

# Schwingungsvorgang in complicirten Erregern Hertz'scher Wellen

(II. Mittheilung)

Dr. Josef Ritter v. Geitler.

Aus dem physikalischen Institute der k. k. deutschen Universität in Prag.

(Mit 10 Textfiguren.)

Wie ich in einer früheren Arbeit über diesen Gegenstand<sup>1</sup> angedeutet habe, hatte sich die gleichzeitige Anwendung der beiden Methoden, welche über den Schwingungsvorgang in den dort beschriebenen Erregern Aufschluss geben sollten (Beobachtung der Wellenform und Resonatormethode), als undurchführbar erwiesen. Daher hatte ich mich mit der Resonatormethode allein begnügen müssen.

Die Erscheinung, welche mich dazu zwang, war die folgende: Als ich die Wellenlänge der einfachen Hertz'schen Erreger, aus welchen die complicirten Kreise gebildet werden sollten, mit Hilfe des Resonators bestimmen wollte, während gleichzeitig zur Ermittlung der Wellenform eine 170 *m* lange Lecher'sche Secundärleitung den Erregern angehängt war, da fand ich in mehreren Fällen, dass diese einfachen Erreger nicht eine, sondern gleichzeitig mehrere, nahe bei einander liegende Wellenlängen emittirten. Da dies eine deutliche Beeinflussung des primären durch den secundären Leiter — selbst bei grosser Länge des letzteren —

---

<sup>1</sup> Diese Sitzungsber., CIV, Abth. II. a., S. 171, 1895 oder Wied. Ann. S. 513. 1895.

erkennen liess, so wurden die Versuche in der früher beschriebenen Weise fortgesetzt.

Die aufgefundenene Thatsache schien mir jedoch genügend selbständiges Interesse zu haben, um näher untersucht zu werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchung bilden den Gegenstand der vorliegenden Mittheilung.

1. Die beiden Versuchsanordnungen sind in den Fig. 1 *a*, 1 *b* und 2 *a*, 2 *b* schematisch dargestellt.

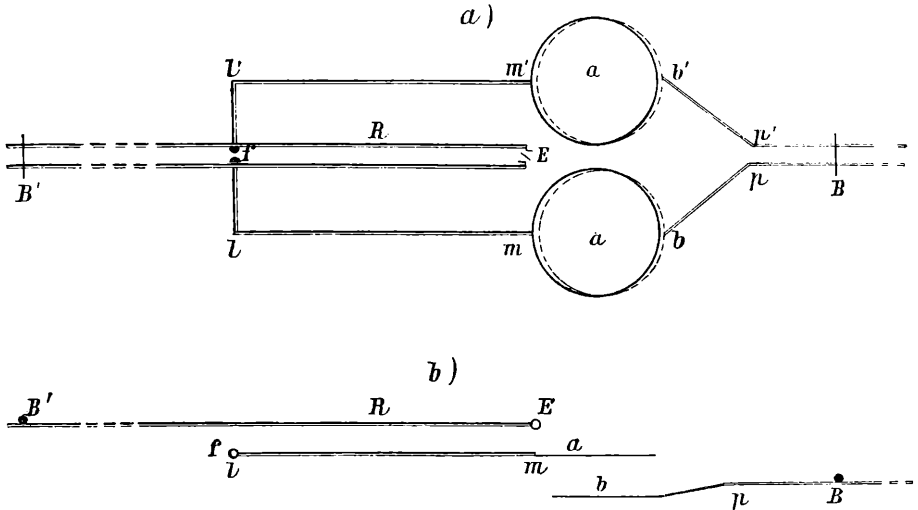


Fig. 1.

Die Aufstellung war kurz die folgende: Einem primären Hertz'schen Erreger  $afa'$ , welcher durch ein grosses Ruhmkorff'sches Inductorium gespeist wurde, war eine Lecher'sche Secundärleitung  $bbB'$  gegenübergestellt. Der Abstand zwischen den Platten  $aa'$  des primären und den Platten  $bb'$  des secundären Kreises konnte verändert werden. Desgleichen war die Länge der secundären Leitung durch Verschieben der Brücke  $B$  regulirbar. Die von dem primären Kreise ausgesendeten Schwingungen wurden mit Hilfe des Resonators  $R$  analysirt. Derselbe war bei  $E$  mit dem früher beschriebenen Elektrometer<sup>1</sup> versehen, dessen Ausschläge mit einem  $1.5\ m$  vom Spiegel entfernten Scalenfernrohre abgelesen wurden. Die Resonatorlänge wurde in der ebenfalls früher beschriebenen Weise durch Verschieben

<sup>1</sup> L.



Wechselwirkung zwischen Resonator und primärem Kreise unmerkbar zu machen.

2. Der Gang der Versuche war folgender: Zunächst wurde mit Hilfe des Resonators die Wellenlänge des primären Kreises bestimmt, ohne dass die secundäre Leitung angehängt war. (Hierbei ist zu bemerken, dass die Wellenlänge des primären Kreises im Falle der Fig. 1 für die verschiedenen Distanzen  $\delta$  eine verschiedene war; die Platten  $bb'$  lagen nämlich auf einem Brette, dessen grössere oder geringere Entfernung von  $aa'$  die Capacität dieser Platten und somit die Wellenlänge des Erregers merklich beeinflusste). Sodann wurde die secundäre Leitung angehängt und die Brücke  $B$  bei  $pp'$  aufgelegt. Diese Lage der Brücke ist in den Tabellen und Figuren mit 0 bezeichnet. Nun wurden die Lagen der Brücke  $B'$  des Resonators gesucht, für welche Resonanz eintrat. Weiterhin wurde die Brücke  $B$  an den secundären Drähten verschoben und für jede neue Lage derselben die Untersuchung mit dem Resonator wiederholt.

3. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in den folgenden Tabellen und Figuren zusammengestellt. Es bedeuten in den Tabellen:

$L_s$  die Länge der secundären Leitung von  $pp'$  an gerechnet bis zur Brücke  $B$  in Metern;

$L_r$  die doppelte Länge des Resonators vom Elektrometer bis zur Brücke  $B'$ , für welche Resonanz eintrat;  $L_r$  ist gleich der halben Wellenlänge der entsprechenden Schwingung in Centimetern;<sup>1</sup>

$L_r^{(0)}$  bedeutet die halbe Wellenlänge des unbeeinflussten Erregers;  $J$  den Ausschlag des Elektrometers in Scalentheilen für das entsprechende durch  $L_r$  angegebene Resonanzmaximum.

In den Figuren sind als Abscissen die  $L_s$  in Metern, als Ordinaten die entsprechenden halben Wellenlängen  $L_r$  in Centimetern aufgetragen. Tabelle I—IV und Fig. 3—6 beziehen sich auf die Aufstellung Fig. 1; Tabelle V und VI, sowie Fig. 7 a und 7 b auf die Anordnung Fig. 2.

<sup>1</sup> Über die Berechtigung dieser Annahme vergl. diese Sitzungsber., CIV, II. a., S. 174, 1895, oder Wied. Ann. 55, S. 517, 1895, sowie P. Drude, Wied. Ann. 53, S. 728, 729, 1894.

Tabelle I.

$$\delta = 4.5 \text{ cm}; L_r^{(0)} = 515 \text{ cm.}$$

$L_s$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$
0.0	835	4.3	.	.				
0.5	910	1.9	355	2.2				
1.0			410	11				
2.0			490	15				
2.5			520	16				
3.0			550	18				
4.0			595	17.2				
6.0			685	12.8	435	6.2		
8.0			795	3.2	520	14		
10.0			920	2.2	580	10.2	410	3.8
12.0					645	?	475	?
14.0	400	1.3			710	4	530	6
16.0	450	3.2			780	3.4	580	7.9
18.0	495	8.8	390		865	3.1	625	14.3
20.0	535	11	430				675	8

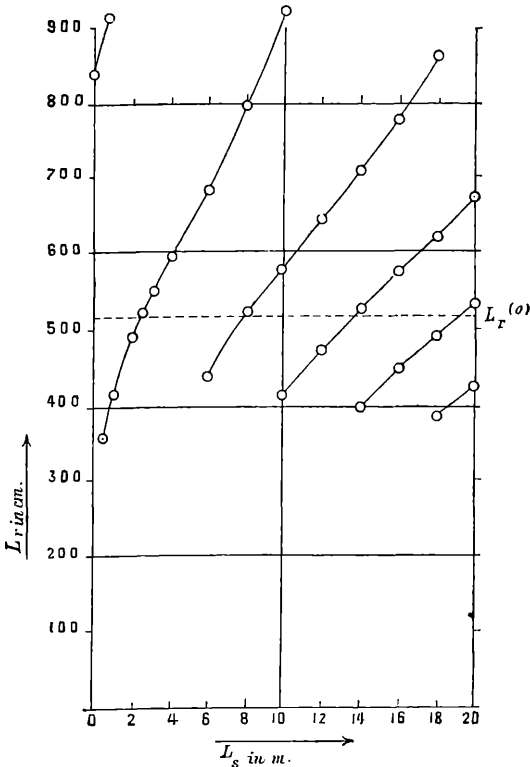


Fig. 3 (ad Tabelle I).

Tabelle II.  
 $\delta = 7 \text{ cm}; L_r^{(0)} = 500 \text{ cm}.$

$L_s$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$
0·0	700	7						
0·5	765	2	365	2·8				
1 0	780	?	425	6				
1 5			470	7·5				
2·0			500	8·5				
			515	10				
3·0			535	10				
3·5			550	12				
4·0			565	10				
5·0			600	10·5				
6·0			640		445	6		
7·0			685	5·1	480	7·8		
8·0			740	3	515	11·3		
9·0			800	1·8	540	11·7	380	1·7
10·0					565	13·3	415	4 5
12 0					615	8·1	475	7·6
13·0					645	6	500	9
14·0	400	2·7			675	4·2	520	11 1
15·0	425	3·8			710	3	545	9
16·0	450	5			745	2·2	565	10
17·0	470	5·6			785	2	585	8
18·0	495	6·9	390	1·7	825	1·6	605	8 4
19·0	510	8·1	410	2·4			625	8
20·0	530	8·3	435	3·2			650	4·8
21·0	550	8	455	3·5			680	3
22·0	570	6	470	3 2			700	2·6
23·0	580	7·3	490	4 7	405	1·4	725	2·5
24·0	595	5·5	505	6	420	2 1	750	2
25·0	615	4	520	5	435	3	370	?
27·0	650	3·6	550	6·8	470	3·6	395	1·1
29·0	690	2·4	580	5·1	500	4·2	425	2
30·0	715	2 6	590	5·8	515	3·9	440	2·9

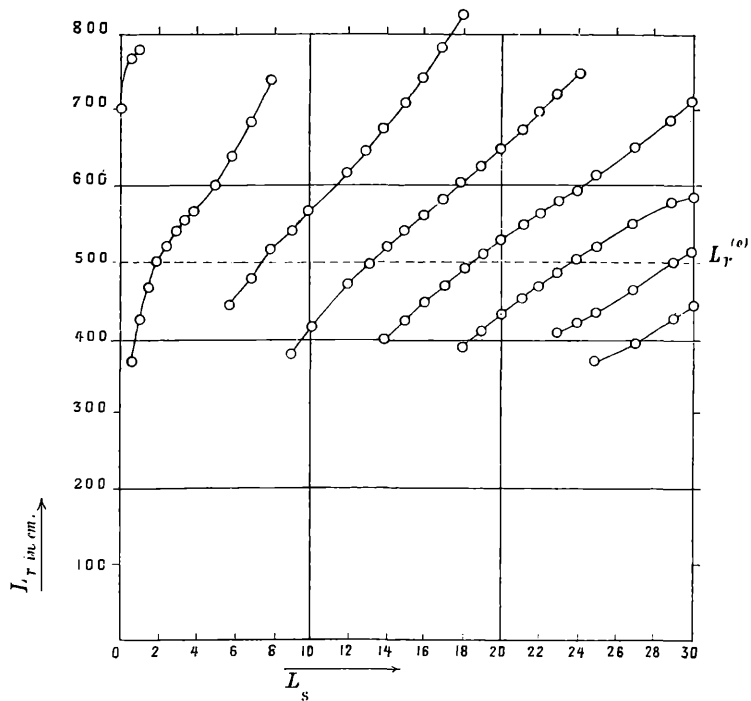


Fig. 4 (ad Tabelle II).

Tabelle III.

$\delta = 16 \text{ cm}; L_r^{(0)} = 495 \text{ cm}.$

$L_s$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$
0.0	545	32	.	.		
1.0			445	22.2		
2.0			490	17		
2.5			500	19		
3.0			505	20.3		
4.0			515	20		
6.0			560	6	450	5
8.0					500	15
10.0	425	2.8			520	15.4
12.0	480	8.4	.		560	7.2
14.0	505	14.1	405	1.3	630	2.6
16.0	525	11.9	455	4.1		
18.0	560	6	490	11		
20.0	610	3	510	13	440	2.7

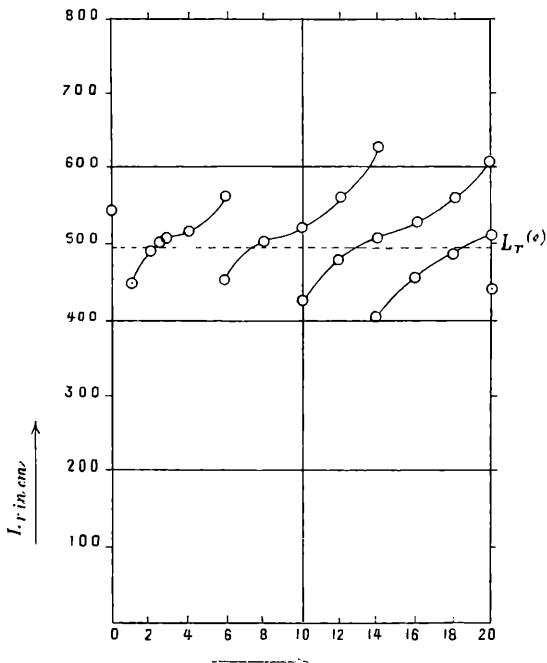


Fig. 5 (ad Tabelle III).

Tabelle IV

$\delta = 25 \text{ cm}; L_r^{(0)} = 491 \text{ cm}.$

$L_s$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$
0·0	510	23·5	.	.	.	.
0·5	530	15·5	405	4·3	.	.
1·0	595	4·3	465	15·5	.	.
2·0	670	?	490	25·5	.	.
3·0			495	29·5	.	.
4·0			500	26·1	.	.
6·0			530	10·4	460	10·4
8·0					490	22·5
10·0					500	22·5
12·0	480	16·2			535	8·2
14·0	495	24·1			615	4·1
16·0	505	15·7	460	5·4	.	.
18·0	545	6·2	490	19·2	400	?
20·0	560	4·0	495	22·2	440	2·7



Tabelle V

 $\delta = 10 \text{ cm}; L_r^{(0)} = 965 \text{ cm.}$ 

$L_s$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$
0·0		?		
1·0		?		
2·5	810	7·0	1075	3·8
3·0	885	9·6	1080	6·6
3·5	930	8·6		
4·0	955	10·6		
5·0	985	12·6		
6·0	995	10·8		
8·0	1015	10·2		
10·0	1025	3·1		
11·0	1035	4·6		
12·0			870	4·4
13·0			920	8·3
15·0			980	10·9
17·0			1005	?
19·0			1020	7·4
21·0			1035	3·5
22·0	905	3·4	1040	4·4
22·5	925	3·8	1050	1·8
23·0	940	4·0		
25·0	985	9·3		
29·0	1015	6·8		

Tabelle VI.

 $\delta = 30 \text{ cm}; L_r^{(0)} = 965 \text{ cm.}$ 

$L_s$	$L_r$	$J$	$L_r$	$J$
0·0	990	23·3		
1·0	990	14·3		
2·0	990	7·5		
2·5	995	6·8	785	5·3
3·0	1030	0·3	885	7·3
4·0			965	41·5
5·0			980	35·2
6·0			980	24·3
8·0			985	23·5
10·0			990	19·5
12·0			990	
13·0	925	13·7	995	6·7
14·0	970	27	1070	2
18·0	980	21·7		
22·0	990	10·5		
23·0	995	6·5	940	9·5
23·5	1035	4·5	955	16·5
24·0			965	24·5
27·0			980	28·5
30·0			985	25·4

## 4. Hieraus ergeben sich folgende Resultate:

Der Primärkreis eines Lecher'schen Systems emittirt im Allgemeinen für jede bestimmte Länge der secundären Leitung gleichzeitig mehrere, mit der Länge des secundären Kreises in bestimmter Weise

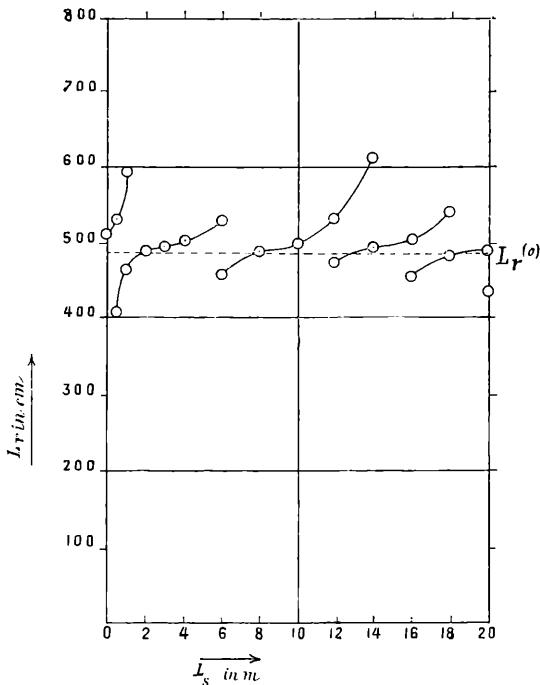


Fig. 6 (ad Tabelle IV).

veränderliche Schwingungen von verschiedener Periode und Intensität.

Die Perioden der ausgesendeten Wellen sind theils kleiner, theils gleich und theils grösser als diejenige der freien Eigenschwingung des unbelasteten Primärkreises.

Stellt man die Längen der emittirten simultanen Schwingungen, wie dies in den Fig. 3—7 geschehen ist, als Functionen der Länge der secundären Leitung dar, so ordnen sich dieselben in eine Curvenschar. Die Anzahl der nachweisbaren Simultanschwingungen scheint von der Stärke der gegenseitigen Beeinflussung der beiden Kreise abzuhängen, da sie umso grösser

wird, je mehr man den Abstand der secundären von den primären Platten verringert. Bezeichnet man die auf einer und derselben Curve der Schar liegenden Wellen als conjugirte, so

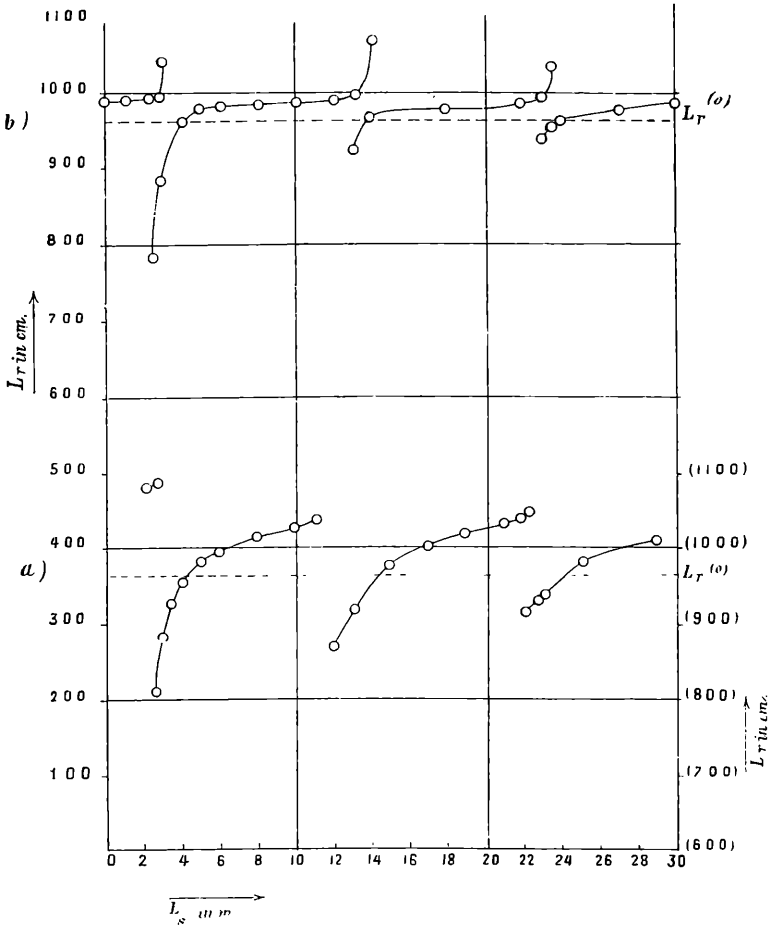


Fig. 7 (ad Tabellen V und VI).

kann man den Satz aussprechen, dass die Intensität der conjugirten Wellen auf jeder Curve ein Maximum besitzt.<sup>1</sup> Ein

<sup>1</sup> Die kleinen Unregelmäßigkeiten, welche sich in dieser Beziehung in den Tabellen finden, z. B. das scheinbare Auftreten zweier solcher Maxima auf derselben Curve, haben ihren Grund wohl nur in der Unzuverlässigkeit der primären Funken. Die mitgetheilten Zahlen sind meist einer einmaligen Beobachtungsreihe entnommen.

Blick auf die Tabellen zeigt ferner, dass in den verschiedenen Systemen von Simultanschwingungen der grösseren Wellenlänge durchaus nicht auch gleichzeitig die grössere Intensität entspricht, auch nicht in den Fällen, in welchen nicht mehr als zwei Simultanschwingungen auftreten.

Es liegt sehr nahe, die Emission eines complicirten Erregers mit dem Spectrum eines leuchtenden Körpers zu vergleichen. Es ist dies auch schon von anderer Seite versucht worden. D. Mazzotto spricht auf Grund seiner Versuche die Vermuthung aus,<sup>1</sup> dass das Lecher'sche System gleichzeitig mehrere Schwingungen aussende und sagt, man könnte in diesem Falle die Schwingung des Systems vergleichen mit derjenigen einer leuchtenden Substanz, welche geeignet ist, ein Linienspectrum (spettro a righe brillanti) zu geben. Meine Versuche scheinen mir die Berechtigung dieser Analogie in ihren groben Umrissen zu erweisen, wenn auch natürlich die feineren Züge nicht übereinstimmen; letzteres ist bei so verschiedenen Erscheinungen aber auch gar nicht zu erwarten. Ich möchte noch erwähnen, dass man mit Hilfe der in dieser Arbeit benützten complicirten Erreger Erscheinungen erhalten kann, welche sehr an die in den Spectralserien mancher Elemente auftretenden Doppellinien erinnern; besonders deutlich ist diese letztere Analogie in jenen Fällen, wo nur zwei Simultanschwingungen nachweisbar sind. In einem Falle der Vorversuche erhielt ich zwei Simultanschwingungen von den halben Wellenlängen:  $\lambda_1 = 990 \text{ cm}$ ,  $\lambda_2 = 1025 \text{ cm}$ ; bildet man das Verhältniss der Wellenlängen, so erhält man  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0.965$ . Bildet man das analoge Verhältniss z. B. für die beiden Wellenlängen des ersten Duplets der Hauptserie im Spectrum des Rubidium,<sup>2</sup>  $\lambda'_1 = 7811 \text{ (Å. E.)}$ ,  $\lambda'_2 = 7950 \text{ (Å. E.)}$ , so findet man  $\frac{\lambda'_1}{\lambda'_2} = 0.982$ . Diese Zahlen scheinen mir die gemachte Behauptung zu stützen. Wie die Versuche zeigen, besitzen die Ordinatendifferenzen

D. Mazzotto, Atti della R. Accad. di Torino, Vol. XXIX, 19. Nov. 1893, Sep. Abz. p. 9; vergl. weiter unten.

Kayser und Runge, Abhandl. der Berl. Akad. 1890, Separat-Ab-

zweier benachbarten Curven (siehe Fig.) für jedes Curvenpaar ein Minimum. Dieses Minimum nimmt, wie besonders aus jenen Versuchen hervorgeht, bei welchen nur zwei Simultanschwingungen vorhanden waren, bei zunehmender Länge der secundären Leitung beständig ab; daher wird auch das Verhältniss der Wellenlängen immer mehr gleich der Einheit. Es unterliegt somit keinem Zweifel, dass bei genügender Länge der secundären Leitung auch Doppellinien von dem Wellenlängenverhältnisse z. B. der *D* Linien hergestellt werden können.<sup>1</sup>

5. Ich darf es an dieser Stelle nicht unterlassen, auf die äusserst interessanten Versuche verschiedener Physiker<sup>2</sup> hinzuweisen, welche sich mit den »Knotensystemen« an der Lecher'schen Secundärleitung befassen. Ein Vergleich dieser Versuche mit meinen eigenen zeigt, dass der Gegenstand der Untersuchung in beiden Fällen ein ähnlicher ist, nämlich die Ermittlung des Schwingungsvorganges in einem Lecher'schen Systeme. Die Methoden sind jedoch ganz wesentlich ver-

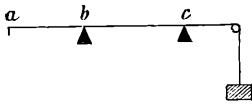


Fig. 8.

schiedene; es ist daher nur natürlich, dass gewisse Fragen, welche sich bei Anwendung der einen Methode nicht oder nur bis zu einem gewissen Grade der Wahrscheinlichkeit beantworten lassen, mit Hilfe der anderen voll-

ständig gelöst werden können und umgekehrt. Um die Grenzen der Leistungsfähigkeit der beiden Methoden näher zu bezeichnen, möchte ich einen analogen Fall aus dem Gebiete der Akustik betrachten. Es möge sich darum handeln, die Schwingungen einer tönenden Saite experimentell zu untersuchen. Die Saite sei (Fig. 8) auf einem Monochord befestigt; *b* und *c* seien verschiebbare Keile, mit deren Hilfe je ein Punkt der Saite künstlich zu einem Knotenpunkte gemacht werden kann. Bei *a*

<sup>1</sup> Vergl. auch B. Galitzin Wied. Ann. 56, S. 78, 1895.

E. Lecher, Diese Sitzungsber., 99, Abth. II. a. 1890, oder Wied. Ann. 41, S. 850, 1890. — E. Cohn und F. Heerwagen, Wied. Ann. 43, S. 343, 1891. — H. Ebert und E. Wiedemann, Wied. Ann. 48, S. 549, 1893; 49, S. 1, 1893. — E. Salvioni, Nuovo Cimento, Ser. III, Vol. XXXV, fasc. d'aprile 1894. — D. Mazzotto, Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino. Vol. XXVIII, XXIX, 1893 und Vol. XXIX, 1894.

soll die Saite, und zwar immer in derselben Weise, zum Schwingen erregt werden. Es entstehen mehrere Fragen: 1. Wenn die Distanz  $ab$  unveränderlich bleibt: für welche Lagen von  $c$  wird das Saitenstück  $bc$  zum Tönen gebracht? 2. Wenn  $c$  fest bleibt und  $b$  verschoben wird: für welche Lagen von  $b$  werden die Stücke  $ab$  und  $bc$  gleichzeitig zum Tönen gebracht? — Führt man die zur Beantwortung dieser beiden Fragen nöthigen Versuche aus, so erhält man sämtliche Schwingungen oder Obertöne, welche die Saite bei den verschiedensten Versuchsbedingungen geben kann. Fragt man aber: 3. Welches ist bei einer bestimmten Saitenlänge  $ab$  oder  $ac$  der thatsächliche Schwingungsvorgang, d. h. welches sind die in diesem ganz bestimmten Falle wirklich auftretenden Schwingungen und welches die Intensität jeder einzelnen von ihnen? — so versagen die beiden ersten Methoden der Untersuchung. Nach den mit denselben gewonnenen Erfahrungen kann man wohl sagen, es sei möglich, dass diese oder jene Schwingungen gleichzeitig auftreten, eine Gewissheit für diese Behauptung bieten die Versuche jedoch nicht; über das Intensitätsverhältniss der auftretenden Schwingungen aber gestatten dieselben überhaupt keine Aussage. Will man demnach die dritte Frage beantworten, so muss man eine andere Methode der Untersuchung wählen, durch welche an den Versuchsbedingungen der Saite selbst nichts geändert wird. Man wird die Schwingungen der Saite z. B. photographiren oder mit Hilfe von Resonatoren analysiren. Auf diese Weise wird man Frage 3 vollständig beantworten können. Die nach diesen drei Methoden erhaltenen Resultate werden miteinander in einem Widerspruch nicht stehen können.

Ganz ebenso wie in diesem akustischen Beispiele liegt die Sache im vorliegenden Falle der Schwingungen in einem Lecher'schen Drahtsystem. Die entsprechenden Fragen 1 und 2 sind durch die citirten Untersuchungen der oben genannten Forscher beantwortet. Eine Methode zur Lösung der dritten Frage glaube ich in der vorliegenden Arbeit angegeben zu haben. Dieselbe Methode scheint auch geeignet, um über eine Reihe anderer Fragen, welche sich bei veränderten Versuchsbedingungen aufdrängen, bequemen Aufschluss zu geben.

6. Zur Theorie. Im Anschluss an die vorliegende Arbeit und an meine frühere Mittheilung sollen noch kurz die Resultate angeführt werden, zu welchen die unter den Kirchhoff'schen Annahmen angestellte Berechnung des Schwingungsvorganges in einem System von  $n$  einfachen Hertz'schen Erregern, welche einander beliebig beeinflussen, führt. Da der Gang der leicht auszuführenden Rechnung ein ganz ähnlicher ist, wie in dem von Herrn Prof. Jaumann behandelten Falle, welchen ich früher mitgeteilt habe,<sup>1</sup> so soll derselbe hier nicht im Einzelnen wieder dargestellt werden.

Gegeben seien  $n$  einfache Hertz'sche Erreger (Fig. 9), bestehend aus je zwei, als punktförmig gedachte Conductoren

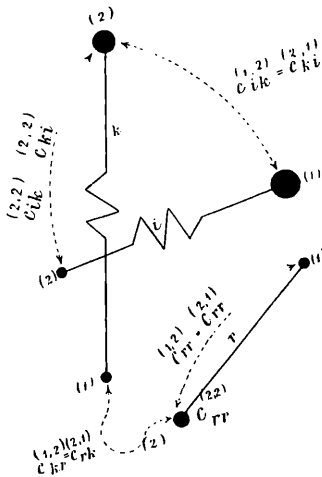


Fig. 9.

[(1) und (2)], von den Capacitäten  $c_{ii}^{(1,1)}$  und  $c_{ii}^{(2,2)}$  [ $i = 1, 2, \dots, n$ ], welche durch einen capacitätsfreien, widerstandslosen Draht vom Selbstinductionscoefficienten  $L_{ii}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) verbunden sind. Die Coefficienten der gegenseitigen Induction der Drähte  $i$  und  $k$  sollen mit  $L_{ik} = L_{ki}$  bezeichnet werden. Die elektrostatischen Inductionscoefficienten der  $2n$  Conductoren werden dargestellt durch die Grössen  $c_{ik}^{(1,1)}$ ,  $c_{ik}^{(1,2)}$ ,  $c_{ik}^{(2,2)}$ ,  $c_{ik}^{(2,1)}$ ;<sup>2</sup> es

<sup>1</sup> Diese Sitzungsber., CIV, Abth. II. a., S. 178, 1895 oder Wied. Ann. S. 521, 1895.

<sup>2</sup> Bezüglich der Bedeutung der  $c_{ik}$  und  $c_{ii}$  vergl. Maxwell, Elektr. und Magnet. Deutsch von Weinstein, 1883, I, §. 87; die entsprechenden Grössen sind bei Maxwell mit  $q_{rs}$  und  $q_{rr}$  bezeichnet.

bedeutet, wie auch in der Figur ersichtlich gemacht ist, z. B.  $c_{ik}^{(2,1)} = c_{ki}^{(1,2)}$  den elektrostatischen Inductionscoefficienten des Conductors (2) des Erregers  $i$  auf den Conductor (1) des Erregers  $k$  u. s. w.

Mit  $V_i^{(1)}$ ,  $V_i^{(2)}$  werden die Potentiale bezeichnet, welche beziehungsweise auf dem Conductor (1) oder (2) des Erregers  $i$  herrschen. Unter  $A_i^{(1)}$ ,  $A_i^{(2)}$  sind die Maximalwerthe (Amplituden) dieser Potentiale verstanden. Es bedeutet ferner  $x = \frac{2\pi}{T}$ , wenn  $T$  die Periode einer Schwingung ist.

Die Rechnung ergibt ein System von  $2n$  linearen, in den  $2n$  Grössen  $A_i^{(1)}$  und  $A_i^{(2)}$  homogenen Gleichungen. Die Determinante der Coefficienten dieser Grössen muss bekanntlich verschwinden. Dies liefert, da  $n$  von den  $2n$  Gleichungen nur die Abhängigkeit der  $A$  mit gleichem unteren Index von einander darstellen und  $x^2$  nicht enthalten,<sup>1</sup> eine algebraische Gleichung  $n$ ten Grades zur Bestimmung der  $x^2$ , beziehungsweise der Schwingungsdauern  $T$ . Das heisst:

Ein System von  $n$  beliebigen einfachen Erregern, welche einander gegenseitig beliebig beeinflussen, erzeugt gleichzeitig höchstens  $n$  von einander und von den  $n$  Eigenschwingungen der unbeeinflussten  $n$  Erreger verschiedene Schwingungen.

In den praktisch wichtigen Fällen wird die experimentelle Anordnung meist einen hohen Grad von Symmetrie aufweisen. Ist das ganze System von Erregern vollständig symmetrisch um eine durch dasselbe gelegte Ebene und ausserdem jeder einzelne Erreger symmetrisch um einen Punkt seines Drahtes, so bestehen folgende Gleichungen zwischen den in die Rechnung eintretenden Grössen, wodurch letztere wesentlich vereinfacht wird:

$$L_{ik} = L_{ki}; \quad c_{ik}^{(1,2)} = c_{ik}^{(2,1)} = c_{ki}^{(2,1)} = c_{ki}^{(1,2)}; \quad c_{ik}^{(1,1)} = c_{ik}^{(2,2)};$$

$$V_i^{(1)} = -V_i^{(2)} = V_i; \quad A_i^{(1)} = -A_i^{(2)} = A_i.$$

<sup>1</sup> Die Grösse  $x$  kommt nur in der zweiten Potenz in diesen Gleichungen vor. Zur Bestimmung der Schwingungsdauern  $T$  kann selbstverständlich nur die positive Quadratwurzel aus  $x^2$  herangezogen werden.



Mit Rücksicht hierauf erhält die für die Grössen  $A$  geltende Gleichung die Gestalt:

$$\sum_{p=1}^{p=n} \sum_{k=1}^{k=n} (c_{pk}^{(1,1)} + c_{pk}^{(1,2)}) L_{ip} \cdot x^2 \cdot A_k - A_i = 0; \quad [i = 1, 2, \dots, n]$$

Dies ist ein System von  $n$  mit Bezug auf die  $n$  Grössen  $A$  homogenen linearen Gleichungen; demnach muss die Determinante der Coëfficienten dieser  $n$  Grössen verschwinden, wodurch, wie im allgemeineren Falle, eine Gleichung  $n$ ten Grades zur Bestimmung der  $x^2$ , beziehungsweise der  $T$  erhalten wird. Diese Gleichung ist die folgende:

$$\left| \begin{array}{c} \left[ \sum_{k=1}^{k=n} (c_{k1}^{(1,1)} + c_{k1}^{(1,2)}) L_{1k} x^2 - 1 \right], \sum_{k=1}^{k=n} (c_{k2}^{(1,1)} + c_{k2}^{(1,2)}) L_{1k} x^2, \\ \sum_{k=1}^{k=n} (c_{kn}^{(1,1)} + c_{kn}^{(1,2)}) L_{1k} \cdot x^2 \\ \sum_{k=1}^{k=n} (c_{k1}^{(1,1)} + c_{k1}^{(1,2)}) L_{2k} x^2, \left[ \sum_{k=1}^{k=n} (c_{k2}^{(1,1)} + c_{k2}^{(1,2)}) L_{2k} x^2 - 1 \right], \dots, \\ \sum_{k=1}^{k=n} (c_{kn}^{(1,1)} + c_{kn}^{(1,2)}) L_{2k} x^2 \\ \sum_{k=1}^{k=n} (c_{k1}^{(1,1)} + c_{k1}^{(1,2)}) L_{nk} x^2, \sum_{k=1}^{k=n} (c_{k2}^{(1,1)} + c_{k2}^{(1,2)}) L_{nk} x^2, \\ \left[ \sum_{k=1}^{k=n} (c_{kn}^{(1,1)} + c_{kn}^{(1,2)}) L_{nk} x^2 - 1 \right] \end{array} \right| = 0$$

Es vermag demnach auch ein mit Bezug auf eine Ebene vollkommen symmetrisches System von  $n$  einander beeinflussenden einfachen Hertz'schen Erregern höchstens  $n$  von einander und von den Eigen-

schwingungen der  $n$  unbeeinflussten Einzelkreise verschiedene Schwingungsdauern zu erzeugen.

Um die Anwendbarkeit dieser Formel auf specielle Fälle zu zeigen, soll zunächst der Schwingungsvorgang in einer Tesla'schen Anordnung mit Hilfe derselben berechnet werden, denn die Rechnung ist auch auf Erreger von anderen Dimensionen, als denjenigen der Hertz'schen Kreise, anwendbar, so-

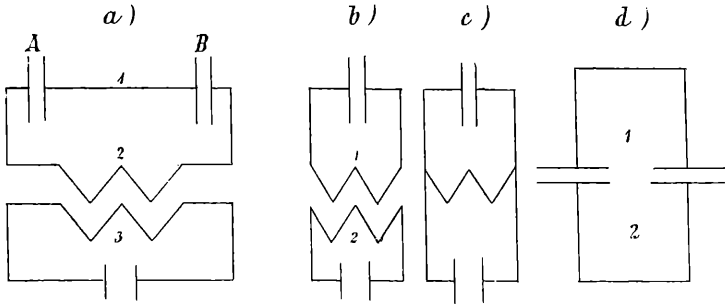


Fig. 10.

lange nur die der Rechnung zugrundeliegenden Annahmen gültig bleiben.

Fig. 10 a) gibt eine Skizze der Tesla'schen Aufstellung. Man hat zu setzen:

$$n = 3; \quad c_{13} = c_{31} = c_{23} = c_{32} = 0, \\ L_{13} = L_{31} = L_{12} = L_{21} = 0.$$

Mithin:

$$\begin{vmatrix} (c_{11}L_{11}x^2 - 1), & c_{12}L_{11}x^2, & 0 \\ c_{12}L_{22}x^2, & (c_{22}L_{22}x^2 - 1), & c_{33}L_{23}x^2 \\ c_{12}L_{23}x^2, & c_{22}L_{23}x^2, & (c_{33}L_{33}x^2 - 1) \end{vmatrix} = 0.$$

Die gewöhnliche Tesla'sche Anordnung erzeugt demnach drei Schwingungen.

Für den Fall  $n = 2$  ergibt sich:

$$\begin{vmatrix} [(c_{11}L_{11} + c_{12}L_{12})x^2 - 1], & (c_{12}L_{11} + c_{22}L_{12})x^2 \\ (c_{11}L_{12} + c_{12}L_{22})x^2, & [(c_{12}L_{12} + c_{22}L_{22})x^2 - 1] \end{vmatrix} = 0$$

oder

$$x^4 - \frac{c_{11}L_{11} + c_{22}L_{22} + 2c_{12}L_{12}}{(c_{11}c_{22} - c_{12}^2)(L_{11}L_{22} - L_{12}^2)} x^2 + \frac{1}{(c_{11}c_{22} - c_{12}^2)(L_{11}L_{22} - L_{12}^2)} = 0.$$

Dies ergibt für den Fall der Blondlot'schen<sup>1</sup> Anordnung (vergl. Fig. 10 b), bei welcher  $c_{12} = 0$  zu setzen ist, für  $T$  die Gleichung:

$$x^2 = \frac{1}{2} \frac{c_{11}L_{11} + c_{22}L_{22}}{c_{11}c_{22}(L_{11}L_{22} - L_{12}^2)} \pm \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \frac{c_{11}L_{11} + c_{22}L_{22}}{c_{11}c_{12}(L_{11}L_{22} - L_{12}^2)} \right]^2 - \frac{1}{c_{11}c_{22}(L_{11}L_{22} - L_{12}^2)}}$$

Diese Anordnung ergibt also im Allgemeinen zwei von den Eigenschwingungen der Einzelkreise verschiedene Schwingungen.<sup>2</sup> In dem extremen Falle, dass  $L_{12} = 0$  wird, wenn also die Kreise sich gegenseitig nicht beeinflussen, so sind die möglichen zwei Schwingungen gleich den Eigenschwingungen der Einzelkreise;<sup>3</sup> in dem anderen extremen Falle, in welchem eine der Grössen  $c_{11}$ ,  $L_{11}$ ,  $c_{22}$ ,  $L_{22}$  unendlich wird, hat das

R. Blondlot, Compt. rend. 114, p. 283, 1892.

A. Overbeck (Wied. Ann. 55, S. 623, 1895) legt seiner Berechnung der Tesla'schen Versuche nicht das Schema Fig. 10 a zu Grunde, sondern sagt: »Endlich können wir uns die Condensatoren A und B (siehe Fig. 10 a) für die Berechnung durch einen einzigen Condensator von halber Capacität ersetzt denken, so dass wir den weiteren Betrachtungen die Anordnung Fig. 10 b zu Grunde legen können.« A. Overbeck erhält auch das richtige Resultat, dass eine Anordnung Fig. 10 b zwei Perioden besitzt. Dies gilt aber, wie gezeigt wurde, nicht für die wirkliche Tesla'sche Aufstellung. Noch eine Bemerkung sei mit Bezug auf diese Anordnung gestattet. Denkt man sich die einander beeinflussenden Theile der Drähte in Fig 10 b einander immer mehr und mehr genähert, bis dieselben endlich, wie in Fig. 10 c, zusammenfallen (ein Übergang, wie er bei der Berechnung von Selbstinductionscoëfficienten angewendet wird), so erhält man hiedurch unmittelbar einen complicirten Erreger von der Form, welche ich in meiner früheren Mittheilung (diese Sitzungsber., Bd. CIV, Abth. II. a., Februar 1895, oder Wied. Ann. 55, S. 513, 1895) untersucht habe. Es kann daher nicht verwundern, dass das Resultat für beide Fälle nahezu identisch ist. Bezüglich der Discussion specieller Fälle der Anordnung 10 b vergl. A. Overbeck, l. c.

<sup>3</sup> Vergl. V Bjercknes, l. c. S. 127

System nur eine einzige Schwingungsdauer gleich derjenigen des Einzelkreises, dessen Periode endlich bleibt.

Für die Lecher'sche Aufstellung (Fig. 10 *d*), bei welcher  $c_{12}$  nicht verschwindet, hingegen  $L_{12} = 0$  zu setzen ist, folgt:

$$x^2 = \frac{1}{2} \frac{c_{11}L_{11} + c_{22}L_{22}}{(c_{11}c_{22} - c_{12}^2) \cdot L_{11}L_{22}} \pm \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \frac{c_{11}L_{11} + c_{22}L_{22}}{(c_{11}c_{22} - c_{12}^2) L_{11}L_{22}} \right]^2 - \frac{1}{(c_{11}c_{22} - c_{12}^2) L_{11}L_{22}}}$$

Auch hier gelten ganz ähnliche Sätze, wie für die Blondlot'sche Anordnung, wenn einmal  $c_{12} = 0$ , das anderemal eine der Grössen  $c_{11}$ ,  $L_{11}$ ,  $c_{22}$ ,  $L_{22} = \infty$  gesetzt wird. Im Allgemeinen emittirt jedoch die Lecher'sche Anordnung zwei Schwingungen, welche von den freien Eigenschwingungen der Einzelkreise verschieden sind.

Alle angeführten Resultate gelten streng nur für die einschränkenden Voraussetzungen, welche über den Widerstand und die Capacität der Drähte gemacht wurden. Die hier in Kürze dargestellte Theorie gestattet daher keinerlei Aussage: eines-theils über die Dämpfung oder Aperiodicität der einzelnen Schwingungen bei Versuchen, wo der Widerstand der Drähte nicht zu vernachlässigen ist, anderentheils über das Auftreten von Oberschwingungen bei Benützung von Drähten, deren eigene Capacität gegenüber derjenigen der verwendeten Condensatoren nicht als verschwindend klein betrachtet werden kann. Es ist möglich, Versuchsarrangements zu treffen, bei welchen die genannten Voraussetzungen nahezu erfüllt sind; bei den mitgetheilten Versuchen war dies jedoch keineswegs der Fall.

---

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften  
mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: [104\\_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Geitler Josef Ritter v.

Artikel/Article: [Schwingungsvorgang in complicirten Erregern Hertz'scher  
Wellen. 994-1013](#)