Über den Venusdurchgang des Jahres 1874.

Von dem c. M. Dr. **Th. Ritt. v. Oppolzer.**

I.

Die Verbindung der Maaßeinheit, mit der die Dimensionen des Sonnensystems gemessen werden, mit einem Erdmaaße, ist ein Problem von hoher Wichtigkeit, und es ist selbst für unsere jetzigen verfeinerten Beobachtungsmethoden noch immerhin eine überaus schwierige Aufgabe; es soll daher keine günstige Gelegenheit unbenutzt gelassen werden, die zu einer befriedigenden Lösung desselben hinführen kann.

Eine solche überaus günstige Gelegenheit bietet aber, wie dieß allseitig anerkannt wird, ein Vorübergang der Venus vor der Sonnenscheibe dar, ein seltenes Phänomen; wenn auch bezweifelt werden kann, daß ein solcher Venusdurchgang das geeignetste Hilfsmittel zur Bestimmung der Sonnenparallaxe darbietet, so ist doch immerhin bei dem jetzigen Zustande der Wissenschaft derselbe zu den geeignetsten zu zählen und muß allseitig möglichst ausgenützt werden; ich habe nun in der folgenden Abhandlung die Ideen niedergelegt, die ich mir zur Verwirklichung des anzustrebenden Zieles gebildet habe und übergebe dieselben der Öffentlichkeit in der Hoffnung, daß sie vielleicht manchen neuen Gesichtspunkt erschließen, der alle Beachtung verdient.

II.

Ermittlung der Ephemeridenorte für die Sonne und Venus. Die Grundlage der folgenden Theorien und Vorausberechnungen bilden die scheinbaren Orte der Sonne und Venus zur Zeit des Durchganges, und es stellt sich daher vorerst die Aufgabe, diese Orte den Ephemeriden zu entlehnen; ich habe die Entwickelungen in der folgenden Analyse so weit durchgeführt, daß bei der Vergleichung zwischen der Theorie und den Beobachtungen niemals eine wesentliche Verfälschung in den Hunderttheilen der Bogensekunden eintreten kann, eine Genauigkeit, die gewiß von Jedermann als ausreichend angesehen werden muß. Die Sonnen- und Venusorte lassen sich allerdings nicht mit Hilfe der besten Ephemeriden auch nur annähernd dieser Genauigkeitsgrenze bestimmen; es werden aber die Ephemeridenfehler seiner Zeit mit Hilfe der Beobachtung sich eliminiren lassen und dadurch werden diese großentheils unschädlich gemacht; aber die scheinbare relative Bewegung der Sonne und Venus wird sich innerhalb des geforderten engen Zeitraumes mit einer der oben angeführten adäquaten Genauigkeit berechnen lassen, so daß eine Verbesserung dieses Elementes nicht nöthig wird und dem entsprechend müssen die Grundlagen der Rechnung auf geeignete Weise erhalten werden. Ich habe deßhalb, um die relative Bewegung hinreichend sicher zu erhalten, die Venus- und Sonnenorte nicht unmittelbar für die Zeit des Durchganges berechnet, sondern je fünf Orte abgeleitet, die in einem Zeitabstande von zwölf Stunden entfernt liegen; für den mittleren Ort nahm ich die Zeit 1874, December 8.16^h mittlerer Pariser Zeit; ich war so schließlich in den Stand gesetzt, die ersten und zweiten Differentialquotienten der in Betracht kommenden Functionen mit dem wünschenswerthen Grade von Genauigkeit zu bestimmen. Zur Herleitung der Orte habe ich Le Verrier's Tafeln sowohl für die Sonne als auch Venus benützt.

Zuerst ging ich an die Bestimmung der Venusorte und fand für die fünf Orte die folgende Summe der periodischen Störungen und zwar:

Mittl. Pariser Zeit	in Länge	in Breite	im Radius vector
1874 Dec. 7 16^h	+0"36	+0"12	+0·0000022
8 4	+0·36	+0 12	+0·0000022
8 16	+0·37	+0·13	+0·0000022
9 4	+0·37	+0·13	+0·0000023
9 16	+0·38	+0·14	+0·0000024

Die heliocentrischen Polarcoordinaten der Venus finden sich also bezogen auf das mittlere Äquinoctium des zugehörigen Datums:

Mittl. Pariser Zeit	heliocent. Länge	heliocent. Breite	Radius vector
1874 Dec. 7 16^h	75°20'10"03	—0° 0'47"46	0·7204405
8 4	76 8 32·21	+0 2 4·62	0·7203846
8 16	76 56 54·85	+0 4 56·70	0·7203293
9 4	77 45 17·95	+0 7 48·75	0·7202747
9 16	78 33 41·48	+0 10 40·74	0·7202206

Nun mußte zur weiteren Rechnung an die Herleitung der Sonnenorte geschritten werden, zu deren Bildung aber die Kenntniß der mittleren Länge der Sonne nöthig ist; da diese Größe später zur Berechnung der Sternzeit nöthig wird, so führe ich dieselbe hier an, nebst dem aber auch die in den Cosinus der Schiefe der Ekliptik multiplicirte Gleichung des Äquinoctialpunktes (Nutation), eine Größe die allerdings erst später berechnet werden kann, die aber zur Bestimmung der Sternzeit ebenfalls nöthig ist.

Um die mittlere Länge der Sonne zu erhalten, habe ich die geringfügigen Änderungen derselben, die mit dem Quadrate der Zeit anwuchsen (*Termes seculaires*, Tafel V der Le Verrier'schen Sonnentafeln) berücksichtigt, aber die Störungsglieder langer Perioden, die von den Störungen des Mars und Venus einerseits, und Mars und Jupiter anderseits herrühren, abgelöst; ich fand dann:

Mittl. Pariser Zeit			mittl. Länge der Sonne	(Nut.) cos ε
1874 Dec.	7	16^h	256°44'25"75	—6"94
	8	4	257 13 59·92	—6·90
	8	16	257 43 34·08	—6·83
	9	4	258 13 8·25	—6·78
	9	16	258 42 42·41	—6·72

Die Störungen durch die Planeten mit Einschluß der oben erwähnten zwei Glieder langer Periode finde ich nach den Specialtafeln

Mittl. Pariser Zeit			in Länge	in Breite	im Radius vector
1874 Dec.	7	16^h	+4"16	+0.02	+0·0000023
	8	4	+4·15	+0.02	+0·0000026
	8	16	+4·13	+0·02	+0·0000028
	9	4	+4·12	+0·02	+0·0000030
	9	19	+4·12	+0·01	+0·0000032

Le Verrier gibt im Anhange zu seinen Sonnentafeln (pag. 254) ebenfalls die Summe dieser Störungen an, die mit Hilfe anders construirter Tafeln berechnet sind; dieselben geben in guter Übereinstimmung mit den eben angeführten Werthen für

$$\text{Dec. 8. } 16^h\ d\lambda = +4''12,\ d\beta = +0''03,\ dR = +0{\cdot}0000029.$$

Die Störungen der Länge durch den Mond $(P_{☾})$, die Lunarnutation $(\psi_{☾})$, die Solarnutation $(\psi_{\odot})$, ferner die Breitenstörungen durch den Mond $(B_{☾})$ und die Störungen durch denselben im Radius vector $(R_{☾})$ ergaben mir dieselben Tafeln, wie folgt:

Mittl. Pariser Zeit			$P☾$	$\psi☾$	$\psi☉$	$B☾$	$R☾$
1874 Dec.	7	16h	—1"10	—6"98	—0"59	—0"39	+0·0000324
	8	4	—0·44	—6·95	—0·57	—0·42	+0·0000326
	8	16	+0·22	—6·90	—0·55	—0·45	+0·0000326
	9	4	+0·90	—6·86	—0·53	—0·49	+0·0000323
	9	16	+1·56	—6·82	—0·51	—0·52	+0·0000315

Die nun berechneten Sonnenorte fanden sich:

Mittl. Pariser Zeit			scheinbare Länge	wahre Länge	Breite	Radius vector
1874 Dec.	7	16h	255°56'29"01	255°56'49"77	—0"37	0·9847764
	8	4	256 26 59·14	256 27 19·90	—0·40	0·9847170
	8	16	256 57 29·48	256 57 50·24	—0·43	0·9846584
	9	4	257 28 0·07	257 28 20·83	—0·47	0·9846006
	9	16	257 58 30·87	257 58 51·63	—0·51	0·9845436

Ferner berechnete ich die scheinbare Schiefe der Ekliptik (ε) und die Nutation nach diesen Tafeln

Mittl. Pariser Zeit			ε	Nutat.
1874 Dec.	7	16	23°27'27"80	—7·57
	8	4	27·79	—7·52
	8	16	27·77	—7·45
	9	4	27·76	—7·39
	9	16	27·75	—7·33.

Aus diesen Angaben nun, in Verbindung mit den früher für Venus erhaltenen, können die geocentrischen Coordinaten der Venus abgeleitet werden; ich habe zu diesem Ende zunächst die Längen der Venus durch Anbringung der Nutation auf das wahre Äquinoctium reducirt und mit Hilfe der wahren Coordinaten der Sonne, die wahren geocentrischen Orte der Venus berechnet. Bezeichnet man mit l, b, und r die polaren heliocentrischen Coordinaten (Länge, Breite und Radius vector) der Venus, mit L, B und R die analogen geocentrischen Coordinaten der Sonne, so hat man zum Übergang auf die wahren geocentrischen Coordinaten der Venus (λ, β und ρ) die folgenden Relationen:

$$\rho \cos\beta \cos(\lambda - L) = r \cos(l - L) \cos b + R$$
$$\rho \cos\beta \sin(\lambda - L) = r \sin(l - L) \cos b$$
$$\rho \sin\beta = r \sin b + R \sin B.$$

Ich erhielt nach diesen Formeln für die wahren geocentrischen Coordinaten der Venus:

Mittl. Pariser Zeit			wahre Länge ♀	wahre Breite ♀	log. Entfernung
1874 Dec.	7	16h	257°37' 2"98	—0° 2'10"65	9·4224087
	8	4	257 18 53·28	+0 5 38·09	9·4222177
	8	16	257 0 41·52	+0 13 26·94	9·4221497
	9	4	256 42 29·65	+0 21 15·39	9·4222037
	9	16	256 24 19·65	+0 29 3·01	9·4223805

Mit Hilfe von ρ berechnete ich unter Annahme der Struve'schen Aberrationsconstante die Aberrationszeiten, welche mir die folgenden Correctionen der Längen und Breiten ergaben, die an die obigen Werthe angebracht werden müßen, um die scheinbaren Orte zu erhalten.

Mittl. Pariser Zeit			$d\lambda$	$d\beta$
1874 Dec.	7	16h	+3"32	—1·43
	8	4	+3·32	—1·43
	8	16	+3·33	—1·43
	9	4	+3·32	—1·43
	9	16	+3·32	—1·42.

Die scheinbaren Längen und Breiten der Sonne und Venus wurden mit Hilfe der scheinbaren Schiefe der Ekliptik in scheinbare Rectascensionen und Declinationen umgesetzt, und bezeichnet man mit A und D die zur Sonne gehörenden Coordinaten, mit α und δ die der Venus angehörigen, so findet sich

Mittl. Pariser Zeit			A	D	α	δ
1874 Dec.	7	16h	254°43'53"97	—22°42'54"71	256°32'17"37	—22°55' 2"01
	8	4	255 16 47·80	—22 46 3·23	256 13 28·14	—22 45 33.20
	8	16	255 49 43·37	—22 49 4·99	255 54 39.06	—22 36 1·85
	9	4	256 22 40·63	—22 52 0·05	255 35 52·41	—22 26 28·68
	9	16	256 55 39·52	—22 54 48·32	255 17 10·35	—22 16 54·33

Die scheinbaren Halbmesser der Venus (r) und der Sonne (R), ferner die Horizontaläquatorialparallaxe der Venus (π) und Sonne (p) finden sich, indem zur Ermittlung der letzteren Größen der von Newcombe bestimmte Werth der mittleren Sonnenparallaxe (8″848) in Anwendung gezogen wurde:

Mittl. Pariser Zeit			r	R	π	p
1874 Dec.	7	16h	31"400	974"841	33"453	8"985
	8	4	31·414	974·899	33·468	8·985
	8	16	31·419	974·957	33·473	8·986
	9	4	31·415	975·014	33·469	8·986
	9	16	31·402	975·071	33·455	8·987

Ferner findet sich die Zeitgleichung und Sternzeit nach den Relationen

Zeitgleichung = Scheinb. Rectasc. ☉ — (mittl. Länge ☉ + (Nut.) $\cos\varepsilon$)
Sternzeit = Wahre Zeit + scheinb. Rectasc. ☉

Es wird so

Mittl. Pariser Zeit			Zeitgleichg.	Sternzeit
1874 Dec.	7	16^h	$-8^m\ 1^s656$	$9^h\ 6^m57^s254$
	8	4	−7 48·348	21 8 55·535
	8	16	−7 34·926	9 10 53·817
	9	4	−7 21·389	21 12 52·098
	9	16	−7 7·744	9 14 50·379

Nun sind alle für die Vorausberechnung nöthigen Angaben ermittelt; um aber den Gang aller mit der Zeit veränderlichen Functionen innerhalb der Zeitgrenzen eines Venusdurchganges hinreichend genau zu erhalten, so daß kaum eine Verfälschung von einem Hunderttheile einer Bogensekunde zu befürchten steht, habe ich, von 1874 December 8.16^h ausgehend, diese Functionen nach steigenden Potenzen der Zeit entwickelt und alle Glieder mitgenommen, die in einem Abstande von drei Stunden von dieser Epoche noch eine Einheit der dritten Decimale der Bogensekunde betragen; indem ich als Zeiteinheit von t die mittlere Stunde wählte, habe ich die folgenden Reihenwerthe zur weiteren Benützung erhalten:

Ausgangs-Epoche. 1874. Dec. 8. 16^h Pariser Zeit:

$$
\begin{aligned}
A &= 255^\circ 49' 43''37 + 164''7020\,t + 0''00587\,t^2\\
D &= -22\ 49\ \ 4\cdot99 - \ 14\cdot8675\,t + 0\cdot02326\,t^2\\
\alpha &= 255\ 54\ 39\cdot06 - \ 94\cdot0196\,t + 0\cdot00882\,t^2\\
\delta &= -22\ 36\ \ 1\cdot85 + \ 47\cdot6978\,t + 0\cdot00627\,t^2\\
R &= 974''957 + 0''0048\,t\\
r &= 31''419\\
\pi &= 33''473\\
p &= 8''986.
\end{aligned}
$$

Es sind also die Elemente für den Venusdurchgang von Stunde zu Stunde berechnet in der folgenden Übersicht enthalten, und es steht zu erwarten, daß mindestens die Änderungen dieser Größen fast völlig mit der Wahrheit zutreffend befunden werden.

Mittl. Pariser Zeit		A	D	R	p	Zeitgleichg.
1874 Dec. 8	13h	255°41'29"317	−22°48'20"178	974"943	8"986	−7m38s29
	14	44 13·989	48 35·162	974·948	8·986	−7 37·17
	15	46 58·674	48 50·099	974·952	8·986	−7 36·05
	16	49 43·370	49 4·990	974·957	8·986	−7 34·93
	17	52 28·078	49 19·834	974·962	8·986	−7 33·80
	18	55 12·797	49 34·632	974·966	8·986	−7 32·68
	19	57 57·529	49 49·383	974·971	8·986	−7 31.55

		α	δ		π	Sternzeit
1874 Dec. 8	13h	255°59'21"197	−22°38'24"887	31·419	33"473	6h10m24s25
	14	57 47·134	37 37·220	31·419	33·473	7 10 34·10
	15	56 13·088	36 49·541	31·419	33·473	8 10 43·96
	16	54 39·060	36 1·850	31·419	33·473	9 10 53·82
	17	53 5·050	35 14·146	31·419	33·473	10 11 3·67
	18	51 31·057	34 26·429	31.419	33·473	11 11 13·53
	19	49 57·082	33 38·700	31·419	33·473	12 11 23·39

III.

Entwickelung der Einwirkung der Parallaxe auf die relativen Coordinaten der Sonne und Venus. Die parallaktische Verschiebung der Centren der Sonne und Venus gegen einander wird im Allgemeinen gemessen werden können und da diese wieder als eine Function der Sonnenparallaxe dargestellt werden kann, so wird durch diese Messungen eine Bestimmung der Sonnenparallaxe ermöglicht. Man hatte sich bislang hauptsächlich auf die Beobachtung der Ränderberührungen beschränkt und damit gewissermaßen nur Distanzmessungen vorgenommen, unter der Voraussetzung, daß die Venus und Sonne völlig kugelförmige Körper sind, eine Voraussetzung, die auch in dieser Abhandlung als maßgebend angesehen werden soll; ich habe aber, so viel mir bekannt, zuerst darauf aufmerksam gemacht (Astronom. Nachrichten, Nr. 1791), daß auch die Änderung des Positionswinkels durch die Parallaxe ganz geeignete Bestimmungen abgeben können zu dem vorgesetzten Zwecke und ich werde deßhalb vorerst in diesem Abschnitte die Relationen ableiten, welche eine hinreichend genaue Berechnung der Wirkung der Parallaxe auf die Distanz der Centren und den Positionswinkel ermöglichen; ich habe mir bei diesen Entwickelungen vorgesetzt, so genau als es nur thunlich war, vorzugehen und nichts zu übergehen, was merklich auf die Hunderttheile der Bogensekunde einwirken könnte, wenn auch dadurch die Einfachheit der Formeln wesentlich gelitten hat.

Mit Beibehaltung der im vorigen Abschnitte gewählten Bezeichnung für die Coordinaten der Venus und Sonne erhält man, wenn man mit m die Distanz der Centren bezeichnet und mit M den Positionswinkel am Sonnencentrum, leicht die folgenden Relationen

$$\sin m \sin M = \sin(\alpha - A) \cos\delta$$
$$\sin m \cos M = \sin\delta \cos D - \cos\delta \sin D \cos(\alpha - A).$$

Unterscheide ich nun die durch die Parallaxe veränderten Werthe gegen die geocentrischen durch Anfügung eines Accentes, so wird man zwischen diesen Größen die folgenden Relationen aufstellen können

$$\sin m' \sin M' = \sin(\alpha' - A') \cos\delta'$$
$$\sin m' \cos M' = \sin\delta' \cos D' - \cos\delta' \sin D' \cos(\alpha' - A').$$

Die Unterschiede zwischen α', δ', A' und D' einerseits und α, δ, A und D andererseits, werden mit genügender Genauigkeit mit Rücksicht auf die ersten Potenzen dieser Unterschiede berechnet werden können, denn schließt man mit dem ersten Gliede ab, das die Entwickelung der Parallaxe in eine Reihe nach steigenden Potenzen dieser Größe gibt, so wird der Maximalfehler bei der Berechnung der Venusparallaxe kaum 0″003 erreichen (für die Sonne vielmals kleiner), eine Größe, die für unsere Meß- und Sehapparate völlig verschwindend klein ist; nicht so einfach verhält es sich aber mit den Größen m', M' und m, M, da m, wenn man eine Genauigkeit von 0″01 in allen Theilen der Rechnung erreichen will, nicht als Größe nullter Ordnung im Verhältnisse zur Parallaxe betrachtet werden darf, ein Umstand, der wenig beachtet wurde, der übrigens auch für die nächsten Venusdurchgänge nicht von allzu nachtheiliger Wirkung ist, da m stets ziemlich groß bleibt; bei Durchgängen der Venus, die nahe central sind, kann aber die Berücksichtigung dieses Umstandes von großer Bedeutung sein.

Vorerst wird man hervorheben dürfen, daß der Abschnitt der Himmelskugel, innerhalb welcher sich das Phänomen entwickelt, als Ebene betrachtet werden darf, denn die größten in Betracht kommenden Abstände betragen nicht 18 Bogenminuten; ersetzt man also den Sinus durch den Bogen, so begeht man im ungünstigsten Falle wieder nur einen Fehler von 0″005, eine Größe, die wieder ohne merkbaren Einfluß ist; es wird deßhalb gestattet sein, die ganze Entwickelung zurückzuführen auf ein Problem der analytischen Geometrie der Ebene.

Führt man vorläufig, ohne sich mit der Entwickelung aufzuhalten, für die Unterschiede der parallaktischen unveränderten und geänderten Größen die Buchstaben a und b ein, und so zwar, daß ist

$$\left.\begin{array}{r} \cos\delta'\sin(\alpha'-A') - \cos\delta\sin(\alpha \quad A) = a \\ \{\sin\delta'\cos D' - \cos\delta'\sin D'\cos(\alpha'-A')\} - \\ -\{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha-A)\} = b \end{array}\right\} (1)$$

so ist ebenfalls

$$\sin m'\sin M' - \sin m\sin M = a$$
$$\sin m'\cos M' - \sin m\cos M = b$$

wofür jedoch mit stets genügender Annäherung gesetzt werden darf

$$\left.\begin{array}{r} m'\sin M' - m\sin M = a \\ m'\cos M' - m\cos M = b \end{array}\right\} (2)$$

Multiplicirt man die erste Gleichung mit cos M, die zweite mit —sin. M und addirt diese Producte, so findet sich sofort

$$m'\sin(M'-M) = a\cos M - b\sin M \quad (3)$$

Multiplicirt man die erste der Gleichungen (2) mit sin M, die zweite mit cos M und addirt, so findet sich

$$m'\cos(M'-M) = a\sin M + b\cos M + m \quad (4)$$

woraus man sofort findet

$$\operatorname{tg}(M'-M) = \frac{a\cos M - b\sin M}{m + a\sin M + b\cos M} \quad (5)$$

Hiermit kann, sobald die Größen a und b bekannt sind, streng die Änderung des Positionswinkels durch die Parallaxe berechnet werden; die Gleichung (3) gibt aber auch

$$m' = \frac{m + a\sin M + b\cos M}{\cos(M'-M)} \quad (6)$$

durch welche die parallaktisch veränderte Distanz berechnet werden kann; bezeichnet man nun der Kürze halber

$$\left.\begin{array}{r} a\cos M - b\sin M = dp \\ a\sin M + b\cos M = dq \end{array}\right\} (7)$$

so erhält man statt der obigen Formeln (4) und (5) leicht die folgenden Formen

$$\left.\begin{aligned} tg\,(M'-M) &= \frac{dp}{m+dq} \\ m' &= \frac{m+dq}{\cos(M'-M)} \end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Wird aber m nicht gar zu klein, was übrigens bei nahe centralen Durchgängen stets stattfinden wird, so wird man zweckmäßig von etwas abgeänderten Formen Gebrauch machen können. Es ist

$$\cos(M'-M) = 1-2\sin^2\tfrac{1}{2}(M'-M),$$

also

$$\sec(M'-M) = 1+2\sin^2\tfrac{1}{2}(M'-M)+4\sin^4\tfrac{1}{2}(M'-M)+ \\ = 1+g^2$$

so findet sich auch

$$m'-m = dq+g^2m+g^2dq \quad (9).$$

Für die beiden bevorstehenden Venusdurchgänge wird man mit völliger Sicherheit setzen dürfen, da m niemals allzu klein wird

$$\left.\begin{aligned} (M'-M) &= \frac{dp}{(m+dq)} = \left(\frac{dp}{m}\right)-\left(\frac{dp}{m}\right)\left(\frac{dq}{m}\right) \\ m'-m &= dq+\frac{m}{2}(M'-M)^2\sin 1''^2 \end{aligned}\right\}\ (10)$$

welche Formeln für die ferneren Untersuchungen dienen sollen. Würden bei einem sehr nahe centralen Durchgange diese Formeln nicht ausreichend sein, so wird es sich empfehlen, für die Zeit der Conjunction, falls das Bedürfniß hervortreten würde m' und M' zu berechnen, direct dieselben zu berechnen nach der Form

$$m'\sin M' = m\sin M+a$$
$$m'\cos M' = m\cos M+b.$$

Die Berechnung der Gleichungen (10) erfordert aber, um aus dieser die Werthe von M' und m' zu finden, die Kenntniß der Werthe m, M, dq und dp, deren Bestimmung jetzt vorgenommen werden soll.

Die Berechnung von m und M geschieht mit genügender Genauigkeit nach

$$\left.\begin{aligned} m\sin M &= (\alpha - A)\cos\delta \\ m\cos M &= (\delta - D) + \cos\delta\sin D(\alpha - A)\ \frac{{}^2\sin 1''}{2} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

welche Formen sich sofort aus den im Anfange dieses Abschnittes gegebenen Grundformeln ableiten lassen, wenn man in denselben statt den Sinus der kleinen Bögen die Bögen selbst einführt, eine Vernachläßigung, die nach dem oben Angeführten völlig gestattet ist.

Um aber a und b zu bestimmen, können die Gleichungen (1) benützt werden, indem man die Unterschiede als differentielle Größen auffaßt; nach dem oben Gesagten wird die Differentiation in diesem Falle ein völlig ausreichendes Resultat liefern. Man wird zunächst finden

$$\begin{aligned} a = &-\sin(\alpha - A)\sin\delta(\delta' - \delta) + \cos\delta\cos(\alpha - A)(\alpha' - \alpha) - \\ &- \cos\delta\cos(\alpha - A)(A' - A) \\ b = &\{\cos\delta\cos D + \sin\delta\sin D\cos(\alpha - A)\}(\delta' - \delta) - \\ &- \{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)\}(D' - D) + \\ &+ \cos\delta\sin D\sin(\alpha - A)(\alpha' - \alpha) - \cos\delta\sin D\sin(\alpha - A)(A' - A) \end{aligned}$$

Woraus man leicht ableitet

$$\left.\begin{aligned} dp = &(\delta' - \delta)\{-\sin(\alpha - A)\sin\delta\cos M - \cos\delta\cos D\sin M - \\ &-\sin\delta\sin D\cos(\alpha - A)\sin M\} + \\ &+(D' - D)\{\sin\delta\sin D\sin M + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A) \\ &\sin M\} + (\alpha' - \alpha)\{\cos\delta\cos(\alpha - A)\cos M - \cos\delta\sin D \\ &\sin(\alpha - A)\sin M\} + \\ &+(A' - A)\{-\cos\delta\cos(\alpha - A)\cos M + \cos\delta\sin D\sin(\alpha - A) \\ &\sin M\}. \\ dq = &(\delta' - \delta)\{-\sin(\alpha - A)\sin\delta\sin M + \cos\delta\cos D\cos M + \\ &+\sin\delta\sin D\cos(\alpha - A)\cos M\} + \\ &+(D' - D)\{-\sin\delta\sin D\cos M - \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A) \\ &\cos M\} + (\alpha' - \alpha)\{\cos\delta\cos(\alpha - A)\sin M + \cos\delta\sin D \\ &\sin(\alpha - A)\cos M\} + \\ &+(A' - A)\{-\cos\delta\cos(\alpha - A)\sin M - \cos\delta\sin D\sin(\alpha - A) \\ &\cos M\}. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Diese Coefficienten lassen sich noch ganz wesentlich zusammenziehen, wenn man die Relationen zu Hilfe nimmt, die das sphärische Dreieck zwischen den Centren der Sonne, Venus und dem Nordpole des Äquators darbietet; bezeichnet man in diesem Dreiecke den Winkel an dem Venuscentrum mit C, so wird

$$\left.\begin{aligned} dp &= -\sin C(\delta'-\delta)+\cos m \sin M(D'-D)- \\ &\quad -\cos\delta\cos C(\alpha'-\alpha)+\cos\delta\cos C(A'-A) \\ dq \sec m &= -\cos C(\delta'-\delta)-\cos M(D'-D)+ \\ &\quad +\cos\delta\sin C(\alpha'-\alpha)-\cos D\sin M(A'-A) \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Die differentiellen Größen $(\delta'-\delta)$, $(D'-D)$, $(\alpha'-\alpha)$ und $(A'-A)$ sind die parallaktischen Änderungen der polaren Coordinaten, die sich leicht nach den bekannten Formeln berechnen lassen. Bezeichnet man mit p die Parallaxe der Sonne, mit π die der Venus, ferner mit ρ die Entfernung des Beobachtungsortes vom Erdcentrum in Einheiten des Äquatorhalbmessers und mit φ' die geocentrische Polhöhe, ferner mit θ die Ortssternzeit, so ist

$$\left.\begin{aligned} (\delta'-\delta) &= \pi\sin\delta\cos(\alpha-\theta)\,.\,\rho\cos\varphi'-\pi\cos\delta\,.\,\rho\sin\varphi' \\ (D'-D) &= p\sin D\cos(A-\theta)\,.\,\rho\cos\varphi'-p\cos D\,.\,\rho\sin\varphi' \\ (\alpha'-\alpha) &= \pi\sin(\alpha-\theta)\sec\delta\,.\,\rho\cos\varphi' \\ (A'-A) &= p\sin(A-\theta)\sec D\,.\,\rho\cos\varphi' \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Um nun die schließliche Auflösung zu erleichtern und doch die Abplattung der Erde auf strenge Weise zu berücksichtigen, werde ich bei diesen Gleichungen von einer schönen Transformation Gebrauch machen, welche Hansen in seiner Theorie der Sonnenfinsternisse zu diesem Zwecke vorgeschlagen hat. Setzt man nämlich, indem mit e die Abplattung der Erde bezeichnet wird

$$\begin{aligned} \rho\cos\varphi' &= \cos\varphi_1 \\ \rho\sin\varphi' &= (1-e)\sin\varphi_1 \end{aligned}$$

wobei sich der Nachweis leicht führen läßt, daß diese Substitution gestattet ist, so wird φ_1, welche Größe etwa die excentrische Polhöhe genannt werden kann, sofort die zwei Variablen ρ und φ' ersetzen und es erscheint in den Gleichungen (14) statt der zwei abhängig Variablen ρ und φ' die unabhängig Variable φ_1.

Wie man sofort sieht, wird durch die Auflösung vorerst stets die Kenntniß des Werthes φ_1 erlangt werden und es wird gut sein, Methoden zu haben, die gestatten, aus φ_1 direct die scheinbare Polhöhe φ zu berechnen. Nun ist aber bekanntlich

$$\operatorname{tg}\varphi' = (1-e)^2 \operatorname{tg}\varphi$$

also

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{1-e} \operatorname{tg}\varphi_1$$

Es wird sich aber der Unterschied zwischen φ_1 und φ recht leicht bestimmen lassen, indem man sich erinnert, daß Ausdrücke von der Form

$$tg\ \varphi = g\ tg\ \varphi_1$$

sich in eine Reihe entwickeln lassen von der folgenden Gestalt

$$\varphi - \varphi_1 = \frac{g-1}{g+1} \sin 2\varphi_1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{g-1}{g+1}\right)^2 \sin 4\varphi_1 + \ldots$$

wobei man in dem hier gegebenen Falle wohl stets schon mit dem ersten Gliede ausreichen wird, für das man, wenn man für e den Werth $\frac{1}{300}$ einsetzt mit genügender Annäherung schreiben darf

$$\varphi - \varphi_1 = \frac{\sin 2\varphi_1}{\sin 10'}$$

oder auch

$$\varphi_1 - \varphi = -\frac{\sin 2\varphi}{\sin 10'}$$

Es können also geschrieben werden statt den Gleichungen (14) die folgenden Relationen

$$\left.\begin{aligned}
\delta' - \delta &= \pi \sin\delta \cos(\alpha-\theta) \cos\varphi_1 - \pi \cos\delta (1-e) \sin\varphi_1 \\
D' - D &= p \sin D \cos(A-\theta) \cos\varphi_1 - p \cos D (1-e) \sin\varphi_1 \\
\alpha' - \alpha &= \pi \sin(\alpha-\theta) \sec\delta . \cos\varphi_1 \\
A' - A &= p \sin(A-\theta) \sec D \cos\varphi_1
\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Es wird sich aber in der Folge zweckmäßig erweisen, alle Rectascensionen von dem Punkte A aus zu zählen und dem entsprechend wird man erhalten, indem man statt $(\alpha-\theta)$ schreibt

$$\alpha - \theta = (\alpha - A) - (\theta - A)$$

$$\left.\begin{aligned}
\delta' - \delta &= \pi \sin\delta \cos(\alpha - A) \cos(\theta - A) \cos\varphi_1 + \pi \sin\delta \sin(\alpha - A) \\
&\qquad \sin(\theta - A) \cos\varphi_1 - \pi \cos\delta (1-e) \sin\varphi_1 \\
D' - D &= p \sin D \cos(\theta - A) \cos\varphi_1 - p \cos D (1-e) \sin\varphi_1 \\
\alpha' - \alpha &= \pi \sec\delta \sin(\alpha - A) \cos(\theta - A) \cos\varphi_1 - \pi \sec\delta \\
&\qquad \cos(\alpha - A) \sin(\theta - A) \cos\varphi_1 \\
A' - A &= -p \sec D \sin(\theta - A) \cos\varphi_1
\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Setzt man nun diese Werthe in die Gleichungen (13) ein, so wird gefunden zunächst für dp die Relation

$$dp = \cos(\theta - A)\cos\varphi_1 \{-\pi \sin\delta \cos(\alpha - A)\sin C + p \sin D \cos m \sin M - \pi \sin(\alpha - A)\cos C\} +$$
$$+ \sin(\theta - A)\cos\varphi_1 \{-\pi \sin\delta \sin(\alpha - A)\sin C + \pi \cos(\alpha - A)\cos C - p\frac{\cos\delta}{\cos D}\cos C\} +$$
$$+ (1 - e)\sin\varphi_1 \{\pi \cos\delta \sin C - p \cos D \cos m \sin M$$

und eine weitere Transformation läßt finden

$$\left.\begin{array}{l} dp = \cos(\theta - A)\cos\varphi_1 \{-\sin D \sin M(\pi - p\cos m)\} + \\ \quad + \sin(\theta - A)\cos\varphi_1 \{-\cos M(\pi - p\cos m) - p\sin m \operatorname{tg} D\} + \\ \quad + (1 - e)\sin\varphi_1 \{\sin M \cos D(\pi - p\cos m)\} \end{array}\right\}(17)$$

Nun läßt sich leicht der Nachweis liefern, daß die Werthe der Parallaxe in die zweite Potenz des Bogens m völlig Unmerkliches geben, man kann daher in der Gleichung (17) ohne Merkliches zu übergehen, $\cos m$ der Einheit gleich setzen; um aber dieser Gleichung eine elegantere Form zu geben, kann man von folgender Transformation zweckmäßig Gebrauch machen. Setzt man nämlich

$$\left.\begin{array}{l} \Gamma\cos B \sin(P + A) = (\pi - p)\cos M + p \sin m \operatorname{tg} D \\ \Gamma\cos B \cos(P + A) = -(\pi - p)\sin M \sin D \\ \Gamma\sin B = (\pi - p)(1 - e)\sin M \cos D \end{array}\right\}(18)$$

was eine unter allen Umständen gestattete Relation ist, so wird statt (17) geschrieben werden können

$$dp = \Gamma\{\sin B \sin\varphi_1 + \cos B \cos\varphi_1 \cos(\theta + P)\}\ (19)$$

Um nun statt der Ortssternzeit θ, die Sternzeit des ersten Meridians L einzuführen, erinnere man sich, daß offenbar ist

$$\theta = L + l$$

wo l die Länge des Beobachtungsortes östlich von diesem Hauptmeridian ist, und da ich in dieser Abhandlung hiefür den Pariser Meridian gewählt, so beziehen sich, wenn nicht das Gegentheil bemerkt ist, alle Zeitangaben und Längen auf diesen Meridian; die letzteren zähle ich östlich positiv bis 360° Schreibt man also noch überdieß

$$L + P = Q \qquad (20)$$

so wird die Schlußform, auf welche dp hingeführt werden kann, sein

$$dp = \Gamma \{\sin B \sin \varphi_1 + \cos B \cos \varphi_1 \cos (Q + l)\} \quad (21)$$

Da man aber $\frac{dp}{m}$ in der Folge braucht oder vielmehr $\frac{dp}{\sin m}$, so wird man sofort berechnen die Coefficienten für $\frac{dp}{m \sin 1''}$; setzt man also zu diesem Ende

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Gamma}{m \sin 1''} \sin B &= A \\ \frac{\Gamma}{m \sin 1''} \cos B &= B \end{aligned}\right\} (22)$$

so wird man haben

$$\frac{dp}{m \sin 1''} = A \sin \varphi_1 + B \cos \varphi_1 \cos (Q + l) \quad (23)$$

Die Coefficienten A, B und Q werden mit der Zeit veränderlich sein, sind aber unabhängig von dem Beobachtungsorte.

Ich werde nun ganz ähnliche Transformationen mit dq vornehmen; vorerst aber die Bemerkung vorausschicken, daß man in der zweiten Gleichung in (13) sofort statt dq sec m den Werth dq schreiben darf, da in der That innerhalb der möglichen Grenzen von m diese Vernachläßigung gestattet ist. Führt man ähnliche Reductionen wie früher durch, so wird man zunächst erhalten

$$\left.\begin{aligned} dq = {} & \cos (\theta - A) \cos \varphi_1 \{\cos M \sin D (\pi \cos m - p) + \pi \sin m \\ & \qquad \cos D\} + \\ & + \sin (\theta - A) \cos \varphi_1 \{ - \sin M (\pi \cos m - p)\} + \\ & + (1 - e) \sin \varphi_1 \{ - \cos D \cos M (\pi \cos m - p) + \pi \sin m \sin D\}. \end{aligned}\right\} (24)$$

Übergeht man die ebenfalls unmerklichen Glieder dritter Ordnung und setzt vorerst

$$\left.\begin{aligned} (\pi - p) \cos M &= g \sin G \\ \pi\, m \sin 1'' &= g \cos G \end{aligned}\right\} (25)$$

so wird man durch Einführung der drei Hilfsgrößen γ, β und λ leicht die Formel (24) in eine ähnliche Form welche die Gleichung (19) hat, zusammenziehen können. Setzt man nämlich

$$\left.\begin{aligned}\gamma\cos\beta\sin(\lambda+A) &= (\pi-p)\sin M\\ \gamma\cos\beta\cos(\lambda+A) &= g\cos(D-G)\\ \gamma\sin\beta &= (1-e)\,g\sin(D-G)\end{aligned}\right\}\quad(26)$$

wo jetzt natürlich β und λ keine Breiten und Längen, wie im Abschnitte II darstellen, so wird sich (24) umgestalten in

$$dq = \gamma\sin\beta\sin\varphi_1 + \gamma\cos\beta\cos\varphi_1\cos(\theta+\lambda)\quad(27)$$

Ersetzt man wieder die Ortssternzeit durch die Sternzeit des Hauptmeridians und durch die Länge des Beobachtungsortes, wie dieß oben ebenfalls geschehen ist und setzt überdieß

$$\left.\begin{aligned}L+\lambda &= \Lambda\\ \gamma\sin\beta &= a\\ \gamma\cos\beta &= b\end{aligned}\right\}\quad(28)$$

so hat man schließlich für dq die Form

$$dq = a\sin\varphi_1 + b\cos\varphi_1\cos(\Lambda+l)\quad(29)$$

Die Coefficienten a, b und Λ sind wieder mit der Zeit veränderlich, aber haben wider die besondere Eigenschaft von den Coordinaten des Beobachtungsortes unabhängig zu sein, welcher Umstand für die folgenden Untersuchungen besondere Vortheile bietet.

Nach diesen allgemeinen Vorbereitungen kann ich nun schreiten an die verschiedenen Beobachtungsmethoden, die man mit Vortheil wird bei einem Venusdurchgange anwenden können und werde dieselben einzeln vornehmen, und die für die einzelnen Methoden besonders günstigen Punkte aufsuchen.

IV.

Heliometermessungen. Alle Orte, welche den Venusdurchgang bei verhältnißmäßig niedrigem Stande der Sonne sehen, sind sehr geeignet, Parallaxenbestimmungen zu erhalten, da sich die zu messende Größe nahezu proportional dem Sinus der Zenithdistanz des Venuscentrums darstellt. Es wird aber ganz wesentlich sein, die

Zenithdistanzen nicht allzu groß zu nehmen, damit die Sicherheit der Beobachtung durch die Unruhe der Bilder und die Genauigkeit der Reduction durch den beträchtlichen Einfluß der Refraction nicht allzusehr leidet. Es wird im Allgemeinen schwierig sein, hierbei die richtige Grenze zu finden, da locale Ursachen ganz wesentlich auf die Feststellung derselben wirken; doch wird man nicht allzu viel fehlen, wenn man die Behauptung aufstellt, daß Höhen von etwa 20 Graden die geeignetsten sind, da in diesem Falle sowohl der Einfluß der unruhigen Bilder und der Refraction schon sehr gering ist, wiewohl nur 6 Procente an der zu messenden Größe verloren sind; allerdings werden auch diese Grenzen durch die klimatischen Verhältnisse wesentlich bedingt sein und im Allgemeinen kann man bei niederen Breiten die Beobachtung in größeren Zenithdistanzen anstellen.

Um nun die Parallaxe in der Höhe zu finden, wird man am geeignetsten die relativen Coordinaten der Centren der Venus und Sonne zu bestimmen suchen und man wird sich hierbei zweier ganz wesentlich verschiedener Methoden bedienen; nämlich man mißt unmittelbar an Ort und Stelle die relative Lage der beiden Himmelskörper, oder man fertigt mit Hilfe der Photographie ein Bild der Erscheinung und spart die Messungen auf spätere Zeit auf; jede dieser Methoden hat ihre Vor- und Nachtheile und ich meine, daß man die Anwendung beider empfehlen muß; nur hat es, so weit die Erfahrung zeigt, eine gewisse Schwierigkeit bei den photographischen Aufnahmen das Bild zu orientiren, welche Orientirung aber mit großer Genauigkeit gefordert werden muß (bis auf Bruchtheile der Bogenminute), wenn man sich nicht in der Auswahl der geeigneten Orte allzusehr beschränken will; ich werde im Abschnitte V, der sich mit der photographischen Aufnahme des Venusdurchganges beschäftigen wird, auf diesen Umstand zurückkommen und im gegenwärtigen Abschnitte nur die Anwendung mikrometrischer Apparate bei der Beobachtung selbst berücksichtigen. Man erreicht durch die Anwendung der mikrometrischen Apparate zunächst den großen Vortheil gegen die ausschließliche Beobachtung der Contactmomente, daß man vorerst die Beobachtung nahezu willkürlich wiederholen kann, daß dieselben ferner unabhängig gemacht werden können von den so störenden optischen Phänomenen, die die Contactmomente der Erfahrung gemäß begleiten, und daß man schließlich in der Auswahl der Orte einen größeren Spielraum hat; ich meine daher, daß kaum ein Zweifel bestehen kann, daß die Anwendung der mikrometrischen Apparate zur völligen Ausnützung des bevorstehenden Venusdurchganges ein unumgängliches Erforderniß ist. Für diese Anwendung mikrometrischer Apparate empfiehlt sich aber wegen der Größe der zu messenden Winkelabstände wohl am meisten das Heliometer, da überdieß eine beträchtliche Vergrößerung (etwa 200—300 mal) bei der Messung wünschenswerth erscheinen dürfte. Das Heliometer selbst kann aber in zwei wesentlich verschiedenen Beobachtungsmethoden in Anwendung gebracht werden, wovon die eine bereits in Vorschlag gebracht wurde, während die andere, so viel mir bekannt, bisher nicht hinlänglich beachtet worden ist. Die bereits vorgeschlagene Methode ist die der directen Distanzmessung, indem man einerseits die nächsten Ränder der Venus und Sonne und ebenso die entferntesten zur inneren Berührung bringt und durch die Combination der entgegenstehenden Ränder äußere Berührungen herstellt. Der Positionswinkel, in dem die Messungen vorzunehmen sind, wird versuchsweise gefunden, indem man gleichsam während der Beobachtung die Bedingung des Maximums und Minimums der Ränderabstände, sucht; es läßt sich nicht läugnen, daß dieses Verfahren sehr genaue Resultate liefern wird, doch wird dasselbe nicht ganz kurz in Folge der nothwendigen Versuche und führt nicht zur genauen Kenntniß des scheinbaren Positionswinkels, was als ein Nachtheil betrachtet werden muß, indem man sofort wieder dadurch in der Auswahl der Orte sehr beschränkt ist, indem nur solche Orte mit Vortheil in Betracht gezogen werden dürfen, bei denen die parallaktische Wirkung fast ausschließlich in der Distanz stattfindet; außerdem hat die Messung der Positionswinkel auch auf solchen Stationen, wo der letztere keinen Beitrag zur Eruirung der Parallaxe liefert, den großen Vortheil, daß dadurch neue Bedingungsgleichungen eingeführt werden, welche zur Erhöhung des Gewichtes des Schlußresultates ganz wesentlich beitragen werden. Ich möchte daher das Folgende etwas complicirtere Verfahren vorschlagen, welches zur gleichmäßig genauen Kenntniß der Distanz und des Positionswinkels führt, also die relativen Coordinaten der Centren in zwei aufeinander senkrechten Richtungen mit gleicher Genauigkeit finden läßt; allerdings erfordert diese Methode die genaue Ablesung des Positionskreises (bis auf Bruchtheile der Bogenminute) also auch einen sehr genauen Apparat und ferner die genaue Kenntniß des Indexfehlers dieses Kreises, die übrigens bei einem Heliometer leicht genug in fast völliger Schärfe erlangt werden kann. Man bringe den Schnitt der Objectivhälften nahe in der Richtung der Verbindungslinie der beiden Centren von Venus und Sonne und lese den Positionskreis genähert ab und drehe sofort denselben um 45° und liest, nachdem er in dieser Lage festgeklemmt wird, genau an beiden Loupen den Positionskreis ab. Man könnte sich auch leicht diese geforderte Stellung im Voraus berechnen, indem man zu den berechneten Positionswinkeln, die sich weiter unten in einer ausgedehnten Tafel (Tafel I) vorfinden, 45° hinzugelegt, mit gehöriger Berücksichtigung des Indexfehlers. Jetzt misst man, um den Werth der Schraubenrevolution oder des diesen ersetzenden Scalentheiles des Glasmikrometers stets in Evidenz zu halten den Durchmesser der Sonne, und zwar nach beiden Richtungen, um einerseits sich von der Annahme über den Nullpunkt unabhängig zu machen und anderseits eine Bestimmung desselben zu erhalten; dann bringt man, ohne am Positionskreis zu rühren, das Venusbild mit dem näheren und ferneren Sonnenrande sowohl zur inneren als auch äußeren Berührung (also 4 Messungen) und liest nach Erhalt dieser Beobachtungen den Positionskreis nochmals genau ab; ist dieß geschehen, so drehe man den Positionskreis in der positiven Richtung um nahe 90° und klemmt denselben in dieser Stellung fest und liest neuerdings ab und wiederhole das eben auseinandergesetzte Messungsverfahren. Nach Abschluß dieser Messung wird abermals der Sonnenhalbmesser gemessen. Eine solche Messungsreihe in zwei, um nahe 90° verschiedenen Lagen des Positionskreises will ich eine Beobachtung nennen. Die nächste Beobachtung beginnt, indem man den Positionskreis abermals um nahe 90° im positiven Sinne dreht und festklemmt; hierbei wird man aber auf die Abänderung der Richtung der Centren, die in der Zwischenzeit eingetreten ist, gehörig Rücksicht nehmen; da aber diese Richtungsänderung im Allgemeinen klein sein wird, so wird der Meßapparat für diese zweite Beobachtung nahe um 180° gegen die Messungen der ersten Beobachtung verdreht erscheinen, was ein Vortheil ist für die Genauigkeit des Resultates. Die dritte Beobachtung wird erst begonnen, wenn das Instrument, falls es die Verhältnisse gestatten, umgelegt ist, um gewisse Fehler des Instrumentes nahezu völlig zu eliminiren und die vierte Beobachtung wird sich zur dritten zu verhalten haben, wie die zweite zur ersten. Die Combination dieser vier Beobachtungen wird ein Resultat liefern, welches als sehr genau betrachtet werden muß und ich will die Summe dieser vier Beobachtungen als einen Satz bezeichnen. Ich meine, daß man bei günstigen Witterungsverhältnissen wohl 3—4 Sätze in einer Stunde erhalten kann, um so mehr, da ich voraussetzen muß, daß sich der Beobachter durch anhaltende Vorübungen eine solche Gewandtheit erworben hat, daß die Handgriffe und Ablesungen fast mechanisch ausgeführt werden und daß ein Gehilfe demselben beigegeben ist, der die gemachten Beobachtungen niederschreibt. Auf die genaue Reduction dieser Beobachtungen will ich vorläufig hier nicht eingehen und werde dieselben einer späteren Abhandlung einverleiben, nur möchte ich hier noch hervorheben, daß es völlig genügt, wenn die Zeitmomente der Messung durch Zuruf an den Gehilfen kenntlich gemacht werden, der dieselben durch Ablesung der Uhr zu fixiren hat, indem eine Genauigkeit dieser Notirungen auf eine halbe Sekunde völlig ausreichend ist, welche Genauigkeit wohl durch dieses Verfahren bei einiger Übung sicher erlangt werden kann; außerdem muß hervorgehoben werden, daß es als ein dringendes Bedürfniß erscheint, daß das Fernrohr durch ein Uhrwerk der täglichen Bewegung der Gestirne folgt und dieß mit möglichster Genauigkeit; ich habe jetzt einen Apparat in Ausführung, der mir einen befriedigenden Erfolg zu versprechen scheint; indem ich, einer Idee von Hipp in Neuchatel folgend, die Schwingungen einer abgestimmten Feder als Regulator benütze.

Die Beobachtungen können nun in der verschiedensten Weise reducirt werden, nur möchte es sich aber empfehlen, dieselben schließlich auf die Angabe der Distanz und des Positionswinkels zurückzuführen, wiewohl dieses Verfahren keineswegs auf die kürzeste Rechnung führt; bei den seltenen und wichtigen Erscheinungen, wie es die Venusdurchgänge sind, wird aber die etwas complicirtere Reduction kein Hinderniß sein können, sondern man wird bestrebt sein müssen die Resultate in möglichst einfache Verbindung mit den möglichen Messungsfehlern zu bringen und dazu empfiehlt sich wohl am meisten, die Messungen auf Distanzen und Positionswinkel zurückzuführen; so wird zum Beispiele, wenn auch der Indexfehler des Kreises völlig fehlerhaft angenommen würde, nur der Positionswinkel fehlerhaft erhalten werden, die Distanz wird frei von diesem Fehler sein.

Um die erlangten Messungsresultate mit der strengen Theorie vergleichen zu können, um schließlich aus dem gefundenen Unterschiede zwischen dieser und den Beobachtungen den wahrscheinlichsten Werth der Sonnenparallaxe zu ermitteln, wird es nöthig sein, eine Ephemeride zu berechnen, die vorerst die geocentrischen Distanzen der Centren der Venus und Sonne (m) und den Positionswinkel am Sonnencentrum (M) angibt. Ich habe diese berechnet nach den Gleichungen (11) des dritten Abschnittes, aber vorerst die rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Ausdrücke nach steigenden Potenzen der Zeit entwickelt und wenn t die seit der Epoche 1874 Dec. 8, 16^h mittl. Pariser Zeit verflossene Zeit in Einheiten der Stunde vorstellt, so fand sich

$$m \sin M = 272{\cdot}983 - 238{\cdot}827\,t - 0{\cdot}0203\,t^2$$
$$m \cos M = 783{\cdot}064 + 62{\cdot}698\,t + 0{\cdot}0750\,t^2$$

und die daraus folgenden Werthe in die weiter unten angesetzte Tafel I aufgenommen, und zwar für jede einzelne Zeitminute des Pariser Meridians.

Ferner sind die Coefficienten A, B, Q, a, b und Λ zu berechnen, die in den Formeln (23) und (29) des dritten Abschnittes auftreten, um auf bequeme Weise den Einfluß der Parallaxe auf die Distanz und den Positionswinkel berechnen zu können; ich habe die ersteren drei in die Tafel II aufgenommen, die letzteren in die Tafel III, welche Tafeln die bezüglichen Coefficienten für jede Zeitminute angeben.

Diese Coefficienten sind für jede achte Minute direct nach den Formeln des dritten Abschnittes mit fünfstelligen Tafeln berechnet worden, und die zwischenliegenden Werthe sind durch Interpolation gefunden; die einzelnen Werthe, die in der Tafel aufgenommen sind, stehen der Zeit nach einander so nahe, daß man stets mit einer linearen Interpolation die zwischenliegenden Werthe wird mit ausreichender Genauigkeit auffinden können.

Aus den Angaben der Tafel II berechnet sich

$$\frac{dp}{\sin m} = A \sin \varphi_1 + B \cos \varphi_1 \cos (Q + l)$$

aus Tafel III

$$dq = a \sin \varphi_1 + b \cos \varphi_1 \cos (\Lambda + l),$$

wobei zu beachten sein wird, daß l die Länge des Ortes östlich von Paris ist, und φ_1 die excentrische Polhöhe vorstellt, die nach der im dritten Abschnitte gegebenen Vorschriften leicht aus der scheinbaren erhalten wird. Beide Größen sowohl $\frac{dp}{\sin m}$ als auch dq werden in Bogensecunden erhalten. Ist einmal $\frac{dp}{\sin m}$ und dq bekannt, dann berechnet sich die parallaktische Änderung des Positionswinkels dM und die der Distanz dm leicht nach

$$dM = \frac{dp}{\sin m} - \frac{dp}{\sin m} \quad \frac{dq}{m}$$

$$dm = dq + \frac{m}{2} (dM \sin 1'')^2 .$$

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit			*M*	
13ʰ 52ᵐ	1016″509		50°19′31″	
53	1014·123	—2″386	50 8 9	—11′22″
54	1011·748	—2·375	49 56 45	—11 24
55	1009·384	—2·364	49 45 18	—11 27
56	1007·031	—2·353	49 33 47	—11 31
57	1004·689	—2·342	49 22 13	—11 34
58	1002·359	—2·330	49 10 36	—11 37
59	1000·040	—2·319	48 58 56	—11 40
14 0	997·732	—2·308	48 47 12	—11 44
1	995·436	—2·296	48 35 25	—11 47
2	993·152	—2·284	48 23 35	—11 50
3	990·880	—2·272	48 11 42	—11 53
4	988·619	—2·261	47 59 45	—11 57
5	986·370	—2·249	47 47 45	—12 0
6	984·134	—2·236	47 35 42	—12 3
7	981·909	—2·225	47 23 36	—12 6
8	979·697	—2·212	47 11 26	—12 10
9	977·497	—2·200	46 59 13	—12 13
10	975·309	—2·188	46 46 56	—12 17
11	973·134	—2·175	46 34 36	—12 20
12	970·972	—2·162	46 22 13	—12 23
13	968·823	—2·149	46 9 47	—12 26
14	966·686	—2·137	45 57 17	—12 30
15	964·562	—2·124	45 44 44	—12 33
16	962·451	—2·111	45 32 8	—12 36
17	960·353	—2·098	45 19 29	—12 39
18	958·267	—2·086	45 6 46	—12 43
19	956·195	—2·072	44 54 0	—12 46
20	954·136	—2·059	44 41 10	—12 50
21	952·090	—2·046	44 28 18	—12 52
22	950·058	—2·032	44 15 22	—12 56
23	948·039	—2·019	44 2 23	—12 59
24	946·033	—2·006	43 49 20	—13 3
25	944·041	—1·992	43 36 14	—13 6
26	942·063	—1·978	43 23 5	—13 9
27	940·099	—1·964	43 9 52	—13 13
28	938·149	—1·950	42 56 36	—13 16
29	936·213	—1·936	42 43 17	—13 19
30	934·291	—1·922	42 29 54	—13 23
31	932·383	—1·908	42 16 28	—13 26
32	930·489	—1·894	42 2 59	—13 29

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	m		M	
14h 32m	930″489	—1″879	42° 2′ 59″	—13′ 32″
33	928·610	—1·865	41 49 27	—13 36
34	926·745	—1·851	41 35 51	—13 39
35	924·894	—1·836	41 22 12	—13 42
36	923·058	—1·821	41 8 30	—13 45
37	921·237	—1·807	40 54 45	—13 49
38	919·430	—1·792	40 40 56	—13 52
39	917·638	—1·777	40 27 4	—13 55
40	915·861	—1·762	40 13 9	—13 58
41	914·099	—1·746	39 59 11	—14 2
42	912·353	—1·732	39 45 9	—14 5
43	910·621	—1·716	39 31 4	—14 8
44	908·905	—1·700	39 16 56	—14 11
45	907·205	—1·685	39 2 45	—14 15
46	905·520	—1·670	38 48 30	—14 17
47	903·850	—1·654	38 34 13	—14 21
48	902·196	—1·638	38 19 52	—14 24
49	900·558	—1·623	38 5 28	—14 27
50	898·935	—1·607	37 51 1	—14 30
51	897·328	—1·590	37 36 31	—14 33
52	895·738	—1·574	37 21 58	—14 36
53	894·164	—1·558	37 7 22	—14 40
54	892·606	—1·542	36 52 42	—14 43
55	891·064	—1·526	36 37 59	—14 45
56	889·538	—1·509	36 23 14	—14 49
57	888·029	—1·493	36 8 25	—14 51
58	886·536	—1·476	35 53 34	—14 55
14 59	885·060	—1·460	35 38 39	—14 57
15 0	883·600	—1·443	35 23 42	—15 1
1	882·157	—1·426	35 8 41	—15 3
2	880·731	—1·410	34 53 38	—15 6
3	879·321	—1·392	34 38 32	—15 9
4	877·929	—1·375	34 23 23	—15 12
5	876·554	—1·357	34 8 11	—15 15
6	875·197	—1·341	33 52 56	—15 18
7	873·856	—1·324	33 37 38	—15 20
8	872·532	—1·306	33 22 18	—15 24
9	871·226	—1·288	33 6 54	—15 26
10	869·938	—1·271	32 51 28	—15 29
11	868·667	—1·253	32 35 59	—15 31
12	867·414		32 20 28	

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit			*M*	
15ʰ 12ᵐ	867″414		32°20′28″	
13	866·178	—1″236	32 4 54	—15′34″
14	864·960	—1·218	31 49 17	—15 37
15	863·760	—1·200	31 33 38	—15 39
16	862·578	—1·182	31 17 56	—15 42
17	861·414	—1·164	31 2 12	—15 44
18	860·268	—1·146	30 46 25	—15 47
19	859·140	—1·128	30 30 35	—15 50
20	858·030	—1·110	30 14 43	—15 52
21	856·938	—1·092	29 58 48	—15 55
22	855·865	—1·073	29 42 51	—15 57
23	854·810	—1·055	29 26 52	—15 59
24	853·774	—1·036	29 10 50	—16 2
25	852·757	—1·017	28 54 46	—16 4
26	851·758	—0·999	28 38 40	—16 6
27	850·778	—0·980	28 22 32	—16 8
28	849·816	—0·962	28 6 21	—16 11
29	848·874	—0·942	27 50 8	—16 13
30	847·950	—0·924	27 33 53	—16 15
31	847·045	—0·905	27 17 36	—16 17
32	846·159	—0·886	27 1 17	—16 19
33	845·292	—0·867	26 44 56	—16 21
34	844·445	—0·847	26 28 33	—16 23
35	843·616	—0·829	26 12 8	—16 25
36	842·807	—0·809	25 55 41	—16 27
37	842·017	—0·790	25 39 12	—16 29
38	841·247	—0·770	25 22 42	—16 30
39	840·496	—0·751	25 6 9	—16 33
40	839·764	—0·732	24 49 35	—16 34
41	839·052	—0·712	24 32 59	—16 36
42	838·359	—0·693	23 16 21	—16 38
43	837·686	—0·673	23 59 42	—16 39
44	837·032	—0 654	23 43 1	—16 41
45	836·398	—0·634	23 26 18	—16 43
46	835·784	—0·614	23 9 34	—16 44
47	835·190	—0·594	22 52 49	—16 45
48	834·616	—0·574	22 36 2	—16 47
49	834·062	—0·554	22 19 14	—16 48
50	833·527	—0·535	22 2 24	—16 50
51	833·012	—0·515	21 45 34	—16 50
52	832·517	—0·495	21 28 42	—16 52

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit			*M*	
15ʰ 52ᵐ	832″517		21°28′42″	
53	832·042	—0″475	21 11 49	—16′53″
54	831·587	—0·455	20 54 55	—16 54
55	831·152	—0·435	20 38 0	—16 55
56	830·738	—0·414	20 21 3	—16 57
57	830·344	—0 394	20 4 5	—16 58
58	829·970	—0·374	19 47 7	—16 58
15 59	829·616	—0·354	19 30 8	—16 59
16 0	829·282	—0·334	19 13 8	—17 0
1	828·968	—0·314	18 56 7	—17 1
2	828·675	—0·293	18 39 6	—17 1
3	828·402	—0·273	18 22 4	—17 2
4	828·150	—0·252	18 5 1	—17 3
5	827·918	—0·232	17 47 58	—17 3
6	827·706	—0·212	17 30 54	—17 4
7	827·515	—0·191	17 13 49	—17 5
8	827·344	—0·171	16 56 44	—17 5
9	827·193	—0·151	16 39 39	—17 5
10	827·063	—0·130	16 22 33	—17 6
11	826·953	—0·110	16 5 27	—17 6
12	826·864	—0·089	15 48 20	—17 7
13	826·795	—0·069	15 31 14	—17 6
14	826·746	—0·049	15 14 7	—17 7
15	826·718	—0·028	14 57 1	—17 6
16	826·710	—0·008	14 39 54	—17 7
17	826·722	+0·012	14 22 47	—17 7
18	826·755	+0·033	14 5 41	—17 6
19	826·809	+0·054	13 48 34	—17 7
20	826·884	+0·075	13 31 28	—17 6
21	826·978	+0·094	13 14 21	—17 7
22	827·093	+0·115	12 57 15	—17 6
23	827·228	+0·135	12 40 9	—17 6
24	827·384	+0·156	12 23 4	—17 5
25	827·560	+0·176	12 5 59	—17 5
26	827·757	+0·197	11 48 54	—17 5
27	827·974	+0·217	11 31 50	—17 4
28	828·211	+0·237	11 14 47	—17 3
29	828·468	+0·257	10 57 44	—17 3
30	828·746	+0·278	10 40 42	—17 2
31	829·044	+0·298	10 23 41	—17 1
32	829·363	+0·319	10 6 40	—17 1

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit			M	
16h 32m	829"363	+0"339	10° 6'40"	—16'59"
33	829·702	+0·359	9 49 41	—16 59
34	830·061	+0·379	9 32 42	—16 58
35	830·440	+0·399	9 15 44	—16 57
36	830·839	+0·419	8 58 47	—16 56
37	831·258	+0·439	8 41 51	—16 55
38	831·697	+0·459	8 24 56	—16 54
39	832·156	+0·480	8 8 2	—16 53
40	832·636	+0·499	7 51 9	—16 52
41	833·135	+0·520	7 34 17	—16 50
42	833·655	+0·540	7 17 27	—16 49
43	834·195	+0·559	7 10 38	—16 48
44	834·754	+0·579	6 43 50	—16 46
45	835·333	+0·599	6 27 4	—16 45
46	835·932	+0·619	6 10 19	—16 44
47	836·551	+0·639	5 53 35	—16 42
48	837·190	+0·659	5 36 53	—16 40
49	837·849	+0·678	5 20 13	—16 39
50	838·527	+0·698	5 3 34	—16 37
51	839·225	+0·717	4 46 57	—16 36
52	839·942	+0·737	4 30 21	—16 34
53	840·679	+0·756	4 13 47	—16 32
54	841·435	+0·775	3 57 15	—16 30
55	842·210	+0·795	3 40 45	—16 29
56	843·005	+0·814	3 24 16	—16 26
57	843·819	+0·833	3 7 50	—16 25
58	844·652	+0·852	2 51 25	—16 23
16 59	845·504	+0·872	2 35 2	—16 21
17 0	846·376	+0·890	2 18 41	—16 19
1	847·266	+0·910	2 2 22	—16 16
2	848·176	+0·929	1 46 6	—16 15
3	849·105	+0·947	1 29 51	—16 12
4	850·052	+0·966	1 13 39	—16 10
5	851·018	+0·985	0 57 29	—16 8
6	852·003	+1·003	0 41 21	—16 6
7	853·006	+1·022	0 25 15	—16 3
8	854·028	+1·041	+0 9 12	—16 1
9	855·069	+1·059	—0 6 49	—15 59
10	856·128	+1·077	—0 22 48	—15 56
11	857·205	+1·096	—0 38 44	—15 54
12	858·301		—0 54 38	

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit			*M*	
17ʰ 12ᵐ	858"301	+1"114	— 0°54'38"	—15'51"
13	859·415	+1·133	— 1 10 29	—15 49
14	860·548	+1·150	— 1 26 18	—15 46
15	861·698	+1·169	— 1 42 4	—15 44
16	862·867	+1·186	— 1 57 48	—15 41
17	864·053	+1·205	— 2 13 29	—15 39
18	865·258	+1·223	— 2 29 8	—15 36
19	866·481	+1·240	— 2 44 44	—15 34
20	867·721	+1·258	— 3 0 18	—15 31
21	868·979	+1·275	— 3 15 49	—15 28
22	870·254	+1·293	— 3 31 17	—15 25
23	871·547	+1·311	3 46 42	—15 23
24	872·858	+1·327	— 4 2 5	—15 20
25	874·185	+1·345	— 4 17 25	—15 17
26	875·530	+1·362	— 4 32 42	—15 14
27	876·892	+1·380	— 4 47 56	—15 11
28	878·272	+1·397	— 5 3 7	—15 8
29	879·669	+1·413	— 5 18 15	—15 6
30	881·082	+1·430	— 5 33 21	—15 3
31	882·512	+1·447	— 5 48 24	—15 0
32	883·959	+1·464	— 6 3 24	—14 57
33	885·423	+1·480	— 6 18 21	—14 54
34	886·903	+1·497	— 6 33 15	—14 50
35	888·400	+1·513	— 6 48 5	—14 48
36	889·913	+1·530	— 7 2 53	—14 45
37	891·443	+1·546	— 7 17 38	—14 42
38	892·989	+1·562	— 7 32 20	—14 39
39	894·551	+1·579	— 7 46 59	—14 35
40	896·130	+1·595	— 8 1 34	—14 32
41	897·725	+1·610	— 8 16 6	—14 30
42	899·335	+1·626	— 8 30 36	—14 26
43	900·961	+1·642	— 8 45 2	—14 23
44	902·603	+1·658	— 8 59 25	—14 20
45	904·261	+1·673	— 9 13 45	—14 16
46	905·934	+1·689	— 9 28 1	—14 14
47	907·623	+1·705	— 9 42 15	—14 10
48	909·328	+1·720	— 9 56 25	—14 7
49	911·048	+1·735	—10 10 32	—14 4
50	912·783	+1·750	—10 24 36	—14 1
51	914·533	+1·766	—10 38 37	—13 58
52	916·299		—10 52 35	

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit			M	
17h 52m	916"299		−10°52'35"	
53	918·079	+1"780	−11 6 30	−13'55"
54	919·874	+1·795	−11 20 21	−13 51
55	921·684	+1·810	−11 34 9	−13 48
56	923·509	+1·825	−11 47 53	−13 44
57	925·348	+1·839	−12 1 35	−13 42
58	927·202	+1·854	−12 15 13	−13 38
17 59	929·071	+1·869	−12 28 48	−13 35
18 0	930·954	+1·883	−12 42 19	−13 31
1	932·852	+1·898	−12 55 48	−13 29
2	934·764	+1·912	−13 9 13	−13 25
3	936·690	+1·926	−13 22 35	−13 22
4	938·630	+1·940	−13 35 53	−13 18
5	940·584	+1·954	−13 49 8	−13 15
6	942·552	+1·968	−14 2 20	−13 12
7	944·533	+1·981	−14 15 29	−13 9
8	946·528	+1·995	−14 28 34	−13 5
9	948·537	+2·009	−14 41 36	−13 2
10	950·559	+2·022	−14 54 35	−12 59
11	952·595	+2·036	−15 7 30	−12 55
12	954·644	+2·049	−15 20 22	−12 52
13	956·706	+2·062	−15 33 11	−12 49
14	958·782	+2·076	−15 45 56	−12 45
15	960·871	+2·089	−15 58 38	−12 42
16	962·973	+2·102	−16 11 16	−12 38
17	965·088	+2·115	−16 23 52	−12 36
18	967·216	+2·128	−16 36 24	−12 32
19	969·356	+2·140	−16 48 53	−12 29
20	971·509	+2·153	−17 1 18	−12 25
21	973·675	+2·166	−17 13 40	−12 22
22	975·853	+2·178	−17 25 59	−12 19
23	978·043	+2·190	−17 38 14	−12 15
24	980·246	+2·203	−17 50 26	−12 12
25	982·461	+2·215	−18 2 35	−12 9
26	984·688	+2·227	−18 14 41	−12 6
27	986·927	+2·239	−18 26 44	−12 3
28	989·179	+2·252	−18 38 43	−11 59
29	991·442	+2·263	−18 50 39	−11 56
30	993·717	+2·275	−19 2 32	−11 53
31	996·004	+2·287	−19 14 21	−11 49
32	998·303	+2·299	−19 26 7	−11 46

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	m		M	
18h 32m	998″303	+2″310	−19°26′ 7″	−11′43″
33	1000·613	+2·322	−19 37 50	−11 40
34	1002·935	+2·333	−19 49 30	−11 36
35	1005·268	+2·345	−20 1 6	−11 33
36	1007·613	+2·356	−20 12 39	−11 30
37	1009·969	+2·367	−20 24 9	−11 26
38	1012·336	+2·378	−20 35 35	−11 24
39	1014·714	+2·389	−20 46 59	−11 20
40	1017·103		−20 58 19	

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		$\log B$		Q	
13h 52m	+3513·7	−1·4	3·54384	+223	274°49′48″	+23′51″
53	+3512·3	−1·5	3·54607	+222	275 13 39	+23 51
54	+3510·8	−1·7	3·54829	+223	275 37 30	+23 50
55	+3509·1	−1·8	3·55052	+222	276 1 20	+23 49
56	+3507·3	−1·9	3·55274	+222	276 25 9	+23 49
57	+3505·4	−2·1	3·55496	+222	276 48 58	+23 48
58	+3503·3	−2·2	3·55718	+221	277 12 46	+23 48
13 59	+3501·1	−2·4	3·55939	+221	277 36 34	+23 47
14 0	+3498·7	−2·5	3·56160	+221	278 0 21	+23 47
1	+3496·2	−2·6	3·56381	+220	278 24 8	+23 47
2	+3493·6	−2·8	3·56601	+220	278 47 55	+23 46
3	+3490·8	−2·9	3·56821	+220	279 11 41	+23 45
4	+3487·9	−3·0	3·57041	+219	279 35 26	+23 45
5	+3484·9	−3·2	3·57260	+219	279 59 11	+23 44
6	+3481·7	−3·4	3·57479	+219	280 22 55	+23 43
7	+3478·3	−3·5	3·57698	+218	280 46 38	+23 43
8	+3474·8	−3·7	3·57916	+218	281 10 21	+23 42
9	+3471·1	−3·8	3·58134	+217	281 34 3	+23 42
10	+3467·3	−4·0	3·58351	+217	281 57 45	+23 41
11	+3463·3	−4·1	3·58568	+217	282 21 26	+23 41
12	+3459·2	−4·3	3·58785	+216	282 45 7	+23 40
13	+3454·9	−4·5	3·59001	+216	283 8 47	+23 39
14	+3450·4	−4·6	3·59217	+215	283 32 26	+23 39
15	+3445·8	−4·8	3·59432	+215	283 56 5	+23 38
16	+3441·0		3·59647		284 19 43	

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		log B		Q	
14h 16m	+3441·0		3·59647		284°19'43"	
17	+3436·0	—5·0	3·59861	+214	284 43 21	+23'38"
18	+3430·8	—5·2	3·60075	+214	285 6 58	+23 37
19	+3425·5	—5·3	3·60288	+213	285 30 35	+23 37
20	+3420·0	—5·5	3·60501	+213	285 54 12	+23 37
21	+3414·3	—5·7	3·60713	+212	286 17 48	+23 36
22	+3408·5	—5·8	3·60925	+212	286 41 23	+23 35
23	+3402·5	—6·0	3·61136	+211	287 4 58	+23 35
24	+3396·3	—6·2	3·61347	+211	287 28 32	+23 34
25	+3389·9	—6·4	3·61557	+210	287 52 5	+23 33
26	+3383·4	—6·5	3·61766	+209	288 15 38	+23 33
27	+3376·6	—6·8	3·61975	+209	288 39 10	+23 32
28	+3369·7	—6·9	3·62183	+208	289 2 41	+23 31
29	+3362·6	—7·1	3·62390	+207	289 26 11	+23 30
30	+3355·3	—7·3	3·62597	+207	289 49 41	+23 30
31	+3347·8	—7·5	3·62803	+206	290 13 10	+23 29
32	+3340·2	—7·6	3·63008	+205	290 36 39	+23 29
33	+3332·3	—7·9	3·63213	+205	291 0 7	+23 28
34	+3324·2	—8·1	3·63417	+204	291 23 34	+23 27
35	+3315·9	—8·3	3·63620	+203	291 47 1	+23 27
36	+3307·5	—8·4	3·63822	+202	292 10 27	+23 26
37	+3298·9	—8·6	3·64023	+201	292 33 52	+23 25
38	+3290·0	—8·9	3·64224	+201	292 57 17	+23 25
39	+3280·9	—9·1	3·64423	+199	293 20 41	+23 24
40	+3271·6	—9·3	3·64622	+199	293 44 4	+23 23
41	+3262·1	—9·5	3·64820	+198	294 7 26	+23 22
42	+3252·4	—9·7	3·65017	+197	294 30 47	+23 21
43	+3242·5	—9·9	3·65213	+196	294 54 8	+23 21
44	+3232·4	—10·1	3·65408	+195	295 17 28	+23 20
45	+3222·1	—10·3	3·65602	+194	295 40 47	+23 19
46	+3211·6	—10·5	3·65795	+193	296 4 6	+23 19
47	+3200·9	—10·7	3·65987	+192	296 27 24	+23 18
48	+3189·9	—11·0	3·66179	+192	296 50 41	+23 17
49	+3178·8	—11·1	3·66369	+190	297 13 57	+23 16
50	+3167·4	—11·4	3·66559	+190	297 37 13	+23 16
51	+3155·8	—11·6	3·66748	+189	298 0 28	+23 15
52	+3144·0	—11·8	3·66935	+187	298 23 42	+23 14
53	+3132·0	—12·0	3·67121	+186	298 46 55	+23 13
54	+3119·8	—12·2	3·67306	+185	299 10 8	+23 13
55	+3107·4	—12·4	3·67490	+184	299 33 20	+23 12
56	+3094·7	—12·7	3·67673	+183	299 56 31	+23 11

Tafel II.

M. Paris. Zt.	*A*		log *B*		*Q*	
14ʰ 56ᵐ	+3094·7		3·67673		299°56'31"	
57	+3081·8	−12 9	3·67855	+182	300 19 41	+23'10"
58	+3068·7	−13·1	3·68035	+180	300 42 51	+23 10
14 59	+3055·4	−13·3	3·68215	+180	301 6 0	+23 9
15 0	+3041·8	−13·6	3·68393	+178	301 29 8	+23 8
1	+3028·0	−13·8	3·68570	+177	301 52 15	+23 7
2	+3014·0	−14·0	3·68745	+175	302 15 22	+23 7
3	+2999·8	−14·2	3·68920	+175	302 38 27	+23 5
4	+2985·3	−14·5	3·69093	+173	303 1 32	+23 5
5	+2970·6	−14·7	3·69265	+172	303 24 36	+23 4
6	+2955·7	−14·9	3·69436	+171	303 47 39	+23 3
7	+2940·6	−15·1	3·69605	+169	304 10 41	+23 2
8	+2925·3	−15·3	3·69773	+168	304 33 43	+23 2
9	+2909·7	−15·6	3·69940	+167	304 56 44	+23 1
10	+2893·9	−15·8	3·70105	+165	305 19 44	+23 0
11	+2877·9	−16·0	3·70269	+164	305 42 43	+22 59
12	+2861·7	−16·2	3·70432	+163	306 5 41	+22 58
13	+2845·3	−16·4	3·70593	+161	306 28 38	+22 57
14	+2828·6	−16·7	3·70753	+160	306 51 35	+22 57
15	+2811·7	−16·9	3·70912	+159	307 14 31	+22 56
16	+2794·6	−17·1	3·71069	+157	307 37 26	+22 55
17	+2777·3	−17·3	3·71225	+156	308 0 20	+22 54
18	+2759·7	−17·6	3·71379	+154	308 23 14	+22 54
19	+2742·0	−17·7	3·71532	+153	308 46 6	+22 52
20	+2724·0	−18·0	3·71683	+151	309 8 58	+22 52
21	+2705·8	−18·2	3·71833	+150	309 31 49	+22 51
22	+2687·4	−18·4	3·71981	+148	309 54 39	+22 50
23	+2668·8	−18·6	3·72128	+147	310 17 28	+22 49
24	+2649·9	−18·9	3·72273	+145	310 40 17	+22 49
25	+2630·9	−19·0	3·72417	+144	311 3 4	+22 47
26	+2611·6	−19·3	3·72559	+142	311 25 51	+22 47
27	+2592·1	−19·5	3·72699	+140	311 48 37	+22 46
28	+2572·4	−19·7	3·72838	+139	312 11 22	+22 45
29	+2552·5	−19·9	3·72975	+137	312 34 6	+22 44
30	+2532·3	−20·2	3·73110	+135	312 56 49	+22 43
31	+2511·9	−20·4	3·73243	+133	313 19 31	+22 42
32	+2491·4	−20·5	3·73375	+132	313 42 13	+22 42
33	+2470·6	−20·8	3·73505	+130	314 4 53	+22 40
34	+2449·7	−20·9	3·73633	+128	314 27 33	+22 40
35	+2428·5	−21·2	3·73760	+127	314 50 12	+22 39
36	+2407·2	−21·3	3·73885	+125	315 12 50	+22 38

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		$\log B$		Q	
$15^h 36^m$	+2407·2		3·73885		315°12'50"	
37	+2385·6	—21·6	3·74008	+123	315 35 27	+22'38"
38	+2363·9	—21·7	3·74130	+122	315 58 3	+22 37
39	+2342·0	—21·9	3·74250	+120	316 20 38	+22 36
40	+2319·9	—22·1	3·74368	+118	316 43 12	+22 35
41	+2297·6	—22·3	3·74484	+116	317 5 45	+22 34
42	+2275·2	—22·4	3·74599	+115	317 28 18	+22 33
43	+2252·5	—22·7	3·74712	+113	317 50 49	+22 31
44	+2229·7	—22·8	3·74823	+111	318 13 20	+22 31
45	+2206·7	—23·0	3·74932	+109	318 35 50	+22 30
46	+2183·5	—23·2	3·75039	+107	318 58 19	+22 29
47	+2160·1	—23·4	3·75144	+105	319 20 47	+22 28
48	+2136·6	—23·5	3·75248	+104	319 43 14	+22 27
49	+2112·9	—23·7	3·75350	+102	320 5 40	+22 26
50	+2089·0	—23·9	3·75449	+ 99	320 28 6	+22 26
51	+2065·0	—24·0	3·75547	+ 98	320 50 30	+22 24
52	+2040·8	—24·2	3·75643	+ 96	321 12 54	+22 24
53	+2016·4	—24·4	3·75737	+ 94	321 35 16	+22 22
54	+1991·9	—24·5	3·75829	+ 92	321 57 38	+22 22
55	+1967·3	—24·6	3·75919	+ 90	322 19 58	+22 20
56	+1942·5	—24·8	3·76007	+ 88	322 42 18	+22 20
57	+1917·6	—24·9	3·76093	+ 86	323 4 37	+22 19
58	+1892·5	—25·1	3·76177	+ 84	323 26 55	+22 18
15 59	+1867·3	—25·2	3·76260	+ 83	323 49 12	+22 17
16 0	+1841·9	—25·4	3·76341	+ 81	324 11 28	+22 16
1	+1816·4	—25·5	3·76420	+ 79	324 33 43	+22 15
2	+1790·8	—25·6	3·76496	+ 76	324 55 58	+22 15
3	+1765·1	—25·7	3·76570	+ 74	325 18 11	+22 13
4	+1739·2	—25·9	3·76643	+ 73	325 40 24	+22 13
5	+1713·2	—26·0	3·76713	+ 70	326 2 36	+22 12
6	+1687·1	—26·1	3·76782	+ 69	326 24 47	+22 11
7	+1660·9	—26·2	3·76849	+ 67	326 46 57	+22 10
8	+1634·6	—26·3	3·76914	+ 65	327 9 6	+22 9
9	+1608·2	—26·4	3·76977	+ 63	327 31 14	+22 8
10	+1581·7	—26·5	3·77037	+ 60	327 53 21	+22 7
11	+1555·1	—26·6	3·77095	+ 58	328 15 27	+22 6
12	+1528·5	—26·6	3·77152	+ 57	328 37 32	+22 5
13	+1501·7	—26·8	3·77206	+ 54	328 59 36	+22 4
14	+1474·9	—26·8	3·77259	+ 53	329 21 40	+22 4
15	+1448·0	—26·9	3·77309	+ 50	329 43 42	+22 2
16	+1421·0	—27·0	3·77358	+ 49	330 5 44	+22 2

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		log B		Q	
16ʰ 16ᵐ	+1421·0	—27·1	3·77358	+46	330° 5' 44"	+22' 0"
17	+1393·9	—27·1	3·77404	+45	330 27 44	+22 0
18	+1366·8	—27·2	3·77449	+42	330 49 44	+21 59
19	+1339·6	—27·3	3·77491	+41	331 11 43	+21 58
20	+1312·3		3·77532		331 33 41	
21	+1285·0	—27·3	3·77570	+38	331 55 38	+21 57
22	+1257·6	—27·4	3·77606	+36	332 17 34	+21 56
23	+1230·2	—27·4	3·77640	+34	332 39 29	+21 55
24	+1202·8	—27·4	3·77673	+33	333 1 23	+21 54
25	+1175·3	—27·5	3·77703	+30	333 23 16	+21 53
26	+1147·8	—27·5	3·77732	+29	333 45 8	+21 52
27	+1120·3	—27·5	3·77758	+26	334 6 59	+21 51
28	+1092·7	—27·6	3·77783	+25	334 28 50	+21 51
29	+1065·1	—27·6	3·77805	+22	334 50 39	+21 49
30	+1037·5	—27·6	3·77826	+21	335 12 28	+21 49
31	+1009·9	—27·6	3·77844	+18	335 34 16	+21 48
32	+ 982·2	—27·7	3·77860	+16	335 56 3	+21 47
33	+ 954·5	—27·7	3·77874	+14	336 17 48	+21 45
34	+ 926·9	—27·6	3·77886	+12	336 39 33	+21 45
35	+ 899·3	—27·6	3·77896	+10	337 1 17	+21 44
36	+ 871·7	—27·6	3·77904	+ 8	337 23 0	+21 43
37	+ 844·1	—27·6	3·77910	+ 6	337 44 42	+21 42
38	+ 816·5	—27·6	3·77914	+ 4	338 6 23	+21 41
39	+ 788·9	—27·6	3·77916	+ 2	338 28 3	+21 40
40	+ 761·4	—27·5	3·77917	+ 1	338 49 43	+21 40
41	+ 733·9	—27·5	3·77915	— 2	339 11 21	+21 38
42	+ 706·4	—27·5	3·77912	— 3	339 32 59	+21 38
43	+ 678·9	—27·5	3·77906	— 6	339 54 35	+21 36
44	+ 651·5	—27·4	3·77899	— 7	340 16 11	+21 36
45	+ 624·1	—27·4	3·77890	— 9	340 37 45	+21 34
46	+ 596·8	—27·3	3·77879	—11	340 59 19	+21 34
47	+ 569·5	—27·3	3·77866	—13	341 20 52	+21 33
48	+ 542·3	—27·2	3·77851	—15	341 42 24	+21 32
49	+ 515·1	—27·2	3·77834	—17	342 3 55	+21 31
50	+ 488·0	—27·1	3·77815	—19	342 25 25	+21 30
51	+ 461·0	—27·0	3·77794	—21	342 46 54	+21 29
52	+ 434·0	—27·0	3·77772	—22	343 8 22	+21 28
53	+ 407·1	—26·9	3·77747	—25	343 29 49	+21 27
54	+ 380·3	—26·8	3·77721	—26	343 51 16	+21 27
55	+ 353·6	—26·7	3·77692	—29	344 12 41	+21 25
56	+ 326·9	—26·7	3·77662	—30	344 34 6	+21 25

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		$\log B$		Q	
$16^h 56^m$	+326·9	—26·6	3·77662	—32	344°34′ 6″	+21′24″
57	+300·3	—26·5	3·77630	—34	344 55 30	+21 23
58	+273·8	—26·4	3·77596	—36	345 16 53	+21 22
59	+247·4	—26·3	3·77560	—37	345 38 15	+21 21
17 0	+221·1		3·77523		345 59 36	
1	+194·9	—26·2	3·77483	—40	346 20 56	+21 20
2	+168·8	—26·1	3·77442	—41	346 42 16	+21 20
3	+142·8	—26·0	3·77399	—43	347 3 34	+21 18
4	+116·9	—25·9	3·77355	—44	347 24 52	+21 18
5	+ 91·1	—25·8	3·77309	—46	347 46 8	+21 16
6	+ 65·5	—25·6	3·77261	—48	348 7 24	+21 16
7	+ 39·9	—25·6	3·77212	—49	348 28 38	+21 14
8	+ 14·5	—25·4	3·77161	—51	348 49 52	+21 14
9	— 10·8	—25·3	3·77108	—53	349 11 4	+21 12
10	— 36·0	—25·2	3·77054	—54	349 32 16	+21 12
11	— 61·0	—25·0	3·76998	—56	349 53 27	+21 11
12	— 85·9	—24·9	3·76941	—57	350 14 37	+21 10
13	—110·7	—24·8	3·76881	—60	350 35 46	+21 9
14	—135·3	—24·6	3·76820	—61	350 56 54	+21 8
15	—159·8	—24·5	3·76757	—63	351 18 1	+21 7
16	—184·2	—24·4	3·76693	—64	351 39 7	+21 6
17	—208·4	—24·2	3·76627	—66	352 0 12	+21 5
18	—232·5	—24·1	3·76560	—67	352 21 17	+21 5
19	—256·5	—24·0	3·76491	—69	352 42 20	+21 3
20	—280·3	—23·8	3·76420	—71	353 3 23	+21 3
21	—304·0	—23·7	3·76348	—72	353 24 25	+21 2
22	—327·5	—23·5	3·76274	—74	353 45 26	+21 1
23	—350·8	—23·3	3·76199	—75	354 6 26	+21 0
24	—374·0	—23·2	3·76123	—76	354 27 25	+20 59
25	—397·0	—23·0	3·76045	—78	354 48 23	+20 58
26	—419·9	—22·9	3·75965	—80	355 9 21	+20 58
27	—442·6	—22·7	3·75884	—81	355 30 18	+20 57
28	—465·2	—22·6	3·75802	—82	355 51 14	+20 56
29	—487·6	—22·4	3·75718	—84	356 12 9	+20 55
30	—509·8	—22·2	3·75633	—85	356 33 3	+20 54
31	—531·9	—22·1	3·75547	—86	356 53 56	+20 53
32	—553·8	—21·9	3·75459	—88	357 14 48	+20 52
33	—575·5	—21·7	3·75370	—89	357 35 39	+20 51
34	—597·1	—21·6	3·75279	—91	357 56 30	+20 51
35	—618·5	—21·4	3·75187	—92	358 17 19	+20 49
36	—639·7	—21·2	3·75094	—93	358 38 8	+20 49

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		$\log B$		Q	
17ʰ 36ᵐ	— 639·7	—21·0	3·75094	— 94	358°38′ 8″	+20′48″
37	— 660·7	—20·9	3·75000	— 96	358 58 56	+20 47
38	— 681·6	—20·7	3·74904	— 97	359 19 43	+20 46
39	— 702·3	—20·6	3·74807	— 99	359 40 29	+20 45
40	— 722·9	—20·4	3·74708	— 99	0 1 14	+20 44
41	— 743·3	—20·2	3·74609	—101	0 21 58	+20 44
42	— 763·5	—20·0	3·74508	—102	0 42 42	+20 43
43	— 783·5	—19·8	3·74406	—104	1 3 25	+20 42
44	— 803·3	—19·6	3·74302	—105	1 24 7	+20 41
45	— 822·9	—19·5	3·74197	—105	1 44 48	+20 40
46	— 842·4	—19·3	3·74092	—106	2 5 28	+20 39
47	— 861·7	—19·1	3·73986	—108	2 26 7	+20 38
48	— 880·8	—18·9	3·73878	—109	2 46 45	+20 37
49	— 899·7	—18·8	3·73769	—110	3 7 22	+20 37
50	— 918·5	—18·5	3·73659	—111	3 27 59	+20 35
51	— 937·0	—18·4	3·73548	—112	3 48 34	+20 35
52	— 955·4	—18·2	3·73436	—113	4 9 9	+20 34
53	— 973·6	—18·1	3·73323	—114	4 29 43	+20 34
54	— 991·7	—17·8	3·73209	—115	4 50 17	+20 32
55	—1009·5	—17·7	3·73094	—117	5 10 49	+20 32
56	—1027·2	—17·5	3·72977	—118	5 31 21	+20 30
57	—1044·7	17·3	3·72859	—118	5 51 51	+20 30
58	—1062·0	—17·1	3·72741	—119	6 12 21	+20 29
17 59	—1079·1	—17·0	3·72622	—120	6 32 50	+20 29
18 0	—1096·1	—16·8	3·72502	—121	6 53 19	+20 27
1	—1112·9	—16·6	3·72381	—122	7 13 46	+20 27
2	—1129·5	—16·4	3·72259	—123	7 34 13	+20 25
3	—1145·9	—16·2	3·72136	—124	7 54 38	+20 25
4	—1162·1	—16·0	3·72012	—125	8 15 3	+20 24
5	—1178·1	—15·9	3·71887	—125	8 35 27	+20 23
6	—1194·0	—15·7	3·71762	—127	8 55 50	+20 22
7	—1209·7	—15·6	3·71635	—127	9 16 12	+20 22
8	—1225·3	—15·3	3·71508	—128	9 36 34	+20 21
9	—1240·6	—15·2	3·71380	—129	9 56 55	+20 20
10	—1255·8	—15·0	3·71251	—130	10 17 15	+20 19
11	—1270·8	—14·9	3·71121	—131	10 37 34	+20 18
12	—1285·7	—14·6	3·70990	—132	10 57 52	+20 17
13	—1300·3	—14·5	3·70858	—132	11 18 9	+20 17
14	—1314·8	—14·3	3·70726	—133	11 38 26	+20 15
15	—1329·1	—14·2	3·70593	—133	11 58 41	+20 15
16	—1343·3		3·70460		12 18 56	

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		log B		Q	
18ʰ 16ᵐ	—1343·3	—13·9	3·70460	—134	12°18'56"	+20'14"
17	—1357·2	13·8	3·70326	—135	12 39 10	+20 13
18	—1371·0	—13·6	3·70191	—136	12 59 23	+20 12
19	—1384·6	—13·5	3·70055	—136	13 19 35	+20 12
20	—1398·1	—13·3	3·69919	—137	13 39 47	+20 11
21	—1411·4	—13·1	3·69782	—138	13 59 58	+20 10
22	—1424·5	—12·9	3·69644	—138	14 20 8	+20 9
23	—1437·4	—12·8	3·69506	—139	14 40 17	+20 9
24	—1450·2	—12·6	3·69367	—140	15 0 26	+20 8
25	—1462·8	—12·4	3·69227	—140	15 20 34	+20 7
26	—1475·2	—12·3	3·69087	—141	15 40 41	+20 6
27	—1487·5	—12·1	3·68946	—141	16 0 47	+20 5
28	—1499·6	—12·0	3·68805	—142	16 20 52	+20 5
29	—1511·6	—11·8	3·68663	—143	16 40 57	+20 4
30	—1523·4	—11·7	3·68520	—143	17 1 1	+20 3
31	—1535·1	—11·4	3·68377	—144	17 21 4	+20 2
32	—1546·5	—11·3	3·68233	—145	17 41 6	+20 1
33	—1557·8	—11·2	3·68088	—145	18 1 7	+20 1
34	—1569·0	—11·0	3·67943	—145	18 21 8	+20 0
35	—1580·0	—10·8	3·67798	—146	18 41 8	+19 59
36	—1590·8	—10·7	3·67652	—146	19 1 7	+19 58
37	—1601·5	—10·5	3·67506	—147	19 21 5	+19 58
38	—1612·0	—10·4	3·67359	—147	19 41 3	+19 57
39	—1622·4	—10·3	3·67212	—148	20 1 0	+19 56
40	—1632·7		3·67064		20 20 56	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log a		log b		Λ	
13ʰ 52ᵐ	1ₙ15915	+171	1·29561	—93	317°18'40"	+21'46"
53	1ₙ16086	+171	1·29468	—93	317 40 26	+21 49
54	1ₙ16257	+171	1·29375	—95	318 2 15	+21 53
55	1ₙ16428	+170	1·29280	—95	318 24 8	+21 57
56	1ₙ16598	+170	1·29185	—97	318 46 5	+22 1
57	1ₙ16768	+169	1·29088	—97	319 8 6	+22 4
58	1ₙ16937	+169	1·28991	—98	319 30 10	+22 9
13 59	1ₙ17106	+169	1·28893	—99	319 52 19	+22 12
14 0	1ₙ17275		1·28794		320 14 31	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		Λ	
14^h 0^m	1_n17275		1·28794		320°14'31"	
1	1_n17443	+168	1·28694	−100	320 36 47	+22'16"
2	1_n17611	+168	1·28593	−101	320 59 7	+22 20
3	1_n17778	+167	1·28491	−102	321 21 31	+22 24
4	1_n17945	+167	1·28387	−104	321 44 0	+22 29
5	1_n18112	+167	1·28283	−104	322 6 33	+22 33
6	1_n18278	+166	1·28177	−106	322 29 10	+22 37
7	1_n18444	+166	1·28070	−107	322 51 51	+22 41
8	1_n18609	+165	1·27963	−107	323 14 36	+22 45
9	1_n18774	+165	1·27854	−109	323 37 26	+22 50
10	1_n18938	+164	1·27745	−109	324 0 20	+22 54
11	1_n19102	+164	1·27634	−111	324 23 18	+22 58
12	1_n19266	+164	1·27522	112	324 46 21	+23 3
13	1_n19429	+163	1·27409	−113	325 9 29	+23 8
14	1_n19592	+163	1·27295	−114	325 32 41	+23 12
15	1_n19754	+162	1·27180	−115	325 55 58	+23 17
16	1_n19916	+162	1·27063	−117	326 19 20	+23 22
17	1_n20077	+161	1·26945	−118	326 42 47	+23 27
18	1_n20238	+161	1·26826	−119	327 6 19	+23 32
19	1_n20399	+161	1·26706	−120	327 29 56	+23 37
20	1_n20559	+160	1·26585	−121	327 53 38	+23 42
21	1_n20719	+160	1·26463	−122	328 17 25	+23 47
22	1_n20878	+159	1·26339	−124	328 41 18	+23 53
23	1_n21036	+158	1·26215	−124	329 5 15	+23 57
24	1_n21194	+158	1·26089	−126	329 29 18	+24 3
25	1_n21351	+157	1·25962	−127	329 53 26	+24 8
26	1_n21508	+157	1·25833	−129	330 17 40	+24 14
27	1_n21664	+156	1·25704	−129	330 41 59	+24 19
28	1_n21820	+156	1·25573	−131	331 6 24	+24 25
29	1_n21975	+155	1·25441	−132	331 30 55	+24 31
30	1_n22130	+155	1·25307	−134	331 55 32	+24 37
31	1_n22284	+154	1·25172	−135	332 20 15	+24 43
32	1_n22437	+153	1·25036	−136	332 45 4	+24 49
33	1_n22590	+153	1·24899	−137	333 9 59	+24 55
34	1_n22742	+152	1·24760	−139	333 34 59	+25 0
35	1_n22893	+151	1·24620	−140	334 0 6	+25 7
36	1_n23044	+151	1·24478	−142	334 25 19	+25 13
37	1_n23194	+150	1·24335	−143	334 50 39	+25 20
38	1_n23344	+150	1·24191	−144	335 16 5	+25 26
39	1_n23493	+149	1·24046	−145	335 41 38	+25 33
40	1_n23642	+149	1·23899	−147	336 7 17	+25 39

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		Λ	
14h 40m	1„23642	+148	1·23899	−148	336° 7' 17"	+25' 46"
41	1„23790	+147	1·23751	−150	336 33 3	+25 53
42	1„23937	+146	1·23601	−151	336 58 56	+26 0
43	1„24083	+146	1·23450	−152	337 24 56	+26 8
44	1„24229	+145	1·23298	−154	337 51 4	+26 14
45	1„24374	+145	1·23144	−155	338 17 18	+26 22
46	1„24519	+144	1·22989	−156	338 43 40	+26 29
47	1„24663	+143	1·22833	−158	339 10 9	+26 37
48	1„24806	+142	1·22675	−159	339 36 46	+26 44
49	1„24948	+142	1·22516	−161	340 3 30	+26 52
50	1„25090	+141	1·22355	−162	340 30 22	+26 59
51	1„25231	+141	1·22193	−163	340 57 21	+27 8
52	1„25372	+139	1·22030	−165	341 24 29	+27 15
53	1„25511	+139	1·21865	−167	341 51 44	+27 24
54	1„25650	+138	1·21698	−168	342 19 8	+27 33
55	1„25788	+138	1·21530	−169	342 46 41	+27 41
56	1„25926	+136	1·21361	−171	343 14 22	+27 51
57	1„26062	+136	1·21190	−172	343 42 13	+27 59
58	1„26198	+135	1·21018	−174	344 10 12	+28 8
14 59	1„26333	+134	1·20844	−175	344 38 20	+28 16
15 0	1„26467	+133	1·20669	−177	345 6 36	+28 24
1	1„26600	+133	1·20492	−178	345 35 0	+28 33
2	1„26733	+132	1·20314	−180	346 3 33	+28 42
3	1„26865	+131	1·20134	−181	346 32 15	+28 51
4	1„26996	+130	1·19953	−183	347 1 6	+29 2
5	1„27126	+130	1·19770	−184	347 30 8	+29 12
6	1„27256	+128	1·19586	−186	347 59 20	+29 22
7	1„27384	+128	1·19400	−187	348 28 42	+29 31
8	1„27512	+127	1·19213	−189	348 58 13	+29 41
9	1„27639	+126	1·19024	−190	349 27 54	+29 52
10	1„27765	+125	1·18834	−191	349 57 46	+30 3
11	1„27890	+125	1·18643	−193	350 27 49	+30 13
12	1„28015	+123	1·18450	−194	350 58 2	+30 24
13	1„28138	+122	1·18256	−196	351 28 26	+30 35
14	1„28260	+121	1·18060	−197	351 59 1	+30 46
15	1„28381	+121	1·17863	−199	352 29 47	+30 58
16	1„28502	+120	1·17664	−200	353 0 45	+31 9
17	1„28622	+119	1·17464	−202	353 31 54	+31 20
18	1„28741	+118	1·17262	−203	354 3 14	+31 32
19	1„28859	+117	1·17059	−204	354 34 46	+31 44
20	1„28976		1·16855		355 6 30	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		Λ	
15ʰ 20ᵐ	1„28976	+116	1·16855	−205	355° 6' 30"	+31' 56"
21	1„29092	+115	1·16650	−207	355 38 26	+32 8
22	1„29207	+114	1·16443	−208	356 10 34	+32 20
23	1„29321	+114	1·16235	−210	356 42 54	+32 33
24	1„29435	+112	1·16025	−211	357 15 27	+32 46
25	1„29547	+111	1·15814	−212	357 48 13	+32 59
26	1„29658	+110	1·15602	−214	358 21 12	+33 12
27	1„29768	+110	1·15388	−215	358 54 24	+33 25
28	1„29878	+108	1·15173	−216	359 27 49	+33 39
29	1„29986	+108	1·14957	−218	0 1 28	+33 52
30	1„30094	+106	1·14739	−219	0 35 20	+34 6
31	1„30200	+106	1·14520	−220	1 9 26	+34 21
32	1„30306	+104	1·14300	−221	1 43 47	+34 35
33	1„30410	+104	1·14079	−222	2 18 22	+34 49
34	1„30514	+102	1·13857	−223	2 53 11	+35 4
35	1„30616	+101	1·13634	−225	3 28 15	+35 18
36	1„30717	+100	1·13409	−225	4 3 33	+35 33
37	1„30817	+ 99	1·13184	−227	4 39 6	+35 49
38	1„30916	+ 98	1·12957	−228	5 14 55	+36 4
39	1„31014	+ 97	1·12729	−229	5 50 59	+36 19
40	1„31111	+ 96	1·12500	−230	6 27 18	+36 35
41	1„31207	+ 95	1·12270	−230	7 3 53	+36 50
42	1„31302	+ 94	1·12040	−231	7 40 43	+37 7
43	1„31396	+ 93	1·11809	−232	8 17 50	+37 23
44	1„31489	+ 92	1·11577	−233	8 55 13	+37 39
45	1„31581	+ 91	1·11344	−234	9 32 52	+37 56
46	1„31672	+ 90	1·11110	−234	10 10 48	+38 13
47	1„31762	+ 88	1·10876	−235	10 49 1	+38 30
48	1„31850	+ 88	1·10641	−236	11 27 31	+38 47
49	1„31938	+ 86	1·10405	−236	12 6 18	+39 4
50	1„32024	+ 85	1·10169	−236	12 45 22	+39 22
51	1„32109	+ 84	1·09933	−237	13 24 44	+39 40
52	1„32193	+ 83	1·09696	−237	14 4 24	+39 58
53	1„32276	+ 82	1·09459	−238	14 44 22	+40 16
54	1„32358	+ 81	1·09221	−238	15 24 38	+40 35
55	1„32439	+ 79	1·08983	−238	16 5 13	+40 53
56	1„32518	+ 78	1·08745	−238	16 46 6	+41 11
57	1„32596	+ 78	1·08507	−238	17 27 17	+41 30
58	1„32674	+ 77	1·08269	−238	18 8 47	+41 49
15 59	1„32751	+ 75	1·08031	−238	18 50 36	+42 8
16 0	1„32826		1·07793		19 32 44	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		Λ	
16h 0m	1„32826	+74	1·07793	—238	19°32'44"	+42'27"
1	1„32900	+73	1·07555	—237	20 15 11	+42 47
2	1„32973	+72	1·07318	—237	20 57 58	+43 6
3	1„33045	+71	1·07081	—238	21 41 4	+43 25
4	1„33116	+70	1·06843	—236	22 24 29	+43 45
5	1„33186	+68	1·06607	—236	23 8 14	+44 4
6	1„33254	+67	1·06371	—235	23 52 18	+44 24
7	1„33321	+66	1·06136	—235	24 36 42	+44 45
8	1„33387	+65	1·05901	—233	25 21 27	+45 4
9	1„33452	+64	1·05668	—233	26 6 31	+45 24
10	1„33516	+63	1·05435	—232	26 51 55	+45 44
11	1„33579	+61	1·05203	—230	27 37 39	+46 5
12	1„33640	+61	1·04973	—229	28 23 44	+46 24
13	1„33701	+59	1·04744	—228	29 10 8	+46 45
14	1„33760	+58	1·04516	—226	29 56 53	+47 5
15	1„33818	+57	1·04290	—225	30 43 58	+47 25
16	1„33875	+56	1·04065	—223	31 31 23	+47 46
17	1„33931	+54	1·03842	—222	32 19 9	+48 5
18	1„33985	+53	1·03620	—220	33 7 14	+48 25
19	1„34038	+53	1·03400	—218	33 55 39	+48 45
20	1„34091	+52	1·03182	—216	34 44 24	+49 5
21	1„34143	+50	1·02966	—213	35 33 29	+49 24
22	1„34193	+49	1·02753	—211	36 22 53	+49 44
23	1„34242	+47	1·02542	—209	37 12 37	+50 4
24	1„34289	+47	1·02333	—206	38 2 41	+50 23
25	1„34336	+46	1·02127	—203	38 53 4	+50 43
26	1„34382	+45	1·01924	—200	39 43 47	+51 2
27	1„34427	+43	1·01724	—198	40 34 49	+51 20
28	1„34470	+42	1·01526	—195	41 26 9	+51 39
29	1„34512	+41	1·01331	—191	42 17 48	+51 57
30	1„34553	+40	1·01140	—188	43 9 45	+52 15
31	1„34593	+39	1·00952	—185	44 2 0	+52 32
32	1„34632	+38	1·00767	—181	44 54 32	+52 49
33	1„34670	+36	1·00586	—178	45 47 21	+53 6
34	1„34706	+36	1·00408	—174	46 40 27	+53 22
35	1„34742	+34	1·00234	—171	47 33 49	+53 38
36	1„34776	+33	1·00063	—166	48 27 27	+53 54
37	1„34809	+32	0·99897	—162	49 21 21	+54 9
38	1„34841	+31	0·99735	—158	50 15 30	+54 23
39	1„34872	+30	0·99577	—153	51 9 53	+54 38
40	1„34902		0·99424		52 4 31	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		Λ	
$16^h 40^m$	1„34902	+29	0·99424	—149	52° 4′31″	+54′52″
41	1„34931	+28	0·99275	—145	52 59 23	+55 5
42	1„34959	+27	0·99130	—140	53 54 28	+55 18
43	1„34986	+25	0·98990	—135	54 49 46	+55 31
44	1„35011		0·98855		55 45 17	
45	1„35036	+25	0·98724	—131	56 40 59	+55 42
46	1„35059	+23	0·98598	—126	57 36 52	+55 53
47	1„35081	+22	0·98477	—121	58 32 55	+56 3
48	1„35102	+21	0·98361	—116	59 29 9	+56 14
49	1„35122	+20	0·98250	—111	60 25 31	+56 22
50	1„35141	+19	0·98145	—105	61 22 2	+56 31
51	1„35159	+18	0·98045	—100	62 18 40	+56 38
52	1„35176	+17	0·97950	— 95	63 15 25	+56 45
53	1„35192	+16	0·97860	— 90	64 12 16	+56 51
54	1„35207	+15	0·97776	— 84	65 9 13	+56 57
55	1„35221	+14	0·97697	— 79	66 6 15	+57 2
56	1„35234	+13	0·97624	— 73	67 3 21	+57 6
57	1„35246	+12	0·97556	— 68	68 0 30	+57 9
58	1„35257	+11	0·97494	— 62	68 57 43	+57 13
16 59	1„35267	+10	0·97437	— 57	69 54 57	+57 14
17 0	1„35276	+ 9	0·97386	— 51	70 52 12	+57 15
1	1„35284	+ 8	0·97340	— 46	71 49 28	+57 16
2	1„35291	+ 7	0·97300	— 40	72 46 43	+57 15
3	1„35297	+ 6	0·97265	— 35	73 43 57	+57 14
4	1„35302	+ 5	0·97236	— 29	74 41 9	+57 12
5	1„35306	+ 4	0·97213	— 23	75 38 18	+57 9
6	1„35309	+ 3	0·97195	— 18	76 35 24	+57 6
7	1„35311	+ 2	0·97183	— 12	77 32 26	+57 2
8	1„35312	+ 1	0·97177	— 6	78 29 23	+56 57
9	1„35312	0	0·97176	— 1	79 26 14	+56 51
10	1„35311	— 1	0·97180	+ 4	80 22 59	+56 45
11	1„35309	— 2	0·97190	+ 10	81 19 36	+56 37
12	1„35307	— 2	0·97205	+ 15	82 16 6	+56 30
13	1„35303	— 4	0·97225	+ 20	83 12 27	+56 21
14	1„35299	— 4	0·97251	+ 26	84 8 39	+56 12
15	1„35293	— 6	0·97282	+ 31	85 4 42	+56 3
16	1„35287	— 6	0·97318	+ 36	86 0 35	+55 53
17	1„35280	— 7	0·97359	+ 41	86 56 16	+55 41
18	1„35272	— 8	0·97405	+ 46	87 51 45	+55 29
19	1„35263	— 9	0·97456	+ 51	88 47 2	+55 17
20	1„35253	—10	0·97512	+ 56	89 42 7	+55 5

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		Λ	
17ʰ 20ᵐ	1„35253	—11	0·97512	+ 61	89°42' 7"	+54'51"
21	1„35242	—11	0·97573	+ 65	90 36 58	+54 37
22	1„35231	—12	0·97638	+ 70	91 31 35	+54 23
23	1„35219	—13	0·97708	+ 74	92 25 58	+54 9
24	1„35206	—14	0·97782	+ 78	93 20 7	+53 53
25	1„35192	—14	0·97860	+ 83	94 14 0	+53 37
26	1„35178	—16	0·97943	+ 87	95 7 37	+53 22
27	1„35162	—16	0·98030	+ 91	96 0 59	+53 5
28	1„35146	—17	0·98121	+ 95	96 54 4	+52 48
29	1„35129	—18	0·98216	+ 98	97 46 52	+52 32
30	1„35111	—19	0·98314	+102	98 39 24	+52 14
31	1„35092	—19	0·98416	+106	99 31 38	+51 57
32	1„35073	—20	0·98522	+109	100 23 35	+51 37
33	1„35053	—21	0·98631	+113	101 15 12	+51 19
34	1„35032	—22	0·98744	+116	102 6 31	+50 59
35	1„35010	—22	0·98860	+119	102 57 30	+50 41
36	1„34988	—23	0·98979	+122	103 48 11	+50 22
37	1„34965	—24	0·99101	+125	104 38 33	+50 4
38	1„34941	—25	0·99226	+128	105 28 37	+49 44
39	1„34916	—25	0·99354	+131	106 18 21	+49 24
40	1„34891	—26	0·99485	+134	107 7 45	+49 4
41	1„34865	—27	0·99619	+136	107 56 49	+48 43
42	1„34838	—28	0·99755	+138	108 45 32	+48 24
43	1„34810	—28	0·99893	+141	109 33 56	+48 4
44	1„34782	—29	1·00034	+143	110 22 0	+47 44
45	1„34753	—29	1·00177	+145	111 9 44	+47 24
46	1„34724	—30	1·00322	+147	111 57 8	+47 4
47	1„34694	—31	1·00469	+150	112 44 12	+46 43
48	1„34663	—32	1·00619	+151	113 30 55	+46 23
49	1„34631	—32	1·00770	+153	114 17 18	+46 4
50	1„34599	—33	1·00923	+154	115 3 22	+45 43
51	1„34566	—33	1·01077	+156	115 49 5	+45 24
52	1„34533	—34	1·01233	+157	116 34 29	+45 3
53	1„34499	—34	1·01390	+159	117 19 32	+44 44
54	1„34465	—35	1·01549	+159	118 4 16	+44 24
55	1„34430	—36	1·01708	+161	118 48 40	+44 4
56	1„34394	—36	1·01869	+162	119 32 44	+43 44
57	1„34358	—37	1·02031	+163	120 16 28	+43 25
58	1„34321	—37	1·02194	+164	120 59 53	+43 5
17 59	1„34284	—38	1·02358	+165	121 42 58	+42 45
18 0	1„34246		1·02523		122 25 43	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log a		log b		Λ	
18h 0m	1„34246	—38	1·02523	+166	122°25'43"	+42'26"
1	1„34208	—39	1·02689	+166	123 8 9	+42 6
2	1„34169	—40	1·02855	+168	123 50 15	+41 48
3	1„34129	—40	1·03023	+168	124 32 3	+41 29
4	1„34089	—41	1·03191	+168	125 13 32	+41 10
5	1„34048	—41	1·03359	+169	125 54 42	+40 52
6	1„34007	—41	1·03528	+169	126 35 34	+40 34
7	1„33966	—42	1·03697	+170	127 16 8	+40 15
8	1„33924	—43	1·03867	+170	127 56 23	+39 57
9	1„33881	—43	1·04037	+170	128 36 20	+39 39
10	1„33838	—43	1·04207	+170	129 15 59	+39 21
11	1„33795	—44	1·04377	+170	129 55 20	+39 4
12	1„33751	—44	1·04547	+170	130 34 24	+38 47
13	1„33707	—45	1·04717	+171	131 13 11	+38 29
14	1„33662	—45	1·04888	+170	131 51 40	+38 12
15	1„33617	—46	1·05058	+171	132 29 52	+37 56
16	1„33571	—46	1·05229	+171	133 7 48	+37 38
17	1„33525	—46	1·05400	+170	133 45 26	+37 22
18	1„33479	—47	1·05570	+170	134 22 48	+37 6
19	1„33432	—47	1·05740	+170	134 59 54	+36 49
20	1„33385	—48	1·05910	+170	135 36 43	+36 33
21	1„33337	—48	1·06080	+169	136 13 16	+36 18
22	1„33289	—48	1·06249	+169	136 49 34	+36 3
23	1„33241	—49	1·06418	+169	137 25 37	+35 47
24	1„33192	—49	1·06587	+168	138 1 24	+35 32
25	1„33143	—50	1·06755	+168	138 36 56	+35 17
26	1„33093	—50	1·06923	+167	139 12 13	+35 3
27	1„33043	—51	1·07090	+167	139 47 16	+34 48
28	1„32992	—51	1·07257	+166	140 22 4	+34 34
29	1„32941	—51	1·07423	+166	140 56 38	+34 19
30	1„32890	—51	1·07589	+165	141 30 57	+34 5
31	1„32839	—52	1·07754	+164	142 5 2	+33 52
32	1„32787	—52	1·07918	+164	142 38 54	+33 38
33	1„32735	—53	1·08082	+163	143 12 32	+33 24
34	1„32682	—53	1·08245	+163	143 45 56	+33 12
35	1„32629	—53	1·08408	+162	144 19 8	+32 58
36	1„32576	—53	1·08570	+161	144 52 6	+32 46
37	1„32523	—54	1·08731	+161	145 24 52	+32 33
38	1„32469	—54	1·08892	+160	145 57 25	+32 21
39	1„32415	—54	1·09052	+159	146 29 46	+32 9
40	1„32361		1·09211		147 1 55	

Für die Reduction der Heliometermessungen wird aber die Kenntniß der scheinbaren Halbmesser der Sonne und Venus wünschenswerth sein, die, wenigstens der erstere, nicht identisch mit dem geocentrischen angenommen werden dürfen; die folgende Betrachtung wird leicht die nöthigen Formeln finden lassen. Ist H der Halbmesser der Sonne in derselben Einheit, mit welcher die geocentrische Entfernung (E) der Sonne gemessen wird, sind h und e die analogen Größen für die Venus, so hat man zur Berechnung der Halbmesser die Formeln:

$$\sin R = \frac{H}{E}, \quad \sin r = \frac{h}{e}$$

wo dann R und r die geocentrischen scheinbaren Halbmesser der Sonne und Venus sind; die Änderung von R und r mit der Änderung der Distanz wird aber mit ausreichender Genauigkeit gefunden durch

$$dR = -\frac{H}{E^2}\,dE = -\frac{R}{E}\,dE, \quad dr = -\frac{h}{e^2}\,de = -\frac{r}{e}\,de$$

Für dE und de findet sich aber mit Rücksicht auf die ersten Potenzen der Parallaxe sofort, wenn mit Π die mittlere Horizontal-Äquatoreal-Parallaxe der Sonne, mit φ' die geocentrische Polhöhe und mit ρ die Entfernung des Beobachtungsortes vom Erdcentrum in Einheiten des Äquatorhalbmessers und schließlich mit θ die Ortssternzeit bezeichnet wird nach den bekannten Formeln

$$dE = -\Pi\,\{\cos D \cos(A-\theta)\,\rho\cos\varphi' + \sin D\,.\,\rho\sin\varphi'\}$$
$$de = -\Pi\,\{\cos\delta \cos(\alpha-\theta)\,\rho\cos\varphi' + \sin\delta\,.\,\rho\sin\varphi'\}$$

Bezeichnet man wie oben die momentan stattfindende Äquatorealhorizontalparallaxe der Sonne mit p, der Venus mit π und führt sofort statt der geocentrischen Polhöhe die excentrische ein, so wird zunächst

$$p = \frac{\Pi}{E} \text{ und } \pi = \frac{\Pi}{e}$$

und daher

$$dR = Rp\sin 1''\,\{\sin D(1-e)\sin\varphi_1 + \cos D\cos(A-\theta)\cos\varphi_1\}$$
$$dr = r\pi\sin 1''\,\{\sin\delta(1-e)\sin\varphi_1 + \cos\delta\cos(\alpha-\theta)\cos\varphi_1\}.$$

wobei die zu berechnenden Coefficienten für den ganzen Venusdurchgang constant angenommen werden können und die stets positiven Correctionen von R und r in Einheiten der Bogensecunde erhalten werden. Man findet so, wenn man die logarithmischen Coefficienten in eckige Klammern einschließt, für den vorliegenden Venusdurchgang die folgenden numerischen Werthe

$$dR = [8_n 215] \sin\varphi_1 + [8\cdot 597] \cos\varphi_1 \cos(255^\circ 8 - \theta)$$
$$dr = [7_n 28] \sin\varphi_1 + [7\cdot 67] \cos\varphi_1 \cos(255^\circ 9 - \theta)$$

Die Correctionen, die aus dr entstehen wird man ohne merklichen Fehler völlig übergehen können, indem der daraus entstehende Fehler im Maximum kaum 0"005 überschreiten kann, und wenn derselbe eintritt, die Stellung der Sonne für eine Bestimmung der Parallaxe höchst ungünstig wird (im Zenith).

Für die Beurtheilung der zu erlangenden Beobachtungen ist auch die Kenntniß der beiläufigen Zenithdistanz des Venuscentrums wünschenswerth, man findet diese Zenithdistanz (z) leicht nach

$$\cos z = [9_n 585] \sin\varphi + [9\cdot 965] \cos\varphi \cos(255^\circ 9 - \theta)$$

Es sollen nun diejenigen Punkte aufgesucht werden, welche sich ganz besonders für die Anstellung der Heliometerbeobachtungen eignen und hierbei wird es aber ganz wesentlich sein zu entscheiden, ob man die Messungen nach der von mir vorgeschlagenen Methode vornehmen will oder sich auf Distanzmessungen allein beschränken will; ich werde zuerst die erstere Methode als in Anwendung kommend betrachten. Es ist für die erfolgreiche Anwendung dieser Methode nur nöthig, daß die Sonnenhöhe gering ist; man wird zweckmäßig demnach eine Reihe von Orten auswählen für die Heliometerbeobachtungen, bei denen die Sonne zur Zeit der größten Phase (etwa 16^h 16^m mittl. Paris Zeit) nahe dem Horizonte steht, und ich werde die Orte aufsuchen, welche in diesem Momente das Venuscentrum 20° über dem Horizonte stehend sehen und hierbei die Erde als kugelförmig betrachten; alle Orte die in der Nähe der diese Orte verbindenden Curve (Kreis) stehen, sind günstig zur Bestimmung und je zwei Orte, die an den entgegengesetzten Seiten dieses Kreises stehen, sind, in Verbindung gebracht, besonders günstig für die Auswerthung der Sonnenparallaxe. Es wird allerdings je nach der Breite und dem Abstande vom Meridian die Sonne rascher oder langsamer die Höhen um diese Zeit ändern und je langsamer diese Höhenänderung ist, um so günstiger ist dies für die Beobachtung, da mehr Zeit vorhanden ist zur Erlangung der geeigneten Messungen. Es werden daher im Allgemeinen die höheren Breiten gleichsam im Vortheil sein, doch wird dieser Vortheil theilweise dadurch compensirt, daß man in niederen Breiten in der Regel die Beobachtungen viel näher dem Horizonte ausführen kann, als in höheren Breiten.

Ich werde nun die Methode angeben, nach der ich die weiter unten folgenden Curvenpunkte ermittelt habe. Die Sonne steht zur Zeit der Beobachtung im Zenithe eines Ortes, dessen Länge 114°2 Ost von Paris, dessen Breite aber — 22°6 ist. Bezeichnet man nun mit φ und l die zu suchende Polhöhe und Länge der Orte, die 70° von diesem Orte gezählt im größten Kreise entfernt sind und führt man den willkürlichen Winkel A ein, so wird man die folgenden Gleichungen haben, in denen die in eckigen Klammern stehenden Coefficienten logarithmisch angesetzt sind

$$\begin{aligned}\cos\varphi\sin(l-114^\circ 2) &= [9\cdot 973]\sin A\\ \cos\varphi\cos(l-114^\circ 2) &= +0\cdot 316+[9\cdot 558]\cos A\\ \sin\varphi &= -0\cdot 131+[9\cdot 938]\cos A.\end{aligned}$$

Indem ich nun die Peripherie von 0 Grad ausgehend in zwölf Theile theilte und dem entsprechend für A die Werthe von 0° angefangen von 30° zu 30° vorschreitend in die oben angesetzten Formeln substituirte, erhielt ich die folgenden Curvenpunkte

A	l	φ
0°	114°	+47°
30	77	+38
60	56	+18
90	43	— 7
120	34	—34
150	24	—62
180	294	—87
210	204	—62
240	195	—34
270	186	— 7
300	173	+18
330	151	+38.

Ich habe nun diese Punkte, um die geeigneten Orte leicht auswählen zu können, auf ein Planiglob eingetragen und die einzelnen

Punkte durch einen Kreis verbunden, welche Karte ich aber dieser Abhandlung nicht beigegeben habe, da sich Jeder leicht eine solche Zeichnung entwerfen kann. Verfolgt man den Curvenzug, so sieht man sofort ein, welchen großen Vortheil man durch die von mir vorgeschlagene Messungsmethode erlangt, indem man an den verschiedensten Orten der Erde mit Vortheil Beobachtungen anstellen kann, also von den localen Witterungsverhältnissen viel unabhängiger wird; ich werde später zeigen, daß für die Distanzmessungen allein die Verhältnisse wenig günstig sind und jedenfalls die Auswahl der Orte sehr beschränken.

Die Orte, die ich für Heliometermessungen nach der obigen Vorschrift vorschlagen möchte, sind:

1. Prinz Edwards-Inseln (südöstlich vom Cap).
2. Mayotta (französische Besitzung auf den Comoren).
3. Aden.
4. Maskat.
5. Eine Station im Altaigebirge.
6. Hokadadi oder das bessere Wetter versprechende Yokahama.
7. Gaspar Rico ($\varphi = + 16°37'$, $l = 167°20'$ Ost von Paris).
8. Samoa, östlich von den Viti-Inseln.
9. Nimrod-Inseln ($\varphi = - 56°30'$ $l = 199°10'$ Ost von Paris), oder falls diese Inselgruppe nicht vorhanden ist, die Inseln südöstlich von Neuseeland.

Die Erreichung der drei letzteren Stationen wird große Opfer von Seite der Regierungen, als auch von Seite der Beobachter verlangen, doch halte ich dieselben für sehr wichtig und mindestens sind Nr. 7 und Nr. 9 schwer zu entbehren; außerdem hat Nr. 9 einen hohen Werth bei der Beobachtung der Contactmomente, wie dies später gezeigt werden soll; für 8 könnte vielleicht Tahiti oder Neu-Caledonien theilweise Ersatz liefern. Zu Nr. 9 wäre zu bemerken, daß die Lage dieser Inseln und die Kenntniß über dieselben sehr unvollkommen sind, und es wünschenswerth wäre durch eine Vorexpedition die Verhältnisse dieser Inseln zu studieren, wie dies von österreichischer Seite für die Mac Donald's Inseln durch Neumayer im kommenden Jahre geschehen soll.

Viel ungünstiger gestalten sich die Verhältnisse, wenn man sich auf die Messungen der Distanz allein beschränkt, da nur eine Auswahl in diesem Falle für die nördliche Hemisphäre möglich wird, während für die Südhalbkugel, die das nöthige Gegengewicht abgeben muß, eine Auswahl geeigneter Orte fast unthunlich erscheint. Sucht man nämlich mit Hilfe der in Tafel III enthaltenen Werthe von a, b und Λ diejenigen Orte auf welche ein Maximum der parallaktischen Wirkung in der Distanz zeigen, so wird man diese finden, wenn man berechnet

$$l = 360 - \Lambda, \ \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{a}{b}$$

und

$$l = 180 - \Lambda, \ \operatorname{tg} \varphi_1 = -\frac{a}{b}$$

Die so bestimmten Orte haben die Erscheinung im Horizonte, sind daher für die Beobachtung nicht geeignet und man wird mit jeder Curve nach Innen rücken müssen, um entsprechende Sonnenhöhen zu erlangen; ich habe nun nach der obigen Vorschrift für 30^m zu 30^m Zeitintervall die Punkte der größten Günstigkeit berechnet und finde so

Mittl. Pariser Zeit		Nordcurve		Südcurve	
14^h	0^m	$l = 220°$	$\varphi = +37°$	$l = 40°$	$\varphi = -37°$
14	30	208	+43	28	−43
15	0	195	+49	15	−49
15	30	179	+55	359	−55
16	0	160	+61	340	−61
16	30	147	+65	317	−65
17	0	109	+67	289	−67
17	30	81	+67	261	−67
18	0	58	+64	238	−64
18	30	38	+62	218	−62

Wie man sieht ist die Südcurve sehr ungünstig gelegen und besonders in der für Heliometermessungen so wichtigen Zeit der größten Phase; die Orte, die allenfalls besetzt werden könnten (Prinz Edwards Inseln) sind ohnedieß in den früher angegebenen Stationen enthalten. Ich bin daher geneigt anzunehmen, daß die heliometrische Distanzmessung allein für den nächsten Venusdurchgang keine völlige Garantie für die Lösung der gestellten Aufgabe gewährt, indem leicht durch locale ungünstige Witterungsverhältnisse wichtige Gruppen von Beobachtungsorten verloren gehen können und ich kann daher nur dringend empfehlen, die Positionswinkel ebenfalls in die zu messenden Werthe mit aufzunehmen; in der That sind die Verhältnisse für die Messungen der Positionswinkel sehr günstig; bestimmt man nämlich wieder die Curven die ein Maximum der parallaktischen Wirkung im Positionswinkel zeigen, so findet man aus der obigen Tafel II, indem man bestimmt

$$l = \begin{Bmatrix} 360° \\ 180° \end{Bmatrix} - Q \text{ und } \operatorname{tg} \varphi_1 = \pm \frac{A}{B}$$

die folgenden Curvenpunkte

Mittl. Pariser Zeit		Westcurve		Ostcurve	
14^h	0^m	$l = 82°$	$\varphi = +44°$	$l = 262°$	$\varphi = -44°$
14	30	70	+38	250	−38
15	0	59	+32	239	−32
15	30	47	+25	227	−25
16	0	36	+18	216	−18
16	30	25	+10	205	−10
17	0	14	+ 3	194	− 3
17	30	3	− 5	183	+ 5
18	0	353	−12	173	+12
18	30	343	−17	163	+17

Beide Curven gehen durch relativ leicht erreichbare Gegenden und ich bin aus dem Zuge derselben geneigt zu schließen, daß das oben angegebene Messungsverfahren für den nächsten Venusdurchgang den besten Erfolg verspricht und wenn eine Vermehrung der oben angegebenen Heliometerstationen gewünscht werden sollte, eine Vermehrung hauptsächlich in dem Sinne der beiden letzteren Curven als wünschenswerth bezeichnet werden müßte.

V.

Photographische Aufnahme. In Bezug auf die Auswahl der Orte für die photographischen Stationen gilt nahezu Alles was für die Heliometermessungen beigebracht wurde, nur wird, wie dieß schon oben hervorgehoben wurde, die Orientirung der Bilder eine große Schwierigkeit haben, da in der That im Positionswinkel eine große Genauigkeit erforderlich ist. Wollte man nur Orte wählen, wo die Parallaxe ausschließlich in der Distanz wirkt, so würde die Kenntniß des Positionswinkels nicht mehr erforderlich sein; die Aufnahme dieser Bilder würde dadurch ganz wesentlich erleichtert werden, und in der That gestalten sich die Verhältnisse für die photographische Aufnahme nicht so ungünstig wie für die Heliometermessungen, da man keineswegs auf die Zeit der größten Phase beschränkt zu sein braucht, indem die photographischen Bilder in sehr kurzer Zeit erhalten werden können, während die heliometrische Messung einen relativ langen Zeitraum beansprucht und dieß halte ich für einen der wesentlichsten Vortheile, den die photographische Aufnahme bietet. In Folge dessen ist die oben im Abschnitte IV berechnete Nord und Südcurve für die photographische Aufnahme nicht in dem Maaße ungünstig als dieselbe es ist für das Heliometer. Ich glaube daß man nur von den photographischen Aufnahmen sich Erfolg versprechen kann, wenn man ausschließlich auf Distanzmessungen zurückgeht.

Die Orte nun, die sich nach den obigen Curven für den Anfang und das Ende derselben ergeben, fallen mit den Orten zusammen an denen die Beobachtung der Contactmomente den größten Erfolg verspricht und es werden daher die photographischen Stationen leicht mit den Stationen, die für die Contactmomente die geeignetsten sind, verbunden werden können; für diese letzteren empfehlen sich aber:

1. Mac Donald, Kerguelen, Crozet und Edwards-Inseln.
2. Die Zone zwischen dem Schwarzen Meere und dem Baikal-See.
3. Die Gruppe der Sandwich-Inseln.
4. Nimrod-Gruppe und die südöstlich von Neuseeland liegende Inseln (Macquarie J.).

Außerdem lassen sich aber auch andere Stationen angeben; die Stationen in der Nähe der Südpoles sind deßhalb zu Heliometermessungen nicht geeignet, weil dieselben einen längeren Aufenthalt und ausgedehntere Vorbereitungen bedürfen, die wenigstens in dem Maaße für die photographischen Stationen nicht erforderlich sind. Ich meine deßhalb, daß man mit Vortheil eine photographische Expedition in jene antarktischen Gegenden absenden kann, um so mehr, wenn man bei der Auswahl derselben bedacht sein wird, sich von der genauen Kenntniß der geographischen Lage besonders der Länge möglichst unabhängig zu machen, indem die Bestimmung der Länge wieder einen längeren Aufenthalt in jenen Regionen verlangen würde, was wohl nicht leicht gefordert werden kann. Man wird aber von der Länge (absoluten Zeit) so gut wie unabhängig sein, wenn die photographische Aufnahme zur Zeit der größten Phase angestellt wird (ich setze hiebei voraus, daß nur die parallaktische Wirkung in der Distanz in Betracht gezogen wird); für diese Zeit ($16^h\ 16^m$) finden sich die Coefficienten von dq, welches hier identisch mit dm angenommen werden kann, ohne bei einer solchen Überschlagsrechnung allzuviel zu fehlen nach der Tafel III.

$$dm = [1_n339] \sin\varphi_1 + [1\cdot041] \cos\varphi_1 \cos(31^\circ5 + l)$$

Die theoretisch günstigsten Punkte sind daher

$$l = 328^\circ5 \qquad\qquad l = 148^\circ5$$
$$\varphi = -63^\circ8 \qquad\qquad \varphi = +63^\circ8$$

welche Orte jedoch ohne praktische Bedeutung sind, weil sich das Phänomen im Horizonte zeigt; es sollen nun diejenigen Punkte gesucht werden, welche nächst diesen Punkten sich als günstig erweisen und es ist klar, daß sich für die Orte gleicher Günstigkeit eine Curve wird angeben lassen (nahezu ein Kreis); in jeder dieser Curven wird aber ein Punkt sich vorfinden, welcher das Phänomen in der größten Höhe sieht und dieser Punkt wird daher in der gegebenen Curve für die Beobachtung im Allgemeinen der geeignetste sein. Um nun diese Curven angeben zu können, werde ich an die Lösung des vorgelegten Problems schreiten, dasselbe aber ausführlicher, als es gerade in diesem Abschnitte nöthig wäre, behandeln, da von dieser Lösung im folgenden VI. Abschnitte wieder Gebrauch gemacht werden wird.

Es wird im Allgemeinen genügend sein, die Orte aufzusuchen, die ein gleiches dq zeigen, da in der That der Unterschied gegen dm kein sehr merkbarer ist und für so allgemeine Untersuchungen über die Günstigkeitsverhältnisse diese Annahme sich als hinreichend richtig erweist. Es war aber zur Bestimmung von dq im III. Abschnitte die Form gefunden worden

$$dq = a \sin\varphi_1 + b \cos\varphi_1 \cos(l + \Lambda)$$

welche Gleichung wohl auch in der Weise gelöst werden könnte, daß man, wenn über den Werth von dq gewisse Annahmen gemacht werden, bestimmte Annahmen über l oder φ_1 macht und dann zu diesem die entsprechenden Werthe von φ_1 oder l sucht, ein Verfahren aber welches nicht ganz einfach und oft ziemlich unsicher ist. Zweckmäßiger kann man in der folgenden Weise verfahren. Sei der Werth den dq annehmen soll durch c bestimmt, so wird man der Gleichung zu genügen haben

$$c = a \sin \varphi_1 + b \cos \varphi_1 \cos (l + \Lambda)$$

Sei nun der Maximalwerth den dq annehmen kann durch μ bestimmt (μ wird hierbei in der Folge positiv vorausgesetzt werden), so bestimmt sich μ nach

$$\mu^2 = a^2 + b^2$$

und es liegt in der Natur der Sache, daß $c \lesseqgtr \pm \mu$ sein muß; man kann deßhalb setzen

$$\cos \zeta = \frac{c}{\mu}$$

und erhält so die Gleichung

$$\cos \zeta = \frac{a}{\mu} \sin \varphi_1 + \frac{b}{\mu} \cos \varphi_1 \cos (l + \Lambda) \quad (1)$$

wobei nothwendig $\frac{a}{\mu}$ und $\frac{b}{\mu}$ kleiner als die Einheit sein müssen; man wird also setzen dürfen

$$\left.\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \frac{a}{\mu} \cos \zeta + \frac{b}{\mu} \sin \zeta \cos F \\ \cos \varphi_1 \cos (l + \Lambda) &= \frac{b}{\mu} \cos \zeta - \frac{a}{\mu} \sin \zeta \cos F \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

wobei F ein ganz willkürlicher Winkel sein wird, denn setzt man aus (2) die Werthe in (1) ein, so erhält man die Identität $\cos \zeta = \cos \zeta$. Man hat so die beiden abhängig Variablen φ_1 und l durch die eine willkürlich Variable F ersetzt. Um aber stets l und φ_1 mit Sicherheit bestimmen zu können, bedarf man der Relation $\cos \varphi_1 \sin (l + \Lambda)$, die man leicht aus den Gleichungen (2) ableiten kann. Quadrirt man beide und addirt dieselben, so ist zunächst

$$1 - \cos \varphi_1{}^2 \sin (l + \Lambda)^2 = \frac{\cos \zeta^2}{\mu^2} (a^2 + b^2) + \frac{\sin \zeta^2 \cos F^2}{\mu^2} (a^2 + b^2)$$

Bedenkt man, daß aber ist

$$\frac{a^2+b^2}{\mu^2} = 1$$

so wird man leicht finden

$$\cos\varphi_1 \sin(l+\Lambda) = \sin\zeta \sin F \quad (3).$$

Um also alle Orte aufzufinden, die ein gleiches dq zeigen, muß eine Bestimmung über die angenommene Größe von dq getroffen sein, dann bestimmt man sich ζ nach

$$\cos\zeta = \frac{dq}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{dq}{\mu}$$

oder, was vielleicht den Vorzug verdient, indem man sofort eine bestimmte Annahme über ζ macht, aus $\mu \cos\zeta = dq$ sich den Werth von dq berechnet.

Dann finden sich mit Hilfe der gegebenen Coefficienten a, b und Λ die zusammengehörigen Werthe von φ_1 und l durch

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi_1 \sin(l+\Lambda) &= (\sin\zeta) \sin F \\ \cos\varphi_1 \cos(l+\Lambda) &= \left(\frac{b}{\mu}\cos\zeta\right) - \left(\frac{a}{\mu}\sin\zeta\right)\cos F \\ \sin\varphi_1 &= \left(\frac{a}{\mu}\cos\zeta\right) + \left(\frac{b}{\mu}\sin\zeta\right)\cos F \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wobei die in eine runde Klammer gesetzten Coefficienten für eine bestimmte Curve constant sind und F ein völlig willkürlicher Winkel ist und für gleichmäßig auf der Peripherie vertheilte Intervalle berechnet werden kann; doch wird man auch auf Orte hingeführt werden, die das Phänomen unter dem Horizonte wahrnehmen würden; es muß daher eine Bestimmung der Grenzen von F vorgenommen werden, innerhalb deren jedwede Annahme über F nur auf Orte hinführt, für die sich das Phänomen über dem Horizonte darstellt; diese Grenzwerthe aber mit der größten Genauigkeit zu bestimmen, scheint deßhalb nicht nöthig, da ohnedies diese Endpunkte für die Beobachtung praktisch unbrauchbar sind. Man kann nun genäherte Grenzwerthe durch eine einfach geometrische Betrachtung erlangen, wenn man auf die Bedeutung des Winkels F zurückgeht; ich will aber diese

Bestimmung der Grenzen mit Hilfe der Gleichungen (4) analytisch finden. Es soll als Grenzwerth für F der Punkt gelten, für den das Sonnencentrum (mit Außerachtlassung der Parallaxe) im Horizonte steht. Es wird aber sein für alle Orte, die dieses Centrum über dem Horizonte sehen mit Beibehaltung der in den vorausgehenden Abschnitten gebrauchten Bezeichnung indem man von der bekannten Gleichung für $\sin h$ ausgeht:

$$o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(T + l)$$

wo $T = L - A$ gesetzt ist. Schreibt man aber

$$T + l = l + \Lambda + T - \Lambda$$

und bedenkt, daß ist

$$T - \Lambda = -(A + \lambda)$$

so wird sofort erhalten

$$\left.\begin{aligned} o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(l + \Lambda) \cos(A + \lambda) + \\ + \cos\varphi \cos D \sin(l + \Lambda) \sin(A + l) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Es war aber früher gesetzt worden, wenn man die kleinen Größen übergeht, die das Product der Parallaxe in $\sin m$ und in die Abplattung der Erde veranlaßt,

$$\begin{aligned} \gamma \cos\beta \sin(\lambda + A) &= (\pi - p) \sin M \\ \gamma \cos\beta \cos(\lambda + A) &= (\pi - p) \cos M \sin D \\ \gamma \sin\beta &= -(\pi - p) \cos M \cos D \end{aligned}$$

aus welchen Gleichungen man leicht ableitet, daß ist

$$\gamma = (\pi - p)$$

und man erhält so

$$\begin{aligned} \cos\beta \sin(\lambda + A) &= \sin M \\ \cos\beta \cos(\lambda + A) &= \cos M \sin D \\ \sin\beta &= - \cos M \cos D \end{aligned}$$

Außerdem wird man in den Gleichungen (4) nun schreiben dürfen

$$\frac{b}{\mu} = \cos\beta, \quad \frac{a}{\mu} = \sin\beta$$

und erhält, wenn man die excentrische Polhöhe identisch mit der scheinbaren (Erde kugelförmig) annimmt durch Substitution der Werthe in (5) zunächst

$$o < \begin{cases} \cos\zeta\{\cos D\cos(A+\lambda)\cos\beta + \sin D\sin\beta\} + \\ + \cos F\sin\zeta\{\sin D\cos\beta - \cos D\cos(A+\lambda)\sin\beta\} + \\ + \sin F\sin\zeta\cos D\sin(A+\lambda) \end{cases} \qquad (6)$$

Der mit $\cos\zeta$ multiplicirte Coefficient ist aber mit Rücksicht auf die obigen näherungsweise richtigen Relationen der Null gleich; da $\sin\zeta$ eine positive Größe sein muß, weil stets $\zeta < 180^\circ$ angenommen ist, so wird man sofort schreiben dürfen, wenn man die Coefficienten von $\cos F$ und $\sin F$ einer einfachen Transformation unterzieht, nachdem man rechts und links vom Ungleichheitszeichen mit der ebenfalls stets positiven Größe $\frac{\cos\beta}{\cos D}$ multiplicirt hat, statt der Gleichung (6)

$$o < \operatorname{tg} D\cos F + \sin M\sin F \qquad (7)$$

welche Relation die Grenzbestimmung von F enthält; um diese auf eine einfache Regel zurückzuführen setze man

$$\operatorname{tg} D = s\sin S$$
$$\sin M = s\cos S$$

und bestimmt S so, daß s positiv erhalten wird, so wird man auch schreiben dürfen statt der Gleichung (7)

$$o < \sin(F+S)$$

es ist also F eingeschlossen innerhalb der Grenzen $F = -S$ und $F = 180 - S$. Faßt man die vorstehenden Entwicklungen zusammen, so wird sich das folgende Verfahren zur Bestimmung der Grenzen von F empfehlen; bestimmt man Φ nach

$$\operatorname{tg}\Phi = \frac{\sin M}{\operatorname{tg} D} \qquad (8)$$

wobei der Quadrant in dem Φ gewählt werden muß, dadurch bestimmt erscheint, daß $\sin\Phi$ das Zeichen von $\sin M$ oder auch $\cos\Phi$ das Zeichen von $\operatorname{tg} D$ erhält, so sind die Grenzen, innerhalb deren es gestattet F zu nehmen, bestimmt durch

$$\Phi \pm 90^\circ \qquad (9).$$

Um schließlich die Höhe des Sonnencentrums zu berechnen, kehre ich zur Ungleichung (6) zurück, nachdem links vom Ungleichheitszeichen der Werth $\sin h$ gesetzt wurde, um die Gleichheit herzustellen und der Factor, mit dem $\cos\zeta$ multiplicirt erscheint, der Null gleich gesetzt wurde. Es fand sich dann

$$\sin h = \sin\zeta \left\{ \frac{\sin D}{\cos\beta} \cos F + \sin M \frac{\cos D}{\cos\beta} \sin F \right\} \quad (10)$$

Setzt man nun

$$\psi \sin\Phi = \cos D \sin M \sec\beta$$
$$\psi \cos\Phi = \sin D \sec\beta$$

so sieht man sofort, daß dieses Φ mit dem nach (8) bestimmten identisch ist; weiter findet sich

$$\psi^2 = (\cos D^2 \sin M^2 + \sin D^2) \sec^2\beta$$

nun ist aber nach den obigen Näherungsrelationen

$$\cos\beta^2 = \sin M^2 + \cos M^2 \sin D^2$$

woraus man leicht erschließt, daß ist

$$\psi = 1$$

und man erhält demnach statt der Gleichung (10) die Relation

$$\sin h = \sin\zeta \cos(F - \Phi) \quad (11)$$

welche die Höhe des Sonnencentrums auf einfache Weise finden läßt; für $F - \Phi = 0$ wird die Sonnenhöhe ein Maximum für die gegebene Curve.

Ich habe nun einige Curven berechnet, welche die Orte gleicher parallaktischer Wirkung zur Zeit der größten Phase verbinden und finde so, daß sich für die südliche Halbkugel ganz besonders Enderby- und Kempland empfiehlt, während von der nördlichen Hemisphäre wieder sich Hokadadi oder Yokahama als besonders günstig empfiehlt. Es wären also den obigen 4 Gruppen von Orten, die sich für die photographische Aufnahme besonders eignen, noch hinzuzufügen:

5. Die nördlichen japanesischen Inseln.
6. Enderby- und Kempland.

Schließlich muß ich hier noch erwähnen, daß mir die Benützung der Collodiumschichte für die Genauigkeit der Bilder gefährlich erscheint, trotz der gegentheiligen Versicherung von Warren de la Rue. Gelänge es, die Bilder unmittelbar auf Metallplatten zu fixiren, so würde mir dieß als ein Fortschritt der Photographie für diesen Zweck erscheinen, da Abzüge gar nicht gemacht zu werden brauchen.

VI.

Beobachtung der Rectascensionsdifferenzen. Die Beobachtung der Rectascensionsdifferenzen des Sonnen- und Venuscentrum kann mit großer Genauigkeit erlangt werden, besonders bei Benützung chronographischer Apparate [1]), und ich möchte daher den Vorschlag machen, daß auch derartige Messungsreihen in den Beobachtungsplan aufgenommen werden; um so mehr, da die Construction des hiezu erforderlichen Apparates mit großer Genauigkeit hergestellt werden kann, ohne daß dadurch allzugroße Kosten verursacht werden. Es können schon vorhandene Instrumente leicht für diesen Zweck adaptirt werden, welchen Umstand ich als besonders vortheilhaft deßhalb halte, weil sich dadurch die Aussicht eröffnet, daß eine größere Anzahl von Beobachtern sich an der Erhaltung so wichtiger Beobachtungen betheiligen kann. Ich möchte hier gleich hervorheben, daß die einer Glas- oder Glimmerplatte eingeritzten Striche zu Beobachtungen der Antritte vor der Anwendung der Spinnefäden mir den Vorzug zu verdienen scheinen; doch will ich hier nicht länger bei der Ausrüstung des Apparates verweilen, sondern sofort, der Idee dieses Aufsatzes entsprechend, nur auf die zur Beobachtung geeigneten Orte hinweisen.

Die Parallaxendifferenz in der Rectascension zwischen Venus- und Sonnencentrum, welche Differenz ich mit $d\Omega$ bezeichnen will,

---

[1]) Allerdings ist diese Beobachtungsmethode unverhältnißmäßig weniger genau als die Heliometermessungen wie dieß die Untersuchung von Auwers über die Parallaxe des Sternes 34 Groombridge dargethan haben; doch werden hier die Umstände wesentlich günstiger, hauptsächlich deßhalb, daß die nachtheilige Einwirkung der Sonnenwärme auf die Meßapparate bei der hier in Vorschlag gebrachten Methode voraussichtlich weniger wirksam ist.

findet sich, reducirt auf den größten Kreis, mit ausreichender Genauigkeit nach

$$d\Omega = (\alpha' - \alpha)\cos\delta - (A' - A)\cos D \quad (1)$$

Hiebei hat man aber zu beachten, daß $(\alpha' - \alpha)$ und $(A' - A)$ nicht gleichzeitig stattfindende parallaktische Änderungen sind, sondern da das Instrument während der Beobachtung unverrückt stehen geblieben ist, sich der Zeit nach (Sternzeit) um die Größe $(\alpha - A)$ von einander unterscheiden. Ist θ die Ortssternzeit, in welcher die Antritte des Sonnencentrums beobachtet wurden, so wird die Sternzeitpassage des Venuscentrums mit genügender Genauigkeit gefunden, wenn man zu dieser Sternzeit die zu dieser Zeit stattfindende Rectascensionsdifferenz $(\alpha - A)$ hinzulegt.

Es ist aber dann

$$\left.\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= \pi \sin(\alpha - [\theta + \alpha - A]) \sec\delta \cos\varphi_1 = \pi \sin(A - \theta) \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \sec\delta\cos\varphi_1 \\ A' - A &= p \sin(A - \theta) \sec D \cos\varphi_1 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

oder die Werthe aus (2) in (1) eingesetzt, ergeben

$$d\Omega = -(\pi - p)\sin(\theta - A)\cos\varphi_1 \quad (3)$$

Setzt man wieder

$$\theta = L + l \text{ und weiter } 90^\circ + (L - A) = W,$$

so wird

$$d\Omega = (\pi - p)\cos\varphi_1 \cos(W + l) \quad (4)$$

aus welcher Relation man sofort die Bemerkung ableitet, daß alle Orte der Tropenzone, welche im Verlaufe des Venusdurchganges die Sonne bei niedrigem Stande sehen, zur Beobachtung nach dieser Methode in hohem Grade geeignet sind. Um aber die Orte gleicher Günstigkeit mit größerer Sicherheit zu bestimmen, wird man bemerken, daß alle Orte den gleichen Werth für $d\Omega$ ergeben werden, für welche das Product $\cos\varphi_1 \cos(W + l)$ ein Constantes ist; um nun diese Orte zusammenzufinden, kann man von der im V. Abschnitte vorgetragenen Methode Gebrauch machen, die sich aber dadurch noch wesentlich vereinfacht, daß der Coefficient von $\sin\varphi_1$ in dem vorliegenden Falle der Null gleich ist. Setzt man das Verhältniß der geforderten Größe von $d\Omega$ zur Maximalgröße $(\pi - p)$ durch $\cos\zeta$ fest, so wird sein

$$\left.\begin{aligned}\cos\varphi_1 \sin(W+l) &= \sin\zeta \sin F\\ \cos\varphi_1 \cos(W+l) &= \cos\zeta\\ \sin\varphi_1 &= \sin\zeta\cos F\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

wo wieder F ein völlig willkürlicher Winkel ist, der aber auch auf Orte hinführen kann, bei denen sich das Phänomen unter dem Horizonte vollzieht; um diese Orte sofort auszuschließen, wird man blos eine geeignete Grenzbestimmung von F vorzunehmen brauchen; es wird aber sein müssen (vergl. pag. 569).

$$o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(L - A + l)$$

oder auch

$$\begin{aligned}o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(L - A - W) \cos(W+l) -\\ - \cos\varphi \cos D \sin(W+l) \sin(L - A - W)\end{aligned}$$

nun ist aber nach der vorstehenden Entwickelung $L - A - W = 90°$, und setzt man die excentrische Polhöhe gleichwerthig der scheinbaren, so findet sich sofort die Relation

$$o < \sin(D+F) \quad (6)$$

woraus sich sofort die Grenzbestimmung von F ergibt, nämlich es muß zwischen den Grenzen $-D$ und $180° - D$ liegen. Die Höhe, in der sich das Phänomen zeigt, berechnet sich aber einfach genug nach

$$\sin h = \sin\zeta \sin(D+F) \quad (7).$$

Ich werde nun die Orte aufsuchen, die zur Zeit der größten Phase, bei der $W = -24°2$ wird, eine Günstigkeit zeigen, die sich zur Maximalgünstigkeit verhält wie der cos 20° zur Einheit und ebenso die Orte, bei denen das Verhältniß wie cos 30° zur Einheit ist; setzt man im ersten Falle $\zeta = 20°$ und bedenkt, daß die Grenzen von F sind 22°8 und 202°8 und rechnet F für jeden dreißigsten Grad innerhalb dieser Grenze, ferner $\zeta = 30°$ und dann um die analogen Punkte der entgegengesetzten Wirkung zu erhalten $\zeta = 160°$ und 150°, so erhält man nach den Formeln (5) und (7) die folgenden Zahlen

	$\zeta = 20°$			$\zeta = 30°$		
F	l	φ_1	h	l	φ_1	h
22°8	32°	+18°	0°	36°	+28°	0°
52·8	40	+12	10	49	+18	14
82·8	44	+ 3	17	54	+ 4	26
112·8	43	— 8	20	52	—11	30
142·8	37	—16	17	43	—23	26
172·8	27	—20	10	28	—30	14
202·8	16	—18	0	12	—27	0

	$\zeta = 160°$			$\zeta = 150°$		
F	l	φ_1	h	l	φ_1	h
22°8	196°	+18°	0°	192°	+28°	0°
52·8	188	+12	10	179	+18	14
82·8	184	+ 3	17	174	+ 4	26
112·8	186	— 8	20	176	—11	30
142·8	191	—16	17	185	—23	26
172·8	202	—20	10	200	—30	14
202·8	212	—18	0	217	—27	0.

Es empfehlen sich daher einerseits ganz besonders die Inselgruppen der Amiranden und Seychellen, andererseits Samoa und die Vitigruppe für die Anstellung der in diesem Abschnitte vorgeschlagenen Beobachtungen.

VII.

Beobachtung der Contactmomente nach Delisle's Methode. Berührt die Venusscheibe die Sonnenscheibe, so ist im Momente der Berührung die Entfernung der Centren gleich der Summe oder Differenz der scheinbaren Halbmesser der beiden Gestirne, je nachdem eine äußere oder innere Berührung stattfindet und man macht gleichsam durch diese Beobachtung eine Distanzmessung, und die Beobachtung wird eine um so günstigere sein, je größer die parallaktische Wirkung in der Distanz ist; nur diese letztere Größe allein entscheidet und es muß als ein Irrthum bezeichnet werden, wenn man allein die Zeit der Verzögerung oder Beschleunigung der Contactmomente als Maßstab für die Sicherheit der Bestimmung annehmen möchte, indem bei den verschiedenen Venusdurchgängen diese Zeitdifferenzen sehr verschieden sein können bei gleicher Günstigkeit der Umstände und ebenso wird bei Halley's Methode der Beobachtung der Verweilungen keineswegs die Größe des Zeitunterschiedes in der Verweilung allein maßgebend sein, sondern die Summe der parallaktischen Wirkung in der Distanz beim Ein- und Austritt; für ein und denselben Venusdurchgang jedoch kann man zur Abwägung der relativen Günstigkeit wohl die Zeit der Verzögerung und Beschleunigung einerseits und anderseits die Differenz in der Verweilung als Maßstab gelten lassen, wiewohl auch diese Voraussetzung weit davon entfernt ist, streng giltig zu sein.

Ich werde in dieser Abhandlung keineswegs auf die complicirten optischen Phänomene, die die Sicherheit dieser Beobachtungsart sehr in Frage stellen, eingehen, sondern möchte blos hier erwähnen, daß ich mich in Bezug auf die Beobachtung dieser Erscheinungen ganz den Ansichten und Vorschlägen Stone's anschließen möchte.

Sollen nur Contactmomente beobachtet werden, so stellt sich die Aufgabe, diejenigen Orte auf der Erdoberfläche zu bestimmen, für welche die Umstände gleich günstig sind und für jede dieser Gruppen das Maß der Günstigkeit festzustellen. Es werden Ränderberührungen beobachtet, also gleichsam die Distanz der Centren zu einer gegebenen Zeit gemessen; hierbei wird vorausgesetzt, daß die Venus und Sonne vollkommen kugelförmige Körper sind, was nur in so weit gerechtfertigt ist, als die bisherigen Meßapparate keine verbürgte Abweichung von dieser Kugelgestalt haben erkennen lassen; es ist aber wahrscheinlich, daß dennoch Abweichungen vorhanden sind (elliptische Gestalt) die an der Grenze der Meßbarkeit stehen, die demnach die Theorie der Contactmomente theilweise in Frage stellen. Beobachtet man nur die Contactmomente, so kann man auch nur die parallaktische Wirkung in der Distanz verwerthen und die Orte, welche zur Zeit der Ränderberührungen gleiche parallaktische Änderungen in der Distanz zeigen, werden gleichwerthig sein und um so günstiger erscheinen je größer diese Änderung ist. Bezeichnet man mit R' und r' die scheinbaren Radien der Sonne und Venus und behält sonst die in den vorausgehenden Abschnitten gewählte Bezeichnungsweise bei, so wird im Momente der Ränderberührung sein müssen

$$m + dm = (R' \pm r') \quad (1)$$

wo das obere Zeichen für die äußere, das untere Zeichen für die innere Berechnung gilt; führt man nun ein

$$R' = R + dR$$
$$r' = r + dr$$

wo die Größen dR und dr bereits im IV. Abschnitte entwickelt wurden so wird man auch die Relation (1) umsetzen können in

$$(R \pm r) - m = dm - (dR' \pm dr') \quad (2)$$

Für dm wird man aber stets mit ausreichender Genauigkeit setzen dürfen, da $2m$ immer sehr nahe dem Sonnendurchmesser gleich sein muß

$$dm = dq + \frac{(dp)^2}{2m} \quad (3)$$

welche Relation sich sofort aus der Gleichung (9) des II. Abschnittes ergibt; in demselben Abschnitte ist aber die Berechnung von dq und dp gezeigt worden. Das quadratische Glied in der Gleichung (3) wird im Allgemeinen wenig Merkbares geben und sofort verschwinden, wenn die Wirkung der Parallaxe ausschließlich in der Distanz stattfindet; für die erste Annäherung könnte man allenfalls $dm = dq$ setzen, eine Voraussetzung, die dem eben Gesagten entsprechend für die Orte der größten Beschleunigung und Verzögerung völlig zutrifft. Man wird demnach die Gleichung (2) in die Form überführen können

$$(R \pm r) - m = \alpha' \sin\varphi_1 + \beta' \cos\varphi_1 \cos(E + l) + \frac{(dp)^2}{2m} \quad (4)$$

da sich für dq, dR und dr ganz ähnliche Formen gefunden haben. R und r sind mit der Zeit veränderlich, aber so wenig, daß man, von dem Zeitmomente der geocentrischen Berührung ausgehend, (keine Verzögerung oder Beschleunigung beträgt mehr als 13 Minuten bei dem bevorstehenden Venusdurchgang) diese für die Zeitdauer der Berührungsphase constant ansehen könnte, da aber die Änderung ganz ohne Mühe berücksichtigt werden kann, so werde ich auch diese ganz irrelevanten Correctionen mitnehmen.

Geht man von dem Momente der geocentrischen Berührung aus mit der Zählung der Zeit (in mittleren Zeitsekunden), so wird man ganz ohne Schwierigkeit mit Hilfe einiger specieller Werthe von m, die man aus der Tafel I leicht interpoliren kann, oder wie ich es vorgezogen habe, direct für die gegebenen Zeitmomente aus den Werthen von $m \sin M$ und $m \cos M$ ableitet, die Entwicklungsform für $(R \pm r) - m$ erhalten können in der folgenden Gestalt

$$(R \pm r) - m = \mathrm{I}\,t + \mathrm{II}\,t^2 + \mathrm{III}\,t^3 + \mathrm{IV}\,t^4 \,..$$

wobei es im Allgemeinen bei zweckmäßiger Wahl des Intervalles nicht nöthig sein wird über die Glieder dritter Ordnung hinauszugehen; dann ist die Zeit der Beschleunigung oder Verzögerung (t) bestimmt durch

$$t = \frac{\alpha'}{\mathrm{I} + \mathrm{II}\,t + \mathrm{III}\,t^2} \sin\varphi_1 + \frac{\beta'}{\mathrm{I} + \mathrm{II}\,t + \mathrm{III}\,t^2} \cos\varphi_1 \cos(E + l) + \left.\frac{dp^2}{2m(\mathrm{I} + \mathrm{II}\,t + \mathrm{III}\,t^2)}\right\} \quad (5)$$

Da die Coefficienten α', β', m, ohnedieß mit der Zeit veränderlich sind, so wird sich sofort dann die schließliche Form für t finden

$$t = \alpha \sin\varphi_1 + \beta \cos\varphi_1 \cos(E + l) + \varkappa (dp)^2 \quad (6)$$

wo $\alpha, \beta, \gamma, \varkappa$ und die in dp enthaltenen Coefficienten mit der Zeit veränderliche Größen sind, deren Entwickelung nach dem Vorausgehenden kaum einer wesentlichen Schwierigkeit unterliegt. Will man also für einen gegebenen Erdort die Zeit des Contactes bestimmen, so wird man ein indirectes, aber rasch convergirendes Verfahren einleiten können, falls, wie ich dieß voraussetze, eine Tafel vorliegt, welche die in der Gleichung (6) auftretenden Coefficienten enthält mit dem Argumente: Zeit. Man wird, wenn sonst keine Näherung bekannt ist, mit den Coefficienten, die für die Zeit der geocentrischen Berührungen gelten, einen genäherten Werth von t ermitteln, mit dessen Hilfe man sofort die verbesserten Coefficienten aus den weiter unten folgenden Tafeln entlehnen wird. Bei der ersten Annäherung wird man das Glied $\varkappa\,(dp)^2$ ganz unberücksichtigt lassen und erst bei der zweiten Annäherung desselben in Betracht ziehen; die zweite Annäherung wird gewöhnlich ein hinreichend genaues Resultat liefern, welches, falls die extremste Genauigkeit gewünscht wird, zur Bildung der dritten und letzten Annäherung verwendet werden kann; in der ersten Annäherung kann man dreistellig die Rechnung durch-führen, die zweite vierstellig und in der dritten Annäherung wird man fünfstellige Tafeln anwenden können, das Glied $\varkappa\ (dp)^2$ wird aber stets sehr klein bleiben, da dasselbe nur die Distanz um wenige Zehntheile der Bogensecunde beeinflussen kann, und die Zeit der Berührung im Maximum um etwa 10^s abändern kann; es wird für die Berechnung dieses Gliedes eine dreistellige Rechnung daher ausreichend sein.

Anders wird sich aber die Aufgabe gestalten, sobald sich die Frage zur Beantwortung darbietet, welche Orte die gleiche Verzögerung in Bezug auf den Ein- und Austritt zeigen; dann sind die Coefficienten α, β, γ und $\varkappa$ sofort gegebene Größen und es müssen die Werthe von φ, und l gesucht werden, die der geforderten Zeitdifferenz genügen; die strenge Lösung wird ebenfalls auf indirecte Weise geschehen müssen, wegen des Gliedes $(dp)^2$, doch wird man sich in diesem Falle mit einer näherungsweisen aber directen Lösung begnügen dürfen, da derartige Rechnungen wohl nur zu dem Zwecke einer allgemeinen Übersicht geführt werden, also eine strenge Lösung ganz überflüssig wird; ich werde deßhalb auf diese letztere nicht eingehen und erwähne bloß hier, daß die directe fast strenge Lösung ganz nach der im V. Abschnitte (pag. 54) vorgetragenen Methode durchgeführt werden kann.

Es wird sich nun die Aufgabe stellen, die oben angezeigten analytischen Operationen zur Erlangung der Coefficienten der Gleichung (6) durchzuführen. Es ist.

$$(R \pm r) - m = dq - dR \mp dr + \left.\frac{dp^2}{2m}\right\} \quad (7)$$

Es war aber im III. und IV. Abschnitte gefunden worden

$$\begin{aligned}
dq = {} & \cos(\theta - A)\cos\varphi_1 \{\cos M \sin D(\pi\cos m - p) + \pi\sin m\cos D\} - \\
& - \sin(\theta - A)\cos\varphi_1 \{\sin M(\pi\cos m - p)\} \\
& + (1-e)\sin\varphi_1 \{-\cos D\cos M(\pi\cos m - p) + \pi\sin m\sin D\} \\
-dR = {} & -\cos(\theta - A)\cos\varphi_1\cos D .\ Rp\sin 1'' - (1-e)\sin\varphi_1\sin D . \\
& \hfill Rp\sin 1'' \\
\mp dr = {} & \mp\cos(\theta - \alpha)\cos\varphi_1\cos\delta .\ r\pi\sin 1'' \mp (1-e)\sin\varphi_1\sin\delta . \\
& \hfill r\pi\sin 1''
\end{aligned}$$

Vereinigt man durch Addition diese Glieder und setzt dieselben nach einigen augenfälligen Transformationen in die Gleichung (7) ein, so findet sich sofort

$$\begin{aligned}(R \pm r) - m = {} & \cos(\theta - A)\cos\varphi_1 \{-\sin D \cos M(p - \pi\cos m \mp \\ & \mp r\pi\sin m \sin 1'') + \cos D\,(\pi\sin m - Rp\sin 1'' \mp r\pi\cos m\sin 1'')\} + \\ & + \sin(\theta - A)\cos\varphi_1 \{\sin M(p - \pi\cos m \mp r\pi\sin m\sin 1'')\} \\ & + (1-e)\sin\varphi_1\ \{+\cos D\cos M(p - \pi\cos m \mp r\pi\sin m\sin 1'') + \\ & + \sin D\,(\pi\sin m - Rp\sin 1'' \mp r\pi\cos m\sin 1'')\} + \frac{(dp)^2}{2m}\end{aligned}$$

Es würde aber nicht ganz zweckmäßig sein von diesen Formeln Gebrauch zu machen, da bei dem Eintreten eines Venusdurchganges m nothwendig eine kleine Größe ist und im Maximum etwa den Werth von 17′ gleich kommt; das Product dieses Werthes in die Parallaxe darf zwar noch nicht vernachlässigt werden, wohl aber die zweiten Potenzen dieser Größen in die Parallaxe und das dieser zweiten Potenz gleichwerthige Product von m in den Halbmesser der Venus; man wird daher setzen dürfen

$$\left.\begin{aligned}(R \pm r) - m = {} & \cos(\theta - A)\cos\varphi_1 \{\sin D\cos M(\pi - p) + \\ & + \cos D(\pi\sin m - [Rp \pm r\pi]\sin 1'')\} \\ & + \sin(\theta - A)\cos\varphi_1 \{-\sin M(\pi - p)\} + \\ & + (1-e)\sin\varphi_1 \{-\cos D\cos M(\pi - p) + \\ & + \sin D(\pi\sin m - [Rp \pm r\pi]\sin 1'')\} + \frac{(dp)^2}{2m}\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Setzt man, um etwas zusammenziehen zu können

$$\left.\begin{aligned}(\pi - p)\cos M &= g\sin G \\ \pi\sin m - (Rp \pm r\pi)\sin 1'' &= g\cos G\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

und überdieß

$$\left.\begin{aligned}\gamma\cos\beta\sin(\lambda + A) &= (\pi - p)\sin M \\ \gamma\cos\beta\cos(\lambda + A) &= g\cos(D - G) \\ \gamma\sin\beta &= (1-e)\,g\sin(D - G)\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

so wird sich (8) verwandeln lassen in

$$(R \pm r) - m = \gamma\{\sin\beta\sin\varphi_1 + \cos\beta\cos\varphi_1\cos(\theta + \lambda)\} + \frac{(dp)^2}{2m}$$

oder ähnlich weiter vorgehend wie im III. Abschnitte, wird man setzen

$$\left.\begin{aligned}\theta = L + l,\ & L + \lambda = E \\ \alpha' = \gamma \sin\beta\ & \beta' = \gamma\cos\beta\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

und es wird dann die Form (4) erhalten werden, nämlich

$$(R \pm r) - m = \alpha' \sin\varphi_1 + \beta' \cos\varphi_1 \cos(l + E) + \frac{(dp)^2}{2m}$$

Die Entwicklung der Coefficienten zur Berechnung von dp ist schon oben im III. Abschnitte enthalten, und die daselbst gefundene Form ist

$$dp = \Gamma \{\sin B \sin\varphi_1 + \cos B \cos\varphi_1 \cos(Q + l)\}$$

Um sich aber die Berechnung von $\frac{(dp)^2}{2m}$ sofort zu erleichtern, wird man im vorliegenden Falle sofort berechnen

$$\frac{dp}{\sqrt{2m}} = \frac{\Gamma}{\sqrt{2m}} \{\sin B \sin\varphi_1 + \cos B \cos\varphi_1 \cos(Q+l)\} \quad (12)$$

Um nun Alles auf die oben aufgestellte Form (6) zurückzuführen, wird die Bestimmung der Coefficienten I, II und III erforderlich, die sich, wie schon oben erwähnt wurde, leicht genug aus einigen speciellen Werthen von $(R \pm r) - m$ ableiten lassen, wobei man sich zu erinnern hat, daß das obere Zeichen bei der äußeren, das untere Zeichen bei der inneren Berührung Geltung hat; ich berechne zu diesem Ende fünf Werthe dieser Function, indem ich vom Momente der geocentrischen Berechnung ausgehe, in Intervallen von je 8 Zeitminuten, und zwar zwei Intervalle vor und zwei Intervalle nach der oben erwähnten Ausgangsepoche, eine Annahme, die für die beiden nächsten Venusdurchgänge sich ganz zweckentsprechend erweist; ich werde sogleich weiter unten zeigen, wie man sich sofort vor Beginn der Rechnung von Fall zu Fall orientiren kann, ob die gesteckten Grenzen der Rechnung ausreichend sind, die Gesammtzeit der Berührungsphase zu umfassen. Es sei das gewählte Intervall in Zeitsecunden angesetzt durch J bezeichnet (es wurde also J in der vorliegenden Bearbeitung $= 480^s$ angenommen) und die 5 berechneten Werthe der Function $(R \pm r) - m$ seien: P_{-2}, P_{-1}, P_0, P_{+1}, und

P_{+2}, wo der Index von P sofort auf das Intervall hinweist und nothwendig die Relation stattfinden muß

$$P_0 = 0.$$

Bildet man nun für diese fünf Werthe auf die gewöhnliche Weise die ersten, zweiten, dritten und höheren Differenzen und führt für diese die bekannte Gauß'sche Bezeichnung ein, indem man vorerst für die Hauptfunctionen schreibt

$$f(a-2) = P_{-2},\ f(a-1) = P_{-1},\ f(a) = P_0 = 0,\ f(a+1) = P_{-1},\ f(a+2) = P_{+2}$$

so wird sich finden

$$\left.\begin{aligned}
\mathrm{I} &= \frac{1}{2J}\left\{f'(a-\tfrac{1}{2})+f'(a+\tfrac{1}{2})-\tfrac{1}{6}[f'''(a-\tfrac{1}{2})+f'''(a+\tfrac{1}{2})]\right\}\\
\mathrm{II} &= \frac{1}{2J^2}\left\{f''(a)-\tfrac{1}{12}f^{IV}(a)\right\}\\
\mathrm{III} &= \frac{1}{12J^3}\left\{f'''(a-\tfrac{1}{2})+f'''(a+\tfrac{1}{2})\right\}
\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

worauf die Berechnung der für die verschiedenen Intervalle anderswerthigen Coefficienten $(\mathrm{I}+\mathrm{II}\,t+\mathrm{III}\,t^2)$, die zur Berechnung der Coefficienten der Gleichung (6) dieses Abschnittes dienen, ohne Schwierigkeit vorgenommen werden kann; ich werde den Werth dieses Coefficienten der Kürze halber mit N bezeichnen und sofort auch eine andere Methode angeben zur Berechnung derselben, die fast kürzer ist, und jedenfalls eine geeignete Controlle für die Rechnung abgibt. Bezeichnet man den für die verschiedenen Intervalle geltenden Werth von N durch Indices analog denen, welche für P gewählt wurden, so ist auch, wie dieß eine einfache Überlegung zeigt

$$\left. N_{-2} = -\frac{P_{-2}}{2J},\ N_{-1} = -\frac{P_{-1}}{J},\ N_{+1} = \frac{P_{+1}}{J},\ N_{+2} = \frac{P_{+2}}{2J}\right\} \quad (14)$$

und weiter findet sich N_0 nach

$$N_0 = \frac{1}{2J}\{(P_{+1}-P_{-1})+\tfrac{1}{6}[2(P_{+1}-P_{-1})+(P_{-2}-P_{+2})]\} \quad (15)$$

Man wird sich leicht überzeugen, daß die Werthe von N für den Eintritt positiv werden, für den Austritt negativ. Man berechnet daher weiter

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\alpha'}{N}, \ \eta = \frac{\Gamma \sin B}{\sqrt{\pm 2m . N}} \\ \beta &= \frac{\beta'}{N}, \ \iota = \frac{\Gamma \cos B}{\sqrt{\pm 2m . N}} \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

wobei unter dem Wurzelzeichen dem oben Gesagten zu Folge für den Eintritt das obere, für den Austritt das untere Zeichen zu wählen sein wird. Man hat dann schließlich zur Berechnung des Zeitunterschiedes zwischen der parallaktisch veränderten und der geocentrischen Berührung den Ausdruck

$$\begin{aligned} t = \alpha \sin \varphi_1 + \beta \cos \varphi_1 \cos (E + l) \pm \{\eta \sin \varphi_1 + \\ + \iota \cos \varphi_1 \cos (Q + l)\}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

wozu bemerkt werden muß, daß das kleine quadratische Glied das obere Zeichen für den Eintritt, das untere Zeichen für den Austritt zu erhalten hat.

Es kann schließlich die Frage noch aufgeworfen werden, innerhalb welchen Zeitgrenzen man die Berechnung der in der Gleichung (17) enthaltenen Coefficienten auszuführen hat, damit man die Rechnung weder in allzuweiten noch zu engen Grenzen durchführt; die Zeiten der geocentrischen Berührungen könnten leicht genug durch Auflösung einer quadratischen Gleichung erhalten werden, indem man innerhalb enger Grenzen die relative Bewegung der Venus und Sonne als linear ansehen kann; noch einfacher aber erhält man diese Zeitmomente aus den bereits ausgeführten Rechnungen. Man geht zu dem Ende in die Columne m der Tafel I (IV. Abschnitt) und sucht durch Interpolalion mit Rücksicht auf zweite Differenzen die Zeiten, zu welchen $m = (R \pm r)$ wird. Um nun die Zeitgrenzen zu finden, erinnere man sich, daß im Maximum dm die Größe $\pm (\pi - p)$ erreichen kann; man wird also aus der Tafel I die Zeitgrenzen (ganz beiläufig nur durchzuführen) leicht entnehmen, wenn man für die äußeren Berührungen die Momente aufsucht, in denen $m = (R + r) + (\pi - p)$ und $m = (R + r) - (\pi - p)$ werden und für die inneren Berührungen die Momente des Stattfindens der Relationen $m = (R - r) + (\pi - p)$ und $m = (R - r) - (\pi - p)$ — Diese Grenzbestimmung wird eine geeignete Illustration zu der von mir im Eingange dieses Abschnittes gemachten Bemerkung abgeben, daß die Zeitänderungen der Berührungen durch die Parallaxe ein völlig richtiges Urtheil über die Günstigkeit des Ortes zur Parallaxenbestimmung nicht abzugeben vermögen und außerdem darthun, daß jeder Venusdurchgang, bei dem die Scheibe derselben ganz in die Sonnenscheibe eintritt, bei geeigneter Wahl der Beobachtungsmethoden stets brauchbare Resultate für die Bestimmung der Sonnenparallaxen abgeben muß, was zwar a priori einleuchtend ist, wohl aber nach einigen über diesen Gegenstand zu verschiedenen Zeiten gemachten Äußerungen nicht allgemein anerkannt ist.

Würde man die Zeitgrenzen dem oben Auseinandergesetzten zu Folge mit Hilfe der Tafel I bestimmen, so würde sich finden, daß die Zeitgrenzen $\pm 13^m$ von der geocentrischen Berührung ausgehend, in allen Fällen ausreichen, doch habe ich dieselben wegen der Bequemlichkeit in den vorzunehmenden Interpolationen durchaus auf $\pm 16^m$ ausgedehnt:

Mit Hilfe der Tafel I fand ich nun die folgenden Momente der geocentrischen Berührung.

Eintritt, äußere Berührung	13^h	56^m	16^s98	mittlere Pariser Zeit.
„ innere	14	25	15·43	
Austritt, innere	18	6	30·21	
äußere	18	35	28·69	„

und indem ich die voranstehenden Entwicklungen benützte, erhielt ich die folgenden numerischen Werthe, die ich in die vier folgenden Tafeln aufgenommen habe; und zwar:

Tafel IV.

Eintritt. Äussere Berührung.

Geocentrisch $13^h 56^m 16^s 98$ mittl. Pariser Zeit.

t	$\log\alpha$	$\log\beta$	E	$\log\eta$	$\log\iota$	Q
-13^m	$2_n 53864$	2·69866	314°18′30″	0·2873	0·2650	271°22′
−12	$2_n 54134$	2·69878	314 39 47	0·2872	0·2672	271 46
−11	$2_n 54405$	2·69890	315 1 7	0·2871	0·2694	272 10
−10	$2_n 54676$	2·69901	315 22 31	0·2870	0·2716	272 34
− 9	$2_n 54947$	2·69912	315 43 58	0·2869	0·2738	272 58
− 8	$2_n 55219$	2·69923	316 5 28	0·2868	0·2760	273 21
− 7	$2_n 55491$	2·69934	316 27 2	0·2867	0·2782	273 45
− 6	$2_n 55764$	2·69944	316 48 39	0·2865	0·2804	274 9
− 5	$2_n 56037$	2·69954	317 10 20	0·2864	0·2826	274 33
− 4	$2_n 56310$	2·69964	317 32 4	0·2862	0·2849	274 57
− 3	$2_n 56584$	2·69974	317 53 52	0·2860	0·2871	275 21
− 2	$2_n 56858$	2·69983	318 15 43	0·2858	0·2894	275 45
− 1	$2_n 57132$	2·69993	318 37 38	0·2856	0·2916	276 9
0	$2_n 57407$	2·70002	318 59 37	0·2854	0·2939	276 32
+ 1	$2_n 57682$	2·70011	319 21 40	0·2852	0·2961	276 56
+ 2	$2_n 57958$	2·70020	319 43 46	0·2849	0·2983	277 20
+ 3	$2_n 58234$	2·70029	320 5 57	0·2847	0·3006	277 44
+ 4	$2_n 58510$	2·70037	320 28 11	0·2844	0·3028	278 7
+ 5	$2_n 58786$	2·70045	320 50 29	0·2842	0·3051	278 31
+ 6	$2_n 59063$	2·70053	321 12 51	0·2839	0·3073	278 55
+ 7	$2_n 59340$	2·70061	321 35 17	0·2836	0·3095	279 19
+ 8	$2_n 59618$	2·70068	321 57 48	0·2833	0·3118	279 42
+ 9	$2_n 59896$	2·70075	322 20 23	0·2830	0·3140	280 6
+10	$2_n 60174$	2·70081	322 43 2	0·2826	0·3163	280 30
+11	$2_n 60453$	2·70088	323 5 45	0·2823	0·3185	280 54
+12	$2_n 60732$	2·70094	323 28 32	0·2819	0·3208	281 17
+13	$2_n 61012$	2·70100	323 51 23	0·2815	0·3230	281 41

$$t = \alpha\sin\varphi_1 + \beta\cos\varphi_1\cos(E+l) + \{\eta\sin\varphi_1 + \iota\cos\varphi_1\cos(Q+l)\}^2$$

Größte Beschleunigung	Größte Verzögerung
$t = -\ 10^m 11^s$	$t = +\ 10^m 43^s$
$l = \ 224°7$	$l = \ 37°0$
$\varphi = +\ 35°2$	$\varphi = -\ 38°8$

Tafel V.

Eintritt. Innere Berührung.

Geocentrisch $14^h 25^m 15^s 43$ mittl. Pariser Zeit.

t	$\log \alpha$	$\log \beta$	E	$\log \eta$	$\log \iota$	Q
-13^m	$2_n 65519$	2·73773	324°58'13"	0·2987	0·3482	282°52'
−12	$2_n 65820$	2·73797	325 21 22	0·2984	0·3506	283 15
−11	$2_n 66121$	2·73821	325 44 36	0·2980	0·3529	283 39
−10	$2_n 66423$	2·73845	326 7 54	0·2976	0·3553	284 2
− 9	$2_n 66725$	2·73868	326 31 17	0·2972	0·3577	284 26
− 8	$2_n 67028$	2·73892	326 54 45	0·2968	0·3601	284 49
− 7	$2_n 67331$	2·73915	327 18 19	0·2964	0·3624	285 13
− 6	$2_n 67635$	2·73938	327 41 58	0·2959	0·3648	285 37
− 5	$2_n 67939$	2·73961	328 5 42	0·2955	0·3672	286 0
− 4	$2_n 68244$	2·73984	328 29 31	0·2950	0·3696	286 24
− 3	$2_n 68550$	2·74007	328 53 25	0·2945	0·3719	286 47
− 2	$2_n 68856$	2·74030	329 17 25	0·2940	0·3743	287 11
− 1	$2_n 69163$	2·74053	329 41 30	0·2935	0·3767	287 34
0	$2_n 69470$	2·74076	330 5 41	0·2930	0·3791	287 58
+ 1	$2_n 69778$	2·74099	330 29 57	0·2925	0·3815	288 21
+ 2	$2_n 70087$	2·74122	330 54 19	0·2919	0·3839	288 45
+ 3	$2_n 70397$	2·74144	331 18 46	0·2913	0·3863	289 9
+ 4	$2_n 70707$	2·74167	331 43 19	0·2907	0·3887	289 32
+ 5	$2_n 71018$	2·74190	332 7 58	0·2901	0·3911	289 56
+ 6	$2_n 71329$	2·74213	332 32 43	0·2894	0·3935	290 19
+ 7	$2_n 71641$	2·74235	332 57 34	0·2888	0·3959	290 43
+ 8	$2_n 71953$	2·74258	333 22 31	0·2881	0·3983	291 6
+ 9	$2_n 72266$	2·74280	333 47 34	0·2874	0·4007	291 30
+10	$2_n 72580$	2·74302	334 12 44	0·2867	0·4031	291 53
+11	$2_n 72894$	2·74324	334 37 59	0·2860	0·4055	292 17
+12	$2_n 73209$	2·74346	335 3 21	0·2852	0·4079	292 40
+13	$2_n 73525$	2·74368	335 28 50	0·2844	0·4103	293 4

$$t = \alpha \sin \varphi_1 + \beta \cos \varphi_1 \cos(E + l) + \{\eta \sin \varphi_1 + \iota \cos \varphi_1 \cos(Q + l)\}^2$$

Größte Beschleunigung

$t = -11^m 52^s$

$l = 214°6$

$\varphi = + 39°9$

Größte Verzöge ung

$t = +12^m 56^s$

$l = 24°5$

$\varphi = -44°5$

Tafel VI.

Austritt. Innere Berührung.

Geocentrisch $18^h 6^m 30^s 21$ mittl. Pariser Zeit.

t	$\log \alpha$	$\log \beta$	E	$\log \eta$	$\log \iota$	Q
-13^m	2·84632	2_n51774	117°36'53"	9_n7599	0·5003	4°41'
-12	2·84430	2_n51765	118 21 22	9_n7674	0·4987	5 1
-11	2·84230	2_n51760	119 5 31	9_n7747	0·4972	5 22
-10	2·84030	2_n51757	119 49 21	9_n7817	0·4956	5 42
-9	2·83831	2_n51757	120 32 51	9_n7886	0·4941	6 3
-8	2·83633	2_n51758	121 16 2	9_n7953	0·4925	6 23
-7	2·83436	2_n51762	121 58 53	9_n8018	0·4909	6 44
-6	2·83239	2_n51768	122 41 25	9_n8082	0·4894	7 4
-5	2·83044	2_n51776	123 23 38	9_n8144	0·4878	7 25
-4	2·82849	2_n51787	124 5 32	9_n8204	0·4863	7 45
-3	2·82655	2_n51799	124 47 7	9_n8263	0·4847	8 5
-2	2·82462	2_n51813	125 28 24	9_n8320	0·4831	8 26
-1	2·82269	2_n51829	126 9 22	9_n8376	0·4816	8 46
0	2·82077	2_n51846	126 50 1	9_n8430	0·4800	9 6
$+1$	2·81885	2_n51865	127 30 22	9_n8483	0·4785	9 27
$+2$	2·81694	2_n51885	128 10 25	9_n8535	0·4769	9 47
$+3$	2·81504	2_n51906	128 50 10	9_n8586	0·4753	10 8
$+4$	2·81314	2_n51929	129 29 38	9_n8635	0·4738	10 28
$+5$	2·81125	2_n51953	130 8 48	9_n8683	0·4722	10 48
$+6$	2·80936	2_n51978	130 47 41	9_n8730	0·4706	11 9
$+7$	2·80748	2_n52004	131 26 17	9_n8776	0·4691	11 29
$+8$	2·80560	2_n52031	132 4 35	9_n8821	0·4675	11 49
$+9$	2·80373	2_n52059	132 42 36	9_n8865	0·4660	12 10
$+10$	2·80187	2_n52088	133 20 21	9_n8908	0·4644	12 30
$+11$	2·80002	2_n52118	133 57 50	9_n8950	0·4628	12 50
$+12$	2·79817	2_n52149	134 35 2	9_n8991	0·4613	13 10
$+13$	2·79632	2_n52181	135 11 57	9_n9031	0·4597	13 30

$$t = \alpha \sin\varphi_1 + \beta \cos\varphi_1 \cos(E+l) - \{\eta \sin\varphi_1 + \iota \cos\varphi_1 \cos(Q+l)\}^2$$

Größte Beschleunigung	Größte Verzögerung
$t = -12^m 55^s$	$t = +11^m 51^s$
$l = 242°3$	$l = 45°5$
$\varphi = -64°9$	$\varphi = +62°2$

Tafel VII.

Austritt. Äussere Berührung.

Geocentrisch $18^h 35^m 28^s 69$ mittl. Pariser Zeit.

t	$\log \alpha$	$\log \beta$	E	$\log \eta$	$\log \iota$	Q
-13^m	2·75471	$2_n 48700$	136°58'32"	$9_n 8967$	0·4370	14°30'
-12	2·75308	$2_n 48753$	137 34 26	$9_n 9005$	0·4355	14 50
-11	2·75145	$2_n 48807$	138 10 5	$9_n 9042$	0·4341	15 10
-10	2·74983	$2_n 48861$	138 45 29	$9_n 9079$	0·4326	15 30
-9	2·74821	$2_n 48915$	139 20 38	$9_n 9115$	0·4311	15 50
-8	2·74660	$2_n 48970$	139 55 33	$9_n 9150$	0·4296	16 10
-7	2·74499	$2_n 49025$	140 30 13	$9_n 9184$	0·4282	16 31
-6	2·74338	$2_n 49080$	141 4 39	$9_n 9218$	0·4267	16 51
-5	2·74178	$2_n 49135$	141 38 50	$9_n 9251$	0·4252	17 11
-4	2·74018	$2_n 49191$	142 12 48	$9_n 9283$	0·4237	17 31
-3	2·73859	$2_n 49247$	142 46 32	$9_n 9315$	0·4223	17 51
-2	2·73700	$2_n 49303$	143 20 3	$9_n 9346$	0·4208	18 11
-1	2·73541	$2_n 49359$	143 53 20	$9_n 9376$	0·4193	18 31
0	2·73383	$2_n 49415$	144 26 24	$9_n 9406$	0·4178	18 51
$+1$	2·73225	$2_n 49471$	144 59 15	$9_n 9435$	0·4164	19 11
$+2$	2·73068	$2_n 49527$	145 31 53	$9_n 9464$	0·4149	19 31
$+3$	2·72911	$2_n 49583$	146 4 18	$9_n 9492$	0·4134	19 51
$+4$	2·72754	$2_n 49639$	146 36 30	$9_n 9520$	0·4119	20 11
$+5$	2·72598	$2_n 49695$	147 8 30	$9_n 9547$	0·4105	20 30
$+6$	2·72442	$2_n 49751$	147 40 19	$9_n 9573$	0·4090	20 50
$+7$	2·72286	$2_n 49807$	148 11 55	$9_n 9599$	0·4075	21 10
$+8$	2·72131	$2_n 49863$	148 43 20	$9_n 9625$	0·4060	21 30
$+9$	2·71976	$2_n 49919$	149 14 33	$9_n 9650$	0·4046	21 50
$+10$	2·71822	$2_n 49974$	149 45 34	$9_n 9674$	0·4031	22 10
$+11$	2·71668	$2_n 50030$	150 16 25	$9_n 9698$	0·4016	22 30
$+12$	2·71514	$2_n 50085$	150 47 5	$9_n 9722$	0·4001	22 50
$+13$	2·71361	$2_n 50140$	151 17 34	$9_n 9745$	0·3987	23 9

$$t = \alpha \sin \varphi_1 + \beta \cos \varphi_1 \cos(E + l) - \{\eta \sin \varphi_1 + \iota \cos \varphi_1 \cos(Q + l)\}^2$$

Größte Beschleunigung	Größte Verzögerung
$t = -10^m 42^s$	$t = +10^m 10^s$
$l = 221^\circ 7$	$l = 30^\circ 2$
$\varphi = -61^\circ 4$	$\varphi = 58^\circ 9$

Ich habe nun eine große Reihe von Curven berechnet, welche für die Zeiten der inneren Berührungen die Orte gleicher Günstigkeit verbinden und dieselben in eine Karte eingetragen; da aber derartige Curven und Karten nur den Zweck haben können eine allgemeine Übersicht zu erhalten, so habe ich es unterlassen, dieselben dieser ohnehin schon umfangreich gewordenen Abhandlung noch beizuschließen, da durch die werthvollen Arbeiten von Airy, Hansen, C. F. W. Peters und Proctor in dieser Rücksicht mehr als genügt wird.

Als besonders geeignet empfehlen sich vier Gruppen von Beobachtungsstationen

I. Mac Donald-Inseln, Kerguelen-Inseln und Crozet-Inseln nebstdem wohl auch die Inseln Amsterdam und St. Paul.

II. Die Zone zwischen dem Schwarzen Meere und dem Baikal-See. Ein größter Kreis vom nordöstlichen Ende des Aralsees nach dem Cap Comorin (Südspitze Vorderindiens) gibt die Punkte an, die das Maximum der Sonnenhöhe für die verschiedenen Günstigkeitsgrade verbinden.

III. Die Gruppe der Sandwich-Inseln, die kleinen westlich von dieser Gruppe gelegenen kleinen Inseln und Riffe (Gardener, Necker, Lisiansky, Bunker) sind besonders günstig, doch würden auch Cornwallis-Inseln, Washington-Inseln und Christmas-Inseln ebenfalls sehr werthvolle Stationen abgeben.

IV. Nimrodgruppe und die südöstlich von Neuseeland gelegenen Inseln und zwar insbesondere die Macquarie-Inseln, Campell-Inseln, Auckland-Inseln; weniger zu empfehlen wegen niedrigerem Stande der Sonne die Chatam-Inseln.

VIII.

Beobachtung der Contactmomente nach Halley's Methode. Bei Halley's Methode wird im Allgemeinen die Länge des Beobachtungsortes nur ganz beiläufig bekannt zu sein brauchen, um die Werthe der Parallaxe aus der Zeit der Verweilung zu bestimmen, und dieß war besonders für das 18. Jahrhundert als ein großer Vortheil anzusehen, da die genaue Längenbestimmung damals ein fast unlösbares Problem war; bei der jetzigen so vollkommenen Kenntniß der Bewegung des Mondes wird es jedoch keine allzugroße Schwierigkeit haben, genügende Längenbestimmungen zu erhalten, wenn man auf die Bestimmung derselben einige Zeit verwenden kann. Halley's Methode wird daher für jetzt nur dann einen besonderen Vortheil in der Anwendung geben, wenn man durch die Verhältnisse verhindert ist, längere Zeit an der Beobachtungsstation zu verweilen und es wird deßhalb diese Methode dann immerhin ihren Werth behalten bei einiger Unsicherheit in der Länge des Ortes. Ist letztere aber sicher bestimmt, so wird es für die Sicherheit des Resultates vortheilhafter sein, die Beobachtungen nciht als Verweilungen zu benützen, sondern gleichsam wie nach Delisle's Methode angestellt zu behandeln.

Für die Änderung der Zeit der Berührungen durch die Parallaxe wurde im vorausgehendem VII. Abschnitte die folgende Form gefunden, wenn man das kleine quadratische Glied übergeht:

$$t = \alpha \sin\varphi_1 + \beta \cos\varphi_1 \cos(\mathrm{E} + l)$$

Bezeichnet man nun die Coefficienten, die für den Eintritt gehören mit dem Index e, die für den Austritt gelten aber mit dem Index a, so wird zunächst sein

$$t_e = \alpha_e \sin\varphi_1 + \beta_e \cos\varphi_1 \cos(\mathrm{E}_e + l)$$
$$t_a = \alpha_a \sin\varphi_1 + \beta_a \cos\varphi_1 \cos(\mathrm{E}_a + l)$$

und diejenigen Orte werden für Halley's Methode nahe gleich günstig sein, welche die Differenz

$$t_a - t_e = dT$$

zu einer gleichen Größe anwachsen machen. Es wird dT positiv werden bei einer Verlängerung, negativ bei einer Verkürzung der Verweilungszeit. Es soll nun, da es sich doch nur um eine beiläufige Übersicht der Verhältnisse handelt, die Abhängigkeit der Coefficienten von der Zeit außer Acht gelassen werden, also treten die Werthe α_e, β_e, α_a, β_a, E_e und E_a als Constante in das Problem; wollte man die Veränderung der Verweilungszeit für einen gegebenen Ort völlig scharf berechnen, so würde dieß mit Hilfe der Tafeln V und VI oder IV und VII, je nachdem man die inneren oder die äußeren Berührungen combinirt, mit völliger Genauigkeit geschehen können.

Setzt man also

$$\left.\begin{aligned} \alpha_a - \alpha_e &= h \\ \beta_a \cos E_a - \beta_e \cos E_e &= f \cos\psi \\ \beta_a \sin E_a - \beta_e \sin E_e &= f \sin\psi \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

so erhält man die Form

$$dT = h \sin\varphi_1 + f \cos\varphi_1 \cos(\psi + l) \quad (2)$$

welche zunächst sofort zeigt, daß die Orte gleicher Günstigkeit nach Halley's Methode nahezu in Kreisen auf der Erdoberfläche liegen; man wird aus dieser Gleichung auf zwei Maximalwerthe, nämlich einen positiven und negativen, hingeführt werden, von denen jedoch der eine stets eine nur analytische Bedeutung haben wird, da nämlich für diesen einen Ort sowohl der Eintritt als auch der Austritt unter dem Horizonte stattfindet, auf welchen Umstand ich später ausführlich zurückkommen werde.

Um nun wieder alle Orte auffinden zu können, die eine gleiche Günstigkeit (gleiche Änderung der Verweilungszeit) hervorbringen, wird man, ganz ähnlich wie dieß im V. Abschnitte geschehen ist, vorgehen können. Man wird zunächst berechnen

$$v^2 = h^2 + f^2 \quad (3)$$

und hiebei v stets positiv annehmen und dann haben, wenn durch $\cos\zeta$ das Verhältniß der geforderten Abänderung in der Verweilung zur maximalen ausgedrückt erscheint.

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi_1 \sin(\psi + l) &= (\sin\zeta) \sin F \\ \cos\varphi_1 \cos(\psi + l) &= \left(\frac{f}{v}\cos\zeta\right) - \left(\frac{h}{v}\sin\zeta\right)\cos F \\ \sin\varphi_1 &= \left(\frac{h}{v}\cos\zeta\right) + \left(\frac{f}{v}\sin\zeta\right)\cos F \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wo wieder der Winkel F ein völlig willkürlicher ist; die Substitution von gleichmäßig auf der Peripherie vertheilten Werthen wird die Curvenpunkte finden lassen, welche vereinigt durch eine Linie die Orte gleicher Günstigkeit verbinden, doch wird für einen großen Theil dieser Punkte das Phänomen nicht sichtbar sein, weil sich dasselbe unter dem Horizonte ereignet; es werden sich aber Grenzwerthe für F angeben lassen, die die praktisch brauchbaren Orte auffinden lassen. Setzt man die Sternzeit des geocentrischen Eintrittes gleich L_e, des Austrittes L_a, und bezeichnet man mit A und D die Rectascension und Declination der Sonne, welche Größen man im Verlaufe des Phänomens für die vorliegende Untersuchung als constant ansehen kann, und schreibt überdieß

$$\left.\begin{aligned} L_e - A &= T_e \\ L_a - A &= T_a \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

so werden T_e und T_a die wahren Pariser Zeiten des Ein- und Austrittes sein, und die Bedingungen, daß das Sonnencentrum sowohl zur Zeit des Eintrittes als auch zur Zeit des Austrittes sich über den Horizont befindet, dargestellt durch

$$\left.\begin{aligned} o &< \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(T_e + l) \\ o &< \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(T_a + l) \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Schreibt man nun in den Gleichungen (6)

$$\begin{aligned} T_e + l &= (T_e - \psi) + (\psi + l) \\ T_a + l &= (T_a - \psi) + (\psi + l) \end{aligned}$$

und löst die Cosinus dieser Functionen auf und substituirt, indem man die excentrische Polhöhe mit der scheinbaren identificirt, die Werthe aus (4) in die so aufgelösten Ungleichungen ein, so findet sich leicht die geforderte Bedingung für den Eintritt

$$o < \mathrm{I}_e \cos\zeta + \mathrm{II}_e \cos F \sin\zeta + \mathrm{III}_e \sin F \sin\zeta \quad (7)$$

für den Austritt

$$o < \mathrm{I}_a \cos\zeta + \mathrm{II}_a \cos F \sin\zeta + \mathrm{III}_a \sin F \sin\zeta \quad (8)$$

in welchen beiden Formeln zur Abkürzung gesetzt wurden

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{I}_e &= \frac{h}{v} \sin D + \frac{f}{v} \cos D \cos(T_e - \psi) \\ \mathrm{II}_e &= \frac{f}{v} \sin D - \frac{h}{v} \cos D \cos(T_e - \psi) \\ \mathrm{III}_e &= -\cos D \sin(T_e - \psi) \\ \mathrm{I}_a &= \frac{h}{v} \sin D + \frac{f}{v} \cos D \cos(T_a - \psi) \\ \mathrm{II}_a &= \frac{f}{v} \sin D - \frac{h}{v} \cos D \cos(T_a - \psi) \\ \mathrm{III}_a &= -\cos D \sin(T_a - \psi) \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Setzt man nun weiter

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{II}_e = k_e \sin K_e,\ \ \mathrm{II}_a = k_a \sin K_a \\ \mathrm{III}_e = k_e \cos K_e,\ \ \mathrm{III}_a = k_a \cos K_a \end{array}\right\} \quad (10)$$

in welchen Formeln K_e und K_a so zu bestimmen sein werden, daß sowohl k_e als auch k_a positiv erscheinen, so erhält man für (7) und (8) die beiden Ungleichungen

$$\left.\begin{array}{l} o < \mathrm{I}_e \cos\zeta + k_e \sin(K_e + F)\sin\zeta \\ o < \mathrm{I}_a \cos\zeta + k_a \sin(K_a + F)\sin\zeta \end{array}\right\} \quad (11)$$

Diese Formeln (11) zeigen, daß die Bestimmung von ζ nun nicht mehr ganz willkürlich ist; da ζ stets kleiner als 180° angenommen werden kann, so wird $\sin\zeta$ stets positiv sein müssen und k_e und k_a sind es der obigen Bestimmung gemäß, man wird daher aus (11) auch ableiten können

$$\left.\begin{array}{l} o < \frac{\mathrm{I}_e}{k_e} \operatorname{cotg}\zeta + \sin(K_e + F) \\ o < \frac{\mathrm{I}_a}{k_a} \operatorname{cotg}\zeta + \sin(K_a + F) \end{array}\right\} \quad (12)$$

und die Grenzbestimmung von ζ wird daher ganz wesentlich von den Factor $\frac{\mathrm{I}}{k}$ abhängig sein. Ist derselbe positiv, so wird dieser Ungleichheit stets durch einen Werth von F genügt werden können, so lange ζ kleiner als 90° angenommen wird (ist $\zeta < 90^\circ$ so tritt eine Verlängerung der Verweilungsdauer ein), wenn auch die Grenzen von F unter Umständen sich sehr beschränken können; wird aber $\zeta > 90^\circ$ angenommen (ist $\zeta > 90^\circ$, so tritt eine Verkürzung in der Verweilungsdauer ein), so wird man Werthe von ζ angeben können, die veranlassen, daß ist $-\frac{\mathrm{I}}{k} \operatorname{cotg}\zeta > 1$ (oder $\operatorname{tg}\zeta > -\frac{\mathrm{I}}{k}$), wo sich dann für F keine mögliche Bestimmung ergibt, da sein müßte

$$\sin(K + F) > 1$$

was eine Unmöglichkeit ist.

Würde $\frac{\mathrm{I}}{k}$ negativ (wie es bei dem nächsten Venusdurchgange der Fall ist), so wird eine analoge Betrachtung gelten, nur daß jetzt die Beschränkung für den Fall wo $\zeta < 90^\circ$ ist, eintreten würde. Es wird also jedweder Werth von ζ innerhalb der Grenzen 90° und 180° angenommen werden dürfen, innerhalb der Grenzen 0° und 90° jedoch, nur diejenigen Werthe, für welche

$$\operatorname{tg}\zeta > -\frac{1}{k}$$

wird. Da zwei Ungleichungen bestehen, so wird man für die ζ zwei Grenzwerthe erhalten, jedoch wird nur derjenige Grenzwerth angenommen werden dürfen, der die Grenzen enger steckt.

Hat man sich die Grenzen für ζ bestimmt, und macht man dann innerhalb der erlaubten Grenzen für ζ bestimmte Annahmen, so werden die Ungleichungen (12) sofort die Grenzwerthe von F bestimmen lassen; hierbei wird man sowohl aus der ersten Ungleichung zwei Grenzwerthe von F erhalten und ebenso aus der zweiten, und für F werden schließlich jene Werthe angenommen werden dürfen, welche diesen beiden Grenzbestimmungen gemeinsam sind.

Will man auch die Höhen kennen, in denen der Eintritt und Austritt stattfindet, so hat man hiezu einfach genug

$$\left.\begin{aligned}\sin h_e &= \mathrm{I}_e\cos\zeta + k_e\sin\zeta\sin(K_e + F)\\ \sin h_a &= \mathrm{I}_a\cos\zeta + k_a\sin\zeta\sin(K_a + F)\end{aligned}\right\}\quad(13)$$

Ich werde nun die vorstehenden Entwicklungen ihrer praktischen Verwerthung für den Venusdurchgang 1874 zuführen. Es wurde oben die Voraussetzung gemacht, die Coefficienten constant anzunehmen und ich finde, indem ich auf die inneren Berührungen allein Rücksicht nehme, nach der Tafel V und VI die folgenden numerischen Relationen

$$\begin{aligned}t_e &= [2_n 695]\sin\varphi_1 + [2\cdot741]\cos\varphi_1\cos(330^\circ 1 + l)\\ t_a &= [2\cdot821]\sin\varphi_1 + [2_n 518]\cos\varphi_1\cos(126^\circ 8 + l)\end{aligned}$$

wobei die in eckigen Klammern eingeschlossenen Coefficienten logarithmisch angesetzt sind. Daraus leite ich nach (1) ab

$$dT = [3\cdot063]\sin\varphi_1 + [2\cdot446]\cos(177^\circ 8 + l)$$

und nach (3)

$$\log v = 3\cdot075.$$

Die Orte des positiven ($l = 360 - \psi$, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{h}{f}$) und negativen Maximalwerthes ($l = 180 - \psi$, $\operatorname{tg} \varphi = -\frac{h}{f}$) sind

$$l = 182^\circ 2 \qquad l = 2^\circ 2$$
$$\varphi = 76^\circ 4 \qquad \varphi = -76^\circ 4$$

von denen der erstere Ort nur eine analytische Bedeutung hat. Indem ich $T_e = 218^\circ 2$ und $T_a = 273^\circ 5$ finde, berechnet sich nach (9)

$$\log \mathrm{I}_e = 9_n 325 \qquad \log \mathrm{I}_a = 9_n 600$$
$$\log \mathrm{II}_e = 9_n 888 \qquad \log \mathrm{II}_a = 7_n 255$$
$$\log \mathrm{III}_e = 9_n 777 \qquad \log \mathrm{III}_a = 9_n 963$$

und nach (10)

$$\log k_e = 9 \cdot 990 \qquad \log k_a = 9 \cdot 963$$
$$K_e = 232^\circ 3 \qquad K_a = 180^\circ 1.$$

Es ist $\frac{\mathrm{I}}{k}$ eine negative Größe, daraus schließe ich sofort, daß ζ nicht gleich der Null angenommen werden darf, wohl aber die Grenze 180° erreichen kann; der positive Maximalwerth hat demnach, wie schon oben bemerkt, eine rein analytische Bedeutung, während der negative praktisch verwerthbar ist. Aus der Relation $\operatorname{tg} \zeta > -\frac{\mathrm{I}}{k}$ finde ich für den

$$\text{Eintritt } \zeta > 12^\circ 2$$
$$\text{Austritt } \zeta > 23^\circ 4$$

es ist also für ζ die folgende Grenzbestimmung gewonnen, nämlich

$$23^\circ 4 < \zeta < 180^\circ$$

Um nun die Orte auf der nördlichen Hemisphäre zu finden, die sich zur Anstellung der Beobachtungen nach Halley's Methode praktisch brauchbar erweisen, habe ich, um sofort allzuniedrige Höhen auszuschließen, die zwei Curven berechnet, die für $\zeta = 35^\circ$ und $\zeta = 45^\circ$ gelten, und findet vorerst für $\zeta = 35^\circ$ nach (12) die Ungleichungen

$$[9\cdot490] \leqq \log\sin(232^\circ3 + F)$$
$$[9\cdot792] \leqq \log\sin(180^\circ1 + F)$$

woraus sich ergibt einerseits

$$289^\circ7 > F > 145^\circ7$$

anderseits

$$321^\circ6 > F > 218^\circ2$$

daher die Grenzen für F

$$289^\circ7 > F > 218^\circ2$$

Ich nehme daher als Mittelwerth $F = 254^\circ$ an, und rechne vier weitere Punkte, die von diesem Mittelwerthe $\pm 18^\circ$ und $\pm 36^\circ$ abstehen und finde so nach den Gleichungen (4) und (13) die folgenden Curvenpunkte und Höhen

$\zeta = 35^\circ$, $\cos\zeta = 0\cdot82$

F	l	φ	h_e	h_a
218°	153°	+43°	23°	0°
236	139	+48	21	7
254	124	+50	16	10
272	109	+53	9	12
290	92	+57	0	10

und die Annahme $\zeta = 45^\circ$ ergab mir zunächst als Grenzbestimmung für F die Relation $295^\circ2 > F > 205^\circ5$ und vom Werthe $F = 250^\circ$ ausgehend, berechnete ich für vier weitere Werthe von F die geforderten Größen, indem ich Werthe annahm, die von diesen um die Größen $\pm 22^\circ$ und $\pm 44^\circ$ abstanden.

Es fand sich

$\zeta = 45^\circ$, $\cos\zeta = 0\cdot71$

F	l	φ	h_a	h_a
206°	161°	+32°	33°	0°
228	142	+35	32	12
250	123	+39	26	19
272	104	+44	15	22
294	82	+49	1	18

Es wird sich daher besonders empfehlen für diese Beobachtungsgattung Blagowischtschensk (niedrige Sonnenhöhen) in Sibirien und das für die Beobachtung günstiger gelegene (größere Sonnenhöhen) Niutschhuan im Norden des Golf von Liaotong, eine den Ausländern eröffnete chinesische Stadt.

Der günstigste Punkt auf der Südhemisphäre ist wohl kaum erreichbar und um daher die Punkte von der nächst größten Günstigkeit zu finden habe ich die Curve für $\zeta = 160^\circ$ berechnet. Es findet sich zunächst die Bedingung $344^\circ 2 > F > 91^\circ 2$ und die Curvenpunkte

$$\overbrace{\zeta = 160^\circ \qquad \cos\zeta = 0\cdot 94}$$

$F = 92^\circ$	$l = 304^\circ$	$\varphi = -66^\circ$
134	270	—76
176	194	—83
218	103	—78
260	66	—68
302	38	—60
344	12	—57

Es empfiehlt sich also Kemp- und Enderbyland ebenfalls, wie für die photographische Aufnahme und es bedarf daher ebenfalls keiner genauen Längenbestimmung. Falls man daher schon Mitte November durch das Eis nach Kemp- und Enderbyland vordringen kann, so wird jedenfalls die Station nur dringend empfohlen werden können. Die Sonnenhöhen sind für Enderby- und Kempland zur Zeit des Ein- und Austrittes beträchtlich, nämlich beziehungsweise über 20° und über 40°

IX.

P o s i t i o n s w i n k e l d e s E i n - u n d A u s t r i t t e s. Während des Zeitraumes zwischen den äußeren und inneren Berührungen des Venus- und Sonnenrandes möchte ich vorschlagen fortwährend die Positionswinkel dieses Eintrittes zu messen; ich behalte mir vor für eine spätere Abhandlung auf diese Messungsmethode zurückzukommen, da ich vorläufig noch keine praktischen Versuche mit derselben vorgenommen habe und ich binnen Kurzem dieselbe einer eingehenden Prüfung unterziehen werde.

X.

S c h l u ß. Ich werde nun zum Schlusse eine kurze Übersicht über die Stationen geben, welche ich für die Beobachtung des Venusdurchganges für besonders geeignet halte. Es ist klar, daß aber, wenn es gelingt, jede Station mehrfach zu besetzen, es vorzuziehen ist, falls die Möglichkeit vorliegt, nicht einen Punkt mehrfach zu besetzen, sondern sich auf benachbarte, wenn auch etwas weniger günstig gelegene Orte zu vertheilen, um von localen Trübungen der Atmosphäre möglichst unabhängig zu werden. Es wird aber jede Beobachtung auch an den für die Bestimmung der Parallaxe völlig ungünstig gelegenen Orten dadurch einen beträchtlichen Werth erhalten, indem dieselbe neue das Gewicht des Resultates verstärkende Bedingungsgleichungen einführt; es kann daher den Sternwarten am Cap der guten Hoffnung, in Madras, Batavia und Melbourne nur dringend jedwede Beobachtungsmethode, die zur genauen Kenntniß die relativen Coordinaten der Venus und Sonne führt, auf das Beste empfohlen werden.

Ich werde nun, von den südwestlich gelegenen Stationen ausgehend, dieselben aufzählen:

I. Enderby- und Kempland. Geeignet für photographische Aufnahmen und zu Halley's Methode. Genaue Länge nicht erforderlich.

II. Macdonald-, Crozet- und Kerguelen-Inseln. Geeignet als photographische, heliometrische und Contact-Stationen; auch Halley's Methode wird, falls die eine oder andere Länge unsicher bliebe, brauchbare Resultate liefern.

III. Prinz Edwards-Inseln. Heliometerstation.

IV. Mayotta. Heliometerstation und geeignet für die Bestimmung der Rectascensionsunterschiede.

V. Amiranden und Seychellen. Rectascensionsunterschiede, auch für heliometrische Messungen geeignet.

VI. Aden. Heliometer- und Rectascensionsunterschiede.

VII. Maskat. Heliometer- und Rectascensionsunterschiede.

VIII. Stationen so zahlreich als möglich zwischen dem schwarzen Meer und Baikal-See, sind geeignet für die Contactmomente und photographische Aufnahmen und Heliometermessungen.

IX. Altaigebirge. Heliometer- und Contactstation.

X. Niutschhuan. Halley's Methode und photographische Aufnahme (genaue Längenbestimmung ist nicht nöthig).

XI. Blagowischtschensk (wie X).

XII. Hokadadi oder Yokahama und überhaupt die nördlichen Japanesischen Inseln. Heliometerstation.

XIII. Gaspar Rico. Heliometerstation und Rectascensionsunterschiede.

XIV. Sandwich-Inseln für Contactmomente und photographische Aufnahme und Heliometermessungen.

XV. Somoa und die Viti-Inseln. Heliometerstation und Rectascensionsunterschiede.

XVI. Die Inselgruppen südöstlich von Neuseeland (Macquarie-Inseln!) für Contactmomente, heliometrische Messungen und photographische Aufnahmen.

XVII. Die Nimrod-Inseln (wie XVI.)

Zahlreiche Stationen sind zu besetzen und es ist nur ein allseitig befriedigender Erfolg zu erwarten, wenn eine einträchtige Mitwirkung aller gebildeten Nationen stattfindet; eine gemeinsame Vereinbarung aber ist in dieser Hinsicht durchaus nöthig und habe ich in dieser Richtung durch diese Abhandlung nur in Etwas angeregt, so würde mir dies eine hohe Befriedigung gewähren, und eine um so größere, wenn die von mir vorgeschlagenen Messungsmethoden adoptirt werden und seiner Zeit, wie ich mit Sicherheit erwarte, das vorgestreckte Ziel erreichen lassen.