Die Hauschlagscurven des Mühlsteines.

Von **Prof. Ludwig Martin.**

(Vorgelegt in der Sitzung am 3. Jänner 1867.)

1.

Bekanntlich besteht der Mahlgang einer gewöhnlichen Mahlmühle aus zwei concentrisch übereinander gestellten Mühlsteinen, von welchen der obere gewöhnlich beweglich ist und Läufer-, der untere hingegen feststeht und Lieger- oder Bodenstein genannt wird.

Die arbeitenden Theile dieser Steine sind eigentlich nur die gegenseitig sich zugekehrten Kreisflächen, welche zu dem Zweck eigens mit einem Systeme regelmäßig um das Centrum herum vertheilter, rinnenförmiger Einkerbungen versehen werden, die man Hauschläge nennt.

Es ist eine längst bekannte Thatsache, daß die Leistung eines Mahlganges nicht nur von der Güte der beiden Mühlsteine, sondern auch noch von der Art und Weise abhängen, wie die Hauschläge auf den beiden Mahlflächen vertheilt und nach welchen Richtungen sie geführt werden.

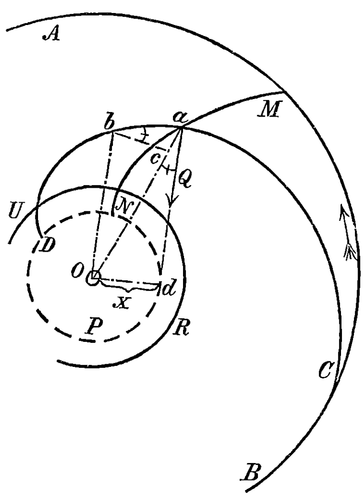
Es gibt verschiedene Systeme von Hauschlägen, die aber alle nur auf empirischem Wege gefunden wurden; auf analytischem Wege wurden zwar Versuche gemacht die zweckmäßigste Form der Hauschläge zu ermitteln, aber unseres Wissens noch kein befriedigendes, den Gegenstand erschöpfendes Resultat gewonnen. In Anbetracht der wichtigen Rolle, die die Mühlenindustrie in der gewerblichen Technik heut zu Tage spielt, ist es aber von besonderem Interesse, die Frage befriedigend zu lösen; vorliegende Abhandlung ist diesem Zwecke bestimmt.

Um das vorgelegte Problem einer richtigen Lösung zuzuführen, müssen wir von jener Bedingung ausgehen, welcher ein Hauschlag jeder Zeit zu genügen hat. Diese ist aber von doppelter Natur, insoferne der Hauschlag das Mahlgut einerseits sicher zu erfassen und zu zerdrücken — und andererseits dieses vor und nach dem Zerdrücken vom Läuferauge allmälig an den Umfang der Mahlscheibe abzuführen hat. Diese Doppelbedingung des Zerdrückens und Verschiebens muß aber gleichzeitig und in gleichem Grade berücksichtigt und erfüllt, und keines von beiden auf Kosten des andern begünstigt werden, soll nicht anders der Hauschlag in seiner Leistung zu anderweitigem Nachtheil kommen.

Es werden aber zwei Curven zu bestimmen sein; die eine derselben wird uns die Form des für den Läufer bestimmten Hauschlages, die andere hingegen die Form des für den Bodenstein erforderlichen Hauschlages geben. Wir wollen zuerst die erste in Angriff nehmen.

Es sei zu dem Zwecke *AMCB* (Fig. 1) der äußere Umfang des Läufers; *RU* das Läuferauge; *O* die Drehungsachse und *CaD* einer seiner Hauschläge, der von dem Hauschlage *MN* des Bodensteines in *a* geschnitten wird. An dem veränderlichen Durchschnittspunkte *a* werde ein Mahlkorn ergriffen; das von beiden Hauschlägen eingeklemmte Korn wird sich der um *O* zu erfolgenden rotirenden Bewegung des Hauschlages *CaD* mit einem gewissen Drucke widersetzen. Dieser nach der Normale *ad* der Curve *CD* gerichtete Druck *Q* kann offenbar nie größer als die absolute Festigkeit des Mahlgutes selbst entfallen, wodurch also der im ungünstigsten Falle eintretende Maximalwerth des Mahlwiderstandes gegeben ist, sobald man das Mahlgut kennt.

Fig. 1.



Da dieser Druck *Q*, einzelne Fälle ausgenommen, durch den Punkt *o* wenigstens nicht immer gerichtet ist, so wird er der Drehung allgemein mit einem gewissen statischen Momente widerstehen. Fällt man nämlich von *O* aus auf die *ad* die Senkrechte *Od*; so ist *od* der Hebelsarm des Druckes *Q* in Bezug auf den Drehungspunkt *O*; und es ist, wenn $od = x$ gesetzt wird:

$Q . x = \mathfrak{M}$ das Moment des Mahlwiderstandes an dem Punkte *a* der Curve *CD*.

Je größer dieses Moment entfällt, desto mehr Arbeitskraft wird dessen Überwindung in Anspruch nehmen; um also an dieser so viel wie möglich zu sparen, wird man trachten müssen, jenes so viel wie möglich herabzudrücken. Es kommt aber zu bemerken, daß das Mahlgut seinen Weg zwar am Läuferauge *BU* beginnt uud allmälig gegen den Scheibenumfang *AMB* sich vorschiebt, daß aber der Ort dieses Weges, d. h. der Punkt des Hauschlages *CD*, an dem die Zerdrückung stattfindet, gänzlich unbestimmt bleibt und bald näher bald entfernter von *O* liegen wird, daher auch das Moment des Widerstandes je nach der Form der Curve *CD* sehr verschieden entfallen kann.

Es unterliegt nun keinem Zweifel, daß, wenn es möglich wäre eine solche Combination zu treffen, für welche jene Momente an allen Punkten der Curve *CD* gleich groß entfallen, es dann auch ganz gleichgültig bleiben müßte, an welchem Punkt der Curve *CD* die Zerdrückung des Mahlkornes vor sich gehe; insoferne es nämlich fort und fort immer die Überwindung des nämlichen Mahlmomentes erfordert. Faßt man aber diese Combination schärfer in's Auge, so erkennt man in ihr die vorzüglichste Lösung des vorgelegten Problems. Denn es lassen sich alle Arten von Hauschlagscurven in drei Gattungen abtheilen. Die erste wird alle jene umfassen, denen constante Mahlmomente zukommen; die zweite jene, bei welchen die Mahlmomente vom Läuferauge gegen den Scheibenumfang hin abnehmen; zur dritten endlich werden jene gehören, bei welchen die Mahlmomente vom Läuferauge nach außen hin zunehmen. In Betreff der beiden letztern Gattungen kommt nun zu bemerken, daß die größten Mahlmomente bei der einen Gattung am Läuferauge, bei der andern hingegen am äußern Umfang der Mahlscheibe zu suchen sind. Da nun der Ort, wo das Mahlgut sich zerdrückt, ganz unbestimmt ist und bald näher zum Läuferauge hin, bald weiter davon zu liegen kommen kann, so sieht man, daß in Betreff der zwei letzteren Arten die Mahlmomente und diesem zufolge auch der zur Vermahlung der auf einander folgenden Mahlgutelemente erforderliche Kraftaufwand bei einer und derselben Curve sehr variabel entfallen muß. Vergleicht man nun bei dieser Bewandtniß der Sache jene drei Gattungen von Curven unter sich, so bleibt in allen jenen Fällen, in welchen ein Mahlgutelement in der Nähe des Läuferauges sich zerdrückt, die zweite —; hingegen in jenen Fällen, in welchen ein solches Element erst in der Nähe des äußern Scheibenrandes zerdrückt wird, die dritte

Gattung von Curven gegen die der ersten Gattung in offenbarem Nachtheil. Man sieht also, daß diese factisch vor jeder andern den Vorzug verdienen, sobald man nur bei ihnen das constante Mahlmoment möglichst klein entfallen machen kann.

Da wir nun diesem zufolge das Mahlmoment $\mathfrak{M}$ in unserer letzten Formel und auch die Festigkeit Q des Mahlgutes als unveränderlich betrachten müssen, so folgt mit Rücksicht auf die obige Gleichung, daß auch der Hebelsarm

$$x = \frac{\mathfrak{M}}{Q}$$

einen unveränderlichen Werth annehmen müsse. Nun ist aber ad eine durch den Punkt a an die Curve CD gezogene Normale und der Hebelsarm $x = od$ der senkrechte Abstand dieser Normalen vom Drehungspunkte O, um den sich die CD wie um einen Pol herumlegt; daher wir ersehen, daß der Natur der Aufgabe nur jene Polarcurven entsprechen können, welchen die Eigenschaft zukommt, vom Pole äquidistante Normalen zu besitzen. Diese Eigenschaft kommt aber nur der Evolvente des Kreises zu; daher wir endlich zu der Überzeugung gelangen, daß die Hauschlagscurven des Läufersteines nur eine Kreisevolvente sein könne.

Man kann sich die Gleichung dieser Curve auch leicht ableiten. Zu dem Zweck ziehe man zu dem zu a nächst nachbarlichen Punkte b den Radius ob und aus O als Centrum den Kreisbogen bc; so folgt aus den $\backsim \Delta\Delta\, abc$ und ado

$$do : ao = ac : ab$$

oder, wenn die Incremente ac und ab üblicherweise mit ∂r und ∂s, der Radius ao aber mit r bezeichnet wird

$$x : r = \partial r : \partial s,$$

woraus

(1) $$x = \frac{r \,.\, \partial r}{\partial s}$$

folgt. Nun soll aber x dem Vorigen zufolge constant sein, setzt man daher $x = a$; so folgt

$$a = \frac{r \,.\, \partial r}{\partial s},$$

oder, da im Polar-Coordinatensysteme ∂s bekanntlich $= \sqrt{\partial r^2 + r^2 \partial \varphi^2}$ ist

$$\partial \varphi = \frac{\partial r}{a \,.\, r} \sqrt{r^2 - a^2}.$$

Aus dem sofort, wenn man integrirt und die Größe a als kleinsten für r noch zulässigen Werth mit der untern Integrationsgrenze zusammenfallen läßt, und die Winkelordinate φ endlich von dieser an zählt

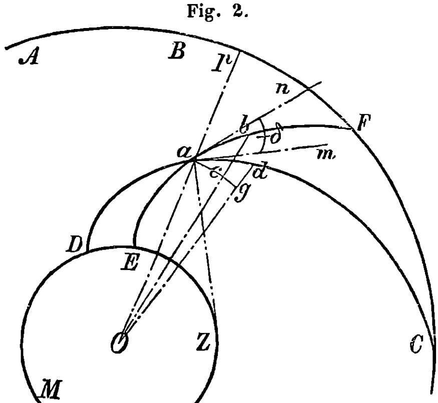
$$a\varphi = \sqrt{r^2 - a^2} - a \,.\, arc \cos\left(\frac{a}{r}\right) \tag{2}$$

sich ergibt, welches sofort die bekannte Gleichung der Evolvente eines Kreises ist, dessen Halbmesser $= a$. Offenbar muß, soll die Curve bis zum Läuferauge reichen, die Größe a gleich oder kleiner als der Halbmesser des Läuferauges sein.

2.

Nachdem wir solcher Art die Form des Läufer-Hauschlages gefunden haben, müssen wir auch die des Bodenstein-Hauschlages suchen. Es sei zu dem Zweck wieder *ABC* (Fig. 2) die Mahlscheibe, *O* die Drehungsachse und *EF* eine der gesuchten Hauschlagscurven, welche von einem der auf dem Läufer befindlichen Hauschlägen *CD* in a geschnitten wird, von dem wir also voraussetzen, daß er die Evolvente irgend eines Kreises *DEFM* sei. Ziehen wir zu beiden Curven die Tangenten am und an, so schließen diese unter sich und mit dem Radius op die Winkel $pan = \beta$, $pam = \alpha$ un $nam = \delta$ ein, so daß

Fig. 2.



$$\beta = \alpha - \delta$$

also

$$\text{tang}\,\beta = \frac{\text{tang}\,\alpha - \text{tang}\,\delta}{1 + \text{tang}\,\alpha \cdot \text{tang}\,\delta}$$

entfällt.

Geht man nun auf der Curve *EF* vom Punkte a zum nächstliegenden b, und zieht man zu diesem den Radius ob und den Kreisbogen ac, so ist in dem rechtwinkligen $\Delta\, abc$: Winkel $abc = pan = \beta$ und $\text{tang}\,\beta = \frac{ac}{bc} = \frac{r\partial\varphi}{\partial r}$;— geht man aber von a auf der andern Curve *DC* zum nächsten Punkte d, so ist in dem analoger Weise entstehenden Δadg: Winkel $adg = pam = \alpha$

und, wenn die Winkelordinate dieser Curve zum Unterschiede von jener der andern Curve mit ψ bezeichnet wird, tang $\alpha = \frac{ga}{gd} = \frac{r\partial\psi}{\partial r}$. Endlich ist noch, da die DC eine Kreisevolvente sein soll, aus bekannten Gründen

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{r\partial\psi}{\partial r} = \frac{1}{a}\sqrt{r^2-a^2};$$

führt man diese Werthe ein und schreibt man an die Stelle von tang. δ, der Kürze wegen m, so erhält man

$$\frac{r\partial\varphi}{\partial r} = \frac{\sqrt{r^2-a^2}-am}{a+m\sqrt{r^2-a^2}};$$

aus dem sich sofort

$$\varphi = \int \frac{\partial r}{r} \cdot \frac{\sqrt{r^2-a^2}-am}{a+m\sqrt{r^2-a^2}}$$

ergibt.

Diese Gleichung führt auf ein in der Regel sehr complicirtes Integrale. Um dessen Behandlung in einem speciellen Falle vor Augen zu führen, setzen wir den einfachsten Fall voraus, der eintritt, wenn die trigonometrische Größe m constant ist. Für diesen Fall führe man an die Stelle des r die neue Variable $u = \sqrt{r^2-a^2}$ ein, so daß $u\partial u = r\partial r$ wird. Man hat so

$$\varphi = \int \frac{u\,.\,\partial u\,(u-am)}{(a+mu)(u^2+a^2)};$$

woraus man endlich, wenn man den Bruch

$$\frac{1}{(a+mu)(u^2+a^2)}$$

in seine Partialbrüche auflöst, und hierauf theilweise integrirt, gehörig reducirt und schließlich $r = a$ also $u = o$ als untere Integrationsgrenze annimmt, von der an die Winkelordinate φ auch zu zählen ist, für die Hauschlagscurve des Bodensteins folgende Gleichung erhält:

$$(3) \qquad \varphi = \frac{1}{m}\log.\text{nat}\left(\frac{mu+a}{a}\right) - \text{arc tang}\left(\frac{u}{a}\right);$$

in der aber überall noch $\sqrt{r^2-a^2}$ an die Stelle des u zu setzen kommt.

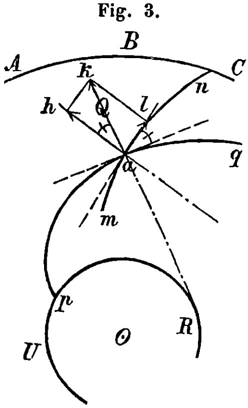
3.

Bevor wir unsere Untersuchung weiter fortschreiten lassen, müssen wir noch einen Augenblick bei der Betrachtung des vorhin eingeführten trigonometrischen Werthes m verweilen. Wir haben vorhin durch m die Tangente des Winkels δ bezeichnet, unter welchem sich die beiden Curven CD und EF in dem Punkte a durchschneiden; und haben beispielsweise den Werth m und in Folge dessen auch den Winkel δ constant sein lassen. Wir können hiebei nicht stehen bleiben; wir müssen uns über diese Winkelgröße noch näheren Aufschluß verschaffen.

Der Winkel δ kann, selbst auch wenn er constant vorausgesetzt wird, noch immer verschieden entfallen; er kann bald größer bald kleiner gemacht werden. Wie man aber auch immer dabei vorgeht, immer wird man an gewisse Grenzen gebunden sein. Macht man nämlich den Winkel δ zu klein, macht man ihn gleich Null, so werden die Curven CD und EF das zwischen sie gerathene Korn zwar zerdrücken aber nicht nach auswärts verschieben; macht man den Winkel hingegen zu groß, macht man ihn $>90^\circ$, so werden die beiden Mahlcurven das Korn zwar nach außen hin verschieben aber nicht zerdrücken. Wir sehen sonach, daß die beiden Curven nur durch eine geschickte Wahl des Winkels δ in die Lage versetzt werden, auch den zweiten Theil der Eingangs ausgesprochenen Doppelbedingung zu erfüllen.

Der Verschiebung des Mahlgutes widersetzt sich aber nur die Reibung, die das längs dem Bodenstein-Hauschlag hingeschleifte Korn unterwegs erleidet. Somit hängt die Größe des Winkels δ von der Größe der Reibung ab, die gerade nur so groß zu sein hat, damit es hinreicht, das Mahlgut so lange festzuhalten, bis es der Zerdrückung unterliegt.

Fig. 3.



Es sei, um in den Gegenstand tiefer einzudringen, ACB (Fig. 3) abermals die Mahlscheibe; UR der Erzeugungskreis der Evolventenlinie paq; O der Drehungspunkt; ferner sei mn eine der Hauschlagslinien des Bodensteines, der vom Läufer-Hauschlag pq in a geschnitten wird. Ein im Punkte a erfaßtes Mahlkorn werde von der pq mit der Kraft $Q = ak$ nach der Richtung der Normalen Ra an die zweite Curve mn angedrückt. Da die Normale aR gleichzeitig nicht auch auf die zweite Curve $\perp$ stehen kann, so zerlegt sich die Kraft Q, dem Rechtecke $khal$ zufolge, in die Componenten al und $ah = P$ derart, daß erstere zur mn tangentiell, letztere aber zu dieser normal gerichtet ist. Der von den beiden Normalen ak und ah gebildete Winkel muß nun gerade so groß als derjenige sein, den die beiden Curven an und aq an dem Punkte a mit einander bilden; also ist

$$\sphericalangle hak = \delta,$$

so daß

$$m = \text{tang}.\,\delta = \frac{hk}{ha}$$

entfällt.

Nun soll das Korn nicht nur zerdrückt, sondern auch verschoben werden, was offenbar durch die Componente al bewirkt wird. Aus der normalen Componente ah erwächst aber ein Reibungswiderstand, der sonach von der al überwunden werden muß, ohne jedoch deßhalb die Zerdrückung zu verhindern. Wir haben nun $ah = P$ gesetzt; bezeichnet man den Reibungscoëfficienten mit f, so ist Pf die Größe des Reibungswiderstandes. Ist nun $Pf > al$, so wird das Korn eher zerdrückt als verschoben; ist wiederum $Pf < al$, so wird das Korn eher verschoben als zerdrückt; soll hingegen weder das eine noch das andere, soll also keines von beiden mehr begünstigt werden, so muß offenbar $Pf = al$ entfallen. Man hat also, wenn man für hk und ha diese Werthe setzt

$$m = \text{tang}.\,\delta = \frac{fP}{P} = f.$$

Aus dem wir sofort ersehen, daß der in Gleichung (3) eingeführte Werth m dem Reibungscoëfficienten f und der Winkel δ nur dem Reibungswinkel gleich sein könne.

4.

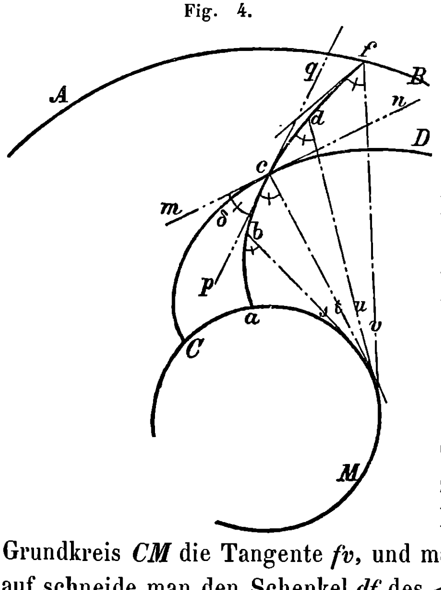
Nachdem wir nun die Gleichungen der zu wählenden Hauschlagscurven dargestellt, wollen wir noch Wege und Mittel zu deren geometrischer Darstellung aufsuchen.

Die Curve für den Läufer-Hauschlag ist eine Kreisevolvente, der Construction, als hinlänglich bekannt, hier füglicherweise übergangen werden kann. Selbstverständlich wird, wenn keine anderweitige Bedingung vorliegt, das Läuferauge selbst der Grundkreis der zu verzeichnenden Evolvente sein.

Anders verhält sich aber die Sache in Betreff der für den Bodenstein bestimmten Hauschlagscurve. Ihrer transcendenten Gleichung ist es schlechterdings nicht abzusehen, wie sie zu einer directen geometrischen Construction führen könne; man wird sich offenbar mit Näherungsmethoden behelfen müssen. Zum Glück bietet sich auch eine dar, die ihrer Kürze, Einfachheit und Sicherheit wegen vor jeder andern den Vorzug verdient.

Man denke sich auf der Mahlscheibe *AB* (Fig. 4) beide Mahlcurven *CD* und *abcdf*, sowie den Grundkreis *CM* der Evolvente *CcD* verzeichnet; an den Durchschnittspunkt *c* ziehe man an beide Curven die Tangenten *mn* und *pq*, sowie an den Grundkreis die Tangente *ct*: so ist Winkel $mcp = \delta$; Winkel $mct = 90^\circ$, somit ist Winkel $pct = 90^\circ - \delta$. Da nun δ constant ist, so ist auch Winkel *pct* als dessen Complementenwinkel constant; und da sich derselbe Sachverhalt in Bezug auf jeden andern Punkt der Curve *acf* wiederholt, so zeigsich, daß diese Curve sämmtliche Tangenten *fv*, *du*, *ct*, *bs*.... des Grundkreises *CM* unter einem constanten Winkel durchschneidet, der den Reibungswinkel δ auf 90° ergänzt.

Fig. 4.



Um also die gesuchte Curve *acf* zu verzeichnen, ziehe man durch *f* als äußern Endpunkt der Curve an den Grundkreis *CM* die Tangente *fv*, und mache $\sphericalangle dfv = 90^\circ - \delta$; hierauf schneide man den Schenkel *df* des $\sphericalangle dfv$ in *d* durch eine zweite entsprechend gewählte Tangente *du* des Grundkreises *CM* und mache, Punkt *d* als Scheitel beibehaltend, $\sphericalangle cdu = 90^\circ - \delta$; hierauf schneide man wieder neuerdings den erhaltenen Schenkel *cd* in *c* durch eine dritte entsprechend gewählte Tangente *ct* des Grundkreises und lege an ct, Punkt c als Scheitel beibehaltend, neuerdings den $\sphericalangle bct = 90^\circ - \delta$ an. Auf analoge Weise führt man nach und nach an den Grundkreis das Tangentensystem fv, du, ct, bs.... und legt an jede dieser Tangenten die Winkel $dfv = cdu = bct = abs = \ldots = 90^\circ - \delta$ an; so geben die solcher Art erhaltenen Punkte einzelne Punkte der gesuchten Curve; legt man endlich durch alle den stetigen Zug $fdcba$ durch, so erlangt man hiedurch endlich ein Bild der Curve, das selbstverständlich um so mehr der Wahrheit sich nähert, je näher die Punkte a, b, c, d, f, ... aneinander liegen.

5.

Im Vorhergehenden wird die Frage über den Hauschlag des Mühlsteines zwar in einer den Anforderungen der Praxis vollkommen entsprechenden Weise gelöst; indessen um in die Natur dieses Problems noch tiefer einzudringen, sei es uns gestattet den Gegenstand noch einer anderen, allgemeineren Behandlungsweise zu unterwerfen. Zu dem Zweck kehren wir neuerdings zur Gleichung (1) zurück.

Der durch diese Gleichung ausgedrückte Hebelsarm des Mahlwiderstandes wurde gleich Eingangs dieser Abhandlung auf Grund eines eigenen Raisonnements sogleich als constant vorausgesetzt. Allerdings hat sich im weiteren Verlaufe — wie dies auch gleich am betreffenden Orte bemerkt wurde — gezeigt, daß das auf diesem Wege gewonnene Resultat die vorzüglichste Lösung des in Frage schwebenden Problems gibt. Wir wollen indessen von diesem Sachverhalte ganz absehen und denselben Gegenstand nochmals einer Untersuchung unterziehen, indem wir uns von der Bedingung, den durch Gleichung (1) ausgedrückten Hebelsarm constant sein zu lassen, fernhalten und diesen vielmehr variabel sein lassen wollen. Wir werden aus einer solchen Untersuchung in soferne Nutzen schöpfen, als wir auf diesem Wege alle die verschiedenen Wendungen kennen lernen, die die Frage über die Hauschlagscurven zu nehmen hat; zugleich wird uns diese auch Aufschluß geben, warum gewisse Gattungen von Hauschläge keine allgemeinere Aufnahme gefunden haben.

Der Hebelsarm x in der Gleichung (1) soll also variabel sein; diese Veränderlichkeit kann zwar ganz unabhängig gedacht werden, immerhin wird es aber — ohne der Allgemeinheit zu schaden — gestattet sein, diese mit einer zweiten Variabeln, am bequemsten mit dem Radius r in Vergleich zu stellen. Man kann x dabei geradezu als eine Function von r betrachten und durch eine Gleichung von der Form

$$x = f(r) \,. \tag{4}$$

bestimmen. Eine solche Gleichung drückt dann das Gesetz aus, nach welchem sich der Hebelsarm des Mahlwiderstandes ändert, wenn die Größe r ihren Werth verändert; wir wollen daher $f(r)$ geradezu das Hebelarmgesetz nennen.

Es bedarf also, um zur Kenntniß einer Mahlcurve überhaupt zu gelangen, nur der Annahme und Einführung eines bestimmten Hebelarmgesetzes in Gleichung (1); man hat dann

$$f(r) = \frac{r \,.\, \partial r}{\partial s}$$

oder, da für Polar-Coordinaten ∂s bekanntlich $= \sqrt{\partial r^2 + r^2 \partial \varphi^2}$,

$$\partial \varphi = \frac{\partial r \sqrt{r^2 - [f(r)]^2}}{r f(r)}$$

und wenn man integrirt

$$\varphi = \int \frac{\partial r}{r f(r)} \sqrt{r^2 - [f(r)]^2}. \tag{5}$$

Dieses Integrale gibt uns aber nicht immer die Gleichung einer brauchbaren Hauschlagscurve. Es läßt sich nämlich nicht jede beliebige Functionsform an die Stelle von $f(r)$ setzen; es ist dies vielmehr von gewissen Bedingungen abhängig, die erfüllt werden müssen und, summarisch zusammengefaßt, in Folgendem bestehen:

I. Darf $f(r)$ für keinen endlichen Werth des r unendlich werden, weil sonst der Hebelarm des Mahlwiderstandes und in Folge dessen auch das Mahlmoment unendlich wäre.

II. Darf $f(r)$ für einen und denselben Werth nicht mehrere Werthe besitzen, mit andern Worten gesagt: $f(r)$ darf keine vielförmige Function sein; denn wäre dies der Fall, so bliebe es, da diese zusammengehörigen Werthe von $f(r)$ alle gleichberechtigt dastehen, für den Fall, als mehrere derselben zugleich reell entfielen, zweifelhaft der welche von ihnen zu gelten habe. Man würde daher in diesem Fall über das Mahlmoment der Curve (5) kein scharf bestimmtes Urtheil fassen können.

III. Darf $f(r)$ für keinen endlichen, zwischen die Integrationsgrenzen des Integrales (5) hineinfallenden, Werth des r größer als r

selbst entfallen; denn entfiele für einen solchen Werth des $r, f(r) > r$, so würde der im Integrale stehende irrationale Factor und in Folge dessen das Integral selbst imaginär entfallen, und die durch Gleichung (5) ausgedrückte Curve ihre Continuität unterbrechen. Die Verwendbarkeit der Gleichung (5) als Gleichung einer Mahlcurve hängt dann noch von dem Umstande ab, ob eine der Unterbrechungsstellen ihrer Continuität innerhalb die Ausdehnungsgrenze der Fläche der Mahlscheibe hineinfalle oder nicht. Im ersteren Falle ist die Curve unbrauchbar, da die Hauschlagslinie ohne Unterbrechung vom Läuferauge zum äußern Scheibenrande sich hinziehen muß.

Die Entscheidung der Frage aber, ob $f(r) \gtrless r$ entfalle, hängt:

a) von der Anzahl und Art der Vertheilung der ihr zukommenden Maxima und Minima;

b) von der Anzahl und Art der Vertheilung derjenigen Werthe des r ab, für welche $f(r) = r$ entfällt, endlich hängt es auch noch von dem Umstande ab, ob

c) der Quotient $\frac{\partial f(r)}{\partial r}$ für jene Werthe des r, für welche $f(r) = r$ entfällt, $\gtrless 1$ werde.

Man kann aber bei dieser Erörterung entweder auf dem Wege der Rechnung oder auf Grund einer geometrischen Construction vorgehen. Im letzteren Falle hat man die Gleichung (4) auf ein orthogonales Coordinatensystem zu beziehen, indem man r als Abscisse, x hingegen als Ordinate behandelt. Hat man solcherart Gleichung (4) construirt und die ihr entsprechende Curve dargestellt, so lege man durch den Ursprung des Coordinatensystems eine zur Abscissenaxe unter 45° geneigte Gerade. Offenbar sind die Ordinaten dieser Geraden den correspondirenden Abscissen gleich; sucht man demnach alle Orte auf, in welchen die Gerade die construirte Curve (4) schneidet, so geben diese alle Werthe von $f(r)$ an, welche $= r$ entfallen; sucht man ferner alle Orte auf, in welchen die 45° Gerade die Curve berührt, so kennt man alle jene Werthe von $\frac{\partial f(r)}{\partial r}$, welche $= 1$ entfallen, ebenso wird man leicht an jedem Punkt der Curve beurtheilen können, ob $\frac{\partial f(r)}{\partial r} \gtrless 1$ sei. Kurz man wird auf solche Weise mit einem Blick alle jene Theile der Gleichung (4) erkennen, für welche $f(r) > r$ oder für welche $f(r) < r$ ist.

6.

Vorhin wurde das Hebelarmgesetz als gegeben betrachtet und aus diesem die Mahlcurve abgeleitet. Man kann aber auch umgekehrt die Curve als gegeben betrachten und die Frage aufwerfen, welche Eigenschaften ihr als Mahlcurve zukommen. In diesem Falle wird also Gleichung (5) als gegeben betrachtet und Gleichung (4) daraus abzuleiten sein. Um den Vorgang dabei zu sehen, setze man der Kürze wegen

$$\int \frac{\partial r}{r f(r)} \sqrt{r^2 - [f(r)]^2} = U,$$

so daß

$$\varphi = U$$

wird. Differenzirt man nach r, so hat man

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial r},$$

daher

$$\frac{r \partial \varphi}{\partial r} = r \cdot \frac{\partial U}{\partial r}.$$

Nun ist in jedem Polarsystem $\partial s = \sqrt{\partial r^2 + r^2 \partial \varphi^2}$, also

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \sqrt{1 + \left(\frac{r \partial \varphi}{\partial r}\right)^2}$$

also wenn man substituirt

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \sqrt{1 + r^2 \left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)^2}$$

Geht man endlich auf Gleichung (1) zurück, so folgt der Hebelsarm des Mahlwiderstandes

$$x = \frac{r \cdot \partial r}{\partial s} = \frac{r}{\left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)} = \frac{r}{\sqrt{1 + r^2 \left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)^2}}; \qquad (6)$$

wornach sofort die Curve selbst beurtheilt werden kann. Einige Beispiele mögen zur Aufklärung dienen.

Die Hauschlagslinie des Läufers sei Erstens eine logarithmische Spirale, die ihre Radien unter einem Winkel α durchschneidet. Man setze tang. α kurzweg $= a$, und bezeichne den kleinsten, zulässigen Radius mit r_0, von dem auch die Winkelordinate φ gezählt werde, so ist

$$\varphi = a . \log . \mathrm{nat}\left(\frac{r}{r_0}\right)$$

die Gleichung der vorgeschriebenen Curve, so daß also

$$U = a . \log . \mathrm{nat}\left(\frac{r}{r_0}\right)$$

mithin

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{a}{r}$$

wird. Substituirt man diesen Werth in (6), so hat man für diese Spirale

$$x = \frac{r}{\sqrt{1+a^2}}.$$

Aus welcher Gleichung man sogleich ersieht, daß der Hebelarm des Mahlwiderstandes nach den ersten Potenzen des Radius zunehme. Die logarithmische Spirale arbeitet also als Hauschlagslinie um so nachtheiliger, je mehr das Mahlgut im Stande ist unzerdrückt gegen den Rand der Mahlscheibe sich vorzuschieben, um erst dort der Zerdrückung zu unterliegen. Dieser Übelstand mag auch der Grund sein, warum diese Spirale als Hauschlagslinie — so vortheilhaft sie auch, wie wir später ersehen werden, in Betreff der Verschiebung wirkt — für die Dauer sich nirgends einzubürgern vermochte.

Als zweites Beispiel wähle man einen durch das Centrum der Mahlscheibe gehenden Halbkreis als Mahlcurve. In diesem Falle liegt also das Centrum der Mahlscheibe in der Peripherie des Halbkreises. Die auf dieses Centrum als Pol bezogene Polargleichung eines Halbkreises, dessen Halbmesser c sei, ist folgende

$$r + 2c \cos\varphi = 0$$ [1]),

---

[1]) Die Polargleichung eines Kreises bei beliebiger Lage des Poles ist bekanntlich

$$r^2 + 2r(a\cos\varphi + b\sin\varphi) = c^2 - (a+b)^2;$$

verlegt man den Pol in den Scheitel des Kreises, so ist $b = o$ und $a = c$, daher entfällt $c^2 - (a+b)^2 = o$ und $r^2 + 2r(a\cos\varphi\, b\sin\varphi)$ vereinfacht sich in dem obigen Ausdruck.

woraus

$$\varphi = \text{arc}\cos\left(-\frac{r}{2c}\right),$$

also daß

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{2}{\sqrt{4c^2 - r^2}}$$

wird, führt man endlich diesen Werth in (6) ein, so hat man

$$x = \frac{r}{2c}\sqrt{4c^2 - r^2}.$$

Es kommt nun zu beachten, daß r hier nie $< o$ und nie $> 2c$ werden kann; setzt man aber $r = o$, so folgt $x = o$; setzt man ein zweites Mal $r = 2c$, so folgt x abermals $= o$; für $r \gtrless{}^{o}_{2c}$ bleibt x endlich immer $> o$. Offenbar muß es also zwischen $r = o$ und $r = 2c$ irgend einen Werth des r geben, für welchen x sein Maximum erreicht. Dieses zu finden, differenzire man x nach r; man hat so

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{c}\left[\frac{2c^2 - r^2}{\sqrt{4c^2 - r^2}}\right] = 0,$$

also

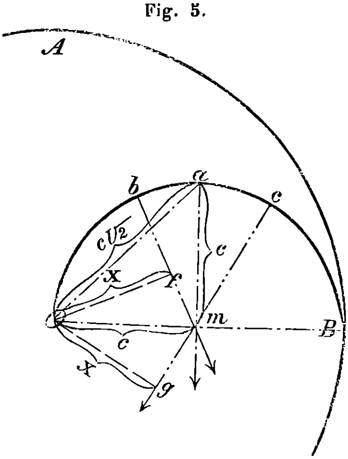
$$r = c\sqrt{2}.$$

Für diesen Werth wird aber

$$x = c.$$

Die überraschende Einfachheit der Rechnung für diese Curve verdient eine geometrische Betrachtung. Es sei AB (Fig. 5) die Mahlscheibe; O deren Drehachse und OaB einer der Halbkreise bildenden Hauschläge, dessen Centrum in m liegt. Man ziehe $am \perp om$ und verbinde o mit a, so ist $oa = \sqrt{om^2 + ma^2} = \sqrt{2Om^2} = Om\sqrt{2} = c\sqrt{2}$. Derjenige Werth des Radius oa, bei welchem der Hebelsarm des Mahlwiderstandes sein Maximum erreicht, und zwar wird, da der Mahlwiderstand nach der Richtung der Normalen am wirkt, der Hebelsarm desselben $= om = c$; für jeden andern

Fig. 5.



Punkt des Halbkreises z. B. *b* oder *c* wird nämlich der $\perp$ Abstand *of* oder *og* der entsprechenden Normalen *bm* oder *cn* vom Pole *O* kleiner sein als *om*. Dieses ist also factisch das Maximum der Hebelarme; für diese Curve kann also der Hebelarm den halben Halbmesser *OB* der Mahlscheibe nie übertreffen. Vergleicht man daher die Kreislinie mit der vorhin erörterten logarithmischen Spirale als Mahlcurven, so zeigt sich, daß der ersteren weit kleinere Mahlmomente zukommen als der letzteren. In Anbetracht der Mahlmomente verdient also die Kreislinie der logarithmischen Spirale vorgezogen zu werden; wie denn auch factisch die holländischen Mühlen, in welchen die Kreislinie analog, wie Fig. 5 es zeigt, als Hauschlag verwendet wird, hinsichtlich der Quantität des Mahlproductes alle andern Mühlen übertreffen.

7.

Wir haben vorhin nur die eine Curve als gegeben betrachtet; es können aber auch beide Curven für den Läufer sowohl als auch für den Bodenstein vorgeschrieben sein, und man hat über deren Brauchbarkeit oder Unbrauchbarkeit ein Urtheil zu fällen.

In Betreff der Mahlmomente haben wir den Weg der Untersuchung im Frühern kennen gelernt; es bleibt also nur zu untersuchen, ob die beiden Curven in Betreff der Verschiebung des Mahlgutes die Bedingung erfüllen. Die Frage wird entschieden durch den Winkel, unter welchem sich die beiden Mahlcurven wechselseitig durchschneiden.

Die beiden Curven werden durch zwei Gleichungen gegeben werden müssen; es sei daher

$$\varphi = f(r)$$

die Gleichung der einen und

$$\psi = F(r)$$

die Gleichung der zweiten Curve; wo wir die Winkelordinate der zweiten Curve nur zur bequemern Unterscheidung von denen der ersten Curve mit ψ bezeichnen. Nun schneide die erste den Radius r unter einem Winkel α, die zweite denselben unter einem Winkel β, beide aber sich wechselseitig unter einem Winkel δ; so daß

$$\delta = \alpha - \beta$$

und

$$\operatorname{tang} \delta = \frac{\operatorname{tang} \alpha - \operatorname{tang} \beta}{1 + \operatorname{tang} \alpha . \operatorname{tang} \beta}$$

wird. Es ist aber, aus bekannten Gründen, $\operatorname{tang} \alpha = \frac{r \partial \varphi}{\partial r}$ und $\operatorname{tang} \beta = \frac{r \partial \psi}{\partial r}$, daher folgt

$$\operatorname{tang} \delta = \frac{\frac{r \partial \varphi}{\partial r} - \frac{r \partial \psi}{\partial r}}{1 + \frac{r \partial \varphi}{\partial r} \cdot \frac{r \partial \psi}{\partial r}}. \tag{7}$$

Welche Gleichung sofort uns in Hinsicht auf das Verschieben des Mahlgutes den erforderlichen Aufschluß gibt; und zwar darf δ nicht gleich Null, also $\frac{r \partial \varphi}{\partial r}$ nicht $= \frac{r \partial \psi}{\partial r}$ entfallen; anderseits darf δ nicht $> 90^\circ$ überhaupt nicht $>$ als der Reibungswinkel sein, demnach darf der rechtsseitige Theil der Gleichung (7) nicht negativ entfallen. Auch darf nicht $\frac{r \partial \psi}{\partial r} = \infty$ entfallen, weil sonst $\operatorname{tang} \delta = -\frac{1}{\left(\frac{r \partial \varphi}{\partial r}\right)}$, also abermals negativ entfiele. Ein Paar Beispiele dürften nicht ungelegen kommen.

Der Hauschlag des Läufers sei eine logarithmische Spirale, deren Gleichung

$$\varphi = a . \log . \operatorname{nat} \left(\frac{r}{r_0}\right)$$

ist; der Hauschlag des Bodensteines sei eine zweite solche Spirale, deren Gleichung

$$\psi = b . \log . \operatorname{nat} \left(\frac{r}{r_0}\right)$$

ist. Aus diesen Gleichungen folgt

$$\frac{r \partial \varphi}{\partial r} = a \text{ und } \frac{r \partial \psi}{\partial r} = b;$$

daher, wenn man substituirt

$$\operatorname{tang} \delta = \frac{a - b}{1 + ab}.$$

Da nun dies ein von r unabhängiger Werth ist, so bleibt auch δ ein constanter Werth. Wurden die beiden Constanten a und b überdies noch so gewählt, daß δ dem Reibungswinkel gleich wird, so erfüllen beide Curven in Betreff der Verschiebung des Mahlgutes die

Bedingung; und man sieht demnach, daß die logarithmische Spirale nur den einen Theil der Doppelbedingung einer Hauschlagslinie erfüllt.

Als zweites Beispiel setze man, daß beide Hauschlagslinien — wie dies auch in Holland gebräuchlich ist — Halbkreise bilden, deren Peripherien durch das Centrum der Mahlscheibe gehen und deren convexe Seiten gegen einander gekehrt sind. Es sei c der Halbmesser der beiden Halbkreise; die Gleichungen derselben sind

$$\psi = \text{arc.}\cos\left(-\frac{r}{2c}\right)$$

und

$$\varphi = -\,\text{arc.}\cos\left(-\frac{r}{2c}\right).$$

Aus welchen sofort

$$\frac{r\partial\psi}{\partial r} = \frac{r}{\sqrt{4c^2-r^2}} \quad \text{und} \quad \frac{r\partial\varphi}{\partial r} = -\frac{r}{\sqrt{4c^2-r^2}}$$

folgt, so daß

$$\text{tang}\,\delta = -\frac{r\sqrt{4c^2-r^2}}{2c^2-r^2}$$

sich ergibt. Da nun der rechtsseitige Theil dieser Gleichung das Zeichen — vor sich hat, so ist δ ein stumpfer Winkel; die beiden Curven schneiden sich also unter Winkeln, die zwischen 90° und 180° liegen. Woraus man endlich ersieht, daß der Kreis in Betreff des Verschiebens des Mahlgutes die Bedingung eines Hauschlages nicht erfüllt. Dies mag auch der Grund sein, warum der holländische Hauschlag das — wie bekannt — qualitativ schlechteste Mahlproduct liefert.

8.

Endlich kann auch noch der für den Bodenstein bestimmte Hauschlag vorgeschrieben sein und der Läufer-Hauschlag für ein bestimmtes Gesetz des Winkels δ gesucht werden. Die Curve für den Bodenstein sei gegeben durch die Gleichung

$$\varphi = f(r);$$

die gesuchte Curve für den Läufer werde durch die Gleichung

$$\psi = F(r)$$

bestimmt, in welcher die Winkelordinate nur der bequemeren Unterscheidung wegen mit ψ bezeichnet wird. Man denke sich aus beiden Gleichungen die Quotienten

$$\frac{r\partial\varphi}{\partial r}=u \quad \text{und} \quad \frac{r\partial\psi}{\partial r}=v$$

gebildet und tang δ kurzweg durch m bezeichnet, so hat man, mit Rücksicht auf Gleichung (7)

$$m=\frac{u-v}{1+uv},$$

woraus umgekehrt

$$v=\frac{u-m}{1+um} \quad \text{oder} \quad \frac{r\partial\psi}{\partial r}=\frac{\frac{r\partial\varphi}{\partial r}-m}{1+m\,.\,\frac{r\partial\varphi}{\partial r}}$$

und wenn man integrirt

$$\psi=\int\frac{\partial r}{r}\left(\frac{\frac{r\partial\varphi}{\partial r}-m}{1+m\,.\,\frac{r\partial\varphi}{\partial r}}\right);$$

durch welches Integral sofort die Gleichung der Läufercurve bestimmt wird. Selbstverständlich wird man, aus bereits bekannten Gründen, m constant und zwar gleich dem Reibungscoëfficienten sein lassen. Auch hier mögen Beispiele dienen.

Es sei

$$\varphi=\frac{r}{a} \tag{8}$$

die Gleichung der Curve für den Bodenstein und m dem Reibungscoëfficienten gleich, also constant. Man hat dann $\frac{r\partial\varphi}{\partial r}=\frac{r}{a}$, also

$$\psi=\int\frac{\partial r}{r}\left(\frac{r-am}{mr+a}\right)=\int\frac{\partial r}{mr+a}-am\int\frac{\partial r}{r\,(mr+a)}$$

somit, wenn man theilweise integrirt und ψ vom kleinsten zulässigen Radius r_0 an zählt

$$\psi=\log.\mathrm{nat}\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^m\left(\frac{a+mr}{a+mr_0}\right)^{\frac{m^2+1}{m}}\right]. \tag{9}$$

Hat man aber auf solche Weise die Curve bestimmt, so kommt noch die Natur derselben zu untersuchen. Zu diesem Zwecke wird man alle merkwürdigen Punkte, Assymptoten, geschlossenen Äste u. s. w. aufsuchen und bestimmen, hauptsächlich aber das Hebelarmgesetz der Curve fleißig studiren. Man kann den letzteren Zweck auf zweifache Weise erreichen; man kann den Weg der Rechnung einschlagen, man kann aber auch auf Grund einer geometrischen Construction vorgehen. Wir wollen an der letztabgeleiteten Curve zeigen, in wie weit geometrische Constructionen zur Entscheidung der Frage beitragen können.

Vorerst müssen wir uns unter Zuhilfenahme der Gleichung (1) aus der Gleichung der Curve den Hebelarm x ableiten. Man hat aber

$$x = \frac{r\partial r}{\partial s} = \frac{r}{\left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)} = \frac{r}{\sqrt{1+\left(\frac{r\partial\varphi}{\partial r}\right)^2}}.$$

Nun folgt aus Gleichung (9)

$$\frac{r\partial\psi}{\partial r} = \frac{r-am}{mr+a};$$

aus diesem ergibt sich nach einer leichten Reduction

$$x = \frac{r(mr+a)}{\sqrt{(m^2+1)(r^2+a^2)}}.$$

Um diese Gleichung zur geometrischen Construction vorzubereiten, wollen wir sie noch so schreiben:

$$x = \frac{r}{\sqrt{r^2+a^2}}\left(\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}\cdot r + \frac{1}{\sqrt{m^2+1}}\cdot a\right).$$

Nun kommt zu beachten, daß $m = \operatorname{tang}\delta$ gesetzt wurde, wo δ der constante Durchschneidungswinkel ist, unter welchem die Läufercurve die Bodensteincurve schneidet; also ist

$$\frac{m}{\sqrt{m^2+1}} = \sin\delta \quad \text{und} \quad \frac{1}{\sqrt{m^2+1}} = \cos\delta,$$

daher hat man noch

(10) $$x = \frac{r}{\sqrt{r^2+a^2}}(r\sin\delta + a\cdot\cos\delta).$$

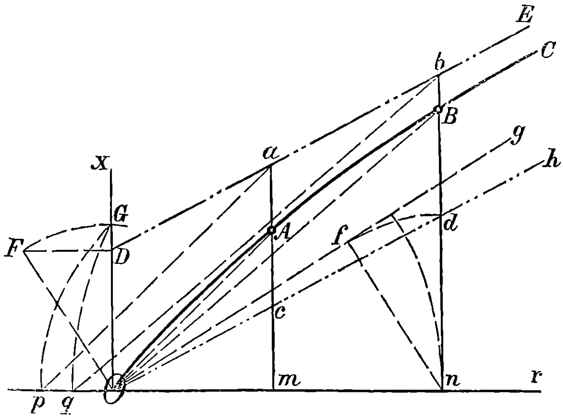
Um nun diese Gleichung geometrisch zu construiren, denke man sich (in Fig. 6) in dem rechtwinkeligen Coordinatensystem xor die Gerade go unter dem Winkel $gor = \delta$ gezogen, und mache $OF \perp Og$ und trage $OF = a$ auf dieser auf; zieht man hierauf $FD \| Or$, so ist

$$OD = a\cos\delta,$$

weil Winkel FOD auch $= \delta$ ist. Man wähle sodann die beliebige Abscisse $On = r$, ziehe $nf \perp$ auf Og und $nb \perp Or$; hierauf trage man $nf = nd$ auf der nb auf und lege durch d die Gerade Oh; dann ist

$dn = fn = On \,.\, \sin\delta = r \sin\delta$. Zieht man endlich durch D die $DE \,\|$ zu Oh, so ist $bn = bd + dn = DO + dn = a\cos\delta + r\sin\delta$; ebenso wird für eine zweite Abscisse $Om = r$ die Ordinate $am = ac + cm = DO + cm = a\cos\delta + r\sin\delta$, so daß die Gerade DE von den Ordinaten am, bn,... solche Stücke abschneidet, welche immer dem Ausdrucke $a\cos\delta + r\sin\delta$ gleich sind.

Fig. 6.



Man mache nun $OG = OF$, und ziehe aus n mit dem Radius nG den Kreisbogen Gq, so wird $qn = Gn = \sqrt{GO^2 + On^2} = \sqrt{a^2 + r^2}$. Setzen wir ferner $a\cos\delta + r\sin\delta = h$ und $\sqrt{a^2 + r^2} = u$, so gibt Gleichung (10)

$$x = \frac{r}{u} \,.\, h,$$

also ist x die vierte geometrische Proportionale zu r, h und u. Um nun dies zu erhalten, lasse man die nb von der DE in b schneiden, und lege durch b und q die bq und ziehe $OB \| bq$, so ist:

$$Bn : On = bn : qn,$$

d. h.

$$x : r = h : u,$$

so daß $Bn = x = \dfrac{r \,.\, h}{u}$ wird; ebenso wird für die Abscisse Om die $Oa \,\|$ zur pa gezogen $Am : Om = am : pm$, d. h. $Am = x = \dfrac{r \,.\, h}{u}$ geben. Es sind also A, B,.... Punkte, die einer der Gleichung (10) entsprechenden Curve $OABC$ angehören, deren Ordinaten somit die

Werthe der Hebelarme ausdrücken, die der Curve (9) entsprechen. Wenn man sonach die Natur der Curve *OABC* kennt, so kennt man auch die Natur des in Frage stehenden Hebelarmgesetzes.

Untersucht man nun die Curve *OABC*, so findet man, daß sie durch den Ursprung des Coordinatensystems geht, also verschwindet die Ordinate mit der Abscisse zugleich, mithin verschwindet für die Hauschlagslinie (9) der Hebelarm mit dem Radius. Von dem Ursprung *O* erhebt sich dann die Curve auf der Seite der $+$. Ordinaten, indem sie sich einer bestimmten Geraden *DE* assymptotisch nähert. Die Lage dieser Assymptote *DE* wird einerseits durch ihren Neigungswinkel zur Abscissenaxe, andererseits durch das Segment *DO* bestimmt. Je größer der Neigungswinkel ist, desto rascher wird die *OABC* ansteigen, desto größer werden also ihre Ordinaten, mithin auch die Hebelarme der Curve (9) entfallen; es hängt aber die Neigung der *DE* von dem Reibungswinkel $\delta = gon$ ab, da dieser für jede Construction der nämliche bleibt, so läßt sich daran nichts ändern. Untersucht man hingegen das Segment *DO*, so findet man, daß *DO* um so größer oder kleiner entfällt, je größer oder kleiner *FO* angenommen wird. Es ist aber $FO = a$, also sieht man, daß, um die Assymptote *DE* und mit ihr die Curve *OABC* möglichst nahe zur Abscissenaxe heranzurücken, man nur $a = FO$ möglichst klein zu machen braucht. Es ist aber a eine Constante, deren Werth durch die Gleichung (8) der Bodensteincurve bestimmt wird; man sieht also, daß man die Größe a in letzterer möglichst klein zu wählen hat, um die Hebelarme und mit diesen die Mahlmomente der Läufercurve (9) möglichst klein entfallen zu machen. Es hat uns sonach eine einfache leichte Construction über die Natur der Mahlcurven (8) und (9) aufgeklärt und die Wege gezeigt, die zur Erzielung des günstigsten Erfolges hier einzuschlagen waren.

9.

Zum Schlusse dieser Abhandlung müssen wir endlich noch auf den Umstand hindeuten, daß das Problem über die Hauschlagscurven mit einem zweiten Probleme verwandt ist, so daß die auf erstere sich beziehenden Resultate auch auf letzteres sich übertragen lassen.

Die Einrichtung einer Blechscheere ist bekannt. Die wichtigsten Theile derselben sind die beiden Schneidebacken, von welchen der eine gewöhnlich fix und unbeweglich ist, während der andere durch einen eigenen Mechanismus um einen doppelten Stirnzapfen eine drehende Bewegung erhält, während welcher er gegen den unbeweglichen Schneidebacken andrückt. Die Schneiden beider Backen, durch welche das Blech eigentlich geschnitten wird, bilden gewöhnlich geradlinige Kanten. Schon einiges Nachdenken reicht hin, von der Unzweckmäßigkeit dieser Form zu überzeugen; denn der zu zerschneidende Gegenstand setzt, wie wir diesen Umstand an jeder Papierscheere erfahren können, den geradlinigen Schneidekanten ein um so größeres Widerstandsmoment entgegen, je weiter die Angriffspunkte der Schneidekanten vom Drehungspunkt des beweglichen Backens abstehen. Daher kommt es auch, daß Blechscheeren meist nur sehr kurze Schneidebacken erhalten und zu ihrer Bewegung bedeutende Kräfte oder stark potenzirte Übersetzungen erfordern.

Diesen Übelständen läßt sich aber ausweichen, sobald man nur die geradlinigen Schneidebacken mit krummlinigen vertauscht; und zwar wird man die Schneidekante des beweglichen Backens nach einer Kreisevolvente zu krümmen haben, deren Grundkreis proportionirt zur bewegenden Kraft und zum bewältigenden Widerstande gewählt werden müßte. Der unbewegliche Backen hingegen wird nach jener Curve gekrümmt, die die Evolventenlinie des beweglichen Backens unter einem constanten Winkel schneidet, der dem Reibungswinkel des Bleches höchstens gleichkommt, und deren Gleichung und Construction in Fig. 4 gegeben wurde.

Berichtigungen

zur Abhandlung: „Die Summe der Logarithmus- und Arcustangensreihe mit alternirenden Zeichengruppen".

	Sonder-Abdruck	Jän.-Heft 1867 II. Abtheilung		
Seite	3	77	Zeile 15	von oben X_{2n} statt X_2
	4	78	9	$\frac{x^n-1}{x^n+1}$ statt $\frac{x^n-1}{x^n-1}$
	6	80	10	$lg\,(x^{2r}+1)$ statt $x^{2r}+1$
	7	81	3	$r-1$ Paare „ r Paare
.....	12	86	6	„ unten $\left.\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$ statt $\left.\sqrt{3}\right\}$
.....	18	92	8	$n \overset{=}{>} m+1$ statt $n \overset{=}{<} m+1$.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1867

Band/Volume: 55_2

Autor(en)/Author(s): Martin Ludwig

Artikel/Article: Die Hauschlagscurven des Mühlsteines. 309-332