

Über den Ausfluss stark verdichteter Luft

von

Prof. P. Salcher und John Whitehead.

(Mit 1 Tafel und 2 Textfiguren.)

Im Anschlusse an die optische Untersuchung der Luftstrahlen¹ wurden Beobachtungen über den Ausfluss stark verdichteter Luft auch in quantitativer Hinsicht angestellt.

Die bisherigen Wahrnehmungen anderer Experimentatoren, namentlich die von Saint-Venant und Wantzel (1839), Weisbach, Napier, Zeuner, Fliegner, Hirn und Wilde betreffen den Ausfluss von Luft und Dampf unter dem Drucke weniger Atmosphären, Wilde allein ging bis zu 9 Atmosphären absoluten Druckes. Ihre Ergebnisse reichen daher für den Ausfluss stärker verdichteter Luft nicht mehr aus und genügen in allen Fällen, wo Luft von hoher Spannung zur Anwendung kommt — wie dies heute nicht mehr selten der Fall ist — dem Praktiker nicht; auch befriedigen ihn die Ergebnisse der Theorie nicht, zumal da nicht einmal deren Übereinstimmung mit der bisherigen Erfahrung ausser Zweifel gestellt ist.² Es musste deshalb sowohl in theoretischer als auch praktischer Hinsicht die quantitative Beobachtung des Ausflusses stark verdichteter Luft wichtig erscheinen.

¹ S. Anzeiger d. kais. Akad. d. Wissensch. XIX, S. 221, 1887.

In „Séances de la Société Française de Physique“ Janvier-Avril, p. 7, 1887, macht Hugoniot auf mehrere Anomalien aufmerksam, die sich als Folgerungen aus den theoretischen Formeln für die Ausflussmenge von Luft und Dampf ergeben.

Der Beobachtungsapparat.

Zwei cylindrische Gefäße aus Stahl mit glatter Oberfläche jedes im Gewichte von 83 kg, bilden die Luftreservoirs: Das eine in Fig. 1 mit I bezeichnet, fasst 91.3 dm^3 , das andere (II) 90 dm^3 . Neben einander aufgestellt, stehen sie einen halben Meter von einander ab. Das Reservoir I ist einerseits durch das Rohr L_1 mit dem Hauptreservoir, in welchem comprimirt Luft vorrätig gehalten wird, in Verbindung, anderseits durch das Rohr L' mit

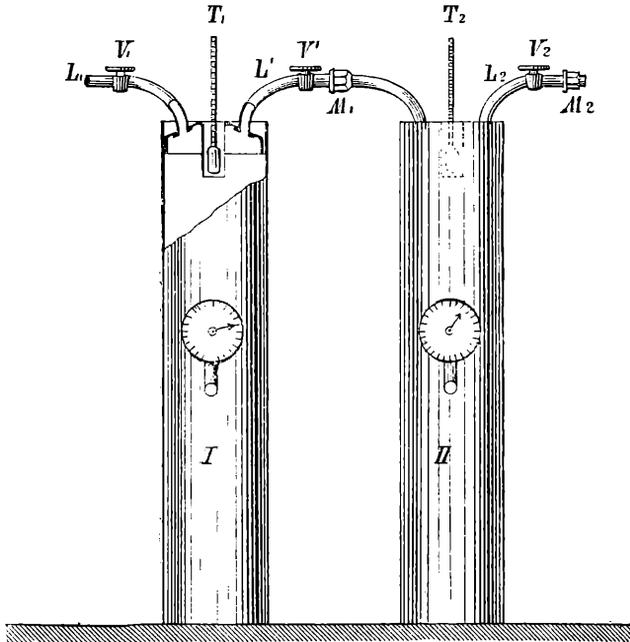


Fig. 1.

dem Reservoir II. Von diesem führt ein kurzes Rohr L_2 zur Mündung M_2 ins Freie. Nahe der Stelle, wo das Zuleitungsrohr L_1 in das Reservoir I mündet, ist ein mit der Hand regulirbares Ventil V_1 eingesetzt, ein zweites (V_2) in die Leitung L_2 nahe dem Reservoir II und ein drittes (V') zwischen den Reservoirs I und II. Das Verbindungsrohr L' besteht aus zwei Stücken, welche bei M_1 , d. i. eine Stelle zwischen dem Ventil V' und dem Reservoir II, mittelst Verschraubung luftdicht aneinander stossen, aber auch gestatten, dass zwischen ihre Enden eine mit centraler Bohrung

versehene Metallplatte eingefügt wird. Das Rohr L_2 ist an seinem Ende M_2 zur Aufnahme verschiedener Mündungsformen hergerichtet. Diese Stücke bestehen aus Messing und zeigen im Aufschnitt die Gestalten der Fig. 2.

Zur Bestimmung des Druckes der verdichteten Luft dienten dreierlei Metallmanometer, welche Spannungen bis 4, 20 und 100 *at* Überdruck anzeigen, und deren Scalen dieser Verschieden-

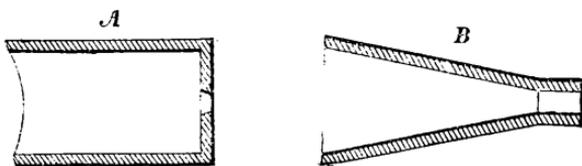


Fig. 2.

heit entsprechend so eingetheilt sind, dass bei Drucken unter 20 *at* die Zehntel einer Atmosphäre noch direct abgelesen werden können. Mittelt Verschraubung lässt sich in jedes Reservoir ein Manometer einsetzen. Bei wiederholt vorgenommenen Vergleichen zeigten sich in den Fällen, wo beide Reservoirs gefüllt waren und mit einander communicirten, nur solche Differenzen in den Angaben der Manometer I und II, wie sie bei Instrumenten dieser Art tolerirt werden müssen — Differenzen, die nur bei höheren Drucken dem Betrage Einer Atmosphäre nahe kamen.

Von oben ragt in jedes Reservoir ein 20 *cm* langes Stahlrohr hinein, das, unten verschlossen, die Bestimmung hat, ein Quecksilberthermometer aufzunehmen. Der Zwischenraum ist mit Quecksilber ausgefüllt. Die Thermometer accommodirten sich in wenigen Secunden der Temperatur ihrer nächsten Umgebung, das ist der Temperatur der Reservoirs.

Zur Bestimmung der Ausflusszeiten dienten hiezu geeignete Uhren mit Arretirvorrichtung.

Noch anderes Zugehör des Beobachtungsapparates findet später Erwähnung.

Vorgang und Ergebnis der Beobachtung bei der Entladung in die Atmosphäre.

Als nächstes Ziel wurde das Studium des continuirlichen Ausflusses der Luft aus einem bis zu bestimmtem Anfangsdruck

geladenen Reservoir und unter dem gewöhnlichen Atmosphärenals Gegendruck ins Auge gefasst. Behufs Durchführung dieser Aufgabe erfolgte die Ladung des Reservoirs II mit Luft bis zu dem gewünschten Drucke. Da hiebei das Reservoir sich erwärmte, so wurde nach dem Füllen so lange gewartet, bis sich dasselbe wenigstens theilweise abgekühlt hatte. Dies war der Fall, sobald das Thermometer T_2 nur mehr langsam im Verhältnisse zur nachfolgenden Ausflussdauer fiel. Darauf wurde das Thermometer abgelesen und durch Öffnen des Ventils V_2 die Entladung des Reservoirs in die Atmosphäre (bei M_2) eingeleitet. Dem einen Beobachter fiel es zu, die Zeit von 5 zu 5, beziehungsweise von 10 zu 10 Sekunden zu markiren, dem anderen auf die vom ersten gegebenen Zeichen die gleichzeitigen Drucke am Manometer des Reservoirs II abzulesen und zu notiren. Nach Schluss des Ventils wurde das Thermometer T_2 wieder abgelesen.

In dieser Weise wurden Entladungen des Reservoirs II in die Atmosphäre nicht bloss durch verschiedene Mündungen, sondern auch bei wechselndem Anfangsdrucke vorgenommen.

Von den, den Ausfluss beeinflussenden Umständen kommen vor Allem zwei in Betracht: der Feuchtigkeitsgrad und die Temperatur der ausströmenden Luft. Was die Feuchtigkeit der Luft betrifft, so müssen wir uns mit der Bemerkung begnügen, dass der Vorgang des Luftverdichtens sowie des Ladens des Reservoirs von der Art war, um annehmen zu können, dass das geladene Reservoir mit Wasserdunst nahezu gesättigt war und die ausströmende Luft in Folge der mit der Entladung verbundenen bedeutenden Abkühlung, von welcher später ausführlich die Rede sein wird, dem Sättigungszustande sehr nahe blieb. Hirn's Ausflussversuche mit trockener und feuchter Luft haben ergeben, dass der Einfluss der Feuchtigkeit ein sehr geringer ist.¹

Um den Einfluss der Temperatur zu bewerthen, wurden die Reservoirthermometer T_1 und T_2 nicht bloss zu Anfang und zu Ende eines jeden Versuches, sondern mitunter auch in kurzen Zwischenzeiten beobachtet. Das Thermometer T_2 zeigte während

G. A. Hirn, Experimentelle und analytische Untersuchungen über den Einfluss der Temperatur auf den Ausfluss und Stoss der Gase. Auszug in den „Beiblättern“ S. 383, 1887.

der Entladung des Reservoirs II in die Atmosphäre eine continuirliche Temperaturabnahme, blieb aber häufig über 0° C., selbst wenn das Mündungsstück mit einer Schneeschiene bedeckt und damit eine unter den Gefrierpunkt reichende Abkühlung der Luft angezeigt war; die Temperaturänderung der Luft im Reservoir erfolgte zu rasch, als dass selbst bei der kleinen Masse des Thermometergefässes der Wärmezustand der Luft auf dasselbe hätte rechtzeitig übertragen werden können.¹ Da sich ein gewöhnliches Thermometer in keiner Art zur Bestimmung der Temperatur innerhalb des Reservoirs eignete, so brachte man die thermoelektrische Methode in Anwendung. Es wurde ein Thermoelement genommen, welches aus einem sehr dünnen Kupfer- und Messingdrahte bestand und in der Form einer Sonde durch den Deckel des Reservoirs mittelst eines isolirenden Stöpsels 30 cm tief eingeführt wurde. Mit dem Thermoelement in Verbindung stand ein Wiedemann'sches Spiegelgalvanometer mit Luftdämpfung. Das Fernrohr mit der Scala war davon 380 cm entfernt. Zur Graduierung der Scala diente schmelzendes Eis und eine Kältemischung. Als Werth eines Scalentheiles ergab sich für die zwei in Anwendung gekommenen Sonden 1.84 und 1.31° C. Die während des Ausflusses abgelesenen Galvanometerangaben wurden mittelst dieser Zahlen in Wärmegrade umgerechnet.

Die thermoelektrischen Messungen der Temperatur im Innern des Reservoirs ergaben durchwegs eine grössere Abkühlung der Luft während des Ausfliessens, als die Beobachtungen mit dem

¹ Gelegentlich wurde einmal die Mündung und das zu dieser führende Rohr durch ein darunter gestelltes Stück glühenden Eisens sogar ziemlich bedeutend erwärmt. Das unmittelbar über der Mündung angebrachte und gegen directe, vom Eisen ausgehende Erwärmung geschützte Thermometer war bis zum Beginn des Ausflusses auf 50° gestiegen, zu Ende des 12 Minuten langen Versuches zeigte es 22° , während es ohne die absichtliche Erwärmung nach der in übrigens gleichen Versuchsfällen gemachten Wahrnehmung von anfänglichen 15° auf etwa 3° gefallen wäre. Der Ausfluss änderte sich aber trotz der Erwärmung der die Mündung passirenden Luft nur wenig und zwar im Sinne einer Verlangsamung. Die Luft bewegte sich eben zu schnell durch die Mündung, als dass sie viel Wärme aufnehmen konnte; die geringe Temperaturerhöhung hatte aber immerhin eine Druckvergrösserung zur Folge, welche die Entladung (Druckabnahme) etwas verzögerte.

einfachen Thermometer, erschlossen aber namentlich den allgemeinen Wärmeverlauf im Reservoir. Demnach fällt unmittelbar nach Beginn des Ausflusses die Temperatur rasch und strebt einem Minimum zu, das sich eine gewisse Zeit erhält, worauf dieselbe wieder langsam zunimmt. Bei der Anwendung einer Mündung von der Form *A* (Fig. 2) und 2 mm Öffnung liess sich beobachten, dass der Moment, in welchem sich zwischen der von der ausströmenden Luft abgegebenen und der durch die Gefässwand aufgenommenen Wärme Gleichgewicht (das Minimum der Temperatur) herstellte, für einen Anfangsdruck von 60 *at* nach rund 3 Minuten bei einem Drucke von 14 *at*, für schwächere Ladungen etwas früher eintrat und ungefähr 1 Minute lang sich erhielt. Einige nähere Angaben (Temperatur in C°, Überdruck in *at*) sind folgende:

Anfangs-		Temperatur-Minimum	Temperatur des Beobachtungsraumes
Druck	Temperatur		
21	10·1	—12·7	13
24	22·4	— 3·4	13
50	6·5	—16·8	13
61	22·2	— 7·3	12
61	27·4	— 6·2	12

Bei der Anwendung einer Mündung gleicher Form mit der Öffnung 3 mm ergab sich im Falle, wo die anfängliche Ladung 61 *at* und die Temperatur 26·8° betragen, das Minimum der Temperatur mit —17·8° nach 1 Minute 45 Secunden bei dem Drucke von 9 *at*; dasselbe dauerte 20 Secunden an, um darauf einer langsamen Temperaturzunahme zu weichen. Die Temperatur des Beobachtungsraumes war 12°.

Sei es, um die thermoelektrischen Ergebnisse zu controliren, sei es, um diejenige Methode, welche den Anspruch auf die grösste Empfindlichkeit zu erheben berechtigt sein dürfte, in Anwendung zu bringen, wurden Temperaturmessungen auch mit Hilfe des Manometers vorgenommen. Bereits Weisbach hatte bei seinen Ausflussversuchen im Jahre 1856 die Abkühlung der

Luft manometrisch bestimmt. Bezeichnen nämlich p und T den Druck und die absolute Temperatur im Augenblicke, wo durch Schliessen der Mündung eine Unterbrechung des Ausflusses erfolgte, und wo richtig nur p am Manometer, aber nicht T am Thermometer abgelesen werden konnte, so wurde so lange zugewartet, bis der Druck in Folge der durch die Gefässwand von aussen eindringenden Wärme auf p' (nach Angabe des Manometers) gestiegen war und das Reservoirthermometer die so gut wie constante Temperatur T' anzeigte. Die Temperatur T liess sich nach der Formel $T = T' \frac{p}{p'}$ bestimmen.

Um zu ersehen, wie weit das Ausfliessen adiabatisch erfolgte, wurde die dem Drucke p entsprechende Temperatur auch nach der Formel

$$T = T_1 \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{mit } \gamma = 1.41$$

berechnet; T_1 und p_1 bedeuten die absolute Temperatur und den Druck zu Beginn des Ausflusses.

In der nachstehenden Tabelle findet sich eine Zusammenstellung der mit Thermometer und Manometer beobachteten und nach der Formel für adiabatische Zustandsänderungen berechneten Temperaturen der Luft in C°. Der Druck ist hier, wie in der Folge, wenn nicht das Gegentheil bemerkt wird, als Überdruck (Druck der verdichteten Luft über den herrschenden Luftdruck) angegeben.

Anfangs-		E n d-				Temperatur des Beobachtungsraumes
Druck	Temperatur	Druck	Temperatur beob. mit		Temperatur berechnet	
			Thermometer	Manometer		
Mündung in dünner Wand mit dem Durchmesser 2 mm:						
70	8.6	62.5	—	— 0.2	— 0.4	8
64.4	8	58	6.7	— 0.7	— 0.3	8
59.6	7.4	50.8	5.7	— 3.7	— 5.2	8
52.8	6.8	45.4	5.0	— 4.4	— 5.0	7.8
45.2	6.5	34.9	4.6	—10.3	—13.3	7.8
37.1	5.8	28	4.0	—14.4	—15.5	7.8
30.2	5.2	21.6	3.3	—14.8	—19.7	7.8
23.3	4.7	14.9	2.5	—19.9	—28.2	7.8
61.2	12.8	29.5	5.4	—21.2	—40.7	7.8

Anfangs-		E d-				Temperatur des Beob- achtungs- raumes
Druck	Tem- peratur	Druck	Temperatur beob. mit		Tem- peratur berechnet	
			Thermo- meter	Manometer		
Mündung in dünner Wand mit dem Durchmesser 3 mm:						
59·5	9·4	50	7·8	— 4·4	— 4·3	7·6
52·4	8·2	43·4	6·5	— 7·1	— 6·5	7·6
45·8	7·3	35·6	5·3	—14·6	—12·0	7·6
38·6	6·4	28	4·3	—17·3	—18·3	7·6
30·7	5·6	20·8	3·5	—19·2	—23·3	7·6
Cylindrische Mündung von der Form B (Fig. 2) mit dem Durchmesser 1·01 mm:						
59·4	12·5	51·2	10·4	3·5	0·7	7·6
52·5	10·4	44·2	8·6	1·9	— 3·2	7·6
45·4	9·2	37·0	7·2	— 3·0	— 6·8	7·6
59·2	12·6	29·8	4·6	— 3·2	—38	7·6
31	7·3	19·6	3·8	— 7·5	—26·4	7·6

Daraus mag man ersehen, wie weit die Angaben eines gewöhnlichen Thermometers hinter der Wirklichkeit bleiben, welche hingegen durch die manometrischen Bestimmungen sehr richtig wiedergegeben sein dürfte, und wieweit der Ausfluss die Eigenschaft eines adiabatischen Vorganges an sich trägt.

Um auch die Bedeutung der Temperatur des Beobachtungsraumes auf die Versuchsergebnisse wahrzunehmen, wurde wiederholt die Abkühlung beobachtet, welche das Reservoir mit der Zeit erfuhr, nachdem es in Folge des Ladens gewöhnlich stark über die Temperatur der Umgebung erwärmt worden war. Zu diesem Behufe wurde das von oben in das Reservoir ragende Thermometer beobachtet, von dessen Angaben einige hier folgen:

Ladung des Re- servoires in at (Überdruck)	Anfangs-Tem- peratur des Re- servoires in C°	Abkühlung in C° während 1 Minute	Temperatur des Beobachtungs- raumes in C°
38	23	0·7	7·3
42·5	32	0·2	24
49	26·3	1	7·3
53	21	0·5	7
60	36	1	14
60	30	0·7	16
60	17·5	1·1	7·6
60	15·0	0·6	7·6
60	13	0·2	7·6

Zurückkehrend zu der Untersuchung, in welcher Weise beim continuirlichen Ausflusse der Luft der Druck mit der Zeit abnimmt, werde an die frühere Bemerkung angeknüpft, dass Aufzeichnungen des vom Manometer angegebenen Druckes in gleichen Zeitintervallen, meistens nach je 5 Secunden, erfolgten. Die Mündungen in dünner Wand von der Form *A* (Fig. 2) hatten den Öffnungsdurchmesser 1, 2, 3 und 5·1 *mm*, die cylindrische Mündung von der Form *B* (Fig. 2) den Durchmesser 2 *mm*. In Anbetracht der Thatsache, dass beispielsweise die gänzliche Entladung des auf 60 *at* geladenen Reservoirs durch die Mündung von 1 *mm* Durchmesser gegen 40 Minuten beträgt, und dass bei jeder Mündung die Versuche drei bis acht Mal wiederholt wurden, ist klar, dass sich als unmittelbares Beobachtungsmaterial eine grosse Anzahl ausgedehnter, Drucke und Zeiten enthaltender Zahlenreihen ergab. Diese, eine unveränderte Wiedergabe der Aufzeichnungen erschwerende Ausführlichkeit, sowie das Bestreben, das Ergebniss der Beobachtung mit der Theorie zu vergleichen, veranlassten die Aufstellung einer theoretischen Formel, in welcher die seit dem Beginne des Ausflusses vergangene Zeit *t* als eine Function des herrschenden Druckes *p* erscheint, also

$$t = F(p)$$

ist.

Mit diesem theoretischen Werthe von *t* lässt sich der beobachtete vergleichen und durch die Angabe der Verhältnisszahl beider Werthe das weitläufige Beobachtungsmaterial in Kürze zur Darstellung bringen.

Ausgegangen wurde von der Differentialgleichung:

$$Vd\rho = -A\rho' u dt.$$

V bedeutet den Inhalt des Ausflussgefässes, ρ die zur Zeit *t* in demselben bestehende Dichte der Luft, deren Druck *p* ist, ρ' die Dichte und *u* die Geschwindigkeit der Luft in der Mündungsfläche *A*. Die Geschwindigkeit *u* hat (Weisbach's Formel) den Werth:

$$u = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} \left\{ 1 - \left(\frac{p'}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}},$$

worin γ das Verhältniß der specifischen Wärmen (für Luft = 1.41) und p' den Druck in der Mündung bedeutet.

Theoretisch wie praktisch rechtfertigt sich die Annahme, dass, so lange der innere Druck p grösser als ein gewisses $\left(\frac{1}{\alpha} \text{ mal}\right)$ Vielfaches des äusseren Druckes p_0 ist, der Druck p' in der Mündung den Werth αp hat und somit vom äusseren Drucke unabhängig ist. Die theoretische Begründung hiefür liegt in dem Ergebnisse der Rechnung, dass an der Stelle des kleinsten Querschnittes eines allerdings als stationär vorausgesetzten Stromfadens der Druck die angegebene Bewertung findet;¹ den praktischen Nachweis haben zuerst Saint-Venant und Wantzel durch die Beobachtung erbracht, dass der Ausfluss von dem äusseren Drucke so lange nahezu unabhängig ist, als dieser weniger als ungefähr die Hälfte des inneren beträgt.² Die Theorie ergibt $\alpha = 0.522$ für den adiabatischen und $\alpha = 0.607$ für den isothermischen Ausfluss.

Demnach ist $\frac{p'}{p} = \alpha$ und

$$u = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} \left\{ 1 - \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}}$$

Setzt man diesen Werth für u in die Differentialgleichung ein, so führt die Integration unter der Voraussetzung, dass das Ausfliessen adiabatisch erfolgt, somit

$$\rho' = \alpha^{\frac{1}{\gamma}} \rho$$

ist, zur gesuchten Abhängigkeit der Ausflussdauer t von dem herrschenden Drucke p :

$$t = \frac{V}{A \sqrt{gRT_1}} \sqrt{\frac{2}{\gamma(\gamma-1) \left(\alpha^{\frac{2}{\gamma}} - \alpha^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right)}} \left\{ \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - 1 \right\} \quad \dots 1)$$

Darin bedeutet g die Beschleunigung der Schwerkraft, R die Constante des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes, T_1 die

¹ Hugoniot, Sur la pression qui existe dans la section contractée d'une veine gazeuse. C. R. t. 103, p. 241.

De Saint-Venant et Wantzel, Mémoire et expériences sur l'écoulement de l'air. Journal de l'Ecole Polyt. 1839, p. 85—122.

absolute Temperatur und p_1 den absoluten Druck zu Beginn des Ausflusses. Die Gleichung gilt so lange, als $p > \frac{p_0}{\alpha}$ ist, d. h. in unserem Falle, wo p_0 den Atmosphären-Druck bedeutet, so lange, als nicht der Druck im Reservoir auf $\frac{1}{\alpha} at = 1 \cdot 92 at$ (für adiabatischen Vorgang) gesunken ist; dieselbe dient somit zur Berechnung aller jener Ausflusszeiten, um die es sich in dieser Abhandlung vor Allem handelt.

Aus der Zeit, die vergeht, bis der Druck auf den angegebenen Grenzwert abgenommen, vermehrt um die Dauer, welche das noch weitere, gänzliche Entladen des Ausflussgefäßes erfordert, berechnet sich die Gesamtdauer der adiabatischen Entladung, für welche Hugoniot den Ausdruck aufstellt:

$$D = \frac{V}{A \sqrt{RT_1}} (2 \cdot 363 \sqrt{\frac{p_1}{p_0}} - 2 \cdot 269) \quad \dots 2)$$

Hugoniot ist zu danken, dass die Ausflusstheorie durch gründliche Studien und durch die Aufnahme der Saint-Venant's- und Wantzel'schen Wahrnehmung wesentlich gefördert und der Erfahrung nahe gebracht wurde.¹

Bei der Voraussetzung isothermischen Vorganges ist $\alpha = 0 \cdot 607$ und beträgt die Ausflussdauer t' so lange, als der Druck im Reservoir nicht auf $\frac{p_0}{\alpha} at$ gefallen ist:

$$t' = \frac{V}{A \sqrt{gRT_1}} \frac{\log_n \frac{p_1}{p}}{\alpha \sqrt{2 \log_n \frac{1}{\alpha}}}$$

¹ In letzter Zeit haben sich namentlich Haton de la Goupillière und Hugoniot mit dem Problem des Füllens eines Reservoirs mit Luft und des Entleerens eines gefüllten Reservoirs befasst. Siehe u. A.: Haton de la Goupillière, Ecoulement varié des gaz. C. R. t. 103, p. 661 et 709 Hugoniot, Sur l'écoulement d'un gaz qui pénètre dans un récipient de capacité limitée. C. R. t. 103, p. 922. Sur le mouvement varié d'un gaz comprimée dans un reservoir qui se vide librement dans l'atmosphère. C. R. t. 103, p. 1002. Sur l'écoulement de fluides élastiques. C. R. t. 103, p. 1253.

Die Gesamtdauer D' der isothermischen Entladung ist nach Hugoniot:

$$D' = \frac{V}{A \sqrt{RT_1}} \left(0.12 + 1.212 \log \frac{p_1}{p_0} \right)$$

Behufs kurzfassender Vergleichung der Beobachtungsdaten mit der Theorie wurden aus den Zahlenreihen, welche die gewöhnlich von 5 zu 5 Secunden notirten Drucke enthalten, die gleichen Druckintervallen entsprechenden Ausflusszeiten genommen und gleichzeitig für eben dieselben Druckabnahmen die Zeiten mittelst obiger Gleichungen berechnet. Hiebei stellte sich bald heraus, dass nur die mit den adiabatischen Formeln erhaltenen Resultate mit der Beobachtung gut übereinstimmen, während die isothermischen Gleichungen durchwegs viel zu grosse Werthe der Ausflusszeiten ergeben, was sich übrigens nach der Natur des Ausflussprocesses erwarten liess. Aus diesem Grunde wurde weiters zur Feststellung des „Ausflusscoëfficienten“ nur das Verhältnis der für den adiabatischen Vorgang berechneten Zeiten zu den beobachteten bestimmt. Die folgenden Tabellen enthalten die diesbezüglichen Werthe für die verschiedenen untersuchten Mündungen (Temperatur in C°, Überdruck in *at*, Zeit in Secunden):

Mündung in dünner Wand.

Anfangs- Temperatur	Druck- abnahme	Ausflussdauer		Ausfluss- coëfficient
		beobachtet	berechnet	
Öffnungsdurchmesser 1 mm:				
26	50—45	41.39	41.96	1.014
	45—40	52.19	47.60	0.912
	40—35	62.68	54.79	0.874
	35—30	73.17	64.19	0.876
20	40—35	57.27	53.61	0.936
	35—30	70.89	62.88	0.887
	30—25	91.40	75.68	0.828
	25—20	113.20	94.70	0.831
	20—15	146.79	124.63	0.849
10	15—10	191.51	180.22	0.941
	10—5	279.77	313.06	1.119
	22—15	177.52	154.80	0.872
	15—10	207.48	167.65	0.808
	10—5	272.39	293.91	1.079
	12	9.7—4	430.79	333.00
8.3	4—2	283.58	220.91	0.779

Anfangs- Temperatur	Druck- abnahme	Ausflussdauer		Ausfluss- coëfficient
		beobachtet	berechnet	
Öffnungsdurchmesser 2 mm:				
26	60—55	9·36	8·68	0·927
	55—50	10·70	9·66	0·899
	50—45	12·14	10·77	0·887
	45—40	14·57	12·23	0·839
	40—35	16·92	14·03	0·829
	35—30	20·39	16·46	0·807
	30—25	25·34	19·87	0·784
	25—20	30·06	24·80	0·825
	20—15	38·28	32·61	0·852
	29	29·3—20	46·10	37·88
20—15		38·79	29·37	0·757
15—10		54·18	42·48	0·784
29	10— 7	45·51	39·78	0·874
	20—15	36·11	27·70	0·767
	15—10	59·97	40·42	0·674
	10— 5	110·01	70·08	0·637
	5— 2	119·94	87·80	0·732
Öffnungsdurchmesser 3 mm:				
30	60—50	8·70	8·10	0·931
	50—40	11·05	10·15	0·918
	40—30	15·43	13·47	0·873
	30—20	22·60	19·71	0·872
	20—10	42·37	35·30	0·833
	10— 5	36·39	36·25	0·996
	27	28—20	15·19	14·81
20—10		36·12	31·86	0·882
10— 5		32·50	32·68	1·003
12	14—10	18·69	14·78	0·791
	10— 5	40·14	30·49	0·757
	5— 2	56·67	38·31	0·676
Öffnungsdurchmesser 5·1 mm:				
33	70—60	2·67	2·34	0·876
	60—50	3·56	2·86	0·802
	50—40	4·75	3·57	0·751
	40—30	6·18	4·75	0·768
	30—20	9·46	6·93	0·732
	20—10	16·26	12·44	0·765
	10— 5	14·73	12·76	0·866
	26	35—30	2·50	2·34
30—20		7·23	6·37	0·880
20—10		13·71	11·38	0·830
10— 5		11·51	11·71	1·017

Anfangs- Temperatur	Druck- abnahme	Ausflussdauer		Ausfluss- coefficienten
		beobachtet	berechnet	
Cylindrische Mündung mit dem Durchmesser 2 mm:				
27	60—50	18·45	18·31	0·992
	50—45	12·13	10·75	0·886
	45—40	14·78	12·21	0·826
	40—35	19·76	14·01	0·709
	35—30	22·64	16·44	0·726
	30—25	25·93	19·83	0·726
	25—20	29·26	24·76	0·846
	20—15	39·87	32·36	0·819
	15—10	52·45	47·16	0·899
	10— 5	75·07	81·97	1·092
22	30—25	22·37	18·11	0·854
	25—20	27·18	22·59	0·831
	20—15	34·37	28·26	0·793
	15—10	55·53	44·76	0·806
	10— 5	87·91	74·90	0·852
22	16—10	56·56	45·70	0·808
	10— 5	104·61	68·63	0·656
14	3— 2	45·98	30·26	0·658

Diese Zusammenstellung zeigt in übereinstimmender Wiederholung ein Ab- und Zunehmen des Ausflusscoefficienten, welche Erscheinung in der Hauptsache sich durch die von aussen der Luft im Reservoir zukommende Wärme erklären lässt. Der Ausflusscoefficient nimmt während ein und desselben Versuches ab und wieder zu, er zeigt sich veränderlich mit dem Drucke und abhängig von der Form der Mündung. Durch die cylindrische Mündung vom Durchmesser 2 mm erfolgt das Ausfliessen etwas schneller, als durch die gleichgrosse Öffnung in dünner Wand. Die damit angedeuteten Wahrnehmungen stimmen mit den Angaben von Fliegner, Wilde und Reynolds überein.¹

Bestimmt man das Mittel der verschiedenen Ausflusscoefficienten, so erhält man für die Mündungen in der oben angegebenen Reihenfolge die Werthe: 0·899, 0·805, 0·876, 0·838 und 0·812.

¹ A. Fliegner, Ergebnisse einiger Versuche über das Ausströmen der atmosphärischen Luft. Civ. Ing. 1874. H. Wilde, On the efflux of air as modified by the form of the discharging orifice. Phil. Mag. (5) 21, 1886. O. Reynolds, On the flow of gases. Phil. Mag. (5) 21, 1886.

Es wurde nicht unterlassen, den Ausfluss bis zur gänzlichen Entladung des Reservoirs zu verfolgen; doch bildete dieser Theil der Beobachtung nicht den eigentlichen Gegenstand der Untersuchung und stellte sich die Schwierigkeit heraus, genau den Moment festzustellen, wo die Entladung vollständig zu Ende war. Da sich nämlich das Reservoir während des Ausflusses stark unter die Temperatur der Umgebung abkühlt, so dauert der Wärmeaustausch zwischen innen und aussen desselben lange an und ebensolange der letzte noch wahrnehmbare Luftstrahl. Aus den bis zur gänzlichen Entladung gemachten Beobachtungen sei herausgenommen, dass bei der Entleerung des auf 60 *at* Überdruck geladenen Reservoirs durch die Mündungen von 1, 2, 3 und 5·1 *mm* Durchmesser nach beziehungsweise 40, 11, 6 und 3 Minuten Ausflussdauer, zu einer Zeit also, wo das Manometer lange schon auf 0 *at* (Überdruck) gefallen war, noch Spuren des Luftstromes wahrnehmbar waren.¹

Zur Veranschaulichung der bisherigen Ergebnisse dient das Diagramm I. Auf Grund eines rechtwinkligen Coordinatensystems sind die bei dem continuirlichen Ausflusse der Luft erhaltenen mittleren Drucke als Ordinaten und die seit Beginn der Entladung verflossenen Zeiten als Abscissen aufgetragen. Der Anfangsüberdruck von 60 *at* bildet den gemeinsamen Ausgangspunkt aller so entstandenen Curven I—IV, welche für die Mündungen 1, 2, 3 und 5·1 *mm* Durchmesser die mit der Zeit stattfindende Druckabnahme darstellen. Es ist ersichtlich, dass mit der Erweiterung der Mündung die Krümmung der Curven im anfänglichen Theile ab-, gegen das Ende zunimmt, mit anderen Worten, dass mit der Vergrösserung der Öffnung der anfängliche Theil jeder Curve stets mehr einer Geraden sich nähert, während die Länge desselben im Verhältnisse zur Ausdehnung der ganzen Curve zunimmt. Ferner lehrt das Diagramm, dass für einen und

¹ In den Zahlenreihen der unmittelbar erhaltenen Beobachtungsdaten sind auch gewisse, regelmässig wiederkehrende Erscheinungen angedeutet, auf die nicht näher eingegangen ist. Auf derartige Vorkommnisse sind bereits Saint-Venant und Wantzel aufmerksam geworden, indem sie eine Periodicität in dem Ausflusse, einen von Schwingungen herrührenden Einfluss wahrnahmen, der beim Ausflusse des Wassers von Savart, Maurat, de Coligny u. A. beobachtet wurde.

Gegendruck in <i>at</i>	Ausflussdauer in Sekunden
10·8	5·2
13·8	5·4
15·7	6·2
17·8	6·6
18·6	7·7
19·6	9·2.

Hiebei bewegte sich die Temperatur während der ganzen Versuchsdauer zwischen 23 und 20° im Reservoir I und zwischen 23 und 30° im Reservoir II.

Um den Ausfluss bei dem constanten Drucke von 32 *at* zu beobachten, wurde die Zeit notirt, in welcher der Druck im Reservoir I von 32 auf 31 *at* sank, bei wechselndem Gegendrucke im Reservoir II:

Gegendruck in <i>at</i>	Ausflussdauer in Sekunden
1·8	3·1
3·8	3·1
10·8	3·3
17·4	3·7
20·7	3·8
21·7	4·0
23·3	4·5
24·5	4·8
25·6	5·3
27·1	5·6
28·6	7·2
29·7	8·5
30·8	26·0. ¹

Die Temperatur bewegte sich zwischen 31 und 27° im Reservoir I und zwischen 23 und 32° im Reservoir II.

Aus Versuchen mit dem Drucke von 42 *at* im Reservoir I hat sich für die Druckänderung von 42 auf 41 *at* ergeben:

¹ In diesem Falle wurde die Zeit für die Druckänderung von 32 auf 31·5 beobachtet und doppelt genommen.

Gegendruck in <i>at</i>	Ausflussdauer in Sekunden
21·1	3·2
23·7	3·1
25·4	3·3
27·1	3·4
28·9	3·5
30·1	3·7
31·4	4·1
33·0	4·2
34·2	4·5
36·8	5·5
38·0	6·3
39·2	6·9
39·9	8·1
40·5	9·5. ¹

Die Temperaturbewegung erfolgte innerhalb 34 und 27° im Reservoir I und innerhalb 28·5 und 32·4° im Reservoir II.

Die Versuche mit der Druckänderung von 51 auf 50 *at* bei verschiedenen Gegendrücken haben ergeben:

Gegendruck in <i>at</i>	Ausflussdauer in Sekunden
0·3	2·55
6·0	2·50
11·0	2·55
15·6	2·65
20·8	2·75
26·2	2·85
31·0	3·20
35·8	3·55
40·3	3·95
45·5	5·90
48·0	8·40.

¹ In den letzten vier Fällen wurde die Zeit für die Druckänderung von 42 bis 41·5 *at* beobachtet und doppelt genommen.

Die äussersten Temperaturen waren hiebei 27 und $23 \cdot 5^\circ$ im Reservoir I und 20 und $29 \cdot 4^\circ$ im Reservoir II.

Das Diagramm II stellt die voranstehenden Ergebnisse graphisch dar. Auf Grund eines rechtwinkligen Coordinatensystems wurden die Gegendrücke als Abscissen und die Ausflusszeiten als Ordinaten aufgetragen. Auf diese Art ergaben sich die Curven I, II, III und IV für die Druckänderungen 22—21, 32—31, 42—41 und 51—50 *at*.

Man sieht, dass die Curven in ihrer ersten Hälfte nahezu geradlinig, und zwar parallel zur Abscissenaxe verlaufen. Trotz zunehmenden Gegendruckes ändert sich also die Ausflussdauer nur sehr wenig, mindestens in Anbetracht der Vergrösserung, welche dieselbe erfährt, sobald der Gegendruck ungefähr die Hälfte des Druckes im Ausflussgefässe erreicht.

Auf diese Thatsache, welche in theoretischer wie auch praktischer Hinsicht wichtig ist, sind zuerst Saint Venant und Wantzel im Jahre 1839 durch die Wahrnehmung aufmerksam geworden, dass, sobald der äussere Druck auf einen gewissen Werth abgenommen hat, die Ausflussmenge der Luft fast constant blieb.¹ Ihre Beobachtung stützte sich auf eine nicht ganz einwurfsfreie Untersuchungsmethode, und war mit der Ausflussgleichung, welche ihnen bereits in der Form, wie sie später (1856) von Weisbach wieder aufgestellt und nach ihm benannt wurde, bekannt war, im theilweisen Widerspruche. Die betreffende Wahrnehmung fand desshalb wenig Anerkennung, auch Poncelet trat als ihr Gegner auf. Erst als Napier bei Versuchen mit Wasserdampf Ähnliches constatirte, stellte Zeuner (1871) zur Austragung der schwebenden Frage neuerdings Versuche an. Er experimentirte mit Luft, die in einem Kessel von 811 dm^3 Inhalt auf etwa 4 *at* (absoluter Druck) comprimirt war, und fand in Übereinstimmung mit Saint Venant und Wantzel, dass die Ausflussmenge, sobald der äussere Druck auf ungefähr die Hälfte des inneren gesunken war, für kurze, nach Innen abgerundete kreisförmige Mündungen wirklich und für Mündungen in dünner Wand nahezu constant blieb.²

¹ a. a. O.

² Zeuner, Resultate experimenteller Untersuchungen über das Ausströmen der Luft bei starkem Überdrucke. Civ. Ing. 1874.

In letzter Zeit war es Wilde, welcher durch Versuche mit bis auf 8 at Überdruck verdichteter Luft die von Saint Venant und Wantzel beobachtete Erscheinung bewahrheitete.¹

Unsere Versuche bestätigen die in Rede stehende Thatsache für höhere Drucke, indem sie darthun, dass der Ausfluss der Luft bis zu einem gewissen Punkte vom äusseren Drucke selbst dann noch, wenn dieser einen verhältnissmässig grossen Werth annimmt, fast unabhängig ist.

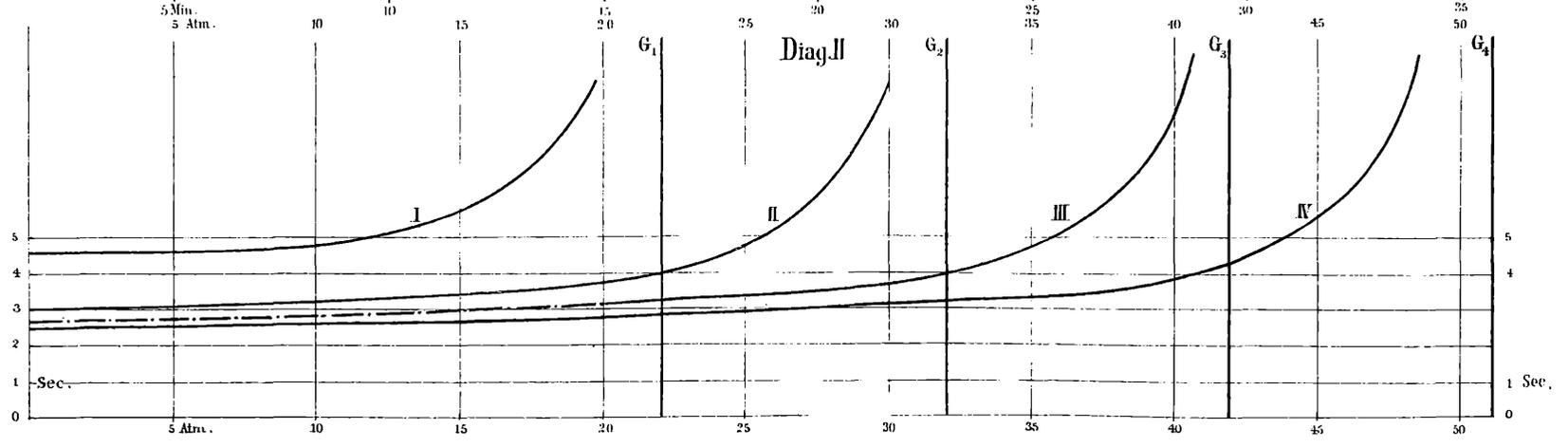
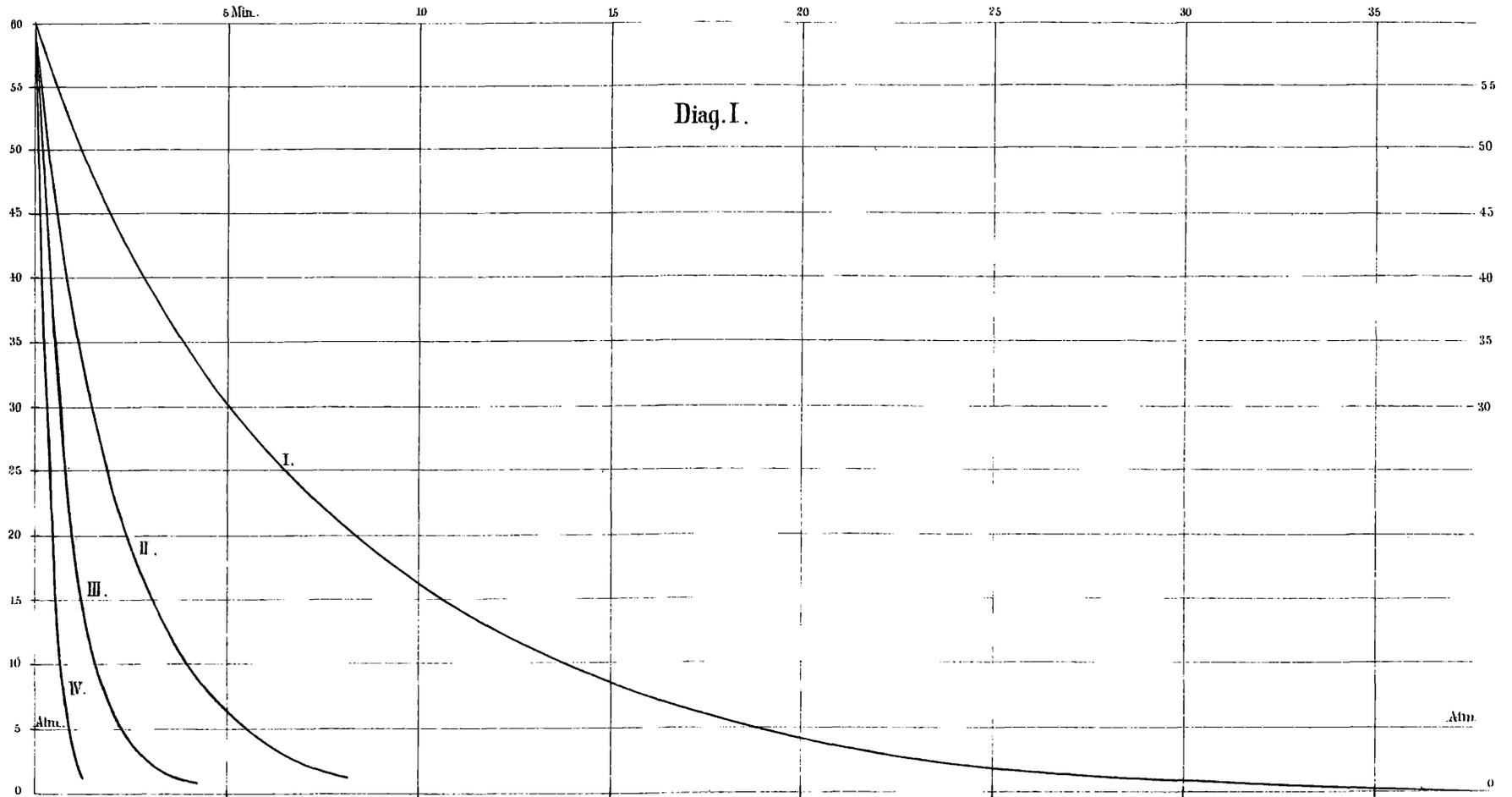
In Übereinstimmung damit erweist sich die durch wiederholte Versuche festgestellte Wahrnehmung, dass die continuirliche Überfüllung der Luft aus dem auf einen bestimmten Anfangsdruck geladenen Reservoir I in das nur atmosphärische Luft enthaltende Reservoir II anfangs einige Zeit hindurch so erfolgt, als wenn die Luft frei ausströmen würde. Der Gegendruck macht sich nämlich erst bemerkbar, sobald er einen grösseren Werth angenommen hat.

Das Diagramm II zeigt ferner, dass sich eine scharfe Grenze, an welcher der Ausfluss die angedeutete Änderung erfährt, nicht ziehen lässt. Es hat gleichwohl nicht an Versuchen gefehlt, mittelst der älteren Daten eine solche Grenze festzustellen. Die Theorie sagt nämlich, dass die Ausflussmenge ein Maximum wird, sobald das Verhältnis des äusseren zum inneren Drucke einen bestimmten Werth annimmt, der für den isothermischen Vorgang 0·607 und für den adiabatischen 0·522 beträgt. Da man Grund gehabt hatte, diesen theoretisch bestehenden Moment im Ausflusse mit jener erfahrungsgemäss festgestellten Wendung identisch zu nehmen, so ist man daran gegangen, den Werth desjenigen Druckverhältnisses zu berechnen, für welches die besagte Änderung stattfindet. Reynolds hat hiefür aus Graham's Versuchen 0·483 bis 0·531 und aus Wilde's Beobachtungen 0·5 bis 0·53 gefunden; Napier aus eigenen Versuchen mit Wasserdampf 0·5.

Diesen Zahlen entsprechend sollte der Ausfluss so lange unverändert andauern, bis nicht der äussere Druck zu ungefähr der Hälfte des inneren angewachsen ist. Dies bewahrheitet sich bei unseren Versuchen in der Curve I des Diagramms II noch befriedigend, in den übrigen Curven aber, welche den Drucken

¹ H. Wilde, Über die Geschwindigkeit, mit der Luft in ein Vacuum einströmt. Auszug in den „Beiblättern“ 1886, S. 749.

P. Salcher & J. Whitehead: Ausfluss stark verdichteter Luft.



1

Ausfluss stark verdichteter Luft.

von 32 bis 51 *at* entsprechen, rückt die fragliche Übergangsstelle stets mehr nach der Seite des grösseren Gegendruckes, mit anderen Worten: Derjenige Verhältnisswerth des äusseren zum inneren Drucke, bei welchem die Ausflussdauer auffällig zu wachsen beginnt, nimmt gleichzeitig mit dem inneren Drucke zu.

Reynolds und Hugoniot haben sich eingehend mit der Erklärung der Saint Venant und Wantzel'schen Beobachtung befasst. Die zuletzt angegebene Thatsache scheint uns in dieser Richtung einen wichtigen Anhaltspunkt zu geben, doch müssen wir es uns für diesmal versagen, darauf sowie auf manche andere bei unseren Versuchen mitbeobachtete Erscheinung näher einzugehen.

Schliesslich fühlen wir uns verpflichtet, Herrn Prof. Dr. E. Mach für manchen uns gegebenen Fingerzeig den besten Dank auszusprechen.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1889

Band/Volume: [98_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Salcher P., Whitehead John

Artikel/Article: [Über den Ausfluss stark verdichteter Luft 267-287](#)