

Untersuchungen über den Wirkungsgrad des Sandstrahlgebläses

Von

Ing. Karl Zentner

(Vorgelegt in der Sitzung am 17. Oktober 1929)

(Mit 11 Textfiguren)

Inhaltsverzeichnis:

- I. Einleitung.
- II. Ableitung der allgemeinen Grundgleichungen.
- III. Untersuchung der Sandstrahlgebläsetypen, bei welchen die Bewegungswiderstände zu vernachlässigen sind.
- IV. Untersuchung des Sandstrahlgebläses unter Berücksichtigung der Bewegungswiderstände.
- V. Untersuchung des Einflusses der Betriebskonstanten auf den Wirkungsgrad.

I. Einleitung.

Die vorliegende Arbeit besteht im wesentlichen in einer Untersuchung der kinetischen Energie, welche von einer in einem Rohr strömenden Gasmasse auf eingeworfene Massenkörper übertragen wird, ein Problem, das in der Technik bei der Aufstellung einer Theorie des Sandstrahlgebläses zu lösen ist. In dem engen Rahmen dieser Arbeit kann die Theorie des Sandstrahlgebläses nicht erschöpfend behandelt werden, da auf diesem Gebiete, trotzdem das Sandstrahlgebläse seit mehr als 40 Jahren in Verwendung steht, weder theoretische noch praktische Arbeiten von irgendwelcher Bedeutung vorliegen, mithin erst die Grundlagen geschaffen werden mußten, weswegen Einzeluntersuchungen und Spezialprobleme nicht in Angriff genommen werden konnten. In erster Linie wurden daher als am wichtigsten Grenz- und Näherungswerte für den Wirkungsgrad gesucht sowie der Einfluß der Rohrform und Rohrlänge auf den Wirkungsgrad und die Tendenz des letzteren zum Besseren oder Schlechteren beim Ändern der Betriebsbedingungen festgesetzt. Das Ergebnis der Arbeit wird den theoretischen Physiker kaum befriedigen; trotzdem das Problem mit dem Rüstzeug der technischen Wissenschaft des heutigen Tages angegriffen wurde, entspricht doch der Genauigkeitsgrad, wegen Fehlens einiger Koeffizienten sowie wegen mancherlei Konzessionen an die Genauigkeit durch Vernachlässigen einzelner Größen sowie Einführens von Näherungswerten, um dem Problem mathematisch beizukommen, nicht den Anforderungen des Physikers. Hingegen dürfte der praktische Techniker aus den Resultaten einige Anhaltspunkte für seine

Konstruktionen sowie einen wenn auch nur geringen Einblick in das innere Wesen des Sandstrahlgebläses gewinnen. Die Aussicht auf diesen schwachen Erfolg war die Ursache, die Arbeit trotz ihrer Unvollkommenheit in Angriff zu nehmen.

II. Ableitung der Grundgleichungen.

Die prinzipielle Einrichtung eines Sandstrahlgebläses ist die folgende: Von einem Sandbehälter 1 (Fig. 1) fließt Sand in ein Rohr 2, durch welches ein Luftstrom getrieben wird, der aus einem mittels Kompressors oder Ventilators gespeisten Windkessel 3 strömt. Statt Luft wird in manchen Fällen Dampf unmittelbar aus dem Kessel durch eine Rohrleitung entnommen. Das gemeinsame

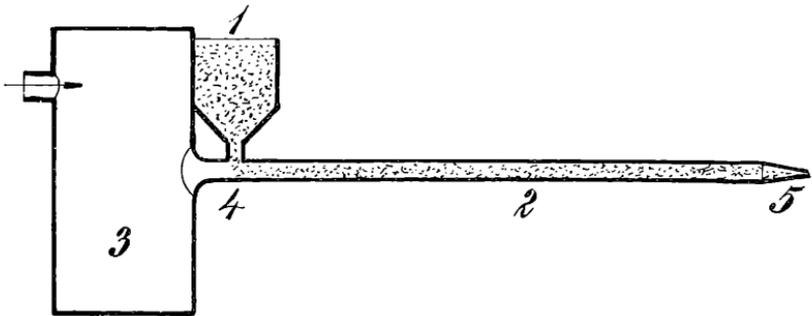


Fig. 1.

Luft-Sand-Gemisch fließt in dem Rohr 2 zum Werkstück, welches durch die mit großer Kraft auftreffenden Sandkörner bearbeitet wird. Diejenige Stelle, an der sich der Sand mit dem Luftstrom mischt, soll mit Düse 4, das Ende des Leitungsrohres für das Luft-Sand-Gemisch mit Mundstück 5 bezeichnet werden. Der Sand liegt so dicht und hoch im Behälter 1, daß keine Luft in das Rohr 2 von außen angesaugt werden oder entweichen kann.

Bewegungsgleichung.

Die Kraft P , mit welcher ein Gasstrom auf einen Massenkörper wirkt, ist durch die bekannte Gleichung

$$P = \frac{\psi \cdot f_s \cdot \gamma \cdot u'^2}{g}$$

gegeben, in welcher $u' = u - w$ die relative Geschwindigkeit von Gas und Massenkörper bedeutet.

ψ ist ein Faktor, dessen Wert mit 0·24 angenommen sei (siehe »Hütte«, I, p. 363, Zeile 10). Der Wert 0·24 rechtfertigt sich damit, daß die Sandform als kugelig angenommen wird, und der Wert $d \cdot w = 2 \cdot r \cdot w$ tatsächlich für alle Fälle der Untersuchung kleiner als $3 \cdot 5 \text{ m}^2/\text{sek.}$ ist.

Gehen in einer Sekunde S Sandkörner durch den Querschnitt, so ist $S = \frac{G_s}{g_s}$ und auch gleich $\frac{F_s}{f_s}$, wenn F_s die Gesamtfläche der pro Sekunde durch den Querschnitt fliegenden Sandkörner darstellt. Die gesamte, auf G_s wirkende Kraft im Querschnitt ist somit

$$P \cdot S = \frac{\psi \cdot f_s \cdot \gamma \cdot S \cdot (u-w)^2}{g} = M_s \cdot b,$$

wenn unter b die Beschleunigung des Sandes verstanden wird.

Da

$$M_s = \frac{G_s}{g} = \frac{S \cdot g_s}{g},$$

so ist

$$\frac{\psi \cdot f_s \cdot \gamma \cdot S \cdot (u-w)^2}{g} = \frac{S \cdot g_s \cdot b}{g}.$$

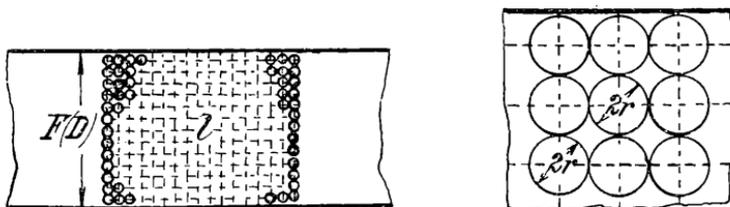


Fig. 2.

Die Bewegungsgleichung lautet somit

$$b = \frac{\psi \cdot f_s \cdot \gamma \cdot (u-w)^2}{g_s}$$

und geht mit den bekannten Beziehungen zwischen Weg s , Geschwindigkeit w und Zeit t

$$w = \frac{ds}{dt}, \quad b = \frac{dw}{dt}, \quad \frac{w}{b} = \frac{ds}{dw}, \quad b = \frac{w dw}{ds}$$

sowie mit $\gamma = \frac{1}{v}$ über in

$$\frac{w \cdot dw}{ds} = \frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} (u-w)^2$$

oder

$$ds = \frac{w \cdot dw}{\frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} \cdot (u-w)^2}.$$

Kontinuitätsgleichung.

Weiters besteht zwischen den Größen eine Beziehung, welche sich aus der Kontinuität der in ein- und demselben Rohr pro Zeiteinheit durch alle Rohrquerschnitte fließenden Luft- und Sandmenge ergibt. Die Kontinuitätsgleichung für Luft lautet in bekannter Weise

$$G_l = F_l \cdot u \cdot \gamma.$$

F_l ist der freie Luftstromquerschnitt.

Zur Aufstellung der Kontinuitätsgleichung für den Sand zwecks Bestimmung der durch diesen verursachten Verengung des lichten Rohrquerschnittes denke man sich die Sandkörner des Sandstromes radial im Rohre zusammengedrängt, wodurch die Gesamtfläche der im Querschnitt befindlichen Sandkörner nicht geändert wird, so daß

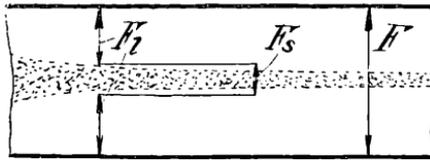


Fig. 3.

der Sandstrom als kontinuierlich nach Art eines Flüssigkeitsstromes aufzufassen ist. Dann lautet die Kontinuitätsgleichung für den Sand

$$G_s = F_s \cdot w \cdot \gamma_s.$$

F_s ist der Sandstromquerschnitt.

Der lichte Rohrquerschnitt F (Fig. 3) setzt sich zusammen aus dem freien Luftstromquerschnitt F_l und aus dem Sandstromquerschnitt F_s . Nun ist $F_l = \frac{G_l}{u \cdot \gamma}$ und $F_s = \frac{G_s}{w \cdot \gamma_s}$, so daß

$$F = \frac{G_l}{u \cdot \gamma} + \frac{G_s}{w \cdot \gamma_s}$$

oder

$$F = G_l \left(\frac{1}{u \cdot \gamma} + \frac{a_2}{w \cdot \gamma_s} \right), \quad a_2 = \frac{G_s}{G_l}$$

Der Wert des zweiten Gliedes ist jedoch praktisch gegenüber dem Wert des ersten Gliedes zu vernachlässigen.

Die Werte $a_2 = 2 \cdot 5$,

$$\gamma_s = 2500 \text{ kg/m}^3,$$

$$\gamma = 1 \cdot 5 \text{ kg/m}^3 \text{ als Durchschnittswerte}$$

sind gebräuchlich und nur geringen Abweichungen unterworfen.

Selbst für den seltenen, nur in der Nähe der Düse vorkommenden Ausnahmefall, daß $u = 25 \cdot w$ ist (wobei in der Regel w einen weitaus größeren Wert besitzt), wird

$$\frac{G_l \cdot \frac{a_2}{w \cdot \gamma_s}}{\frac{1}{u \cdot \gamma}} = \frac{u \cdot \gamma \cdot a_2}{w \cdot \gamma_s} = \frac{25 \cdot w \cdot 1 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5}{w \cdot 2500} = 0 \cdot 04.$$

Daraus ergibt sich, daß das zweite Glied dem ersten gegenüber nur $4\frac{0}{10}$ beträgt, und zwar in den ungünstigsten Ausnahmefällen, sonst immer weitaus kleiner und daher vernachlässigbar ist.

Die im weiteren verwendete Kontinuitätsgleichung lautet somit:

$$G_l = F_l \cdot u \cdot \gamma = \frac{F_l u}{v}$$

und bei konstantem F in Form einer Differentialgleichung:

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v}.$$

Bei veränderlichem Durchmesser D_x (Fig. 5) gilt

$$G_l = \frac{D_x^2 \pi}{4} \frac{u}{v}$$

und in Form einer Differentialgleichung

$$u \cdot dv - v \cdot du = 2 \cdot u \cdot v \frac{dD_x}{D_x}.$$

Aus Fig. 5 leitet sich die Beziehung zwischen D_x und s ab

$$\frac{dD_x}{ds} = -2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Bewegungswiderstand der Luft an der Rohrrinnenwandung.

Für den Bewegungswiderstand R der Luft an der Rohrrinnenwandung sind für die Luftgeschwindigkeiten von solcher Größe, wie sie bei Sandstrahlgebläsen in Betracht kommen, keine einwandfreien Formeln bekannt. Die Versuche von Pecqueur, Weisbach und Zeuner, welche auch Formeln für den Bewegungswiderstand bei hohen Geschwindigkeiten abgeleitet haben, sind nicht zuverlässig, so daß auch die auf Grund dieser Versuche abgeleiteten Formeln nicht benützlich sind; Fliegner hat allerdings Versuche bei hohen Geschwindigkeiten ausgeführt, jedoch keine Formel aufgestellt. (Bezüglich der Versuche von Pecqueur, Weisbach und Zeuner siehe O. Fritzsche, p. 4, Zeile 16, p. 5, Zeile 20 bis 23 und R. Biel, p. 16, Zeile 4 bis 11 und die zugehörige Fußnote.) Die genauest ausgebildeten Formeln für den Bewegungswiderstand der Luft, von denen bereits viele aufgestellt wurden (siehe Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften, Band VI, Heft 2, p. 307, Grundriß der Wärmetheorie von J. Weyrauch, 1907, Bd. 2, § 128, p. 253;

O. Fritzsche, Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 60, p. 50, beziehungsweise »Hütte« Des Ingenieurs Taschenbuch, 21. Auflage, 1. Bd., p. 468, R. Biel, Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 44, p. 28, beziehungsweise »Hütte«, p. 364), sind die von Fritzsche und Biel, welche beide unter Zugrundelegung aller früheren Versuche, die in deren beiden Aufsätzen in Tabellen zusammengestellt sind, abgeleitet wurden.

Nach Fritzsche's Ansicht sind die Abweichungen der nach seiner Formel berechneten Gasgeschwindigkeiten von denen die sich tatsächlich aus Versuchen mit hohen Geschwindigkeiten ergeben haben (welche Geschwindigkeiten höher sind als die berechneten) auf besondere Glätte der gerade bei diesen Versuchen verwendeten Rohre zurückzuführen (siehe O. Fritzsche, p. 61),

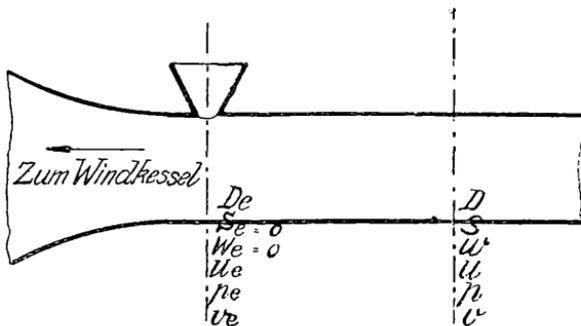


Fig. 4.

und soll daher vorliegender Untersuchung die Formel von O. Fritzsche zugrundegelegt werden. Diese lautet für mittlere Rauigkeit der Rohrwand und ausgedrückt in Wärmeeinheiten:

$$dR = A \cdot G_1 \frac{0 \cdot 000938 \, u^{1 \cdot 852} \, v^{0 \cdot 148}}{D^{1 \cdot 269}} ds$$

(siehe »Hütte«, p. 448, und Fritzsche sowie Lorenz, § 12, und Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften), wobei alle Größen im Meter, Kilogramm und Sekunden einzusetzen sind.

Es soll angenommen werden, daß die Formel auch innerhalb konischer Rohre zumindest annähernd gilt, weil die gebräuchliche Konizität sehr gering ist. Dann ist bei veränderlichem Rohrdurchmesser D_x (Fig. 5)

$$dR = A G_1 \frac{0 \cdot 000938 \, u \cdot 1 \cdot 852 \, v^{0 \cdot 148}}{D_x^{1 \cdot 269}} ds.$$

Bewegungswiderstand des Sandes an der Rohrwand.

Formeln für die Berechnung durch Verlust infolge der Widerstandsarbeit des Sandes an der Rohrwand sind bisher nicht

aufgestellt worden. Dies soll nunmehr versucht werden. Das Strömen des Sandes an der Wand soll als Schleifvorgang aufgefaßt werden, bei welchem sich gleichfalls an einer ruhenden Fläche Sandkörnchen parallel zu dieser vorbeibewegen; vorausgesetzt ist laminare oder zumindest annähernd laminare Strömung. Dann findet gleitende Reibung statt und ist die dynamische Reibung q eines Sandkornes qN .

Hiebei ist N dem Normaldruck gleich und beispielsweise bei horizontalem Rohr für jedes Korn eines Rohrquerschnittes verschieden. Es sei daher in diesem Falle darunter ein Mittelwert verstanden (»Hütte«, p. 242).

$$q = \mu N,$$

wobei μ die Reibungszahl der Bewegung darstellt. Beteiligt sind nur die Sandkörner am Umfang des strömenden Sandzylinders. Deren Zahl ist folgendermaßen festzustellen.

Denkt man sich an einer beliebigen Rohrstelle die pro Sekunde durch den Querschnitt strömende Sandmasse, deren Sandkörner sich in Abständen voneinander mit der Geschwindigkeit w bewegen,

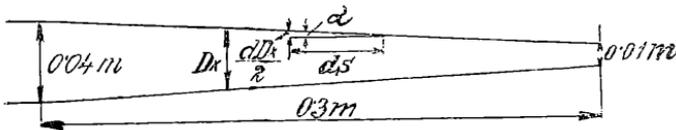


Fig.

parallel zur Rohrachse so weit zusammengeschoben, daß die kugelförmig und untereinander gleich groß angenommenen Sandkörper einander berühren, so wird hiebei die Zahl der an der Oberfläche des Sand-Luft-Zylinders befindlichen Sandkörner nicht geändert und läßt sich daher für S' diejenige Zahl einführen, welche sich ergibt, wenn man die Sandkörner des Gewichtes G_s dicht im Rohr nebeneinanderliegend betrachtet (Fig. 2; in dieser Figur sind die Sandkörner übertrieben groß dargestellt). Bezeichnet man mit r den Radius eines Sandkornes, mit U den Umfang des Rohrquerschnittes und mit l die Länge des gesamten Sandkörpers, so ist

$$S' (2r)^2 = Ul, \quad S' = U \frac{l}{(2r)^2},$$

denn die Oberfläche des Sandkörpers läßt sich einerseits durch die Zahl der Sandkörper mal der von einem Sandkorn eingenommenen Fläche, d. i. eine quadratische Fläche des die Sandkugel einhüllenden Würfels, andererseits durch den Umfang des Rohrquerschnittes mal der Länge des Sandkörpers ausdrücken. Das Volumen V_s des Sandkörpers ist: $V_s = S (2r)^3 = F \cdot l$, wenn F der Rohrquerschnitt ist, da jedes Sandkorn den Raum des einhüllenden Würfels bean-

spricht. Daraus ist $\frac{l}{(2r)^2} = \frac{S \cdot 2 \cdot r}{F}$. Der Wert für $\frac{l}{(2r)^2}$ in die Gleichung für S' eingesetzt, ergibt $S' = \frac{US 2 r}{F}$.

Diese Gleichung hat nur dann Gültigkeit, wenn die Zahl der Sandkörner eine sehr große ist, was aber in der Praxis immer zutrifft.

Für zylindrische Rohre ist

$$U = D\pi, f = \frac{D^2 \pi}{4},$$

so daß sich S' zu $\frac{4 S 2 r}{D}$ reduziert. Aus den Beziehungen

$$\frac{G_s}{g_s} = S, \quad g_s = \frac{\pi}{6} (2r)^3 \gamma_s, \quad 2r = \sqrt[3]{\frac{6 G_s}{\pi \gamma_s}}$$

lassen sich die Werte für S und $2r$ durch die anderen Größen ausdrücken und nach Substituieren in die Gleichung für S' ergibt sich:

$$S' = \frac{4 G_s}{D \sqrt[3]{\frac{\pi}{6} \cdot g_s^2 \gamma_s}}.$$

Die Gesamtreibung Q ist

$$Q = S'q = \mu N \frac{4 G_s}{D \sqrt[3]{\frac{\pi}{6} \cdot g_s^2 \gamma_s}}$$

und das Differential der Widerstandsarbeit W ist gleich

$$dW = Q ds = \frac{4 G_s}{D \sqrt[3]{\frac{\pi}{6} \cdot g_s^2 \gamma_s}} \mu N ds.$$

Dann ist

$$dW = \frac{4 G_s}{\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}} D \sqrt[3]{g_s^2 \gamma_s}} \mu N ds,$$

beziehungsweise in Wärmeeinheiten

$$dW = \frac{4}{\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}} A \frac{G_s}{D \sqrt[3]{g_s^2 \gamma_s}} \mu N ds.$$

Da N eine Erfahrungsziffer ist, kann selbe in $\frac{4}{\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}}$ einbezogen werden und wird dann mit $\xi = \frac{4N}{\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}}$

$$dW = \xi A \frac{G_s}{D \sqrt[3]{g_s^2 \gamma_s}} \mu ds,$$

welche Formel allgemein gültig ist.

Es soll der Nachweis versucht werden, daß die Sandwiderstandsarbeit am Rohr gegenüber der Luftwiderstandsarbeit am Rohr vernachlässigbar klein ist. Es wird der fiktive, ungünstigste Fall gewählt, daß alle Sandkörner der Umfangszone mit ihrem Eigengewicht an die Rohrwand drücken. Dann ist der Wert für N bekannt und es kann die Formel

$$dW = \frac{4 A \mu N G_s}{D \sqrt[3]{\frac{\pi}{6} g_s^2 \gamma_s}} ds$$

verwendet werden.

Für die Bewegungswiderstandsarbeit dR von Luft im Rohr gilt die Formel von Fritzsche.

Es wird angenommen

$$\begin{aligned} \mu &= 0.46 \text{ (siehe »Hütte«, p. 244 grobkörniger Sand auf} \\ & \quad r = 0.0005 \text{ m,} \hspace{15em} \text{Schmiedeeisen),} \\ N &= g_s = 0.0000013 \text{ kg,} \\ D &= 0.04 \text{ m,} \\ \gamma_s &= 2500 \text{ kg/m}^3, \\ v &= 0.55 \text{ m}^3/\text{kg,} \\ u &= 10 \text{ m/sek.,} \\ a_2 &= 2.5. \end{aligned}$$

Alle diese Werte sind Extreme, welche in Wirklichkeit kaum eintreten, so daß die Verhältnisse wesentlich günstiger sind.

Mit diesen Werten reduziert sich dW zu

$$dW = 0.046 A G_s ds$$

und dR zu

$$dR = 3.4 A G_l ds,$$

so daß $\frac{dW}{dR}$ den Wert annimmt

$$\frac{dW}{dR} = \frac{0.046}{3.4} a_2 = 0.034.$$

Turbulenzverluste und gegenseitige Stöße der Sandkörner.

Gegenseitige Sandkornstöße werden bei gleichmäßigem Betriebe nicht in großer Zahl auftreten, schon deshalb nicht, weil die Verteilung des Sandes im Rohr eine sehr dünne ist. So befinden sich beispielsweise in einem Kilogramm Luft mit dem spezifischen Volumen $0.5 \text{ m}^3/\text{kg}$ im allgemeinen zirka 2.5 kg Sand mit dem spezifischen Gewicht 2500 kg/m^3 , oder in 500 dm^3 Luft 1 dm^3 Sand. Das Volumverhältnis ist 500. Es befinden sich somit in 1 cm^3 Luft nur zwei Sandkörner von je 1 mm^3 Voluminhalt.

Verluste durch Turbulenz, Wirbel und sonstige irreguläre Vorgänge entziehen sich der Berechnung, doch liegen deren Beträge offenbar unter denjenigen der bisher in Betracht gezogenen. Alle diese Größen werden daher in die weiteren Untersuchungen nicht einbezogen.

Sandbeschleunigungsarbeit.

Die dem Gas-, beziehungsweise Luftstrom durch eingeworfene Sandkörner entzogene Energie B läßt sich folgendermaßen berechnen:

Wenn die Luft mit der Geschwindigkeit u ein mit der Geschwindigkeit w in gleicher Richtung bewegtes Sandkorn trifft, so wirkt sie mit der Kraft

$$P = \frac{\psi \cdot f_s \cdot \gamma (u-w)^2}{g}$$

auf diese ein. Gleichzeitig wirkt das Sandkorn mit der gleichen Kraft stoßend auf den Luftstrom zurück, welcher sich am Sand mit der relativen Geschwindigkeit $u-w$ vorbeibewegt. Die sekundliche, vom Sandkorn aufgenommene Energie würde Pw , die sekundliche, dem Luftstrom durch Rückwirkung mit der gleichen Kraft entzogene Energie $P(u-w)$ betragen.

Beide Energien zusammen, von denen die erste im Sand steckt, die zweite als Stoßverlust verlorenght, müssen vom Luftstrom geleistet werden. Die Summe ist

$$P(u-w) + Pw.$$

Dieser Ausdruck würde die sekundlich aufzubringende Arbeit des Luftstromes darstellen.

In der Zeit dt , welche der Zurücklegung des Weges ds , also den wirklichen Verhältnissen entspricht, ist der Arbeitsaufwand

$$P(u-w) dt + Pw dt,$$

was mit

$$ds = w dt,$$

$$dt = \frac{ds}{w},$$

$$P \frac{(u-w)}{w} ds + P ds$$

ergibt.

Der relative Weg von Sand und Rohr ist

$$ds = w dt,$$

der relative Weg von Sand- und Luftstrom ist

$$ds' = (u-w) dt.$$

Es wird $\frac{ds}{ds'} = \frac{w}{u-w}$

$$ds' = \frac{(u-w)}{w} ds.$$

Der Ausdruck

$$P \frac{(u-w)}{w} ds + P ds = P ds' + P ds$$

gibt somit die Produkte aus Kraft und Weg einmal längs des Sandweges im Rohr (Sandarbeit) und einmal längs des Sandweges relativ zum Luftstrom (Stoßverlust) wieder.

Es wird

$$P \frac{(u-w)}{w} ds + P ds = P \frac{u}{w} ds.$$

Das Differential der Arbeit, welche dem Luftstrom durch ein eingeworfenes Sandkorn entzogen wird und infolgedessen vom Luftstrom aufgewendet werden muß, ist demnach

$$P \frac{u}{w} ds.$$

Das Integral gibt die geleistete Arbeit nach gleichen Zeiten und gleichen Wegen s im Rohr, also bis zum betrachteten Querschnitt

Für S Sandkörner wird

$$dB = PS \frac{u}{w} ds.$$

Energiegleichung.

Die Energiegleichung ist dadurch bestimmt, daß zu den Gliedern der Zeuner'schen Energiegleichung (siehe Lorenz, Technische Wärmelehre, § 12, p. 122—126) noch die Glieder hinzugefügt werden, welche der Sandbeschleunigungsarbeit und den in Berücksichtigung gezogenen Bewegungswiderstandsarbeiten, als letztere lediglich die Widerstandsarbeit der Luft an der Rohrwand, entsprechen.

Die Energiegleichung lautet dann:

$$A G_l \left\{ dU + d(pv) + \frac{1}{g} u du + \frac{0 \cdot 000938 u^{1 \cdot 852} v^{0 \cdot 148}}{D^{1 \cdot 269}} ds \right\} + \frac{APS u}{w} \cdot ds = 0,$$

$$APS = \frac{A \phi f_s S}{v g} (u-n)^2,$$

$$APS \frac{u}{n} ds = \frac{A \phi f_s S}{v g} (u-n)^2 \frac{u}{n} \cdot ds,$$

$$ds = \frac{w dn}{\frac{f_s}{g_s v} (u-n)^2},$$

$$\frac{APS u}{n} ds = \frac{A S g_s u dn}{g} = \frac{A G_s g_s u dn}{g_s g} = \frac{A G_s u dn}{g},$$

$$A G_1 \left\{ dU + d(pv) + \frac{1}{g} u du + \frac{0 \cdot 000938 u^{1.852} v^{0.148}}{D^{1.269}} ds \right\} + \frac{A G_s u dn}{g} = 0,$$

$$g dU + g d(pv) + u du + \frac{0 \cdot 000938 g u^{1.852} v^{0.148}}{D^{1.269}} ds + a_2 u dn = 0.$$

Da wegen der großen Strömungsgeschwindigkeiten die Adiabate in Betracht kommt, so gelten die Beziehungen

$$\frac{g x}{x-1} d(pv) + u du + \frac{0 \cdot 000938 g u^{1.852} v^{0.148}}{D^{1.269}} ds + a_2 u dn = 0$$

und mit

$$p_i v_i^x = p v_x,$$

$$p = p_i v_i^x \cdot \frac{1}{v^x},$$

$$p v = p_i v_i^x V^{1-x},$$

$$d(pv) = p_i v_i^x (1-x) v^{-x} dv,$$

$$\frac{x}{x-1} d(pv) = -x \cdot p_i v_i^x \frac{dv}{v^x},$$

wodurch p eliminiert wird, geht die Energiegleichung über in

$$-g^x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + \frac{0 \cdot 000938 g u^{1.852} v^{0.148}}{D^{1.269}} ds + a_2 u dn = 0.$$

Die Glieder herausgefaßt, welche sich, abgesehen von den anderen Energiequanten, auf strömende Energie von Luft und Sand beziehen, sind

$$u du + a_2 u dn = 0,$$

$$G_1 u du + G_s u dn = 0,$$

$$G_1 du + G_s dn = 0.$$

Diese Gleichung stellt das Gesetz von der Konstanz der Summe der Bewegungsgrößen dar, welches im vorliegenden Falle als Stoßgesetz gültig ist.

Wirkungsgrad.

Der Wirkungsgrad e werde durch das Verhältnis der im Sande steckenden Strömungsenergie zu der Energie, welche in der zwischen den Drücken p_i und p_a ohne Leistung äußerer Arbeit und ohne Leistung von Arbeit zur Überwindung von Bewegungswiderständen ausströmenden Luft enthalten ist, definiert. Es ist somit

$$l = \frac{\frac{M_s w^2}{2}}{\frac{M_l u_i^2}{2}},$$

$\frac{M_l u_i^2}{2}$ stellt den Arbeitsbetrag dar, der in einer mit der Geschwindigkeit u_i strömenden Luftmenge von der Masse M_l steckt, beziehungsweise den Arbeitsbetrag, welcher mit der Luftmenge M_l in einer Kolbenmaschine zwischen den Drücken p_i und p_a geleistet werden könnte (siehe H. Lorenz, p. 57 und 58).

u_i ist die theoretische Luftaustrittsgeschwindigkeit und berechnet sich nach der bekannten Formel:

$$u_i = \sqrt{\frac{2gx}{x-1} p_i v_i \left\{ 1 - \frac{(v_i)^{x-1}}{v_a} \right\}},$$

$$M_s = \frac{G_s}{g}, \quad M_l = \frac{G_l}{g},$$

$$e = \frac{\frac{M_s w^2}{2}}{\frac{M_l u_i^2}{2}} = \frac{\frac{G_s}{g} w^2}{\frac{G_l}{g} u_i^2}$$

Die Formel für den Wirkungsgrad lautet somit

$$e = a_2 \frac{w^2}{u_i^2}, \text{ beziehungsweise } a_2 \frac{w a^2}{u_i^2}$$

Zusammenfassung der Gleichungen.

Energiegleichung für zylindrische Rohre:

$$-gx \cdot p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + \frac{0 \cdot 000938 \cdot g \cdot u^{1 \cdot 852} v^{0 \cdot 148}}{D^{1 \cdot 269}} ds + a_2 u dw = 0. \quad (I)$$

Energiegleichung für konische Rohre:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + \frac{0 \cdot 000938 g u^{1 \cdot 852} v^{0 \cdot 148}}{D_x^{1 \cdot 269}} ds + a_2 u dnw = 0. \quad (\text{II})$$

Bewegungsgleichung:

$$ds = \frac{w dnw}{\frac{\phi f_s}{g_s \cdot v} (u-n)^2}. \quad (\text{III})$$

Kontinuitätsgleichung für zylindrische Rohre:

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v}. \quad (\text{IV})$$

Kontinuitätsgleichung für konische Rohre:

$$u dv - v du = 2 u v \frac{dD_x}{D_x} \quad (\text{V})$$

in beiden Fällen:

$$G_l = \frac{D_x^2 \pi}{4} \frac{u}{v} \text{ (allgemein)}. \quad (\text{VI})$$

Gleichung zwischen D_x und s bei konischen Rohren:

$$\frac{dD_x}{ds} = -2 \operatorname{tg} \alpha. \quad (\text{VII})$$

Energiegleichung für Fälle, in welchen der Bewegungswiderstand vernachlässigt wird:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + a_2 u dnw = 0. \quad (\text{VIII})$$

Aus diesem System von Differentialgleichungen müssen die Beziehungen zwischen den endlichen Größen s , w , v (beziehungsweise p) und u sowie D_x gesucht werden. Dies ist nach der Näherungsmethode von C. Runge (siehe Mathematische Annalen, 1895, Bd. 46, p. 166—178) möglich. Diese Methode ist eine Analogie zur näherungsweise Auflösung eines Integrals nach der Simpson'schen Regel.

Die Runge'sche Methode ist jedoch außerordentlich umständlich und langwierig; allerdings ist mit ihr der Genauigkeitsgrad beliebig zu vergrößern. Für vorliegende Zwecke ausreichend genaue Resultate werden erzielt, wenn man die Differenzialgleichungen durch Einführung von Mittelwerten integrierbar macht. Der Verlauf von v , p und u innerhalb eines Rohres ist nahezu linear, so daß diese drei Veränderlichen durch ihre konstanten Mittelwerte also durch $\frac{v_e + v_a}{2}$, $\frac{p_e + p_a}{2}$, $\frac{u_e + u_a}{2}$ und $\frac{D_e + D_a}{2}$ ersetzt werden können.

In den Gleichungen I bis VIII werden diese Mittelwerte eingesetzt. Die Gleichung III wird dadurch nach einfachen Regeln der Integralrechnung integrierbar und ergibt folgende Beziehung zwischen s und w :

$$s = \frac{v}{\frac{\psi f_s}{g_s}} \left\{ \ln \frac{u-w}{u} + \frac{w}{u-w} \right\}$$

(siehe »Hütte«, I, p. 72, Gleichung Nr. 10 und 9).

Die Richtigkeit dieser Gleichung kann dadurch bewiesen werden, daß sie differenziert wird, wonach sich die Gleichung III ergibt. Alle anderen Gleichungen I und III bis VIII sind in der einfachsten Weise integrierbar, indem in den Gleichungen, deren Veränderliche Mittelwerte sind,

$$\begin{aligned} dv & \text{ durch } v_a - v_e, \\ du & \quad u_a - u_e, \\ dn & \quad w_a - w_e, \\ ds & \quad s_e - s_e, \\ dD_x & \quad D_a - D_e \end{aligned}$$

ersetzt wird. Das Gleichungssystem ist nunmehr in der einfachsten Weise nach den Unbekannten s_a und w_a aufzulösen und ergibt somit die Austrittsgeschwindigkeit des Sandes bei einer bestimmten Rohrlänge s_a . Der Verlauf von v innerhalb jedes Rohres erfolgt nach der Adiabate, aus deren Gleichung sich zu jedem v der Wert für p berechnen läßt.

Die Berechnung von w_a und s_a erfolgt in der Weise, daß v als unabhängige Veränderliche gewählt wird. Dies ist die zweckmäßigste Annahme, weil dann für den Anfangswert in der Düse, also für $s = 0$, alle Werte bestimmbar sind. v_e wird beliebig gewählt.

Nach der Gleichung

$$w_e = \varphi \sqrt{\frac{2 g x}{x-1} p_i v_i \left[1 - \left(\frac{v_i}{v_e} \right)^{x-1} \right] \frac{3 \cdot g_s \cdot v_e}{2 \cdot a_2 \cdot \psi \cdot f_s}}$$

(wegen φ siehe »Hütte«, p. 441 und 445) ergibt sich w_e .

Zwischen Düse (v_e) und Windekessel (v_i) gilt folgende Energiegleichung, welche entsteht, wenn $w = 0$ gesetzt wird. Dann sind nur die Energieverluste der Luft durch Stoß gegen ruhenden Sand zu berücksichtigen, welche $P \cdot u$ pro Sekunde betragen; der Wert $P(u-w) + Pw$ wird mit $Pw = 0$ zu $P \cdot u$. Das Differential dieser Arbeit ist $P \cdot du$.

Die Energiegleichung lautet dann:

$$A G_i \left(dU + d(pv) + \frac{1}{g} u du \right) + A \cdot P du = 0,$$

2. Konische Rohre.

Es wird ein Wert von s zwischen s_e und s_a , beziehungsweise 0 und s_a angenommen. Aus Gleichung VII ergibt sich der dazugehörige Durchmesser D_x . In der Gleichung VI sind somit nur mehr u und v unbekannt und läßt sich v durch u ausdrücken. Dieser Wert von v wird in die Gleichungen II und III (in ihrer integrierten Form) eingesetzt. Aus Gleichung II wird nunmehr w berechnet und in die Gleichung III eingeführt, welche letztere als alleinige Unbekannte nur mehr u enthält, das sich durch Probieren bestimmen läßt. Auf diese Weise sind alle Veränderlichen an einer Rohrstelle in der Entfernung s von der Düse bestimmbar.

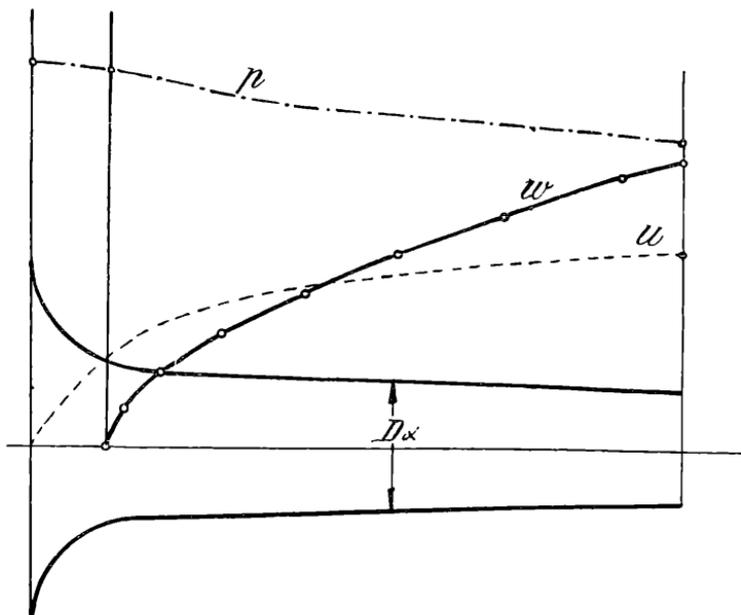


Fig. 7.

Für die nachstehend beschriebenen Fälle 1, 2 und 3 ist es notwendig, das willkürlich angenommene v_e so lange zu variieren, bis sich in allen drei Fällen das gleiche s_a ergibt, was durch Probieren oder graphisch zu finden ist. Diese Berechnung ist durchgeführt und in den Figuren 6, 7 und 8 graphisch dargestellt. Für die Fälle 4 und 5 wird gleichfalls ein beliebiges v_e angenommen und daraus nach der geschilderten Methode das s_a und w_a berechnet. Für eine Anzahl von v_e ergeben sich verschiedene Werte s_a und w_a . In den Figuren 9 und 10 ist die graphische Darstellung der Resultate ersichtlich. Die Verbindungslinien aller Werte von w_a zeigen die Veränderlichkeit von w_a mit der Rohrlänge. Im Falle 6 ist die Berechnung etwas komplizierter. Es wird dort gleichfalls ein v_e angenommen, woraus sich verschiedene Werte von s ergeben.

Durch Probieren (oder graphisch) kann herausgefunden werden, welches der verschiedenen s , die zu einem angenommenen v_e gehören, bei der weiteren Berechnung des Verlaufes in dem konischen Mundstück, bei dem sich bei s ergebenden v und bei gegebener Mundstücklänge gerade zu v_a am Austrittsende führt. Das Ergebnis der Berechnung ist in Fig. 11 kenntlich gemacht. Für alle sechs Fälle sind die jeweils geltenden Gleichungen zusammengefaßt. Im Falle 6 ist bei Integration der Gleichungen I bis VIII zu berücksichtigen, daß in den Gleichungen für das konische Rohrstück der Anfangswert aller Veränderlichen mit deren Endwert im zylindrischen Rohr identisch ist. Die Gleichung für s von p. 17 erhält dann eine andere Form, weil s_e und w_e nicht Null, sondern mit dem Endwert im zylindrischen Rohr gleich sind.

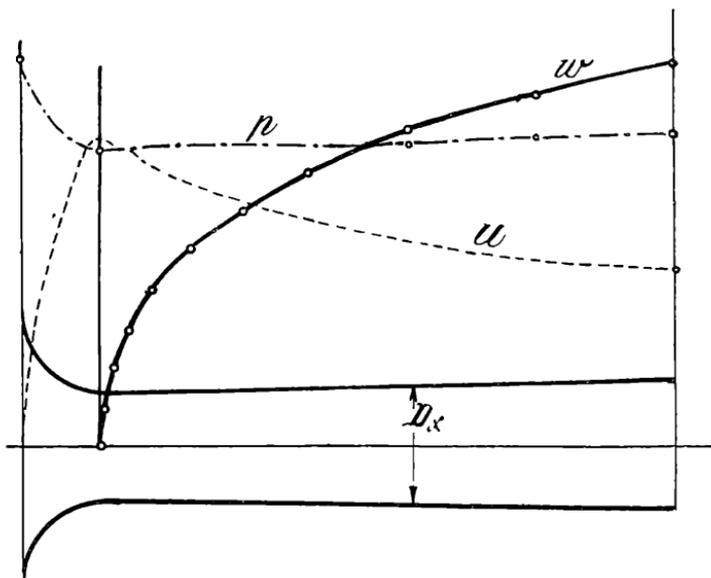


Fig. 8.

III. Untersuchung der Sandstrahlgebläsetypen, bei welchen die Bewegungswiderstände zu vernachlässigen sind.

Die Rohrleitungen, welche Sand und Luft gemeinsam führen, sind in der Regel entweder ziemlich kurz und besitzen einen großen Durchmesser, z. B. bei den Sandstrahlgebläsen, bei welchen die zu beblasenden Werkstücke (Gußrohstücke) in einer Trommel liegen und die Sandluftleitung vollständig innerhalb der rotierenden Trommel starr angeordnet ist, wobei der breite Sandstrahl gleichzeitig den größten Teil der von der rotierenden Trommel durcheinandergeworfenen Werkstücke trifft, weiters bei denjenigen Gebläsen, welche zur Bearbeitung von Flächen, wie Glasplatten, Medaillen, Metallwaren, Galanteriewaren usw. dienen und bei welchen der große

Fall 2:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + a_2 \cdot u dn = 0 \quad (\text{VIII [I]})$$

$$ds = \frac{w dn}{\frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} (u-w)^2} \quad (\text{III})$$

$$u dv - v du = 2uv \cdot \frac{dD_x}{D_x} \quad (\text{V})$$

$$G_l = \frac{D_x^2 \cdot \pi}{4} \frac{u}{v} \quad (\text{VI})$$

$$\frac{dD_x}{ds} = -2tg\alpha (-2 \cdot tg\alpha). \quad (\text{VII})$$

Fall 3:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + a_2 \cdot u dn = 0 \quad (\text{VIII [I]})$$

$$ds = \frac{w dn}{\frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} (u-w)^2} \quad (\text{III})$$

$$u dv - v du = 2uv \cdot \frac{dD_x}{D_x} \quad (\text{V})$$

$$G_l = \frac{D_x^2 \cdot \pi}{4} \frac{u}{v} \quad (\text{VI})$$

$$\frac{dD_x}{ds} = -2tg\alpha (-2 \cdot tg\alpha). \quad (\text{VII})$$

Die Gleichungen für den Fall 3 lauten allgemein so wie bei Fall 2; jedoch ergeben sich Unterschiede bei der numerischen Auswertung aus der Formel für G_l , weil D_x anders verläuft und bereits D_e einen anderen Wert besitzt.

Da in allen drei Fällen die gleichen Voraussetzungen bezüglich des Druckes im Windkessel, des spezifischen Volumens der Luft, der eingeworfenen Sandmenge, Rohrlänge usw. gemacht wurden, die Voraussetzungen somit die gleichen sind, so kann die einzige unterschiedliche Bedingung, d. i. die verschiedene Rohrform, in ihrer Wirkung auf w_a erkannt werden.

Im kurzen breiten Rohre zwischen Windkessel und Düse gilt die gewöhnliche Strömungsgleichung

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du = 0,$$

aus welcher sich mit der Kontinuitätsgleichung bei angenommener Rohrform die Größen v , beziehungsweise p und u berechnen lassen; deren Wert ist für diese Untersuchung belanglos; ebenso sind die Verluste durch Bewegungswiderstände belanglos. u_c wird sich gegen den Windkessel zu allmählich dem Werte Null, p_c allmählich dem Werte p_i nähern.

Es ergibt sich, daß bei gleicher Rohrlänge die Sandaustrittsgeschwindigkeit bei einem konisch erweiterten Rohr am größten, bei einem konisch verengten Rohr am kleinsten wird. Der Wirkungsgrad e , nach der Formel

$$e = a_2 \frac{w_a^2}{u_i^2}$$

berechnet, beträgt mit $a_2 = 2 \cdot 5$, $u_i = 195 \text{ m/sec}$.

Fall 1:	Fall 2:	Fall 3:
$w_a = 19 \text{ m/sec}$.	16 m/sec .	21 m/sec .
$e = 0 \cdot 024$	$0 \cdot 017$	$0 \cdot 03$

Der Wirkungsgrad ist sehr gering, was zum Teil seine Erklärung in der Kürze der Sand-Luftleitung findet.

Aus der vorangehenden Untersuchung ist somit der Schluß zu ziehen:

Bei Sandstrahlgebläsen, deren Konstruktion dazu zwingt, die Sand-Luftleitung kurz zu halten und bei welchen die Rohraustrittsmündung groß ist, soll das Rohr von der Düse gegen die Mündung zu erweitert werden.

Die willkürliche Einschnürung des Sand-Luftleitungsrohres gegen die Düse zu erfährt eine Begrenzung dadurch, daß bei allzu starker Verengung übermäßige Reibungsverluste und Verstopfung durch den Sand eintreten.

Eine Verlängerung des Rohres bedingt eine Verbesserung des Wirkungsgrades. Der Wert von w_a steigt mit wachsender Rohrlänge parabolisch anfangs stark, dann langsam an.

Man soll daher bei Typen mit großem Rohrdurchmesser, in welchem Falle die Luftreibungsverluste an der Rohrwand vernachlässigbar sind, die Rohrlänge möglichst groß machen. Für Typen dieser Art kommen Rohre mit Längen über 1 m nicht in Frage.

IV Untersuchung der Sandstrahlgebläse unter Berücksichtigung der Bewegungswiderstände.

Viele Sandstrahlgebläse, und zwar die meisten größeren Gebläse besitzen eine lange enge Rohrleitung für das Sand-Luftgemisch, welche bei Freistrahlgeläsen eine Länge bis zu 100 m erreichen

kann. In diesen Fällen sind die Verluste durch Bewegungswiderstände der Luft am Rohr nicht mehr vernachlässigbar. Die Untersuchung soll an drei Fällen durchgeführt werden, und zwar:

Fall 4: Zylindrisches Rohr mit 0·04 *m* Durchmesser (Fig. 9),

Fall 5: Zylindrisches Rohr mit 0·01 *m* Durchmesser (Fig. 10),

Fall 6: Zylindrisches Rohr mit 0·04 *m* Durchmesser (Fig. 11), an welches sich ein 0·3 *m* langes, in der Mündung den Durchmesser 0·01 *m* besitzendes Mundstück anschließt (Fig. 5).

Diese Dimensionen entsprechen den gebräuchlichen Grenz-, beziehungsweise Durchschnittswerten; desgleichen die nachstehend angegebenen Konstanten.

$$\begin{aligned}
 p_i &= 18.000 \text{ kg/m}^2, \\
 v_a &= 0.841 \text{ m}^3/\text{kg}, \\
 v_i &= 0.554 \text{ m}^3/\text{kg}, \\
 p_a &= 10.000 \text{ kg/m}^2, \\
 r &= 0.0005 \text{ m}, \\
 f_s &= 0.000.000785 \text{ m}^2, \\
 \gamma_s &= 2.500 \text{ kg/m}^3, \\
 g_s &= 0.000.001.3 \text{ kg}, \\
 a_2 &= 2.5, \\
 &= 1.41, \\
 \psi &= 0.24, \\
 g &= 9.81 \text{ m/sec.}^2, \\
 D &= 0.04 \text{ m (Fall 4),} \\
 D &= 0.01 \text{ m (Fall 5),} \\
 D &= 0.04 \text{ m} \\
 D_a &= 0.01 \text{ m} \\
 \text{Mundstücklänge} &= 0.3 \text{ m} \\
 t g \alpha &= 0.05
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} D \\ D_a \\ \text{Mundstücklänge} \\ t g \alpha \end{aligned}} \right\} \text{(Fall 6).}$$

Fall 4:

Von den Gleichungen I bis VIII gelten:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + \frac{0.000938 \cdot g \cdot u^{1.852} v^{0.148}}{D^{1.269}} ds + a_2 u dv = 0 \tag{I}$$

$$ds = \frac{v dv}{\frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} \cdot (u-v)^2} \tag{III}$$

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v} \tag{IV}$$

$$G_l = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{u}{v} \tag{VI}$$

aus welcher sich mit der Kontinuitätsgleichung bei angenommener Rohrform die Größen v , beziehungsweise p und u berechnen lassen; deren Wert ist für diese Untersuchung belanglos; ebenso sind die Verluste durch Bewegungswiderstände belanglos. u_e wird sich gegen den Windkessel zu allmählich dem Werte Null, p_e allmählich dem Werte p_i nähern.

Es ergibt sich, daß bei gleicher Rohrlänge die Sandaustrittsgeschwindigkeit bei einem konisch erweiterten Rohr am größten, bei einem konisch verengten Rohr am kleinsten wird. Der Wirkungsgrad e , nach der Formel

$$e = a_2 \frac{w_a^2}{u_i^2}$$

berechnet, beträgt mit $a_2 = 2 \cdot 5$, $u_i = 195 \text{ m/sec}$.

Fall 1:	Fall 2:	Fall 3:
$w_a = 19 \text{ m/sec}$.	16 m/sec .	21 m/sec .
$e = 0 \cdot 024$	$0 \cdot 017$	$0 \cdot 03$

Der Wirkungsgrad ist sehr gering, was zum Teil seine Erklärung in der Kürze der Sand-Luftleitung findet.

Aus der vorangehenden Untersuchung ist somit der Schluß zu ziehen:

Bei Sandstrahlgebläsen, deren Konstruktion dazu zwingt, die Sand-Luftleitung kurz zu halten und bei welchen die Rohraustrittsmündung groß ist, soll das Rohr von der Düse gegen die Mündung zu erweitert werden.

Die willkürliche Einschnürung des Sand-Luftleitungsrohres gegen die Düse zu erfährt eine Begrenzung dadurch, daß bei allzu starker Verengung übermäßige Reibungsverluste und Verstopfung durch den Sand eintreten.

Eine Verlängerung des Rohres bedingt eine Verbesserung des Wirkungsgrades. Der Wert von w_a steigt mit wachsender Rohrlänge parabolisch anfangs stark, dann langsam an.

Man soll daher bei Typen mit großem Rohrdurchmesser, in welchem Falle die Luftreibungsverluste an der Rohrwand vernachlässigbar sind, die Rohrlänge möglichst groß machen. Für Typen dieser Art kommen Rohre mit Längen über 1 m nicht in Frage.

IV Untersuchung der Sandstrahlgebläse unter Berücksichtigung der Bewegungswiderstände.

Viele Sandstrahlgebläse, und zwar die meisten größeren Gebläse besitzen eine lange enge Rohrleitung für das Sand-Luftgemisch, welche bei Freistrahlegebläsen eine Länge bis zu 100 m erreichen

kann. In diesen Fällen sind die Verluste durch Bewegungswiderstände der Luft am Rohr nicht mehr vernachlässigbar. Die Untersuchung soll an drei Fällen durchgeführt werden, und zwar:

Fall 4: Zylindrisches Rohr mit 0·04 *m* Durchmesser (Fig. 9),

Fall 5: Zylindrisches Rohr mit 0·01 *m* Durchmesser (Fig. 10),

Fall 6: Zylindrisches Rohr mit 0·04 *m* Durchmesser (Fig. 11), an welches sich ein 0·3 *m* langes, in der Mündung den Durchmesser 0·01 *m* besitzendes Mundstück anschließt (Fig. 5).

Diese Dimensionen entsprechen den gebräuchlichen Grenz-, beziehungsweise Durchschnittswerten; desgleichen die nachstehend angegebenen Konstanten.

$$\begin{aligned}
 p_i &= 18.000 \text{ kg}/m^2, \\
 v_a &= 0.841 \text{ m}^3/\text{kg}, \\
 v_i &= 0.554 \text{ m}^3/\text{kg}, \\
 p_a &= 10.000 \text{ kg}/m^2, \\
 r &= 0.0005 \text{ m}, \\
 f_s &= 0.000.000785 \text{ m}^2, \\
 \gamma_s &= 2.500 \text{ kg}/m^3, \\
 g_s &= 0.000.001.3 \text{ kg}, \\
 a_2 &= 2.5, \\
 &= 1.41, \\
 \psi &= 0.24, \\
 g &= 9.81 \text{ m}/\text{sec.}^2, \\
 D &= 0.04 \text{ m} \text{ (Fall 4),} \\
 D &= 0.01 \text{ m} \text{ (Fall 5),} \\
 D &= 0.04 \text{ m} \\
 D_a &= 0.01 \text{ m} \\
 \text{Mundstücklänge} &= 0.3 \text{ m} \\
 t g \alpha &= 0.05
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} p_i \\ v_a \\ v_i \\ p_a \\ r \\ f_s \\ \gamma_s \\ g_s \\ a_2 \\ \psi \\ g \\ D \\ D \\ D \\ D_a \\ \text{Mundstücklänge} \\ t g \alpha \end{aligned}} \right\} \text{ (Fall 6).}$$

Fall 4:

Von den Gleichungen I bis VIII gelten:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + \frac{0.000938 \cdot g \cdot u^{1.852} v^{0.148}}{D^{1.269}} ds + a_2 u dw = 0 \quad \text{(I)}$$

$$ds = \frac{v dw}{\frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} \cdot (u-w)^2} \quad \text{(III)}$$

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v} \quad \text{(IV)}$$

$$G_l = \frac{D^2 \pi}{4} \frac{u}{v} \quad \text{(VI)}$$

Fall 5:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + \frac{0 \cdot 000938 \cdot g \cdot u^{1 \cdot 852} v^{0 \cdot 148}}{D^{1 \cdot 269}} ds + a_2 u dn = 0 \quad (\text{I})$$

$$ds = \frac{w dn}{\frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} (u-n)^2} \quad (\text{III})$$

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v} \quad (\text{IV})$$

$$G_l = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \frac{u}{v} \quad (\text{VI})$$

(allgemein so wie bei Fall 4).

Fall 6:

Für den zylindrischen Teil:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + \frac{0 \cdot 000938 \cdot g \cdot u^{1 \cdot 852} v^{0 \cdot 148}}{D^{1 \cdot 269}} ds + a_2 u dn = 0 \quad (\text{I})$$

$$ds = \frac{w dn}{\frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} (u-n)^2} \quad (\text{III})$$

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v} \quad (\text{IV})$$

$$G_l = \frac{D^2 \pi}{4} \frac{u}{v} \quad (\text{VI})$$

(wie bei Fall 4)

für den konischen Teil:

$$-g x p_i v_i^x \frac{dv}{v^x} + u du + \frac{0 \cdot 000938 \cdot g \cdot u^{1 \cdot 852} v^{0 \cdot 148}}{D_x^{1 \cdot 269}} ds + a_2 \cdot u dn = 0 \quad (\text{II})$$

$$ds = \frac{w dn}{\frac{\psi \cdot f_s}{g_s \cdot v} (u-n)^2} \quad (\text{III})$$

$$u dv - v du = 2 u v \frac{dD_x}{D_x} \quad (\text{V})$$

$$G_l = \frac{D_x^2 \pi}{4} \cdot \frac{u}{v} \tag{VI}$$

$$\frac{dD_x}{ds} = -2tg. \tag{VII}$$

In den Figuren 9, 10 und 11 sind für mehrere Rohre die Werte von w , u , p und e eingetragen, und zwar als Funktion von s . Die Verbindungslinie der Endpunkte aller w -Kurven ergibt die w_a -Kurve, welcher besondere Bedeutung zukommt. Gemäß Fig. 11 beginnt die w_a -Kurve erst bei $s_a = 0.3 m$, in welchem Falle die Länge des zylindrischen Rohrteiles Null ist. Das ganze Rohr besteht dann nur aus dem Konus.

Die w_a -Kurve für Fall 4 und 5 ergibt ein deutlich entwickeltes Maximum, desgleichen die e -Kurve, berechnet nach der Formel $e = a_2 \frac{w_a^2}{u_t^2}$. Das Maximum der letzteren ist noch ausgeprägter. Die Kurven steigen bis zum Maximum rasch an und fallen dann langsamer ab. Da bei unendlich langem Rohre die Bewegungswiderstände der Luft unendlich, $u = 0$ und $w = 0$ werden, nähern sich auch die w_a - und e -Kurven gegen Unendlich dem Wert Null.

Im Falle 6 ist die w_a - und e -Kurve nahezu horizontal. Die charakteristischen Werte betragen für die Stelle der maximalen Sandgeschwindigkeit:

Fall 4:	Fall 5:	Fall 6:
$w_a = 40$	25	10 m/sec.
$s_a = 3.6$	1.2	35 m
$e = 0.04$	0.016	0.003

Die Wirkungsgrade betragen:

Fall 1:	Fall 2:	Fall 3:	Fall 4:	Fall 5:	Fall 6:
$e = 0.024$	0.017	0.03	0.04	0.016	0.003

Berücksichtigt man, daß der Betrag von $\frac{M_l \cdot u_t^2}{2}$ selbst nur

einen Bruchteil der zugeführten Wärmemenge, beziehungsweise des ursprünglich aufgewendeten Energiebetrages darstellt, daß außer den berücksichtigten noch weitere Bewegungswiderstände auftreten, daß der Sand nach dem Austritte aus dem Mundstück durch den sich ausbreitenden und verlangsamenen Luftstrom in seiner Geschwindigkeit vor dem Auftreffen auf das Werkstück gebremst wird, daß Arbeit zum Zertrümmern der Sandkörner geleistet wird, und daß ferner ein großer Teil der dem Sande innewohnenden Energie mit dem vom Werkstück reflektierten Sand verloren geht, so ist zu erkennen, daß von der ursprünglich aufgewendeten Energie nur ein

verschwindend kleiner Teil tatsächlich zur Materialabnahme, beziehungsweise zum Hervorrufen von Vertiefungen am Werkstück herangezogen wird.

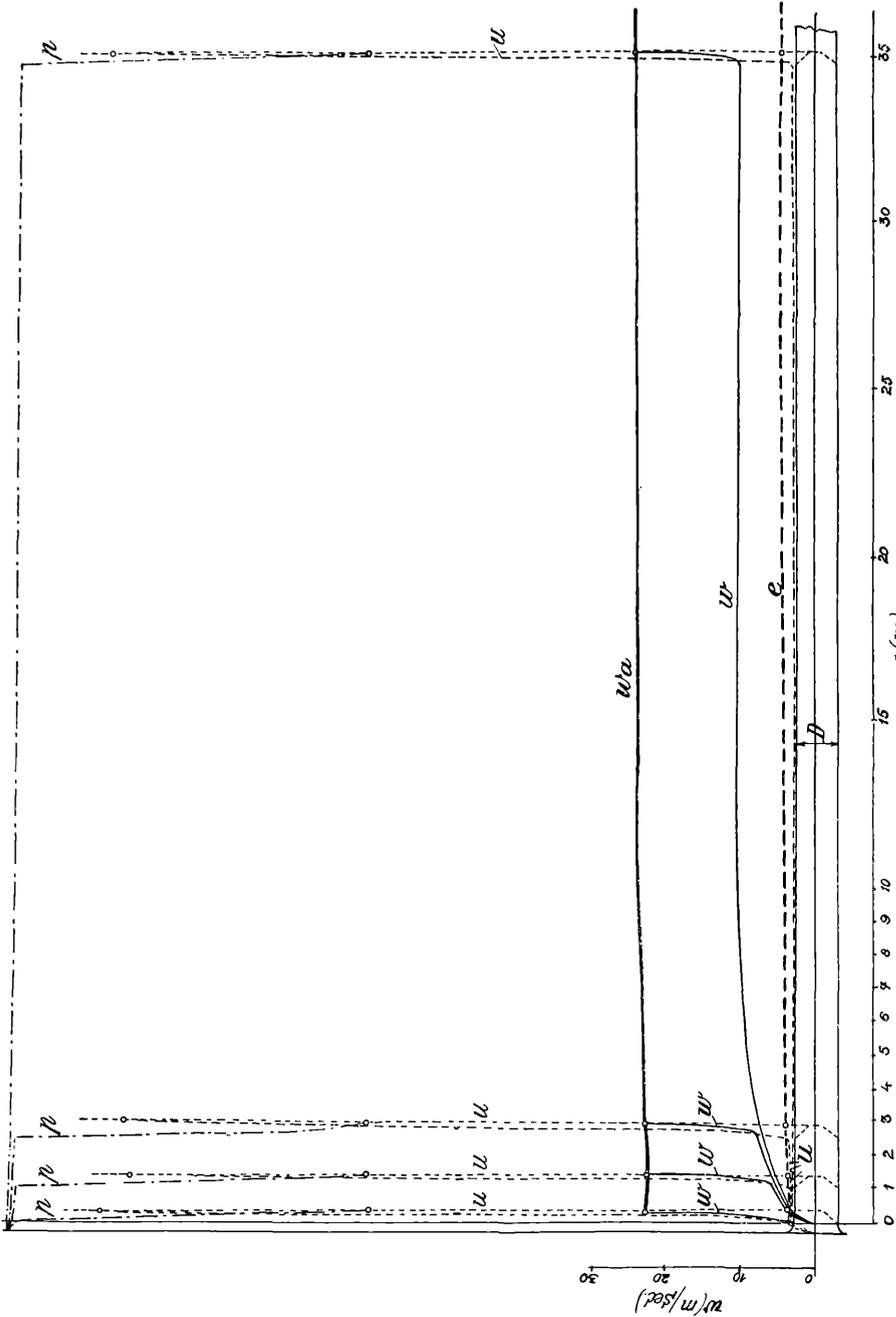


Fig. 11.

Aus dem Verlaufe der Kurven ergeben sich die für Sandstrahlgebläsetypen mit langen und engen Sand-Luftleitungen wichtigen Schlüsse:

1. Bei zylindrischer Rohrleitung wird die maximale Sandgeschwindigkeit und somit der beste Wirkungsgrad bei einer ganz bestimmten Rohrlänge erreicht und ist bei kürzeren oder längeren Rohren schlechter.

Das Gesetz, das unter gleichen Voraussetzungen bei einer bestimmten Rohrlänge eine maximale Sandaustrittsgeschwindigkeit besteht, hat allgemeine Gültigkeit. Der Beweis hiefür kann rein logisch erbracht werden. Hat das Rohr die Länge Null, dann besitzt der Sand die Geschwindigkeit Null der Sandeinfallsstelle. Hat das Rohr die Länge unendlich, dann sind die Widerstände unendlich und die Luft besitzt die Geschwindigkeit Null wegen der unendlich großen Reibung an der Rohrrinnenwand. In diesem zweiten Extremfall wird demgemäß die Luft im Rohr die Geschwindigkeit Null besitzen und infolgedessen auch der Sand. Zwischen diesen beiden Nullwerten der Sandgeschwindigkeit muß eine Stelle größter Sandaustrittsgeschwindigkeit bei einer bestimmten endlichen Rohrlänge liegen.

2. Es ist günstiger, das Rohr länger als zu kurz zu machen, weil der Ast der e -Kurve gegen $s = \text{Null}$ rascher abfällt, als gegen $s = \text{unendlich}$.

3. Bei abnehmendem Rohrdurchmesser rückt die Stelle des Maximums gegen die Düse hin.

4. Bei zylindrischen Rohren mit konisch zulaufendem Mundstück ist der Wirkungsgrad innerhalb der praktisch verwendeten Rohrlängen von der Rohrlänge nahezu unabhängig.

Bei langen Rohren wird der Unterschied zwischen der Sandaustrittsgeschwindigkeit im Falle 6 und im Falle 4, beziehungsweise 5 kleiner und verschiebt sich das Verhältnis zugunsten von Fall 6; es kann sogar bei besonders langen Rohren der Wirkungsgrad im Fall 6 denjenigen nach den Fällen 4 und 5 übertreffen, da bei letzteren der Abfall der w_a - und e -Kurven nach dem Maximum viel rascher erfolgt und sich daher ein Schnittpunkt der w_a - und e -Kurven nach Fall 6 mit jenen nach Fall 4 und 5 ergeben wird, vor welchem die letzteren und nach welchem der erstere einen besseren Wirkungsgrad ergeben.

Für kurze Rohre hingegen ist die Formgebung nach Fall 6 theoretisch die unzweckmäßigste, weil diese die kleinsten Sandaustrittsgeschwindigkeiten bedingt.

In der Praxis ist man jedoch aus betriebstechnischen Gründen oft gezwungen, enge Rohrmündungen zu verwenden, weil große Rohrmündungen den Nachteil haben, daß die gleichzeitig ausströmende Sandmenge zu groß, daher eine Regulierung und Kontrolle des Arbeitsvorganges nicht so leicht möglich ist wie bei einem engen Mundstück, aus welchem die gleiche Sandmenge in einem größeren Zeitraum in dünnerem Strahl ausströmt. Viele andere

Gründe gestatten weiters die Verwendung großer Austrittsöffnungen nicht (siehe im nachfolgenden Kapitel V die Diskussion von *D*).

In diesen Fällen, in denen also aus betriebstechnischen Gründen eine enge Austrittsöffnung gefordert wird, soll sodann gemäß dem Ergebnisse der vorhergehenden Untersuchung, damit das Rohr der Form nach Fall 5 möglichst nahekommt, der zylindrische Teil des Sand-Luftleitungsrohres einen möglichst geringen Durchmesser besitzen, jedoch immer einen noch so großen, daß die Gefahr der Verstopfung durch den Sand nicht vorhanden ist (welcher Umstand auch die Verwendung durchgehends zylindrischer Rohre mit geringem Durchmesser, wie im Falle 5, nicht gestattet). Eine solche Gefahr der Verstopfung durch den Sand liegt bei zu engem Rohr nahe, und zwar sowohl während des Betriebes, wenn feuchte Klumpen in das Rohr gelangen, als auch beim Anlassen des Gebläses, weil der Sand, welcher sich bei vorhergehendem Abstellen im Rohr gesetzt und dasselbe stellenweise ganz ausgefüllt hat, sodann wie ein fest-sitzender Pfropfen wirkt.

Aus dem Verlauf der *w*-Kurven, welche zeigen, daß im Falle 6 die größte Geschwindigkeitsentwicklung des Sandes im Konus des Rohres vor sich geht, ergibt sich, daß es zweckmäßig ist, diesen konischen Rohrteil möglichst lang zu machen.

Die Länge des Mundstückes ist aber bei langen Rohrleitungen mit enger Austrittsöffnung und verhältnismäßig breitem Zuführungsrohr nicht willkürlich und unbegrenzt zu wählen; die vorangehende Untersuchung hat ergeben, daß w_a nahezu konstant bleibt und unabhängig von der Länge des zylindrischen breiten Rohres ist. Diese Konstanz von w_a findet ihre Erklärung darin, daß die Widerstandsverluste in dem zylindrischen, breiten, langen Rohr zwischen Düse und Mundstück gegenüber denen im Mundstück zu vernachlässigen sind, da Luft und Sandgeschwindigkeit im breiten Rohr gering sind und die Sandgeschwindigkeit am Ende des langen, breiten zylindrischen Rohres, d. i. an der Eintrittsstelle in das Mundstück sich mit der Länge des breiten Rohres nur unmerklich ändert, die Verhältnisse daher geradeso sind, als ob ein solches überhaupt nicht vorhanden und das Mundstück direkt an die Düse angesetzt wäre. Das breite, lange Rohr wird nur zur widerstandslosen Zuführung des Sandes zum Mundstück dienen, welche erforderlich ist, um den Sand in große Entfernungen zu leiten; Freistrahlegebläse sind bis 100 *m* lang.

Die Wahl der Mundstücklänge ist demnach so zu treffen, daß sie mit der günstigsten Rohrlänge, welche für das Mundstück allein gilt, übereinstimmt, z. B. rein zylindrischen Mundstücken (analog wie bei Fig. 9 und 10). Ein Mundstück zylindrischer Form mit einem Durchmesser von 10 *mm* müßte demnach 1·2 *m*, mit einem Durchmesser von 40 *mm*, 3·6 *m* lang sein. Die Sandaustrittsgeschwindigkeit und der Wirkungsgrad werden sodann um ein Vielfaches gegenüber einer Mundstücklänge von z. B. 0·30 *m* erhöht.

Die gleichen Überlegungen gelten auch für von der durchgehends zylindrischen Rohrform abweichende Mundstücke.

Diese einfachere Methode ist selbstverständlich nur eine annäherungsweise, jedoch für die Praxis ausreichend. Zur genaueren Bestimmung der günstigsten Länge des Mundstückes ist es erforderlich, bei gewünschter, gewählter, konstanter Sand-Luftleitungsrohrlänge und gegebenem Durchmesser dieser Leitung sowie der Austrittsöffnung und beispielsweise immer konischer Mundstückform durch wiederholtes rechnerisches Probieren nach den vorhergehend angewendeten Methoden mit verschiedenen langen Mundstücken diejenige Mundstücklänge zu finden, welche das größte w_a liefert.

Durch die vorangehenden Untersuchungen ist nunmehr die Grundlage gegeben, auf welcher zielbewußte Versuche durchgeführt werden können. So ist z. B. der einfachere als der rechnerische (auch in den Fällen 1 bis 5 zur Ermittlung der günstigsten Rohrform und Rohrlänge anwendbare) Weg der experimentelle, gemäß welchem beispielsweise im Falle 6 zur Bestimmung der günstigsten Mundstücklänge bei sonst gleichen Versuchsbedingungen (gleiche Sand- und Luftmenge, gleicher Druck im Windkessel usw.) in mehreren Versuchen die Mundstücklänge verändert und jedesmal eine Versuchsplatte, welche selbstverständlich immer gleiche Zusammensetzung und Form haben muß, dem Sandstrahl dargeboten wird. Diejenige Mundstücklänge, bei welcher sich nach Verbrauch gleicher Luftmenge die größte Materialabnahme an der Versuchsplatte ergibt, ist die günstigste; naturgemäß wird die Zeitdauer, innerhalb welcher die gleiche Luftmenge bei den verschiedenen Versuchen ausströmt, nicht die gleiche sein. Diese Versuche ergeben allerdings keinen absoluten, sondern nur einen relativen Wert für die größte Sandaustrittsgeschwindigkeit, erfüllen aber immerhin vollständig ihren Zweck, da sie erkennen lassen, wie bei gegebenen Verhältnissen die vorhandene Energie bestmöglichst ausgenutzt wird, was für die Praxis das wichtigste ist.

Hingegen lassen sich im allgemeinen experimentell nicht nur Rohre und Mundstücke, welche wegen ihrer von der einfachen geometrischen Gestalt abweichenden Form (z. B. analog Fall 6 ein rein zylindrisches Mundstück mit langsamem und stetigem Übergange bis zum größeren Durchmesser des Sand-Luftleitungsrohres) einer rechnerischen Behandlung nicht leicht zugänglich wären, sondern auch alle in Betracht kommenden rechnerisch schweren oder unlösbaren Probleme untersuchen, beziehungsweise die rechnerischen Resultate kontrollieren.

V. Untersuchung des Einflusses der Betriebskonstanten auf den Wirkungsgrad.

Die folgende Untersuchung gilt für alle Sandstrahlgebläsetypen sowohl für diejenigen, bei welchen die Bewegungswiderstände zu

Ein unterer Grenzwert für g_s ist dadurch gegeben, daß bei allzu großer Verringerung des Gewichtes jedes Sandkornes im Gewichte G_s unter Vermehrung der Zahl der Sandkörner bei gleichbleibender Geschwindigkeit der Gesamtsandmasse die Energie jedes Sandkornes unter die früher mit Minimalenergie bezeichnete sinkt. Eine obere Grenze für f_s ist dadurch gegeben, daß von jedem Sandkorn nur ein einziger Punkt der Oberfläche zur Wirksamkeit am Werkstück gelangt, während bei Zerlegung eines großen Sandkornes in mehrere kleinere ebenso viele Angriffspunkte am Werkstück zustandekommen, welcher letzterer Umstand den Arbeitsvorgang und die Arbeitsökonomie günstiger beeinflusst als der erstere. Tatsächlich hat sich auch in der Praxis als günstigster Wert für den Sandkorndurchmesser je nach dem Zwecke der Betrag von 0·1 bis 3 *mm* ergeben.

Besitzt der Sand eine unregelmäßige Gestalt, z. B. die von kleinen Plättchen, so werden diese vom Gasstrom in wirbelnde Bewegung versetzt, was mit einer Verschlechterung des Wirkungsgrades gleichbedeutend ist. Es erscheint daher zweckmäßig, möglichst symmetrische, polyedrische, harte Sandkörner mit scharfen Kanten und Ecken zu gebrauchen.

D.

Mit zunehmendem D wird der Wirkungsgrad besser. Aber Rohre mit großem Durchmesser und daher mit großer Austrittsöffnung erfordern große Luftmengen und daher große Kompressoren. Auch ist die gleichzeitig zur Wirkung gelangende Sandmenge zu groß, der Sand häuft sich am Werkstück an und verdeckt das Werkstück, die zu innerst liegenden Sandkörner treffen nach der Reflexion vom Werkstück auf ihrem Wege bis zur Peripherie des Strahles den nachströmenden Sand und schwächen, da sie eine entgegengesetzte Bewegungsrichtung haben, dessen Wirkung, bei Bearbeitung von kleinen Werkstücken fliegt der größte Teil des breiten Sandstrahles wirkungslos an dem Umfang des Werkstückes vorbei; bei Freistrahlbläsen wird das Zielen auf bestimmte Werkstückpunkte unbequem, das Rohr unhandlich und schwer, Umstände, welche dieses Mittel zur Verbesserung des Wirkungsgrades nicht zur Anwendung gelangen lassen.

Bisher erstreckte sich die Untersuchung lediglich auf gerade Rohre; in Rohrknien wird der in dem Zuflußrohr strömende Sand keine in Richtung des dazu im allgemeinen rechtwinkelig abgebogenen zweiten Teiles des Rohrknies, d. i. des Abflußrohres, fallende Bewegungskomponente besitzen und die Arbeit, welche notwendig ist, um dem Sande eine Geschwindigkeit in achsialer Richtung des Abflußrohres zu erteilen, wird einzig und allein, abgesehen von der durch Reflexion an der äußeren Fläche des Kniestückes erhalten bleibenden Energie, vom Luftstrom selbst zu leisten sein, mit anderen Worten, ein Großteil des Energievorrates, den der Sand nach Zurücklegung seines Weges im Zuflußrohr besitzt, geht

beim Übergang in das Abflußrohr verloren; der Sand beginnt seinen Weg im Abflußrohr mit der Geschwindigkeit Null und muß dem Luftstrom seine Energie von neuem entziehen. Rohrknien sollten daher möglichst vermieden werden.

Literaturnachweis.

- Patentliteratur: Das gesamte, dem Patentamt Wien zur Verfügung stehende Patentschriftenmaterial.
- Knacke Herm. P. A.: Über Sandstrahlgebläse. (Sonderabdruck aus »Werkstattstechnik«, 1909, Heft 10 und 12, 1910, Heft 2, 4—6.)
- Mertens W.: Das Sandstrahlgebläse im Dienste der Glasfabrikation.
- Schott Ernst: Über neuere Sandstrahlgebläse für Gußputzereien.
- Stahl und Eisen: 1909, p. 392 und 428. Das Sandstrahlgebläse in der Gußputzerei von W. Caspary.
- Gießerei-Zeitung: 1904, p. 78. Sandstrahlgebläse in der Gußputzerei von E. Schulz.
 — 1904, p. 260. Sandstrahlgebläse für Putzzwecke von Röchling.
 — 1906, p. 324, 363, 427, 453, 574. Sandstrahlgebläse in der Gußputzerei.
 — 1909, p. 136. Moderne Sandstrahlgebläse für Gußputzerei von H. R. Karg.
- Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, 1899, p. 442.
 — 1902, p. 676, 711. Die Sandstrahlgebläse von E. Schulz.
- Revue de mécanique: 1904, Procédé et machines au jet de sable, Bd. 1, p. 23—40, 341—361, 549—572, Bd. 2, p. 33—44.
- Journal of the Society of arts: Bd. 43, p. 973. Der Sandstrahlprozeß von J. Holtzappel.
- Mitteilungen aus den kgl. techn. Versuchsanstalten zu Berlin, 1901, p. 211. Versuche mit dem Sandstrahlgebläse von M. Gary.
- Castings: 1912, Nr. 4, p. 114. Ergebnisse der Versuche mit dem Pangborn-Sandstrahlgebläse.
- Mitteilungen aus dem kgl. Materialprüfungsamt Groß-Lichterfelde-West, 1904, p. 103. Versuche mit dem Dampfstrahlgebläse von M. Gary.
- Lorenz Hans: Technische Wärmelehre, 1904.
- Zeuner Gustav: Technische Thermodynamik.
- Weyrauch Jakob: Grundriß der Wärmetheorie.
- Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften: Bd. VI, Heft 2.
- Fritzsche O.: Untersuchungen über den Strömungswiderstand der Gase in geraden zylindrischen Rohrleitungen. Heft 60 der »Mitteilungen über Forschungsarbeiten«, herausgegeben vom Verein Deutscher Ingenieure.
- Biel R.: Über den Druckhöhenverlust bei der Fortleitung tropfbarer und gasförmiger Flüssigkeiten. Heft 44 der »Mitteilungen über Forschungsarbeiten«, herausgegeben vom Verein Deutscher Ingenieure.
- »Hütte«: Des Ingenieurs Taschenbuch, 22. Auflage, 1915.

Bezeichnung der verwendeten Größen

(ausgedrückt in Meter, Kilogramm und Sekunden).

Es bedeutet:

- A das mechanische Wärmeäquivalent,
- g die Beschleunigung der Schwere,
- p_i den Gasdruck im Ausflußraum (Windkessel),
- p den Gasdruck an einer beliebigen Rohrstelle,
- p_c den Gasdruck in der Düse,
- p_a den Gasdruck in der Rohrmündung,
- v_i das spezifische Volumen im Ausflußraum,
- v das spezifische Volumen an einer beliebigen Rohrstelle,
- v_c das spezifische Volumen in der Düse,
- v_a das spezifische Volumen in der Rohrmündung,
- die Gasgeschwindigkeit an einer beliebigen Rohrstelle,
- die Gasgeschwindigkeit in der Düse,
- die Gasgeschwindigkeit in der Rohrmündung,
- die Sandgeschwindigkeit an einer beliebigen Rohrstelle,
- v_a die Sandgeschwindigkeit in der Rohrmündung,
- G_l das in der Sekunde durch den Querschnitt fließende Gasgewicht,
- M_l die Masse von G_l ,
- γ das spezifische Gewicht des Gases an einer beliebigen Rohrstelle,
- G_s das in der Sekunde durch den Querschnitt fließende Sandgewicht,
- M_s die Masse von G_s ,
- S die Zahl der Sandkörner in G_s ,
- g_s das Gewicht eines Sandkornes,
- v_s das Volumen eines Sandkornes,
- r den Radius eines Sandkornes,
- f_s die dem Gasstrom dargebotene Fläche von g_s ,
- γ_s das spezifische Gewicht des Sandes,
- s die Entfernung des Sandes von der Düse,
- F den Rohrquerschnitt an einer beliebigen Rohrstelle,
- D den konstanten Rohrdurchmesser,
- D_x den veränderlichen Rohrdurchmesser,
- D_c den Rohrdurchmesser in der Düse,
- D_a den Rohrdurchmesser in der Mündung.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1929

Band/Volume: [138_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Zentner Karl

Artikel/Article: [Untersuchungen über den Wirkungsgrad des Sandstrahlgebläses. 663-700](#)