Bemerkung über symmetrische Correspondenzen ungeraden Grades

Gustav Kohn in Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung am 18. Juni 1897.)

Die vorliegenden Zeilen sind dem Beweise des folgenden Satzes gewidmet:

Die Gruppen von je $n+1$ Elementen, welche gebildet werden von je einem Element eines rationalen Trägers und den n ihm vermöge einer symmetrischen (n, n)-Correspondenz entsprechenden Elementen, gehören einer und derselben Involution n^{ter} Stufe an, wenn n eine ungerade Zahl ist.

Die Gleichung der Correspondenz

$$\sum_{i,k} a_{ik}\lambda^i\mu^k = 0 \quad (i, k = 0, 1, 2 \ldots n), \;\; a_{ik} = a_{ki} \tag{1}$$

liefert als Wurzeln in λ die Parameter der Elemente, welche dem Elemente mit dem Parameter μ entsprechen. Es wird also die Gleichung in λ

$$(\lambda-\mu)\sum_{i,k} a_{ik}\lambda^i . \mu^k = 0 \qquad (i, k = 0, 1, \ldots n) \tag{2}$$

für die verschiedenen Werthe von μ die Gruppen von $n+1$ Elementen liefern, über welche der zu beweisende Satz aussagt, dass nicht mehr als n von diesen Gruppen linear unabhängig sind.

Die linke Seite von (2) hat nun die Eigenschaft, lediglich das Vorzeichen zu wechseln, wenn λ und μ untereinander vertauscht werden, so dass, wenn mit b_{ik} der Coefficient von $\lambda^i\mu^k$

dieser linken Seite bezeichnet wird,

$$b_{ik} = -b_{ki} \quad (i, k = 0, 1, 2 \ldots n+1).$$

Diese Relationen zwischen den Coëfficienten von (2) lassen aber die Richtigkeit unseres Satzes erkennen. Denn sie zeigen, dass zwischen den ganzen Functionen $(n+1)^{\text{ten}}$ Grades in λ, welche als Coëfficienten der verschiedenen μ-Potenzen in (2) auftreten, eine lineare Relation besteht.

Der Coëfficient von μ^k lautet nämlich

$$b_{0k} + b_{1k}\lambda + b_{2k}\lambda^2 + \ldots + b_{n+1,k}\lambda^{n+1} \quad (k = 0, 1, \ldots n+1)$$

und die nothwendige und hinreichende Bedingung für das Stattfinden einer linearen Relation zwischen diesen $n+2$ ganzen Functionen in λ besteht in dem Verschwinden der Determinante der Coëfficienten $|b_{ik}|$. Diese Determinante ist schief-symmetrisch und vom Grade $n+2$; sie verschwindet also thatsächlich, wenn n eine ungerade Zahl ist.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1897

Band/Volume: 106_2a

Autor(en)/Author(s): Kohn Gustav

Artikel/Article: Bemerkung über symmetrische Correspondenzen ungeraden Grades. 488-489