sup> 1739	789

$\Phi - \varphi_1$  ist für die grössere Parallaxe etwa 55'' oder 56'', für die kleinere ungefähr 52'' Dieser Unterschied wird durch Reduction auf mittlere Parallaxe (Division durch II) oder mittleren Schattenradius (Division durch  $\varphi_1$ ) nahezu ausgeglichen, indem das Verhältniss der Parallaxen  $= \frac{54 \cdot 8}{52 \cdot 0}$ , das der Schattenhalbmesser  $= \frac{55 \cdot 6}{52 \cdot 0}$  ist. Welche von beiden Reductionen den Vor-

zug verdient, lässt sich wegen der Unsicherheit, mit der die Bestimmung von  $\Phi - \varphi_1$  verbunden ist, nicht entscheiden. Da die Helligkeit  $H$  eine Function von II und  $s$  ist, so habe ich zur unabhängigen Bestimmung des Einflusses, den eine Änderung dieser Grössen auf die Helligkeit ausübt, auch einige

Werthe von  $\log H$  für  $\Pi = 60' 3'' 2$  und  $s = 15' 59'' 55$  berechnet und gefunden.

$\Pi$ ..	60' 3'' 2	60' 3'' 2	
.....	16 10·49	15 59·55	
$\varphi_1$ ..	43 59·25	44 10·14	
$\varphi - \varphi_1$	$\log H$	$\log H$	Differenz
— 8'' 88	7·5830	7·5889	59
+21·12	7·7088	7·7148	60
+51·12	7·9226	7·9287	61

Hieraus folgt, dass eine Änderung von  $s$  die Differenzen von  $\log H$  für die Argumente  $\varphi - \varphi_1$  nicht merklich beeinflusst; es ist daher  $\Phi - \varphi_1$  von  $s$  fast ganz unabhängig. Sofern die Schattenvergrößerung durch  $\Phi - \varphi_1$  bestimmt wird, ist auch die von Herrn Hartmann beantragte Reduction auf eine mittlere Parallaxe gerechtfertigt, indem hiedurch eine wesentlich bessere Übereinstimmung der  $\Phi - \varphi_1$  bei verschiedenen Parallaxen erzielt wird. Die Einführung des Vergrößerungscoefficienten lässt grössere Fehler befürchten, da hiebei die Reduction innerhalb weiterer Grenzen liegen kann und  $\Phi - \varphi_1$  mehr von  $\Pi$  als von  $\varphi_1$  abzuhängen scheint.

Wenn aber die Schattenvergrößerung nur durch den absoluten Werth der Helligkeit bestimmt wird, so ist sie, wie man aus den angeführten Rechnungsergebnissen ersieht, viel geringeren Änderungen unterworfen, welche in nahezu demselben Ausmaasse von  $s$  wie von  $\Pi$  veranlasst sein können, so dass die Reduction auf mittlere Parallaxe einen Fehler hervorrufen kann, der fast ihrem ganzen Betrage gleichkommt, während durch Reduction auf ein mittleres  $\varphi_1$  noch grössere Fehler zu gewärtigen sind, indem unter Umständen (siehe vorhergehende Tafel) dem grösseren  $\varphi_1$  eine wesentlich grössere Helligkeit entspricht.



Die Tafel auf S. 213 gibt für die mittlere Parallaxe von Mond und Sonne die nöthigen Anhaltspunkte, um das Verhältniss der Helligkeit eines Elementes des verfinsterten Mondes zu der desselben Elementes im Volllichte zu bestimmen. Denkt man sich die Mondscheibe durch eine Anzahl von Kreisen aus dem Schattencentrum von Rand zu Rand überzogen und nennt  $2\mu$  den Centrumswinkel eines solchen Bogens, längs welchem die Helligkeit  $= H$  ist, und  $R$  den Radius der Mondscheibe, so ist die Lichtmenge, welche der verfinsterte Mond erhält, wenn die dem Volllichte entsprechende als Einheit angenommen wird,

$$= \frac{1}{2 \sin^2 \frac{R}{2}} \int \frac{\mu}{\pi} \cdot H \cdot \sin \varphi d\varphi.$$

Dieser Ausdruck stellt auch näherungsweise das Verhältniss der Helligkeit des verfinsterten Mondes zu der des unverfinsterten dar. Dieses Verhältniss ist bei totalen Finsternissen immer grösser, als das dem Mondcentrum entsprechende  $H$ .

Einige Vergleichen der Helligkeit des verfinsterten Mondes mit der von Fixsternen und Planeten sind von den Herren Airy und Safarik<sup>1</sup> angestellt worden, welche eine aussergewöhnliche Ungleichheit der Augen hiezu besonders befähigte. Herr Safarik theilt mit, dass seinem sehr kurzsichtigen rechten Auge Sterne 1. Grösse als verwaschene Lichtscheiben von etwa  $1^\circ$  Durchmesser erscheinen, an Helligkeit und Grösse dem total verfinsterten Monde genügend ähnlich, um (im lateralen Sehen) Stufenvergleichen zu gestatten. Aus den von Airy während der Finsterniss von 1863 gemachten Aufzeichnungen und den eigenen Beobachtungen der Finsternisse von 1877 und 1891 hat Herr Safarik in erster Näherung ohne Rücksicht auf Extinction, verschiedene Helligkeitsangaben der Cataloge und andere Nebenumstände mit Benützung der Zöllner'schen Werthe für die Helligkeitsverhältnisse Sonne—Mond—Capella—Saturn die Schwächung des Volllichtes während der grössten Verdunklung bei diesen drei Finsternissen

<sup>1</sup> Astronomische Nachrichten, Bd. 129, Nr. 3096.

abgeleitet und gefunden

$$\frac{1}{216100}, \quad \frac{1}{143400}, \quad \frac{1}{119100}.$$

Da bei dieser Art der Schätzung der Helligkeit des Mondes die Abnahme derselben in der Richtung gegen das Schattencentrum wohl schwerlich gebührend berücksichtigt werden kann und der Einfluss des von den centralen Partien der Mondscheibe ausgehenden Lichtes vorherrschend sein dürfte, habe ich zur Vergleichung der theoretischen Helligkeit mit der durch Beobachtung bestimmten mich auf die Ermittlung von  $H$  für das Mondcentrum beschränkt. Bedeutet  $\varphi_0$  die Entfernung der Centra des Mondes und des Schattens zur Zeit ihrer Conjunction in Rectascension,  $H_c$  die Helligkeit, welche dem Schattencentrum entspräche,  $H_0$  die des Mondcentrums und  $S$  die von Herrn Safarik bestimmte Helligkeit, so sind deren Werthe folgende.

	Finsterniss		
	1863 Juni 1	1877 Aug. 23	1891 Nov. 15
$\Pi$	60' 41"0	53' 59"4	60' 3"2
$\log \frac{f}{F}$	7.3794	7.4318	7.3952
	15' 45"8	15' 49"1	16' 10"5
	21 53.0	4 28.0	16 35.0
1: $H_c$	430300	123600	367000
1: $H_0$	32170	105200	66450
1: $S$	216100	143400	119100

Während die Resultate der Beobachtungen des Herrn Safarik durch die Rechnung in befriedigender Weise dargestellt werden, macht sich für Airy's Beobachtungen ein wesentlicher Unterschied zwischen  $S$  und  $H_0$  geltend, welcher in Ansehung des grossen Werthes von  $\varphi_0$  durch Trübungen in unserer Atmosphäre wohl kaum zu erklären ist und, der Ansicht des Herrn Safarik entsprechend, von der geringeren Empfindlichkeit der Augen Airy's für rothes Licht herrühren

dürfte. Aus obigen Werthen von  $\frac{1}{H_c}$  ersieht man, dass bei Finsternissen im Apogäum die Helligkeit des Schattencentrums etwa viermal so gross sein kann, als bei Finsternissen im Perigäum.

Folgende Tafel gewährt einen Überblick über den Antheil, welchen gleich dicke Schichten der Atmosphäre in verschiedenen Höhen an dem Zustandekommen der Helligkeit  $H_0$  nehmen. Die Tafel gibt mit dem Argumente  $\Delta$  die Werthe von

$$10^9 \cdot H = \frac{10^9}{2 \sin^2 \frac{s}{2}} \cdot \frac{\sin^2 \Pi}{\cos \Pi} \int_0^\Delta \frac{\lambda}{\pi} \cdot i \cdot \left( \frac{r}{a_0} \cos \Theta \right) Q d\Delta:$$

Finsterniss...	1863 Juni 1		1877 August 23		1891 November 15	
$\Delta_1$ .	0·001592		0·001038		0·001344	
$\Delta$	$10^9 \cdot H$	Differenz	$10^9 \cdot H$	Differenz	$10^9 \cdot H$	Differenz
0·0000	0		0		0	
1	1	1	12	12	6	6
2	1	0	49	37	18	12
3	1	0	136	87	54	36
4	24	23	331	195	152	98
5	144	120	744	413	344	192
6	408	264	1559	815	693	349
7	901	493	3068	1509	1286	593
8	1741	840	4932	1864	2231	945
9	3076	1335	7028	2096	3647	1416
10	5073	1997	9065	2037	5635	1988
11	7898	2825	9506	441	8236	2601
12	11671	3773			11313	3077
13	16407	4736			14295	2982
14	21910	5503			15050	755
15	27544	5634				
0·0016	31086	3542				

Der letzte Werth für jede Finsterniss =  $10^9 \cdot H_0$ , welcher für  $\Delta = \Delta_1$  erreicht wird. Die beigefügten Differenzen stellen die auf eine Luftschicht von 638 *m* Dicke entfallenden Beträge dar. Man sieht daraus, dass nur hohes Gewölk, nach dem früher bezeichneten Wolkenatlas vom falschen Cirrus (mittlere Höhe = 3897 *m*) angefangen, die Helligkeit merklich zu beeinflussen vermag.

$\Delta$	$2\theta$	$\log\left(\frac{r}{a} \cos\theta\right)$	$\log Q$	$\log 2\theta$	$\log i$
0·0000	4182·5	0·000121	9·9065	8·9940	4·6117
1	3896·3	157	9134	9561	5·0507
2	3630·9	193	9198	9184	5·4513
3	3384·8	229	9256	8809	5·8171
4	3156·3	266	9310	8436	6·1508
5	2944·0	303	9360	8064	4561
6	2746·8	341	9406	7694	7353
7	2563·3	379	9448	7325	6·9907
8	2392·6	417	9487	6957	7·2247
9	2233·7	456	9524	6590	4389
10	2085·8	495	9557	6224	6353
11	1948·0	534	9588	5860	8154
12	1819·6	574	9617	5496	7·9806
13	1699·9	614	9644	5133	8·1321
14	1588·3	654	9668	4771	2712
15	1484·2	694	9691	4410	3988
16	1387·0	734	9713	4049	5161
17	1296·4	775	9733	3689	6238
18	1211·8	816	9751	3330	7229
19	1132·8	857	9768	2971	8139
20	1059·1	898	9784	2613	8976
21	990·2	940	9799	2256	8·9746
22	925·9	981	9813	1899	9·0455
23	865·8	1023	9825	1542	1107
24	809·6	1064	9837	1186	1709
25	757·2	1106	9848	0830	2264
26	708·1	1148	9859	0475	2777
27	662·3	1190	9868	8·0121	3251
28	619·5	1232	9877	7·9766	3690
29	579·4	1274	9885	9412	4096
30	542·0	1316	9893	9058	4474
31	507·0	1358	9900	8705	4826
32	474·2	1401	9907	8352	5154
33	443·6	1443	9913	7999	5460
34	415·0	1486	9919	7646	5746
35	388·2	1528	9925	7294	6014
36	363·2	1571	9930	6942	6266
37	339·8	1613	9935	6590	6502
38	317·9	1656	9939	6239	6724
39	297·4	1699	9943	5887	6933
0·0040	278·2	0·001741	9·9947	7·5536	9·7129

$\Delta$	$\log 2 \Theta$	$\log \left( \frac{r}{a} \cos \Theta \right)$	$\log Q$	$\log 2 \delta$	$\log i$	
0·0040	2·4444	0·001741	9·9947	7·5536	9·7129	
44	3287	1912	60	4134	7807	
48	2131	2084	70	2734	8338	
52	2·0974	2256	77	7·1336	8751	
56	1·9817	2428	82	6·9940	9068	
60	8660	2600	87	8547	9309	
64	7502	2772	90	7155	9490	
68	6344	2944	92	5764	9626	
72	5185	3117	94	4374	9726	
76	4026	3289	96	2986	9799	
80	2865	3461	97	1599	9853	
84	1704	3633	97	6·0212	9893	
88	1·0543	3805	98	5·8827	9922	
92	0·9380	3977	99	7443	9943	
96	8217	4149	99	6059	9959	
100	7054	4321	99	4676	9970	
104	5889	4493	99	3294	9978	
108	4724	4665	9·9999	1912	9984	
112	3559	4837	0·0000	5·0532	9988	
116	2392	5009	}	4·9151	9992	
120	1226	5180		7772	9994	
124	0·0058	5352		6393	9995	
128	9·8860	5524		5015	9997	
132	7722	5695		3637	9998	
136	6553	5867		2260	9998	
140	5383	6038		0·0000	4·0883	9999
144	4213	6209		}	3·9507	9999
148	3043	6380			8131	9999
152	1872	6552			6756	9·9999
156	9·0701	6723	5381		0·0000	
160	8·9529	6894	4007		0·0000	
164	8357	7065	2633		0·0000	
0·0168	8·7184	0·007236	0·0000		3·1260	0·0000

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: [104\\_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Hepperger Josef von

Artikel/Article: [Über die Helligkeit des verfinsterten Mondes und die scheinbare Vergrößerung des Erdschattens. 189-225](#)