

Optische Untersuchung der Luftstrahlen

M. U. Dr. **Ludwig Mach** in Jena.

(Mit 4 Tafeln und 26 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 14. October 1897.)

Vorliegende Mittheilung enthält den Bericht über eine Reihe von Versuchen, welche an eine ältere Arbeit¹ anknüpfen. Ich habe mich bemüht, die Methoden zu verbessern und reinere Resultate zu erzielen. Die Luftstrahlen wurden sowohl nach der Schlierenmethode, als auch mit dem von mir beschriebenen Interferenzrefractometer untersucht.² Dass in beiden Fällen, wegen der geringen Grösse des Compressionsgefässes und der raschen Druckänderung in demselben keine Dauerbeobachtungen angestellt werden konnten, sondern Momentphotographien aufgenommen werden mussten, vermindert wesentlich den Werth meiner Untersuchung, welche in Folge dieses Umstandes als eine vorwiegend qualitative angesehen werden muss. Dennoch sind die beobachteten Erscheinungen, die auch dem Mathematiker Anregungen bieten möchten, interessant genug, um mitgetheilt zu werden.

Ich werde zunächst die Versuche nach der Schlierenmethode, dann jene nach der Interferenzmethode beschreiben.

Aufstellung für die Schlierenversuche.

Es handelte sich darum, das kleine Feld der älteren Versuche zu vergrössern, und zugleich mehr ins Einzelne aus-

E. Mach und P. Salcher, Optische Untersuchung der Luftstrahlen. Diese Sitzungsber., Bd. XCVIII, Abth. II. a., November 1889.

² L. Mach, Akademischer Anzeiger, 1891, Nr. 22, 5. November. — Über ein Interferenzrefractometer. Diese Sitzungsberichte, Bd. CI, Abth. II. a., Jänner 1892. — Über ein Interferenzrefractometer. Ebendaselbst, Bd. CII, Abth. II. a., October 1893. — Akademischer Anzeiger, 1893, Nr. 19, S. 198.

gearbeitete Bilder der Strahlen zu erhalten. Dies wurde in folgender Weise erzielt:

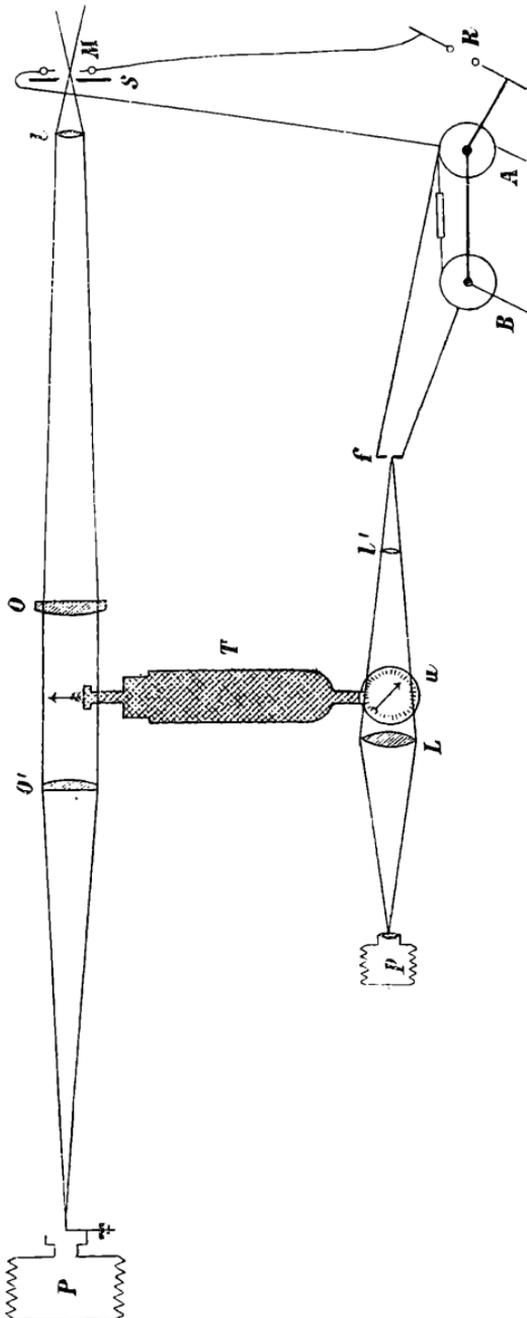


Fig. 1.

Das von der Spalte S (Fig. 1) ausgehende und durch die Beleuchtungslinse l zusammengehaltene Licht wird durch ein

grosses achromatisches Objectiv *O* (21 *cm* freie Öffnung und 3 *m* Brennweite) parallel gemacht. Ein zweites, kleineres Objectiv *O'* von 10·2 *cm* Öffnung¹ sammelt dieses Licht in seinem Focus (von 143 *cm*) auf der Schlierenblende des photographischen Apparates *P*, welche letzterer auf den zwischen den beiden Objectiven hindurchfahrenden Luftstrahl eingestellt ist, und mit Hilfe eines Steinheil'schen Gruppen-Antiplanetes (von 78 *mm* Öffnung und 44 *cm* Focus) ein etwa 36 *mm* im Durchmesser haltendes Bild des 10 *cm* grossen Objectivfeldes entwirft.

Als Lichtquelle diente diesmal eine kleine genau zugemessene Quantität Magnesium-Blitzpulver, die hinter der Spalte *S* mit Hilfe eines Flaschenfunkens entzündet wurde. Bei Anwendung einer Zündlunte verbrennt, wie es scheint, das Pulver langsamer und gibt verwischte Bilder.²

Die beiden Flaschen *A* und *B*, deren äussere Belegungen durch eine Wasserröhre getrennt sind, werden durch die Maschine geladen. Sobald man das Sausen des Strahles hört, wird die Flasche *A* durch einen Schiebauslader *R* entladen, und bringt das Magnesiumpulver bei *M* zur Entzündung. Ferner entlädt sich *B* durch die Funkenstrecke *f* und den Bogen der äusseren Belegungen nach *A*, wodurch gleichzeitig mit der Aufnahme des Schlierenbildes der Stand des Manometers *u* durch den kleinen photographischen Apparat *p* registriert wird. Die Rückwand und das Scalenblatt des Manometers waren diesmal aus Glas.

Gelegentlich habe ich auch den von einer kleinen hellen Lichtquelle geworfenen Schatten des Luftstrahles auf einem Schirm beobachtet, oder auf einer photographischen Platte aufgefangen (Dvořák's Verfahren).

Herr Director Prof. Weiss hatte die besondere Freundlichkeit, mir dieses von Sir Howard Grubb in Dublin gefertigte Glas für diese Untersuchung auf einige Zeit zu überlassen.

² Das Licht einer elektrisch entzündeten Pulvermenge von 0·1 *g* Gewicht dauert ungefähr 0·04 bis 0·05'', wogegen eine gleiche Menge mit Luntentzündung in einer Zeit von 0·06 bis 0·1'' zur Verbrennung kommt.

Vergl.: »Über die Dauer verschiedener Momentbeleuchtungen«, von L. Mach, in Eder's Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik. Jahrgang 1893.

Ein verwandtes Verfahren, welches gestattet, den Strahl ohne Anwendung eines photographischen Objectives in natürlicher oder beliebiger anderer Grösse aufzunehmen, möge noch kurz erwähnt werden. Der Strahl strömt (Fig. 2) vor einem grossen achromatischen Objective O , in dessen doppelter Brennweite mit Hilfe der Linse l ein Sonnenbild s entworfen ist. Ein zweites achromatisches Objectiv O' kürzt das conjugirte Bündel ab, so dass man bei Anwendung der Schlierenblende b den

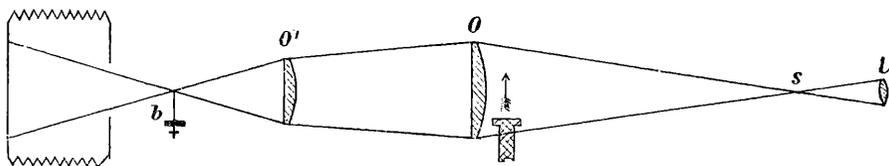


Fig. 2.

Strahl in natürlicher Grösse mit Hilfe eines vor das Sonnenbildchen s angebrachten und genau abgestimmten Momentverschlusses photographiren kann.

Auch ein Hohlspiegel wurde zuweilen, wie schon bei den älteren Versuchen, als Kopf des Schlierenapparates verwendet.

Der Verdichtungsrecipient.

Der Verdichtungsrecipient T (Fig. 1) bestand aus einem Mannesmannrohre,¹ und war, wie in Fig. 3 ersichtlich ist, wegen seines bedeutenden Gewichtes auf einem Gestelle fahrbar angebracht. Das Rohr lag in vertical verschiebbaren Backen, und während die unteren Schrauben die genaue Höhenstellung für den Pumpenansatz gestatteten, dienten die oberen bloss zur Fixirung in dieser Lage.

Der gebräuchliche Druckkegelverschluss² kann nur dann zur Anwendung kommen, wenn ausreichend grosse Com-

¹ Dieses Rohr wurde von der Filiale der deutschösterreichischen Mannesmannwerke in Komotau in Böhmen in der zuvorkommendsten Weise angefertigt.

Bekanntlich sind die Compressionsgefässe so eingerichtet, dass durch eine Schraube mit grossem Torsionskopf ein Hartgusskegel in einen entsprechend fein ausgeschliffenen Hohlkegel hineingepresst wird. Beim Öffnen

pressionskessel zur Verfügung stehen, denn bevor ein solcher Verschluss genügend aufgeschraubt ist, hat ein kleinerer Recipient den grössten Theil seiner Ladung abgegeben. Nur wenn ein geräumiger in der Axe des Verdichtungsrohres liegender Ausflussschnabel durch eine genügend grosse und schön cylindrische Bohrung plötzlich mit dem Verdichtungsraume in Verbindung gesetzt wird, kann man, auch wenn ein kleineres Ver-

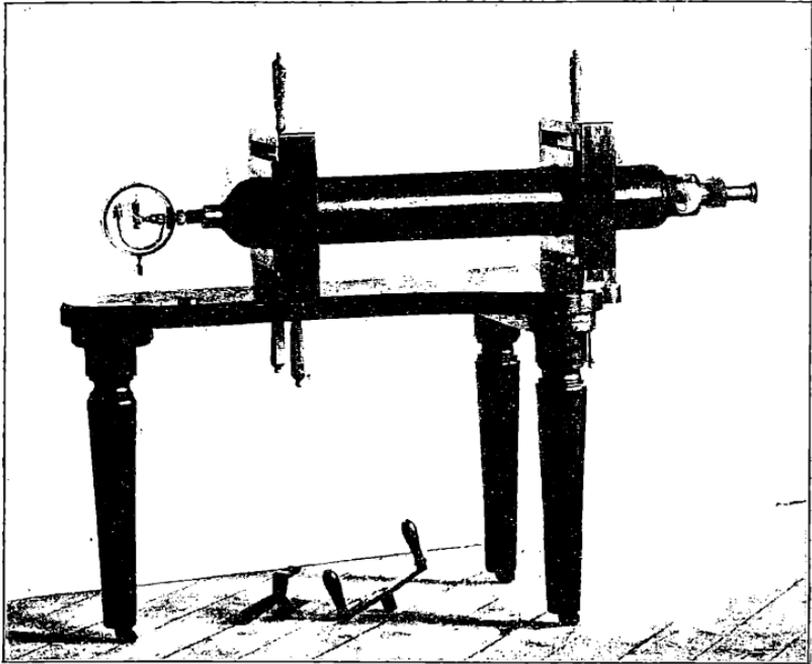


Fig. 3.

drichtungsrohr zur Verfügung steht, bei entsprechend raschem Experimentiren Strahlen hoch comprimierter Luft (bis gegen 100 Atmosphären) aufnehmen.

Diesen Zweck erfüllt der bei diesen Versuchen verwendete Verschluss. In Fig. 4 ist der Durchschnitt desselben in $\frac{1}{3}$ der natürlichen Grösse reproducirt. Fig. 3 gibt die Aussenansicht.

strömt nun die Luft durch die Spalte, füllt einen kleinen Vorraum aus und fliesst durch den unter rechtem Winkel zur Längsaxe des Gefässes stehenden Ausflussschnabel ab. Von der Verwendung eines solchen Verschlusses müsste man auch bei genügend grossen Compressionskesseln Abstand nehmen, da durch die Knickung des Luftstromes mannigfache Störungen im Luftstrahl hervorgebracht werden.

Die Stirnfläche des Mannesmannrohres *MM* ist mit einem Gewinde versehen, in das der aus Aluminiumbronze gefertigte Metalltheil *TT* unter Anwendung von Rose's Metall luftdicht eingeschraubt ist. Die cylindrische Bohrung ist durch den aus einer härteren Aluminiumlegirung (Ferroaluminium) hergestellten Hahnkörper *HH* unterbrochen. Derselbe trägt auf der breiteren Fläche einen eingefrästen Schnitt, so dass er mit Hilfe eines Schraubenziehers unter Anwendung von Ölstein

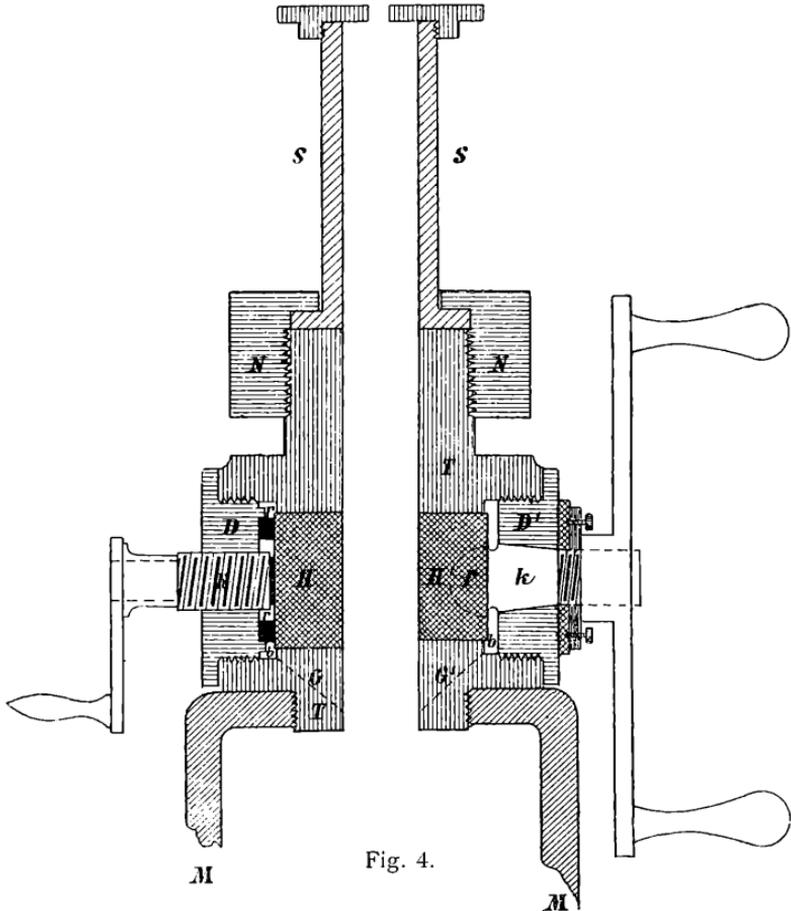


Fig. 4.

jederzeit bis zur Flächenadhärenz nachgeschliffen werden kann, wobei man aber sorgfältig darauf achten muss, dass alle Metalltheile die gleiche Temperatur haben. Der Ausflussschnabel oder der Pumpenansatz wird mit Hilfe der Holländermutter *NN* festgehalten.

Die zu beiden Seiten des Hahnes ausgedrehten Räume werden durch die mit Gewinden versehenen Metalldeckel DD' verschlossen. In einem derselben bewegt sich luftdicht ein Kegel k , dessen vorderes Ende scheibenförmig zugefräst ist, und in eine entsprechende (gestrichelt angedeutete) Ausfräsung des Hahnkörpers eingreift. Die den Kegel k in seiner Lage haltenden Muttern mm' haben an einem Hemmungsstift Anschlag, und ermöglichen es so, den Hahn mit Hilfe eines zweiarmigen Schlüssels rasch und sicher um 90° zu drehen. Würde aber der Hahn nicht von der anderen Seite in sein Lager gepresst, so würde die Luft zwischen den Contactflächen entweichen. Ein Gummiring rr hält nun den Hahn genau in seinem Lager, und wenn der gefüllte Recipient längere Zeit ohne Druckverlust stehen soll, so bedient man sich der an der Stirnfläche mit einer Hartgummiplatte versehenen Knebelschraube k , mit deren Hilfe der Hahnkörper in sein Lager gedrückt werden kann. Die auf diese Weise erzielte Dichtung ist sehr vollkommen. Der Druck des auf 80 Atmosphären geladenen Recipienten sinkt in 48 Stunden um kaum 3 Atmosphären. Eine Füllung von 30 Atmosphären hatte ich einmal durch 6 Wochen ohne merklichen Druckverlust stehen. SS ist der Ausflussschnabel, der mit der spaltförmig oder kreisrund durchbohrten Platte versehen wird.

Es sind noch zwei enge, durch kleine kegelförmig zulaufende Druckschräubchen absperrbare Bohrungen GG' an dem Verschlusse vorhanden, durch welche die Räume b und b' mit dem Compressionsraume communiciren. Um die Figur nicht zu compliciren, sind diese Canäle bloss durch gestrichelte Linien angedeutet.

Wird nun die Knebelschraube k durch einen einfachen Verschlusspfropfen ersetzt, und lässt man den Verdichtungsraum mit den Räumen b und b' in Verbindung, so wird der Hahn mit einem der Flächendifferenz der Stirnflächen entsprechenden und der Compression proportionalen Druck in sein Lager gepresst. Mit steigendem Druck wächst auch der Dichtungsdruck des Hahnes. Dies ist die zweite mögliche Verwendungsart des Verschlusses. Sperrt man die beiden Canälchen ab, so verwendet man die Vorrichtung in der schon früher beschriebenen Art und Weise.

In seltenen Fällen kommt es vor, dass der Hahn sich festsetzt, d. h., dass man ihn nicht mehr mit Hilfe des Schlüssels drehen kann. Ein Öffnen des Verschlusses bei geladenem Recipienten etwa durch Losschrauben der Platte *D* wäre gefährlich. In einem solchen Falle lüftet man die Verschlusschraube des Canales *G'*; die Luft dringt dann in den Raum *b'* ein und hebt den Hahn aus seinem Lager.

Die Verbindung des Recipienten mit der Pumpe geschah bei Compressionen bis zu 15 Atmosphären mit Hilfe der bekannten Verschraubung mit Bleizwischenlagen, bei hohem Druck dagegen durch Verlöthung mit Woods Metall.

Die zur Compression dienende Pumpe war in allen ihren Theilen mit Rose's Metall gedichtet, welches ein derbes Anziehen der Gewinde überflüssig machte, und gleichzeitig eine absolut sichere Dichtung bildete.¹

Um rasch pumpen zu können, wurde bei einer guten Pumpenschmierung (Reissert'sche Fettpatronen) der Cylinder in einen Kühlmantel eingeschlossen, durch den fortwährend reichlich kaltes Wasser strömte. Trotzdem wurde das Lederhütchen des Plungers rasch verkohlt, da die Pumpe wie ein pneumatisches Feuerzeug wirkt. Imprägnirt man aber das Leder bevor es in die Form gepresst wird unter dem Recipienten einer Luftpumpe mit einer Fettmischung (Lanolin und Wachs), so ist es beinahe unverwüstlich. Um die Luft gut zu trocknen, wurde dieselbe durch zwei Wulf'sche Flaschen mit concentrirter Schwefelsäure und ein circa 3 *m* langes Chlorcalciumrohr von der Pumpe angesaugt. Damit nicht durch das Spiel des Ventiles Öl in den Recipienten gelangt, wurde vor dasselbe ein kleiner Schirm angebracht, an dem das Öl in ein kleines Reservoir abließ, aus welchem es während des Pumpens zeitweilig ablassen wurde.

Diese Vorsichten sind nothwendig, da sonst der Strahl durch Öl, niedergeschlagenes Wasser, beziehungsweise Eis, getrübt wird. Ohnehin kann man nicht verhindern, dass die den Strahl umgebende Luft durch Abkühlung sich trübt; man müsste denn in vollkommen wasserfreier Luft arbeiten.

¹ Vergl. L. Mach, Über Dichtungen für Vacuum und Druck. Zeitschrift für Instrumentenkunde, November 1893.

Der auf 400 Atmosphären geprüfte Recipient hatte einen Kubikinhalt von 12 l. Es wurden bei allen Versuchen nur zwei Ausflussöffnungen verwendet: eine kreisrunde von 7·5 mm Durchmesser und eine rechteckige von $23 \times 3 \cdot 5$ mm Grösse.¹

Theoretische Betrachtung des Ausströmens der Gase.

Die Vorgänge beim Ausströmen der Gase sind für gewisse einfache Fälle in den Hauptzügen wohl bekannt und theoretisch gut untersucht. In diesen allgemeinen Zügen stimmen auch die Beobachtungen mit der Theorie überein, während in den feineren Einzelheiten Erscheinungen auftreten, deren vollständige mathematische Erklärung der Theorie noch Schwierigkeiten bieten möchte, deren Beschreibung aber eben deshalb anregend wirken dürfte.

Der hier studirte Fall lässt sich in folgender Weise schematisiren. In einem grossen cylindrischen Gefäss (Fig. 5) stehe ein Gas unter dem Drucke p_1 , während ausser dem Gefäss der Druck p_2 besteht. Der Querschnitt der Ausflussöffnung sei sehr klein gegen den Querschnitt des Cylinders, so dass die Geschwindigkeiten in dem Cylinder gegen jene in der Ausflussöffnung vernachlässigt werden können, und dass somit die ganze durch die Arbeit erzeugte lebendige Kraft in der Ausflussöffnung zu Tage tritt. In dem Cylinder denken wir uns einen Kolben, welcher entsprechend dem Ausflusse sehr langsam nachrückt und den Druck auf der Höhe p_1 erhält.

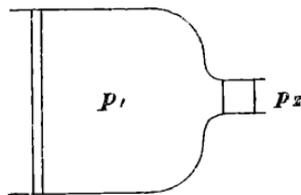


Fig. 5.

Wenn die Masseneinheit Gas vom Drucke $p_1 > p_2$ unter den Druck p_2 gelangt, vom Volum v_1 zum Volum v_2 , von der Dichte ρ_1 zur Dichte ρ_2 übergeht, wobei also $v\rho = 1$ ist, so leistet

¹ Die Ausdehnung des Mannesmannrohres durch comprimirt Luft konnte man sehr gut mit Hilfe eines um den Recipienten gesteckten, mit drei Spitzschraubchen aufruhenden und an einem Punkte radial durchschnittenen Metallringes nachweisen, dessen Schnittenden mit einer Pistor-Martin'schen Fühlhebelumsetzung verbunden waren.

dieselbe die Arbeit

$$\int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{\rho_1}^{\rho_2} p d\left(\frac{1}{\rho}\right).$$

Um diesen Betrag vermindert sich deren innere Energie. Findet der Übergang so rasch statt, dass keine Wärme zu- oder fortgeführt werden kann (adiabatisch), so hängen p, v , beziehungsweise p, ρ nach dem Poisson'schen Gesetz zusammen. Es ist $p = a\rho^\kappa$, wobei a eine Constante, und κ das bekannte Verhältniss der beiden Wärmecapacitäten (für Luft $\kappa = 1.408$) vorstellt. Das Integral rechter Hand nimmt dadurch die Form an

$$-a \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho^{\kappa-2} \cdot d\rho = \frac{a}{\kappa-1} [\rho_1^{\kappa-1} - \rho_2^{\kappa-2}] = \frac{1}{\kappa-1} \left[\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} \right]$$

Gleichzeitig leistet der fingirte Kolben in dem Cylinder die Arbeit $p_1 v_1 = \frac{p_1}{\rho_1}$, und das austretende Gas verbraucht zum Wegschieben der äusseren Luft die Arbeit $p_2 v_2 = \frac{p_2}{\rho_2}$. Fügt man also dem obigen Betrage $\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2}$ hinzu, so stellt

$$\frac{1}{\kappa-1} \left[\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} \right] + \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{1}{\kappa-1} \left[\frac{\kappa p_1}{\rho_1} - \frac{\kappa p_2}{\rho_2} \right]$$

die gesammte Arbeit vor, welche sich (ohne Rücksicht auf Widerstände) in lebendige Kraft der Masseneinheit umsetzt. Für die Ausflussgeschwindigkeit u erhält man daher

$$\frac{u^2}{2} = \frac{1}{\kappa-1} \left[\frac{\kappa p_1}{\rho_1} - \frac{\kappa p_2}{\rho_2} \right]. \quad \dots a)$$

Wie man sieht, stehen in der Klammer rechts die Quadrate der Schallgeschwindigkeiten im Gefäss und in der Masse des austretenden Strahles unter den thatsächlichen Umständen und man erhält also für die Ausflussgeschwindigkeit

$$u = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} (c_1^2 - c_2^2)}.$$

Da bei der höchsten denkbaren Druckdifferenz c_2 Null zur Grenze, so hat auch u den Grenzwert

$$u = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} c_1,$$

also für Luft

$$u = 2 \cdot 214 \cdot c_1.$$

Ist die Temperatur in dem Gefässe 0°C ., so ist der Grenzwert der Ausflussgeschwindigkeit für Luft rund 730 m/sec .¹

Nimmt der Druck im Cylinder beim Ausfluss ab, so sinkt daselbst auch die Temperatur, und c_1 nimmt ab. Da ferner die Ausdehnung nicht vollkommen adiabatisch sein wird, auch durch Reibung ein Theil der inneren Energie als Wärme an dem ausgeflossenen Gase wieder erscheint, wobei c_2 grösser wird, so wirkt Alles dahin zusammen, den wirklichen Werth der Ausflussgeschwindigkeit gegen den theoretischen zu verkleinern. Es versteht sich, dass schliesslich das ausgeströmte Gas wieder durch Reibung zur Ruhe kommt, und dass dann die ganze aus innerer Energie erzeugte lebendige Kraft wieder in Wärme verwandelt wird, so dass das Gas wieder die Temperatur erhält, welche es anfänglich im Recipienten hatte.

Die Temperaturen in dem austretenden Strahl sind natürlich tiefer als jene im Recipienten. Sie bestimmen sich entweder nach dem Poisson'schen Gesetz oder durch den Umstand, dass die Strahldichte und die Dichte der äusseren Luft sich umgekehrt verhalten wie die zugehörigen absoluten Temperaturen.

Bei den hier beschriebenen, im Sommer angestellten Versuchen war die absolute Temperatur im Recipienten und in der äusseren Luft rund 300°C ., demnach die Schallgeschwindigkeit im Recipienten $c_1 = 346 \text{ m/sec}$. Es ergibt sich somit folgende Tabelle, in welcher ρ_2 die Dichte im austretenden Strahl, T_2 dessen absolute Temperatur, c_2 die (normale) Schallgeschwindigkeit im austretenden Strahl und u die im Maximum theoretisch erreichbare Stromgeschwindigkeit bedeutet.

Vergl. die reiche Literatur des Gegenstandes bei Lamb, Hydrodynamics. Cambridge 1895, p. 28.

$\frac{p_1}{p_2}$	5	10	15	20	25	30
p_2	1·59	1·95	2·19	2·39	2·55	2·69
T_2	188	153	137	126	118	112
c_2	274	247	233	224	216	211
	468	535	565	583	596	606
$\frac{c_2}{u}$	0·586	0·463	0·413	0·384	0·363	0·349
u						
α	36°	27° 30'	24° 20'	22° 30'	21° 20'	20° 20'

Auf die Bedeutung von α wird später hingewiesen.

Ausflussversuche von Wilde haben Osborne Reynolds¹ und ähnliche Versuche von Hirn haben Hugoniot² zur Entdeckung und Erklärung einer eigenthümlichen Anomalie geführt, die hier erwähnt werden muss. Es hat sich nämlich gezeigt, dass der Druckabfall in dem sich entleerenden Recipienten nur so lange vom äusseren Druck beeinflusst wird, als letzterer mehr als 0·527 des inneren Druckes beträgt. Sobald aber der äussere Druck unter diesen Betrag sinkt, hat die Abnahme desselben keinen Einfluss mehr auf die Geschwindigkeit der Entleerung. Die Auffassungen von Reynolds und Hugoniot stimmen überein. In jedem Stromfaden wechselt der Querschnitt ω , die Dichte ρ und die Geschwindigkeit u , jedoch so, dass bei stationären Strömungen wegen der Continuität $\omega\rho u = \text{const.}$ Es nimmt ω ab, wenn ρu zunimmt. Da bei adiabatischer Ausdehnung ρ und u in einfacher bekannter Weise von einander abhängen, so lässt sich zeigen, dass ρu ein Maximum und daher ω ein Minimum erreicht, sobald im Stromfaden der Druck p_2 auf

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 0\cdot527 p_1$$

¹ Proc. Manch. Lit. and Phil. Soc. Nov. 17, 1885. — Phil. Mag. March 1876.

Comptes-Rendus, 28 Juin, 26 Julliet, 13 Décembre 1886.

gesunken ist. Dann ist aber

$$u = \sqrt{\frac{\gamma p_2}{\rho_2}},$$

d. h. die Schallgeschwindigkeit im Strahl ist gleich der Stromgeschwindigkeit. Die Zustände oder Vorgänge im weiteren Verlauf des Strahles können sich also nicht der Stromrichtung entgegen fortpflanzen, können daher auf den Verlauf des Ausströmens keinerlei Einfluss haben. Alles verhält sich so, als ob der Minimumquerschnitt (ω) die Öffnung, und der in derselben herrschende Druck der Aussendruck wäre. Der Minimumquerschnitt liegt nach der Vermuthung von Reynolds, welcher dieselbe auch durch einen Versuch mit ausströmenden Tabakrauch bestätigt findet, ausserhalb des sich entladenden Recipienten nahe an der Öffnung.

Bei genügend grossen $\frac{p_1}{p_2} > 1.897 = \frac{1}{0.527}$ herrscht also in der Ausflussöffnung jedenfalls ein Druck $> p_2$, der austretende Strahl muss sich noch weiter ausbreiten und die Lufttheile müssen noch weiter an Geschwindigkeit zunehmen. Wird $\frac{p_1}{p_2} < 1.897$, so kann u im Stromfaden nicht so weit steigen, dass es der Schallgeschwindigkeit in demselben gleich wird. Dann herrscht in der Öffnung der Druck p_2 , der Strahl breitet sich ausserhalb derselben nicht mehr aus, sondern tritt mit parallelen Stromfäden aus.

Im Allgemeinen wird diese Auffassung durch die von mir beobachteten Bilder bestätigt. Dass dieselbe quantitativ nicht ganz stimmt, liegt kaum daran, dass ich nicht mit einer Öffnung in einer dünnen Wand des Recipienten, sondern mit einem Ansatzrohr mit durchbohrter Schlussplatte experimentirte.

Ich habe mich nämlich nachträglich durch einige besondere Versuche überzeugt, dass das Bild eines Strahles, der unter 12 Atmosphären Druck ausströmt, durch die Beschaffenheit der Öffnung keine merkliche Änderung erfährt. Man kann dünne oder dicke Platten durchbohren, kann dieselben unmittelbar auf den Recipienten setzen, oder als Verschlussplatten eines Ansatzrohres verwenden — der durch die Öffnung austretende Strahl

bietet immer denselben nur durch den Druck bestimmten Anblick. Man kann den Strahl, ohne eine Änderung zu bemerken, auch durch eine seitliche Bohrung eines Ansatzrohres, also senkrecht zur Axe desselben austreten lassen. Nur wenn das Ansatzrohr zu eng ist (5 *cm*) und man kommt mit der Seitenbohrung zu nahe an die Verschlussplatte, so nähert sich die Strahlaxe der Rohraxe, der Strahl wird unruhig, pendelt hin und her, und die sonst symmetrischen Zickzacklinien, welche später erörtert werden, erfahren Verzerrungen.

Beobachtungen über den Luftstrahl nach der Schlierenmethode.

Man kann sich einen gewissen Überblick über die Vorgänge im Luftstrahl schon verschaffen, indem man diesen im verdunkelten Zimmer mit intensivem, von einem Punkte ausgehenden Lichte (am besten Sonnenlicht) beleuchtet. Bei 100 Atmosphären Druck im Compressionsgefäss sieht der Strahl wie ein 40 *cm* langer, glänzender Glasstab aus, der etwa den dreifachen Durchmesser der Ausflussöffnung hat. Weiterhin wird der cylindrische Theil des Strahles matter und übergeht in eine dicke Wirbelmasse, welche die Luft trübt, den Strahl, der allmählig dünner wird, umgibt und aufzehrt. Die letzten Ausläufer dieser Wirbelbewegung sieht man in ungefähr 1 *m* Abstand von der Ausflussöffnung. Der aus der Öffnung tretende Strahl verdickt sich daselbst plötzlich, und dort scheint in demselben ein dünnerer glänzender Cylinder vom Durchmesser der Öffnung zu stecken.

Mit abnehmendem Druck nimmt auch die Länge und Dicke des Luftstrahles ab, und zugleich ändert sich dessen Aussehen. Sinkt der Druck auf etwa 50 Atmosphären, so treten im Strahl gleichmässig vertheilte, fast äquidistante, leuchtende Knoten auf, deren Abstände bei weiter abnehmendem Druck kleiner werden. Dieselben übergehen hiebei in spitze Kegelchen, schrumpfen dann zu matteren Scheibchen oder Knötchen zusammen, und es entsteht dadurch der Eindruck, als ob der dünner werdende Strahl in das Compressionsgefäss hineinschlüpfen würde. Bei aufmerksamer Betrachtung sieht man, dass die Erscheinungen, welche bei sinkendem Druck an dem

Strahl nacheinander auftreten, auch in demselben Augenblicke nebeneinander an dem Strahl beobachtet werden können. Von der Öffnung weiter entfernte Strahlstücke nähern sich nämlich in ihrem Aussehen den Strahlenbildern, die man bei kleinerem Druck erhält. Schreitet man in der Ausflussrichtung fort, so wird der Strahl dünner, die Knoten rücken etwas näher aneinander und nehmen überhaupt die einem kleineren Druck entsprechenden Formen an. Diese Bemerkung wird uns die Interpretation der Vorgänge im Strahl erleichtern. Die ganze Folge von Erscheinungen lässt sich auch sehr schön nach dem an einer früheren Stelle angedeutetem Verfahren vergrößert auf einen Schirm projectiren und einem grossen Auditorium demonstrieren.

Wem ein genügend grosser Recipient mit regulirbarem, constant zu haltendem Druck zur Verfügung steht, der kann die fraglichen Versuche sehr bequem und einfach anstellen und die Erscheinungen auch bei Dauerbeleuchtung photographiren. Bei meinen Vorrichtungen änderte sich der Druck und der Anblick des Strahles zu rasch, indem sich das Gefäss in wenigen Secunden entleerte. Ich war deshalb genöthigt, die Momentphotographie anzuwenden, wodurch namentlich die später zu beschreibenden Interferenzversuche, und insbesondere die quantitative Untersuchung wesentlich erschwert wurde.

Dass man den Strahl ohne weitere optische Vorkehrungen sehen kann, liegt an der bedeutenden Abkühlung und der derselben entsprechenden Dichte der im Strahl austretenden Luft. Auch der Umstand, dass bei kleinerem Druck der Strahl fast cylindrisch, mit dem Öffnungsdurchmesser, austritt, bei grösserem Druck aber beim Austritt seinen Durchmesser vergrößert, dass also in ersterem Falle schon in der Öffnung der äussere Luftdruck besteht, in letzterem Fall aber daselbst noch ein höherer Druck herrscht, ist nach der Theorie zu erwarten.

Schwieriger sind die im Strahl auftretenden Knoten, Kegel und Scheibchen zu verstehen. Bei Anwendung der Schlierenmethode zeigen sich nun aber an dem Strahl eine Menge der merkwürdigsten Einzelheiten. Von besonderer Wichtigkeit für die Beschaffenheit der Bilder ist hiebei die Dauer der Beleuchtung.

Das Schlierenbild, welches man bei Beleuchtung des Strahles mit einem kräftigen Flaschenfunken erhält, ist in Fig. 5, Tafel III, zu sehen. Der Strahl zeigt sich von Wirbeln überdeckt, welche durch die Mischung verschieden temperirter Luft sichtbar sind. Ausserdem ist das ganze Feld von sehr kurzen Schallwellen (ähnlich den Funkenwellen) durchzogen, die von der Öffnung auszugehen scheinen. Es ist kaum zweifelhaft, dass dieselben dem mächtigen Sausen des Strahles entsprechen, dessen Bewegung ja nur in erster Annäherung als eine stationäre angesehen werden kann. Von dem scheinbar ruhigen, glatten Strahl, den man bei Dauerbeleuchtung wahrnimmt, ist in diesem Bild nur das unmittelbar an der Öffnung liegende Stück zu sehen, und auch dieses ist durch die Wirbel- und Schallwellenbilder verzerrt. Das Bild entspricht ungefähr 33 Atmosphären. Bei geringerem Druck sind die Vorgänge in der den Strahl umgebenden Luft schwächer, und das Bild des Strahles kann auch bei Funkenbeleuchtung besser hervortreten, wie dies in Fig. 9, Tafel III, für einen Strahl bei 9 Atmosphären zu sehen ist. Immerhin ist aber auch dieses Bild getrübt und verzerrt.

Bei länger dauernder Beleuchtung können nun die turbulenten Vorgänge in der Umgebung des Strahles nicht mehr zur Abbildung gelangen. Dieselben müssen sich im Bilde verwischen. Dagegen treten die sich langsam ändernden Erscheinungen hervor, d. h. diejenigen, welche bei constantem Druck stationär sein würden. Im Allgemeinen wird also ein Bild die Überdeckung zweier verschiedener Erscheinungen enthalten, von welchen je nach der Dauer der Beleuchtung bald die eine, bald die andere besser hervortritt. Die stationäre Erscheinung wird aber in den von der Öffnung ferneren Strahlentheilen immer als durch die Wirbel getrübt sich darstellen. Von diesen Strahlentheilen kann man daher kein vollkommen reines Bild erhalten.

Von der stationären Erscheinung erhielt ich die besten Bilder bei Anwendung von elektrisch entzündetem Magnesiumblitzpulver. Fig. 1 und 2, Tafel I, sind bei dieser Lichtquelle gewonnen. Wenn die Verbrennung des Pulvers nicht auf einmal, sondern stossweise erfolgt, so erhält man mehrere inein-

andersteckende Strahlbilder, und das durch die spätere Belichtung fixirte Bild liegt, entsprechend der fortwährenden Zusammenziehung (Verkürzung) des Strahles, näher an der Ausflussöffnung. In Fig. 1 und 2, Tafel I, ist die Andeutung eines zweiten solchen natürlich schwächeren Bildes zu sehen.

Das Auffallendste an dem Schlierenbilde des Strahles sind eigenthümliche, den Strahl durchsetzende Zickzacklinien, welche zwischen sich abwechselnd helle und dunkle Felder einschliessen. Diese werden uns verständlich, wenn wir dieselben zunächst bei schwächerem Druck (6 Atmosphären) betrachten, wobei dieselben fast als einfache gebrochene Gerade erscheinen. Denken wir uns anstatt eines gewöhnlichen Projectiles eine durchbohrte ringförmige Platte, welche senkrecht

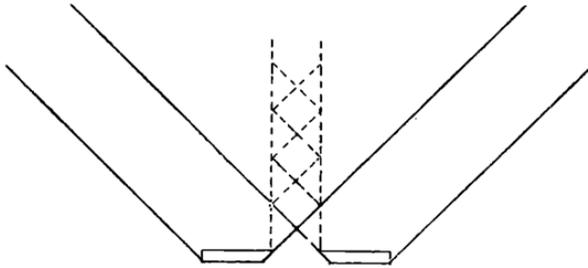


Fig. 6.

zu ihrer Ebene von oben nach unten (Fig. 6) mit grosser Geschwindigkeit fortfliegt. Dann entstehen am äusseren Rande der Platte und am inneren Rande der Bohrung die gewöhnlichen Projectil-Kopfwellen. Dieselben Wellen entstehen aber auch, wenn die Platte ruht und die Luft mit der früheren Geschwindigkeit der Platte von unten nach oben strömt. Die Kopfwellen aber, welche vorher mit der Platte fortflogen, stehen nun fest, wie an einem Brückenpfeiler. Denken wir uns nun die Platte sehr gross, so gehen uns die Wellen vom äusseren Rande nichts mehr an. Es kann aber auch die Luft nur hinter der Bohrung stark bewegt sein, d. h. es tritt ein Strahl durch dieselbe, und in diesem Strahl wird die Kopfwelle vom inneren Rande der Bohrung hin- und herreflectirt, wodurch die Zickzacklinien entstehen, welche nichts anderes sind, als conische, den Strahl durchlaufende Schallwellen, die wegen der Luftbewegung des

Strahles zu stehen scheinen. Der Vorgang ist durch die Punktirung in der Figur angedeutet. Im Strahl treten also stationäre Schallwellen auf. Die erwähnte Reflexion an der Oberfläche des Strahles wird noch erörtert.

Man kann sich von der Richtigkeit dieser Auffassung durch folgenden Versuch überzeugen.

An jedem in den Strahl eingebrachten Körper entstehen der Kopfswelle des Projectiles entsprechende Verdichtungswellen. Bringt man in den Strahl einen kleinen Metallcylinder, indem

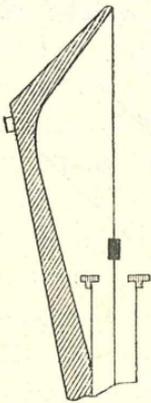


Fig. 7 a.

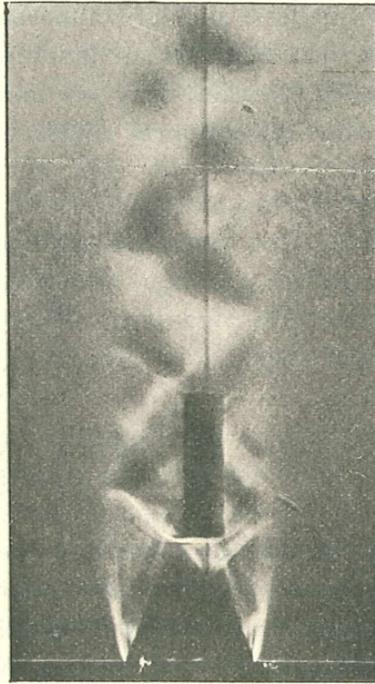


Fig. 7 b.

man denselben (Fig. 7 a) auf einen genau axial eingestellten und mit einem Wirbel spannbaren Clavierdraht auffädelt, so kann man an demselben die Kopf-, die Schwanz-, aber auch die Zwischenwellen eines Projectiles wahrnehmen (Fig. 7 b).

Bei einer Öffnung von 14.3 mm Durchmesser und einem Druck von 15 Atmosphären schloss die Kopfswelle einen Winkel von 42° mit der Cylinderaxe ein. Die Conturen der Schallwellenkegel schliessen in den Anfangstheilen des Strahles mit der Axe desselben bei einem mittleren Druck von 15 Atmosphären einen Winkel von 17° ein.

Die conische Form der den Strahl durchlaufenden Schallwellen wird recht gut ersichtlich, wenn man den Strahl zur optischen Axe des Apparates etwas schief stellt. Ein solches Bild ist in Fig. 8, Tafel III, zu sehen. Es wäre nicht schwer, die hier beschriebenen Erscheinungen, sowie jene am Projectil, auch stereoskopisch aufzunehmen.

Die beschriebenen stationären Schallwellen gehen nicht bloss vom Rande der Öffnung aus, sondern jeder Feilenriss, jeder kleine Politurfehler an dem Bohrungsrande, verräth sich durch die Erregung einer solchen Schallwelle. In ganz vorzüglicher Weise kann man dies an Spaltstrahlen bei axenparalleler Blendung verfolgen. Die ganze Breite des Spaltstrahles ist mit solchen sich durchkreuzenden Wellen bedeckt.

Die Erscheinungen am Luftstrahl sind nicht ohne Analogie zu den von Savart¹ beobachteten und von Plateau² von anderer Seite untersuchten Erscheinungen an Wasserstrahlen. In einfachster Weise kann man einen derartigen Fall in folgender Art herstellen. Man öffnet den Schraubenhahn eines Wasserleitungsrohres so weit, dass ein ganz dünner, durchsichtiger, glatter, langsam ausfliessender Wasserstrahl entsteht. Wenn man nun an eine Stelle desselben berührend die Spitze einer Feder oder eines Bleistiftes anlegt, so zeigen sich oberhalb der Berührungsstelle feine, stehende Rippen, unterhalb aber ebenfalls stehende Anschwellungen und Einschnürungen von grösserer Wellenlänge. Da der Strahl abwärts fliesst, so müsste an einem schwerelosen, ruhenden Wassercylinder dieselbe Erscheinung auftreten, wenn die berührende Spitze mit der Stromgeschwindigkeit sich nach aufwärts bewegte, nur würde die Form hier mit der Spitze fortschreiten.

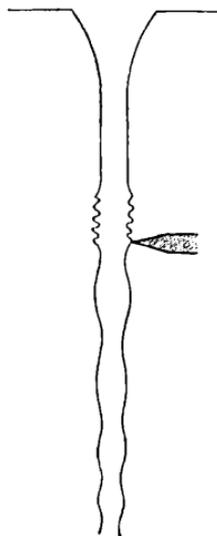


Fig. 8.

¹ Comptes-rendus XXXVII (1853).

² Bull. acad. Brux. XXIII (1856).

Der Vorgang erinnert an das Doppler'sche Princip.¹ Vor der bewegten, wellenerregenden Spitze werden die Wellen verkürzt, hinter derselben verlängert.

Die Sache ist aber hier nicht so einfach, da ja die Spitze sozusagen mit der Wellengeschwindigkeit (= der Stromgeschwindigkeit) fortschreitet, also vor sich keine Wellen erregen kann. Hängt aber die Wellengeschwindigkeit von der Erregungsstärke oder -Periode ab, so kann man sich vorstellen, dass die anfangs erregten Wellen rascher aufsteigen, als der Strahl abwärts fließt, dass aber ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei der Ausbreitung bis zur Stromgeschwindigkeit abnimmt. Von da an brauchen wir uns die Spitze nicht mehr schwingend zu denken, sondern wir stellen uns dieselbe, eine Phase festhaltend, mit dieser fortschreitend und mit der Stromgeschwindigkeit aufsteigend vor. Selbstverständlich ist diese Auffassung von einer vollständigen Erklärung weit entfernt.

Die Vorgänge im Luftstrahle sind nun analoge. Vom Rande der Ausflussöffnung, und so auch von jedem eingebrachten Körper, gehen Wellen aus, die den Strahl zwischen der Erregungsstelle und dem Ziel, wohin er fließt, erfüllen. In dem vor der Erregungsstelle liegenden Strahlstück finden wir keine Wellen, welche den feinen Rippen des Wasserstrahles entsprechen würden, weil die Geschwindigkeit des Strahles bedeutend grösser ist als die Schallgeschwindigkeit. Bei Verkleinerung des Druckes im Recipienten kann aber die Stromgeschwindigkeit bis zur normalen Schallgeschwindigkeit und unter dieselbe sinken.

Da ausserdem die Schallgeschwindigkeit mit der Stärke der Erregung steigt, sollte man dann auch Wellen erhalten können, welche sich nach rückwärts fortpflanzen. Eine Andeutung eines solchen Vorganges liegt ja schon in der Bildung der Kopfwelle vor dem in den Strahl eingebrachten Körper, welche ja wirklich, wenn auch nur eine sehr kleine Strecke, nach rückwärts in den Strahl eindringt. Es war deshalb nicht ohne Interesse, diesen Fall zu realisiren. Es sei nur noch

¹ Vergl. E. Mach, Neue Versuche zur Prüfung der Doppler'schen Theorie. Diese Sitzungsberichte, mathem.-naturw. Classe, II. Abth., Bd. 77, S. 306 (1878).

erinnert, dass der Wunsch, Schallvorgänge stehend zu erhalten und zu beobachten, überhaupt zu den Versuchen mit Luftstrahlen geführt hat.

Das betreffende kritische Verhältniss $\frac{p_1}{p_2}$ des Innen- und Aussendruckes erhält man, wenn man in der Formel a) S. 10

$u^2 = c_2^2 = \frac{\kappa p_2}{\rho_2}$ setzt, woraus dann folgt

$$\frac{p_1}{p_2} = \text{num.} \left[\frac{\kappa}{\kappa-1} \log \frac{\kappa+1}{2} \right] = 1.897 = \frac{1}{0.527},$$

welches mit Reynolds' auf anderem Wege gefundenem Ergebniss stimmt.

Bei dem Überdruck von 0.89 Atmosphären im Recipienten über den äusseren Luftdruck sollte man also erwarten, dass die Stromgeschwindigkeit des Strahles der (normalen) Schallgeschwindigkeit im Strahl gleich wird, dass also ein eingebrachter Körper auch nach rückwärts Wellen erregt. Als ich jedoch kürzlich Gelegenheit hatte, diesen Versuch an einem Strahl von constantem Druck anzustellen, fiel derselbe negativ aus. Ein solcher Strahl sieht ganz glatt aus; derselbe zeigt nicht die conischen Wellen (Zickzackwellen), welche vom Rande der Öffnung ausgehen, und ein eingebrachter Körper wird ebenfalls glatt umflossen, ohne dass sichtbare Wellen auftreten. Der Strahl nimmt nur den Körper umfliessend einen grösseren Querschnitt an. Dieses Verhalten wird nun erläutert durch das Verhalten des Projectils, welches ebenfalls keine sichtbare Kopfwelle erzeugt, so lange dessen Geschwindigkeit die Schallgeschwindigkeit nicht merklich übersteigt, weil nämlich die Luft unter diesen Umständen der Verdichtung entflieht. Erst bei einem beträchtlich höheren Überdruck im Recipienten (1.89) treten die Zickzacklinien auf. Und nun erzeugt ein eingebrachter Körper auch Querrippen (ähnlich den Kundt'schen Figuren) im Strahl. Zwischen dem Körper und der Öffnung liegt eine solche deutliche Rippe, über die Existenz einer zweiten könnte man streiten. Eine Reihe solcher Rippen oder Scheibchen erfüllen den Strahl, wo derselbe, sich erweiternd, den Körper umfliesst. Der Strahl zeigt dort, wo die Rippen auftreten, keine

Zickzacklinien und schliesst, bald nachdem er den eingebrachten Körper umflossen hat, mit einem sehr flachgedrückten Wirbelwölkchen. Man kann sich nun wohl vorstellen, dass bei höherer Ausflussgeschwindigkeit um und an dem Körper Schallwellen entstehen, und die Schallgeschwindigkeit so weit gesteigert wird, dass die Schallwellen eine sehr kurze Strecke der Strahlbewegung entgegen vordringen. Die Gleichheit von u und c_2 für den kritischen Fall wird aber auf eine andere Weise, etwa durch irgendwie im Strahl erregte starke Wellen, geprüft werden müssen.

Als E. Mach die Zickzacklinien im Strahl als conische Schallwellen erkannt hatte,¹ fiel es ihm zunächst auf, dass dieselben nicht über die Oberfläche des Strahles hinaustreten. Da der Strahl nach der Theorie und nach allen Schlieren- und Interferenzbeobachtungen dichter ist als die umgebende Luft, konnte man an totale Reflexion denken. Unvereinbar mit dieser Auffassung ist aber die Grösse der Incidenzwinkel und dann der Umstand, dass bei der Reflexion an der Strahlgrenze keine Umkehrung der Verdichtung in eine Verdünnung stattfindet. Die Reflexion findet vielmehr so statt, wie an einer festen Wand. E. Mach hat sich nun damals klar gemacht, dass, bei Bestehen einer Relativgeschwindigkeit zweier aneinander grenzender Medien parallel der Grenzfläche, die gewöhnlichen (auf dem Huygens'schen Princip beruhenden) Ableitungen bezüglich der Brechung und Reflexion nicht zulässig sind. Insbesondere kann bei einer so grossen Geschwindigkeitsdifferenz, wie sie an der Strahlgrenze besteht, überhaupt keine Welle aus dem einen Medium in das andere übergehen. Selbst wenn keine Discontinuität beim Passiren der Grenzfläche eintritt, sondern nur ein beträchtliches Geschwindigkeitsgefälle längs der Oberflächennormale, müssen sich die Wellenflächen daselbst sozusagen einrollen. Betrachtungen dieser Art für quantitativ wesentlich andere und einfachere Verhältnisse, für die Fortpflanzung des Schalles in durch Wind bewegter Luft, hat schon Stokes² angestellt. In neuester Zeit hat Prof. Jäger³ diese

¹ Vergl. Mach und Salcher, a. a. O.

² Rep. of the Brit. Ass. 1857, II., p. 27.

³ Diese Sitzungsber., Bd. 105, Abth. II. a., December 1896.

Untersuchungen etwas allgemeiner durchgeführt. Seine Ergebnisse lassen sich kurz veranschaulichen, indem man sagt, dass in der Luft mit von Stelle zu Stelle variirender Geschwindigkeit die Schallstrahlen und Wellenflächen im Sinne des Windes umgebogen werden. E. Mach¹ hat auch seinerzeit die hiehergehörigen Betrachtungen durch das Experiment auf die Probe gestellt. Funkenwellen in unmittelbarer Nähe des Luftstrahles erregt, drangen nicht in den Strahl ein, wurden aber von der umgebenden, theilweise mitgerissenen Luft in der Stromrichtung birnförmig ausgezogen.

Die Thatsache, dass die Schallwellen an der Strahlengrenze eine besondere Art von totaler Reflexion erfahren, kann also wohl als experimentell sichergestellt, und im Wesentlichen auch als theoretisch aufgeklärt angesehen werden. Hiemit ist aber auch das Schlierenbild des Luftstrahles in einem seiner wesentlichen allgemeinen Zügen verständlich geworden, und wir wollen uns nun der Betrachtung der feineren Einzelheiten zuwenden.

Wenn wir annehmen, dass die Schallwellen im Strahl, welche vom Rande der Öffnung ausgehen, den Kopfwellen des Projectiles entsprechen, so werden wir auch erwarten, dass dieselben auch desto stärkere Verdichtungen, auf desto kürzere Wellenlängen zusammengedrängt, zeigen, je höher der Druck im Recipienten, und je höher die Ausflussgeschwindigkeit ist. Bei Abnahme des Druckes werden die Verdichtungen im Gegentheil kleiner, die Längen, oder wenn man so sagen will, die Dicken der Wellen grösser. Zuletzt müssen bei weiterer Druckabnahme die Wellen sehr schwach und breit (lang) und verschwommen werden. In der That entspricht dies der Reihenfolge der Erscheinungen, wie wir dieselben bei directer Beobachtung des Strahles und auch in den Schlierenbildern wiederfinden. Alle Eigenschaften der Schallwellen von grosser Excursion treten bei hohem Druck hervor. Je niederer der Druck, desto mehr zeigen die Strahlwellen die einfacheren Eigenschaften gewöhnlicher Schallwellen.

Gewöhnliche Schallwellen haben grosse Länge und kleine Dichtenänderungen. Die Temperaturdifferenzen zwischen deren

¹ A. a. O.

Theilen sind sehr klein, und auch die Reibung spielt eine geringe Rolle. Solche Wellen können sich weit ohne merkliche Schwächung fortpflanzen. Ganz das Gegentheil findet bei den kurzen Wellen hoher Excursion statt. Das Temperaturgefälle und Geschwindigkeitsgefälle in denselben ist sehr bedeutend. Die Verluste durch Wärmeleitung und Reibung werden nicht als verschwindend betrachtet werden können. Obgleich also auch die conischen Wellen im Strahl sozusagen in einem Cylinder verbleiben, und nur auf eine geringe Luftmasse sich verbreiten, wird man annehmen dürfen, dass sie in ihrem Verlauf sich merklich abschwächen, wie die Vergleichung der Anfangs- und Endtheile des Strahles es wirklich zeigt.

Bei geringerem Druck im Recipienten (6—7 Atmosphären) zeigen die Strahlwellen auf den ersten Blick geradlinige Con-

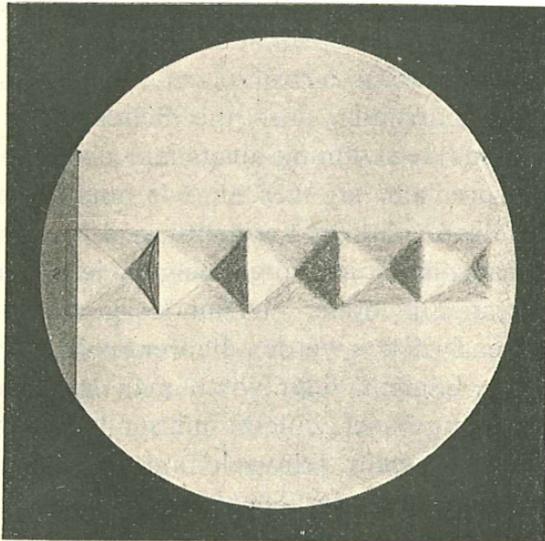


Fig. 9.

turen und geradlinige Durchschnitte. Theoretisch sollte der Winkel α , unter welchem die Conturen gegen die Strahlenaxe geneigt sind, dem Gesetz $\sin \alpha = \frac{c_2}{u}$ entsprechen, wobei c_2 die Schallgeschwindigkeit in der Luft von der Dichte und der Temperatur des Strahles und u die Ausflussgeschwindigkeit

bedeutet. Jede Vergrößerung von c_2 und jede Verkleinerung von u wird α vergrößern. Sieht man die Conturen genau an, so bemerkt man schwache Krümmungen derselben. An der Strahlengrenze ist α am kleinsten; es wächst allmähig beim Verlauf der Welle bis in die Mitte des Strahles und über dieselbe hinaus bis zum neuerlichen Auftreffen auf die Strahlengrenze. Das Verhältniss $\frac{c_2}{u}$ zeigt also locale Unterschiede. In der That könnten wir annehmen, dass u gegen die Axe des Strahles hin etwas zunimmt, dass ferner die Temperatur in der Axe die tiefste ist. Das c_2 , welches wir in Betracht zu ziehen haben, muss übrigens beträchtlich grösser sein als die normale Schallgeschwindigkeit (für unendlich kleine Excursionen) und muss gegen die Axe zu wachsen, weil die von der Strahlengrenze reflectirten Wellen dort auf einen kleineren Raum zusammenlaufen. Bei der folgenden Wiederausbreitung scheint nun das Verhältniss $\frac{c_2}{u}$ noch etwas weiter zu wachsen, welcher Umstand ohne quantitative Untersuchung gegenwärtig schwer aufzuklären ist. Der auffallende Unterschied in der Neigung der einfallenden und reflectirten Wellen gegen die Strahlengrenze deutet auf eine Abweichung vom Reflexionsgesetz, ähnlich derjenigen, welche E. Mach¹ für Funkenwellen beobachtet hat. Die reflectirte Welle liegt in der einfallenden und es ist nicht zu erwarten, dass der Reflexionswinkel dem Einfallswinkel gleich wird. Auch über diesen Vorgang können nur genauere quantitative Untersuchungen Aufklärung geben, und wir wollen uns hier nicht auf voreilige Erklärungen einlassen, sondern nur die auffallenden Punkte bezeichnen.

Bei Verstärkung der Strahlwellen hat man theoretisch noch complicirtere Verhältnisse zu erwarten und in quantitativer Beziehung wird dies zweifellos auch zutreffen.

Die Abweichungen von dem Verhalten gewöhnlicher Schallwellen treten aber hier so stark und deutlich hervor, und zeigen eine solche Ähnlichkeit mit denjenigen, welche E. Mach² an

¹ Mach und Simonides. Diese Sitzungsber., Bd. 80, Abth. II. (1879).

² E. Mach, diese Sitzungsber., Abth. II, Bd. 77 u. 78 (1878).

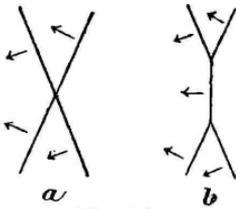


Fig. 10.

Funkenwellen nach der Methode der Russfiguren und nach der Schlierenmethode beobachtet hat, dass hier die Verhältnisse in qualitativer Beziehung wieder leichter zu übersehen sind. E. Mach hat nämlich beobachtet, und hat diese Beobachtung im Princip auch theoretisch

erklärt, dass sich durchkreuzende Schallwellen von der Form *a*, bei genügender Stärke ungefähr in die Form *b* (Fig. 10) übergehen, indem die sich überdeckenden Theile den übrigen gegenüber an Fortpflanzungsgeschwindigkeit gewinnen. Das Verhalten starker Strahlwellen entspricht nun durchaus diesem Charakter, wie ein Blick auf die Fig. 11 lehrt, welche dem Anfangstheil eines Strahles von hohem Druck entnommen ist. Die vom Öffnungsrande ausgehenden Wellen sind hier in Folge der plötzlichen Erweiterung des austretenden

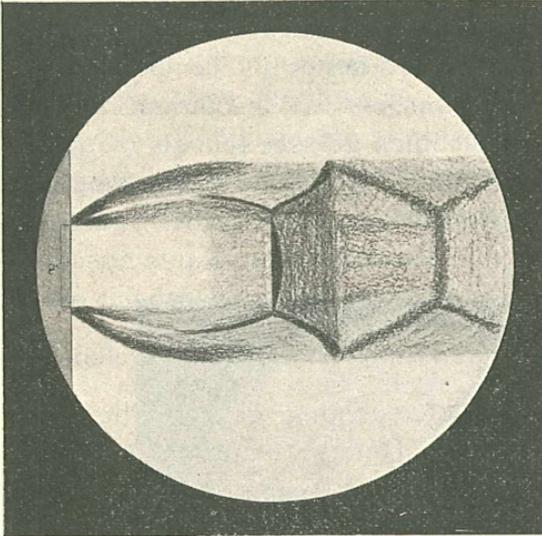


Fig. 11 a.

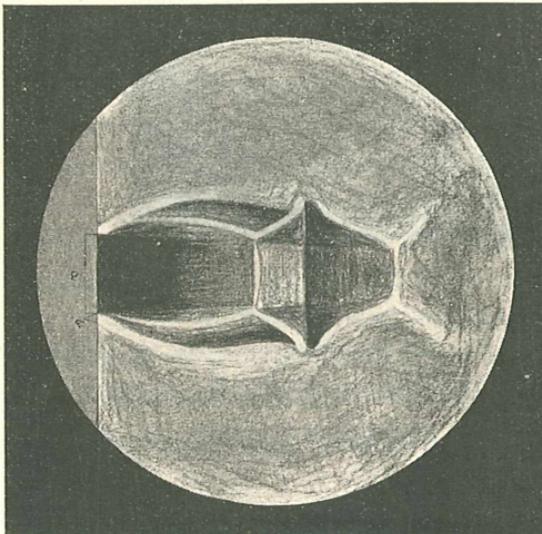


Fig. 11 b.

Strahles stark gekrümmt, und deren Durchschnitte haben in den Anfangstheilen des Strahles ganz den Charakter der Fig. 11, übergehen aber in grösserer Entfernung allmählig in einfache geradlinige Durchschnitte. Es wäre nun recht schwierig, sich die Bildung des Anfangstheiles des Strahles direct vorzustellen.

Stellt man sich aber einen geradlinigen Durchschnitt eines von der Öffnung ferneren Strahltheiles vor, übergeht zu den nächst vorhergehenden u. s. f., so begreift man ganz wohl, wie aus einem geradlinigen Durchschnitt, bei zunehmender Stärke der Schallwellen, allmählig die Form an der Ausflussöffnung durch Abweichung von der einfachen Combination der Bewegungen entstehen kann, und wie dieselbe, einmal gebildet, durch Combination der Schallbewegung mit der Strombewegung sich erhält. Auch die eigenthümliche Stellung der Strahlwellen an der Strahlenwand, das fast senkrechte Ansetzen an dem Wandelement an der Reflexionsstelle, wird verständlich, wenn man sich erinnert, dass die Reflexion an der Grenzfläche wie an einer festen Wand stattfindet. Man hat sich hinter der Wand ebenfalls eine Welle zu denken, welche sich mit der directen combinirt und die in Fig. 10 dargestellte Abweichung zeigt.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, dass der Anfangstheil des Strahles zuweilen mehr oder weniger deutlich den Eindruck macht, als ob in demselben ein anderer Strahl stecken würde. Die Existenz solcher Discontinuitäten kann von vornherein nicht ausgeschlossen werden, dieselbe ist aber mit dem eben Ausgeführten nicht gut in Einklang zu bringen, und kann vielleicht auch, wie dies E. Mach in Bezug auf andere Beobachtungen gezeigt hat, auf eine optische Illusion zurückgeführt werden.

Bemerkenswerth ist ferner noch, dass alle Durchschnittslinien im Strahlenbilde, welche in der Stromrichtung divergiren, einen merklich grösseren Winkel mit der Strahlenaxe bilden, als diejenigen, welche in diesem Sinne convergiren. Man könnte hiernach an eine periodische Variation der Stromgeschwindigkeit denken, welche ein den Strahl durchlaufendes Theilchen erfährt.

Die Winkel, welche die conischen Wellen mit der Axe des Strahles bilden, stimmen im Allgemeinen nicht mit denjenigen, welche man nach der schematischen, theoretischen Auffassung erwarten sollte. Bei Strahlen, welche unter geringerem Druck ausströmen (8—10 Atmosphären), sind die Winkel ziemlich constant, erreichen aber (bei 10 Atmosphären) 45° , während theoretisch, nach der Gleichung $\sin \alpha = \frac{c_2}{u}$ (nach Tabelle S. 12), $\alpha = 24^\circ$ (für 10 Atmosphären) sein sollte. Bei hohem Druck variiren diese Winkel bedeutend. Dieselben sind klein nahe an der Ausflussöffnung, gross ferner vor derselben, beginnen z. B. mit 16° (bei 15 Atmosphären) und gehen in grössere mit 27° , ja 35° über, während man theoretisch 24° erwarten sollte. Man kann hier, wie bei den Projectilen an eine Vergrösserung von c_2 , Überschreitung der normalen Schallgeschwindigkeit, aber auch an eine Verkleinerung, beziehungsweise Variation von u , je nach der Stelle des Strahles denken.

Die homologen Dimensionen des Strahles wachsen mit dem Druck, unter welchem derselbe ausströmt. Die Druckangaben sind zwar bei dem rohen Verfahren, welches ich anwenden musste, nicht sehr sicher, doch kann man dieses Ansteigen nicht verkennen, und die folgende Tabelle leistet gute

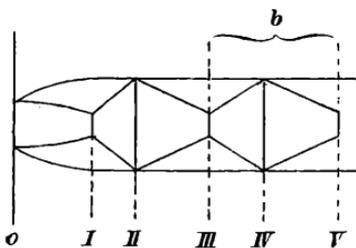


Fig. 12.

Dienste zur Vergleichung der Schlierenbilder mit den Interferenzbildern. Bei der Herstellung der letzteren konnten nämlich keine besonderen Druckbeobachtungen angestellt werden. Die Tabelle schliesst sich unmittelbar an die schematische Fig. 12 an, durch welche sie verständlich wird, indem sie die Entfernung der daselbst bezeichneten Punkte von der Öffnung, und ausserdem ein Mittel für die Periodenlänge b von III an gibt.

Die beträchtlichen Differenzen rühren zum Theil von der Unsicherheit der Ablesung an den Bildern her, welche namentlich in den von der Öffnung ferneren Theilen zuweilen etwas unscharf sind. Ausserdem aber sind die Druckangaben des

Die beträchtlichen Differenzen rühren zum Theil von der Unsicherheit der Ablesung an den Bildern her, welche namentlich in den von der Öffnung ferneren Theilen zuweilen etwas unscharf sind. Ausserdem aber sind die Druckangaben des

Manometers von verschiedenem Werth, je nachdem der Druck bis zum Moment der Aufnahme von einem höheren oder niederen Anfangswerth abgesunken ist, da in dem Recipienten das Clement-Desormes'sche Phänomen eintritt, und da demnach die ausströmende Luft bei derselben Manometerangabe etwas verschiedene Temperatur, Dichte, Schall- und Stromgeschwindigkeit haben kann.

Druck im Recipienten in Atmosphären	Entfernungen in Millimetern							Periodenlänge b in Millimetern
	I	II	III	IV	V	VI	VII	
6	3·7	6·2	10·0	13·7	17·5	21·2	25	7
10	6·2	11·2	15·0	18·4	25	27·5	32·5	8·8
10	8·1	11·3	17·8	22·6	30·8	35·6	42·1	11·3
14	9·5	12·7	21·2	25	32·5	40	45	11·8
15	8·9	12·1	18·6	24·3	29·9	37·2	42·9	11·5
20	14·5	18·7	27·5	33·7	40·0			12·7
30	12·5	16·2	23·7	28·2	37·5			13·6

Neben den bisher betrachteten, wenigstens im Princip verständlichen Erscheinungen finden sich bei genauerer Betrachtung der Schlierenbilder, und noch mehr der Interferenzbilder, Einzelheiten, deren Aufklärung einer späteren Zeit überlassen werden muss. Es bleibt hier nichts übrig, als durch Ausschcheidung des Erklärbaren diesen Rest zur deutlichen Anschauung zu bringen. Wir wenden uns zuerst zu den Schlierenbildern und wollen unsere Aufmerksamkeit auf den optischen Vorgang richten, durch welchen dieselben zu Stande kommen.

Denken wir uns den kreisförmigen Querschnitt eines dünnen Lichtbündels, welches auf uns zukommt (Fig. 13). Derselbe kann auch das Element einer Wellenfläche vorstellen. Alle bekannte Materie verzögert das Licht. Bei Stoff derselben Art wächst die Verzögerung mit der Menge des durchsetzten Stoffes. Wenn nun bei der Bewegung des genannten Querschnittes die durchsetzte Stoffmenge nicht überall dieselbe ist, sondern im Querschnitt etwa in der Richtung des Pfeiles zunimmt, so wird der betreffende Querschnitt eine Schwenkung

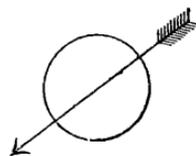


Fig. 13.

machen, indem der der Pfeilspitze entsprechende Theil zurückbleibt, oder indem das uns zugekehrte Ende der auf dem Querschnitt errichteten Normale sich der Pfeilspitze nähert. Die Lichtablenkungen in den Schlierenbildern zeigen uns die Richtungen an, nach welchen an den vom Licht durchsetzten Stellen die mittlere durchsetzte Stoffmenge zunimmt. Es macht (bei schwachen Ablenkungen) keinen Unterschied, ob diese Ablenkung durch die Form eines homogenen Körpers oder durch eine Dichtenvariation herbeigeführt wird. Der Fall eines gleichmässig dichten Prismas, dessen Schneide in dem Schwanz des Pfeiles, dessen Rücken in der Spitze liegt, ist hier eben so eingeschlossen, wie jener einer Planplatte, deren Dichte gegen die Pfeilspitze zunimmt.

Wenn wir dies auf unseren Fall anwenden, finden wir Folgendes. Ein homogener, horizontaler, cylindrischer Luft-

strahl, der dichter ist als die umgebende Luft, erscheint bei horizontaler, nach oben gekehrter

Schneide der Schlierenblende dem direct betrachtenden Auge unten hell, oben dunkel. Im photographischen Negativbild hat man natürlich die Umkehrung des Bildes und der Helligkeit zu berücksichtigen. Derselbe Strahl zeigt

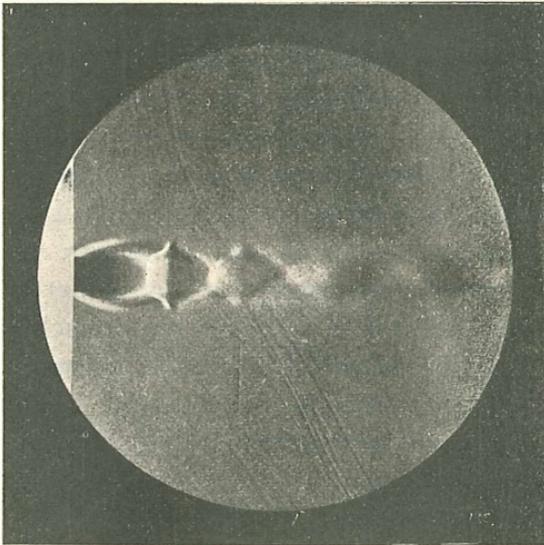


Fig. 14 a.

bei verticaler Blendungsschneide gar keine optische Wirkung.

Betrachten wir nun die wirkliche Lichtvertheilung im Schlierenbild und bezeichnen wir die Richtungen, nach welchen die vom Licht durchsetzte Masse zunimmt, durch Pfeile. Für den horizontalen Strahl (14. a) bei verticaler Blendungsschneide erhalten wir so die schematische Fig. 14 b. Wir erkennen hier die

sich durchkreuzenden conischen Wellen, die grössere Dichte in der Ausflussöffnung, ausserdem aber Dichtenzunahmen in den Fig. 12 mit geraden Zahlen bezeichneten Querschnitten und

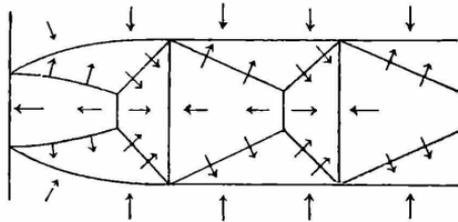


Fig. 14b.

Dichtenabnahmen in den ungeradzahligem Querschnitten, welche beide nicht ohneweiters aus jenen Wellen verständlich sind.

Noch auffallender ist das Bild bei horizontaler Schlierenblendung. Dieselben Erscheinungen wie in dem vorigen Fall

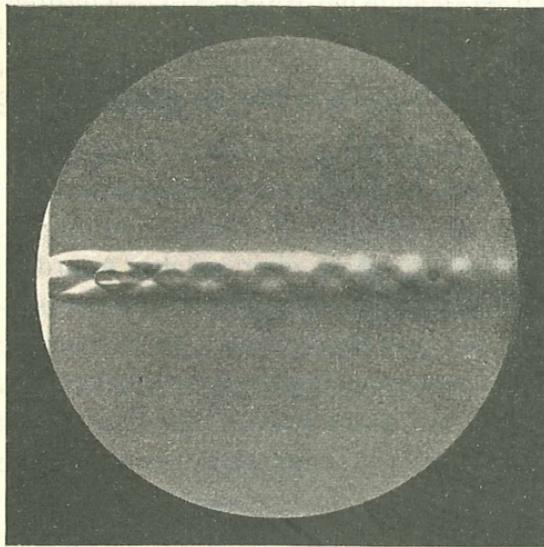


Fig. 15a.

sind wiederzuerkennen. Aber hier treten die periodischen Verdichtungen und Verdünnungen in der Nähe der Axe noch deutlicher hervor. Derselbe erhält dadurch das Aussehen eines geflochtenen Zopfes. In den Anfangstheilen des Strahles treten sogar Gebilde auf, welche wie Stücke von verdünnten con-

axialen Cylindern von kleinerem Durchmesser wirken (Fig. 15 a und 15 b).

Bei stationären Strahlen könnte man durch ein quantitatives Verfahren, ähnlich dem in einer früheren Arbeit angewendeten,¹ der Sache näher kommen. Eine solche Methode ist bei der raschen Änderung der Strahlen nicht anwendbar. Dieselbe hat auch bei den Projectilbildern, da doch jeder photo-

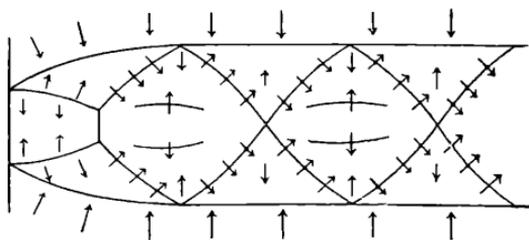


Fig. 15 b.

graphirte Fall ein Individuum ist, nur unsichere Ergebnisse geliefert. Auch ist damals der Einfluss der Beugung wohl unterschätzt worden.

Aufstellung und Apparate für die Interferenzversuche.

Wird ein Lichtbündel in zwei beträchtlich getrennte, cohärente Bündel von bedeutendem Querschnitt getheilt, welche nachher zusammengeführt, ein Feld mit geradlinigen Interferenzstreifen darbieten, so kann eine solche Anordnung benützt werden, die Vorgänge im Luftstrahl zu untersuchen. Wird, während durch das eine Bündel der Luftstrahl strömt, mit einer Lichtquelle von derselben Zeitdauer wie bei den Schlierenversuchen beleuchtet, so erscheinen die durch den Luftstrahl hindurchgehenden Streifen verkrümmt, bleiben aber in dem übrigen freien Theil des Feldes geradlinig. Man kann so durch Verfolgung der einzelnen Streifen in den Luftstrahl hinein den an jeder Stelle eingeführten Gangunterschied bestimmen, und aus der jeweiligen Weglänge im Luftstrahl auf die Grösse der Luftdichte schliessen. Zu diesem Zwecke müssen jedoch die beiden Lichtbündel weit von einander verlaufen, und einen

¹ E. Mach und L. Mach, Weitere ballistische Versuche. Diese Sitzungsber., Bd. XCVIII, Abth. II. a., November 1889.

besonders grossen Querschnitt darbieten. Diesen Anforderungen genügt der aus zwei Planplatten und zwei Planspiegeln bestehende, bereits anderwärts beschriebene Interferenzapparat.¹

Mit Hilfe der Linse *L* (Fig. 16) und eines Uhrheliostaten wird auf dem rund durchbrochenen Blechdiaphragma *d* (1 mm Durchmesser der Bohrung) ein Sonnenbild entworfen. Durch ein möglichst kurzes, dazwischengeschaltetes Prisma *p* von gerader Durchsicht wird das Licht vorher spectral zerlegt. Der violette Theil desselben wird durch das Diaphragma hindurchgelassen und fällt auf die erste Platte *P* des Refractometers, passirt dasselbe und wird von dem 78 mm grossen Gruppenantiplanet *G* in einer Reihe von Bildern gesammelt. Durch die Blende *b* werden sämmtliche Bündel aufgefangen bis auf eines, welches das erste Streifensystem enthält, und welches in ein kleines Voigtländer'sches Landschaftsobjectiv von 15 cm Brennweite gelangt. Dieses entwirft von dem kreisförmigen Interferenzfelde (40.5 mm Brennweite) ein

17.5 mm im Durchmesser haltendes Bild. Ein Schirm *B* sorgt

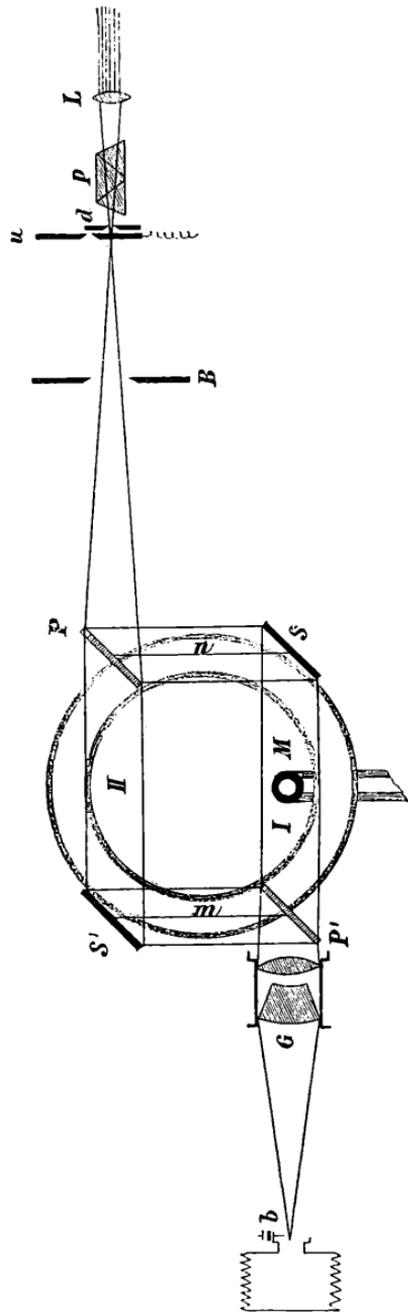


Fig. 16.

¹ Vergl. die oben citirten Mittheilungen von L. Mach.

für die Abhaltung des falschen Lichtes, und ein mit regulirbarer Feder versehener Spaltschieber u bildet den genau abgestimmten Momentverschluss. PP' sind die Platten, SS' die Glassilberspiegel des Refractometers. Die Prismen, auf denen sie verschiebbar angebracht sind, werden durch die Geraden m und n , das Gestell des Refractometers durch den Doppelring angedeutet.

Bei diesen Versuchen wurde ein etwas längerer, rechtwinkelig gebogener und innen glatt polirter Ausflussschnabel M verwendet. Das Mundstück wurde von unten in das Interferenzfeld eingeschoben, so dass der Strahl das Bündel I oder II in der Richtung von unten nach oben durchströmte.

Interpretation der Interferenzbilder.

Nennen wir m die vom Lichtbündel von der Querschnittseinheit auf seinem Wege durchsetzte Masse, so wird die das Schlierenbild bestimmende Lichtablenkung gegeben durch

$$\frac{d}{dz} \int m \cdot ds,$$

wobei m als Function des Lichtweges zu denken ist und z die Richtung bedeutet, nach welcher die durchsetzte Masse wächst.

Bei gleichbleibender Bedeutung der Zeichen ist die Verzögerung des Lichtes, beziehungsweise die Streifenverschiebung im Interferenzbilde, bestimmt durch

$$\int m \cdot ds.$$

Der Charakter der Bilder ist demnach auch qualitativ ein wesentlich verschiedener.

Die Interpretation der Interferenzbilder erfordert übrigens eine gewisse Vorsicht, und es soll zu dem schon in einer früheren Abhandlung Angegebenen¹ das Nöthige hier nachgetragen werden.

Wir denken uns die Ebene des Bildes EE als Durchschnitt mit der Zeichnungsebene und in derselben die geradlinigen

¹ L. Mach, Über ein Interferenzrefractometer. Diese Sitzungsberichte, Bd. 102.

äquidistanten Interferenzstreifen senkrecht zum Schnitt EE verlaufend. Nun denken wir uns das verzögernde Object eingebracht. Die Streifen werden verschoben und im Allgemeinen verkrümmt. Die Entfernung jedes Streifenelements von seiner ursprünglichen Stelle in EE misst die positive oder negative Verzögerung an jener Bildstelle, an welcher sich das Streifenelement eben befindet. Es steht nichts im Wege, nun an jeder Stelle der Bildebene eine positive oder negative Ordinate aufzusetzen, welche die daselbst bestehende Verzögerung misst. Die Endpunkte sämtlicher Ordinaten stellen die Fläche der Gangunterschiede dar. Wir wollen zur Bequemlichkeit noch festsetzen, dass wir die Ordinaten des Gangunterschiedes in Streifenbreiten (der Verschiebung) messen. Jede Ordinate

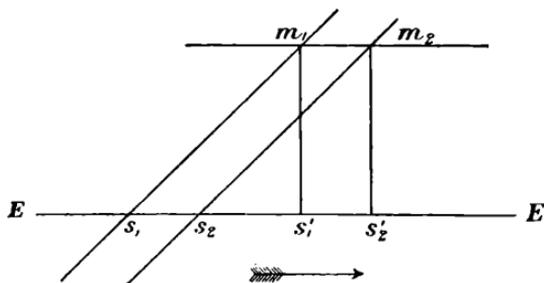


Fig. 17.

erhebt sich also gerade so hoch, als das Streifenelement in der Bildebene verschoben erscheint. Denken wir uns also einen Streifen (welcher geradlinig bleibt) parallel zu sich selbst entsprechend einer Verzögerung im Sinne des Pfeiles von s_1 nach s'_1 verschoben, so wächst die Gangunterschiedsordinate von Null bis $s'_1 m_1 = s_1 s'_1$. Der Streifen beschreibt hiebei eine unter 45° gegen EE geneigte Ebene. Verschiebt sich der Nachbarstreifen s_2 und so das ganze System in demselben Sinne und Ausmaass, so ist die Gangunterschiedsfläche eine zu EE parallele, durch $m_1 m_2$ bestimmte Ebene.

Wir gelangen so zu einer sehr anschaulichen Darstellung des ganzen Interferenzbildes, welche sich in folgender Weise wiedergeben lässt. Wir denken uns abwechselnd schwarze und weisse Thonplatten von gleicher Dicke aufeinander, und unter 45° geneigt, durch die Bildebene EE (Fig. 18) gelegt, so dass

ihre Schnitte mit derselben genau das unverschobene Streifen-system repräsentiren. Schneidet man das Thonplattensystem durch die Fläche der Gangunterschiede MM und projicirt die Durchschnitte auf EE , so erhält man das Interferenzbild. Jedes gegebene Interferenzbild kann also interpretirt werden, indem man umgekehrt sich eine schneidende Fläche MM denkt, welche als Projection auf EE dasselbe hervorbringt. Wenn man die Streifen-curven aus Carton ausschneidet, indem man dieselben bis dahin fortsetzt, wo dieselben geradlinig verlaufen, und wenn man nun diese Cartons um die geradlinigen Stücke als Axen drehend so aufrichtet, dass deren Ebenen 45° mit der Bildebene EE einschliessen, so hat man ebenfalls die Fläche MM

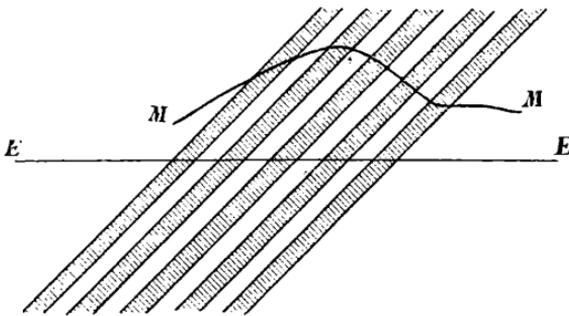


Fig. 18.

dargestellt. Übrigens erhält man den Eindruck des Reliefs MM in einfacheren Fällen ohneweiters, wenn man das Interferenzbild monocular betrachtet. Ebene Schnitte parallel zu EE durch MM geführt, ergeben die (von den Streifen-curven natürlich verschiedenen) Curven gleichen Gangunterschiedes.

Es liegt in der Natur der Sache, dass Formen der Fläche MM ausgeschlossen sind, welche bei Projection auf EE Doppelpunkte (Doppelpunkte) ergeben würden. Jeder Stelle des Bildes entspricht nur ein Gangunterschied.

Ebenso können wir, höchst seltene Fälle vielleicht ausgenommen, Discontinuitäten der Fläche MM ausschliessen. Man kann also, in dem Interferenzbilde einen Punkt bewegend, von dem n^{ten} Streifen immer nur durch den $n+1^{\text{ten}}$ oder $n-1^{\text{ten}}$ zum $n+2^{\text{ten}}$ oder $n-2^{\text{ten}}$ gelangen. Bei continuirlicher

Bewegung des Punktes kann kein Streifen übersprungen werden.

Die Breite der Streifen erfährt in den Interferenzbildern oft auffallende Veränderungen, welche zu beachten sind. Es genügt, die Breitenänderung in der Richtung senkrecht zu den unverschobenen Streifen zu betrachten. Nur so lange der Gangunterschied (v) in dieser Richtung nicht variiert, bleibt die Streifenbreite ungeändert. Wir nehmen als Einheit des Gangunterschiedes (v) und als Einheit der Verschiebung (x) die Streifenbreite b (Fig. 19) des unverschobenen Systems. Der

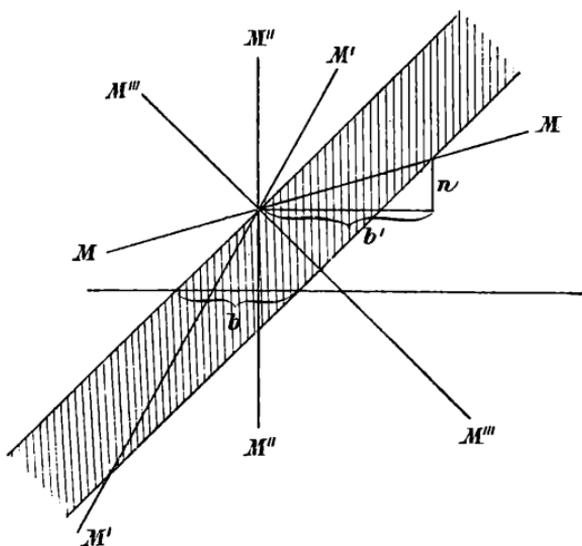


Fig. 19.

Durchschnitt der Fläche MM mit der Zeichnungsebene möge die Steigung $\frac{dv}{dx}$ haben. Dann ist

$$b' \frac{dv}{dx} = v, \quad b' - b' \frac{dv}{dx} = b$$

oder:

$$b' = \frac{b}{1 - \frac{dv}{dx}},$$

wobei b' die neue Streifenbreite bedeutet. Es ist $b' = b$

für $\frac{dv}{dx} = 0$, $b' = \infty$ für $\frac{dv}{dx} = 1$. Für $\frac{dv}{dx} > 1$ wechselt b' das Zeichen, weil nun der vordere im Sinne der Verzögerung vorausgehende Streifenrand mit dem nachfolgenden hinteren vertauscht ist, was bei der Interpretation zu beachten ist (MM'). Für $\frac{dv}{dx} = \infty$ ($M'M''$) wird $b' = -0$, und für negative $\frac{dv}{dx}$ wieder positiv ($M'''M''''$).

Eine gewisse Vorsicht der Interpretation ist geboten, wenn in dem Interferenzbilde ringförmige (andere einschliessende oder ausschliessende) Streifen, nennen wir sie Streifeninseln

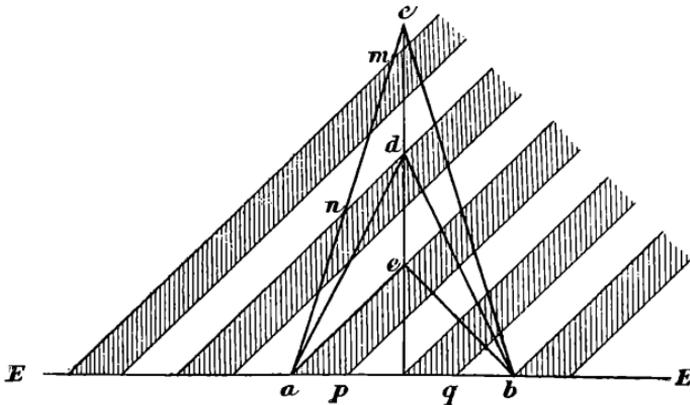


Fig. 20.

auftreten. Die Umstände, welche man in diesem Falle zu beachten hat, werden am besten durch ein Beispiel erläutert.

Die Gangunterschiedsfläche MM falle mit der Ebene EE zusammen (Fig. 20), sei aber durch ein kreisförmiges Loch (ab) durchbrochen, an welches als Fortsetzung von MM sich ein Kegel acb anschliesst. Ein Blick auf die Fig. 20 lehrt, dass nun die Streifen m, n sich als elliptische Ringe auf EE projiciren, während p, q innerhalb der Kegelbasis als elliptische Bogen erscheinen, welche sich ausserhalb derselben als Gerade fortsetzen. Die Curven gleichen Gangunterschiedes sind innerhalb des Kegels natürlich Kreise, welche die vorerwähnten Ellipsen schneiden.

Was die ringförmigen Streifen betrifft, hat man zu beachten, dass deren innere Begrenzung dem Hinterrande, deren äussere

dem Vorderrande entspricht, wie sich aus der Betrachtung der Figur ergibt. Dreht man die Figur um 180, so gilt sie für eine Vertiefung in der Fläche MM , und die vorige Bemerkung erfährt ihre leicht ersichtliche Umkehrung.

Bei Abnahme des maximalen Gangunterschiedes, also beim Sinken des Kegelscheitels nach d , e u. s. w. ziehen sich die elliptischen Ringe im Mittelpunkt des Kreises ab zusammen und verschwinden daselbst, so dass nur mehr Streifen übrig bleiben, welche sich geradlinig in das äussere Feld fortsetzen. Die Streifen innerhalb ab übergehen in Parabeln, sobald für die Kegelseite ac der Werth von $\frac{dv}{dx}$ auf 1 gesunken ist, und werden bei noch weiterem Sinken hyperbolisch.

Denkt man sich nun die Höhe des Kegels so gering, dass keine ringförmigen Streifen mehr vorhanden sind, und denkt man sich nun die Zahl der Streifen vermehrt, verdoppelt, verdreifacht u. s. w. und dafür von $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$... der früheren Breite, so stellt die Zeichnung wieder denselben oder einen höheren Gangunterschied in der Kegelspitze dar, wie bei der ursprünglichen Höhe des Kegels. Man kann also durch Wahl einer genügend kleinen Streifenbreite jede Streifeninsel zum Verschwinden, und das ganze Feld in Zusammenhang bringen. Freilich ist oft wegen der hiemit zusammenhängenden Undeutlichkeit der Bilder eine zu geringe Streifenbreite nicht anwendbar.

Kann man dieses Verfahren nicht zur Anwendung bringen, so ist die Interpretation einer Insel unbestimmt. Denn man weiss nur, dass, wenn man von einem unbegrenzten Streifen, dem n ten, zu dem nächsten ringförmig geschlossenen übergeht, dass dieser der $n-1$ te oder der $n+1$ te ist, dass man also mit einer Erhebung oder beziehungsweise mit einer Vertiefung in der Fläche MM zu thun hat. Gewöhnlich kann man aber durch andere Anhaltspunkte entscheiden, welcher Fall vorliegt.

Zu diesen Anhaltspunkten gehört zunächst die Vergleichung mit dem Schlierenbild, welches ja Verdichtungen und Verdünnungen im Allgemeinen leicht unterscheiden lässt, und welches also die quantitativen Angaben des Interferenzbildes

qualitativ (in Bezug auf das Zeichen) ergänzt. Man kann, wenn Dauerbeleuchtung zulässig ist, weisses Licht anwenden und die Stelle des weissen Streifens merken. Übergeht man dann bei monochromatischer Beleuchtung von violetterem zu rothem Licht, so wandern alle Streifen von der Stelle des weissen aus nach der Seite des zunehmenden Gangunterschiedes. Das radicalste Mittel endlich, welches wieder nur angewendet werden kann, wo Dauerbeleuchtung zulässig ist, ist folgendes. Steht der Luftstrahl im Lichtbündel I und muss man das Lichtbündel II mit Hilfe des Compensators verzögern, um den weissen Streifen in die Mitte der Insel zu bringen, so entspricht dieselbe natürlich einer Verdichtung. Die Umkehrung liegt auf der Hand.

Ein vorzügliches Mittel besteht endlich darin, die Interferenzstreifen parallel zur Luftstrahlaxe zu legen. Man merkt sich die Verschiebungsrichtung für die Verzögerung (Verdichtung), und kann nun mit Hilfe der wellenförmigen Krümmung beim Einbringen des Luftstrahles die Verdichtungen von den Verdünnungen unterscheiden.

Ich hatte nun später Gelegenheit, einige wenige Controlversuche bei Dauerbeleuchtung und constantem Druck anzustellen, und konnte mich durch alle hier angegebenen Proben überzeugen, dass die hier im Folgenden gegebene Interpretation die richtige ist. Die Inseln in den folgenden Bildern sind Verdichtungen. Bei Strahlen von 8—10 Atmosphären liegen zwischen diesen kleinere, aber die Atmosphärendichte übersteigende Dichten. Bei Strahlen von 15 Atmosphären findet man aber zwischen den Dichtenmaximis sogar wirkliche Verdünnungen, z. B. kleinere Dichten als jene der umgebenden Atmosphäre.

Ergebnisse der Interferenzversuche.

Der Recipient wurde gewöhnlich auf 20 Atmosphären geladen. Der Hahn wurde dann dreimal geöffnet und wieder geschlossen, nachdem jedesmal eine Momentbeleuchtung bei monochromatischem Sonnenlicht eingeleitet worden war. Selbstverständlich wurde die photographische Platte nach jeder

Beleuchtung verschoben, so dass man auf einer Platte drei Bilder erhielt. Einige Versuche wurden auch mit weissem Licht ausgeführt. Man unterscheidet dann auch in der Photographie die Ordnung der Streifen. Zwar sind nun die Streifen höherer Ordnung nicht sichtbar, während die Streifen bei monochromatischer Beleuchtung das ganze Feld einnehmen und überall sehr deutlich sind; man kann jedoch die bei weissem Licht gewonnenen Bilder benutzen, um sich durch Vergleichung mit den bei monochromatischem Licht hergestellten Bildern über die Ordnungszahl der Streifen in letzteren zu orientiren, wo darüber Zweifel entstehen.

Das Manometer wurde bei den Interferenzversuchen, welche schon an sich reichlich zu thun gaben, nicht mitphotographirt. Man überzeugte sich, dass der auf 20 Atmosphären geladene Recipient bei einem gewissen regelmässigen Vorgang das erste Bild bei etwa 15, das zweite bei ungefähr 10 und das dritte bei etwa 6—7 Atmosphären lieferte. Die Vergleichung mit den Schlierenbildern konnte ausserdem in später anzugebender Weise zur Controle dienen.

Es ist kaum nöthig zu bemerken, dass selbst bei den sehr vollkommenen Planplatten, welche mein Apparat enthielt, die Streifen im ungestörten Feld nicht vollkommen geradlinig waren, was natürlich auf die Genauigkeit der Schätzung des Gangunterschiedes nachtheiligen Einfluss hat. Zum Zwecke dieser Schätzung wurden die Bilder mit dem Abbe'schen Zeichenapparat in vierfacher Grösse reproducirt.

Wir beginnen mit den Strahlen, die unter schwachem Druck ausströmen. Die Interferenzstreifen mögen senkrecht zur Axe des Strahles verlaufen, während der (verticale) Strahl parallel zur Bildfläche liegt. Man sieht ohne weiters, dass dann ein Strahl von überall gleicher Dichte die denselben überquerenden Interferenzstreifen zu elliptischen Bögen deformiren müsste, indem alle Verzögerungen proportional den zur Visirlinie parallelen Sehnen des durchsetzten kreisförmigen Luftstrahlenquerschnittes wären. In der That bieten die Interferenzbilder von Strahlen, die unter etwa 6 Atmosphären Druck ausströmen, diesen Anblick. Betrachtet man die Bilder monocular, so glaubt man das Relief eines Halbcylinders zu sehen. Die Curven

gleichen Gangunterschiedes sind in diesem Falle zur Cylinderaxe parallele Gerade.

Aus der mittleren maximalen Streifenausbiegung zweier solcher Strahlen ergab sich in Atmosphären die Dichte derselben $1 \cdot 26$ und $1 \cdot 50$. Die absoluten Temperaturen, bei welchen der Innendruck dieser Strahlen dem Druck der äusseren Luft (bei der absoluten Temperatur 300° C.) das Gleichgewicht halten konnte, waren beziehungsweise 240 und 200° C. Dies stimmt mit der Tabelle S. 12, wenn wir annehmen, dass der Druck, unter welchem der erstere Strahl ausströmte, noch beträchtlich unter

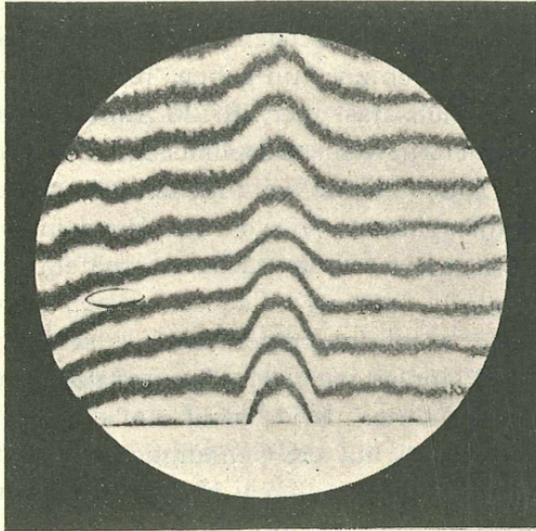


Fig. 21.

5 Atmosphären lag, dass derselbe aber für den zweiten Strahl fast 5 Atmosphären betrug. An Strahlen von so schwachem Druck bemerkt man also nichts besonders Auffallendes, welches zu einer weiteren Untersuchung einladen würde. Nicht einmal die conischen Wellen, welche bei Untersuchung nach der Schlierenmethode nicht unbenutzt bleiben können, äussern sich in merklicher Weise in den Interferenzstreifen. Die Sache ändert sich aber wesentlich, sobald man zu stärkerem Druck übergeht.

Schon bei schwachem Druck bemerkt der sorgfältige Beobachter, wenn er den Blick längs der Axe des Strahles hingleiten lässt, eine Periodicität in der Grösse der Streifenausbiegung, welche nicht den zufälligen Unregelmässigkeiten der Streifen-

breite zugeschrieben werden kann. Bei etwas ansteigendem Druck treten dann zwischen den unbegrenzten Streifen Andeutungen von Inseln auf, welche bei 10—15 Atmosphären zu voller Deutlichkeit sich entwickeln. Höher konnte ich zur Zeit nicht gehen, weil dann die turbulenten Luftbewegungen in der Umgebung des Strahles das Bild trüben, und das noch brauchbare Anfangsstück desselben allzu kurz wird. Ausserdem scheinen dann zugleich doch so bedeutende Lichtablenkungen aufzutreten, dass bei der kleinen Objectivöffnung des photographischen Apparates, welches als Blendung wirkt, sich ein Schlierenbild mit dem Interferenzbild combinirt. Es entsteht auch der Eindruck, dass Discontinuitäten der Dichte und hiemit auch der Streifenverschiebung auftreten, welche bei höherem Druck die Interpretation der Bilder illusorisch machen.

Ein Strahlen-Interferenzbild von höherem Druck scheint einem Schlierenbild auf den ersten Blick so unähnlich, dass man kaum im Stande ist, diese beiden Bilder in Beziehung zu setzen. Man bemerkt aber bald, dass dem verschiedenen Charakter der im Schlierenbilde mit geraden, beziehungsweise ungeraden Zahlen (Fig. 12) bezeichneten alternirenden Stellen, im Interferenzbilde zwei ebenso verschiedenartige alternirende Streifenformen entsprechen, und zwar müssen, schon wegen der Ausdehnung senkrecht zur Strahlachse, die stark entwickelten Inseln (Ring-systeme) zu den geradzahligem Stellen des Schlierenbildes gehören. Legt man ein Blatt Pauspapier über das in vierfacher natürlicher Grösse des Strahles gezeichnete Interferenzbild, so kann man auf dieses Blatt die ebenso vergrösserte Skizze des Schlierenbildes zeichnen, ohne auf einen Widerspruch zu stossen. Man kann ferner die Tabelle S. 29 benützen, um hiernach den Druck des Strahles, dessen Interferenzbild vorliegt, abzuschätzen, und findet auch diese Schätzung in Übereinstimmung mit den gelegentlich angestellten Manometerbeobachtungen.

Bei höherem Druck (10—15 Atmosphären) kann von einem Strahl von auch nur annähernd gleicher Dichte nicht mehr die Rede sein. Interpretirt man die Interferenzstreifen in der zuvor angegebenen Weise, so findet man keine Gangunterschiedsfläche (MM) mehr, welche als eine Halbcylinderfläche mit halb-elliptischer Leitlinie aufgefasst werden könnte. Die Fläche MM

zeigt vielmehr, wenn man längs der Strahlachse fortschreitet, den geradzahligen Stellen des Schlierenbildes entsprechend, periodisch mächtige Erhebungen, und dazwischen sanftere Einsenkungen. Die Erhebungen lassen sich annähernd als Kegel auffassen, deren Basis elliptisch mit zur Strahlaxe senkrechter grosser Axe ist. An den Enden der grossen Axe denke man sich die Ellipse zugespitzt. Bei steigendem Druck nimmt diese Basis complicirtere eckige Formen an. Die Curven gleichen Gangunterschiedes sind nicht mehr zur Strahlaxe parallele Gerade, sondern werden, wo sie nicht ringförmig sind, wellen-

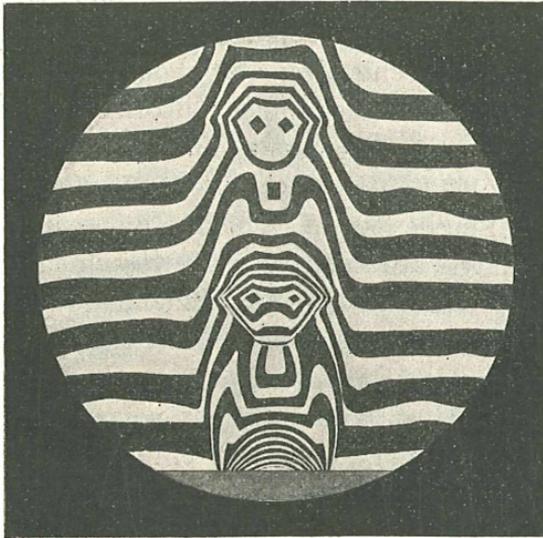


Fig. 22.

förmig, indem dieselben von der Axe sich entfernend den Erhebungen seitwärts ausweichen, und den Vertiefungen sich wieder annähern. In der Nähe der Ausflussöffnung zeigt sich eine in die Öffnung hineinreichende Streifeninsel, welche ein besonders starkes Anwachsen der Dichte (und daher auch des Druckes) zu erkennen gibt. Auch bei starkem Druck sind die conischen Wellen, welche an den Schlierenbildern so stark hervortreten, nicht das Auffallendste. Vielmehr sind dies die periodischen Verdichtungen und Verdünnungen im Strahl. Die conischen Verdichtungswellen (entsprechend der Kopfwelle des Projectils) sind zwar an den Streifenausbiegungen kenntlich; unmittelbar an denselben näher an der Axe von der Öffnung

ausgehend, und den Raum der grössten Dichte umschliessend, erkennt man aber fast immer auch eine deutliche Verdünnungswelle.

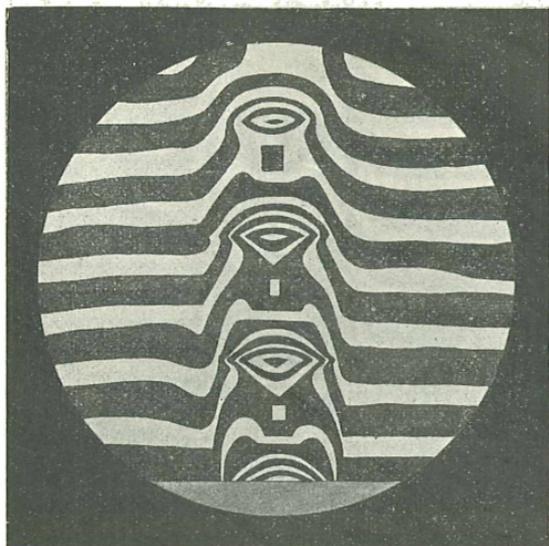


Fig. 23.

Das Bild Fig. 22 entspricht nach den Dimensionen und in Vergleichung mit den Schlierenbildern einem Druck von un-

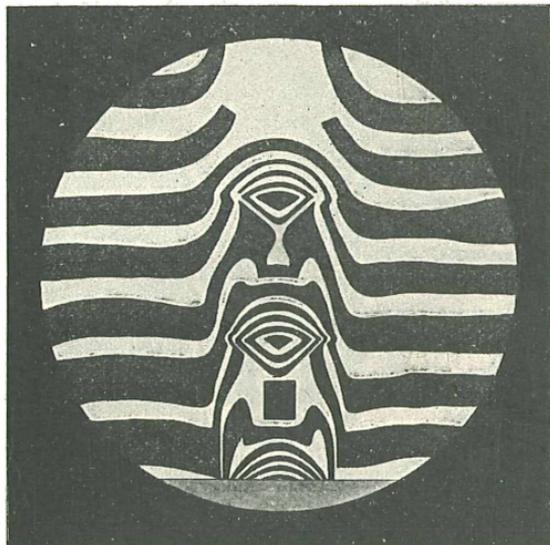


Fig. 24.

gefähr 15 Atmosphären (im Recipienten). Nach den Streifenabiegungen schätzen wir die Dichtenmaxima auf 1·8 und

1·9 Atmosphären, die Minima auf 1·1 und 1·0. In der Öffnung besteht eine Dichte von 2·66 Atmosphären.

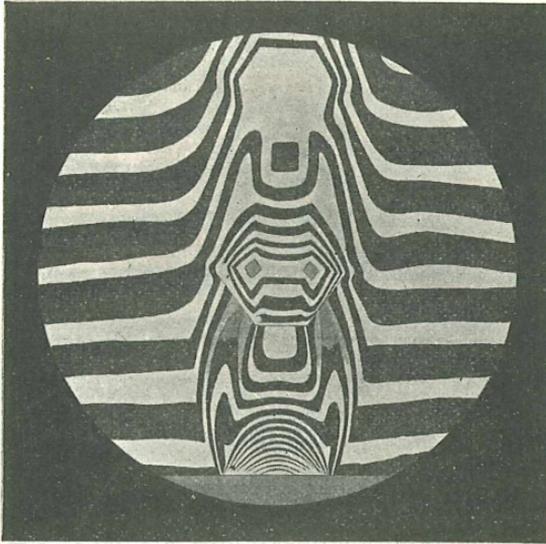


Fig. 25.

Das Bild Fig. 23, welches nach den Dimensionen ungefähr 8 Atmosphären entspricht, liefert Dichtenmaxima von 1·70, 1·76, Minima von 1·1, 1·0. In der Öffnung beträgt die Dichte 1·93.

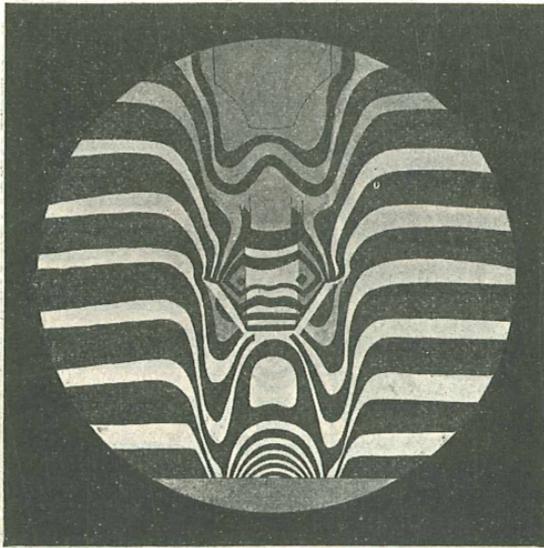


Fig. 26.

Das Bild Fig. 24, welches nach den Dimensionen 10 Atmosphären entspricht, liefert die Maxima 1·84, 1·92, und die Minima 1·12, 1·16, 1·10. Für die Mitte der Öffnung finden wir 2·22.

Wir wollen hier noch zwei Bilder zusammenstellen, Fig. 25 und Fig. 26, welche beide einem Druck von über 17 Atmosphären entsprechen. Die Bilder wurden gewonnen, indem der Luftstrahl einmal in das eine, das anderemal in das andere der beiden interferirenden Lichtbündel eingeführt wurde, bei sonst ungeänderter Aufstellung des Interferenzapparates. Dadurch wurde einmal das eine, das anderemal das andere Lichtbündel verzögert und die den homologen Bildstellen entsprechenden Streifenverschiebungen sind deshalb entgegengesetzt. Die Annahme der alternirend auftretenden Verdichtungen und Verdünnungen im Strahl wird hiedurch bestätigt und befestigt, indem hiebei an manchen Stellen, wo in dem einen Bild Streifeninseln auftreten, deren Interpretation bezweifelt werden konnte, in dem anderen Bild ins freie Feld führende ununterbrochene Streifen auftreten. Es fällt auf den ersten Blick auf, dass die Streifen, welche nahe an der Ausflussöffnung liegen, in demselben Sinne gekrümmt sind. Nach den dargelegten Grundsätzen der Interpretation kann dies aber bei Streifeninseln, welche Maxima oder Minima, Erhebungen oder Senkungen der Gangunterschiedsfläche mit positiven oder negativen Gipfeln darstellen, nicht anders sein.

Schlussbemerkungen.

Wir können nun die Hauptergebnisse aller Versuche in wenigen Sätzen zusammenfassen.

1. Unter geringem Druck in die freie Luft ausströmende Luftstrahlen (bei ungefähr 1 Atmosphäre Überdruck) zeigen in ihrem Verhalten keine auffallende Abweichung von jenem Verhalten, das man nach der oben angedeuteten schematischen Theorie erwarten muss.

2. Wird der Überdruck grösser (ungefähr 2 Atmosphären und mehr), so treten Erscheinungen auf, von welchen die schematische Theorie keine Rechenschaft gibt.

3. Ein Theil dieser Erscheinungen, insbesondere die conischen im Strahl auftretenden stationären Wellen, wird in den Hauptzügen verständlich, wenn man den Strahl als eine gleichmässige Luftströmung ansieht, in welcher am Öffnungsrande erregte Projectil-Kopfwellen sich fortpflanzen.

4. Diese Projectil-Kopfwellen erfahren an den Grenzen des Strahles eine eigenthümliche totale Reflexion, welche von der gewöhnlich sogenannten Erscheinung wesentlich verschieden ist, und welche den Geschwindigkeitsverhältnissen an der Strahlengrenze ihren Ursprung verdankt.

5. Schon bei geringerem Druck treten Erscheinungen auf, welche lehren, dass man den Strahl nur in erster Annäherung als eine gleichmässige Strömung von überall constanter Richtung und Geschwindigkeit betrachten kann.

6. Je grösser der Überdruck wird, desto deutlicher geht es aus den Schlierenbildern und aus den Interferenzbildern hervor, dass die Dichte des Strahles und auch die Stromgeschwindigkeit parallel der Axe des Strahles periodisch variirt. Die in Fig. 12 mit geraden Zahlen bezeichneten Querschnitte entsprechen dem Maximum der Dichte und Minimum der Stromgeschwindigkeit, die mit ungeraden Zahlen bezeichneten umgekehrt dem Minimum der Dichte und dem Maximum der Geschwindigkeit.

7 Die Ergebnisse der Versuche drängen dazu, neben den conischen (quasi transversalen) Wellen, auch noch stationäre, longitudinale Wellen von bedeutender Condensation und Dilatation im Strahl anzunehmen, obgleich die Erklärung solcher Wellen der Theorie noch Schwierigkeiten bereitet, und obgleich sogar die Möglichkeit stationärer Wellen von endlicher Exursion zuweilen geläugnet wird (Lord Rayleigh).

Erklärung der Tafeln.

Alle Strahlen gehen von links nach rechts durch das Gesichtsfeld. Die Tafeln enthalten die Reproduktionen der etwa um die Hälfte vergrösserten Originalbilder von 36 *mm* Durchmesser, denen in Wirklichkeit ein Schlierenfeld von 10 *cm* entspricht. Die Rundstrahlen strömen aus einer Bohrung von 7·5 *mm* Durchmesser, während die Öffnung der Spaltstrahlen $23 \times 3\frac{1}{2}$ *mm* gross ist. Bei senkrecht zur Strahlaxe orientirter Blendungsschneide kann dieselbe entweder im Sinne der Ausflussrichtung (nämlich des Strahles) gegen die optische Axe geschoben werden, bis sie das Spaltenbild schneidet (Stellung *A*), oder in entgegengesetzter Richtung (Stellung *B*). Die Bilder desselben Strahles bei *A* und *B* sind complementär.

Tafel I.

- Fig. 1. Rundstrahl von 15 Atmosphären; Blendungsstellung *B*. Magnesiumblitzpulver elektrisch entzündet (25. August 1892).
 Fig. 2. Rundstrahl von 10 Atmosphären; Blendungsstellung *A*. Magnesiumblitzpulver elektrisch entzündet (14. September 1892).

Tafel II.

- Fig. 3. Spaltstrahl von 28 Atmosphären; Blendungsstellung *A*. Magnesiumblitzpulver elektrisch entzündet (6. September 1892).
 Fig. 4. Spaltstrahl von 28 Atmosphären; Blendungsstellung *A*. Magnesiumblitzpulver elektrisch entzündet (6. September 1892).

Tafel III.

- Fig. 5. Rundstrahl von 33 Atmosphären; aufgenommen beim Lichte eines (15 *mm* langen, haarfeinen) durch eine Batterieentladung (52·500 *cm* Capacität) verbrennenden Platindrahtes. Blendungsstellung *A*.
 Fig. 6. Spaltstrahl von 20 Atmosphären; Blendungsstellung *A*. Magnesiumblitzpulver elektrisch entzündet. Quer über die Ausflussspalte sind zwei feine Kupferdrähtchen gespannt.
 Fig. 7. Rundstrahl von 15 Atmosphären, der längs einer zur Strahlaxe genau parallelen, an einem Metallstücke anpolirten Ebene strömt. Blendungsstellung *A*. Magnesiumblitzpulver elektrisch entzündet.
 Fig. 8. Rundstrahl von 15 Atmosphären, der mit der optischen Axe des Apparates einen Winkel von ungefähr 70° einschliesst. Blendungsstellung *A*. Magnesiumblitzpulver elektrisch entzündet.
 Fig. 9. Rundstrahl von 9 Atmosphären; aufgenommen beim Lichte eines (15 *mm* langen, haarfeinen) durch eine Batterieentladung (52·500 *cm* Capacität) verbrennenden Platindrahtes. Blendungsstellung *A*.

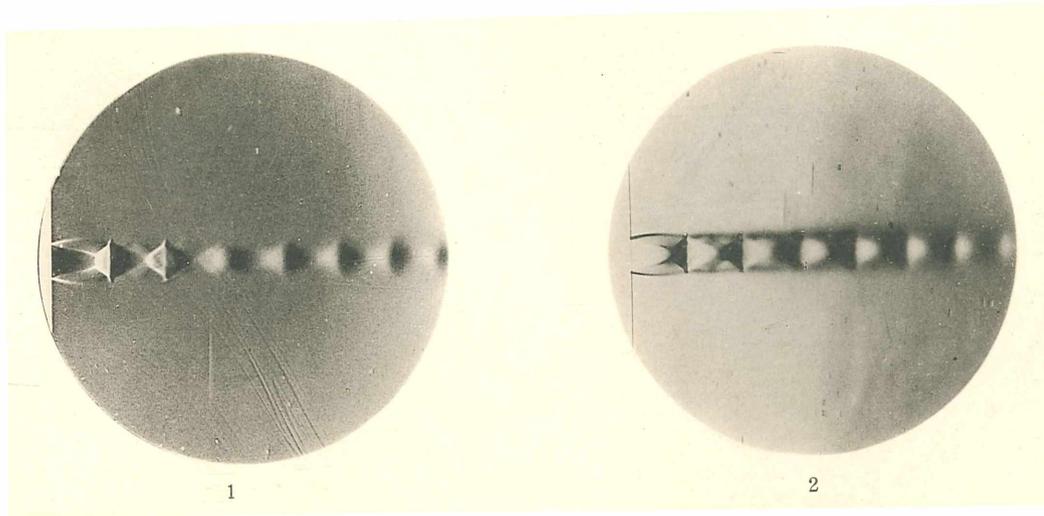
Bei den Aufnahmen im Interferenzfelde wurde der violette Theil des Sonnenspectrums auf ein rundes Diaphragma (von 1.2 mm Durchmesser bei der in Fig. 14 des Textes angedeuteten Aufstellung) entworfen. Die Spaltbreite des vorbeigeschnellten Schiebers betrug 2 mm . Es wurden durchwegs cylindrische Strahlen (7.5 mm Öffnung) verwendet, die man durch sehr langsames Öffnen des Verschlusses in das Bündel einschleichen liess. Die Entwicklung dauerte ungefähr eine halbe Stunde. Alle Strahlen bewegen sich in der Richtung des Pfeiles von unten nach oben durch das Feld. Bei den mit *a* bezeichneten Bildern befand sich der Strahl im Bündel I (Fig. 14 des Textes), die bei demselben Druck aufgenommenen Complementärbilder *b* wurden durch Einführung des Strahles in das Bündel II gewonnen.

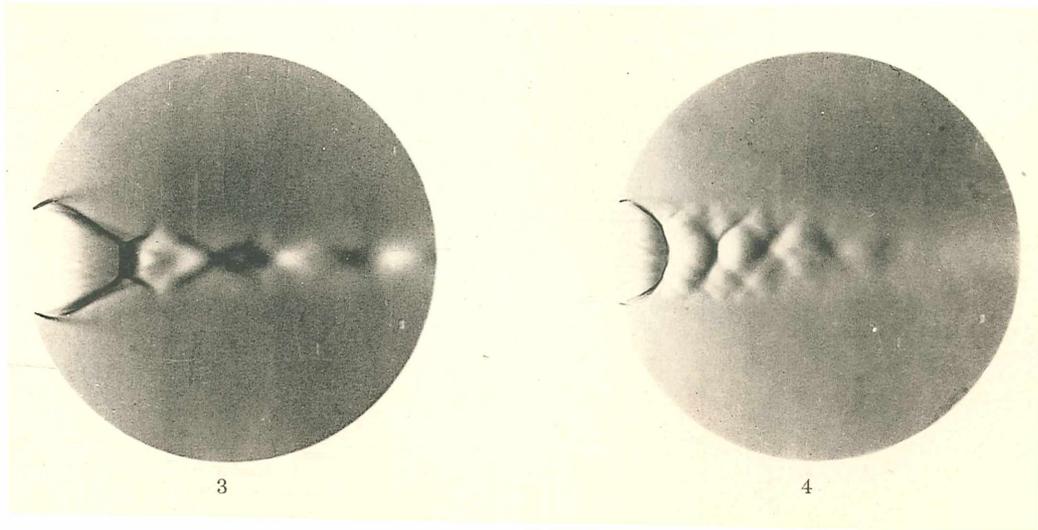
Tafel IV.

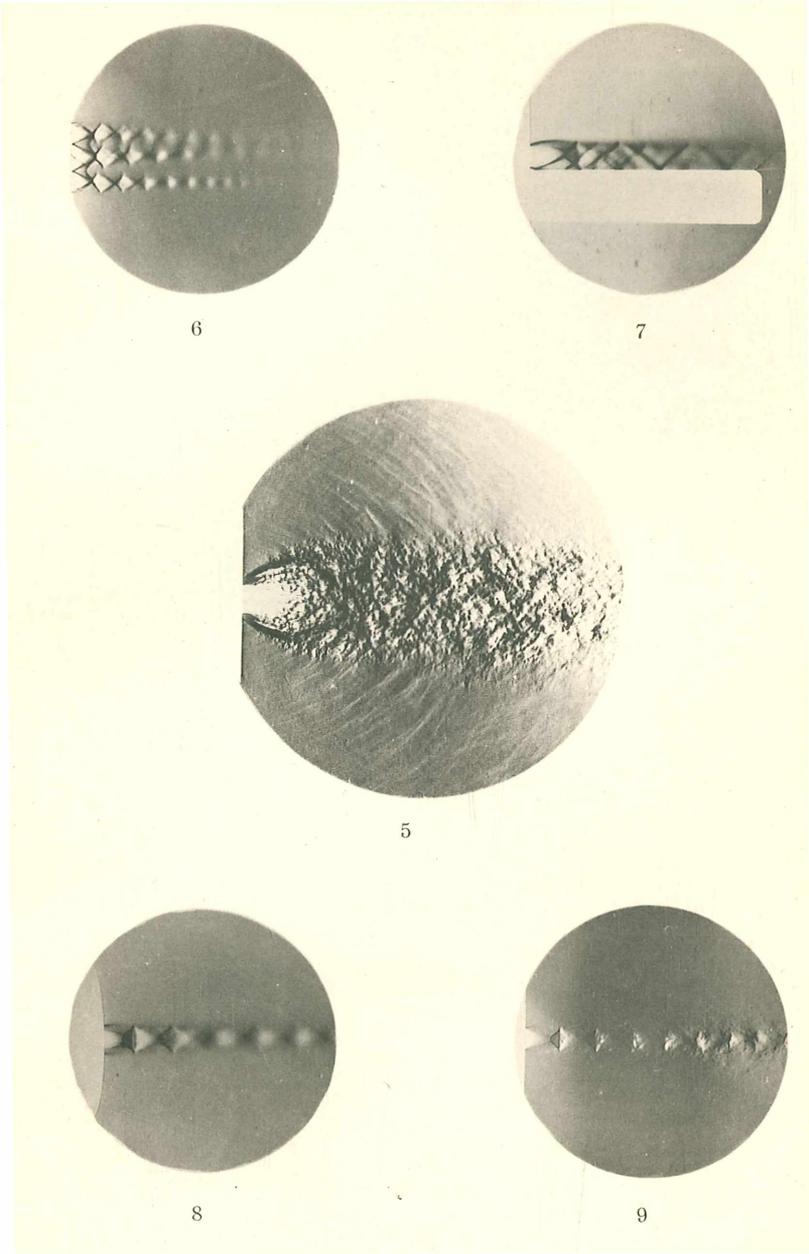
- Fig. 10 { *a* Rundstrahl von 24 Atmosphären; Bündel I (8. Juli 1893).
 { *b* Rundstrahl von 20 Atmosphären; Bündel II (5. Juli 1893).
 Fig. 11 { *a* Rundstrahl von 12 Atmosphären; Bündel I (8. Juli 1893).
 { *b* Rundstrahl von 10 Atmosphären; Bündel II (5. Juli 1893).
 Fig. 12 { *a* Rundstrahl von 6 Atmosphären; Bündel I (6. Juli 1893).
 { *b* Rundstrahl von 6 Atmosphären; Bündel II (5. Juli 1893).
-

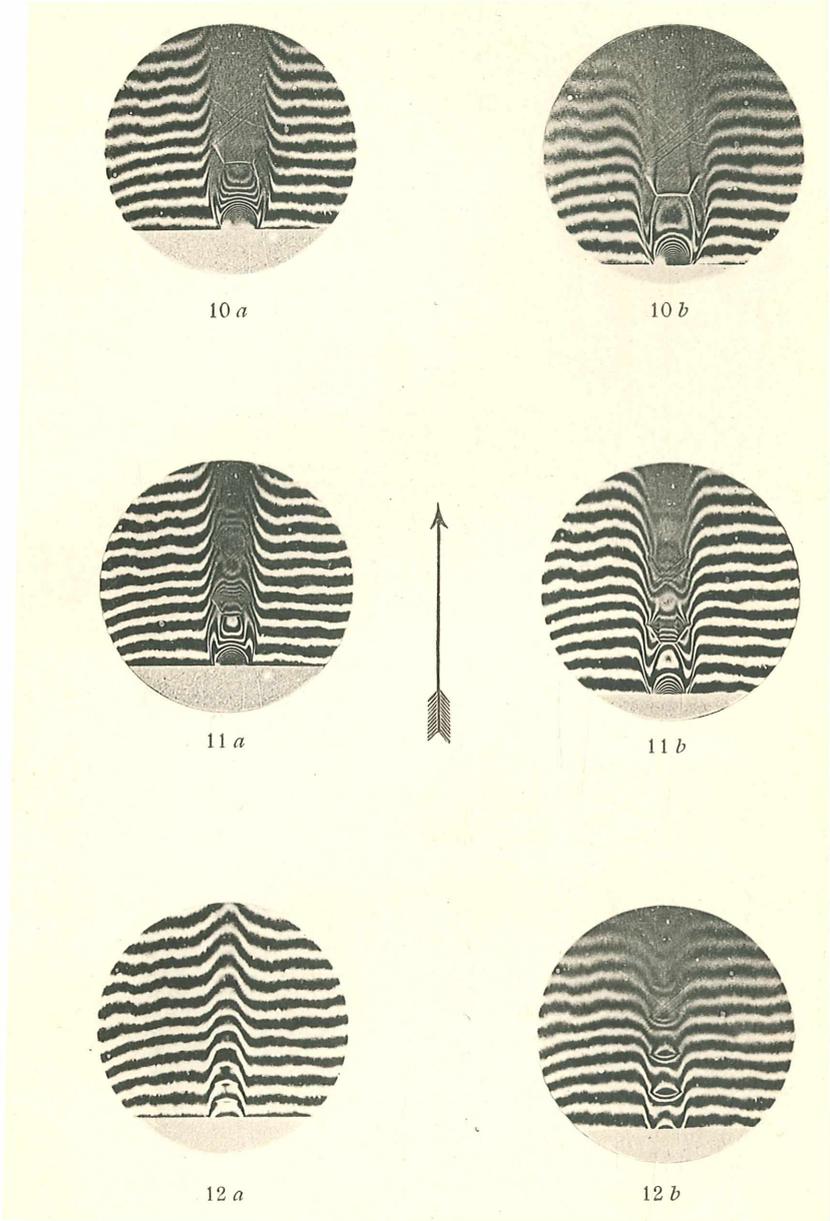
L. Mach: Luftstrahlen.

Taf. I.









ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1897

Band/Volume: [106_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Mach Ludwig

Artikel/Article: [Optische Untersuchung der Luftstrahlen. 1025-1074](#)