© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Historische Entwicklung

der Lehre

vom Luftwiderstande.

Gelesen in der Sitzung der naturforschenden Gesellchaft
am 25. October 1865.

Von

J. F. W. Gronau,

Professor und Oberlehrer an der Realschule zu St. Johann
in Danzig

1868.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wenn in unseren Tagen die Theorie so oft der Praxis voraneilt, so war es bekanntlich in dem Kindesalter der Menschheit umgekehrt. Es wäre auch wahrlich hart gewesen, wenn die Menschen die Dinge um sich herum nicht hätten benutzen sollen, bevor sie sich der Gründe ihrer Verfahrungsweise bewusst geworden waren; ein günstiger Zufall und eine sorgsame Beobachtung sind der Ursprung von fast allen Künsten und Wissenschaften, die Erklärung kam oft viele Jahrhunderte, selbst Jahrtausende später. So wusste Aristoteles schon, dass Ebbe und Fluth vom Monde abhängen, aber über dem Nachdenken wegen der Gründe derselben, namentlich beim Euripus, ereilte ihn der Tod und erst Newton fand eine genügende Erklärung dieser Erscheinungen. Eben so war der Nutzen des Hebels den Bauleuten gewiss schon Tausende von Jahren bekannt gewesen; wenn aber die aristotelische Schule den Grund angeben sollte, wie durch die dabei vorkommende kreisförmige Bewegung Kraft erspart werden könne, so wusste sie darauf keine andere Antwort zu geben, als dass sie einige, ihr wunderbar vorkommende Eigenschaften des Kreises namhaft macht und dann mit einer geschickten Wendung hinzufügt: solch eine wunderbare Eigenschaft des Kreises sei auch die, welche man am Hebel wahrnehme.

Das einzige, was zur Grundlegung der Naturwissenschaften im ganzen Alterthume geschehen ist, ist dieses, dass Archimedes der Statik und Hydrostatik ein noch heut giltiges Princip abgewann. Fragt man aber, was hat das Mittelalter hinzugefügt, so ist die Antwort: Nichts oder Irrthümer. Der in der reinen Mathematik gefeierte Cardanus meinte noch, dass die Kräfte, welche der auf einer schiefen Ebene liegenden Last das Gleichgewicht halten, den Neigungswinkeln der Ebene proportional seien, während sie doch vom Sinus dieser Winkel abhängen. Ein gewisser Daniel Sandbeck gründete im Jahr 1561 ein ganzes ballistisches System auf den grundfalschen Satz, dass der Lauf einer schräg abgeschossenen Kugel in seiner ersten aufsteigenden Hälfte eine gerade Linie und in seiner zweiten niedersteigenden Hälfte eine auf den Horizont senkrecht stehende Gerade sei. Der den Mathematikern bekannte Tartaglia hatte der ballistischen Linie indess schon oben eine Biegung gegeben, es auch herausgefunden, dass man die grösste Schussweite bei einem Elevationswinkel von 45° erhalte, aber seine Begründung dieser für den leeren Raum richtigen Thatsache war falsch, weil, sagt er nämlich, 45° genau die Mitte von 0° und 90° sei, für welche Elevationswinkel es keine Schussweite giebt. Erst der italienische Marquis Ubaldo del Monte, welcher 1607 starb, erklärte genügend den Flaschenzug und der Holländer Stevin († 1620) das Gleichgewicht dreier Kräfte.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

So war man denn allerdings im Anfange des 17. Jahrhunderts schon im Besitze einiger Kenntnisse der Statik der Körper, dass aber bis dahin im Gebiete der Mechanik so gut wie nichts geschehen war, werden wir erkennen, wenn wir die Bemühungen verfolgen, welche gemacht wurden, um die Gesetze des Falles der Körper zu ermitteln.

Dass die Körper fallen, wenn sie nicht unterstützt sind, dass sie, wenn sie aus grösserer Höhe herabstürzen, unten mit einer grösseren Schnelligkeit ankommen, als wenn sie von unbedeutender Höhe fallen, ist eine seit Tausenden von Jahren gemachte Erfahrung. Aber schon über die Ursache des Fallens war man im Unklaren, man schrieb sie dem Druck der Luft zu, und als Grund für das allmälig schnellere Fallen gab man an, dass der Körper beim Fallen allmälig von höheren Luftschichten gedrückt werde. Nach Aristoteles sollte der 10mal schwerere Körper einen gegebenen Raum in 10mal kürzerer Zeit durchlaufen, als der leichte Körper, die Geschwindigkeiten sollten sich nach seiner Lehre wie die Gewichte der fallenden Körper verhalten. Und was namentlich die Beschleunigung anbelangt, so meinte man, dass die Körper in gleichen Zeiten durch Räume fielen, welche mit den Linien im Verhältniss ständen, die bei der Theilung nach dem goldnen Schnitt zum Vorschein kommen. Und warum? Nun, weil die sectio aurea so interessant, so divina sei.

Mit solchen Argumenten begnügte man sich bis ins 17. Jahrhundert hinein. Auch war es damals noch gefährlich, gegen peripatetische Behauptungen der Art aufzutreten, weil Philosophie, Naturforschung und Theologie sich noch nicht gesondert hatten. Zwar hatte ein Kampf auf Leben und Tod zwischen Ueberlieferung und Wissenschaft bereits begonnen, aber auf theologischem Felde hatte man beispielsweise mit der Bartholomäusnacht geantwortet und in wissenschaftlicher Beziehung noch im Jahre 1624 nicht viel besser, wo das Parlament von Frankreich gegen Angriffe auf die Lehren des Aristoteles mit der Todesstrafe drohte.

Die damalige Wissenschaft verlangte also von ihren Jüngern nicht blos Talent, sondern fast mehr noch Muth. Beides vereinigte sich in einem hohen Grade bei Galileo Galilei, an dessen vor 300 Jahren erfolgter Geburt sich kürzlich ganz Europa freudig erinnerte. Mit 17 Jahren bezog er die Universität zu Pisa, doch als der Sohn eines unbemittelten Edelmanns konnte er nicht das Honorar für die theuren Collegia bezahlen und musste lange Zeit draussen vor der Thüre des Hörsaals lauschend einige anregende Worte aufzufangen suchen. Nichts desto weniger erregte er bald die Aufmerksamkeit seiner Zeitgenossen; so nannte ihn schon del Monte den modernen Archimedes. Kühn und unerschrocken trat Galilei gegen aristotelische Irrthümer auf und liess u. a. wie bekannt, vom Thurme der Cathedrale zu Pisa, wo er inzwischen als Professor angestellt war, eiserne Kugeln von verschiedenem Gewichte, von 1 Pfund bis 10 Pfund gleichzeitig herunterfallen und zeigte der erstaunten Menge, dass sie alle fast zu gleicher Zeit den Boden erreichten. Diese Auflehnung gegen Aristoteles Ansehen war eine Hauptursache, dass Galilei 1592 Pisa verlassen musste und erst nach einem Regierungswechsel 1609 in diese seine Vaterstadt zurückkehrte. Dass er von jetzt an öffentlich das Copernikanische System vertheidigte, und dass er dafür 1633 zur Abschwörung unter peinlichen Umständen in seinem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

70. Lebensjahre verurtheilt wurde, übergehe ich. Wichtiger für uns sind seine machanischen Entdeckungen, zu denen er durch die bekannte Beobachtung an den pendelnden Kronleuchtern im Dom zu Pisa 1583, noch als Student, angeregt worden war. Durch weiteres hieran sich knüpfendes Nachdenken fand er nämlich, dass sich die Geschwindigkeiten fallender Körper wie die abgelaufenen Zeiten verhalten müssten, und dass der dabei durchlaufene Raum vom Quadrate der Zeit abhängig sein müsse ($s = g\ t^2$), und suchte diese Gesetze durch Experimente auf der geneigten Ebene seinen Zuhörern plausibel zu machen. Als Consequenz aus seinen Sätzen ergab sich ihm schon, dass eigentlich, d. h. abgesehen von gewissen, der Bewegung sich entgegensetzenden Hindernissen, eine Flaumfeder und ein Dukaten gleich schnell fallen müssten. Ja, es fand sich auch sogleich ein Pater Ariaga, dem an dieser Behauptung nichts auffiel und der durch folgenden Versuch sich für überzeugt erklärte: er nahm einen Stein, eine Brodrinde und eine Feder, liess sie zusammen von der Höhe seines Esstisches aus seiner Hand fallen — und sie erreichten zu gleicher Zeit den Fussboden seines Zimmers.

So gefällig wie dieser Pater waren aber nicht alle Zeitgenossen Galilei's. Baliani, Commandant der Festung Savona, fand durch seine in grösserem Massstabe angestellten Versuche, dass sich die Geschwindigkeiten fallender Körper wie die durchlaufenen Räume verhielten. Riccioli, bevor er die verbotenen Schriften Galilei's gelesen hatte, fand die Fallhöhen in 1. 2. 3. . . . Sekunden proportional den ungeraden Zahlen; später, nachdem er sich die Erlaubniss zur Lektüre dieser Schriften verschafft hatte, stellte er in Gemeinschaft mit Grimaldi, und in der Absicht, Galilei, den Irrgläubigen, noch gründlicher zu widerlegen, andre Versuche mit leichten Thonkugeln und mit Pendeln, welche 6 Schwingungen in einer Sekunde machten, an; diese Thonkugeln hätten eigentlich — eben ihrer Leichtigkeit wegen und wegen der angedeuteten Hindernisse der Bewegung — schon grössere Abweichungen von Galilei's Gesetz zeigen sollen; indessen sie stimmten nach Riccioli's Aussage vollkommen damit überein. Der Grund davon war, dass die beiden Beobachter bei ihren Versuchen runde Zahlen nach dem Galilei'schen Gesetz gewählt hatten, wodurch die Abweichungen, weil sie keinen vollen Pendelschlag betrugen, verdeckt wurden. Jetzt wurde Riccioli ein solcher Anhänger der Fallgesetze Galilei's, dass unter den 77 Beweisen, welche er gegen das Copernikanische System vorbringt, sich auch einer befindet, der sich geradezu auf diese Fallgesetze stützt.

Von den Versuchen, die anderweitig gemacht wurden, um sich von der Richtigkeit der Galilei'schen Fallgesetze zu überzeugen, führe ich noch die des Jesuiten Dechales († 1678) zu Lyon an. Er liess u. a. mit Erlaubniss seiner Vorgesetzten einige Steine in den Klosterbrunnen fallen und berechnete dann aus der Fallzeit, dass der Brunnen 113 Fuss tief wäre. Dies hätte nach seiner Versicherung so genau zugetroffen, dass nicht ein Zoll fehlte; nur schade, dass er an einer andern Stelle sagt, dass aus der beobachteten Fallzeit es nicht schwer war, die Tiefe des Brunnens auf 90 bis 123 Fuss festzusetzen.

Wichtiger ist für die Bestätigung der Fallgesetze die Atwoodsche Fallmaschine gewesen, welche seit 1784 den Physikern zu vielen Versuchen Gelegenheit gegeben hat, obgleich auch aus Versuchen der Art sich kein strenger

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Beweis — namentlich wegen der hier noch zu überwindenden Reibung bei der Rolle — für die Gesetze ableiten lässt.

Will man einen strengen Beweis für die Fallgesetze, so muss man ihn auf einem andern, aber verwandten Gebiete suchen und zwar da, wo Galilei zu ihrer Aufstellung die Veranlassung hernahm: man muss Pendelbeobachtungen machen; hier kann man, wenn man mit der nöthigen Vorsicht verfährt, es so einrichten, dass alle störenden Einflüsse möglichst unschädlich gemacht werden, dass nur die Wirkung der Schwere auf das schwingende Pendel hervortritt. Und da nun schon Galilei beobachtet hatte, dass die Zahl der Vibrationen in gleichen Zeiten sich umgekehrt wie die Quadrate der Pendellängen verhalten, so folgen daraus durch eine Reihe mathematischer Schlüsse die Fallgesetze von selbst, und alle angestellten Fallversuche konnten zwar zu ihrer Bestätigung mehr oder weniger beitragen, aber nicht zu ihrem Beweise. Kurz, wenn auf fallende Körper nur die Schwerkraft einwirkt, so kann es nicht anders sein, es müssen die von Galilei aufgestellten Fallgesetze gelten ($v : v' = t : t'$ und $s = g.t^2$). Stimmten sie mit den gemachten Versuchen nicht, so musste das an störenden Einflüssen liegen, die man gut that, vorerst möglichst unschädlich zu machen und zu übersehen. Macht man's doch in der Physik häufig so, und ist's doch auch im Grunde nicht anders möglich, in die verworrenen und verwickelten Erscheinungen allmälig Ordnung und Licht zu bringen. So spricht man u. a. zunächst vom einfachen Pendel und fügt das vorläufig Uebergangene später hinzu.

Die schon oft angedeuteten Störungen beim Fall der Körper, welche namentlich vom Widerstande der Luft herrühren, und für welche ich mir, meine Herren, Ihre geneigte Aufmerksamkeit erbitte, waren dem Scharfblicke Galilei's keineswegs entgangen. Er hatte daher bei seinen, auf die Erläuterung seiner Gesetze berechneten Versuchen sehr polirte oder mit Pergament überzogene schiefe Ebenen gewählt und hatte zum Herunterrollen sehr dichte Körper von grosser Masse genommen, wobei dann die Störungen nicht so bemerkbar wurden.

Um aber diesen Widerstand der Luft hervortreten zu lassen, gab Galilei an die Hand, Flintenkugeln aus verschiedener Höhe auf Eisenplatten senkrecht herabzuschiessen, man würde dann vermuthlich finden, sagt er, dass die Kugel, welche aus einer Höhe von 100 Ellen herabkomme, weniger flach sei, als die, welche aus geringerer Höhe herabgeschossen würde, obgleich bei jener zu der Kraft des Schiesspulvers noch die von der Schwere herrührende grössere Beschleunigung hinzukomme. Und diese seine Vermuthung wurde durch Versuche, welche die Mitglieder der Academie del Cimento anstellten, vollkommen bestätigt.

Aber der Weg von dieser Beobachtung der Wirkung des Widerstandes bis zur Aufstellung eines haltbaren Gesetzes über den Widerstand der Flüssigkeiten, in denen sich die Körper bewegen, war lang und ist noch nicht völlig zurückgelegt.

Nachdem die Gesetze des freien Falles für den luftleeren Raum entdeckt waren, wurden auch sofort an verschiedenen Orten Versuche angestellt, um das Gesetz des Luftwiderstandes zu ermitteln. Ich nenne zuerst den schon erwähnten Riccioli. In Gegenwart von Personen, die sämmtlich pii et in theologicis, philosophicis et mathematicis bene versati waren, stellte er seine desfallsigen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Versuche in den Jahren 1640—1650 wiederum mit Thonkugeln an. Diesmal fand er, dass die Kugeln nicht genau nach dem Galilei'schen Gesetze fielen, und wenn er auch noch kein Gesetz des Widerstandes aufstellte, so erkannte er doch, dass die Differenzen zwischen Theorie und Erfahrung abhängig sind vom specifischen Gewicht und vom Durchmesser der fallenden Körper, wonach also die specifisch schwereren Körper vom Widerstande weniger zu leiden haben und ebenso die grössern Körper.

Der gleichfalls schon genannte Dechales leitete aus seinen Beobachtungen die richtigen Bemerkungen ab, dass es erst bei beträchtlichen Höhen hervortrete, dass Körper, welche leichter sind, auch langsamer fallen, und dass die Geschwindigkeiten fallender Körper nicht so perpetuirlich wachsen, wie im luftleeren Raume, sondern dass sie sich einer endlichen Grenze nähern und dass also in einem Widerstand leistenden Mittel die Beschleunigung des Falles allmälig aufhören müsse.

Mariotte wählte ums Jahr 1670 in der Pariser Sternwarte die hohle Spindel der Wendeltreppe zu seinen Fallversuchen und glaubte sich in Folge derselben zu dem Ausspruche berechtigt, dass der Widerstand der Luft proportional sei dem Fallraum und der mittlern Geschwindigkeit zugleich.

La Hire, welcher Mariotte bei seinen Arbeiten unterstützt hatte und dabei zu dem Argwohn gekommen war, dass derselbe habe ses expériences peut-être un peu accommodées à sa règle, liess sich später auf andere Versuche ein, aus denen ihm hervorzugehen schien, dass der Widerstand t^3, der dritten Potenz der Fallzeit, proportional sei.

Endlich machte sich Newton an das Problem vom Widerstande, Newton, dessen Nachruhm der Dichter Pope in die stolzen Worte zusammenfasste:

Nature and nature's laws lay hid in night,
God said: Let Newton be, — and all was Light.

Newton unterschätzte die bei unserm Problem vorkommenden Schwierigkeiten nicht und fasste es mit seiner Meisterhand von verschiedenen Seiten an. Es kam hiebei die Mannigfaltigkeit der Flüssigkeiten, in denen sich die Körper bewegen konnten, die verschiedene Dichtigkeit eines und desselben widerstehenden Mittels und ihre stete Veränderung in Betracht. Die zum Fallen benutzten Körper hatten verschiedene Grösse, Gestalt, Schwere, Elasticität. Es durfte die Wirkung der beim Fallen bewegten flüssigen Elemente auf einander nicht unberücksichtigt bleiben, nicht ihre Reibung an dem fallenden Körper und die Trennung ihrer Theile durch denselben. Die Abweichung der Experimente von der Theorie konnte auch an der noch nicht völlig richtig bestimmten Schwerkraft g, oder an einer mangelhaften Bestimmung der Schallgeschwindigkeit und noch an manchen andern Dingen liegen, die man vorläufig so oder so annehmen musste, weil erst spätere Zeiten richtigere Data geliefert haben. Dazu die unvermeidlichen Beobachtungsfehler, namentlich in der Zeitbestimmung.

Wenn diese und andere Schwierigkeiten von der Behandlung des Problems vom Widerstande der Medien abschreckten, so nöthigte die Wichtigkeit desselben die Gelehrten immer von neuem wieder, sich damit zu beschäftigen. Da nämlich alle Untersuchungen, die der Physiker vornimmt, im lufterfüllten Raume geschehen, und alle Bewegungen der Planeten und Cometen nach Encke in einem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

widerstehenden Aether vor sich gehen, so ist klar, dass alle Resultate des Physikers, wie des Astronomen bis zu einem gewissen Punkt mit einem Fehler behaftet sind, der eben vom Widerstand abhängt. Sie befanden und befinden sich zum Theil noch ungefähr in derselben peinlichen Lage, wie namentlich die Astronomen zur Zeit, als die Gesetze der Refraction noch unbekannt waren. Und wie wichtig eine genaue Bekanntschaft mit dem Gesetz des Widerstandes auch für die Praxis sei, in welcher er sich bald als hinderlich, bald als fördernd kund giebt, will ich vorläufig nur durch Nennung zweier grösserer Branchen, der Schifffahrt und der Artillerie und durch Erwähnung der Windmühlen, des aktiven Schwimmens, des Fliegens, des Ruderns und Steuerns zu erkennen geben.

Wie aber soll man dieses zugleich so wichtige und so schwierige Problem, an welchem nun schon seit zwei Jahrhunderten rastlos gearbeitet ist, angreifen, damit die Arbeit nicht vergebens sei, damit sie, wenn auch langsam, so doch sicher zum Ziele führe? Alle auf das Problem bezughabenden Einflüsse konnten unmöglich auf einmal bis in die Tiefe untersucht werden. Es kam also darauf an, wieder zunächst manches zu übersehen und unschädlich zu machen, ähnlich wie Galilei es zu seiner Zeit gethan hatte, anderes als ausgemacht und feststehend vorläufig anzunehmen und die Untersuchung auf einen Punkt, wo möglich auf den wichtigsten nächst der Schwere zu beschränken. Und das that Newton.

Er überzeugte sich, so weit es für den damaligen Zustand der Wissenschaft und deren Hilfsmittel möglich war, dass 1) der Widerstand der Mittel, in denen der Körper sich bewegt, proportional ihrer Dichtigkeit (D') sei, 2) umgekehrt porportional der Dichtigkeit des in der Flüssigkeit bewegten Körpers (D),

3) dass der Widerstand eines Mittels auf eine senkrecht gegen dasselbe bewegte Ebene (f) dem Gewicht einer Säule dieses Mittels gleich sei, deren Grundfläche gleich der bewegten Ebene, und deren Höhe gleich derjenigen Höhe sei, von welcher im Vacuo herabfallend der Körper die jedesmalige Geschwindigkeit erlangen würde, hauptsächlich also, dass der Widerstand, die Geschwindigkeit vorläufig noch gleich gesetzt, der Grösse der bewegten Ebene f proportional sei,

4) dass wenn die Ebene sich gegen das Medium schräg bewegt, eine doppelte Zerlegung der Kräfte nach dem dabei zum Vorschein kommenden Neigungswinkel (i) stattfinden müsse und dass also dann der Widerstand proportional sei $\sin i^2$, und dass z. B. in Folge dessen, d. h. wegen der Gestalt eine Kugel nur einen halb so grossen Widerstand erfährt, als ein senkrecht gegen die Flüssigkeit bewegter Cylinder, dessen Grundfläche gleich dem grössten Kugeldurchschnitt ist. Ich will diese Gelegenheit benutzen, um noch einige Fälle anzuführen, welche darthun werden, welchen bedeutenden Einfluss die Gestalt der Körper auf das Widerstand leistende Medium ausübt: Ein in einer Linse endigendes Perpendikel durchschneidet die Luft viel behender, als eine pendelnde Kugel. Eine abgeschossene Kugel hat, wenn sie ans Ziel kommt, oft nur den 6. Theil derjenigen Geschwindigkeit und Kraft, mit welcher unter übrigens gleichen Umständen ein Spitzgeschoss noch am Ziel anlangt. Und wie tanzt nach Petermann der Bumerang, dieser gebogene Wurfstock der

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Australier, rechts und links Gefahr drohend, in der Luft herum, bevor er zur Erde fällt!

Aber nachdem diese vier besprochenen Punkte für Newton erledigt waren, lenkte er die Aufmerksamkeit der Forscher hauptsächlich auf die Geschwindigkeit des bewegten Körpers hin. Es unterliegt keinem Zweifel, dass bei Beurtheilung des Widerstandes die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper sich in der Flüssigkeit bewegt, vornehmlich ins Auge zu fassen ist. Denn wenn der Körper keine Geschwindigkeit hat, wenn er in der Flüssigkeit ruht, so leidet er eben keinen aktiven Widerstand, indem er keine widerstrebende Flüssigkeit fortzuschieben hat; von dem passiven Widerstand aber, den jeder Körper, er mag ruhen, oder sich bewegen, durch die Flüssigkeit dadurch erfährt, dass er an seinem Gewichte so viel verliert, als das Gewicht der durch sein blosses Dasein verdrängten Flüssigkeit beträgt, darf hier nicht mehr die Rede sein, der Umstand ist schon von Archimedes durch sein hydrostatisches Princip erledigt.

Wenn nun aber auch zugegeben werden muss, dass beim Widerstande vorzugsweise die Geschwindigkeit (v) des bewegten Körpers in Betracht kommt, so entsteht doch noch die neue Frage, welche Function der Geschwindigkeit haben wir hierbei anzunehmen? Newton sprach sich besonders zu Gunsten des Quadrats der Geschwindigkeit aus. Um sich von der Begründung dieser Hypothese einen Begriff zu machen, denke man sich zwei gleiche Kugeln A und B; bewegt sich die zweite, B, noch einmal so schnell, so hat sie in der nämlichen Zeit nicht blos noch einmal so viel Flüssigkeit aus dem Wege zu räumen, als die erste Kugel A, sondern sie, die zweite Kugel, muss auch, damit dies gelinge, diesem doppelten Quantum von Flüssigkeit eine doppelt so grosse Geschwindigkeit mittheilen. Was aber die Kugeln an Geschwindigkeiten dem Fluidum mittheilen, verlieren sie natürlich selbst von der ihrigen. Daher wird denn die zweite Kugel wegen ihrer doppelten Geschwindigkeit eine 4mal grössere Einbusse als die erste Kugel bei ihrer einfachen Geschwindigkeit erleiden; und wenn die Geschwindigkeit der zweiten Kugel dreimal grösser wäre, so würde sie aus ähnlichen Gründen einen 9mal grössern Widerstand erfahren als die erste Kugel u. s. f.

Trotz dieser, ich möchte sagen jede andre Meinung aus dem Felde schlagenden Gründe, welche für v^2 sprechen, ging Newton auch auf die Hypothese ein, wonach der Widerstand blos der einfachen Geschwindigkeit v proportionel ist. Ja, wir finden auch schon Spuren von einer Combination beider Hypothesen, nämlich von der Hypothese, dass der Widerstand möglicher Weise $v+v^2$ proportional sein könnte, selbst die Hypothese $v^{\frac{3}{2}}$ wird von ihm in Erwägung gezogen. Kurz, in dieser wichtigsten Beziehung liess Newton, so zu sagen, dem Calcül freie Hand, und wollte abwarten, welche Hypothese der Erfahrung am meisten zusagen würde.

Um diesen hervorragendsten fünften Punkt in der Lehre vom Widerstande zu erledigen, stellte Newton zahlreiche Versuche an und zwar zunächst mit Pendeln in Quecksilber und Luft, welche Versuche sich schon in der ältesten Ausgabe seiner Principia philosophiae naturalis von 1687 vorfinden. Doch liess er den Gegenstand damals fallen, indem er die Berechnung der gemachten Versuche Andern anheimstellte, mit den Worten: Calculum tentet qui volet. Ich

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

habe mich der Berechnung nach der Hypothese $v + v^2$ unterzogen und der geehrten Gesellschaft über das Resultat derselben in einem Vortrag vom 9. Mai 1832 Rechenschaft abgelegt und später 1850 eine darauf bezügliche Arbeit bekannt gemacht.

In der zweiten Auflage der Principien von 1713 hat Newton das Widerstandsproblem von einer andern Seite in Angriff genommen, die uns für diesmal mehr interessirt. Zunächst liess er selbst Körper in Wasser herunterfallen; die Versuche stimmten mit der Theorie, die er vorzugsweise cultivirt hat, mit der Theorie vom Quadrat der Geschwindigkeit, wobei ein gewisser, sich auf die Höhe jener früher erwähnten Widerstandssäule beziehender Coefficent $\delta' = 1/2$ folgen würde, zu seiner Zufriedenheit.

Da aber bei diesen Versuchen Newton's nur kleine Fallhöhen und kleine Geschwindigkeiten vorkamen, so liess er 1710 von Hawskbee andre Versuche mit hohlen Glaskugeln bei grössern Fallhöhen unternehmen. Sie fielen nämlich in der Londoner Paulskirche von einer Höhe von 220 engl. Fuss herab, und es ergaben sich dabei Abweichungen von der Theorie, welche in den Schriften der geehrten Gesellschaft für das Jahr 1865, und zwar in meiner Abhandlung*) daselbst pag. 55 oben, angegeben sind.

Diese Glaskugeln, obgleich von verschiedenem Gewicht, erreichten aber doch noch beinahe alle in ziemlich gleichen Zeiten den Boden, nämlich in circa 8″; einige Tertien weniger, einige Tertien mehr konnten kaum in Betracht kommen, da man damals auf Tertien hin nicht beobachten konnte. Demnach sind Hawksbee's Versuche noch nicht geeignet, eine Prüfung der Newton'schen Theorie zu veranlassen; diese hohlen Glaskugeln sind noch zu schwer, um selbst bei einer Höhe von 220′ schon deutlich erkennbare Zeitunterschiede beim Fallen geben zu können. Ob die Abweichung von der Theorie ein Paar Fuss mehr oder weniger beträgt, ist ziemlich gleichgültig. Die Hauptsache ist, aus Versuchen der Art, unter Voraussetzung von genau gemessenen Fallhöhen und möglichst genau beobachteten Fallzeiten zu ermitteln, ob jener Widerstandscoefficient $\delta' = 1/2$ ist oder nicht, mit andern Worten, ob die Höhe jener Flüssigkeitssäule, die den vom fallenden Körper zu überwindenden Widerstand misst, von Newton richtig angegeben ist, oder nicht.

Glücklicher Weise finden sich in der dritten Auflage der Principien von 1726 Versuche vor, die zu dem Zwecke einer Prüfung der Newton'schen Theorie geeigneter sind. Im Jahre 1719 nämlich stellte auf Newton's Veranlassung Desaguliers in der Paulskirche eine Reihe anderer Versuche mit leichten Schweinsblasen von verschiedener Grösse und verschiedenem Gewicht an, die er von einer Höhe von 272 engl. Fuss herabfallen liess. Hier variiren die Fallzeiten schon zwischen 17″ und 22″, (nach pag. 59 meiner Abhandlung). Wie diese Versuche von Newston's Theorie abweichen, ist daselbst gleichfalls angegeben. Aber § 67 und 68 sehen Sie, welche Werthe aus diesen Versuchen sich für δ' nach meinen Rechnungen ableiten lassen; der kleinste Werth für δ'

*) Theorie und Anwendungen der hyperbolischen Functionen, vornehmlich Bestimmung des Widerstandscoefficienten aus Fallversuchen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ist beinahe $= \frac{1}{2}$, es fehlt daran kein volles Tausenttheil, der grösste ist noch nicht um volle $\frac{4}{100}$ grösser als $\frac{1}{2}$. Demnach sollte ich denken, dass man im Ganzen und Allgemeinen mit Newton's Theorie zufrieden sein könne, wenigstens für mittlere Geschwindigkeiten.

Aus den Versuchen Hawksbee's und Desaguliers' will ich ein Paar interessante Folgerungen mittheilen. Des Erstern hohle Glaskugeln brauchten 8″, um in der Luft durch einen Raum von 220′ zu fallen; im luftleeren Raum würden sie in derselben Zeit durch 1000′ gefallen sein. Desaguliers' Schweinsblasen brauchten in der Luft circa 20″, um von einer Höhe von 272′ zu fallen; im luftleeren Raum würden sie in der nämlichen Zeit durch einen Raum von 6030′ gefallen sein. Denken wir uns ferner einen Meteorstein aus einer Höhe von 10 Meilen durch Luft, die der unsrigen gleich ist, herabfallen, so würde seine Endgeschwindigkeit 800′ sein, d. h. in der letzten Sekunde seines Falles würde er durch einen Raum von 800′ fallen; käme er aber aus derselben Höhe im luftleeren Raum zu uns herab, so würde er, wenn, wie immer vorausgesetzt wird, die Schwerkraft innerhalb des jedesmaligen Fallraums constant ist, in der letzten Sekunde einen Weg von 30000 Fuss zurücklegen. Welche Verwüstung würde er dann anrichten!

Ueber die grösste Geschwindigkeit k, die die Körper beim Fallen in einem Widerstand leistenden Mittel erlangen können, will ich noch einige Bemerkungen machen. Eigentlich kommen sie zu derselben erst nach unendlicher Zeit. Aber schon Dechales hatte richtig bemerkt, dass beim Fallen von specifisch sehr leichten Körpern sich bald eine Geschwindigkeit erzeugt, die später, d. h. beim weitern Fallen nicht mehr merklich zunimmt; es war ihm ferner bei seinen Versuchen nicht entgangen, dass dieses genäherte Maximum, wenn ich so sagen darf, in dichtern Mitteln eher eintritt und dass kleinere Körper gleichfalls eher zu einer Geschwindigkeit gelangen, die sich später nicht mehr merklich vergrössert, als grössere Körper derselben Art. So fällt beispielsweise in einer langen mit Wasser angefüllten Röhre eine kleine Bleikugel fast von Anfang an mit einer Geschwindigkeit, die für gleichförmig anzusehen ist und an welcher auch das geübteste Auge keine Beschleunigung wird wahrnehmen können. Wenn Sie m. H. auf pag. 36 den mathematischen Ausdruck für diese grösste Geschwindigkeit $\left[k = \sqrt{\frac{8}{3\delta'} g \frac{Dr}{D'}}\right]$ und für die näherungsweise dazu gehörige Zeit $T\left[= \frac{k}{g} Z\right]$ ansehen wollen, so werden Sie nicht nur dies alles bestätigt finden, sondern auch einräumen müssen, dass je mehr Masse ein Körper hat, einer um so grössern Maximal-Geschwindigkeit er dadurch beim Fallen befähigt wird und dass das Quadrat der dazu practisch hinreichenden Zeit T^2 um so grösser wird, als der Bruch $\frac{D}{D'}$ grösser wird, d. h. so viel mal mehr die Dichtigkeit des fallenden Körpers die Dichtigkeit des Mediums, in welchem er fällt, übertrifft. Lambert in den Memoiren der Berliner Academie von 1765 hat über die grösste Geschwindigkeit k einige interessante Beispiele berechnet. Nehmen wir mit ihm an, dass die Regentropfen von einer Höhe von 5000′ herunterfallen und einen Durchmesser von 1‴ haben, so ergeben seine Rechnungen, dass ihre grösst möglichste

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Geschwindigkeit nur $22^1/_5'$ in der Sekunde beträgt und dass sie 229″ = 3′ 49″ Zeit gebrauchen, um den Erdboden zu erreichen; wie bald sie diese grösste Geschwindigkeit erlangen, oder ihr vielmehr nahe kommen, kann man daraus entnehmen, dass sie beinahe eben so viel Zeit brauchen würden, wenn sie mit dieser Endgeschwindigkeit von $22^1/_5$ Fuss sich fortwährend, von Anfang an, gleichförmig bewegt hätten; sie hätten dann 225″ gebraucht, um von der Höhe von 5000′ herunter zu fallen. Würden sie dagegen diesen Weg im luftleeren Raum gemacht haben, so gehörten dazu nur 18″ Zeit, etwa der 13. Theil von jenen 229″; sie wären mit einer bedeutend grössern Geschwindigkeit heruntergefallen und würden uns bei der Begegnung ganz gewaltig incommodiren. Noch übler würde uns natürlich der Hagel zusetzen, wenn sein Fallen nicht durch die Luft verzögert würde. (Für ein Schrotkörnchen von 1‴ Durchmesser berechnete Lambert $k =$ 61′.) Ferner dachte er sich einen Tropfen Seifenwasser von 1‴ Durchmesser, ausgedehnt in eine Seifenblase von 2″ Durchmesser, und berechnete, dass diese Blase beim Fallen höchstens eine Geschwindigkeit von 11 Zoll erreichen werde. — Auch ist es gewiss befremdend, (Euler sagt noch: Admirabile quidem videtur), dass selbst wenn ein Körper aus unendlicher Höhe bei sich gleichbleibender Dichtigkeit der Atmosphäre herunterfallen könnte, er doch nach der dazu nöthigen unendlichen Zeit nur diese endliche Geschwindigkeit k erlangen könnte, wie solches aus der Formel II. pag. 37 auf's unzweideutigste erhellt. Der aus Indien überkommene und in Europa von Le Normand, (Montgolfier), Blanchard, Garnerin u. a. benutzte Fallschirm kann einigermassen für das Gesagte als Beleg dienen, denn nach der Versicherung dieser Aéronauten sei es in gewisser Hinsicht ganz gleich, aus welcher Höhe sie sich mit dem Fallschirm herablassen, da sie, unter übrigens gleichen Bedingungen, immer mit derselben Endgeschwindigkeit auf der Oberfläche der Erde ankommen Ein Analogon dazu giebt auf der nämlichen Seite die Formel 1) welche für's Steigen in einer Luft von überall gleicher Dichtigkeit gilt. Aus dieser Formel folgt nämlich: Wenn ein Körper mit unendlicher Geschwindigkeit empor geworfen wird, wobei er beiläufig zu einer unendlich grossen Höhe gelangen würde, so kommt er doch schon nach einer endlichen Zeit zum Stillstand. (Ce sont là des vérités qui se présentent sous l'air de paradoxes, mais qui n'en sont pas moins des vérités, ruft Montucla in seiner Histoire des Mathématiques, II. pag. 463 bei dieser Gelegenheit aus.)

Man hat Fallversuche auch noch zu einem andern Zweck unternommen, als bloss darum, den Widerstand des Mediums, in welchem die Körper fallen, zu ermitteln. Newton hatte nämlich 1679 die geniale Bemerkung gemacht, dass wenn die Erde sich wirklich um ihre Axe von Westen nach Osten drehe, wie Copernikus gefunden und Galilei gelehrt hatte, sich dieses beim freien Falle der Körper äussern müsse, dass dieselben dann nämlich nicht völlig senkrecht herunterfallen können. Während aber die Gegner des copernikanischen Systems, die Mitbewegung der Atmosphäre nicht ahnend, gemeint hatten, dass aus der Bewegung der Erde folgen würde, dass die Körper bedeutend westwärts zurückbleiben müssten, schloss Newton aus der grössern Schwungkraft der obern Luftschichten, dass aus grosser Höhe fallende Körper ein wenig ostwärts herunter kommen müssten. Wenn nun auch Newton selbst weder die von ihm angestellten Fallversuche, noch die zu seiner Zeit angestellten nach dieser Rich-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tung hin ausbeutete, so wurden doch Unternehmungen der Art namentlich im gegenwärtigen Jahrhundert in Scene gesetzt.

In dieser Beziehung habe ich vornehmlich der Fallversuche Benzenberg's zu gedenken, welche dieser Gelehrte theils im Michaelisthurm zu Hamburg, theils in einem Kohlenschachte bei Schleebusch in der Grafschaft Mark während der Jahre 1802—1803 anstellte. Dass aus diesen Versuchen wirklich eine kleine östliche Abweichung der fallenden Körper vom Loth um einige Linien sich ergab, kann uns, zumal bei dem, was uns vorliegt, jetzt gleichgiltig sein, obgleich die Sache damals, als noch Foucault's Pendelversuch fehlte, Aufsehen genug machte und La Place, Olbers, Gauss u. A. in Mitthätigkeit versetzte. Benzenberg wollte aber, namentlich seine Versuche im Michaelsthurm, auch dazu benutzen, um das Newton'sche Gesetz des Widerstandes der Luft zu prüfen, gegen dessen Richtigkeit sich inzwischen von einer andern Seite her, auf die ich noch komme, mancherlei Zweifel, besonders wegen v^2 erhoben hatten. — Es stand Benzenberg in Hamburg eine Fallhöhe von 340 franz. Fuss zu Gebote. Er benutzte diese in der Art, dass er, wie pag. 65 zu ersehen ist, von verschiedenen Stationen des Michaelsthurms Bleikugeln von circa $1\frac{1}{2}$ par. Zoll im Durchmesser fallen liess. Seine Beobachtungen ergaben für mittlere Geschwindigkeiten ein ziemlich gutes Uebereinstimmen mit dem Newton'schen Gesetz. Aber für die ersten Stationen mit kleiner Fallgeschwindigkeit und für die letzten Stationen mit grosser Geschwindigkeit konnte eine befriedigende Uebereinstimmung nicht herbeigeführt werden. Benzenberg schloss daraus, dass das Newton'sche Gesetz eben nur für mittlere Geschwindigkeiten zutreffe. Wenn indessen, wie wir gesehen haben, schon Hawksbee's hohle Glaskugeln zu schwer waren, schon in Luft zu schnell fielen, um aus seinen Beobachtungen eine etwa nöthige kleine Correction des Newton'schen Gesetzes mit Sicherheit ableiten zu können, so ist von vorn herein anzunehmen, dass Bleikugeln, deren specifisches Gewicht fast 11 war, im Allgemeinen ein noch unsichereres Resultat geben müssen. Bedurften sie doch, um von der letzten, höchsten Station herunterzufallen, nur 5″ und da zu dieser Fallhöhe für den leeren Raum 4″ 45‴ gehören, so war der grösste massgebende Zeitunterschied, den Benzenberg auf den verschiedenen Stationen zu messen hatte, eigentlich nur 15‴. Nun meint er zwar, vermittelst seiner Tertienuhr einzelne Tertien, ja wegen vielfach wiederholter Versuche im Mittel $\frac{1}{10}$ Tertien verbürgen zu können. Dass er aber darin geirrt, glaube ich in der Abhandlung nachgewiesen zu haben. Nehmen wir noch dazu, dass die Durchmesser seiner Bleikugeln zwischen $1\frac{1}{2}$ und $1\frac{7}{10}$ engl. Zoll variirten, dass sie nach häufigem Fallen von ihrer Kugelgestalt viel verloren hatten, ohne dass davon später Rechnung getragen wurde, dass Thermometer und Barometer nur, wie er selbst sagt, der Mode wegen abgelesen wurden, dass in den oberen Räumen des Thurms ein nicht unbedeutender Zugwind war, dass das Aufschlagen der Kugeln auf die unten gelegten Bretter oben im Thurm bei zunehmender Höhe immer schwerer hörbar und darum auch immer schwerer in Zeit angebbar und messbar wurde, so werden wir von Benzenberg's mühsamer Arbeit für unsern Zweck wenig Aufschluss erwarten können.

Mit der Berechnung seiner Versuche betraute er Brandes, welcher sie nach dem Urtheile Muncke's „ebenso genau als elegant“ vollzog. Was die Eleganz

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

anbetrifft, so bitte ich Sie seine Formel auf pag. 66 anzusehen, es gehört gewiss eine seltene Ausdauer dazu, um nach dieser schwerfälligen Formel viele Rechnungen auszuführen; in Betreff der Genauigkeit ersuche ich Sie, Ihr Auge auf einige unterstrichene Zahlen pag. 67 und 70 zu werfen. Die Rechnung Brandes' beschränkte sich übrigens auf folgenden Punkt: Unter Voraussetzung der Richtigkeit der Newtonschen Hypothese $\left(v^2, \delta' = \frac{1}{2}\right)$ berechnete er, welche Zeit auf jedem Stadium zum Fallen in der Luft für die Bleikugeln gehörte und verglich dann seine Resultate mit Benzenberg's Beobachtungen (pag. 67), wobei ich noch auf den Umstand aufmerksam mache, dass es bei Beurtheilung dieser Unterschiede in der letzten Rubrik nicht nur auf ihre absolute Grösse ankommt, sondern auch auf ihr Verhältniss zu der jedesmal zu messenden Zeit.

Nachdem Benzenberg diese Berechnung von Brandes erhalten hatte, schloss er aus der grossen Abweichung auf der ersten und letzten Station nicht, dass seine Beobachtungen hier unzuverlässig und ungenau seien, sondern es stand bei ihm fest, obgleich er sich ihrer Unvollkommenheit bewusst war, dass das Newton'sche Gesetz nur für mittlere Geschwindigkeiten Anspruch auf Berücksichtigung verdiene; ja er meinte sogar, weil er keine neue Theorie aufbauen, sondern die veraltete Theorie Newton's „niederreissen" wolle, so bedürfe es besonders sorgfältiger Beobachtungen nicht.

Zunächst berechnete ich nun, statt nach Brandes' Formel, nach meiner Formel pag. 69 ganz unten, [welche übrigens, wie Sie aus § 74 ersehen können, mit Brandes' Formel im Wesen identisch ist], die Beobachtungen Benzenberg's noch einmal, wobei, wie Ihnen nicht entgehen kann, die in der ersten Hälfte meiner Abhandlung entwickelte Theorie der hyperbolischen Functionen und meine von der verehrten Gesellschaft im Jahre 1863 herausgegebenen hyperbolischen Tafeln mir wesentliche Dienste leisteten und mir die Rechnung bedeutend verkürzten. Ohne diese Tafeln würde ich mich wohl schwerlich einer solchen Revision der Brandes'schen Rechnung unterzogen haben, da voraussichtlich die Fehler im Allgemeinen nur unbedeutend sein würden. Durch diese Rechnungen entstand die grössere Tabelle pag. 70. Wenn meine Abweichungen von den Resultaten Brandes' auch im Allgemeinen nur eben unbedeutend sind, so haben diese Kleinigkeiten auf die Hauptsache doch einen merklichen Einfluss. Die Hauptsache nämlich ist, nicht zu sehen, wie viel unter Annahme der Newton'schen Hypothese die beobachteten Zeiten von den berechneten abweichen, sondern aus den beobachteten Zeiten δ' zu berechnen, und diesen wichtigen Coefficienten durch Versuche zu ermitteln, nachdem Newton ihn durch seine Theorie $= 1/2$ gefunden hatte. Welchen Einfluss in dieser Beziehung kleine Zeitunterschiede haben, können Sie pag. 70, oben, sehen; hätte Brandes genau gerechnet, so müssten seine Zeiten, weil sie aus der Hypothese $\delta' = 1/2$ hervorgegangen sind, umgekehrt, wenn man von ihnen ausgeht, $\delta' = 1/2$ geben, sie geben aber, trotz ihrer im Ganzen geringen Abweichung von der Wahrheit δ' theils unter $1/2$, theils nicht unbedeutend über $1/2$.

Dann ging ich zu der so eben bezeichneten Hauptsache über, nämlich: aus den einzelnen Versuchen Benzenberg's δ' zu berechnen. Weil indess hier der Widerstand nur unbedeutend ist, so konnte ich nicht, wie bei den leichten

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

und daher viel Widerstand erfahrenden Schweinsblasen Dasagulier's mich einer pag. 60, I befindlichen Näherungsformel bedienen. Um aber nicht genöthigt zu sein, aus der § 78 angegebenen transcendenten Gleichung zwischen Raum (s) und Zeit (t) den Widerstandscoefficienten δ' durch Probiren zu berechnen, so liess ich mich, wie Sie auf pag. 73 gewahr werden, auf Reihenentwicklung ein, welche mir dann, je nachdem ich von der Entwicklung mehr oder weniger Glieder nahm, den jedesmaligen Widerstand durch Auflösung einer Gleichung des 1., 2., oder 3. Grades allmälig immer genauer gab. Bei der Auflösung der kubischen Gleichungen, in denen übrigens das zweite quadratische Glied nicht fehlt, und die sämmtlich auf den reduciblen Fall führten, hatte ich Gelegenheit, meine in Ihren Schriften von 1861 befindliche Abhandlung über die Auflösung der kubischen Gleichungen durch hyperbolische Functionen zu benutzen. Die Resultate meiner Rechnungen finden Sie § 79. Wie Sie sehen, variiren die berechneten δ' circa zwischen $^1/_2$ und $1^7/_{10}$, wobei ich noch hervorheben muss, dass für die mittlern drei Stationen sie sich ungefähr in der Nähe von $^1/_2$ halten, dagegen aber für die beiden ersten und beiden letzten Stationen bedeutend grösser ausfallen. Ich schliesse aber aus dieser grossen Abweichung an den beiden Enden von dem in der Mitte befindlichen Resultat nicht, wie Benzenberg, dass nur für mittlere Geschwindigkeiten das Newtons'che Gesetz näherungsweise richtig sei, sondern dass Benzenberg's Versuche namentlich für die ersten und letzten Stationen unzuverlässlich sind. Zu den schon angeführten Gründen, durch welche ich mich zu dieser Annahme berechtigt glaube, füge ich noch hinzu: Wie wollte Benzenberg für die erste Station, die nur eine Fallhöhe von 24′ umfasst und eine Zeit von 1″ 17‴, die Zeit auch nur bis auf 1‴ genau beobachten? Und ein Fehler von einer Tertie macht auf 1″ 17‴ Fallzeit schon sehr viel. Für die zweite Station, die den grössten Widerstandscoefficienten giebt, erklärt sich die grosse Abweichung vom Mittelwerthe vielleicht am besten dadurch, dass, wie Benzenberg berichtet, während dieses Versuchs die Tertienuhr nicht wie sonst auf einer hölzernen Unterlage stand, sondern auf einer ihre Temperatur erniedrigenden steinernen Unterlage sich befand. Dass auf den beiden letzten Stationen das Aufschlagen der Kugeln auf die unten hingelegten Bretter bei 321′ oben schwer, bei 340′ fast gar nicht mehr zu hören war, habe ich schon gesagt; ich füge noch hinzu, dass namentlich für die letzte Station Benzenberg daher ein andres Mittel anwenden musste, um die Fallzeit zu ermitteln; er schloss sie aus dem Moment, wo er die unten getroffenen Bretter aufspringen sah. Wer kann aber sagen, wie viel Zeit nöthig ist, damit die aufschlagende Kugel den Brettern so viel Bewegung mittheilte, dass sie aufspringen? Da hierüber, d. h. über die Messung der Zeit, welche zur Mittheilung der Bewegung nöthig ist, bei Benzenberg keine Versuche vorliegen, so kann schon aus diesem Grunde allein Benzenberg die Fallzeit bei den grossen Stationen um ein Paar Tertien zu gross angegeben haben. Und um einige Tertien handelt es sich hier überhaupt nur. Nehmen Sie pag. 67 bei den einzelnen Versuchen $^1/_{10}$‴ bis höchstens 9‴ weg, so stimmen Benzenberg's Beobachtungen auf allen Stadien vollständig mit Newton's Theorie. Erwägen Sie noch, dass die Geschwindigkeit des Schalls von der Temperatur abhängt, Benzenberg sie aber ohne Weiteres bei allen seinen Versuchen zu 1038 par. F. annahm und darnach die beobachteten Fallzeiten corrigirte, so werden auch Sie

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

sicherlich zu dem Schlusse hingedrängt, dass Benzenberg's Beobachtungen, so viel Mühe und Arbeit sie ihm auch verursacht haben, nicht geeignet sind, das Vertrauen auf Newton's Theorie zu erschüttern. Sie ist vielleicht nicht ganz richtig, aber um sie zu corrigiren, dazu gehören sorgfältigere Beobachtungen. Ich bitte aber, meine Herren, aus dieser Darstellung nicht schliessen zu wollen, dass ich dem Verdienste Benzenberg's irgend zu nahe treten will. Die Bestimmung des Widerstandes war trotz aller darauf verwandten Mühe bei ihm doch nur Nebensache, die Hauptsache war ihm, durch seine Fallversuche die tägliche Umdrehung der Erde zu beweisen. Und dass er diesen seinen Hauptzweck erreicht hat, darüber hat ihm La Place ein vollgiltiges Zeugniss ausgestellt, indem er sagte, dass in Folge von Benzenberg's Versuchen man 8000 gegen 1 wetten könne, dass die Erde sich wirklich drehe.

Weil aber bei Benzenberg's Versuchen im Michaelsthurm (nicht bei den spätern zu Schleebusch) sich auch eine kleine südliche Abweichung fallender Körper am Loth im Durchschnittsbetrage von $1\frac{1}{2}$ Linien gezeigt hatte, mit welcher die Theorieen von Gauss und La Place nichts anfangen konnten, und weil bei seiner Hamburger Fallhöhe von 235′ die östliche Abweichung nur 4‴ (— nach den Theorien von Gauss und Olbers nur $3\frac{4}{5}$ Linien —) betrug, so stellte Herr Professor Reich im Jahre 1831 neue Versuche der Art unter günstigern Verhältnissen an und zwar in dem Dreibrüderschacht bei Freiberg in Sachsen. Ihm stand daselbst eine Fallhöhe von 488 par. Fuss zu Gebote, also beinahe das Doppelte der Höhe, welche Benzenberg im Schacht zu Schleebusch angewandt hatte. Dass Reich hier etwa 10‴ östliche Abweichung und fast gar keine südliche Abweichung von der Lothlinie fand, kann uns bei unserer gegenwärtigen Untersuchung wieder ziemlich gleich sein. Seine Versuche sind aber mit einer solchen Präcision ausgeführt, dass Hoffnung vorhanden war, aus ihnen auch für das schwierige Problem vom Widerstand der Luft Nutzen zu ziehen, obgleich Reich selbst nach dieser Richtung hin seine Versuche gar nicht benutzt hat; ihm lag eben nur daran, durch dieselben die Umdrehung der Erde dem leiblichen Auge anschaulich zu machen, nachdem für Befriedigung des geistigen Auges in dieser Beziehung schon hinlänglich gesorgt war.

Die Gründe, die mich hoffen liessen, aus Reich's Versuchen ein günstigeres Resultat zu ziehen, waren folgende: Reich operirte in der Regel nicht mit so specifisch schweren Körpern als Benzenberg. Meistens waren es Zinnkugeln oder gar Elfenbeinkugeln: hatte auch er es mit Bleikugeln zu thun, so waren sie wenigstens nicht so gross als Benzenberg's Bleikugeln, und wie schon bekannt, kann bei kleineren Körpern derselben Art der Widerstand leichter hervortreten. Reich's Fallhöhe war bedeutend grösser als selbst die höchste Station Benzenberg's im Michaelsthurm (340′), so dass er es immer mit einer grössern Fallzeit zu thun hatte, als Benzenbergs Fallzeit war. Es waren bei Reich immer 6 bis 7 Secunden, so dass die unvermeidlichen Fehler in der Zeitbestimmung bei ihm nicht das Gewicht haben, wie bei Benzenberg, der höchstens 5″ Fallzeit hatte. Während die Zeitunterschiede zwischen dem Fallen in Luft und im Vacuo, auf deren Messung es doch eigentlich allein ankommt, bei Benzenberg höchstens 15‴ waren, variirten diese Unterschiede bei Reich zwischen 17 und 80‴. Die Schwerkraft der Erde (g) war bei Reich mit aller Sorgfalt bestimmt und zwar

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

schon mit Bezugnahme auf Bessel's Bestimmung der Länge des Sekundenpendels. Von der Schallgeschwindigkeit hatte Reich sich ganz unabhängig gemacht, indem er seine Fallzeiten dafür lieber von der Geschwindigkeit des Lichts abhängig machte; (das Verschwinden des Lichts einer Argand'schen Lampe kündigte ihm nämlich unfehlbar den Moment an, wann die heruntergelassenen Kugeln unten auf ein Brett aufschlugen, welches mit der Lampe in Verbindung gesetzt war). Endlich unterliess Reich auch nicht, die Witterungsverhältnisse gehörig in Rechnung zu bringen.

Die Resultate meiner Berechnung dieser Versuche befinden sich § 82. Sie stimmen unter einander ziemlich gut überein und widerlegen Benzenberg gründlich wegen seiner Meinung, dass das Newton'sche Widerstandsgesetz ungefähr über eine Höhe von 240 Fuss hinaus nicht mehr Geltung habe. Wenn Sie Ihre Aufmerksamkeit namentlich auf die letzte Rubrik der δ' richten wollen, so bitte ich Sie, zu beachten, dass die beiden letzten δ', die sich auf die Versuche mit den Elfenbeinkugeln beziehen, dem Newton'schen $\delta' = 1/2$ am nächsten kommen und dass das mittelste δ', welches sich auf Reich's Bleikugeln bezieht, sich davon am weitesten entfernt. Ich schreibe dieses dem Umstande zu, dass, wie auch die erste Rubrik bestätigt, die Bleikugeln am schnellsten fielen und die Elfenbeinkugeln zum Herunterfallen die längste Zeit gebrauchten, und dass, wenn wir uns die unvermeidlichen Fehler in der Zeitbestimmung in beiden Fällen gleich denken, diese Fehler dann bei den Bleikugeln von grösserm Einflusse sein werden, als bei den Elfenbeinkugeln. (Ich will damit sagen, dass z. B. bei 15''' um 1''' fehlen, viel mehr zu bedeuten hat, als wenn man bei 80''' um 1''' irrt.)

Fasse ich alle meine Berechnungen zusammen, die Pendelversuche Newton's, die Fallversuche Desagulier's, Benzenberg's, so weit sie in Betracht kommen konnten, und Reich's, so erhalte ich, wie pag. 78 zu sehen, $\delta' = 0{,}66$. Während Newton's Theorie für diesen Widerstandscoefficienten $5/10$ ergab und Borda auf einem andern Wege $6/10$ dafür fand, habe ich, auf die erwähnten Versuche gestützt nur noch $6/100$ mehr gefunden. Somit stimmt Newton's Theorie mit der Erfahrung bis auf Fallhöhen von circa 500 par. F. ziemlich gut überein, also viel weiter als Benzenberg meinte.

Die mit meiner Aufgabe so eng verbundene Frage: ob die Erde still stehe oder sich bewege? veranlasste auch schon frühzeitig einige Schiessübungen. Schon zu Galilei's Zeit nämlich schossen der französische Minorit Mersenne und der Intendant der französischen Festungen, Petit, einige Kugeln senkrecht in die Höhe, freilich noch in der irrigen Meinung, dass, wenn die Erde sich wirklich von Westen nach Osten bewegen sollte, die Kugeln sehr bedeutend westwärts herunterfallen müssten. Aber was ergab sich? Die Herren fanden ihre Kugeln gar nicht wieder. In ihrer Verlegenheit wandten sie sich an ein damaliges Orakel, an Descartes. Dieser vielseitige Gelehrte schrieb an sie ganz ernsthaft, dass sie sicherlich die Kugeln von der Erde weggeschossen hätten, (la force du coup les éloigne si fort du centre de la terre que cela leur fait perdre leur pesanteur.)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Nicht viel besser ging es noch 1770 in Strassburg zu. Ein 24-Pfündner wurde senkrecht gestellt und mit Balken in dieser Lage befestigt; die erste abgeschossene Kugel blieb 53″ aus und fiel 1800′ südlich von der Kanone, die zweite Kugel erreichte nach 55″ den Erdboden wieder und zwar 2200′ östlich von der Kanone, sie machten bei ihrer Rückkunft ein Getöse wie das Rollen eines Donners und schlugen Löcher von 28 Zoll in die Erde. Aber, meine Herren, Sie merken wohl, dass diese enormen Abweichungen von der Lothlinie andere uns ferner stehende Ursachen müssen gehabt haben. Wenn wirklich die Kugeln genau senkrecht aus dem Rohre herausgefahren wären und wenn sie diese Richtung auch ferner inne gehalten hätten, so wären sie zwar nicht nach der Umkehr in die Kanone zurückgefallen, aber man hätte sie nach Rechnungen, die mit Rücksicht auf die Bewegung der Erde und des Widerstandes der Luft angestellt sind, einige wenige Fuss von der Kanone entfernt wiederfinden müssen.

Die Frage wegen der Bewegung der Erde liegen lassend und uns daher näher stehend sind die Schussversuche des General Günther und D. Bernoulli's in Petersburg. Sie schossen im Jahre 1729 Geschützkugeln zenithrecht in die Höhe und berechneten aus der Zeit, welche eine Kugel unterwegs war, unter Zugrundelegung des Newton'schen Widerstandsgesetzes, wie hoch sie geflogen sein musste. Ich habe dieser Versuche in meiner Abhandlung § 46, ferner pag. 44 und pag. 49 Erwähnung gethan. Sie finden § 46 die Worte angegeben, mit denen Bernoulli sein Erstaunen bezeugt, welchen Einfluss die Luft auf Körper ausüben könne, welche 8000mal specifisch schwerer sind als sie ist. Der Durchmesser der (eisernen) Kugel betrug etwa $^1/_5$ pr. Fuss, sie blieb 34″ = Θ aus. Durch Rechnungen, die selbst bei Euler noch weitläuftig sind, die aber durch hyperbolische Functionen und meine Tafeln auf eine glänzende Weise abgekürzt werden, findet man, pag. 44—49, dass die Zeit des Steigens der Kugel, ϑ nur = 14″,3, dagegen die Zeit des Fallens $\vartheta_{,}$ = 19″,7 war und dass die Kugel in der Luft nur eine Höhe H = 4440′ erreicht hat, während sie im luftleeren Raum sich bis zu einer Höhe von 13964 = c Fuss geschwungen hätte, was ungefähr das Dreifache ist (Q = 3). Aus denselben Rechnungen ergiebt sich, dass die Kugel mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 934′ = a emporgeschleudert wurde, aber nur mit einer Endgeschwindigkeit von 348′ = a, den Erdboden wieder erreichte. Wäre sie mit der angegebenen Anfangsgeschwindigkeit im luftleeren Raum senkrecht in die Höhe geschossen worden, so würde sie erst nach 60″ = $2t'$ wieder unten angelangt sein.

Von einer anderen Kugel, welche Charles Hutton, Prof. der Mathematik an der Militair-Akademie zu Woolwich († 1823), senkrecht in die Höhe schoss, finden Sie pag. 38 seine und meine Rechnung. Der Durchmesser seiner Kugel war mehr als halb, beinahe $^2/_3$ so gross, als der der vorigen Kugel. Hutton glaubte ihr eine Anfangsgeschwindigkeit, ein a = 2000 engl. Fuss gegeben zu haben. Nach meinen Rechnungen würde sie dann, immer unter Voraussetzung des Newton'schen Luftwiderstandsgesetzes, sich bis zur Höhe von H = 5737 pr. F. erhoben haben. Da sie dann aber im luftleeren Raum c = 60361 F. gestiegen wäre, so wäre der schon erwähnte Quotient Q hier = $10^1/_2$, d. h. sie würde im luftleeren Raum einen $10^1/_2$mal grösseren Weg gemacht haben, als im lufterfüllten Raum. Sollte die Hutton'sche Kugel gleichfalls auch nur 4440′ hoch steigen,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

wie die vorige Kugel, dann hätte ihr nur eine Anfangsgeschwindigkeit von $a = 1260'$ gegeben werden dürfen und der Quotient Q wäre dann kaum $= 6$ (ich bitte § 50 einzusehen). Aber immer noch wäre das Q fast doppelt so gross als bei der vorigen Kugel. Dieses kann nur davon herkommen, dass Hutton's Kugel kleiner ist als die vorige Kugel. Denn ich habe schon wiederholentlich darauf aufmerksam gemacht, dass auf kleinere Körper der Widerstand der Luft bedeutender einwirkt, als auf grössere Körper derselben Art. So bald die Kugeln aber grösser werden, so nimmt das Q und also auch die causa stupendi, um mit Bernoulli zu reden, ab. Am deutlichsten sehen wir dieses an der eisernen Kugel, welche H. Prof. Forti in Pisa zum Behufe eines Zahlenbeispiels sich gedacht hat. Er nahm den Durchmesser seiner Kugel ungefähr zu 6 pr. Fuss an. Um diese fürchterliche Masse auch auf dieselbe Höhe von 4440′ zu treiben, welche die Petersburger Kugel erreichte, darf man ihr nur eine Anfangsgeschwindigkeit von $a = 536'$ mittheilen, im luftleeren Raum würde sie damit nicht viel höher steigen, nämlich nur $c = 4600$ Fuss.

Da aber weder Günther noch Hutton sich durch eine Beobachtung überzeugten, ob ihre Kugeln auch wirklich sich zu der berechneten Höhe erhoben, so haben alle dergleichen Versuche, abgesehen von ihrem Interesse, eigentlich keinen praktischen Nutzen, sie haben nur Gelegenheit zu Rechnungen dargeboten. Einen Nutzen würden sie nur dann gestiftet haben, wenn man wenigstens versucht hätte, etwa dadurch, dass man die Kugeln vor dem Abfeuern glühend machte und das Experiment des Nachts anstellte, die erreichte Höhe zu messen. Dann erst würden auch solche Versuche ihrerseits das nöthige Material zur Prüfung der Newton'schen Theorie beigetragen haben. Oder man hätte sich (§ 57) nach Poisson's Vorschlag die Anfangsgeschwindigkeit a bei diesen Versuchen auf anderm Wege verschaffen müssen, dann hätte die Beobachtung von Θ, von der Zeit, welche die Kugel bei ihrem Hin- und Hergange zusammen unterwegs blieb, zur Auffindung von δ' und dadurch zu einer neuen Prüfung von Newtons $\delta' = \frac{1}{2}$ führen können. Diese Berechnung von δ' oder k würde aber nach Poisson's vorliegender Formel immer sehr mühevoll sein, während nach meiner darunter stehenden Formel $\frac{g}{k}\,\Theta = a + z$ und vermittelst meiner neuen Tafeln, die auf einer Verschmelzung der cyklischen und hyperbolischen Tafeln beruhen, die Berechnung so einfach wird, dass die neuen Tafeln bei Rechnungen dieser Art einen wahren Triumpf feiern könnten. Leider werden aber auch solche Rechnungen wenig vorkommen, da es einerseits nicht leicht und auch nicht ohne Gefahr ist, steilrecht in die Höhe zu schiessen, und da andererseits sich gegen die Richtigkeit der anderweitig gefundenen Anfangsgeschwindigkeit a, wenigstens wenn sie auf den früher üblich gewesenen Wegen, auf die ich noch komme, ermittelt ist, immer Zweifel erheben werden.

Doch, werden Sie fragen, wenn es so schwer ist, den senkrechten Schuss nach oben zu thun und für die Wissenschaft zu verwerthen, warum benutzte man nicht den gewöhnlichen schrägen Schuss zu diesem Zwecke? Wir wollen sehen, was in dieser Hinsicht geschehen ist.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ich erwähnte schon im Eingange meiner Vorlesung der Ballistik und zeigte Ihnen deren Theorie in ihrer ersten Kindheit. Einen Schritt vorwärts that auch hier Galilei, indem er nachwies, dass die Wurflinie einer schräg abgeschossenen Kugel eine Parabel sein würde, wenn kein Widerstand existirte. Wie aber ist diese Wurflinie beschaffen, wenn ein Widerstand vorhanden ist? Ja, das ist noch heute die Frage. Newton gab nach einigen Untersuchungen die Beantwortung derselben auf. Sie wurde zwar später von zwei Bernoulli's (von Johann I und von Nicolaus I) und von Andern gelöst, aber d'Alembert z. B. war mit seiner eigenen Auflösung nicht zufrieden, Euler gestand offen, dass man zwar analytische Formeln für das Problem aufstellen könne, dass aber die Analysis nicht die Mittel besitze, sie aufzulösen, und Legendre gab zu, dass seine durch die Preisaufgabe der Berliner Academie der Wissenschaften veranlasste Lösung von 1782 für die Praxis unbrauchbar sei. Wollen Sie noch andere Namen hören, deren Träger sich mit theoretischen Untersuchungen über die ballistische Curve beschäftigt haben, so nenne ich Ihnen vorläufig Wallis, Maupertuis, Eytelwein, l'Hôpital, Lagrange.

Da nun einerseits die Practiker nicht warten konnten, bis dieses für das heutige Sein oder Nichtsein so wichtige Problem von der Wissenschaft genügend gelöst sein würde, und da sie andererseits von der lange gegoltenen Ansicht, dass bei recht schweren Kugeln der Einfluss der leichten Luft nicht bedeutend sein könne, allmälig zurückkamen, so blieb ihnen nichts übrig, als ihrerseits sogenannte empirische Formeln, gestützt auf zahlreiche Schiessübungen, aufzustellen und sie in Folge neuer Versuche zu corrigiren. Ich nenne Ihnen in dieser Beziehung aus älterer Zeit Robins, General-Ingenieur der engl. ostindischen Compagnie, den franz. Feldmarschall d'Arcy und den schon erwähnten Hutton. Sie alle fanden oder glaubten durch ihre zahlreichen Versuche gefunden zu haben, dass für so grosse Geschwindigkeiten, die bei ihnen vorkamen, das bisher zum Grunde gelegte Newton'sche Gesetz den Widerstand viel zu klein angebe, dass nicht bloss der Widerstandscoefficient δ' grösser sei, sondern dass man sogar nicht bei dem einfachen v^2 stehen bleiben könne und andere Potenzen der Geschwindigkeit v hineinziehen müsse.

Die Geschwindigkeit, mit denen sie es zu thun hatten, massen sie übrigens mit dem von Robins erfundenen und namentlich von d'Arcy verbesserten sogenannten ballistischen Pendel. Sie schossen nämlich Kugeln gegen ein schweres Pendel ab und aus der Höhe, auf welche das Pendel ausschlug, berechneten sie die Kraft und Geschwindigkeit der anprallenden Kugel. Und mit dieser von ihnen berechneten Geschwindigkeit wollten sich bei Festhaltung der Newton-schen Theorie die beobachteten Schussweiten und Schusszeiten nicht vereinigen lassen. Als Hauptrecensenten dieser drei genannten gelehrten Practiker traten zwei unserer Landsleute auf, der schon erwähnte Euler und Lambert. Letzterer namentlich wies nach, dass aus dem Nicht-Stimmen der Versuche mit Newton's Theorie noch wenig zum Nachtheil Newton's folge. Es käme ja hierbei auf drei Dinge an, auf Stoss, Widerstand und Schiesspulver. Es könnte ja das angewandte Gesetz des Stosses falsch sein, oder, wenn das nicht, man könne ja die Kraft des Schiesspulvers falsch beurtheilt haben. So nehme der bekannte Rumford die Gewalt des letztern noch = 20000 Atmosphären an, D. Bernoulli

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

= 10000, Robins = 1000, d'Arcy = 647. Und wenn er, Lambert, die Kraft des Schiesspulvers auf 238 Atmosphären herabsetze, so könne er die Newton'sche Theorie auch für so grosse Geschwindigkeiten retten, wie sie in der Artillerie vorkommen.

Da ich aber vielleicht, wenn Kraft und Musse es gestatten, oder wenn ich nicht, ein anderer der geehrten Mitglieder der Gesellschaft, von der Ballistik ein andermal ausführlich reden werde, so benutze ich die von dort entlehnten Mittheilungen nur dazu, um Ihnen überhaupt die Nothwendigkeit recht anschaulich zu machen, dass der Widerstand nicht blos nach der Hypothese von v^2, wie ich's in meiner letzten Abhandlung gethan habe, untersucht werden müsse, sondern auch nach Hypothesen, denen eine andere Function der Geschwindigkeit zum Grunde liegt.

Wir haben bis jetzt das widerstehende Mittel uns mehr oder weniger als eine träge Masse gedacht, die fortgeschoben werden muss und sich ohne weiteres nach den Gesetzen, die auch sonst beim Stosse gelten, fortschieben lässt, kurz wir haben bisher, um mit Leibnitz zu reden, nur den respectiven Widerstand untersucht. Ich habe aber erwähnt, dass schon Newton noch einen andern Widerstand anerkannte, der von der Adhärenz der Flüssigkeit an dem festen Körper, von ihrer Klebrigkeit, von ihrer Cohäsion und deren Ueberwindung und von ihrer Reibung an dem Körper herrührt. Er überliess aber die Berechnung dieses Theils des Widerstandes, den Leibnitz absoluten Widerstand nennt späteren Forschungen.

Von diesem absoluten Widerstande im Ganzen glaubte Dan. Bernoulli nachweisen zu können, dass sein Einfluss nicht von der Geschwindigkeit des bewegten Körpers abhänge, dass er eine constante Grösse sei, welche endlich den Körper zur Ruhe bringen könne. Der Meinung schloss sich auch ohne Weiteres s' Gravesande an. Indess Biot und der Engländer Robison fanden diese Aussage nur bestätigt in Betreff desjenigen absoluten Widerstandes, der von der Adhäsion und von der Viscosität oder Klebrigkeit der Fluida herrührt. Dagegen wies vor Allen Coulomb durch sorgfältige Versuche nach, dass der Einfluss der Cohäsion der Molecule der Flüssigkeit und die deshalb aufzuwendende Kraft des bewegten festen Körpers, um nämlich eine Trennung der Theilchen des Fluidums hervorzubringen, dennoch der Geschwindigkeit, und zwar der ersten Potenz derselben proportional sei und dass bei kleinen Geschwindigkeiten gerade dieser Theil des Widerstandes vorherrschend sei, dass er aber bei grossen Geschwindigkeiten zurücktrete, wo dann das von der Trägheit der Materie herrührende v^2 das Uebergewicht behalte. Diese Behauptung Coulomb's stimmt auch mit der Ansicht Newton's überein. Denn namentlich aus seinen Pendelbeobachtungen glaubte Letzterer schliessen zu dürfen, dass bei kleinen Schwingungen der Widerstand dem v und bei grossen dem v^2 proportional sei.

Wenn nun ausser Bernoulli selbst auch noch Kästner und Euler nichts von der Hereinziehung der ersten Potenz der Geschwindigkeit in die Theorie des Widerstandes wissen wollten, indem sie diese erste Potenz von v nur als Uebung im Rechnen, als etwas rein Mathematisches ansahen, das nie in der Physik Anwendung finden könne, so wird man sich doch nicht gegen ein tieferes Eingehen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

in die Hypothese v verschliessen können, wenn man zu dem, was Newton und Coulomb gesagt haben, dazu nimmt, dass noch für das Jahr 1837 eine Preisaufgabe gestellt wurde, welche gerade die Bearbeitung der Hypothese v verlangte. Die Aufgabe lautete:

„Bei der Unvollkommenheit unserer Kenntniss der Gesetze des Widerstandes, welchen ein in einer Flüssigkeit bewegter Körper erleidet, würde es als ein grosser Fortschritt anzusehen sein, wenn es gelänge, zunächst nur Einen viel umfassenden Fall einer genügenden Theorie ganz zu unterwerfen. Es ist bekannt genug, dass die gewöhnliche Voraussetzung, jenen Widerstand unter sonst gleich bleibenden Umständen dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional anzunehmen, nur bei mittlern Geschwindigkeiten einige Annäherung, hingegen sowohl bei sehr grossen als bei sehr kleinen Geschwindigkeiten den Widerstand viel zu klein giebt. Für den Fall sehr grosser Geschwindigkeiten sind zwar manche Versuche angestellt, die jedoch nur ein negatives Resultat geliefert, nämlich die Unzulänglichkeit jener Hypothese gezeigt haben. Aus allen den Fall sehr kleiner Geschwindigkeiten betreffenden Versuchen hingegen lässt sich zwar die Nothwendigkeit schliessen, noch einen der einfachen Geschwindigkeit proportionalen Widerstand anzunehmen; allein an genauen Versuchen, die zu einer vollständigen Theorie für diesen Fall dienen könnten, fehlt es bisher noch ganz, obwohl keinesweges an Mitteln. Die Königl. Societät stellt es daher als Preisfrage für das Jahr 1837: (Sept.)

„ „Auf zweckmässige, zahlreiche und scharfe Versuche einer Theorie des Widerstandes für den Fall so langsamer Bewegungen zu begründen, dass nur das von der ersten Potenz der Geschwindigkeit abhängige Glied merklich bleibt, und den numerischen Coefficienten, in welchen die Geschwindigkeit multiplicirt werden muss, nach seiner Abhängigkeit von der Gestalt und Richtung der den Widerstand leidenden Fläche festzusetzen““.

Die Königl. Societät begnügt sich für jetzt, die Frage bloss auf die Bewegung in der Luft zu beschränken, wenn sie gleich eine Ausdehnung der Versuche auf Bewegungen in liquiden Flüssigkeiten gern sehen wird“.

Nun hat zwar längst Varignon eine Theorie fallender Körper für die Hypothese v gegeben. Doch da sie schon für Montucla zu weitschweifig war, und da mir nicht bekannt geworden ist, dass auf die vorgelesene Preisfrage eine Antwort erfolgt ist, so habe ich mich entschlossen, die Hypothese v den gegenwärtigen Ansprüchen gemäss zu entwickeln und werde vielleicht, bis neue passende Versuche für fallende Körper mit kleinen Geschwindigkeiten in der Luft gemacht sind, darnach Newton's Fallversuche im Wasser berechnen. Daran wird sich vielleicht die Berechnung der Fallversuche im Wasser anschliessen, welche die Schwedischen Gelehrten Lagerhielm und Kallsten angestellt haben. Versuche bei kleiner Fallhöhe in der Luft anzustellen, hatte, wie wir durch Benzenberg belehrt sind, früher etwas bedenkliches, da es schwer war, mit Uhren so kleine Zeiten sicher zu messen. Doch darf man jetzt in dieser Beziehung kühnere Hoffnungen haben, da allmälig aus dem oben erwähnten ballistischen Pendel der elektroballistische Chronograph geworden ist, mit dem man die kleinsten Zeiten sicher misst.

Da es aber schwer zu sagen ist, wo die kleinen Geschwindigkeiten aufhören

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

und wo die grossen Geschwindigkeiten anfangen, so fühlen Sie, meine Herren, es wohl durch, dass wenn man sowohl auf den respectiven, als auch auf den absoluten Widerstand Rücksicht nehmen will, man diesen Widerstand gleichzeitig der ersten und zweiten Potenz der Geschwindigkeit proportional setzen muss. Auch hiezu hat, wie schon oben bemerkt, Newton den ersten Anstoss gegeben und Varignon hat dies Capitel nach Montucla's Ausdruck mit gewohnter Weitschweifigkeit (prolixité) ausgesponnen. Für Pendelversuche habe ich in der Ihnen vorgelegten Abhandlung von 1850 diese Hypothese ($v + v^2$) bearbeitet und für fallende Körper die desfallsigen Resultate auf der vorletzten Seite meiner diesjährigen Abhandlung mitgetheilt. Die vollständige Theorie aber sowohl für die Hypothese v, als auch für die Hypothese $v + v^2$ finden Sie auf den 6 Bogen, die ich Ihnen hiemit vorlege. Sie sind nur erst ein Entwurf und bedürfen, bevor sie zum Druck reif sind, einer nochmaligen Bearbeitung, wodurch Alles an seine rechte Stelle kommen wird. Erst wenn man sämmtliche gemachte Fallversuche nach dieser dritten Hypothese wird berechnet haben, wird man dieses Thema zu einem gewissen Abschluss gebracht haben. Man wird hiebei wieder mit grossem Vortheil sich der hyperbolischen Functionen und meiner neuesten Tafeln, die sich in Ihren Schriften befinden, bedienen können und wird dann mit der Berechnung der Fallversuche auf den Punkt angelangt sein, wohin ich durch mein Programm von 1850 die Berechnung der Pendelversuche bereits gebracht habe.

Sollten aber unerwarteter Weise gute Fallversuche selbst mit dieser dritten Hypothese noch nicht in befriedigender Weise übereinstimmen, dann, aber auch erst dann würde die Theorie genöthigt sein, noch höhere Potenzen der Geschwindigkeit herbeizuziehen, wie es die Praktiker zum Behuf der Ballistik bei ihren empirischen Formeln schon jetzt thun.

Leichter springt mit unserm ganzen Problem Herr Brenner, Lehrer zu Tuttlingen in Würtemberg, in Grunert's Archiv von 1859 um. Die Luft müsse in ihrem Widerstande ein ganz bestimmtes Gesetz befolgen und es sei nur zu verwundern, dass bis dato dieses Gesetz noch nicht hat entdeckt werden können. Man nehme, räth er, eine hohle Blechkugel und lasse sie bei Windstille von einer gewissen Höhe herabfallen; hält man dann eine gewöhnliche Taschenuhr ans Ohr, deren Picken etwa $1/6$ Sekunde anzeigt, und lässt präcis auf einen Schlag der Uhr die Kugel fallen, so hat man nur die Zeitabschnitte bis dahin zu zählen, wo die Kugel auffällt. Trifft der Moment des Aufschlagens nicht auf einen Schlag des Chronometers, so wiederhole man das Experiment unter Vergrösserung oder Verkleinerung der Fallhöhe so lange, bis ein Zutreffen erfolgt. Fünf bis acht gelungene Beobachtungen dieser Art genügen diesem modernen Pater Ariaga, um das ganze Problem zu lösen. Er stellt dann nämlich zwischen dem jedesmal gegebenen Raum (s) und der dazu gehörigen, ihm gleichfalls gegebenen Zeit (t) die hypothetische Gleichung auf:

$$s = at + bt^2 + ct^3 + dt^4 \ldots$$

und bestimmt durch Auflösung von drei oder vier solcher Gleichungen die Coefficienten a, b, c, d etc. Eben so leicht ist ihm die Bestimmung der Abhängigkeit des Widerstandes von der Geschwindigkeit. Er setzt den Widerstand, wie ich's auch gethan habe $= \alpha v + \beta v^2 + \gamma v^3 + \delta v^4 \ldots$, bestimmt, oder lässt

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vielmehr durch Versuche von Andern, denen bessere Mittel dazu zu Gebote stehen als ihm, die Coefficienten α, β, γ, δ ... bestimmen, und wenn das geschehen ist, wird er zusehen, ob die angegebene nach Potenzen von v fortschreitende Reihe nicht die Entwicklung einer geschlossenen Function von v sei, was möglicher Weise ein leichtes Geschäft sein werde. — Noch leichter macht es Herr Brenner mit dem ballistischen Problem: in eine Seitenwand seines dunklen Zimmers bringt er eine sehr kleine runde Oeffnung an, durch welche ein leuchtender Körper auf der gegenüberstehenden durchscheinenden verticalen Wand einen hellen Punkt wirft. Hinter dieser Wand steht ein geschickter Zeichner. Hierauf lässt er Nachts, wieder bei Windstille, vermittelst eines groben Geschützes eine vorher glühend gemachte und daher leuchtende Kugel ihre Bahn durch die Luft beschreiben, nota bene parallel mit jener Wand. Beschriebe nun der helle Punkt auf der Wand auch in einer Sekunde einen Weg von einem Fuss, so könne selbst ein nicht sehr geübter Zeichner die Bahn gar wohl mit Genauigkeit aufzeichnen, wie viel mehr sein vorausgesetzter geschickter Zeichner. Aehnliche, man muss es gestehen, sehr einfache Vorschläge macht er, um die Theorie der Pendelschwingungen im lufterfüllten Raum in Ordnung zu bringen; indess hat er doch ein wenig Respekt vor den Rechnungen, die diese Theorie in ihrem Gefolge hat.

Mittlerweile hat man aber nicht bloss an Newton's v^2, ich möchte sagen, an dem Dache seines Systems, gerüttelt, sondern auch alle seine Grundlagen und Voraussetzungen einer scharfen Kritik unterworfen.

1) Während Newton durch vielfältige Versuche für seinen Theil zu der Ueberzeugung gekommen war, dass der Widerstand caeteris paribus bloss proportional der Dichtigkeit des Mediums sei, sucht Sulzer in den Memoiren der Berliner Academie von 1761 darzuthun, dass man allen Eigenthümlichkeiten einer jeden Flüssigkeit Rechnung tragen müsse (qu'il était nécessaire d'avoir égard dans cette recherche à la nature spécifique de chaque fluide). Wie könne man glauben, die Sache damit erledigt zu haben, wenn man in Betracht ziehe, dass das Wasser so und so viel mal schwerer sei als Luft? Man vergesse namentlich nicht, dass die eine Flüssigkeit zusammendrückbar sei, et que l'autre (se refuse) à toute compression quelque grande que soit la force comprimente, meinte er noch. Freilich, was die verschiedenen Luftarten anbetrifft, so bestätigte Faraday in unserm Jahrhundert durch Versuche, die er in verschiedenen Gasarten anstellte, die Richtigkeit des Newton'schen Satzes, dass der Widerstand ihrer Dichtigkeit proportional sei.

2) Nach Newton sollte der Widerstand, alles andere gleich gesetzt, der Dichtigkeit der in der Flüssigkeit bewegten Körper umgekehrt proportional sein, so dass etwa ein Würfel, der bei gleicher Grösse 10mal schwerer als ein anderer ist, 10mal weniger von der Flüssigkeit, in der er sich bewegt, zu leiden hat, als der andere leichtere Würfel. Es sei aber klar, dass ein elastischer Würfel, wenn er sich senkrecht gegen eine Flüssigkeit bewegt, auch abgesehen vom specifischen Gewicht, sich anders verhalten werde, als ein unelastischer Würfel von Blei, da die Gesetze des Stosses, hier des Fortstossens der Flüssigkeiten, ja bei vollkommen elastischen Körpern anders seien als bei weniger elastischen, oder gar bei unelastischen Körpern. Demnach müsste man eigentlich, wenn man die

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Theorie an der Erfahrung prüfen wollte, jede Art von Körpern in jeder Art von Flüssigkeit sich bewegen lassen.

3) Die absolute Grösse des Widerstandes einer Flüssigkeit, den ein senkrecht gegen dieselbe bewegter Körper mit kreisrunder Grundfläche erfährt, setzte Newton gleich dem Gewicht einer Säule dieses flüssigen Mittels, deren Grundfläche gleich der bewegten Ebene und deren Höhe gleich derjenigen Höhe sei, von welcher herabfallend der Körper die jedesmalige Geschwindigkeit erlangen würde. Ein dreifacher Widerspruch erhob sich gegen diesen Satz. Borda hielt sich in Folge von sehr zahlreichen und sehr sorgfältigen Versuchen, die er namentlich an Windflügeln machte, für berechtigt anzunehmen, dass die Grundfläche der eben besprochenen Widerstandssäule grösser sei als die Grundfläche des bewegten Körpers, (dass der Widerstand stehe au plus grand rapport que l'étendue de sa surface). Die Höhe dieser Säule nehmen manche doppelt so gross an als Newton, und Prechtl in Wien setzte für dünne Platten, gegen welche Luft strömt, dieselbe gar gleich dem $3^4/_5$fachen jener Fallhöhe. Es ist dies derselbe Prechtl, der so Ausgezeichnetes über den Flug der Vögel geschrieben und der während 40 Jahre die Erforschung der Widerstands-Erscheinungen der Luft unausgesetzt im Auge behielt. Auch fanden Manche, dass die Länge des in der Flüssigkeit bewegten Cylinders von Einfluss auf diese Widerstandssäule sei.

4) Wenn nun schon über den Einfluss der Flüssigkeit auf Ebenen, die sich gegen ein Fluidum senkrecht bewegen, zwischen den Theoretikern und Praktikern keine Uebereinstimmung zu erzielen war, so kann man sich denken, dass eine solche Uebereinstimmung noch weniger in Betreff des Falles statt finden wird, wenn Ebenen oder krumme Flächen schräg *(i)* gegen eine Flüssigkeit sich bewegen. Newton hatte gelehrt, dass hier eine doppelte Zerlegung der Kräfte statt finden müsse und dass deshalb der Widerstand auf jeden Punkt, gleichviel, der geneigten Ebene oder der krummen Fläche dem sin i^2 proportional sei, und dass also beispielsweise der Widerstand auf eine Kugel nur halb so gross sei als auf einen Cylinder von derselben Grundfläche. Aber nach Borda gab für ebene Flächen diese Theorie mehr als die Erfahrung, dagegen für krumme Flächen gab ihm das Experiment mehr als diese Theorie. Don Jorge Juan und Robison meinten, dass es hier an einer einmaligen Zerlegung der widerstehenden Kräfte genug sei und hielten sich berechtigt, statt des Quadrats den einfachen Sinus des Neigungswinkel i zum Masstabe des Widerstandes zu nehmen, und der Engländer Tredgold setzte bei der Kugel statt Newton's Bruch $^1/_2$ das Verhältniss zum entsprechenden Cylinder $= {}^2/_3$.

5) Es war eine stillschweigende Voraussetzung bei Newton, dass es in Bezug auf den Widerstand gleich sei, ob der feste Körper sich in der Flüssigkeit bewege, oder ob die Flüssigkeit sich gegen den ruhenden Körper bewege; Prechtl's angegebene Bestimmung der Höhe der Widerstandssäule, wonach sie für ruhende dünne Platten, gegen welche Luft strömt, beinahe gleich der vierfachen Fallhöhe sein sollte, während im umgekehrten Fall, wenn ein Cylinder sich gegen die Luft bewegt, der Widerstand kaum halb so gross befunden wurde, schien dagegen zu sprechen.

6) Nach Newton hatte nur der Theil des festen Körpers auf die wider-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

stehende Flüssigkeit Einfluss, der ihr unmittelbar entgegen trat, also nur der Vordertheil, so dass z. B. eine Halbkugel, welche sich mit ihrer krummen Fläche nach vorne gegen eine Flüssigkeit bewegt, unter übrigens gleichen Umständen denselben Widerstand erfahren sollte, als eine vollständige Kugel vom nämlichen Durchmesser. Auch dagegen wurde Einspruch erhoben. Hutton fand den Widerstand der Halbkugel grösser als den der ganzen Kugel und Thomas Young und Tredgold wiesen nach, dass z. B. auch die Beschaffenheit des Hintertheils der Schiffe durch den sogenannten Rückstoss Einfluss auf ihre grössere oder geringere Geschwindigkeit habe, sie sprachen in Folge dessen von einem negativen Widerstande oder vom Minusdruck.

7) Während Newton und Borda den Widerstand des Wassers unmittelbar an der Oberfläche grösser fanden, als in der Tiefe, schloss der Spanier Don Ulloa aus seinen Versuchen das Gegentheil.

Da nach allem diesem, wie Sie, meine Herren, gesehen haben, es mit der Lösung des Problems vom Widerstande nicht recht vorwärts wollte, ja da man kaum sagen kann, dass man sich immer, wenn's auch nur schrittweise gewesen wäre, dem Ziele genähert hat, indem die Rückschritte trotz unsäglichen Fleisses so vieler Gelehrten und Praktiker oft grösser waren, als die Fortschritte, da aber auf der andern Seite das Problem nicht zu den müssigen Speculationen gehört, sondern in alle Theile der exakten Wissenschaften und in viele wichtige Zweige des praktischen Lebens tief eingreift; so suchte einerseits die Pariser Academie der Wissenschaften durch Preisaufgaben für die Jahre 1787 und 1791 die Gelehrten zu neuem Eifer anzuspornen, um endlich die Theorie zum Abschluss zu bringen, — das erste Mal erhielt sie keine genügende Antwort, das andere Mal zwei nur einigermaassen zufriedenstellende Antworten — andererseits traten in Frankreich, Schweden und England Gesellschaften von Privatleuten zusammen, die bereitwillig die nöthigen Mittel gewährten, damit über die zweckmässigste Bauart von Schiffen, über den verschiedenen Widerstand von so oder anders gebauten Schiffen Untersuchungen könnten angestellt werden. In Folge dessen und zu diesem Zwecke wurden in den genannten Ländern verschieden geformte Boote gebaut, sie wurden theils auf der Oberfläche des Wassers, theils unter derselben bewegt. Besonders thätig zeigten sich bei dieser Gelegenheit die französischen Gelehrten Condorcet, d'Alembert, Bossut; sehr grosse Anstrengungen machte auch in dieser Beziehung der Engländer Beaufoy, den bei seinen Arbeiten sogar seine gelehrte Frau treulich unterstützte. Ich darf auch nicht den schwedischen Gelehrten Normann übergehen, der zur Erforschung des Gesetzes vom Widerstande in einem Teiche Flächen horizontal bewegte.

So sind überall neue Versuche oder neue Untersuchungen angestellt, weil das alte Material nie in sich in Uebereinstimmung zu bringen war. Man kann nicht sagen, dass eine dieser Arbeiten vergebens gewesen ist, aber ans Ziel haben sie alle zusammen noch nicht geführt.

Namentlich wurde bei den meisten dieser Untersuchungen ein wichtiger Umstand übersehen, auf den schon Bessel aufmerksam machte und den Poisson später einer ausführlichen Behandlung unterzog. Schon 1827 zeigte Bessel, dass man bisher bei der Reduction des Pendels auf den leeren Raum sich geirrt habe und in einem Briefe an Schumacher schreibt er: Newton lehrt und alle Spätern

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

haben bestätigt, dass die beschleunigende Kraft, welche ein Körper bei seiner Bewegung in einer Flüssigkeit erfährt, der Quotient ist, welchen man erhält, wenn man seine bewegende Kraft durch seine Masse dividirt, $\frac{m-m'}{m}$. Das Wahre ist aber folgendes: die bewegende Kraft muss nicht bloss auf die materiellen Punkte im Körper, sondern auf alle bewegten Punkte des Systems, wozu die Flüssigkeit mitgehört, vertheilt werden, um die beschleunigende Kraft zu erhalten". Und Poisson, die schon früher in Erwägung gezogenen Ideen von Adhäsion und Cohäsion wieder aufnehmend, führte 1829 weiter aus, dass auch noch die Molekülarwirkungen in Rechnung gestellt werden müssten, welche zwischen der Oberfläche des bewegten Körpers und den Partikelchen der zunächst angrenzenden Luftschicht einerseits und zwischen den Luftpartikelchen selbst andererseits statt finden. Dass aber von diesem erhöhten Gesichtspunkte aus, namentlich nach Poisson's Auffassung das ohnehin so schwierige Problem die gegenwärtigen Kräfte der Analysis bedeutend übersteigt, zeigte Poisson selbst in seiner Arbeit von 1839: Sur le mouvement des projectiles dans l'air. Hier nämlich, wo es ihm um Weiterführung eines praktischen Falles zu thun war, verliess er seinen eigenen, ich möchte sagen, idealen Standpunkt und gründete seine Arbeit wieder mehr auf die von ihm früher als unzulänglich bezeichneten Gesetze des Stosses.

Ich habe so eben wieder der Projectile gedacht; dies zwingt mich auf noch einen Umstand aufmerksam zu machen, der die Lösung des Problems vom Widerstande abermals bedeutend erschwert. Es hatte schon Gauss bei Gelegenheit der Benzenberg'schen Fallversuche ermittelt, dass die freifallende Kugel nicht bloss wegen der täglichen Bewegung der Erde, sondern auch wegen des Widerstandes der Luft aus der Lothlinie ein wenig herausgehe. Dass ein solches Heraustreten aus der eigentlichen Bahn um so mehr bei schräg abgeschossenen Kugeln stattfinden werde, war vorauszusehen und auch wohl den Praktikern bekannt. Aber erst in dem zweiten Viertel dieses Jahrhunderts wurden deswegen Untersuchungen angestellt, und zwar namentlich von dem sächsischen Generallieutenant Herrn v. Rouvroy und von dem Herrn General-Major Otto in Spandau, einem der ersten Schriftsteller auf dem Felde der Ballistik. Besonders hat Otto die Gründe für die Ablenkung der Kugel von ihrer Bahn so evident nachgewiesen, dass die Erscheinung als aufgeklärt zu betrachten ist. Sie rührt namentlich von der Drehung der Geschosse in der Luft her, von dieser so zu sagen artilleristischen Quadratur des Zirkels. Darnach findet „auch für Geschosse von vollkommener Kugelgestalt und auch für ein vollständiges Zusammenfallen des Schwerpunktes mit dem Mittelpunkt noch eine neue Art der Einwirkung der athmosphärischen Luft auf die Geschosse" statt, welche, verbunden mit der von Otto entdeckten Vibration des Geschützlaufes eine nicht unbeträchtliche Ablenkung der Geschosse aus der ursprünglichen Ebene verursachen. Kurz, die Wirkung des Widerstandes der Luft auf die abgeschossene Kugel ist nicht bloss, wie man früher fast allgemein annahm, aufhaltend auf der Bahn, sondern auch ablenkend von der Bahn.

So haben sich im Laufe der Zeit immer neue Verwicklungen für das Problem ergeben. Man kann leider aber nicht sagen, dass mit der Aufstellung neuer Schwierigkeiten, die man früher nicht ahnte oder übersah, die Lösung derselben

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

gleichen Schritt gehalten hat. Und namentlich ist die Ermittelung des wahren Gesetzes für den Luftwiderstand, wie sich derselbe gegen sich drehende Kugeln gestaltet, zu einer der allerschwierigsten Aufgaben geworden, welche die Physik darbietet.

Wenn man nun auch nicht der Meinung mancher Gelehrten beipflichten kann, nach welcher die Theorie vom Widerstande seit Newton nicht viel weiter gekommen sein soll, so muss man allerdings zugeben, dass das Problem im Ganzen und Grossen noch immer der Lösung harrt. Der schon genannte Engländer Robison drückt sich in dieser Hinsicht folgendermassen aus: „trotz der vereinten Bemühungen der ersten Mathematiker Europas ist dies höchst interessante Problem der Mechanik keineswegs vollständig gelöst worden, ja es lasse sich nicht einmal hoffen, dasselbe jemals vollständig erledigt zu sehen".

Aber was ist nicht schon im Laufe der Jahrtausende für unmöglich gehalten worden? Meinte doch, um nur an eins zu erinnern, der ältere Plinius, die Entfernung der Sonne von der Erde auch nur schätzen zu wollen, übersteige die menschlichen Geisteskräfte und sie nun gar messen zu wollen, zeige beinahe von Wahnsinn, [incomperta haec et inextricabilia, nec ut mensura, id enim velle pene dementis est, sed ut tantum aestimatio conjectandi constet animo (H. N. II. 23).] Darum, wenn ich auch, im Gefühl meiner Schwäche, nicht den Muth habe, der ehrenwerthen brieflichen Aufforderung des Generals Otto zu folgen und nachdem ich mich mit dem Problem der Pendelschwingungen und der fallenden Körper beschäftigt habe, nun das ballistische Problem in seiner jetzigen Ausdehnung in Angriff zu nehmen, so werde ich doch fortfahren, durch weitere Berechnungen in der oben angegebenen Weise einen, wenn auch nur kleinen Theil des Riesenproblems aufzuhellen und dabei an Otto's Wort gedenken: „Wem es nicht beschieden ist, durch den Graben in die feindliche Bresche zu gelangen, kann wenigstens helfen, mit seinem Leibe den Graben auszufüllen und seinen Nachfolgern den Weg zu bahnen".

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Schriften der Naturforschenden Gesellschaft Danzig

Jahr/Year: 1869

Band/Volume: NF_2

Autor(en)/Author(s): Gronau J.F.W.

Artikel/Article: Historische Entwicklung der Lehre vom Luftwiderstande 1-28