

Integration der Gleichung für die Störung der mittleren täglichen siderischen Bewegung periodischer Kometen von geringer Neigung (Biela'scher Komet) durch die Planeten Erde, Venus und Mercur

von

Dr. J. v. Hepperger,

Privatdocent für Astronomie an der k. k. Universität zu Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung am 11. Juli 1889.)

Die Zusammenfassung der aus den einzelnen Erscheinungen eines periodischen Kometen gerechneten Elemente in ein einheitliches System setzt die möglichst genaue Kenntniss aller planetarischen Störungen voraus, welche selbst wieder Functionen der Elemente des Kometen sind. Dieser Umstand macht immer eine Wiederholung oder mehrfache Durchführung der Störungsrechnung nothwendig. Man darf nun erwarten, die Zahl dieser Operationen dadurch verringern zu können, dass man gleich von Anfang an die hauptsächlichsten Störungen aller berücksichtigungswerthen Planeten bestimmt und zur provisorischen Ausgleichsrechnung benützt. Von den Störungen, welche die Elemente des Biela'schen Kometen durch die Anziehung von Erde, Venus und Mercur erfahren, ist im Allgemeinen jene der mittleren Anomalie des grössten Wachsthums fähig, nachdem die Störungen aller übrigen Elemente durch den regelmässigen Zeichenwechsel in vorwiegend periodischen Änderungen derselben bestehen. Aus demselben Grunde ist als Hauptglied der Störung der mittleren Anomalie der von der Änderung der mittleren täglichen siderischen Bewegung herrührende Theil derselben anzusehen, also die Grösse

$\iint \left(\frac{d\mu}{dt} \right) dt^2$. Die rasche Bewegung des Kometen in der Nähe seines Perihels lässt die directe Ermittlung dieses Integrals nicht

zu, wohl aber gelingt es, die Integration mit genügender Genauigkeit auszuführen, wenn der Komet so weit vom Perihel entfernt ist, dass seine wahre Anomalie beiläufig ± 140 Grade beträgt. Ich will hiebei erwähnen, dass der Biela'sche Komet sich während der Zeit eines Umlaufes ($6\frac{1}{2}$ Jahre) fast fünf Jahre lang in grösseren Entfernungen vom Perihel bewegt.

Unter Beibehaltung der üblichen Bezeichnungen lautet die zu integrierende Gleichung

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{3m_1 k^2}{\sqrt{ap}} \left[-\frac{(\xi_1 - r) e \sin v + \eta_1 \frac{p}{r}}{\rho^3} + \frac{\xi_1 e \sin v + \eta_1 \frac{p}{r}}{r'^3} \right] \quad 1)$$

Bedeutet w die Länge des störenden Planeten in seiner Bahn, gezählt vom aufsteigenden Knoten der Bahn des Planeten über die Bahnebene des Kometen, J die Neigung ersterer Ebene zur letzteren, σ den Abstand besagten Knotens vom aufsteigenden Knoten der Kometenbahn über die Ekliptik, so wird

$$\xi_1 = r' \cos(\sigma + w - u) + 2r' \sin w \sin(\sigma - u) \sin^2 \frac{J}{2}$$

$$\eta_1 = r' \sin(\sigma + w - u) - 2r' \sin w \cos(\sigma - u) \sin^2 \frac{J}{2}$$

$$\rho^2 = r^2 + r'^2 - 2r\xi_1.$$

So lange $\frac{r'}{r} < \frac{1}{3}$, werden bei geringen Neigungen durch Vernachlässigung der mit $\sin^2 \frac{J}{2}$ multiplicirten Ausdrücke im ersten Gliede der Gleichung 1) nur unbedeutende Fehler entstehen, so dass man sich die Vereinfachung wird erlauben können zu setzen:

$$\rho^2 = r^2(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos x)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\xi_1 - r) e \sin v + \eta_1 \frac{p}{r}}{\rho^3} = \\ & = \frac{(1 + e \cos v)^2}{p^2(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos x)^{\frac{3}{2}}} [-e \sin v(1 - \alpha \cos x) + (1 + e \cos v) \alpha \sin x] \end{aligned}$$

$$\frac{\xi_1 e \sin v + \eta_1 \frac{p}{r}}{r'^3} =$$

$$= \frac{\sin x + e \sin(v+x)}{r'^2} - \frac{2}{r'^2} [\cos(\sigma-u) + e \cos(\sigma-w)] \sin^2 \frac{J}{2} \sin w$$

worin

$$\alpha = \frac{r'}{r}; \quad x = \sigma + w - u.$$

Aus letzterer Gleichung folgt, die Bahnelemente als constant vorausgesetzt:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dw}{dt} - \frac{dv}{dt}.$$

Ferner ist

$$\frac{dw}{dt} = \frac{k \sqrt{p_1}}{r'^2}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{k \sqrt{p}}{r^2}$$

$$dt = \frac{r'^2 dx}{k \sqrt{p_1} (1 - \alpha^2 \sqrt{\frac{p}{p_1}})} = \frac{r'^2 dw}{k \sqrt{p_1}}.$$

Nach Einführung der Bezeichnungen:

$$\sqrt{\frac{p}{p_1}} = \beta; \quad \frac{1 - \alpha \cos x}{(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos x)^{\frac{3}{2}}} = P; \quad \frac{\alpha \sin x}{(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos x)^{\frac{3}{2}}} = Q$$

geht die Gleichung für $\frac{d\mu}{dt}$ über in

$$\frac{d\mu}{dt} dt = \frac{3m_1 k}{\sqrt{p_1} \sqrt{ap}} \left[\left\{ \sin x - r'^2 \frac{(1 + e \cos v)^2}{p^2} (-e \sin v \cdot P + \right. \right.$$

$$\left. \left. + (1 + e \cos v) Q \right\} \frac{dx}{1 - \alpha^2 \beta} + e \sin(v+x) dw - \right.$$

$$\left. - 2 (\cos(\sigma-u) + e \cos(\sigma-w)) \sin^2 \frac{J}{2} \sin w dw \right] \quad 2)$$

Um die Integration obiger Gleichung ausführen zu können, muss man eine Beziehung zwischen v und x herstellen, was auf

folgende Weise geschehen kann. Gibt man der wahren und mittleren Anomalie des Kometen die Form

$$v = v_0 + \Delta v$$

$$M = M_0 + \Delta M$$

so lässt sich Δv durch die Reihe darstellen

$$\Delta v = C_1 \Delta M + C_2 (\Delta M)^2 + C_3 (\Delta M)^3 + \dots$$

wo

$$C_1 = g^2 \sqrt{1-e^2} \quad g = \frac{1+e \cos v_0}{1-e^2}$$

$$C_2 = -g^3 e \sin v_0$$

$$C_3 = \left(\frac{4e^2 \sin^2 v_0}{1-e^2} + 1 - g \right) \frac{g^4 \sqrt{1-e^2}}{3}$$

So lange $g < 1$ und $\Delta M < 1$ sind, ist die Convergenz obiger Potenzreihe ausser Frage gestellt. Für den Biela'schen Kometen braucht nur g kleiner als die Einheit zu sein, damit die drei ersten Glieder der Reihe eine genügende Annäherung an den wahren Werth von Δv geben. Zugleich bewegt sich der Komet bei solchen Anomalien, welche der Ungleichung $g < 1$ entsprechen, nur sehr langsam im Vergleiche zur anomalistischen Bewegung der Erde und der inneren Planeten, welche Bewegung für die vorliegenden Zwecke der Zeit proportional gesetzt werden kann. Ich nehme daher an, dass die Zunahme der mittleren Anomalie des Kometen proportional der Zunahme der Grösse x erfolge. Es erweist sich am vortheilhaftesten, als Integrationsgrenzen dieser Variablen die Werthe $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$, respective $+\frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$ zu wählen. Da die Differenz der Grenzen in beiden Fällen π beträgt, so ergibt sich aus

$$x = \sigma + w - u$$

$$w_2 - w_1 = \pi + u_2 - u_1$$

wofür man auch setzen kann

$$w_2 - w_1 = \pi + v_2 - v_1.$$

Da ferner

$$M_2 - M_1 = \frac{\mu}{\mu_1} (w_2 - w_1)$$

so erhält man

$$M_2 - M_1 = \frac{\mu}{\mu_1} (\pi + v_2 - v_1).$$

Um die beiden Fälle der Integration auseinander zu halten, möge folgendes Schema hier Platz finden:

	I.		II.		
$x =$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$+\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{2}$	$\pi \quad \frac{3\pi}{2}$
$v =$	v_1	v_0	v_2	v_1	$v_0 \quad v_2$
$w =$	w_1	w_0	w_2	w_1	$w_0 \quad w_2$
$\alpha =$	α_1	α_0	α_2	α_1	$\alpha_0 \quad \alpha_2$
	$\Delta M = \frac{2x}{\pi} \cdot \gamma$			$\Delta M = \frac{2x - 2\pi}{\pi} \cdot \gamma$	

worin

$$\gamma = \frac{\mu}{\mu_1} \frac{\pi + v_2 - v_1}{2}$$

$\mu_1 =$ mittl. tägl. sid. Bewegung des Planeten.

Ich gehe nun daran, die Coëfficienten von P und Q als Functionen von x darzustellen und setze zu diesem Zwecke

$$-e \sin v (1 + e \cos v)^2 =$$

$$= (1 + e \cos v_0)^2 [A_0 + A_1 \Delta M + A_2 (\Delta M)^2 + A_3 (\Delta M)^3]$$

$$(1 + e \cos v)^3 = (1 + e \cos v_0)^2 [B_0 + B_1 \Delta M + B_2 (\Delta M)^2 + B_3 (\Delta M)^3].$$

Zur Bestimmung der Grössen A und B dienen die Gleichungen

$$\sin v (1 + e \cos v)^2 = f(v) = \left(1 + \frac{e^2}{4}\right) \sin v + e \sin 2v + \frac{e^2}{4} \sin 3v$$

$$f'(v) = \left(1 + \frac{e^2}{4}\right) \cos v + 2e \cos 2v + \frac{3e^2}{4} \cos 3v$$

$$A_0 = -e \sin v_0$$

$$A_1 = \frac{-e}{(1 + e \cos v_0)^2} C_1 f'(v)_0$$

$$A_2 = \frac{-e}{(1+e \cos v_0)^2} \left[C_2 f'(v)_0 + \frac{1}{2} C_1^2 f''(v)_0 \right]$$

$$A_3 = \frac{-e}{(1+e \cos v_0)^2} \left[C_3 f'(v)_0 + C_1 C_2 f''(v)_0 + \frac{1}{6} C_1^3 f'''(v)_0 \right]$$

$$B_0 = 1 + e \cos v_0$$

$$B_1 = -3e C_1 \sin v_0$$

$$B_2 = -3e C_2 \sin v_0 + \frac{3}{2} C_1 A_1$$

$$B_3 = -3e C_3 \sin v_0 + 2C_2 A_1 + C_1 A_2.$$

Die absoluten Werthe der Grössen A , B , C sind dieselben für die Argumente $\pi+v$ und $\pi-v$, die Vorzeichen sind jedoch abwechselnd entgegengesetzt. Es ist nämlich für

$$\begin{aligned} \pi-v & & \pi+v \\ C_1 & = +C_1 \\ C_2 & = -C_2 \\ C_3 & = +C_3 \\ f'(\pi-v) & = +f'(\pi+v) \\ f'' & = -f'' \\ f''' & = +f''' \end{aligned}$$

Demgemäss wechselt das Zeichen mit dem Argumente nur bei A_0 , A_2 , B_1 , B_3 .

Aus obigen Gleichungen können die Coëfficienten A und B berechnet und mit den Argumenten v und e tabulirt werden. Für den Biela'schen Kometen ist die entsprechende Tafel auf S. 1118, 1119 enthalten. Dieselbe gibt auch die Variationen der Logarithmen von A und B für eine Änderung der Excentrität im Betrage von $+0.001$. Diese Variationen sind immer in Einheiten der letzten Stelle des zugehörigen Logarithmus angesetzt und werden nach Multiplication mit $1000 \Delta e$ so an demselben angebracht, dass sich der absolute Werth des Logarithmus vergrössert, wenn Variation $\times \Delta e$ positiv ist. So wird z. B. für $v_0 = 150^\circ$ und

e	$\log A_0$	$\log A_1$	$\log A_2$
0.745	9 _n 5710	9.782	9 _n 829
0.755	9 _n 5770	9.798	9 _n 859

Für $v_0 = 210^\circ$ und dieselben Werthe von e bleiben die absoluten Werthe der Logarithmen von A und B unverändert, während durchaus das positive Vorzeichen auftritt.

Die Integration der P und Q enthaltenden Ausdrücke der Gleichung 2) ist nach dem Vorhergehenden zurückgeführt auf die Auswerthung der Integrale von

$$P, Q, \frac{2x}{\pi} P, \frac{2x}{\pi} Q, \frac{2x-2\pi}{\pi} P, \frac{2x-2\pi}{\pi} Q \text{ etc.}$$

Setzt man

$$P = \frac{1}{2} a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x +$$

$$Q = b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots$$

und bezeichnet

$$\sum \frac{a_1}{1} = \frac{a_1}{1} - \frac{a_3}{3} + \frac{a_5}{5} - \frac{a_7}{7} +$$

$$\sum \frac{a_2}{2^2} = \frac{a_2}{2^2} - \frac{a_4}{4^2} + \frac{a_6}{6^2} - \dots$$

$$\sum \frac{a_1}{1^3} = \frac{a_1}{1^3} - \frac{a_3}{3^3} + \frac{a_5}{5^3} -$$

$$\sum \frac{a_2}{2^4} = \frac{a_2}{2^4} - \frac{a_4}{4^4} + \frac{a_6}{6^4} -$$

$$\sum \frac{a_1}{1^5} = \frac{a_1}{1^5} - \frac{a_3}{3^5} + \frac{a_5}{5^5} -$$

$$\sum \frac{b_2}{2} = \frac{b_2}{2} - \frac{b_4}{4} + \frac{b_6}{6} -$$

$$\sum \frac{b_1}{1^2} = \frac{b_1}{1^2} - \frac{b_3}{3^2} + \frac{b_5}{5^2} -$$

$$\sum \frac{b_2}{2^3} = \frac{b_2}{2^3} - \frac{b_4}{4^3} + \frac{b_6}{6^3} -$$

$$\sum \frac{b_1}{1^4} = \frac{b_1}{1^4} - \frac{b_3}{3^4} + \frac{b_5}{5^4} -$$

so erhält man, α als constant betrachtet, für die Integrationsgrenzen $-\frac{\pi}{2}$ (untere Grenze) und $+\frac{\pi}{2}$

$$\int P dx = \frac{1}{2} a_0 \pi + 2 \sum \frac{a_1}{1}$$

$$\int \frac{2x}{\pi} P dx = 0$$

$$\int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2 P dx = \frac{1}{6} a_0 \pi + 2 \sum \frac{a_1}{1} - \frac{8}{\pi} \sum \frac{a_2}{2^2} - \frac{16}{\pi^2} \sum \frac{a_3}{1^3}$$

$$\int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^3 P dx = 0$$

$$\begin{aligned} \int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^4 P dx &= \frac{1}{10} a_0 \pi + 2 \sum \frac{a_1}{1} - \frac{16}{\pi} \sum \frac{a_2}{2^2} - \frac{96}{\pi^2} \sum \frac{a_3}{1^3} + \\ &+ \frac{384}{\pi^3} \sum \frac{a_2}{2^4} + \frac{768}{\pi^4} \sum \frac{a_1}{1^5} \end{aligned}$$

$$\iint P dx^2 = \frac{\pi}{2} \int P dx$$

$$- \iint \frac{2x}{\pi} P dx^2 = \iint \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2 P dx^2 = \frac{\pi}{2} \int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2 P dx$$

$$- \iint \left(\frac{2x}{\pi}\right)^3 P dx^2 = \iint \left(\frac{2x}{\pi}\right)^4 P dx^2 = \frac{\pi}{2} \int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^4 P dx.$$

Sind die Integrationsgrenzen $+\frac{\pi}{2}$ (untere Grenze) und $\frac{3\pi}{2}$, in welchem Falle $\frac{2x-2\pi}{\pi}$ an die Stelle von $\frac{2x}{\pi}$ tritt, bleibt die Ableitung der Doppelintegrale aus den einfachen Integralen dieselbe. Die einzige Änderung, welche die Werthe der letzteren erfahren, besteht darin, dass die mit π^0 , π^{-2} und π^{-4} multiplicirten Glieder das Vorzeichen ändern. Die Integration der Function Q zwischen den Grenzen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$ ist durch die Gleichungen gegeben

$$\int Q dx = 0$$

$$\int \frac{2x}{\pi} Q dx = 2 \sum \frac{b_2}{2} + \frac{4}{\pi} \sum \frac{b_1}{1^2}$$

$$\int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2 Q dx = 0$$

$$\int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^3 Q dx = 2 \sum \frac{b_2}{2} + \frac{12}{\pi} \sum \frac{b_1}{1^2} - \frac{48}{\pi^2} \sum \frac{b_2}{2^3} - \frac{96}{\pi^3} \sum \frac{b_1}{1^4}$$

$$- \iint Q dx^2 = \iint \frac{2x}{\pi} Q dx^2 = \frac{\pi}{2} \int \frac{2x}{\pi} Q dx$$

$$- \iint \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2 Q dx^2 = \iint \left(\frac{2x}{\pi}\right)^3 Q dx^2 = \frac{\pi}{2} \int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^3 Q dx.$$

Für die Integrationsgrenzen $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$ ändern nur die mit π^{-1} und π^{-3} multiplicirten Glieder der beiden Reihen das Vorzeichen, während die Gleichungen zur Bestimmung der Doppelintegrale aus den einfachen dieselben bleiben.

Jede der Grössen a und b ist lediglich eine Function von α . Nimmt man nun α als veränderlich an und bezeichnet die der unteren Integrationsgrenze entsprechenden Werthe von α , P , a_m mit α_1 , P_1 , a'_m und die der oberen Grenze angehörigen mit α_2 , P_2 , a''_m , so kann man der Veränderlichkeit von α in erster Annäherung dadurch Rechnung tragen, dass man an Stelle des dem Werthe α_0 entsprechenden a_m setzt:

$$a_m + \frac{2x}{\pi} \frac{(a''_m - a'_m)}{2}, \quad \text{respective} \quad a_m + \frac{2x - 2\pi}{\pi} \frac{(a''_m - a'_m)}{2},$$

und erhält so allgemein

$$\int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^n P dx = \int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^n P_0 dx + \frac{1}{2} \int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^{n+1} (P_2 - P_1) dx$$

$$\int \left(\frac{2x - 2\pi}{\pi}\right)^n P dx = \int \left(\frac{2x - 2\pi}{\pi}\right)^n P_0 dx + \frac{1}{2} \int \left(\frac{2x - 2\pi}{\pi}\right)^{n+1} (P_2 - P_1) dx.$$

P_0 entspricht hierin dem Werthe α_0 . Dieselbe Relation gilt auch für die Doppelintegrale von P , sowie für die einfachen und doppelten Integrale der Function Q .

Die Tafeln auf Seite 1114 ff. enthalten die Logarithmen der Integrale von P und Q unter folgenden Bezeichnungen:

Integrationsgrenzen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$.

$$A_0^{(1)} = \int P dx; \quad \frac{A_1^{(1)}}{\Delta\alpha} = \Delta A_2^{(1)}; \quad A_2^{(1)} = \int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2 P dx; \quad \frac{A_3^{(1)}}{\Delta\alpha} = \Delta A_4^{(1)}$$

$$\frac{B_0^{(1)}}{\Delta\alpha} = \Delta B_1^{(1)}; \quad B_1^{(1)} = \int \frac{2x}{\pi} Q dx; \quad \frac{B_2^{(1)}}{\Delta\alpha} = \Delta B_3^{(1)}; \quad B_3^{(1)} = \int \left(\frac{2x}{\pi}\right)^3 Q dx$$

$$AA_0^{(1)} = \iint P dx^2; \quad AA_1^{(1)} = \iint \frac{2x}{\pi} P dx^2; \quad AA_2^{(1)} = \iint \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2 P dx^2$$

$$BB_0^{(1)} = \iint Q dx^2; \quad BB_1^{(1)} = \iint \frac{2x}{\pi} Q dx^2$$

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1.$$

Die Integrale mit den Grenzen $+\frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$ sind mit denselben Buchstaben bezeichnet, führen aber als oberen Index das Symbol (2) und sind durchwegs mit entgegengesetztem Vorzeichen in der Tafel angeführt, so dass also

$$A_0^{(2)} = - \int P dx; \quad A_2^{(2)} = - \int \frac{2x - 2\pi}{\pi} P dx$$

$$AA_0^{(2)} = - \iint P dx^2; \quad BB_1^{(2)} = - \iint \frac{2x - 2\pi}{\pi} Q dx^2$$

etc. bedeuten.

Jeder Columnne der Doppelintegrale ist eine zweite Columnne beigefügt, welche für $\Delta\alpha = +0.01$ die Änderung des Logarithmus in Einheiten der letzten Decimale desselben darstellt. Diese Variation ist mit $100(\alpha_2 - \alpha_1)$ zu multipliciren und so an den Logarithmus anzubringen, als ob letzterer einen durchwegs positiven Werth hätte.

Die bisherigen Entwicklungen enthalten die Integration des complicirtesten Gliedes der Gleichung 2). Führt man die Bezeichnung ein

$$\begin{aligned}
 J^{(1)} &= A_0 \cdot A_0^{(1)} + \gamma A_1 \cdot A_1^{(1)} + \gamma^2 A_2 \cdot A_2^{(1)} + \gamma^3 A_3 \cdot A_3^{(1)} \\
 &\quad + B_0 \cdot B_0^{(1)} + \gamma B_1 \cdot B_1^{(1)} + \gamma^2 B_2 \cdot B_2^{(1)} + \gamma^3 B_3 \cdot B_3^{(1)} \\
 JJ^{(1)} &= A_0 \cdot AA_0^{(1)} + \gamma A_1 \cdot AA_1^{(1)} + \gamma^2 A_2 \cdot AA_2^{(1)} \\
 &\quad + B_0 \cdot BB_0^{(1)} + \gamma B_1 \cdot BB_1^{(1)}
 \end{aligned}$$

so wird, r' als constant betrachtet, für die Grenzen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$

$$\int \frac{r'^2}{p^2} (1 + e \cos v)^2 [-e \sin v \cdot P + (1 + e \cos v) Q] dx = \alpha_0^2 \cdot J^{(1)}$$

und das Doppelintegral aus demselben Ausdrucke $= \alpha_0^2 \cdot JJ^{(1)}$. Für die Grenzen $+\frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$ werden die Integrale $= -\alpha_0^2 J^{(2)}$, respective $-\alpha_0^2 JJ^{(2)}$, deren Bestimmungsgleichungen aus den obigen dadurch hervorgehen, dass man $A_0^{(1)}, B_0^{(1)}$ etc. durch $A_0^{(2)}, B_0^{(2)}$ ersetzt.

Nach Gleichung 2) besitzt sowohl P wie Q im Nenner die Grösse $1 - \alpha^2 \beta$, auf deren Variabilität bei der Integration Rücksicht zu nehmen wäre. Da jedoch das Hauptglied P bei der Kleinheit von α durch die Änderung des Werthes von x nur mässig beeinflusst wird und ausserdem das Integral den Factor α_0^2 enthält, wird durch Annahme des constanten Mittelwerthes $1 - \alpha_0^2 \beta$ keine bedeutende Fehlerquelle erschlossen werden. Wohl aber ist bei der Integration von $\frac{\sin x}{1 - \alpha^2 \beta}$ die Änderung von α zu beachten. Ich setze daher

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{2x}{\pi} \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}, \quad \text{relative} \quad \alpha_0 + \frac{2x - 2\pi}{\pi} \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}$$

und dementsprechend im ersten Falle

$$\frac{1}{1 - \alpha^2 \beta} = \frac{1}{1 - \alpha_0^2 \beta} \left(1 + \frac{2x}{\pi} \frac{(\alpha_2 - \alpha_1) \alpha_0 \beta}{1 - \alpha_0^2 \beta} \right).$$

Bezeichnet man den Ausdruck

$$\frac{4(\alpha_2 - \alpha_1) \alpha_0 \beta}{1 - \alpha_0^2 \beta}$$

mit ε , so wird

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1-\alpha^2\beta} dx = \frac{1}{1-\alpha_0^2\beta} \cdot \frac{\varepsilon}{\pi};$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{1-\alpha^2\beta} = -\frac{1}{1-\alpha_0^2\beta} \cdot \frac{\varepsilon}{\pi}$$

und ferner für die Grenzen

$$-\frac{\pi}{2} \text{ und } +\frac{\pi}{2} \qquad +\frac{\pi}{2} \text{ und } \frac{3\pi}{2}$$

$$\iint \frac{\sin x dx^2}{(1-\alpha^2\beta)^2} = \frac{\varepsilon-2}{(1-\alpha_0^2\beta)^2} \qquad \iint \frac{\sin x dx^2}{(1-\alpha^2\beta)^2} = \frac{2-\varepsilon}{(1-\alpha_0^2\beta)^2}$$

Was nun die Integration der weiteren Glieder der Gleichung 2) anbelangt, so folgt aus

$$x = \sigma + w - u$$

$$x + v = \sigma - \omega + w$$

und daraus

$$\int \sin(v+x) dw = \cos(\sigma - \omega + w_2) + \cos(\sigma - \omega + w_1)$$

$$\iint \sin(v+x) dw^2 = -\sin(\sigma - \omega + w_2) + \sin(\sigma - \omega + w_1) +$$

$$+(w_2 - w_1) \cos(\sigma - \omega + w_1).$$

Es ist demnach für die Grenzen von $\tilde{x} - \frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$

$$\int \sin(v+x) dw = \sin v_2 + \sin v_1$$

$$\iint \sin(v+x) dw^2 = -\cos v_2 - \cos v_1 + (\pi + u_2 - u_1) \sin v_1$$

während für die Grenzen $+\frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$

$$\int \sin(v+x) dx = -(\sin v_2 + \sin v_1)$$

$$\iint \sin(v+x) dw^2 = -[-\cos v_2 - \cos v_1 + (\pi + u_2 - u_1) \sin v_1]$$

Die Integration des letzten mit $\sin^2 \frac{J}{2}$ multiplicirten Gliedes der Gleichung 2) kann bei dem langsamen Gange der Änderung von u im Vergleiche zu jener von w so vorgenommen werden, dass man den Factor von $\sin w$ innerhalb der Integrationsgrenzen als constant ansieht und für u den Mittelwerth $u_0 = \omega + v_0$ ansetzt.

$$\int \sin w dw = 2 \sin \frac{w_2 - w_1}{2} \sin \frac{w_2 + w_1}{2}.$$

Sind die Grenzwerte von $x - \frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$, so erhält man

$$\int \sin w dw = -2 \cos \frac{u_2 - u_1}{2} \sin(\sigma - u_0), \text{ und für } +\frac{\pi}{2} \text{ und } \frac{3\pi}{2},$$

$$\int \sin w dw = +2 \cos \frac{u_2 - u_1}{2} \sin(\sigma - u_0).$$

Die Doppelintegrale von $\sin w$ können übergangen werden, da sie mit sehr kleinen Factoren multiplicirt erscheinen und bei aufeinander folgenden Integrationen das Vorzeichen wechseln.

Betrachtet man die Grösse ω (Abstand des Perihels des Kometen vom Knoten) innerhalb der Grenzen jedes Integrals als constant und ersetzt dementsprechend die Differenzen der Argumente der Breite allgemein durch die Differenzen der wahren Anomalien, so erhält man zur Bestimmung der einfachen und doppelten Integrale von $\frac{d\mu}{dt}$ folgende Gleichungen:

$$\alpha_0 = \frac{a_1}{r_0}; \quad \beta = \sqrt{\frac{p}{p_1}}; \quad \log k = 3.5500$$

$$\gamma = \frac{\mu}{\mu_1} \frac{\pi + v_2 - v_1}{2}; \quad \varepsilon = \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)\alpha_0\beta}{1 - \alpha_0^2\beta}; \quad \alpha_1 = \frac{a_1}{r_1}; \quad \alpha_2 = \frac{a_1}{r_2}.$$

$$\text{Integrationsgrenzen: } x_1 = -\frac{\pi}{2}; \quad x_2 = +\frac{\pi}{2}.$$

$$J^{(1)} = A_0 \cdot A_0^{(1)} + \gamma A_1 \cdot A_1^{(1)} + \gamma^2 A_2 \cdot A_2^{(1)} + \gamma^3 A_3 \cdot A_3^{(1)} \\ + B_0 \cdot B_0^{(1)} + \gamma B_1 \cdot B_1^{(1)} + \gamma^2 B_2 \cdot B_2^{(1)} + \gamma^3 B_3 \cdot B_3^{(1)}$$

$$\begin{aligned}
 JJ^{(1)} &= A_0 \cdot AA_0^{(1)} + \gamma A_1 \cdot AA_1^{(1)} + \gamma^2 A_2 \cdot AA_2^{(1)} \\
 &+ B_0 \cdot BB_0^{(1)} + \gamma B_1 \cdot BB_1^{(1)}
 \end{aligned}$$

$$\int \frac{d\mu}{dt} \cdot dt = \frac{3m_1 k}{\sqrt{p_1} \cdot \sqrt{ap}} \left[\frac{1}{1 - \alpha_0^2 \beta} \left(\frac{\varepsilon}{\pi} - \alpha_0^2 J^{(1)} \right) + e (\sin v_1 + \sin v_2) \right. \\
 \left. + 4 (\cos(\sigma - \omega - v_0) + e \cos(\sigma - \omega)) \sin^2 \frac{J}{2} \cos \frac{v_2 - v_1}{2} \sin(\sigma - \omega - v_0) \right] \quad (3)$$

$$\iint \frac{d\mu}{dt} \cdot dt^2 = \frac{3m_1 a_1^2}{p_1 \sin 1'' \cdot \sqrt{ap}} \left[\frac{-1}{(1 - \alpha_0^2 \beta)^2} (2 - \varepsilon + \alpha_0^2 JJ^{(1)}) \right. \\
 \left. + e ((\pi + v_2 - v_1) \sin v_1 - \cos v_1 - \cos v_2) \right].$$

Integrationsgrenzen: $x_1 = + \frac{\pi}{2}$; $x_2 = \frac{3\pi}{2}$.

$$\begin{aligned}
 J^{(2)} &= A_0 \cdot A_0^{(2)} + \gamma A_1 \cdot A_1^{(2)} + \gamma^2 A_2 \cdot A_2^{(2)} + \gamma^3 A_3 \cdot A_3^{(2)} \\
 &+ B_0 \cdot B_0^{(2)} + \gamma B_1 \cdot B_1^{(2)} + \gamma^2 B_2 \cdot B_2^{(2)} + \gamma^3 B_3 \cdot B_3^{(2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JJ^{(2)} &= A_0 \cdot AA_0^{(2)} + \gamma A_1 \cdot AA_1^{(2)} + \gamma^2 A_2 \cdot AA_2^{(2)} \\
 &+ B_0 \cdot BB_0^{(2)} + \gamma B_1 \cdot BB_1^{(2)}
 \end{aligned}$$

$$\int \frac{d\mu}{dt} dt = - \frac{3m_1 k}{\sqrt{p_1} \cdot \sqrt{ap}} \left[\frac{1}{1 - \alpha_0^2 \beta} \left(\frac{\varepsilon}{\pi} - \alpha_0^2 J^{(2)} \right) + e (\sin v_1 + \sin v_2) \right. \\
 \left. + 4 (\cos(\sigma - \omega - v_0) + e \cos(\sigma - \omega)) \sin^2 \frac{J}{2} \cos \frac{v_2 - v_1}{2} \sin(\sigma - \omega - v_0) \right] \quad (4)$$

$$\iint \frac{d\mu}{dt} dt^2 = - \frac{3m_1 a_1^2}{p_1 \sin 1'' \sqrt{ap}} \left[\frac{-1}{(1 - \alpha_0^2 \beta)^2} (2 - \varepsilon + \alpha_0^2 JJ^{(2)}) \right. \\
 \left. + e ((\pi + v_2 - v_1) \sin v_1 - \cos v_1 - \cos v_2) \right].$$

Die Integrale mit den Grenzen $\left\{ + \frac{\pi}{2} \right.$ und $\left. \left\{ \frac{3\pi}{2} \right. \right.$ werden dem-

nach durch dieselbe Formel dargestellt und unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen.

Die Grössen μ_1, a_1, p_1, m_1 bedeuten mittlere tägliche siderische Bewegung, Halbaxe, Parameter und Masse des störenden Planeten. Die Werthe von σ und J erhält man aus den Gleichungen

$$\begin{aligned}\sin J \sin \sigma &= \sin i_1 \sin (\Omega_1 - \Omega) \\ \sin J \cos \sigma &= -\sin i \cos i_1 + \cos i \sin i_1 \cos (\Omega_1 - \Omega) \\ \cos J &= \cos i \cos i_1 + \sin i \sin i_1 \cos (\Omega_1 - \Omega),\end{aligned}$$

worin Ω_1 die Knotenlänge der Planetenbahn und i_1 deren Neigung zur Ekliptik bezeichnet.

Zur Bestimmung der Zeitmomente, für welche $x = 0$, $\frac{\pi}{2}$, π und $\frac{3\pi}{2}$ wird, empfiehlt es sich, die Gleichung $x = \sigma + w - u$ folgendermassen zu transformiren. Bedeutet λ' die Länge des störenden Planeten in seiner Bahn, τ den Bogen dieser Bahn zwischen dem aufsteigenden Knoten derselben und dem Durchschnittspunkte mit der Kometenbahn, so ist

$$\lambda' = \Omega_1 + \tau + w.$$

Durch Elimination von w erhält man

$$\lambda' - x = [\pi] + v + \Omega_1 - \Omega + \tau - \sigma,$$

in welcher Gleichung $[\pi]$ die Länge des Perihels der Kometenbahn ausdrückt. Fasst man i und i_1 als kleine Grössen erster Ordnung auf, so wird der Ausdruck $\Omega_1 - \Omega + \tau - \sigma$ eine Grösse zweiter Ordnung und lässt sich mit vollkommen ausreichender Genauigkeit durch nachstehendes Verfahren ableiten.

Aus der Gleichung

$$\cos \tau = \cos \sigma \cos (\Omega_1 - \Omega) + \sin \sigma \sin (\Omega_1 - \Omega) \cos i$$

resultirt

$$\sin \frac{\Omega_1 - \Omega + \tau - \sigma}{2} = \frac{\sin \sigma \sin (\Omega_1 - \Omega) \sin^2 \frac{i}{2}}{\sin \frac{\tau + \sigma - \Omega_1 + \Omega}{2}}$$

Der Nenner der rechten Seite der Gleichung unterscheidet sich nur sehr wenig von der Grösse $\sin \tau$; ersetzt man ihn durch letztere Grösse und bestimmt dieselbe entsprechend der Relation

$$\sin \tau \sin i_1 = \sin \sigma \sin i,$$

so gelangt man zur Formel

$$\Omega_1 - \Omega + \tau - \sigma = i_1 \sin (\Omega_1 - \Omega) \operatorname{tg} \frac{i}{2}.$$

Es ist also

$$x = \lambda' - i_1 \sin (\Omega_1 - \Omega) \operatorname{tg} \frac{i}{2} - ([\pi] + v). \quad (5)$$

Hat man die Störungen der äusseren Planeten nach der Methode der Variation der Constanten berechnet, so kennt man bereits die Elemente des Kometen sowie die Grössen v und r für genügend nahe Zeitmomente, um eine Interpolation auf engere Intervalle leicht ausführen zu können, so lange $g < 1$; durch Anlegung von Tafeln, welche die Grössen v und r , einer Rechnung mit 4 Decimalstellen entsprechend, in Intervallen von zehn Tagen, $[\pi] + v$, $\lambda' - i_1 \sin (\Omega_1 - \Omega) \operatorname{tg} \frac{i}{2}$ und x auf volle Minuten abgekürzt in Intervallen von 20 Tagen geben, wird die Berechnung der Zeitpunkte, in welchen $x = 0$, $\frac{\pi}{2}$, π , $\frac{3\pi}{2}$ sehr einfach gemacht, indem nur die ersten Differenzen der Werthe von x in Betracht gezogen zu werden brauchen. Nach Bestimmung dieser Zeitpunkte lassen sich die zugehörigen Werthe von v und r sowie die $x = 0$, respective π entsprechenden Werthe der Kometenelemente leicht erhalten.

Um die fallweise Berechnung von $\frac{1}{1 - \alpha^2 \beta}$, und γ zu ersparen, kann man diese Grössen in Tafeln bringen, woraus sich dieselben sehr bequem finden lassen. Am Schlusse dieser Abhandlung befindet sich eine solche Tafel, welche sich auf die Störungen des Biela'schen Kometen durch die Erde bezieht.

Ich werde noch je ein Beispiel für die beiden Fälle der Integration hier aufführen, und zwar die Bestimmung von $\int \frac{d\mu}{\partial t} dt$ und $\iint \frac{d\mu}{dt} dt^2$ mit Bezug auf die Erde und den Biela'schen Kometen für die Zeit von 1827 März 1·52 bis 1827 September 17·36 und von 1830 October 29·02 bis 1831 Mai 4·68.

Es ist für

		x		$\log \frac{1}{r} = \log \alpha$	
1827 März 1·52	-	$\frac{\pi}{2}$	140°51'7	9·4267	0·2671
1827 Sept. 17·36	+	$\frac{\pi}{2}$	154 21·5	9·3169	0·2074

	x		$\log \frac{1}{r} = \log \alpha$		
1830 Oct. 29·02	$+\frac{\pi}{2}$	195°50'6	9·2530	0·1791	
1831 Mai 4·68	$+\frac{3\pi}{2}$	204 2·6	9·3074	0·2030	
	1827	1831	1827	1831	
T	Juni 9·48	Jänn. 29·54	T	Juni 9·48	Jänn. 29·54
x	0	π	x	0	π
v_0	148°27'3	199°39'8	$AA_0^{(1)}$	0·822	0 _n 589
$\log \alpha_0$	9·3633	9·2762	$AA_1^{(1)}$	0 _n 271	0·149
α_0	0·2308	0·1889	$AA_2^{(1)}$	0·27	0 _n 14
$\alpha_2 - \alpha_1$	-0·0597	+0·0239	$BB_0^{(1)}$	9 _n 84	9 _n 45
$v_2 - v_1$	13°5	8°2	$BB_1^{(1)}$	9·83	9·47
J	13°34'	13°28'	$J^{(1)}$	-1·781	-0·621
ω	218 21	218 59	$\alpha_0^2 J^{(1)}$	-0·0949	-0·0222
e	0·7466	0·7505	$\frac{\varepsilon}{\pi}$	-0·0236	+0·0075
$\log e$	9·8731	9·8753	$\frac{\varepsilon}{\pi} - \alpha_0^2 J^{(1)}$	+0·0713	+0·0297
$\log \mu$	2·7227	2·7240	I	+0·0764	+0·0311
$\log a$	0·5515	0·5506	$\log \sin v_1$	9·8002	9 _n 4361
$\log p$	0·1975	0·1910	$\log \sin v_2$	9·6363	9 _n 6101
$\log \beta$	0·0988	0·0955	II	+0·7945	-0·5106
$\log \gamma$	9·400	9·389	$e \cos \omega$	-0·586	-0·584
$\log \frac{1}{1 - \alpha_0^2 \beta}$	0·0300	0·0189	$\sigma - \omega - v_0$	-6°48'	-58°37'
	-0·0742	+0·0237	$\log \sin^2 \frac{J}{2}$	8·145	8·138
Logarithmus			$\cos \frac{v_2 - v_1}{2}$	9·997	9·999
von A_0	9 _n 5917	9·4023	III	-0·0027	+0·0029
A_1	9·821	9·532	I+II+III	+0·8682	-0·4766
A_2	9 _n 895	9·406	$\log \sqrt{ap}$	0·3745	0·3708
A_3	9·93	9·29	$\log \frac{3m_1 k}{\sqrt{p_1}}$	8·4764	8·4764
B_0	9·561	9·468	$\int \frac{d\mu}{dt} dt$	+0°01098	-0°00608
B_1	9 _n 721	9·354	$JJ^{(1)}$	-3·32	-0·95
B_2	9·85	9·32	$\alpha_0^2 JJ^{(1)}$	-0·177	-0·034
B_3	9 _n 93	9·20	$2 - \varepsilon$	2·074	1·976
$A_0^{(1)}$	0·6248	0 _n 3915	$2 - \varepsilon + \alpha_0^2 JJ^{(1)}$	1·897	1·942
$A_1^{(1)}$	7 _n 99	8·03	(I)	-2·178	-2·128
$A_2^{(1)}$	0·071	9 _n 948			
$A_3^{(1)}$	7·24	7·77			
$B_0^{(1)}$	8 _n 78	7·95			
$B_1^{(1)}$	9·575	9·277			
$B_2^{(1)}$	8 _n 43	7·75			
$B_3^{(1)}$	9·28	9·06			

	1827	1831
T	Juni 9·48	Jänner 29·54
x	0	π
$\log(\pi+v_2-v_1)$	0·5285	0·5165
$(\pi+v_2-v_1) \sin v_1$	2·131	-0·897
$-\cos v_1 - \cos v_2$	1·677	1·875
(II)	2·844	0·734
(I)+(II)	+0·666	-1·394
$\log((I)+(II))$	9·823	0 _n 1442
$\log \frac{3m_1 a_1^2}{p_1 \sin^2 i}$	0·241	0·2408
$\iint \frac{d\mu}{dt} dt^2$	+0 ^r 489	+1·033

Nach diesem Rechnungsverfahren erhielt ich für die Störungen der mittleren täglichen siderischen Bewegung des Biela'schen Kometen durch die Erde folgende Werthe:

Nr.	Datum	Zwischenzeit	$\int \frac{d\mu}{dt} dt$	$\iint \frac{d\mu}{dt} dt^2$
1.	1827 März 1·52	199 ^t ·8	+0 ^r 01098	+0 ^r 489
2.	Sept. 17·36	187·6	-0·00633	-0·133
3.	1828 März 22·98	193·9	+0·00447	+0·022
4.	Oct. 2·86	185·0	-0·00198	+0·196
5.	1829 April 5·84	192·7	+0·00005	-0·361
6.	Oct. 15·58	185·1	+0·00187	+0·556
7.	1830 April 18·68	193·3	-0·00428	-0·799
8.	Oct. 29·02	187·7	+0·00608	+1·033
9.	1831 Mai 4·68	198·2	-0·01035	-1·566
10.	1831 Nov. 18·85			

Die Doppelintegrale sind durchwegs so bestimmt, dass der Werth des einfachen Integrals für die untere Grenze = 0 ist. Um demnach die von der Änderung der mittleren Bewegung herführende Störung der mittleren Länge von einer Integrations-epoche zur anderen zu erhalten, muss man dem Doppelintegrale noch die mit der Zwischenzeit multiplicirte Störung des Elementes μ für die Epoche der unteren Integrationsgrenze beifügen. Bezeichnet $\Delta\mu$ die von der Osculationsepoche der Elemente an gerechnete, nach genauem Verfahren erhaltene Störung von μ , $\Delta^2\mu$ die von derselben Epoche an gezählte und ebenfalls genau

berechnete Störung der mittleren Länge, $(\Delta\mu)$ und $(\Delta^2\mu)$ die Störungen, welche das in dieser Abhandlung entwickelte Verfahren liefert, so wird:

	$\Delta\mu$	Diff.	$\int \frac{d\mu}{dt} dt$	$(\Delta\mu)$
1.	-0 ⁷ 000910			-0 ⁷ 00088
2.	+0 ⁰ 010127	+0 ⁷ 011037	+0 ⁷ 01098	+0 ⁰ 01010
3.	+0 ⁰ 003787	-0 ⁰ 006340	-0 ⁰ 00633	+0 ⁰ 00377
4.	+0 ⁰ 008277	+0 ⁰ 004490	+0 ⁰ 00447	+0 ⁰ 00824
5.	+0 ⁰ 006286	-0 ⁰ 001991	-0 ⁰ 00198	+0 ⁰ 00626
6.	+0 ⁰ 006347	+0 ⁰ 000061	+0 ⁰ 00005	+0 ⁰ 00631
7.	+0 ⁰ 008207	+0 ⁰ 001860	+0 ⁰ 00187	+0 ⁰ 00818
8.	+0 ⁰ 003923	-0 ⁰ 004284	-0 ⁰ 00428	+0 ⁰ 00390
9.	+0 ⁰ 009992	+0 ⁰ 006069	+0 ⁰ 00608	+0 ⁰ 00998
10.	-0 ⁰ 000370	-0 ⁰ 010362	-0 ⁰ 01035	-0 ⁰ 00037

	$\Delta^2\mu$	Diff.	$\int \int \frac{d\mu}{dt} dt^2$ + $(\Delta\mu)(t_2 - t_1)$	$(\Delta^2\mu)$
1.	-11 ⁷ 763			-11 ⁷ 758
2.	-11 ⁰ 397	+0 ⁷ 366	+0 ⁷ 313	-11 ⁰ 445
3.	-9 ⁰ 647	+1 ⁷ 50	+1 ⁷ 762	-9 ⁰ 683
4.	-8 ⁰ 883	+0 ⁷ 64	+0 ⁷ 753	-8 ⁰ 930
5.	-7 ⁰ 168	+1 ⁷ 15	+1 ⁷ 720	-7 ⁰ 210
6.	-6 ⁰ 329	+0 ⁷ 839	+0 ⁷ 846	-6 ⁰ 364
7.	-4 ⁰ 609	+1 ⁷ 20	+1 ⁷ 724	-4 ⁰ 640
8.	-3 ⁰ 845	+0 ⁷ 64	+0 ⁷ 783	-3 ⁰ 857
9.	-2 ⁰ 086	+1 ⁷ 59	+1 ⁷ 765	-2 ⁰ 092
10.	-1 ⁰ 680	+0 ⁷ 406	+0 ⁷ 412	-1 ⁰ 680

Da die der genauen Störungsrechnung entsprechende Osculationsepoche in das Jahr 1832 fällt, die Störungen also nach rückwärts berechnet worden sind, so habe ich für die 10. Integrationsepoche, d. i. für 1831 Nov. 18⁰85, $(\Delta\mu) = \Delta\mu$ und $(\Delta^2\mu) = \Delta^2\mu$ gesetzt. Die Differenzen von $(\Delta^2\mu)$ sind der Reihenfolge nach:

$$\begin{aligned}
 +0^7 313 &= 0^7 489 - 0^7 00088 \times 199 \cdot 8 \\
 1 \cdot 762 &= -0 \cdot 133 + 0 \cdot 01010 \times 187 \cdot 6 \\
 0 \cdot 753 &= 0 \cdot 022 + 0 \cdot 00377 \times 193 \cdot 9
 \end{aligned}$$

etc.

Ans obiger Zusammenstellung ersieht man, welch bedeutende Annäherung an die wahren Störungswerthe nach der vorgeschlagenen Integrationsmethode erreicht wird. Die Auswerthung von $J^{(1)}$, $J^{(2)}$ scheint zwar sehr mühselig, lässt sich jedoch ziemlich rasch durchführen, indem nur das erste Glied der Reihe von entscheidendem Einflusse ist, und von den übrigen Gliedern namentlich die mit $A^{(1)}$, $A^{(3)}$, $B^{(2)}$, $B^{(3)}$ multiplicirten fast durchwegs übergangen werden können.

Die Berechnung der Störungen durch Venus wird wegen der geringen Excentricität ihrer Bahn noch genauere Resultate liefern. Es lässt sich auch erwarten, dass für Mercur der ungünstige Einfluss seiner grossen Excentricität durch die Kleinheit seiner Entfernung von der Sonne nahezu compensirt wird.

Wenn man bedenkt, dass die Störungen der Asteroiden, von denen manche dem Biela'schen Kometen seiner geringen Neigung wegen ziemlich nahe gekommen sein mögen, vernachlässigt werden müssen und dass die Störungen des Jupiter bei einer Rechnung mit sechs Decimalstellen auch schon mit einer Unsicherheit gefunden werden, deren Grösse unter Umständen von der Ordnung der Differenzen $\Delta\mu - (\Delta\mu)$ sein dürfte, so wird man in der Ersetzung der genauen Methode der Störungsrechnung durch das hier behandelte Näherungsverfahren kaum eine gefährliche Fehlerquelle erblicken können.

Tafel der Logarithmen von $A_0^{(1)}$, $\frac{A_1^{(1)}}{\Delta\alpha}$ etc.

	$A_0^{(1)}$	$\frac{A_1^{(1)}}{\Delta\alpha}$	$A_2^{(1)}$	$\frac{A_3^{(1)}}{\Delta\alpha}$	$\frac{B_0^{(1)}}{\Delta\alpha}$	$B_1^{(1)}$	$\frac{B_2^{(1)}}{\Delta\alpha}$	$B_3^{(1)}$
0·00	0·4972	9·58	0·020	9·20	9·80	—∞	9·56	—∞
0·01	0·5027	9·57	0·023	9·18	9·81	8·11	9·57	7·86
0·02	0·5082	9·56	0·026	9·16	9·82	8·42	9·57	8·17
0·03	0·5137	9·55	0·029	9·14	9·83	8·60	9·58	8·35
0·04	0·5192	9·54	0·032	9·11	9·84	8·73	9·58	8·47
0·05	0·5247	9·53	0·035	9·09	9·85	8·83	9·59	8·57
0·06	0·5302	9·52	0·037	9·06	9·86	8·91	9·60	8·66
0·07	0·5358	9·51	0·040	9·03	9·87	8·99	9·60	8·73
0·08	0·5413	9·50	0·043	9·00	9·88	9·047	9·61	8·79
0·09	0·5468	9·49	0·045	8·96	9·89	9·103	9·61	8·84
0·10	0·5523	9·48	0·048	8·92	9·90	9·154	9·62	8·89
0·11	0·5578	9·46	0·050	8·88	9·91	9·200	9·62	8·93
0·12	0·5633	9·45	0·052	8·83	9·91	9·242	9·62	8·97
0·13	0·5688	9·43	0·054	8·78	9·92	9·281	9·63	9·01
0·14	0·5743	9·42	0·056	8·71	9·93	9·318	9·63	9·05
0·15	0·5798	9·40	0·058	8·62	9·94	9·353	9·63	9·08
0·16	0·5854	9·38	0·060	8·53	9·95	9·385	9·64	9·11
0·17	0·5909	9·36	0·062	8·41	9·95	9·416	9·64	9·14
0·18	0·5965	9·34	0·064	8·22	9·96	9·445	9·64	9·16
0·19	0·6020	9·32	0·065	7·90	9·97	9·473	9·65	9·19
0·20	0·6076	9·30	0·067	7 _n 00	9·97	9·499	9·65	9·21
0·21	0·6132	9·27	0·068	8 _n 00	9·98	9·525	9·65	9·24
0·22	0·6188	9·24	0·069	8 _n 27	9·99	9·549	9·65	9·26
0·23	0·6244	9·21	0·071	8 _n 45	0·00	9·573	9·65	9·28
0·24	0·6300	9·18	0·072	8 _n 57	0·00	9·595	9·65	9·30
0·25	0·6357	9·14	0·073	8 _n 66	0·01	9·617	9·65	9·32
0·26	0·6413	9·10	0·074	8 _n 73	0·02	9·638	9·65	9·34
0·27	0·6470	9·06	0·075	8 _n 80	0·02	9·659	9·65	9·35
0·28	0·6528	9·01	0·076	8 _n 86	0·03	9·678	9·65	9·37
0·29	0·6585	8·96	0·076	8 _n 91	0·04	9·697	9·65	9·39
0·30	0·6643	8·89	0·077	8 _n 95	0·04	9·716	9·65	9·40
0·31	0·6702	8·81	0·077	8 _n 99	0·05	9·734	9·65	9·42
0·32	0·6760	8·72	0·078	9 _n 03	0·05	9·752	9·65	9·43
0·33	0·6819	8·60	0·078	9 _n 06	0·06	9·769	9·65	9·45
0·34	0·6879	8·48	0·078	9 _n 09	0·07	9·786	9·65	9·46

Tafel der Logarithmen von $AA_0^{(1)}$, $AA_1^{(1)}$ etc.

α	$AA_0^{(1)}$	$\Delta\alpha =$ +0.01	$AA_1^{(1)}$	$\Delta\alpha =$ +0.01	$AA_2^{(1)}$	$BB_0^{(1)}$	$\Delta\alpha =$ +0.01	$BB_1^{(1)}$	$\Delta\alpha =$ +0.01
0.00	0.693	-0.5	0 _n 216	-1.6	0.22	—∞	—∞		
0.01	0.699	- .5	0 _n 219	-1.5	0.22	8 _n 30	8.30		
0.02	0.704	- .5	0 _n 222	-1.5	0.22	8 _n 61	8.61		
0.03	0.710	- .5	0 _n 225	-1.5	0.23	8 _n 79	8.79	-8.0	-4
0.04	0.715	- .5	0 _n 228	-1.4	0.23	8 _n 92	8.92	-6.0	-3
0.05	0.721	- .4	0 _n 231	-1.4	0.23	9 _n 02	9.02	-4.9	-3
0.06	0.726	- .4	0 _n 234	-1.3	0.23	9 _n 11	9.11	-4.0	-2
0.07	0.732	- .4	0 _n 236	-1.3	0.24	9 _n 18	9.18	-3.5	-2
0.08	0.737	- .4	0 _n 239	-1.3	0.24	9 _n 24	9.24	-3.0	-2
0.09	0.743	- .4	0 _n 241	-1.2	0.24	9 _n 30	9.30	-2.7	-1
0.10	0.748	- .4	0 _n 244	-1.2	0.24	9 _n 35	9.35	-2.5	-1
0.11	0.754	- .3	0 _n 246	-1.1	0.25	9 _n 40	9.40	-2.3	-1
0.12	0.759	- .3	0 _n 248	-1.1	0.25	9 _n 44	9.44	-2.2	-1
0.13	0.765	- .3	0 _n 250	-1.0	0.25	9 _n 48	9.48	-2.0	-1
0.14	0.770	- .3	0 _n 252	-1.0	0.25	9 _n 51	9.51	-1.8	-1
0.15	0.776	- .3	0 _n 254	-1.0	0.25	9 _n 55	9.55	-1.7	-1
0.16	0.781	- .3	0 _n 256	-0.9	0.26	9 _n 58	9.58	-1.6	-1
0.17	0.787	- .3	0 _n 258	- .9	0.26	9 _n 61	9.61	-1.6	-1
0.18	0.793	- .2	0 _n 260	- .8	0.26	9 _n 64	9.64	-1.5	-1
0.19	0.798	- .2	0 _n 261	- .8	0.26	9 _n 67	9.67	-1.4	-1
0.20	0.804	- .2	0 _n 263	- .7	0.26	9 _n 70	9.70	-1.4	-1
0.21	0.809	- .2	0 _n 264	- .7	0.26	9 _n 72	9.72	-1.3	-1
0.22	0.815	- .2	0 _n 266	- .6	0.27	9 _n 75	9.75	-1.3	-1
0.23	0.820	- .2	0 _n 267	- .6	0.27	9 _n 77	9.77	-1.2	-1
0.24	0.826	- .1	0 _n 268	- .6	0.27	9 _n 79	9.79	-1.2	-1
0.25	0.832	- .1	0 _n 269	- .5	0.27	9 _n 81	9.81	-1.2	0
0.26	0.837	- .1	0 _n 270	- .5	0.27	9 _n 83	9.83	-1.1	0
0.27	0.843	- .1	0 _n 271	- .4	0.27	9 _n 85	9.85	-1.1	0
0.28	0.849	- .1	0 _n 272	- .4	0.27	9 _n 87	9.87	-1.1	0
0.29	0.855	- .1	0 _n 272	- .3	0.27	9 _n 89	9.89	-1.0	0
0.30	0.860	- .1	0 _n 273	- .3	0.27	9 _n 91	9.91	-1.0	0
0.31	0.866	- .1	0 _n 274	- .2	0.27	9 _n 93	9.93	-0.9	0
0.32	0.872	0	0 _n 274	- .2	0.27	9 _n 95	9.95	-0.9	0
0.33	0.878	0	0 _n 274	- .1	0.27	9 _n 96	9.96	-0.8	0
0.34	0.884	0	0 _n 274	-0.1	0.27	9 _n 98	9.98	-0.8	0

Tafel der Logarithmen von $A_0^{(2)}$, $\frac{A_1^{(2)}}{\Delta\alpha}$ etc.

	$A_0^{(2)}$	$\frac{A_1^{(2)}}{\Delta\alpha}$	$A_2^{(2)}$	$\frac{A_3^{(2)}}{\Delta\alpha}$	$\frac{B_0^{(2)}}{\Delta\alpha}$	$B_1^{(2)}$	$\frac{B_2^{(2)}}{\Delta\alpha}$	$B_3^{(2)}$
0·00	0 _n 4972	9·58	0 _n 020	9·20	9·80	—∞	9·56	—∞
0·01	0 _n 4916	9·58	0 _n 017	9·21	9·79	8·10	9·55	7·86
0·02	0 _n 4861	9·59	0 _n 014	9·23	9·78	8·40	9·54	8·15
0·03	0 _n 4805	9·60	0 _n 010	9·24	9·77	8·57	9·53	8·33
0·04	0 _n 4750	9·60	0 _n 007	9·26	9·76	8·69	9·53	8·45
0·05	0 _n 4694	9·61	0 _n 003	9·27	9·75	8·78	9·52	8·54
0·06	0 _n 4639	9·61	0 _n 000	9·29	9·74	8·85	9·51	8·61
0·07	0 _n 4583	9·62	9 _n 996	9·30	9·73	8·91	9·50	8·68
0·08	0 _n 4527	9·63	9 _n 992	9·31	9·71	8·97	9·49	8·73
0·09	0 _n 4471	9·63	9 _n 989	9·32	9·70	9·011	9·48	8·78
0·10	0 _n 4415	9·63	9 _n 985	9·33	9·69	9·052	9·47	8·82
0·11	0 _n 4359	9·64	9 _n 981	9·34	9·68	9·087	9·46	8·86
0·12	0 _n 4303	9·64	9 _n 977	9·35	9·67	9·119	9·45	8·89
0·13	0 _n 4247	9·64	9 _n 973	9·35	9·65	9·148	9·44	8·92
0·14	0 _n 4191	9·64	9 _n 969	9·36	9·64	9·175	9·43	8·95
0·15	0 _n 4135	9·65	9 _n 965	9·36	9·63	9·199	9·42	8·97
0·16	0 _n 4078	9·65	9 _n 961	9·37	9·61	9·221	9·41	9·00
0·17	0 _n 4022	9·65	9 _n 956	9·38	9·60	9·242	9·40	9·02
0·18	0 _n 3966	9·65	9 _n 952	9·38	9·58	9·261	9·38	9·04
0·19	0 _n 3909	9·65	9 _n 948	9·39	9·57	9·278	9·37	9·06
0·20	0 _n 3852	9·65	9 _n 943	9·39	9·55	9·295	9·36	9·07
0·21	0 _n 3796	9·65	9 _n 939	9·40	9·54	9·310	9·34	9·09
0·22	0 _n 3739	9·65	9 _n 934	9·40	9·52	9·324	9·33	9·11
0·23	0 _n 3682	9·66	9 _n 930	9·40	9·51	9·337	9·32	9·12
0·24	0 _n 3625	9·66	9 _n 925	9·41	9·49	9·350	9·30	9·13
0·25	0 _n 3568	9·66	9 _n 920	9·41	9·47	9·361	9·29	9·15
0·26	0 _n 3511	9·66	9 _n 916	9·41	9·46	9·372	9·27	9·16
0·27	0 _n 3454	9·65	9 _n 911	9·41	9·44	9·382	9·26	9·17
0·28	0 _n 3397	9·65	9 _n 906	9·42	9·42	9·392	9·24	9·18
0·29	0 _n 3340	9·65	9 _n 901	9·42	9·40	9·401	9·22	9·19
0·30	0 _n 3283	9·65	9 _n 896	9·42	9·38	9·409	9·21	9·20
0·31	0 _n 3226	9·65	9 _n 891	9·42	9·36	9·417	9·19	9·21
0·32	0 _n 3169	9·65	9 _n 886	9·42	9·34	9·425	9·17	9·21
0·33	0 _n 3112	9·65	9 _n 881	9·42	9·32	9·432	9·15	9·22
0·34	0 _n 3055	9·65	9 _n 876	9·42	9·30	9·438	9·14	9·23

Tafel der Logarithmen von $AA_0^{(2)}$, $AA_1^{(2)}$ etc.

α	$AA_0^{(2)}$	$\Delta\alpha = +0.01$	$AA_1^{(2)}$	$\Delta\alpha = +0.01$	$AA_2^{(2)}$	$BB_0^{(2)}$	$\Delta\alpha = +00.1$	$BB_1^{(2)}$	$\Delta\alpha = +0.01$
0.00	0n693	+0.5	0.216	+1.6	0n22	—∞	—∞		
0.01	0n688	.5	0.213	1.6	0n21	8n30	8.30		
0.02	0n682	.6	0.210	1.6	0n21	8n59	8.59		
0.03	0n677	.6	0.206	1.7	0n21	8n76	—7.0	8.76	—4
0.04	0n671	.6	0.203	1.7	0n20	8n88	—5.0	8.88	—3
0.05	0n666	.6	0.200	1.7	0n20	8n97	—4.0	8.97	—2
0.06	0n660	.6	0.196	1.8	0n20	9n05	—3.5	9.05	—2
0.07	0n654	.6	0.192	1.8	0n19	9n11	—2.9	9.11	—2
0.08	0n649	.6	0.189	1.8	0n19	9n16	—2.5	9.16	—1
0.09	0n643	.6	0.185	1.9	0n18	9n21	—2.2	9.21	—1
0.10	0n638	.7	0.181	1.9	0n18	9n25	—2.0	9.25	—1
0.11	0n632	.7	0.177	1.9	0n18	9n28	—1.8	9.28	—1
0.12	0n627	.7	0.173	2.0	0n17	9n32	—1.6	9.32	—1
0.13	0n621	.7	0.169	2.0	0n17	9n35	—1.4	9.35	—1
0.14	0n615	.7	0.165	2.0	0n17	9n37	—1.3	9.37	—1
0.15	0n610	.7	0.161	2.1	0n16	9n40	—1.2	9.40	—1
0.16	0n604	.8	0.157	2.1	0n16	9n42	—1.1	9.42	—1
0.17	0n598	.8	0.152	2.1	0n15	9n44	—1.0	9.44	—1
0.18	0n593	.8	0.148	2.2	0n15	9n46	—0.9	9.46	—1
0.19	0n587	.8	0.144	2.2	0n14	9n47	— .8	9.47	0
0.20	0n581	.8	0.139	2.2	0n14	9n49	— .7	9.49	0
0.21	0n576	.8	0.135	2.2	0n13	9n51	— .7	9.51	0
0.22	0n570	.8	0.130	2.3	0n13	9n52	— .6	9.52	0
0.23	0n564	.8	0.126	2.3	0n13	9n53	— .6	9.53	0
0.24	0n559	.8	0.121	2.3	0n12	9n55	— .5	9.55	0
0.25	0n553	.9	0.116	2.3	0n12	9n56	— .5	9.56	0
0.26	0n547	.9	0.112	2.4	0n11	9n57	— .5	9.57	0
0.27	0n542	.9	0.107	2.4	0n11	9n58	— .5	9.58	0
0.28	0n536	.9	0.102	2.4	0n10	9n59	— .4	9.59	0
0.29	0n530	.9	0.097	2.4	0n10	9n60	— .4	9.60	0
0.30	0n525	.9	0.092	2.5	0n09	9n61	— .4	9.61	0
0.31	0n519	.9	0.087	2.5	0n09	9n61	— .4	9.61	0
0.32	0n513	.9	0.082	2.5	0n08	9n62	— .4	9.62	0
0.33	0n507	.9	0.077	2.5	0n08	9n63	— .4	9.63	0
0.34	0n502	+0.9	0.072	+2.5	0n07	9n63	—0.4	9.63	0

Tafel der Logarithmen von A_0, A_1, A_2, A_3 für $e = 0.7500$.

	A_0	$\Delta e =$ +0.001	A_1	$\Delta e =$ +0.001	A_2	$\Delta e =$ +0.001	A_3	$\Delta e =$ +0.001	v
140°	9 _n 6831	+6	0.018	+2.1	0 _n 218	+4	0.37	+0.6	220
41	9 _n 6739		9.997	2.1	0 _n 183	4	0.32	0.6	19
42	9 _n 6644		9.975	2.0	0 _n 148	4	0.28	0.6	18
43	9 _n 6545		9.953	2.0	0 _n 112	4	0.23	0.5	17
44	9 _n 6443		9.931	1.9	0 _n 075	4	0.18	0.5	16
45	9 _n 6337		9.908	1.9	0 _n 038	4	0.13	0.5	15
46	9 _n 6226		9.885	1.8	0 _n 000	3	0.08	0.5	14
47	9 _n 6112		9.862	1.8	9 _n 962	3	0.02	0.5	13
48	9 _n 5993		9.838	1.7	9 _n 923	3	9.97	0.5	12
49	9 _n 5869		9.814	+1.7	9 _n 884	+3	9.92	+0.5	11
150	9 _n 5740	+6	9.790	+1.6	9 _n 844	+3	9.86	+0.4	210
51	9 _n 5606		9.765	1.5	9 _n 804	3	9.81	0.4	09
52	9 _n 5467		9.741	1.5	9 _n 764	3	9.76	0.4	08
53	9 _n 5321		9.716	1.4	9 _n 723	3	9.70	0.4	07
54	9 _n 5169		9.691	1.3	9 _n 681	3	9.65	0.4	06
55	9 _n 5010		9.666	1.2	9 _n 639	2	9.59	0.4	05
56	9 _n 4844		9.641	1.1	9 _n 596	2	9.53	0.3	04
57	9 _n 4669		9.615	1.1	9 _n 553	2	9.48	0.3	03
58	9 _n 4486		9.590	1.0	9 _n 509	2	9.42	0.3	02
59	9 _n 4294		9.565	+0.9	9 _n 465	+2	9.36	+0.3	01
160	9 _n 4091	+6	9.540	+0.8	9 _n 420	+2	9.31	+0.3	200
61	9 _n 3877		9.515	0.7	9 _n 375	2	9.25	0.2	199
62	9 _n 3650		9.490	0.6	9 _n 329	2	9.19	0.2	98
63	9 _n 3410		9.466	0.5	9 _n 283	2	9.14	0.2	97
64	9 _n 3154		9.442	0.4	9 _n 235	1	9.08	0.2	96
65	9 _n 2881		9.418	0.4	9 _n 187	1	9.02	0.2	95
66	9 _n 2587		9.395	0.3	9 _n 137	1	8.97	0.1	94
67	9 _n 2271		9.373	0.2	9 _n 087	1	8.91	0.1	93
68	9 _n 1929		9.351	0.1	9 _n 034	1	8.86	0.1	92
69	9 _n 1557		9.331	+0.0	8 _n 980	+1	8.81	+0.1	91
170	9 _n 1147	+6	9.312	-0.1	8 _n 923	+1	8.76	+0.1	190
71	9 _n 0694		9.294	-0.2	8 _n 864	1	8.71	0	89
72	9 _n 0186		9.277	-0.3	8 _n 800	1	8.66	0	88
73	8 _n 9610		9.262	-0.4	8 _n 730	1	8.62	0	87
74	8 _n 8943		9.249	-0.4	8 _n 653	1	8.58	0	86
75	8 _n 8154		9.237	-0.5	8 _n 565	1	8.55	0	85
76	8 _n 7186		9.227	-0.6	8 _n 461	1	8.52	0	84
77	8 _n 5939		9.219	-0.6	8 _n 331	1	8.49	0	83
78	8 _n 4179		9.214	-0.6	8 _n 151	1	8.48	-0.1	82
79	8 _n 1169	+6	9.211	-0.6	7 _n 848	0	8.47	-0.1	81
180	-∞		9.210	-0.7	-∞		8.46	-0.1	180

$A_0 = -e \sin v_0$; obiges Zeichen der Grössen A gilt für $v < 180^\circ$.

Für $v > 180$ werden alle A positiv.

Tafel der Logarithmen von B_0, B_1, B_2, B_3 für $e = 0.7500$.

v	B_0	$\Delta e =$ +0.001	B_1	$\Delta e =$ +0.001	B_2	$\Delta e =$ +0.001	B_3	$\Delta e =$ +0.001	v
140°	9.629	-1	9 _n 956	+1	0.21	+0.3	0 _n 41	+0.5	220
41	9.620	-1	9 _n 930	1	0.17	0.3	0 _n 36	0.5	19
42	9.612	-1	9 _n 903	1	0.13	0.3	0 _n 30	0.5	18
43	9.603	-1	9 _n 876	1	0.09	0.3	0 _n 24	0.4	17
44	9.595	-1	9 _n 849	1	0.04	0.3	0 _n 19	0.4	16
45	9.586	-1	9 _n 821	1	0.00	0.3	0 _n 13	0.4	15
46	9.578	-1	9 _n 794	1	9.96	0.2	0 _n 07	0.4	14
47	9.569	-1	9 _n 766	1	9.92	0.2	0 _n 01	0.4	13
48	9.561	-1	9 _n 737	1	9.87	0.2	9 _n 96	0.4	12
49	9.553	-1	9 _n 708	+1	9.83	+0.2	9 _n 90	+0.3	11
150	9.545	-1	9 _n 679	+1	9.78	+0.2	9 _n 84	+0.3	210
51	9.537	-1	9 _n 649	1	9.74	0.2	9 _n 78	0.3	09
52	9.529	-1	9 _n 620	+1	9.70	0.2	9 _n 72	0.3	08
53	9.521	-1	9 _n 589	0	9.65	0.2	9 _n 66	0.3	07
54	9.513	-1	9 _n 559	0	9.61	0.1	9 _n 59	0.3	06
55	9.506	-1	9 _n 528	0	9.56	0.1	9 _n 53	0.2	05
56	9.498	-1	9 _n 496	0	9.52	0.1	9 _n 47	0.2	04
57	9.491	-1	9 _n 464	0	9.47	0.1	9 _n 41	0.2	03
58	9.484	-1	9 _n 432	0	9.43	0.1	9 _n 35	0.2	02
59	9.477	-1	9 _n 399	0	9.38	+0.1	9 _n 28	+0.2	01
160	9.470	-1	9 _n 365	0	9.34	+0.1	9 _n 22	+0.2	200
61	9.464	-1	9 _n 331	0	9.29	0	9 _n 16	0.1	199
62	9.457	-1	9 _n 296	0	9.25	0	9 _n 10	0.1	98
63	9.451	-1	9 _n 260	0	9.20	0	9 _n 03	0.1	97
64	9.446	-1	9 _n 222	0	9.16	0	8 _n 97	0.1	96
65	9.440	-2	9 _n 184	0	9.12	0	8 _n 90	0.1	95
66	9.435	-2	9 _n 144	0	9.08	0	8 _n 84	+0.1	94
67	9.430	-2	9 _n 103	0	9.04	0	8 _n 77	0	93
68	9.426	-2	9 _n 060	0	9.00	-0.1	8 _n 71	0	92
69	9.421	-2	9 _n 014	0	8.96	-0.1	8 _n 64	0	91
170	9.417	-2	8 _n 965	0	8.92	-0.1	8 _n 57	0	190
71	9.414	-2	8 _n 912	0	8.89	-0.1	8 _n 50	0	89
72	9.410	-2	8 _n 855	-1	8.86	-0.1	8 _n 43	0	88
73	9.407	-2	8 _n 791	-1	8.83	-0.1	8 _n 35	0	87
74	9.405	-2	8 _n 720	-1	8.80	-0.1	8 _n 26	1	86
75	9.403	-2	8 _n 637	-1	8.78	-0.2	8 _n 17	-0.1	85
76	9.401	-2	8 _n 536	-1	8.76	-0.2	8 _n 06	-0.1	84
77	9.400	-2	8 _n 407	-1	8.74	-0.2	7 _n 91	-0.1	83
78	9.399	-2	8 _n 232	-1	8.73	-0.2	7 _n 72	-0.1	82
79	9.398	-2	7 _n 928	-1	8.72	-0.2	7 _n 40	-0.1	81
180	9.398	-2	-∞		8.72	-0.2	-∞		180

Obige Zeichen der Grössen B gelten für $v < 180$.

Für $v > 180$ werden alle B positiv.

Tafel der Logarithmen von $\frac{1}{1-\alpha^2\beta}$, $\frac{4\alpha\beta}{1-\alpha^2\beta}$ für $\log\beta = 0.090$
 und von γ_0 für $\log\mu_0 = 2.720$ und $\log\mu_1 = 3.550$.

α	$\log \frac{1}{1-\alpha^2\beta}$	$\Delta \log \beta = +0.001$	$\log \frac{4\alpha\beta}{1-\alpha^2\beta}$	$\Delta \log \beta = +0.001$	$v_2 - v_1$	$\log \gamma_0$	$\log (\pi + v_2 - v_1)$
0.00	0.0000	0	0.00	0	0°	9.366	0.4971
0.01	1	0	5	0	1	9.369	4996
0.02	2	0	10	0	2	9.371	5020
0.03	5	0	15	0	3	9.373	5043
0.04	9	0	20	0	4	9.376	5067
0.05	13	0	25	0	5	9.378	5091
0.06	19	+0.1	30	0	6	9.380	5114
0.07	26	0.1	35	0	7	9.383	5137
0.08	34	0.1	40	0	8	9.385	5160
0.09	0.0044	+0.1	0.45	+0.1	9	9.387	0.5183
0.10	0.0054	+0.1	0.50	+0.1	10	9.390	0.5206
0.11	65	0.2	55	0.1	11	9.392	5229
0.12	78	0.2	60	0.1	12	9.394	5252
0.13	91	0.2	65	0.1	13	9.396	5274
0.14	106	0.3	71	0.2	14	9.399	5297
0.15	122	0.3	76	0.2	15	9.401	5319
0.16	139	0.3	81	0.2	16	9.403	5341
0.17	157	0.4	87	0.2	17	9.405	5363
0.18	177	0.4	92	0.2	18	9.407	5385
0.19	0.0197	+0.5	0.98	+0.2	19	9.410	0.5407
0.20	0.0219	+0.5	1.03	+0.3	20	9.412	0.5429
0.21	242	0.6	1.09	0.3			
0.22	267	0.6	1.15	0.3			
0.23	292	0.7	1.21	0.3			
0.24	319	0.8	1.27	0.3			
0.25	347	0.9	1.33	0.3			
0.26	377	0.9	1.39	0.4			
0.27	408	1.0	1.46	0.4			
0.28	441	1.1	1.52	0.4			
0.29	0.0474	+1.2	1.59	+0.4			
0.30	0.0509	+1.3	1.66	+0.4			
0.31	546	1.4	1.73	0.5			
0.32	585	1.5	1.80	0.5			
0.33	625	1.6	1.88	0.5			
0.34	0.0666	+1.7	1.95	+0.5			

$$\log \mu = \log \mu_0 + \Delta \log \mu$$

$$\log \mu_0 = 2.720$$

$$\log \gamma = \log \gamma_0 + \Delta \log \mu$$

Die Variationen für $\Delta \log \beta = +0.001$ sind in Einheiten der letzten Decimale des zugehörigen Logarithmus ausgedrückt.

Fig. 7

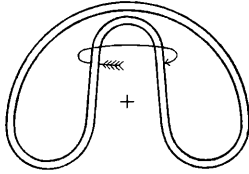


Fig. 8.

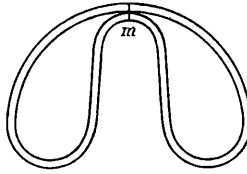


Fig. 9

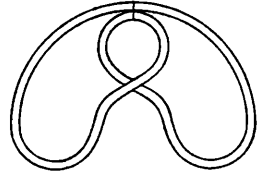


Fig. 10.

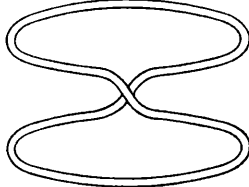


Fig. 11

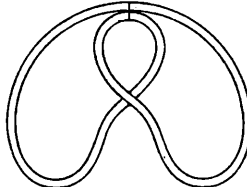


Fig. 12

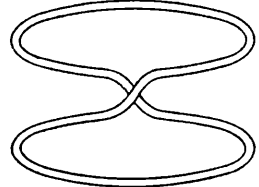


Fig. 13

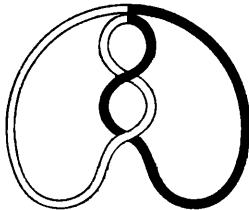


Fig. 14.

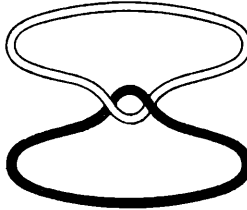


Fig. 15.

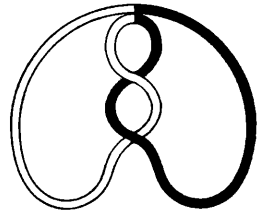


Fig. 16.

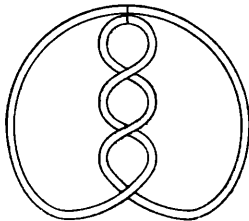


Fig. 17

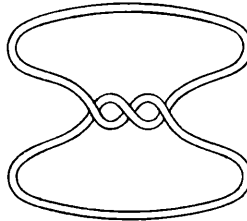


Fig. 18

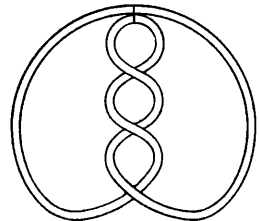


Fig. 19

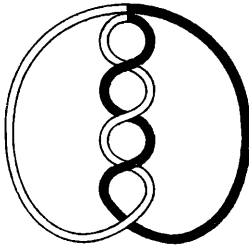


Fig. 20.

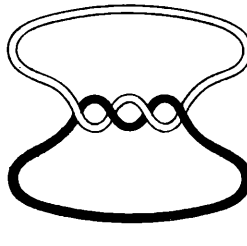
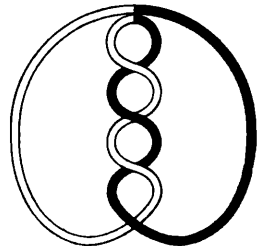


Fig. 21



Aufordel.

Lith Anst. J. Barth, Wien, Fünfhaus.

F. Dingeldey: Topologischer Process.

Fig. 22.

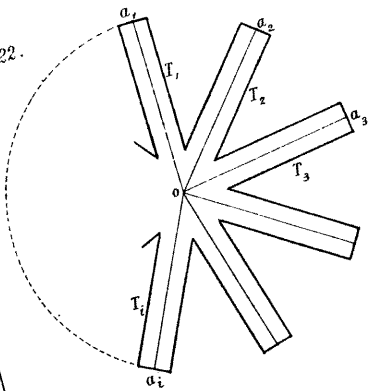


Fig. 23.

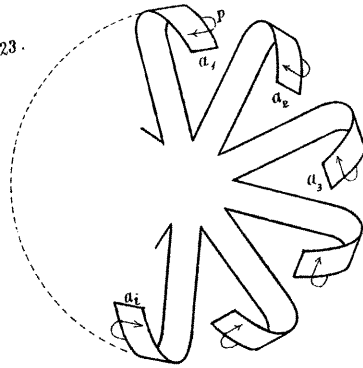


Fig. 24.

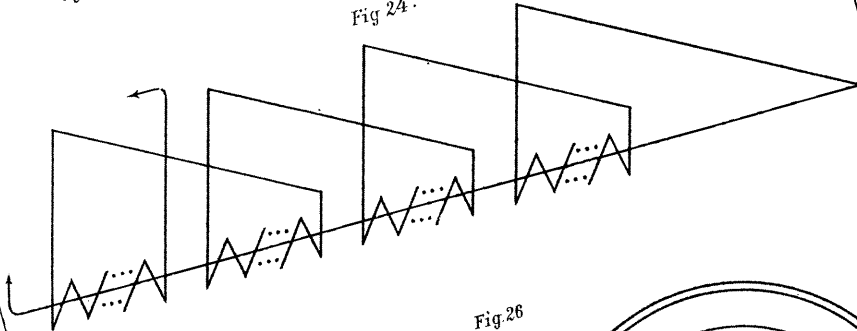
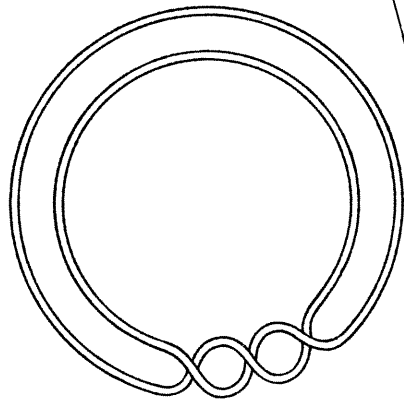
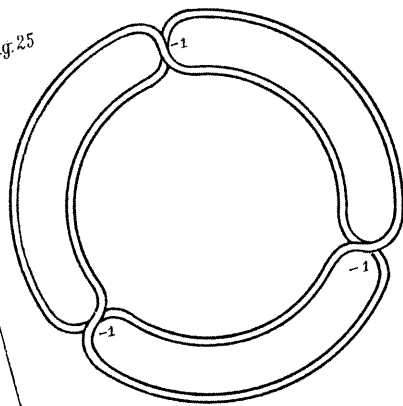


Fig. 26

Fig. 25



Autor del.

Lith. Anst. J. Barth, Wien, Fünfhaus.

Fig. 27

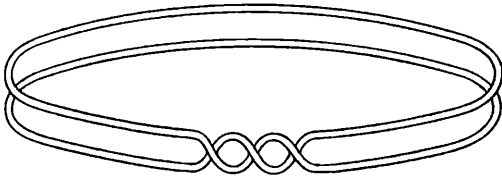


Fig. 29.

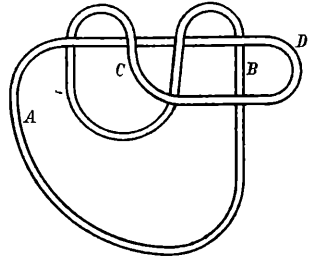


Fig. 28

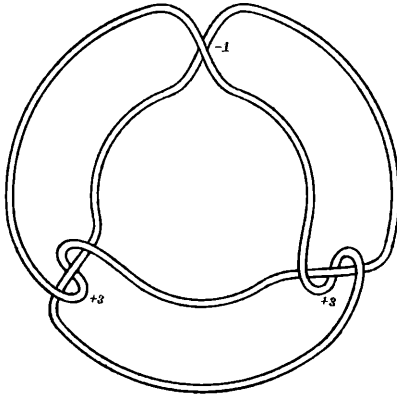


Fig. 30

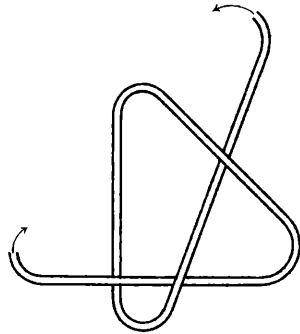


Fig. 31.

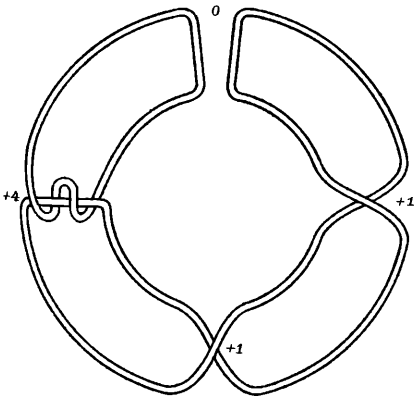
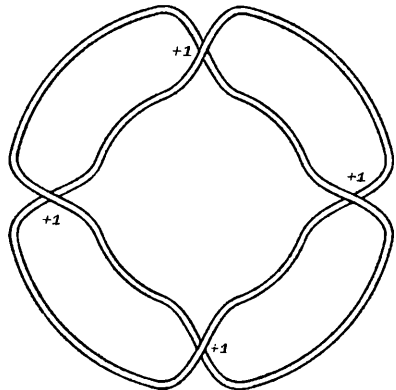


Fig. 32.



Autor del.

Lith. Aust. J. Barth, Wien, Fünfhaus.

Fig. 33

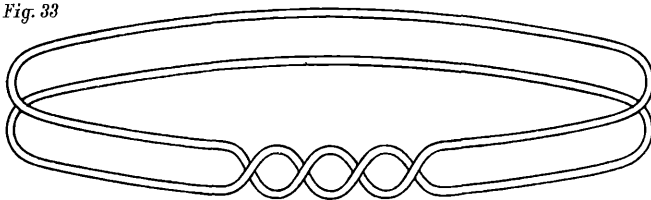


Fig. 35

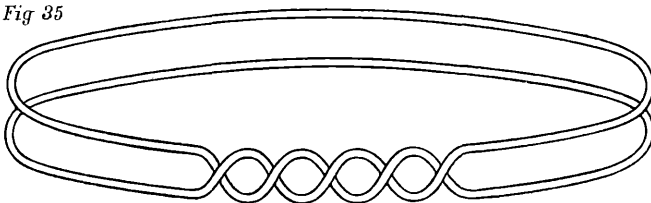


Fig. 36

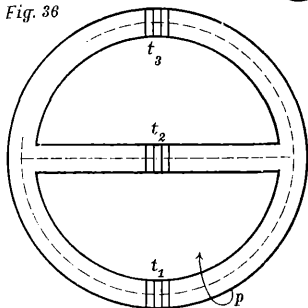


Fig. 34.

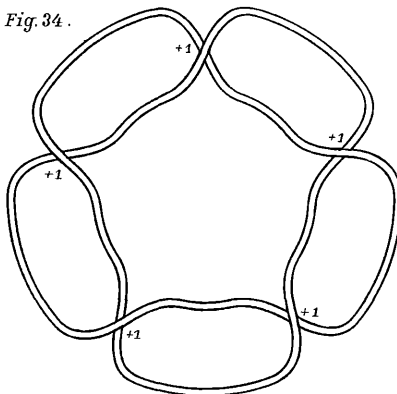


Fig. 37

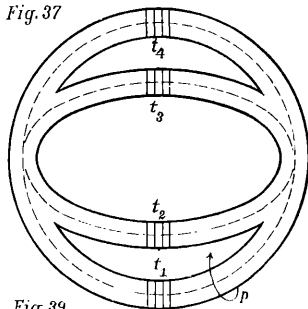


Fig. 39

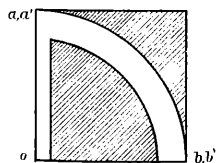


Fig. 40

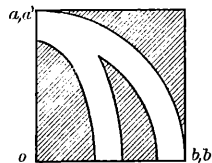
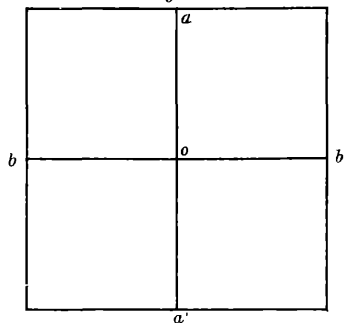


Fig. 38



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1889

Band/Volume: [98_2a](#)

Autor(en)/Author(s): Hepperger Josef von

Artikel/Article: [Integration der Gleichung für die Störung der mittleren täglichen siderischen Bewegung periodischer Kometen von geringer Neigung \(Biela'scher Komet\) durch die Planeten Erde, Venus und Mercur 1094-1120](#)