Die Entfernungen der Himmelskörper

im Verhältnisse zu den

Entfernungen auf der Erde.

Von

Wilhelm Tinter.

Vortrag, gehalten am 18. November 1891.

Mit 8 Abbildungen im Texte.

Seit dem Bestehen dieses Vereines ist beinahe alljährlich auch ein Abend den Himmelserscheinungen gewidmet gewesen; mit regem Interesse ist den Worten des Vortragenden gefolgt worden. Bei der Veranlagung des menschlichen Geistes, der ja so gern den Blick nach jenen lichten Höhen, in den Weltenraum mit seinen ungezählten sich in ihm bewegenden Himmelskörpern richtet und dabei viele Fragen sich selbst und, wenn die Umstände es gestatten, Himmelskundigen vorlegt, ist dieses nicht anders zu erwarten.

Wenn ich mir heute vornehme, eine Wanderung auf der Erde und von dieser in den unermesslichen Himmelsraum mit Ihnen auszuführen, um dann am Schlusse zu der Erkenntnis des unendlich kleinen unserer guten Mutter Erde zu gelangen, so bin ich überzeugt, dass auch ich der regen Theilnahme über diesen Gegenstand von Ihrer Seite sicher sein kann. Zum Thema des heutigen Vortrages habe ich mir die Entfernung der Himmelskörper im Verhältniss zu den Entfernungen auf der Erde gewählt; ich will in Grundzügen darzulegen versuchen, wie man zur Kenntnis der Entfernungen gelangt, und daran schließend die Ergebnisse der angestellten Beobachtungen und die hieraus durch Rechnung gefolgerten Resultate anreihen.

Das Bestimmen der Entfernungen auf der Oberfläche unserer Erde geschieht durch Messen, welches direct oder indirect ausgeführt werden kann. Das directe Messen oder Bestimmen der Entfernungen wird mit den üblichen Längenmessern, nämlich mit den Messstangen, mit dem Messbande, der Messschnur, der Messkette, wohl auch in geeigneten Fällen mit dem Messrade, vollzogen; es geschieht dieses dadurch, dass man den betreffenden Längenmesser, von dem einen Endpunkte der zu messenden Entfernung ausgehend, in der Verticalebene der zu messenden Entfernung so oft aneinander reiht, als es die zu messende Länge fordert; hiebei muss aber darauf Rücksicht genommen werden, ob die horizontale Entfernung oder die wirkliche Entfernung zwischen den beiden gegebenen Punkten zu ermitteln ist; im ersten Falle müssen die Neigungsverhältnisse der einzelnen verschieden geneigten Theilstrecken, aus dem sich die ganze Länge zusammensetzt, ermittelt werden, während im zweiten Falle diese Bedingung wegfällt. Es ist leicht einzusehen, dass das directe Messen von grossen Längen zu den zeitraubenden und mühevollen Arbeiten gehört, ganz abgesehen davon, dass, der Möglichkeit der Ausführung der directen Messung wegen, viele Hindernisse beseitiget werden müssen. Den größten Entfernungen, welche auf directe Weise gemessen werden, begegnen wir bei den Landesvermessungen, beziehentlich den Gradmessungen, und auch bei diesen gehören Längen von 100 *km* und darüber zu den Seltenheiten.

Die erste derartige directe Messung einer Länge, welche auf wissenschaftlichen Wert hätte Anspruch erheben können, wurde im Jahre 827 n. Chr. von den Arabern in der Ebene von Singar ausgeführt; sie maßen in der Richtung eines Meridians eine Länge von nahezu 30 geographischen Meilen, also nahe den 180 Theil des Erdumfanges mit Stäben, der sogenannten schwarzen Elle; da aber das Verhältnis dieses Längenmaßes zu den anderen uns bekannten Längenmaßen verloren gegangen ist, so kann auch das Resultat ihrer sonst genau ausgeführten Messung für die Wissenschaft nicht weiter in Betracht gezogen werden. Im Abendlande war es der französische Arzt und Mathematiker Jean Fernel, welcher im Jahre 1525 die Länge von nahe 15 geographischen Meilen in dem Meridian von Paris maß; seine Messung ist auch deswegen von gewissem Interesse, indem er die zu ermittelnde Länge mit einem Wagen durchfuhr und die Anzahl der Umdrehungen des Rades mit bekanntem Umfange ermittelte; er führte gleichsam das Messrad in die geodätische Praxis ein. Ein Jahrhundert später, nämlich 1633—1635, bestimmte der Engländer Norwood zwischen London und York eine Länge von 40 deutschen Meilen mit der Kette; in den Jahren 1764—1768 wurde in der Ebene von Pennsylvanien eine Länge von nahe $22\frac{1}{2}$ geographischen Meilen ebenfalls mit der Kette gemessen. Diese gemessenen Längen, welche sich, wie die Ortsangaben zeigen, in ebenem Terrain befinden, sollten zur Ermittlung des Erdhalbmessers der damals noch als kugelförmig vorausgesetzten Erde dienen; denn kennt man die Länge eines größten Kreisbogens, welcher zu einem gegebenen Mittelpunktwinkel gehört, so kann man aus dem bekannten Verhältnisse des Halbmessers zum Umfange des Kreises den Halbmesser berechnen. Die folgende Betrachtung wird dieses klar machen. Sei in Fig. 1 der Schnitt einer durch die Erdachse NN' gelegten Ebene mit der kugelförmigen Erde, vom Halbmesser $CN = R$, sei weiter QQ' der Äquator und seien B_1 und B_2 zwei im Meridiane liegende Orte, B_1Q und B_2Q ihre sphärischen Abstände vom Äquator, also $B_1CQ = \varphi_1$ und $B_2CQ = \varphi_2$ die geographische Breite, so ist der zu den beiden Punkten B_1 und B_2 gehörige Mittelpunktwinkel $B_1CB_2 = \varphi_2 - \varphi_1 = \alpha$. Wird auch die Länge des Bogens $B_1B_2 = l$ direct gemessen, so hat man, da die Längen der Bögen den zugehörigen Mittelpunktwinkeln direct proportional sind, die Proportion:

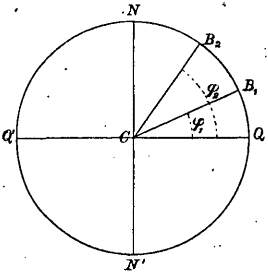

Fig. 1.

$$l : R\,.\,\pi = \alpha : 180$$

aus welcher folgt:

$$R = \frac{180}{\alpha} \cdot \frac{l}{\pi} \qquad 1)$$

In den Endpunkten der früher angegebenen gemessenen Längen wurde auch die geographische Breite ermittelt, wodurch immer zu diesen Längen l der Centriwinkel α bekannt, demnach die Bestimmung des Erdhalbmessers ermöglicht wurde. Es ist leicht erklärlich, dass je größer die gemessene Länge l zum Erdhalbmesser R ist, der letztere um so sicherer bestimmt wird. Da aber das genaue directe Messen von größeren Längen, wie schon früher gesagt wurde, zu den sehr zeitraubenden und besonders mühevollen Arbeiten gehört, zumeist auch auf große Schwierigkeit stößt, namentlich wenn die Richtung des Meridians beibehalten werden soll, so nimmt man zum indirecten Messen, beziehentlich Bestimmen der Entfernungen die Zuflucht. Denkt man sich nämlich die in ihrer Länge zu bestimmende Linie mit anderen Linien zu entsprechenden Figuren (etwa zu Dreiecken, Vierecken) verbunden und misst man dann in diesen Figuren die nöthigen Winkel und mindestens eine in dieser Figur vorkommende Länge direct, so kann man schließlich die fragliche Entfernung rechnen. Dass man bei Wahl dieser Figuren die einfachste, das Dreieck nehmen wird, ist leicht erklärlich. In der That finden wir bei der von Willebrord Snellius (1591—1626) am Anfange des 17. Jahrhunderts eingeführten Triangu-

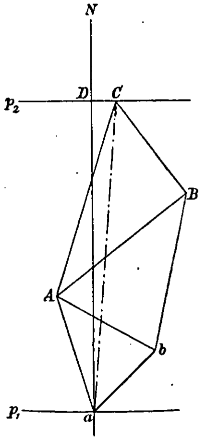

Fig. 2.

lation die in ihrer gegenseitigen Lage, also auch der Entfernung nach zu bestimmenden Punkte untereinander, als auch mit einer genau gemessenen Grundlinie (Basis) durch eine Kette von Dreiecken in Verbindung gebracht. (Fig. 2.) Sei z. B. die Länge zwischen den Punkten *a* und *C* zu ermitteln, das directe Messen aber nicht möglich, so denkt man sich zwischen *a* und *C* die Punkte *b, A, B* eingeschaltet und durch die Dreiecke *abA, bAB, ABC* untereinander verbunden. Misst man nun die eine Linie *ab*, die Grundlinie, direct, sonst aber in dem Dreiecke die zwischen den Dreieckseiten liegenden Horizontalwinkel, so gibt die Rechnung zunächst die Entfernung der untereinander in Verbindung gebrachten Punkte. In dem ersten Dreiecke *abA* ist *ab* gemessen, die Rechnung gibt die Längen *aA* und *bA*; das zweite durch die Seite *bA* mit *abA* zusammenhängende Dreieck *bAB* gibt mit der nunmehr bekannten Seite *bA* die Seite *bB* und *AB* u. s. f. Die Längen der Dreiecksseiten sind, um in der Entwicklung des Dreiecksnetzes rascher vorwärts zu kommen, im Verhältnisse der als Grundlage dienenden Basis beträchtlich gross, man muss daher, um ungünstige Formen der Dreiecke zu vermeiden, durch Dreiecke von kleineren Seiten, welche mit der Basis zusammenhängen, auf die langen Dreiecksseiten übergehen; weil aber die in der Winkelmessung gemachten Fehler die gewohnten Dreiecksseiten in ihrer Richtigkeit beeinflussen, so trachtet man, diesen Übergang durch die möglichst geringe Zahl von Dreiecken herzustellen, was um so leichter erreicht werden kann, je größer die Länge der Grundlinie gewählt wird.

Die Vervollkommnung der Winkelinstrumente setzte auch die Grenze der beim Winkelmessen zu befürchtenden Fehler herab und machte es möglich, selbst mit einer kleinen Basislänge auf beträchtlich lange Seiten überzugehen, und zwar unter Voraussetzung gleichen Grades der Genauigkeit. Von der Erfindung der Triangulation angefangen bis in die ersten Decennien dieses Jahrhunderts finden wir bei den größeren Vermessungen Grundlinien bis über 12.000 *m* angewendet, während in der Neuzeit zu gleichem Zwecke hiefür Längen bis 2000 *m* als genügend erkannt werden; hieraus kann man mit Hilfe der durch Dreiecke miteinander verbundenen Punkte auf Entfernungen bis 140.000 *m* kommen.

Eine derartige Dreieckskette, in welcher die Winkel gemessen und die Seiten gerechnet sind, bietet aber auch die Daten, um die Länge der Verbindungslinie von irgend zwei Punkten, in Fig. 2 z. B. die Länge aC aus den Dreiecksseiten ab, bB, BC und den Winkeln abB, bBC berechnen zu können; hiebei kommt man auch zur Kenntnis der Winkel, welche die Verbindungslinie aC mit der anschließenden Dreiecksseite ab, bezüglich CB einschließt, nämlich Winkel Cab und Winkel BCa. Wird dann weiter im Punkte a der Horizontalwinkel der Dreiecksseite ab mit der durch a gelegten Meridianrichtung aN, d. i. Winkel Nab gemessen, so erhält man auch den Horizontalwinkel NaC, den die

Verbindungslinie aC mit der Meridianrichtung aN einschließt. Denkt man sich durch a und C die Parallelkreise p_1 und p_2 gezogen und den Schnitt des letzteren mit der Meridianrichtung aN in D bestimmt, ferner die geographischen Breiten der Punkte a und C ermittelt, so kann man weiter die Länge aD, d. i. den Abstand der Parallelen der beiden Punkte a und C berechnen. Es ist nun unschwer, den Vortheil zu erkennen, den die Berechnung des Abstandes der Parallelen bietet; man braucht nach diesem Vorgange, um eine Länge im Meridian zu ermitteln, nunmehr nicht im Meridiane selbst zu messen, wodurch die eine, früher bei Erläuterung zur Bestimmung des Erdhalbmessers gemachte Beschränkung wegfällt.

Wenn die mathematische Figur der Erde als Kugel angenommen wird, so sind die Dimensionen des Erdkörpers mit der Größe des Erdhalbmessers gegeben, da man aus dem Erdhalbmesser den Umfang, die Oberfläche und den Körperinhalt der Erde bestimmen kann. Nun ist aber von Newton (1642—1727) aus rein theoretischen Untersuchungen nach den Gesetzen der Mechanik dargethan worden, dass die mathematische Figur der Erde ein an den Polen abgeplattetes Umdrehungsellipsoid (Sphäroid) sein müsse, entstanden durch die Umdrehung einer Ellipse um die kleine Achse, eine Behauptung, welche anfänglich, selbst bei Gelehrten, auf heftigen Widerspruch stieß, später aber, theils durch die Vertiefung in die von Newton aufgestellte Theorie, theils durch wirklich ausgeführte

Messungen als richtig anerkannt werden musste. Wird aber die Erde als ein an den Polen abgeplattetes Umdrehungsellipsoid betrachtet, so sind die Krümmungsverhältnisse verschieden, und zwar muss wegen der Abplattung am Pole die Krümmung am Äquator am stärksten, jene an den Polen am geringsten sein; es können dann auch die Längen der einzelnen Meridiangrade in verschiedenen geographischen Breiten nicht

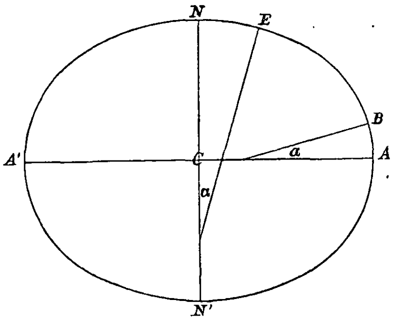

Fig. 3.

gleich sein, sondern sie müssen vom Äquator gegen die Pole hin an Länge zunehmen. Die Fig. 3 versinnlicht das Gesagte. Ist $A'NAN'$ die Ellipse, durch deren Umdrehung um die kleine Achse NN' das Umdrehungsellipsoid entsteht, ist $A'A$ die große Achse, und man denkt sich einerseits von A, dem Scheitelpunkte ausgehend, einen Punkt B bestimmt, dessen Normalrichtung mit der Richtung der großen Achse den Winkel α einschließt, und andererseits von N, dem

Pole ausgehend, auch einen Punkt E bestimmt, dessen Normalrichtung mit der kleinen Achse NN' denselben Winkel α einschließt, so muss die Länge des Bogens AB unter dem Äquator kleiner sein als die Länge des Bogens NE am Pole. Wegen der verschiedenen Krümmungsverhältnisse am Umdrehungsellipsoid reicht man jetzt nicht mehr aus, nur an einer Stelle die Länge des Meridianbogens für einen zugehörigen Centriwinkel zu ermitteln, sondern die Theorie lehrt, dass man in *diesem Falle wenigstens die Länge des Meridianbogens* für einen Grad an zwei in geographischer Breite recht verschiedenen Punkten bestimmen muss. Man ist dann in den Stand gesetzt, die Elemente jener Ellipse, durch deren Umdrehung um die kleine Achse das Sphäroid entsteht, zu berechnen; diese Elemente sind: die halbe große und die halbe kleine Achse, oder die eine der beiden Halbachsen in Verbindung mit der Abplattung oder der Excentricität.

Die zum Zwecke der Ermittlung der Dimensionen des Erdkörpers ausgeführten astronomisch-geodätischen Operationen (Gradmessungen) haben ergeben:

für die halbe große Achse (Äquatorhalbmesser) = 859·4367 geographische Meilen . . . . = 6377397 *m*

für die halbe kleine Achse (halbe Erdachsenlänge) = 856·5638 geographische Meilen . . . . = 6356079 *m*

für die Länge der geographischen Meile ($^1/_{15}$ Grad des Äquators) . . . . . = 7420·439 *m*

für die Länge des Meridianquadranten = 10000856 *m*
für die Abplattung, d. i. für das Verhältnis des Unterschiedes der beiden Halbachsen zur halben großen Achse = $^{1}/_{299 \cdot 15}$.

Wenn man das über Entfernungen auf der Erdoberfläche Gesagte zusammenfasst, so wird man entnehmen, dass von einer verhältnismäßig kurzen, direct gemessenen Länge, der Basis, durch geeignete Beobachtungs- und Rechnungsmethoden schließlich die größte auf unserer Erde vorkommende Länge, d. i. der Äquatordurchmesser abgeleitet werden konnte; die Länge des Äquatorhalbmessers ist aber unerlässlich nothwendig, wenn man in den Raum eindringen will, in dem sich die Himmelskörper bewegen, um ihre Entfernungen bestimmen zu können.

Wie gelangt man nun zur Kenntnis der Entfernungen der Himmelskörper? Zur Lösung dieser Aufgabe gehören zwei Elemente: 1. Die Kenntnis der Länge des Erdhalbmessers und 2. die Kenntnis des parallaktischen Winkels, kurzweg der Parallaxe. Um das Verständnis für die Parallaxe zu gewinnen, wird folgende Betrachtung angezeigt sein. Allen ist die Erscheinung bekannt, dass mit jeder Ortsveränderung eines Beobachters auch eine Ortsveränderung des beobachteten Gegenstandes verbunden ist; man nennt eine jede Ortsveränderung eines Gegenstandes, hervorgerufen durch die Ortsveränderung des Beobachters, eine parallaktische Bewegung und die Größe der Verschiebung des scheinbaren Ortes eines Gegenstandes, welche von zwei verschiedenen Standpunkten beobachtet wird, die Parallaxe. Man kann demgemäß auch so sagen: die Parallaxe wird durch jenen Winkel bestimmt, unter welchem die Entfernung beider Beobachtungsorte vom beobachteten Gegenstande aus gesehen erscheint. Je entfernter der Gegenstand ist, desto geringer ist unter sonst gleichen Umständen der Richtungsunterschied, desto kleiner die Parallaxe.

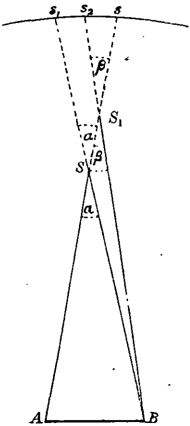

Fig. 4.

Ist in Fig. 4 A der Standpunkt eines Beobachters und S ein Stern, so wird derselbe in der Richtung AS gesehen und sich am Himmelsgewölbe in s darstellen; ändert der Beobachter seinen Standpunkt und kommt nach B, so wird nunmehr der Stern S in der Richtung BS gesehen und am Himmelsgewölbe in s_1 erscheinen; durch die Ortsveränderung des Beobachters von A nach B hat sich der Stern von s nach s_1 verschoben; die Richtungsänderung ist durch den Winkel $s_1 Ss = ASB = \alpha$ bestimmt, und letzterer ist die Parallaxe. Nimmt man einen entfernteren Stern S_1 an, so wird derselbe von A aus in s, von B aus in s_2 gesehen, der Winkel $s_2 S_1 s = AS_1 B = \beta$ bestimmt die Parallaxe für S_1. Wie man entnimmt, ist α der Winkel, unter welchem die Entfernung AB von S, und β der Winkel, unter welchem die Entfernung AB von S_1 aus gesehen erscheint; für den entfernteren Stern (S_1) ist die Parallaxe kleiner als für den näheren Stern (S).

Die Ermittlung der Entfernung eines Gestirnes aus dem zugehörigen Werte der Parallaxe gründet sich auf die Auflösung eines Dreieckes. Stellt in Fig. 5 C den Mittelpunkt der kugelförmigen Erde vor, und befindet sich auf der Oberfläche, etwa in A, ein Beobachter, so sieht derselbe das Gestirn S in der Richtung AS an die Sphäre in s projiciert; ein zweiter Beobachter B, den wir unter demselben Meridiane von A annehmen wollen, sieht das Gestirn S gleichzeitig in der Richtung BS in s_1. Der Unterschied beider Richtungen ist der Winkel ASB, welcher in dem Vierecke $CASB$ liegt. Kennt man alle Winkel in diesem Vierecke und den Erdhalbmesser CA, so kann man auf trigonometrischem Wege die Entfernungen des Gestirnes S von den drei Punkten A, C, B berechnen.

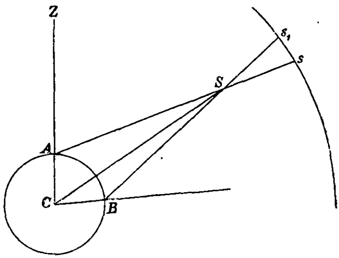

Fig. 5.

In der Astronomie pflegt man jedoch den Ausdruck Parallaxe in einem beschränkteren Sinne aufzufassen. Man denkt sich gleichsam als den einen

Standpunkt den Mittelpunkt der Erde und nennt Parallaxe den Richtungsunterschied vom Erdmittelpunkte und dem Beobachtungsorte auf der Erdoberfläche nach dem Gestirne. Nach dem Gesagten ist der Winkel ASC der Richtungsunterschied vom Mittelpunkte der Erde C und vom Beobachtungsorte A nach

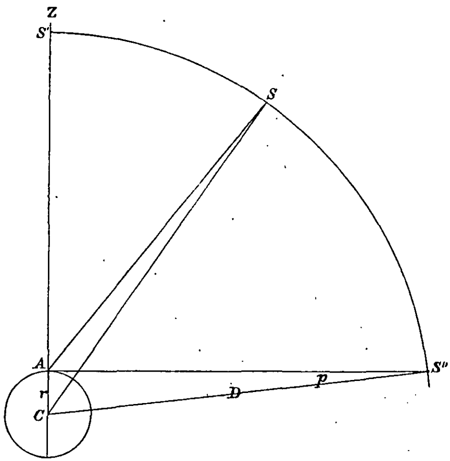

Fig. 6.

dem Gestirne S, also die Parallaxe. Würde das Gestirn S (Fig. 6) in der Richtung des Erdhalbmessers, also in der Richtung nach dem Zenith des Beobachtungsortes AZ in S' stehen, so wäre die Parallaxe gleich Null. Denkt man sich hingegen das Gestirn S im Horizonte des Beobachtungsortes A, also in der Tangente an die Erde, in S'' stehend, so hat die Parallaxe den größten Wert; sie heißt die Horizontalparallaxe und ist bestimmt durch den Winkel $CS''A = p$, unter welchem der Erdhalbmesser vom Gestirn aus, wenn dasselbe im Horizonte des Beobachtungsortes steht, erscheint. Da aber die Erde nicht die Gestalt der Kugel, sondern die des abgeplatteten Rotationsellipsoides hat, so sind die Erdhalbmesser von ungleicher Länge; der kürzeste, in der Erdachse gelegen, ist der halben Erdachsenlänge gleich, der längste Erdhalbmesser ist dem Äquatorhalbmesser gleich. Man nennt nun jenen Winkel, unter welchem der Äquatorhalbmesser vom Gestirn aus gesehen erscheint, wenn das Gestirn im Horizonte steht, die Äquatoreal-Horizontalparallaxe.

Da die Erde in ihrer Form einer Kugel sehr nahe kommt, so werden sich Horizontalparallaxe und Äquatoreal-Horizontalparallaxe um nur wenig von einander unterscheiden können.

Der Zusammenhang zwischen dem Erdhalbmesser r, der Entfernung des Gestirnes vom Erdmittelpunkte $CS'' = D$ und dem parallaktischen Winkel p ist nun leicht zu erkennen. Denkt man sich nämlich aus S'' mit dem Halbmesser $S''C$, gleich der Entfernung D des Gestirnes vom Mittelpunkte der Erde einen Kreis beschrieben, so wird wegen der verhältnissmäßig großen Entfernung des Gestirnes gegenüber dem Erdhalbmesser der Bogen CA mit der Geraden CA zusammenfallen, und da die Längen der Bögen den ihnen zugehörigen Centriwinkeln direct proportional sind, so hat man, wenn man erwägt, dass der zum halben Umfange gehörige Centriwinkel $= 180^0 = 648000''$, der halbe Umfang im gegenwärtigen Falle $S''C\,.\,\pi = D\,.\,\pi$ ist, die Proportion:

$$r : D\,.\,\pi = p'' : 648000''$$

aus welcher folgt:

$$D = \frac{648000}{\pi\,.\,p}\,.\,r$$

Der Quotient $\frac{648000}{\pi}$ wird aber, weil $\pi = 3{\cdot}14159$ ist, $= 206264{\cdot}8$, somit wird:

$$D = \frac{206264{\cdot}8}{p''}\,.\,r \qquad 2)$$

Setzt man in vorstehender Gleichung statt r den Äquatorhalbmesser a des Sphäroids und für p den der Länge a zukommenden Wert der Äquatoreal-Horizontalparallaxe p_0, so kommt:

$$D = \frac{260264{\cdot}8}{p_0''}\,.\,a \qquad 3)$$

Man findet also die Entfernung D eines Gestirnes vom Mittelpunkte der Erde, wenn man die Zahl 206264·8 durch die Äquatoreal-Horizontalparallaxe p_0 (in Secunden ausgedrückt) dividiert und den sich ergebenden Quotienten mit dem Äquatorhalbmesser a multipliciert. Würde demnach die Äquatoreal-Horizontalparallaxe eines Gestirnes eine Secunde betragen, also $p_0 = 1$ sein, so würde sich die Entfernung des Gestirnes vom Erdmittelpunkte mit $206264{\cdot}8\ a =$

206264·8 . 859·4 = 177,263.970 geographische Meilen ergeben.

Wegen der Kleinheit des Wertes der Parallaxe ist die directe Messung mit besonderen Schwierigkeiten verbunden und erfordert die größte Umsicht. Von den Planeten können dieserwegen außer dem Monde nur noch Mercur, Venus, Mars und auch die Asteroiden zur directen Bestimmung der Parallaxe verwendet werden; dieselben kommen unserer Erde zeitweise viel näher als die Sonne, sie haben eine größere, demnach auch leichter bestimmbare Parallaxe.

Will man die Sonnenparallaxe selbst wissen, so braucht man nur zur Zeit der Parallaxbestimmung des nahestehenden Planeten das Verhältnis der Distanzen des Planeten und der Sonne gegen die Erde zu kennen; es lässt sich leicht zeigen, dass die Parallaxen der beiden Himmelskörper im umgekehrten Verhältnisse der Entfernungen stehen. Sei σ die Parallaxe der Sonne, $\triangle$ ihre Entfernung von der Erde, so hat man nach Gleichung 3)

$$\triangle = \frac{206264{\cdot}8}{\sigma} \,.\, a \qquad 4)$$

für den anderen Planeten hat man

$$D = \frac{206264{\cdot}8}{p_0} \,.\, a \qquad 5)$$

Es steht demnach die Proportion:

$$D : \triangle = \frac{1}{p_0} : \frac{1}{\sigma} = \sigma : p_0 \qquad 6)$$

d. h. die Parallaxen sind den Distanzen verkehrt proportional.

Aus dieser Proportion folgt:

$$\sigma = \frac{D}{\triangle} \cdot p_0 \qquad 7)$$

Von dieser Methode machten zuerst französische Astronomen Gebrauch. Im Jahre 1671 gieng eine Expedition unter Richer's Leitung nach Cayenne, um Ortsbestimmungen des Planeten Mars zur Zeit seiner Opposition im Jahre 1672 zu machen; correspondierende Beobachtungen wurden an der Pariser Sternwarte ausgeführt. Der Unterschied der auf beiden Stationen beobachteten scheinbaren Örter, auf denselben Zeitaugenblick reduciert, gibt die Parallaxe des Mars. Aus diesen Beobachtungen bestimmte D. Cassini die Horizontalparallaxe der Sonne mit 9·5 Secunden, was einer Entfernung der Erde von der Sonne $\triangle = \frac{206264{\cdot}8}{9{\cdot}5} \cdot a = 21711{\cdot}7\,a$, also 21711·7 Äquatorhalbmessern entspricht. Für $a = 859{\cdot}4367$ geographische Meilen gesetzt, gibt nach diesen Beobachtungen die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne mit 18,659.800 geographischen Meilen. Wenn auch dieser Wert für die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne nach den später ausgeführten Messungen sich zu klein erwies, so war er doch viel genauer als alle für diese Entfernung bis dahin angenommenen Werte; so gab Kepler (1571—1639) hiefür 3500 Erdhalbmesser, d. i. 3,008.000 geographische Meilen, Newton (1642—1727) 17.188 Erdhalbmesser = 14,772.000 geographische Meilen an.

Die Beobachtungen des Mars bieten auch heute noch eine der schätzbarsten Methode zur Ermittlung der Horizontalparallaxe der Sonne. Der Mars kommt in sechzehn Jahren einmal der Erde so nahe, dass seine Entfernung nur 0·37 des Erdbahnhalbmessers beträgt, seine Parallaxe ist etwas über 23 Secunden und ein Fehler in diesem Werte von 0·1 Secunde bringt einen Fehler in der Sonnenparallaxe von nur 0·03 Secunden hervor. Solche Marsbeobachtungen wurden in den Jahren 1849, 1862 und 1877 ausgeführt und im Mittel aus den Beobachtungen der zwei letztgenannten Jahre die Horizontalparallaxe der Sonne mit 8·88 Secunden gefunden.

Vom Jahre 1824 bis in die Neuzeit wurde für die Horizontalparallaxe der Sonne der von Encke aus den schon im Jahre 1769 angestellten Beobachtungen des Vorüberganges der Venus vor der Sonnenscheibe gerechnete Wert 8·47 Secunden, entsprechend der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne von 20,682.300 geographischen Meilen (153,000.000 *km*) angenommen. Dreißig Jahre hindurch ist dieses Resultat als richtig anerkannt worden, bis Hansen im Jahre 1854 aus den Untersuchungen über die Mondbewegung nachwies, dass die Beobachtungen der Mondörter nur durch eine Vermehrung der Sonnenparallaxe, beziehentlich eine Verminderung ihrer Entfernung um ein Dreißigstel des Betrages dargestellt werden können; nach seiner Erörterung würde demnach die Sonnenparallaxe 8·86 Secunden betragen müssen. Die Ergebnisse sämmtlicher auf die Sonnenparallaxe Bezug habenden Beobachtungen und theoretischen Untersuchungen führten den Astronomen Newcomb zu dem Schlusse, dass die Sonnenparallaxe zwischen 8·79 und 8·83 Secunden, entsprechend einer Entfernung der Sonne zwischen 20,167.000 und 20,076.000 geographischen Meilen liegen müsse. Die Unsicherheit in der Entfernung zwischen Erde und Sonne um 91,000 geographische Meilen wird aber nicht besonders überraschen, wenn bedacht wird, dass ein Fehler in der Sonnenparallaxe von nur $\frac{1}{100}$ Secunden schon einen Fehler in der Entfernung um 22.840 geographischen Meilen bedingt.

Wenn man von einem zu unserem Sonnensysteme gehörigen Himmelskörper, einem Planeten, die Parallaxe, also auch die mittlere Entfernung kennt, so sind dadurch auch die mittleren Entfernungen, beziehungsweise die Parallaxen der anderen Planeten gegeben, und zwar nach dem dritten Gesetze Kepler's, welches bekanntlich lautet: „Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich wie die Cubikzahlen ihrer halben großen Achsen." Da nun die Umlaufszeiten der Planeten genau bekannt sind, so kann man nach dem ausgesprochenen Gesetze die Entfernungen rechnen, wenn man von einem Planeten die Entfernung kennt. Es wird nun auch klar, welche Bedeutung die Kenntnis der Entfernung der Erde von der Sonne, oder was auf dasselbe herausgeht, die Kenntnis der Horizontalparallaxe der Sonne in der Astronomie hat.

Wie schon dargethan wurde, wird der parallaktische Winkel immer kleiner, je größer die Entfernung des Gestirnes von der Erde ist; für Neptun, den entferntesten Planeten, beträgt die Horizontalparallaxe 0·305 Secunden, entsprechend einer Entfernung von 676.278 Erdhalbmessern = 581,218.200 geographischen Meilen.

Wir sind nunmehr an der Grenze unseres Planetensystems angelangt; es entsteht jetzt die Frage nach der Entfernung der anderen im Himmelsraume befindlichen Gestirne, jener Gestirne, welche für unser Auge in ihrer relativen Lage keine Veränderung zeigen, welche als Fixsterne gelten. Sind diese Fixsterne weiter entfernt als der entfernteste unserer Planeten, als Neptun? Im allgemeinen kann die Antwort auf diese Frage schon gegeben werden. Eine bekannte am Himmel auftretende Erscheinung sind die Sternbedeckungen; die Beobachtungen haben ergeben, dass zwar Fixsterne durch unsere Planeten, z. B. durch den Mond, bedeckt, also unsichtbar werden, dass aber noch niemals der umgekehrte Fall, nach welchem ein Fixstern vor einem Planeten vorübergegangen wäre, eingetreten ist, wodurch im allgemeinen erkannt wird, dass die Fixsterne weiter entfernt sein müssen als die Planeten.

Wie gelangt man nun zur Kenntnis der Entfernungen der Fixsterne? Es ist erinnerlich, dass bei der Parallaxenbestimmung der Planeten als Basis der Erdhalbmesser angenommen wurde, und dass für den entferntesten der Planeten, den Neptun, der parallaktische Winkel schon auf Zehntheile einer Secunde herabgesunken ist; wollte man dieselbe Basis zur Bestimmung der Parallaxe der Fixsterne wählen, so würde man vergeblich Zeit und Mühe opfern, ohne einen Erfolg verzeichnen zu können. Unsere Erde hat aber außer ihrer täglichen Umdrehung um die Achse noch eine zweite Bewegung, nämlich die jährliche Bewegung um die Sonne; die Erde gelangt hiedurch im Jahre in zwei um sechs Monate auseinanderliegenden Zeiten an Punkte im Raume, welche um die doppelte Entfernung der Erde von der Sonne, d. i. um nahezu vierzig Millionen geographische Meilen auseinanderliegen. Die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne bietet demnach eine solche große Basis, an welche sich die Untersuchungen über die Parallaxe der Fixsterne anschließen könnten. Unter jährlicher Parallaxe der Fixsterne versteht man jenen Winkel, unter welchem die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne von dem Fixsterne aus gesehen erscheint.

Sei in Fig. 7 EE_1 die Bahn der Erde E um die Sonne S, so ist S der Brennpunkt der Ellipse, O ihr Mittelpunkt. Die halbe große Achse $OE = d$ ist die sogenannte mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, die Erdweite.

Sei σ ein Fixstern und in einer solchen Stellung, dass $O\sigma$ senkrecht zu OE steht, so heißt der Winkel

$O\sigma E = p$ die jährliche Parallaxe. Setzt man die Entfernung $E\sigma = \Delta$, so folgt ganz so, wie früher gezeigt worden ist, zwischen den Größen $OE = d$, $E\sigma = \Delta$ und $O\sigma E = p$ die Beziehung:

$$\Delta = \frac{206264{\cdot}8}{p} \, . \, d \qquad 8)$$

Wenn demnach für einen Fixstern die jährliche Parallaxe im Betrage von einer Secunde gefunden würde, so wäre seine Entfernung von der Erde:

$$\Delta = 206264{\cdot}8 \, . \, d$$

oder für d rund 20,000.000 geographische Meilen angenommen,

Δ = 4,125.296,000.000 geographische Meilen.

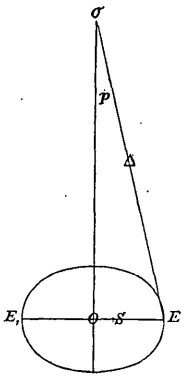

Fig. 7.

Da es aber bisher noch nicht gelungen ist, auch nur einen Fixstern aufzufinden, dessen Parallaxe eine Secunde beträgt, sondern die bisher ermittelten Werte der Parallaxe kleiner als eine Secunde sind, so kann weiter gefolgert werden, dass die Entfernung der Fixsterne noch größer als vier Billionen geographischer Meilen sein muss.

Als Copernicus (1473—1543) erkannt hatte, dass selbst die verwickeltsten bis zu jener Zeit aufgestellten Theorien über die Bewegung der Himmelskörper die sich darbietenden Erscheinungen nicht ungezwungen erklären können, stellte er sein bekanntes

System auf, nach welchem die Erde eine zweifache Bewegung haben müsse, nämlich die tägliche Drehung der Erde um ihre Achse und die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne. Wenn Copernicus' Ansicht über das Sonnensystem im Anfange häufig bekämpft wurde, wenn er selbst aus Furcht vor Widerspruch mit der Veröffentlichung seines Werkes „De revolutionibus orbium coelestium“ zögerte, so wird uns das nicht befremden, rüttelte es doch an der eingewurzelten Vorstellung, dass unsere Mutter Erde der Mittelpunkt des Weltalls sei und demnach auch in Ruhe sein müsse.

Von dem berühmten Astronomen Tycho de Brahe (1546—1601) wurde als Haupteinwand gegen die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne Folgendes angegeben: Wenn die Erde ein im Raume fortschreitender Körper ist, so müssen die verschiedenen Gestirne sich fort und fort an anderen Stellen der Himmelssphäre projicieren, wir müssten in den verschiedenen Lagen, welche die Erde bei ihrer Bewegung um die Sonne annimmt, die Gestirne in verschiedenen Richtungen erblicken, mit anderen Worten, es müsste sich eine Parallaxe der Fixsterne ergeben. Die damaligen Beobachtungen ließen eine solche Abweichung nicht erkennen, und auf solche Beobachtungen gestützt, war man sofort geneigt, die Ansicht Copernicus als unrichtig hinzustellen. Unserem tiefen Denker, dem Begründer des neuen Weltsystems, war diese Thatsache auch nicht entgangen, allein er erklärte mit vollkommener Beruhigung, dass derartige Ortsveränderungen vorkommen müssen, dass dieselben aber mit den damals zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln aus den Beobachtungen nicht gefunden werden konnten.

Wenn demnach mit jedem im Baue der astronomischen Instrumente erzielten Fortschritte, mit jeder weiteren Ausbildung der Beobachtungsmethode immer wieder Beobachtungen zum Zwecke der Ermittlung der Parallaxe ausgeführt wurden, so wird das nur als etwas Selbstverständliches anzusehen sein. Dass der sonst ausgezeichnete Beobachter Tycho de Brahe mit seinen für die damalige Zeit vorzüglich zu nennenden Instrumenten die Parallaxe von Fixsternen nicht zu finden vermochte, ist leicht erklärlich, indem er mit denselben die Winkelgrößen nur bis auf zwei Bogenminuten genau bestimmen konnte, ein Wert, welcher jenen der jährlichen Parallaxe der Fixsterne um das Hundertzwanzigfache übersteigt.

Der nächste Forscher auf diesem Gebiete, Hooke (1674), verband mit seinem Mauerquadranten das in der Zwischenzeit erfundene Fernrohr und kam bei den Winkelmessungen auf eine Bogenminute, einen Wert, welcher noch immer das Sechzigfache der zu ermittelnden Größe ausmacht. Flamsteed (1646—1719) konnte seine Winkelmessungen bereits bis auf 15 Bogensecunden verbürgen, und Bradley (1692—1762), dessen Beobachtungen für die Kenntnis des Fixsternhimmels als Fundamentalbeobachtungen gelten, kam unter Anwendung gut getheilter Kreise und richtiger Anordnung der Beobachtungen bereits auf eine Secunde;

trotz der erzielten Fortschritte, trotz aller Bemühungen, die Parallaxe auch nur eines Fixsternes zu finden, konnte von den Beobachtern kein messbarer Wert angegeben werden. Bradley war seiner Beobachtungen so sicher, dass er zu behaupten vermochte, wenn die Parallaxe auch nur eine Bogensecunde wäre, diese Größe aus seinem Beobachtungsmateriale hätte folgen müssen. Seine rastlosen Bemühungen um die Auffindung der Parallaxe der Fixsterne wurde aber durch die Entdeckung von zwei anderen wichtigen Erscheinungen, nämlich die Aberration und Nutation der Fixsterne reichlichst belohnt.

Durch die Leistungen Fraunhofer's (1787—1826) auf dem Gebiete der Optik, beziehungsweise der astronomischen Instrumente, war es möglich geworden, Winkelgrößen bis auf Zehntheile einer Secunde zu messen. Mit solchen Instrumenten ausgerüstet, gieng man neuerdings an die Bestimmung der Parallaxe der Fixsterne und erzielte diesesmal auch einen Erfolg. Man erinnerte sich des Ausspruches Galileis über Doppelsterne, welche nicht physisch, sondern optisch mit einander verbunden sind. Galilei sagt: „Ich glaube, dass manche Fixsterne zwei-, dreimal entfernter sind als andere, so dass, wenn man im Felde eines Fernrohres in der unmittelbaren Nähe eines sehr hellen Sternes einen lichtschwachen erblickt, man vielleicht eine merkwürdige Veränderung in der gegenseitigen Lage beider wahrnehmen könnte.“ Galilei gibt hier der Ansicht Ausdruck, als ob die helleren Fixsterne auch die näheren sein müssten, was aber keineswegs der Fall ist. Wenn aber einer von diesen beiden Sternen eine beträchtliche Eigenbewegung hat, so kann mit Recht auf eine bedeutend größere Nähe dieses Sternes gegenüber dem mit ihm optisch verbundenen anderen Stern geschlossen werden.

Zur Versinnlichung der angewandten Methode kann folgende Figur dienen:

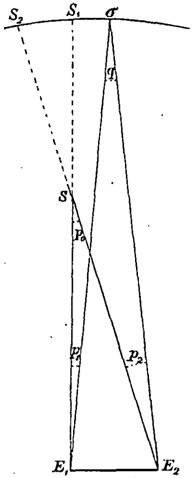

Fig. 8.

In E_1 und E_2 (Fig. 8) seien die Lagen eines Beobachtungsortes um die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne auseinander dargestellt. S sei ein Stern, dessen Parallaxe zu ermitteln ist, σ der mit S in optischer Beziehung zu einem Doppelstern verbundene Stern. Von E_1 wird S in S_1, von E_2 in S_2 gesehen. Misst man nun in E_1 den Winkel $SE_1\sigma = p_1$, in E_2 den Winkel $S_2E_2\sigma = p_2$ und man würde für p_1 und p_2 verschiedene Werthe finden, so deutet dieses auf eine parallaktische Verschiebung hin; die Entfernung des Sternes S ist gegen die Entfernung der Erde von der Sonne noch nicht unendlich groß, sondern es besteht zwischen diesen beiden Entfernungen ein messbares Verhältnis.

Setzt man den parallaktischen Winkel von S, d. i.

Winkel $E_1SE_2 = p_0$, den parallaktischen Winkel von σ, d. i. Winkel $E_1\sigma E_2 = q$, so folgt aus der Figur folgende Beziehung zwischen den Winkeln p_1, p_2, p_0 und q:

$$p_0 + p_1 = p_2 + q$$

oder:

$$p_0 = (p_2 - p_1) + q \qquad 9)$$

Diese Gleichung sagt, dass die Parallaxe des Sternes S unbedingt größer sein muss als die Differenz der beiden gemessenen Winkel p_2 und p_1; ist aber σ von S beträchtlich weit entfernt, so wird q gegen p_0 sehr klein und gegen $p_2 - p_1$ zu vernachlässigen sein, so dass man die Differenz $p_2 - p_1$ als den zu suchenden Winkel ansehen kann.

Der berühmte Astronom Bessel hatte 1812 die verhältnismäßig starke Eigenbewegung von 61 Cygni erkannt und wollte die Parallaxe dieses Fixsternes ermitteln, allein die zwei Jahre hindurch fortgesetzten Beobachtungen ließen ihn erkennen, dass die ihm zu Gebote stehenden Instrumente nicht den gewünschten Genauigkeitsgrad gewähren. Mit dem der Königsberger Sternwarte gelieferten Heliometer von Fraunhofer nahm Bessel die Beobachtungen zur Bestimmung der Parallaxe von 61 Cygni wieder auf und setzte sie von 1837—1840 fort. Das von Bessel gefundene Resultat, wenn auch gegen das in der Neuzeit von anderen Beobachtern gefundene Resultat etwas zu klein, war ein solches, dass an der Parallaxe dieses Fixsternes innerhalb bestimmter Grenzen nicht mehr gezweifelt werden konnte. Für 61 Cygni nimmt man jetzt den Wert der Parallaxe zu 0·511 Bogensecunden an, was einer Entfernung von 403600 Erdweiten, d. i. nahe 8 Billionen Meilen entspricht.

Auf dem von Bessel mit Erfolg betretenen Wege zur Ermittlung der Parallaxe der Fixsterne konnte nunmehr weiter fortgeschritten werden; in der That hat man bisher für eine, wenn auch noch nicht große Zahl von Fixsternen die Parallaxe und durch diese ihre Entfernung bestimmt. Da aber die Zahlen für diese Entfernungen, wenn man dieselben selbst in der Einheit von Erdweiten ausdrückt, sehr große werden und dadurch den Vergleich untereinander erschweren, die Vorstellung über die Entfernungen beeinträchtigen, so hat man einen anderen Maßstab, eine andere Einheit zur Angabe der Entfernungen der Fixsterne gewählt; es ist dieses jene Zeit, welche das Licht braucht, um den Weg der mittleren Entfernung der Sonne von der Erde zurückzulegen, welche Zeit die Lichtzeit genannt wird. Zum Durchlaufen einer Erdweite braucht das Licht 497·78 Secunden = 0·00001577 Jahre. Da die Entfernung des Sternes 61 Cygni 403600 Erdweiten beträgt, so braucht das Licht, um von diesem Sterne zu uns zu gelangen, 6·36 Jahre = 6 Jahre und 4 Monate.

In der nachstehenden Tabelle sind die Sterne, von denen bisher die jährliche Parallaxe zu ermitteln möglich war, sammt den Werten der Parallaxe, der Entfernung in Erdweiten und den Lichtzeiten angegeben.

Name des Sternes	Parallaxe in Secunden	Entfernung in Erdweiten	Lichtzeit
α Centauri[1]	0·913	225.900	3·56 Jahre
61 Cygni	0·511	403.600	6·36 „
34 Groombridge . . .	0·307	671.900	10·59 „
α Lyrae	0·260	793.300	12·51 „
21258 Lalande	0·260	793.300	12·51 „
1830 Groombridge . . .	0·226	912.800	14·39 „
α Canis majoris	0·193	1,068·700	16·85 „
p Ophiuchi	0·162	1,273.200	20·08 „
ι Ursae majoris	0·133	1,550.900	24·46 „
α Bootis	0·127	1,624.100	25·61 „
γ Draconis	0·092	2,242.000	35·36 „
α Ursae minoris (Polstern)	0·076	2,714.000	42·80 „
α Aurigae	0·046	4,484.000	70·71 „

Ist auch die Zahl der Sterne, für welche die Parallaxe bestimmt worden ist, noch eine geringe, so darf bei der Beurtheilung hierüber nicht übersehen werden, dass man überhaupt erst in den letzten vier Jahrzehnten diesem Gegenstande infolge der Fortschritte in der Construction der Instrumente und der vervollkommneten Beobachtungsmethoden einen wirklichen Erfolg abringen konnte. Mühe und Ausdauer, welche derartige Beobachtungsreihen fordern, gehören

[1]) Ein Schnellzug von 20 geographischen Meilen in der Stunde würde zum Durcheilen der Entfernung von der Erde zu α Centauri 26,136.000 Jahre brauchen.

ja zu den Charakterzügen der Astronomen vom Fach, und verfügen dieselben nebst einem entsprechend gebauten Instrumente auch noch über die für diese Untersuchungen nöthige Zeit, so wird auch in Zukunft die Reihe der Sterne, für welche die Werte der Parallaxe gekannt sind, beträchtlich erweitert werden.

Aber selbst diese wenigen Sterne gewähren schon einen Einblick in die räumlichen Verhältnisse des Himmelsraumes. Vom nächsten Fixstern aus gesehen erscheint die Distanz der Sonne von der Erde, d. i. nahe 20 Millionen Meilen für unsere Sinne als untheilbarer Punkt. Unser Sonnensystem schließt mit dem Planeten Neptun, der sich in einer mittleren Entfernung von 581 Millionen Meilen von der Sonne befindet, ab. Diese von der Neptunbahn eingeschlossene Fläche umfasst mehr als eine Trillion Quadratmeilen, und von Neptun angefangen bis zum nächsten Fixstern ist eine Entfernung von 4,527.000,000.000 geographischen Meilen. Also schon unser Planetensystem wird von der Fixsternwelt durch einen uns unendlich groß erscheinenden Raum getrennt, und noch großartiger, kaum einer Vorstellung möglich gestalten sich die räumlichen Verhältnisse zwischen den einzelnen Fixsternen. Der einzige Vermittler zwischen uns und diesen im unermesslichen Raume dahinziehenden Himmelskörpern, das Licht, kann uns Kunde bringen über die Veränderung, über das Bestehen oder das Untergehen derselben, und da das Licht, um von α Aurigae zu uns zu gelangen, schon über 70 Jahre, also eine Zeit braucht, welche die mittlere Lebensdauer von uns Sterblichen bedeutend überschreitet, so kann es sich ereignen, dass selbst gewaltige Veränderungen der Himmelskörper jenseits der Grenze des Planetensystems von einer lebenden Generation gar nicht mehr wahrgenommen werden können. Die Unendlichkeit bietet uns genug Stoff zum Nachdenken, zum Forschen, und trotz der kleinlichen Verhältnisse, in denen unsere Erde, ja das ganze Planetensystem zum Weltenraume steht, ist es unsere Pflicht, in der Erforschung der Wahrheit, der mannigfachen Verhältnisse nicht zu ruhen, denn es steht ja schon in der Schrift: „Er hat die Welt dem Nachforschen der Menschen übergeben.“