Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Eine Untersuchung über die Structur des Quarzes.

Von **Vict. von Lang.**

(Mit 4 Tafeln.)

Die Untersuchungen Naumann's, G. Rose's, Leydolt's haben gezeigt, dass die so eigenthümlich gebildeten Quarzformen keine einfachen Krystallgestalten sind, sondern dass sie vielmehr aus der Combination von rechten und linken Hemiëdern hervorgehen. Zufällig fand ich eine hierauf bezügliche Erscheinung, deren Betrachtung manches nicht Uninteressante bot. Es zeigten sich nämlich auf den Flächen der sechsseitigen Pyramide an Quarzkrystallen, die ich aus der Sammlung meines Freundes, des Herrn Leopold Schrötter, erhalten hatte, wenn man sie spiegeln liess, regelmässige Zeichnungen, welche mehr oder weniger Projectionen von dreiflächigen Ecken glichen, wie dies Taf. I, Fig. 1 zeigt. Die Krystalle gehörten völlig reinem Bergkrystalle an, und waren alle zusammen mit ihrem untern Ende aufgewachsen. Beobachtet wurden an denselben die sechsseitige Grundpyramide R und $-R$, das sechsseitige Prisma ∞P, und die trigonale Pyramide $2P2$, die Flächen selbst waren sehr ungleich entwickelt, gewöhnlich waren eine oder zwei Flächen der Pyramide stark ausgebildet, auf welchen sich dann die Erscheinung sehr gut zeigte. Beim Lichte unter der Loupe gesehen (Fig. 2) glänzten vorzüglich die drei, den Kanten entsprechenden Linien: entfernte man die Loupe allmählich, so gingen sie in dicke, schwarze Striche über.

Um den Zusammenhang dieser Linien zu erkennen, sind auf Taf. II in der ersten Reihe die horizontalen Projectionen aller möglichen dreiflächigen, trigonalen Ecken des hexagonalen Systems in ihrer verschiedenen Stellung zu einander gezeichnet.

Die Fig. 10—13 stellen die Projectionen der sechsflächigen Pyramide vor, in welchen die stärker gezogenen Linien zugleich die

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

projicirten Axenkanten von R und $2P2$ bilden. Auf den Flächen der Pyramide sind dann die Projectionen der vier verschiedenen Trapezoëder gezeichnet. Denkt man sich nun, dass der Punkt 0 sich senkrecht über die Fläche $ABCDEF$ hebt, bis der Winkel CAB ungefähr 70° 20′ wird, und dass dann das Ganze abgewickelt wird, wie dies Taf. III darstellt, so erhält man die Netze von Quarzkrystallen, auf deren Pyramidenflächen die Axenkanten der verschiedenen Trapezoëder projicirt sind. Es ist nach diesen Figuren sehr leicht zu erkennen, was für ein Trapezoëder man vor sich hat, da man blos auf die Flächen der Pyramide $2P2$ und auf die Grösse des Winkels β' zu sehen hat.

Allein diese Erscheinung zeigt sich in der Natur keineswegs so einfach, denn nirgends habe ich diese Projectionen in Stellungen gesehen, die denen der Flächen ABC und COD entsprächen, sondern statt derselben treten die mit gleichen Vorzeichen versehenen rechten und linken Trapezoëder abwechselnd auf, wie dies Taf. IV, Fig. 1 und 2 darstellt.

Um nun aus den Winkeln, welche die beobachteten, offenbar Trapezoëdern angehörigen Linien mit den Kanten der Krystalle bilden, den Ableitungscoëfficienten (m) der Trapezoëder zu berechnen, muss man zuerst die Grösse des Winkels α (Taf. II, Fig. 4 und 6) durch m ausdrücken.

Es stelle zu diesem Zwecke in Taf. IV, Fig. 3 $A'BC'D$ den Hauptschnitt eines Skalenoëders und $ABCD$ den seines zugehörigen Rhomboëders, dessen Mittelpunkt O sei, dar. Die halbe Axe $A'O$ des Skalenoëders sei gleich $m$mal der halben Axe AO des Rhomboëders und BF die Seite der horizontalen Projection sei gleich s. Es verhält sich sodann in den beiden ähnlichen Dreiecken FBA' und $A'GE$

$$s : GE = (OA' + OF) : (OA' - OG).$$

Da aber $OF = OG = \frac{1}{3} OA$, so verhält sich

$$s : GE = OA'(m + \tfrac{1}{3}) : OA\,(m - \tfrac{1}{3}), \text{ woraus}$$

$$GE = \frac{3m-1}{3m+1}\, s \text{ folgt.} \qquad (1)$$

In Fig. 4 stelle $ABCDEF$ einen horizontalen Schnitt durch die drei Seitenecken eines Skalenoëders dar, wie dies Taf. I, Fig. 3 zeigt. ACE ist dann der Schnitt durch das zugehörige Rhomboëder, AO, OB . . . . OF stellen die Projectionen der Skalenoëderkanten,

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

OC, OE, AO die der Rhomboëderkanten dar; AO ist die Seite der horizontalen Projection und OB ist nach Gleichung 1) gleich $\frac{3m-1}{3m+1}s$.

Verlängert man nun BC, ED, AF bis zum gegenseitigen Durchschnitte in G, H, I und zieht dann OG, OH, OI, so stellen diese Linien die projicirten Axenkanten eines zu dem Skalenoëder gehörigen Trapezoëders dar. Der Winkel OCH ist der Winkel α, dieser ist gleich dem Winkel LCB, denn es ist

$$OCB = \alpha + OHC \text{ oder } LCB + OCL = \alpha + OHC,$$

und da $OCL = OHC$, so erhält man

$$\alpha = LCB.$$

Eben so ist $OL = OC \cos 60^0 = \frac{s}{2}$, $LC = OE \sin 60^0 = \frac{s}{2}\sqrt{3}$

$$LB = \frac{3m-1}{3m+1},\ s - \frac{s}{2} = \frac{s}{2} \cdot \frac{3m-1}{3m+3}.$$

Ferner ist in dem rechtwinkeligen Dreiecke LCB

$$LC = LB \cot LCB \text{ oder } \frac{s}{2}\sqrt{3} = \frac{s}{2}\frac{3m-3}{3m+1} \cot \alpha, \text{ woraus}$$

(2) $$\cot \alpha = \frac{3m-1}{(m-1)\sqrt{3}}$$

folgt. Löst man diese Gleichung nach m auf, so erhält man

(3) $$m = \frac{\sqrt{3}\cot \alpha + 1}{\sqrt{3}\cot \alpha - 3}.$$

Dividirt man die Ungleichheit $3m + 1 > 3m - 3$ beiderseits durch $(m-1)\sqrt{3}$, so erhält man, da $m > 1$ ist, $\frac{3m+1}{(m-1)\sqrt{3}} > \sqrt{3}$; daher ist, so lange m endlich bleibt, $\cot \alpha > \sqrt{3}$. Es ist aber $Arc \cot \sqrt{3} = 30^0$, und desshalb der Winkel α stets kleiner als 30^0, da mit zunehmender Cotangente die Winkel abnehmen.

Es sei in Fig. 5 ABC die perspectivische Ansicht eines gleichseitigen Dreiecks; CC' sei senkrecht auf das Dreieck ABC und CD senkrecht auf AB, alsdann ist auch $C'D$ senkrecht auf ABC, wie leicht zu beweisen ist. Der Winkel $CDE' = \varepsilon$ ist also der Neigungswinkel des Dreiecks ABC' zu ABC. Ferner ist

$$AD = \tfrac{1}{2}CA,\ DC = AC \sin 60^0 \frac{AC\sqrt{3}}{2}$$

und in dem rechtwinkeligen Dreiecke DCC'

$$DC = DC' \cos \varepsilon, \text{ daher } DC' = \frac{AC\sqrt{2}}{\cos \varepsilon}.$$

Ebenso ist in dem rechtwinkeligen Dreiecke ADC'

$$DC' \cot \eta = DA, \text{ und daraus } \cot \eta = \frac{\cos \varepsilon}{\sqrt{3}}.$$

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

In Fig. 6 sei OF eine beliebige Linie in dem gleichseitigen Dreiecke ABC, welche die Seite AB unter dem Winkel a schneide. Um die Projection dieser Linie auf das Dreieck ABC' zu finden, darf man nur in F eine Parallele mit der auf ABC senkrechten CC' ziehen und den Durchschnittspunkt G mit O verbinden. Wird der Winkel AOG gleich a' gesetzt, so verhält sich sodann in dem Dreiecke ABC

$AF : AO = sin\ a : sin\ (60^0 + a)$ und in dem Dreicke AGO

$AO : AG = sin\ (\eta + a') : sin\ a$ oder

$AF : AO = 1 : (sin\ 60^0\ cot\ a + cos\ 60^0)$ und

$AO : AG = (sin\ \eta\ cot\ a' + cos\ \eta) : 1.$

Multiplicirt man die beiden Proportionen mit einander, so erhält man

$AF : AG = (sin\ \eta\ cot\ a' + cos\ \eta) : (sin\ 60^0\ cot\ a + cos\ 60^0).$

Im Dreiecke ACC' verhält sich aber

$AC : AC' = AF : AG$; es verhält sich daher auch

$AC : AC' = (sin\ \eta\ cot\ a' + cos\ \eta) : (sin\ 60^0\ cot\ a + cos\ 60^0)$ oder

$$AC : AC'\ sin\ \eta = (cot\ a' + cot\ \eta) : \frac{cot\ a\sqrt{3}+1}{2}.$$

Substituirt man nun die Werthe der bekannten Grössen und bemerkt, dass $AC'\ sin\ \eta = DC' = \frac{AC\sqrt{3}}{2\ cos\ 3}$ ist, so geht obige Proportion in folgende über:

$$AC : \frac{AC\sqrt{3}}{2\ cos\ 3} = \left(cot\ a, + \frac{cos\ 3}{\sqrt{3}}\right) : \frac{cot\ a\ \sqrt{3}+1}{2} \text{ oder}$$

$1 : \frac{1}{cos\ \varepsilon} = (cot\ a'\ \sqrt{3} + cos\ \varepsilon) : (cot\ a\ \sqrt{3} + 1)$, daher ist

$$cot\ a'\ \sqrt{3} + cos\ \varepsilon = cot\ a\ cos\ \varepsilon\ \sqrt{3} + cos\ \varepsilon, \text{ woraus}$$

$$cot\ a' = cot\ a\ cos\ \varepsilon \text{ und} \tag{4}$$

$$tan\ a = tan\ a'\ cos\ \varepsilon \text{ folgt.} \tag{5}$$

Für Quarz ist die Neigung von ∞P zu den Flächen R und $-R$, auf welchen die Erscheinung sich zeigt, gleich $141^0\ 47'$, daher für diese Flächen $\varepsilon = 51^0\ 47'$.

Um die Winkel zu messen, klebte ich die Krystalle an die Seitenwände eines Reissbrettes auf und brachte mit Hilfe des Lineals eine Fläche in die Ebene des Brettes. Hierauf wurde das Lineal an die Schenkel der zu messenden Winkel angelegt, darnach mit dem Bleistifte Linien auf das Reissbrett gezogen und deren Neigung mit dem Transporteur gemessen. Die Ungenauigkei dieses Messens wird durch die Möglichkeit der Anwendung der Loupe verringert.

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Messungen ergaben im Durchschnitte für den Winkel β' 84° 40′ und für γ' 52° 5′ (Taf. I, Fig. 4). Der Winkel α' gab ganz ungenaue Resultate, da diese Linie, wie auch Taf. I, Fig. 2 zeigt, immer schlecht ausgebildet war. Rechnet man aus dem Winkel γ' den Ableitungscoëfficienten, so hat man

$$tan\ \gamma = tan\ 52^\circ\ 5'\ cos\ 51^\circ\ 47' \text{ und}$$

$$log\ tan\ \gamma = 0{\cdot}10849$$
$$+\ 0{\cdot}79144-1$$
$$= 0{\cdot}89993-1, \text{ daher } \gamma = 38^\circ\ 37{\cdot}5'.$$

Der Winkel γ von 60° abgezogen, gibt den Winkel α, es ist also

$$\alpha = 21^\circ\ 32{\cdot}5'.$$

Um nun nach Gleichung 3) den Werth von m zu finden, so muss man zuerst den Ausdruck $\sqrt{3}\ cot\ \alpha$ berechnen. Es ist

$$log\ (\sqrt{3}\ cot\ \alpha) = 0{\cdot}40405$$
$$+\ 0{\cdot}23856$$
$$= 0{\cdot}64261, \text{ daher } \sqrt{3}\ cot\ \alpha = 4{\cdot}392,$$

woraus man $m = \frac{5392}{1392}$ erhält, ein Werth, der sich nicht sehr viel von dem schon bekannten Ableitungscoëfficienten $\frac{11}{3}$ unterscheidet. Rechnet man die Werthe von α, α', β', γ' für $m = \frac{11}{3}$, so erhält man

$$\alpha = 21^\circ\ 8'\ 24''$$
$$\alpha' = 32^\circ\ 0'\ 26''$$
$$\beta' = 84^\circ\ 29'\ 31''$$
$$\gamma' = 52^\circ\ 13'\ 42''.$$

Da die Unterschiede von den beobachteten Winkeln bei der ungenauen Messung nicht sehr bedeutend sind, so sprechen diese Zahlen wohl am deutlichsten dafür, dass die beobachteten Linien keine zufälligen sind, und dass sie Trapezoëdern angehören.

Erst als vorstehende Mittheilung schon im Drucke begriffen war, bekam ich das Mémoire von M. Descloizeaux: „Sur la cristallisation et la structure intérieure du Quartz, Paris 1855“ in die Hände. Der Verfasser sagt darin Seite 21:

„Quant aux trois arrêtes très-légèrement saillantes qui, sur un certain nombre de cristaux de Traverselle, de Carrare et de New-York, partent d'un même point et se dirigent plus ou moins exacte-

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Fig. 1.

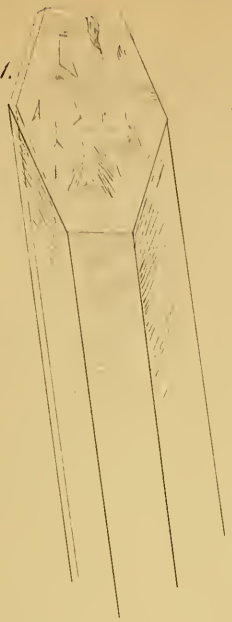


Fig. 2.

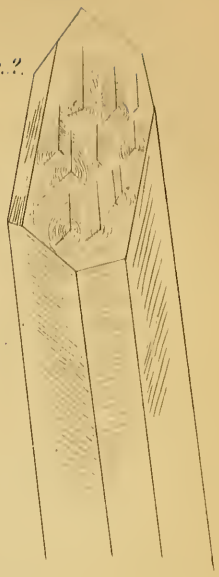
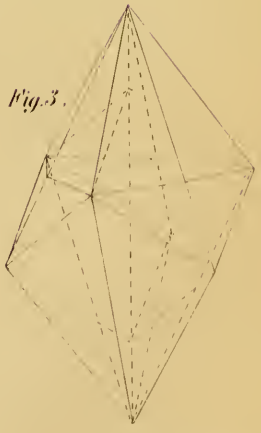


Fig. 4.

Fig. 3.



Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Fig. 1.

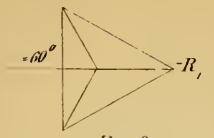


Fig. 2.

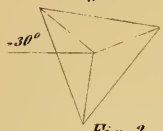


Fig. 3.

Fig. 4.

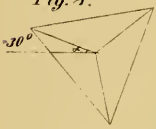


Fig. 5.

Fig. 6.

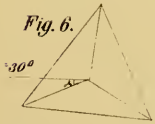


Fig. 7.

Fig. 8

Fig. 9.

Fig. 10.

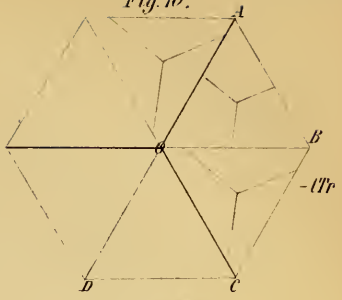


Fig. 11.

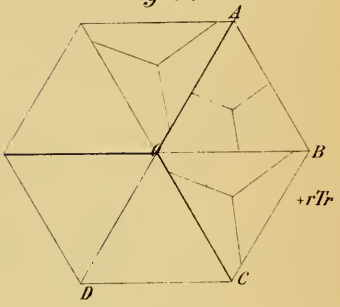


Fig. 12.

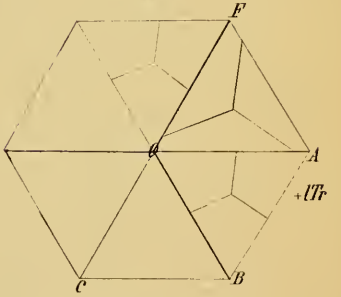
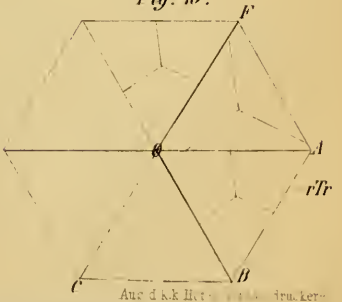


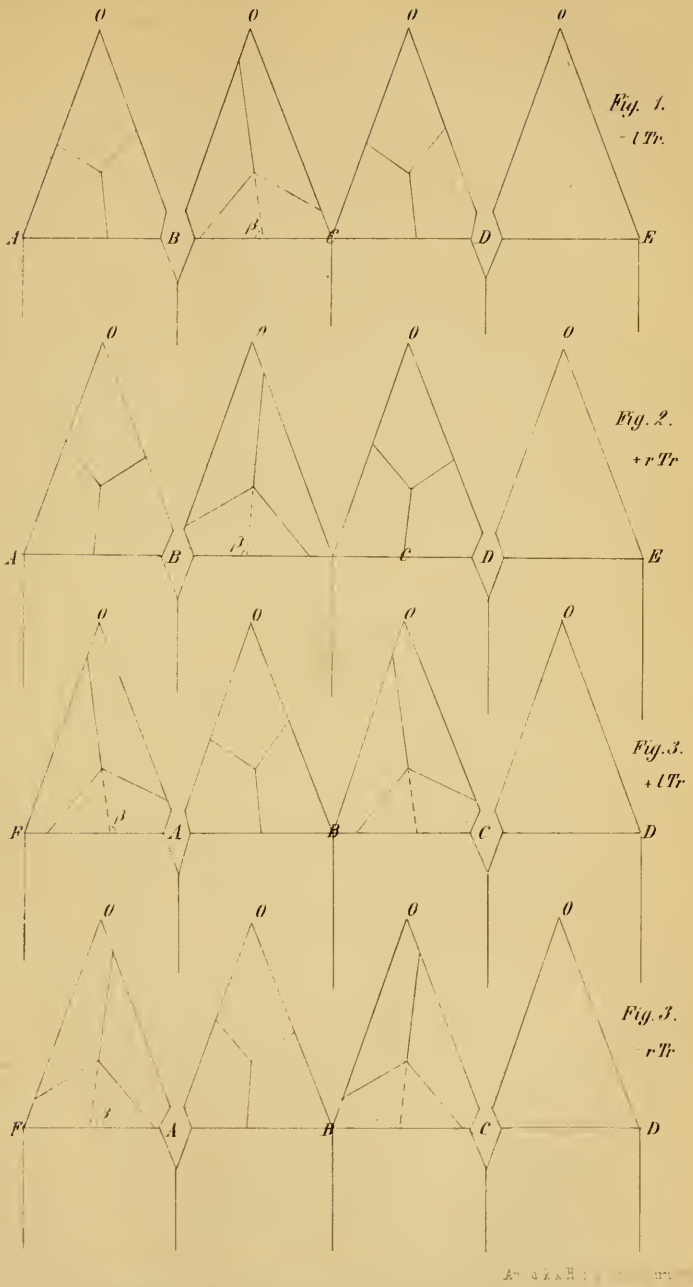
Fig. 13.



Aus d. k.k. Hof- u. Staats-Druckerei

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at



Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

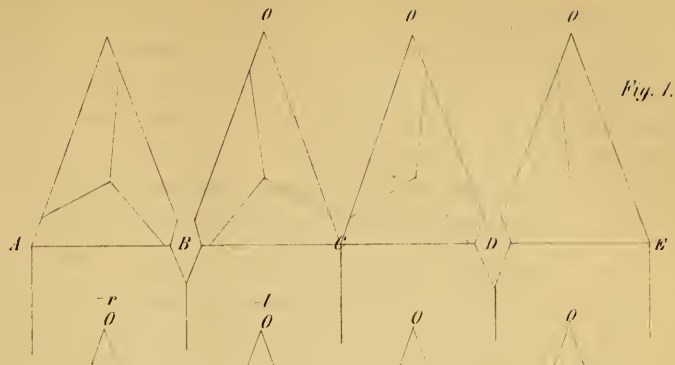


Fig. 1.

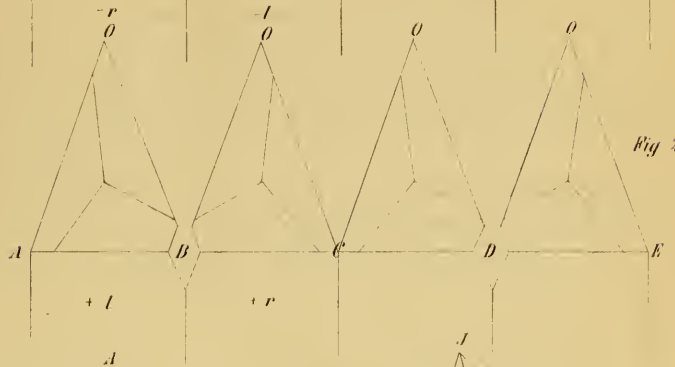


Fig. 2.

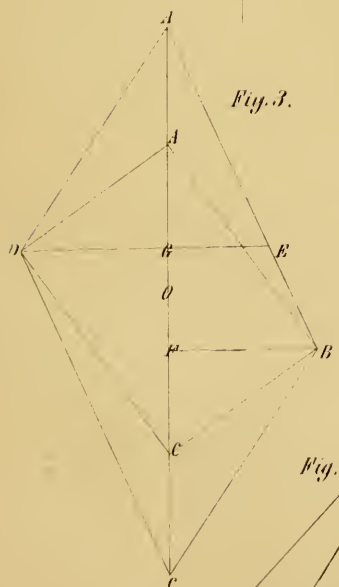


Fig. 3.

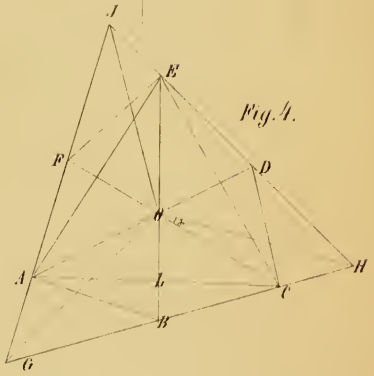


Fig. 4.

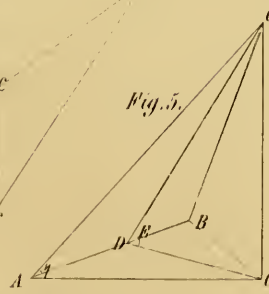


Fig. 5.

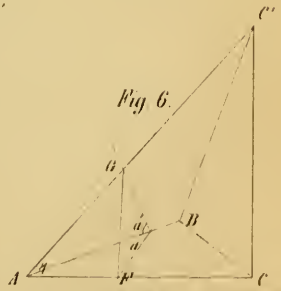


Fig. 6.

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Digitised by the Harvard University, Download from The BHL http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

ment vers les trois angles plans des faces du sommet, supposées triangulaires, on ne peut tirer aucune induction de leur présence ou de leur absence sur quelques-unes de ces faces; car les cristaux d'apparence simple fig. 36 et 64 offrent ces lignes sur leurs trois faces alternes p; le cristal composé fig. 13 les porte sur plusieurs faces contiguës; et dans les cristaux fig. 8, 11 et 34 elles sont accusées, pour le premier, sur les trois faces qu'on doit regarder comme $e^{\frac{1}{2}}$; pour le second, sur une face p, et sur une face $e^{\frac{1}{2}}$ adjacente; et pour le dernier, sur les six faces du sommet. Cependant la lumière polarisée n'indique pas de groupements dans le cristal fig. 8, et les faces rhombes du cristal de New-York fig. 34 présentent la disposition régulière qu'elles doivent avoir sur un cristal géometriquement simple."

Man sieht hieraus, dass M. Descloizeaux diese Erscheinung, die er Seite 169 eine *curieuse disposition* nennt, wohl wahrnahm, auf eine nähere Untersuchung derselben aber nicht einging.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1856

Band/Volume: 20

Autor(en)/Author(s): Lang Viktor Edler von

Artikel/Article: Eine Untersuchung über die Stuctur des Quarzes. 392-397