Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

zu München

1914. Heft II
Mai- bis Julisitzung.

München 1914
Verlag der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth)

Zur Frage der Absorption der Gravitation.

Von **K. F. Bottlinger.**

Vorgelegt von H. v. Seeliger in der Sitzung am 4. Juli 1914.

I. Die Mondbewegung.

Der Versuch, die beobachteten Schwankungen in der Mondbewegung gegen die reine Theorie mit einer Absorption der Gravitation zu erklären, wurde unabhängig von W. de Sitter und mir unternommen[1]).

Beide Untersuchungen stimmten im großen und ganzen überein und zeigten eine gewisse Ähnlichkeit mit den beobachteten Abweichungen der Mondlänge.

In dem Zeitraum von 1830 bis 1866 ließen sie sich vollkommen zur Deckung bringen. Um die Jahre 1866 und 1895 indes traten starke Verschiedenheiten zwischen Beobachtung und Absorptionstheorie auf.

Ich hatte trotz dieses noch unvollständigen Einklanges die Vermutung ausgesprochen, daß die „unexplained fluctuations", wie sie Newcomb nannte, tatsächlich durch Absorption der Gravitation verursacht seien.

Hierdurch angeregt, hatte Herr de Sitter den Gegenstand einer genaueren Untersuchung unterzogen, deren Resultat im wesentlichen folgendes war:

---

[1]) W. de Sitter, Observatory 1912 und Koningklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam 1913. — K. F. Bottlinger, Die Gravitationstheorie und die Bewegung des Mondes. C. Troemer, Freiburg i. B. 1912.

1. Die Art der Störung ist wesentlich unabhängig von der angenommenen Dichteverteilung in der Erde und sehr angenähert eine Sinuskurve von Sarosperiode.

2. Die Mondstörungen, wie sie beobachtet sind, lassen sich nicht durch eine Sinuskurve darstellen, sondern sind viel unregelmäßiger.

3. Die langperiodischen Glieder zeigen weitere Unstimmigkeiten zwischen Theorie und Beobachtung, sind aber doch zu unsicher, um als Beweis zu gelten.

Der Schluß, der hieraus mit Bestimmtheit zu ziehen ist, lautete: Die Absorption der Gravitation ist nicht imstande, die Abweichungen der beobachteten Mondörter von der Theorie zu erklären.

Auf der anderen Seite war nicht von der Hand zu weisen, daß während großer Zeiträume eine Parallelität beider Kurven augenscheinlich war.

Um zu entscheiden, ob eine Absorption der Gravitation wahrscheinlich sei, stellte ich die Frage: Ist es möglich, mit Hilfe der Absorption in den beobachteten Mondörtern die 18jährige Periode zum Verschwinden zu bringen?

Die Untersuchung, die auf Newcombs[1]) Tabellen beruhte, ergab zunächst ein Resultat, das der Absorption günstig schien. Gleich nach Fertigstellung dieses erschien E. Browns[2]) neue Untersuchung, die obiges Resultat völlig illusorisch machte.

Da im folgenden die Frage nach der Existenz der Absorption nach unseren augenblicklichen Kenntnissen erschöpfend erörtert werden soll, muß ich die erwähnten Rechnungen ausführlicher darstellen.

Es handelt sich vor allem darum, möglichst gute Werte für die Störung, welche aus der Absorption der Gravitation auf die Länge des Mondes erfolgt, zu erhalten. Hierfür ist die Entdeckung de Sitters, daß unsere Annahme über die Dichteverteilung im Erdinnern nur von sehr geringem Einfluß sei, wichtig.

---

1) S. Newcomb, Astronomical Papers, Vol. IX, Pt. I und Monthly Notices 69.

2) E. Brown, The Moons longitude. Monthly Notices 73.

Es ist somit gleichgültig, ob man eine der beiden Störungsserien von de Sitter oder meine nimmt.

Inzwischen war mir aber aufgefallen, daß mit der Berechnung der Mondfinsternisse noch nicht der ganze Effekt der Gravitationsabsorption auf die beobachtete Mondlänge gegeben sei.

Auf S. 22 meiner Dissertation[1]) hatte ich erwähnt, daß auch Sonnenfinsternisse das System Erde-Mond beeinflussen müssen, war aber zu dem Schluß gekommen, daß sie vernachlässigt werden können.

Es gibt aber noch eine weitere Wirkung der Sonnenfinsternisse, die mir bisher entgangen war:

Wenn der Mondschatten über die Erde gleitet und die Finsternis nicht genau zentral ist, so muß — wenn Gravitationsabsorption existiert — ein Drehimpuls auf die Erde ausgeübt werden, dessen in die Richtung der Erdachse fallende Vektorkomponente die Rotationsgeschwindigkeit der Erde ändert.

Dies bedeutet aber für uns nichts anderes als eine Änderung des astronomischen Zeitmaßes. Solange diese Änderung zu klein bleibt, um durch Pendeluhren direkt gemessen zu werden, haben wir kein irdisches Mittel, sie nachzuweisen. Dagegen muß ein schnell ablaufendes astronomisches Ereignis, das von der Erdrotation unabhängig ist, eine scheinbare Verfrühung oder Verspätung erleiden.

In dieser Hinsicht ist unser Mond wieder bei weitem das günstigste Objekt, da er sich im Mittel in einer Zeitsekunde um $0\overset{''}{.}55$ bewegt, d. h. eine Verspätung unseres Zeitmaßes um 1^s würde ein scheinbares Vorauseilen des Mondes um $0\overset{''}{.}55$ zur Folge haben.

Eine Änderung der Erdrotation von dieser Größenordnung aber dürfte sich auch nicht mit den besten Pendeluhren nachweisen lassen.

Unter der Annahme, daß das Mondmaterial den gleichen

[1]) Ich werde diese Arbeit im folgenden stets unter „Gravitationstheorie" zitieren.

Absorptionskoeffizienten besitze wie die Erdmaterie, kann man die Größe des erwähnten Effektes im Verhältnis zu der Störung der Mondfinsternisse leicht berechnen, denn sie ist nur noch durch die geometrischen Verhältnisse sowie die Dichte von Erde und Mond bedingt.

Hat man den Einfluß der Sonnenfinsternisse auf die Erdrotation im Zeitmaß bestimmt, so ist diese noch mit — 0.55 zu multiplizieren, um die scheinbare Störung der Mondlänge zu liefern.

Die Berechnung dieses Effektes werde ich im folgenden Kapitel ausführen, während hier gleich das Gesamtresultat erörtert werden soll, das sich für die Mondbewegung ergibt.

Ich verwandte dazu meine Rechnungen der Mondfinsternisse in „Gravitationstheorie", die ich noch für die Erdexzentrizität korrigierte, welche ich dort vernachlässigt hatte, und erhielt so die reelle Störung der Mondlänge[1]).

Ebenso berechnete ich aus den Einzeleffekten der Sonnenfinsternisse durch doppelte Summation und Multiplikation mit —0.55 die scheinbare Störung der Mondlänge. Dann wurden beide Störungen addiert, wobei die in die gleiche Lunation fallenden Sonnen- und Mondfinsternisse als gleichzeitig betrachtet wurden. Die hierbei begangene Ungenauigkeit ist gänzlich belanglos.

Da die Störungskurve eine Zickzacklinie mit Unstetigkeiten in halbjährlichen Intervallen darstellt, die Mondörter aber Mittel über ein Jahr oder noch größere Intervalle sind, wurde jene graphisch ausgeglichen und aus der Mittelkurve die Einzelwerte für die betreffenden Zeitpunkte abgelesen.

Es galt nun den Absorptionskoeffizienten zu bestimmen, für welchen die Kurve beobachtete minus berechnete Mondstörung den glattesten Verlauf zeigte.

---

[1]) Es sei hier bemerkt, daß in Gravitationstheorie p. 57 die Finsternisse am 23. Mai 1910 und 26. September 1912 fehlerhaft berechnet waren. Es soll nämlich in der Kolonne Δn heißen $+7.27$ und $+1.16$ anstatt $+0.73$ und $+0.12$.

Reichte die Absorption zur Erklärung der Mondbewegung aus, so müßten die Werte von $B-R$ auf einer Geraden liegen. Wie aber schon vorher erwähnt, ist es nicht möglich, die Mondstörungen als alleinige Folge der Gravitationsabsorption anzusehen.

Legt man die Newcombschen Mondörter zu Grunde [siehe Tafel, Kurve I], so erhält man das beste Resultat, wenn man den früher von mir angenommenen Absorptionskoeffizienten mit 0.42 multipliziert [II ist die Störungskurve]. Bildet man $B-R$, also I — II, so erhält man (Kurve III) das sehr auffallende Resultat, daß sich die Reste vollständig durch 4 Gerade darstellen lassen, mit Knicken bei 1868, 1875, 1895. Es hat ganz den Anschein, als ob hier plötzliche Änderungen der Mondbewegung aufgetreten seien. Im übrigen aber deutete das völlige Verschwinden der 18jährigen Periode auf das Vorhandensein einer Absorption der Gravitation im etwa halben Betrage der früheren Annahme hin. Die von Professor E. F. van den Sande Backhuizen reduzierten Greenwicher Meridianbeobachtungen zeigten die obenerwähnte Erscheinung allerdings nicht so deutlich (Kurve IV).

Wenn man diesem nun entnehmen konnte, daß wenigstens ein Teil der Mondstörungen durch die Absorption der Gravitation erklärt werden könne und geradezu auf ihr Vorhandensein hindeute, so zeigten die neuesten Untersuchungen von E. Brown (Monthly Notices **73**, 692), daß dieser Schluß gänzlich illusorisch war. Brown hatte, auf der reinen Gravitationstheorie fußend, kleinere Vernachlässigungen der Hansen-Newcombschen Mondtheorie aufgedeckt und eine andere Erdabplattung angenommen als Newcomb, nämlich den Hayfordschen Wert $\frac{1}{297}$, während Newcomb den Wert von Helmert $\frac{1}{298.3}$ verwandt hatte.

So erhält er Korrektionen, die mit denen aus der Absorption folgenden nahezu übereinstimmen. Die Folge davon ist, daß er ohne Absorption fast die gleichen Reste erhält, wie sie sich bei mir ergaben. Wenigstens ist dies für die

Newcombschen Sternbedeckungen sehr auffallend [V stellt die Reste der Newcombschen Okkultationen nach Brown dar]. Die Meridianbeobachtungen mußten noch einige kleinere Korrekturen erhalten und zeigen deshalb ein etwas anderes Aussehen [Kurve VI].

Herrn Brown war hier dieselbe Erscheinung aufgefallen, daß die übrigbleibenden, unerklärten Reste sich durch eine dreifach gebrochene Gerade darstellen ließen. Ein Blick auf die Tafel zeigt dies besonders bei den Meridianbeobachtungen [Kurve VI], ferner ist die große Ähnlichkeit zwischen III und V auffallend.

Brown läßt sich auf eine nähere Erklärung dieser augenscheinlich sprungweisen Änderung der mittleren Bewegung des Mondes nicht ein, gibt aber ausdrücklich ihre Möglichkeit zu.

Es ist aus dem obigen folgendes zu schließen:

Die Brownschen Mondörter zeigen keine Störung mehr, die sich durch eine Absorption der Gravitation erklären ließe. Sollte der von Brown angenommene Wert für die Abplattung der Erde unrichtig sein, so kann trotzdem eine merkliche Absorption existieren, es ist aber unmöglich, sie von den anderen Störungen, die den Knotenumlauf zur Periode haben, zu trennen.

Gegenwärtig spricht in der Mondbewegung nichts mehr für das Vorhandensein einer Absorption.

II. Schwankungen der Erdrotation.

Der Einfluß der Gravitationsabsorption bei Sonnenfinsternissen auf die Erdrotation, der in vorigem schon für die Mondlänge berücksichtigt wurde, soll hier abgeleitet und die Möglichkeiten seines direkten Nachweises näher erörtert werden.

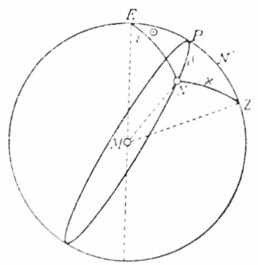


Fig. 1.

Stellt in Fig. 1 der Kreis den Schnitt der Erde mit der Ebene durch ihren Mittelpunkt senkrecht zur Achse Erde-Sonne dar, dann muß der den Impuls einer Finsternis darstellende Vektor in dieser Ebene liegen. Sei E der instantane Pol der Ekliptik im Erdkörper, N der Nordpol, MZ die Impulsrichtung, dann ist ε die Ekliptikschiefe, δ die Sonnendeklination[1]). Ist J die Größe des Impulses der Finsternis, so kommt für die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit nur die Projektion in die Erdachse in Betracht, d. i. $J \cos \varkappa$.

Zur Berechnung von J ist zunächst zu bemerken, daß, wenn die Wanderungsgeschwindigkeit des Mondschattens während der Finsternis als Konstante angenommen wird, nur die in die Bewegungsrichtung des Mondes fallende Komponente des Impulses in Betracht kommt, da die andere Komponente in der ersten und zweiten Hälfte der Eklipse entgegengesetzt gleich ist, ihr Integral also Null wird.

In Oppolzers Kanon der Finsternisse bedeutet N' den Winkel der Mondbahn zur Zeit der Eklipse mit dem Rektaszensionskreise. Dieser aber muß nach obigem identisch sein mit dem Winkel PMZ in Fig. 1. Da NPZ ein rechter Winkel ist, so ist

$$\cos \varkappa = \cos \delta \cos N'.$$

Diese Größe aber ist im Kanon tabuliert.

J ist noch abhängig von der Entfernung der Erde von der Sonne R und von der Wanderungsgeschwindigkeit des Mondes während der Finsternis. Ist diese n, n_0 die mittlere Geschwindigkeit unter Annahme einer kreisförmigen Mondbahn, so wird der Effekt der einzelnen Eklipse auf die Erdrotation

$$\Delta \omega = \frac{n_0}{n} \frac{1}{R^2} \cos \varkappa \, J_0.$$

Hier ist J_0 nur noch Funktion der Zentralität der Finsternis, d. h. des Minimalabstandes der Schattenachse vom Erdmittelpunkt.

---

[1]) Ich habe hier absichtlich eine schiefe Projektion gewählt, EPN und NPZ sind demnach rechte Winkel.

Für die Berechnung der Mondfinsternisse hatte ich in „Gravitationstheorie“ Sonne und Mond als punktförmig betrachtet, was für die dort hauptsächlich ins Gewicht fallenden zentralen Eklipsen wenig ausmachte. Hier dagegen wird J_0 bei zentralen Finsternissen Null und die Hauptwirkung liegt bei den mittelgroßen Finsternissen.

Es ist deshalb wünschenswert, eine genauere Formel für den Impuls aufzustellen.

Die Struktur des Mondschattens kann mit genügender Annäherung als zylindrisch angenommen werden, d. h. die Schattendichte ist bloß Funktion des Abstandes von der Achse. Die äußere Grenze ist der geometrische Halbschattenrand.

Zerlegt man den Schatten in einzelne Lamellen, in der Bewegungsrichtung des Mondes, so gleitet jede Lamelle über eine bestimmte Stelle der Erde hinweg und trifft dabei ein bestimmtes, aus der Erde herausgeschnittenes Blatt. Bezeichnet man das Intensitätsintegral über die ganze Lamelle mit μ, die Masse innerhalb des Blattes des Erdkörpers mit Q, dann ist der Schattenimpuls auf dieses Blatt $\mu \cdot Q$.

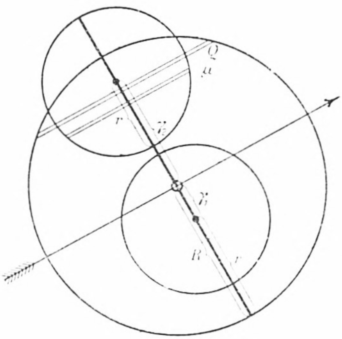


Fig. 2.

In Fig. 2 bedeutet der Kreis mit dem Radius R die Erde, der Pfeil die Bewegungsrichtung des Schattens (relativ zur ruhenden Erde). Die kleinen Kreise entsprechen den Hauptphasen zweier verschieden großer Finsternisse; γ ist der Minimalabstand der Schattenachse vom Erdmittelpunkt.

Hieraus ist ersichtlich, daß das Moment, welches auf das Blatt ausgeübt wird, $Q\mu(\gamma-\varrho)$ beträgt, wo ϱ der Abstand der betreffenden Lamelle von der Schattenachse ist; r ist der Halbmesser des Schattens. Der Gesamtdrehimpuls auf die Erde wird dann

$$J_0 = \text{const.} \int Q\mu(\gamma-\varrho)\,d\varrho.$$

Ist $|\gamma + r| < R$, dann ist die Integration $\gamma - r$ bis $\gamma + r$ zu erstrecken.

Ist $|\gamma + r| > R$, dann ist von $\gamma - r$ bis R zu integrieren.

Q ist von der Dichteverteilung im Erdinnern abhängig. Nimmt man (was am einfachsten ist) nach Wiechert einen Steinmantel und einen Eisenkern an, so hat man zwei übereinander gelagerte Kugeln mit den Radien $R_1 = 1.0$ und $R_2 = 0.8$ und den Dichten $\delta_1 = 1$ und $\delta_2 = 1.5$, deren Wirkungen einfach zu superponieren ist.

μ ist abhängig von der Dichteverteilung in Sonne und Mond. Da beide unbekannt sind, habe ich den geometrischen Schattendurchmesser angenommen, d. i. mit genügender Annäherung der halbe Erddurchmesser und daß der Schatten verursacht sei durch eine gleich große homogene Kugel, bei punktförmiger, unendlich ferner Sonne.

Daraus ergibt sich:

$$Q = \Delta s(R^2 - s^2)$$
$$\mu = \Delta s(r^2 - (s - \gamma)^2),$$

wo $s = \gamma - \varrho$ ist.

Der Impuls wird dann

$$J_0 = \text{const.} \int\limits_{\gamma - r}^{\gamma + r \text{ oder } R} (R^2 - s^2)(r^2 - (s - \gamma)^2)\, s\, ds.$$

Daraus wird für die beiden Fälle:

$$J_{0\,\mathrm{I}} = \text{const.}\ \tfrac{4}{3}\gamma r^3 \left[R^2 - \tfrac{3}{5} r^2 - \gamma^2\right]$$
$$J_{0\,\mathrm{II}} = \text{const.}\ \Big[\tfrac{1}{2}(r^2 - R^2)^3 + \tfrac{1}{15}(10\, R^2 r^3 + 4\, R^5 - 6\, r^5)\gamma - \tfrac{1}{4}(R^4 + 2\, R^2 r^2 - 3\, r^4)\gamma^2 - \tfrac{2}{3}\gamma^3 r^3 + \tfrac{1}{12}(R^2 + 3\, r^2)\gamma^4 - \tfrac{1}{60}\gamma^6\Big].$$

Hier hat man für die äußere Kugel der Erde $R = 1$ für die innere $R = 0.8$, für beide Fälle $r = 0.5$ zu setzen. Entsprechend der größeren Dichte hat man die zweite Funktion mit 1.5 zu multiplizieren und dann zu der ersten zu addieren. $J_0 = J_1 + 1.5\, J_2$.

Naturgemäß ist die Grenze der Gültigkeit zwischen den Funktionen J_{I} und J_{II} für die beiden Erdkugeln an verschiedenen Stellen.

Der Impuls wurde so für verschiedene Werte von γ in Intervallen von 0.1 berechnet von 0.0 bis 1.5, der Grenze für die äußere Erdkugel.

γ	J_0	γ	J_0
0.0	0.0000	0.8	0.5419
0.1	.2600	0.9	.3946
0.2	.4950	1.0	.2544
0.3	.6800	1.1	.1397
0.4	.7933	1.2	.0656
0.5	.8277	1.3	.0215
0.6	.7848	1.4	.0032
0.7	.6828	1.5	.0000

Aus den 16 Werten, die in dieser Tabelle angeführt sind, erhielt ich durch Interpolation mit 2. Differenzen die Funktion in Intervallen von 0.01 für γ, woraus dann die Einzelwerte linear interpoliert wurden, da γ dreistellig berücksichtigt wurde.

So wurden für die Zeit von 1830 bis 1915 die Impulse der Einzelfinsternisse berechnet. Die Konstante war so gewählt worden, daß bei dem in „Gravitationstheorie" angenommenen Werte der Absorptionskonstanten ($\lambda = 3 \cdot 10^{-15}$ im c. g. s. System) die Störung der Erdrotation in Sekunden pro Jahr gegeben sei. Die erste Summation gibt dann die augenblickliche Abweichung der Erdrotation vom Mittelwert an. Die zweite Summation ergibt den fortlaufenden Zeitfehler.

Wenn 2 Finsternisse um bloß eine Lunation voneinander entfernt lagen, so wurden sie zu einer einzigen zusammengefaßt, während im übrigen das Zeitintervall als konstant zu 0.47 Jahren angenommen wurde.

In der folgenden Tabelle sind die Impulse der einzelnen Finsternisse und die erste Summenreihe angeführt[1]).

[1]) Die zweite Summenreihe, die als eine kleine Korrektion bereits bei der Mondbewegung verwandt worden war, ist hier weggelassen.

Epoche	$\triangle\omega$	$\Sigma\triangle\omega$	Epoche	$\triangle\omega$	$\Sigma\triangle\omega$
		$+\,1^{s}.033$			$-\,0^{s}.179$
1829.4	$-\,0^{s}.571$	+ .462	1848.2	$-\,0^{s}.033$	− .212
.8	− .640	− .178	.7	− .024	− .236
30.2	− .022	− .200	49.1	+ .433	+ .197
.7	− .011	− .211	.6	+ .363	+ .560
31.1	+ .386	+ .175	50.1	+ .084	+ .644
.6	+ .329	+ .504	.6	− .024	+ .620
32.1	+ .042	+ .546	51.1	− .369	+ .251
.6	− .074	+ .472	.6	− .193	+ .058
33.1	− .233	+ .239	52.1	− .007	+ .051
.5	− .087	+ .152	.4	− .038	+ .013
34.0	− .002	+ .150	.9	− .188	− .175
.4	− .010	+ .140	53.4	− .387	− .562
.9	− .278	− .138	.9	− .259	− .821
35.4	− .452	− .590	54.4	+ .540	− .281
.9	− .312	− .902	.9	+ .634	+ .353
36.4	+ .710	− .192	55.4	+ .096	+ .449
.9	+ .751	+ .559	.9	+ .028	+ .477
37.3	+ .067	+ .626	56.3	− .623	− .146
.8	+ .025	+ .651	.7	− .442	− .588
38.2	− .715	− .064	57.2	− .274	− .862
.7	− .550	− .614	.7	− .612	− 1.474
39.2	− .172	− .786	58.2	+ .920	− .554
.7	− .427	− 1.213	.7	+ .943	+ .389
40.2	+ .864	− .349	59.1	+ .003	+ .392
.7	+ .846	+ .497	.6	+ .013	+ .405
41.1	+ .002	+ .499	60.1	− .340	+ .065
.6	− .027	+ .472	.5	− .511	− .446
42.0	− .274	+ .198	61.0	− .279	− .725
.5	− .388	− .190	.5	+ .271	− .454
43.0	− .188	− .378	62.0	+ .333	− .121
.5	+ .221	− .157	.5	+ .075	− .046
44.0	+ .173	+ .016	.9	+ .018	− .028
.5	+ .019	+ .035	63.4	+ .061	+ .033
.9	+ .001	+ .036	.9	+ .190	+ .223
45.3	+ .129	+ .165	64.3	+ .287	+ .510
.8	+ .265	+ .430	.8	+ .275	+ .785
46.3	+ .297	+ .727	65.3	− .457	+ .328
.8	+ .273	+ 1.000	.8	− .601	− .273
47.3	− .533	+ .467	66.2	− .046	− .319
.8	− .646	− .179	.8	− .040	− .359

Epoche	$\triangle\omega$	$\Sigma\triangle\omega$ $-0^{s}.359$	Epoche	$\triangle\omega$	$\Sigma\triangle\omega$ $+0^{s}.280$
1867.2	$+0^{s}.445$	+ .086	1886.2	$+0^{s}.205$	+ .485
.7	+ .360	+ .446	.7	+ .177	+ .662
68.1	+ .137	+ .583	87.1	− .580	+ .082
.6	+ .065	+ .648	.6	− .430	− .348
69.1	− .484	+ .164	88.1	− .020	− .368
.6	− .313	− .149	.6	+ .001	− .367
70.1	− .012	− .161	89.0	− .010	− .377
.5	− .007	− .168	.5	− .097	− .474
71.0	− .097	− .265	90.0	− .099	− .573
.5	− .255	− .520	.5	+ .169	− .404
.9	− .184	− .704	.9	+ .336	− .068
72.4	+ .345	− .359	91.4	+ .135	+ .067
.9	+ .491	+ .132	.9	+ .025	+ .092
73.4	+ .123	+ .255	92.3	− .392	− .300
.9	+ .029	+ .284	.8	− .265	− .565
74.3	− .512	− .228	93.3	− .473	− 1.038
.8	− .347	− .575	.8	− .826	− 1.864
75.3	− .379	− .954	94.3	+ .957	− .907
.7	− .749	− 1.703	.7	+ .987	+ .080
76.2	+ .953	− .750	95.2	+ .011	+ .091
.7	+ .992	+ .242	.7	+ .112	+ .203
77.2	+ .005	+ .247	96.1	− .416	− .213
.6	+ .062	+ .309	.6	− .625	− .838
78.1	− .390	− .081	97.1	− .460	− 1.298
.6	− .593	− .674	.6	+ .137	− 1.161
79.1	− .369	− 1.043	98.1	+ .630	− .531
.5	+ .244	− .799	.5	+ .325	− .206
80.0	+ .488	− .311	99.0	+ .055	− .151
.5	+ .176	− .135	.4	.000	− .151
81.0	+ .036	− .099	.9	+ .041	− .110
.4	+ .019	− .080	1900.4	+ .128	+ .018
.9	+ .115	+ .035	.9	+ .165	+ .183
82.4	+ .230	+ .265	01.4	− .227	− .044
.9	+ .238	+ .503	.9	− .400	− .444
83.3	− .353	+ .150	02.3	− .069	− .513
.8	− .518	− .368	.8	− .059	− .572
84.3	− .059	− .427	03.2	+ .376	− .196
.8	− .053	− .480	.7	+ .296	+ .100
85.2	+ .425	− .055	04.2	+ .283	+ .383
.7	+ .335	+ .280	.7	+ .287	+ .670

Epoche	$\triangle\omega$	$\Sigma\triangle\omega$	Epoche	$\triangle\omega$	$\Sigma\triangle\omega$
		$+0^s.670$			$+0^s.013$
1905.2	$-0^s.650$	$+.020$	1910.4	$+0^s.018$	$+.031$
.7	$-.527$	$-.507$	.8	$-.273$	$-.242$
06.1	$-.030$	$-.537$	11.3	$-.198$	$-.440$
.5	$-.002$	$-.539$	.8	$-.538$	$-.978$
07.0	$+.073$	$-.466$	12.3	$-.842$	-1.820
.5	$+.051$	$-.415$	.8	$+.922$	$-.898$
08.0	$-.009$	$-.424$	13.3	$+.937$	$+.039$
.5	$+.043$	$-.381$	.7	$+.023$	$+.062$
09.5	$+.278$	$-.103$	14.2	$+.161$	$+.223$
.9	$+.116$	$+.013$	.7	$-.415$	$-.192$

Für die frühere Gravitations-Absorptions-Konstante würde also die Rotationsgeschwindigkeit um etwa 2 Sekunden pro Jahr schwanken müssen und zwar betrüge die Periode etwa 4.5 Jahre, nämlich $\frac{Saros}{4}$.

Der Betrag von 2 Sekunden wäre zu klein, um selbst von der besten Pendeluhr angezeigt zu werden und überdies ist die wahre Absorption, wenn vorhanden, wesentlich kleiner als die oben angenommene. Somit wäre auch die Methode, eine Reihe der besten Pendeluhren zu untersuchen und die Gänge zu mitteln und dann noch einige der Perioden zu mitteln recht wenig aussichtsreich.

Ferner könnte man etwa analog den Schweremessungen im luftleeren Raum freischwingende Pendel beobachten und zwischen Zeitbestimmungen größerer Intervalle einzuschließen. Im Laufe einiger Jahre könnte man auf diese Weise vielleicht Änderungen der Erdrotation angedeutet finden, wofern die Pendellänge als genügend konstant angenommen werden kann.

Doch dürften sich derartige Untersuchungen kaum lohnen, solange keine besonderen Andeutungen für die Existenz der Gravitationsextinktion da sind; und aus der Mondbewegung kann man, wie bemerkt, nichts derartiges mehr schließen.

III. Der Marsmond Phobos.

In „Gravitationstheorie“ p. 27 hatte ich erwähnt, daß der Marsmond Phobos am ehesten einen Beweis für die Absorption liefern könnte. Im Jahre 1911 war von H. Struve eine neue Arbeit erschienen „Über die Lage der Marsachse und die Konstanten des Marssystems“ (Sitzungsber. der K. Preußischen Akademie der Wissenschaften).

Durch diese Arbeit war es möglich, die Frage sofort zu beantworten.

Es war nach „Gravitationstheorie“ p. 9 die Störung einer Eklipse auf die mittlere Bewegung

$$\Delta n = -\frac{3\,e\sin v}{a\sqrt{1-e^2}}\,J.$$

Ich will nun den Impuls J' einer Phobosverfinsterung, verglichen mit einer Maximaleklipse des Erdmondes, bestimmen.

Der Abstand des Phobos vom Marsmittelpunkt ist 2.70 Planetenradien. Daraus ergibt sich, daß der Mond bei 21°6 Abstand vom Gegenpunkt der Sonne an der Schattengrenze steht; $\frac{1}{2.70} = \sin 21{.}^\circ 6$.

Aus der Umlaufszeit des Mondes zu $7{.}^\mathrm{h}65$ ergibt sich für eine zentrale Eklipse die Dauer

$$t' = \frac{7{.}^\mathrm{h}65 \times 2 \times 21{.}^\circ 6}{360^\circ} = 0{.}^\mathrm{h}92 = 55^\mathrm{m}.$$

Die Maximaldauer einer Erdmondeklipse ist $t = 224^\mathrm{m}$,

$$\therefore\; t' = 0.25\,t.$$

Die Sonnenkraft ist in Marsentfernung nur 0.43 des Wertes bei der Erde.

Die Dichte des Mars 0,69 (Erde = 1).

Der Durchmesser 0.54 „

Somit ist der Impuls einer Zentralfinsternis

$$J' = 0.25 \times 0.43 \times 0.69 \times 0.54\,J = 0.040\,J.$$

Nun treten aber bei 67 % aller Umläufe Finsternisse auf, d. h. bei 1140 Umläufen im Jahr 760 Eklipsen, von denen etwa 60 % die Halbdauer von 27^m überschreiten, denen $^1/_4$ des Maximalimpulses zukommt.

Man dürfte angenähert richtig schätzen, wenn man annimmt, daß auf 30 % aller Umläufe eine Maximaleklipse komme, das sind 342 im Jahr oder der Impuls ist 13.6 J pro Jahr.

Stünde das Periastron der Phobosbahn im Raume fest, so würden die Finsternisse während eines halben Marsjahres in gleichem Sinne wirken und dann für ebensolange ihr Vorzeichen umkehren. Hätte das Periastron einen Umlauf von der Dauer des Marsjahres, so würden sich alle Finsterniswirkungen säkular akkumulieren. Nun ist nach H. Struve die jährliche Säkularbewegung des Phobosperiastrons 158°, der Mars legt im Jahr 191° zurück, so daß in 10.9 Jahren der Mars einen Umlauf mehr macht als das Phobosperiastron.

Die Wirkungsperiode der Finsternisse ist demnach 10.9 Jahre.

Die Störung der mittleren Bewegung war

$$\Delta n = -\frac{3\,e \sin v}{a\sqrt{1-e^2}}\,J.$$

Da Δn bei der Erde im Maximum 2″ betrug (unter Annahme des in „Gravitationstheorie“ verwandten Absorptionskoeffizienten, $\frac{e}{a}$ etwa $14\,\frac{e}{a}$ (Erde) beträgt, kann man für den günstigen Fall, daß $\sin v$ nahe 1 liegt, als Störung der mittleren Bewegung pro Jahr annehmen $14 \times 13.6 \times 2'' = 380''$, welche Kraft nach dem Sinusgesetz in 10.9 Jahren oszillieren möge. Die Amplitude wird dann $\pm 380''\left(\frac{10.9}{2\pi}\right)^2 = 1140''$ so daß die Gesamtschwankung $2280'' = 0\overset{\circ}{.}6$ betragen müßte. Die größte negative Kraft, d. i. durch doppelte Integration die größte positive Längenstörung, tritt auf, wenn die Länge des Phobosperiastrons 90° größer ist als die areozentrische Länge der Sonne. Nach den Elementen von Struve war dies etwa 1894.5 der Fall.

Reduziert man die von Struve (l. c. p. 1071) mit der verbesserten mittleren Bewegung auf die Epoche 1894 Okt. 0.0 umgerechnete Phoboslänge l_0 auf eine Periode von 10.9 Jahren, so erhält man in der Tat eine Anordnung der Werte, daß man eine Sinuslinie hindurchziehen könnte; besonders wird dies deutlich, wenn man benachbarte Phasen zusammenfaßt. Indessen zeigt sich 1895 ein Minimum, während die Theorie ein Maximum erwarten ließe.

Betrachtet man die Einzelwerte von l_0, so zeigt sich, daß die Abweichung vom konstanten Mittelwert $296\overset{\circ}{.}40$ nur bei 2 von 9 Werten den mittleren Fehler überschreitet, sonst meist beträchtlich darunter bleibt.

Aus den Phobosbeobachtungen ist also das gleiche, wie jetzt aus der Mondbewegung zu schließen, daß auf das Vorhandensein einer Gravitationsabsorption im ungefähren Betrage des früher vermuteten Wertes nichts hindeutet.

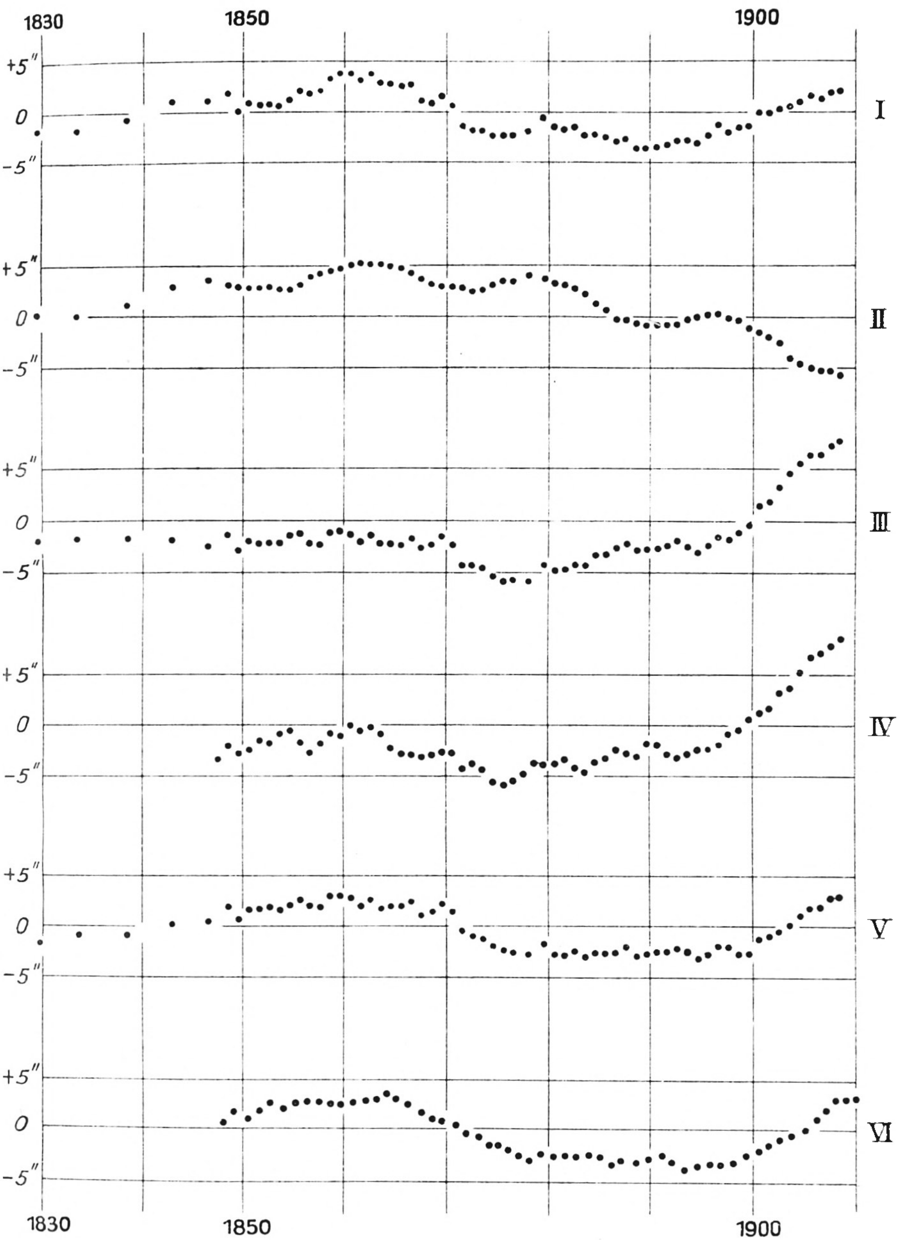
IV. Die übrigen Nachweismöglichkeiten.

Zu demselben Resultat führen die Lotschwankungen, auf die ich „Gravitationstheorie" p. 47 hingewiesen habe. Nach einer brieflichen Mitteilung von Herrn Dr. Schweydar haben 2 in Freiberg i. S. 200 Meter unter Tag aufgestellte Pendel während 3 Jahren keine auf Absorption hinweisende Störung gezeigt.

Ein anderer Weg zur Untersuchung, auf den bisher noch nicht hingewiesen wurde, der aber vielleicht lohnen würde, sobald die Greenwicher Beobachtungen des Mondes mit der neuen Theorie von Brown in kleineren Zeitintervallen verglichen vorliegen, wäre der Nachweis der Wirkung der einzelnen Finsternis auf die Mondbewegung. Da die einzelne Eklipse verglichen mit der Gesamtwirkung eine sehr große Störung hervorruft, so könnte durch geeignete Zusammenfassung aller positiven und aller negativen Δn-Werte über mehrere Jahrzehnte eine sehr viel größere Genauigkeit erreicht werden als auf irgend einem anderen Wege.

Wenn auch nach obigem in unseren Beobachtungen nichts mehr vorhanden ist, was auf eine Absorption der Gravitation hindeutet, sondern die ungestörte Newtonsche Formel noch immer gültig ist, so sollten wir doch die Möglichkeit einer solchen Absorption, wenn auch in wesentlich geringerem Grade zugeben und wenn sich unerklärte Erscheinungen zeigen, dürfte der Versuch stets interessant sein, sie auf solchem Wege zu erklären.

Neuenburg (Schweiz), 9. Juni 1914.


1830
1850
1900
+5″
0
−5″
I
II
III
IV
V
VI