

## I. Die bisherigen Versuche, Mathematik auf volkswirtschaftliche Fragen anzuwenden.

Von Dr. G. Helm.

Die allgemeine und umfassende Bedeutung, welche der Mathematik für das weite Gebiet der exacten Wissenschaften zukommt, liegt nicht sowohl in den einzelnen Kenntnissen, welche aus mathematischer Forschung erwachsen, als vielmehr in der Methode mathematischer Untersuchungen. Die Methode der Abstraction vorzüglich, welche zwar schon bei jeder Begriffsbildung angewendet wird, tritt doch nie so rein hervor und führt nie zu so scharfer Analyse, ist auch nie so fruchtbar geworden, als da, wo sie auf Begriffe angewendet wurde, die der Grössenauffassung zugänglich sind. So wird z. B. der trübe Aehnlichkeitsbegriff der Umgangssprache auf einer frühen Stufe geometrischer Bildung der Zufälligkeiten entkleidet, die ihm gemäss seinem Ursprunge aus alltäglichen Erfahrungen anhaften, und in der Anwendung auf die einfachen planimetrischen Gebilde zu dem reinen Beziehungsbegriffe geläutert, der so weittragende Folgerungen zulässt. Auf dieser mathematischen Methode beruht der Anspruch der Mathematik auf die centrale Stellung in der modern-realistischen Bildung — auf dieselbe Stellung, welche in der scholastischen Bildung des Mittelalters der Logik, in den sprachlich-humanistischen Bildungsformen unseres und der vorangehenden Jahrhunderte der Grammatik zufällt.

Um den geistigen Blick auf diese Bedeutung der Mathematik für die exacten Wissenszweige zu richten, scheint nichts geeigneter, als die mannichfachen, hier- und dorthin tastenden Versuche zu erörtern, welche unternommen wurden, um die Volkswirtschaftslehre mathematischer Behandlung zugänglich zu machen. Die theoretisch schönen, wenn auch nach der Seite praktischer Verwendung noch recht bescheidenen Erfolge, klären, wie mir scheint, nicht weniger das Urtheil über die Tragweite angewandter Mathematik, als die Misserfolge und Irrthümer, die hier untergelaufen sind. Es erinnern diese Anfänge mathematischer Volkswirtschaft in vielen Stücken an das grosse Beispiel inductiver Methode, welches das 17. Jahrhundert gezeitigt hat, an die ersten Anfänge mathematischer Behandlung der Bewegungserscheinungen. Vielleicht blickt man einst auf die Begründer mathematischer Volkswirtschaftslehre zurück, wie wir jetzt auf Galilei, vielleicht auch nur wie auf Archimedes' oder Stevin's mechanische Versuche, — mehr mit psychologischem Interesse die geistvollen Gedanken bewundernd, als darin die historische Begründung einer neuen Wissenschaft verehrend.

1. Der heut zu Tage dem ganzen Volke gemeinsame Theil mathematischer Bildung, das gemeine Rechnen, nimmt vielfach Bezug auf wirth-

schaftliche Beziehungen, da es ja mit dem Nebenzwecke geübt wird, diese den Schülern verständlich zu machen. Aber die volkswirtschaftlichen Erfahrungen, die es verwerthet, laufen doch nur auf drei Sätze hinaus: der Preis einer theilbaren Waare ist der gehandelten Menge proportional; der Ertrag eines Capitals ist dem Capital und der Zeit proportional; und etwa noch: die Arbeitsleistung ist der Arbeitsdauer proportional. Aus diesen linearen Beziehungen lassen sich selbstverständlich durch Einführung allgemeiner Zahlen Formeln aufbauen von unter Umständen recht verwickelter Gestalt. So giebt es volkswirtschaftliche Schriften, die ein mathematisches Aussehen gewinnen, weil sie beispielsweise den Ertrag der Arbeit zwischen Arbeiter und Capitalist nach irgend einer Norm vertheilen und die Theilwerthe in algebraischer Allgemeinheit darstellen. Mathematisch ist dabei aber nichts geleistet, was im geringsten über die eben angeführten Sätze des gemeinen Rechnens hinausführte, die mathematische Analyse der Begriffe ist in nichts gefördert.

Auch die nächste Stufe mathematischer Anwendungen auf wirtschaftliche Fragen, wie sie durch Finanzwissenschaft und Versicherungswesen dargestellt wird, zieht nur noch einen Satz zu den eben aufgeführten: Der Ertrag eines Capitals ist wieder Capital. Der Capitalswerth wächst nun nicht mehr linear mit der Zeit, sondern nach einem polygonalen Zuge.\*)

2. Unter den hervorragenden älteren Volkswirtschaftslehrern ist einer, der sich der mathematischen Methode weitergehend und zielbewusst bedient, v. Thünen (geb. 1783, gest. 1850). Wenn man erwägt, welche hohe Bedeutung für die Verwendung mathematischer Methoden der Beobachtung zukommt, weil sie allein die festen Erfahrungsgrundlagen für die Abstractionen liefern und sie allein entscheiden kann, ob die angewendete Abstraction nur das für die jeweilige Fragestellung Unwesentliche ausser Betracht gelassen hat, — wenn man diese Tragweite des beobachtenden Verfahrens bedenkt, so verdient v. Thünen schon deswegen hier genannt zu werden, weil er sich in ausgezeichneter Weise einer Beobachtungsmethode bedient, die neben der statistischen als die Individualmethode bezeichnet werden könnte. Die langjährigen Erfahrungen, die er bei der Bewirthschaftung seines mecklenburgischen Landgutes Tellow machte, hat er in sorgsamer und umsichtiger Art zahlenmässig gebucht und für verschiedene volkswirtschaftliche Fragestellungen geschickt ausgenutzt.

Welche Kraft und Schärfe aber seine mathematische Abstraction besitzt, das sieht man vorzüglich da, wo er es unternimmt, die Frage zu erledigen, bei welcher Entfernung vom Absatzgebiete die eine oder andere Bewirthschaftungsform des Bodens die geeignetste ist.\*\*\*) Die Zweckmässigkeit einer Bewirthschaftungsweise hängt noch von anderen Umständen ab, als dem in Frage gestellten, von Bodengüte, Neigung des Geländes, Concurrenz. Wie verfährt v. Thünen, um sein Ziel rein vor sich zu sehen? Er denkt sich einen Staat mit überall ebenem Boden von überall gleicher Güte, isolirt von anderen Staaten durch eine culturfähige Wildniss, einen Staat

\*) Von den mathematischen Erörterungen, die durch die Wahrscheinlichkeiten für menschliches Sterben und Zusammenleben im Versicherungswesen erforderlich werden, sehe ich hier ab, weil sie nicht volkswirtschaftlicher Natur sind, sondern dem allgemeineren Gebiete der Sociologie angehören.

\*\*) Thünen, Der isolirte Staat in Beziehung auf Landwirthschaft und National-öconomie. Rostock 1842, 1850, 1863.

mit nur einer Stadt. Und nun entwickelt Thünen in geometrischer Anschaulichkeit, wie um diese Stadt sich die verschiedenen Bewirthschaftsarten in concentrischen Ringen ausbilden werden, von der freien Wirthschaft an bis zur Viehzucht auf Weideland. Er vernachlässigt also — wie der Mechaniker, der zunächst die Widerstände ausser Ansatz lässt — die Umstände, welche nicht in Frage gestellt sind, ganz so, als wären diese Umstände überhaupt nicht vorhanden. Wenn auch diese Abstraction immer die Methode wissenschaftlicher Nationalöconomie gewesen ist, so ungetrübt tritt sie doch selten auf wie bei Thünen und nirgends sonst in mathematischer Zuspitzung.

Berühmter noch, aber weniger glücklich, ist der andere mathematische Versuch Thünen's, den „naturgemässen“ Arbeitslohn zu bestimmen. Bezeichnet, in irgend einer Einheit gemessen, in Scheffel Roggen oder in Mark,  $p$  den auf einen Arbeiter entfallenden Arbeitsertrag,  $a$  den nothwendigen Lebensunterhalt des Arbeiters,  $a + y$  den Lohn, also  $p - (a + y)$  den Gewinn des Capitalisten, und würde der auf einen Arbeiter kommende Theil des Capitals bei diesem Lohnstande durch  $q$  Jahresarbeiten erzeugbar sein, so dass  $Q = q(a + y)$ , dann ist der Zinsfuss  $\frac{p - (a + y)}{q(a + y)}$ . Legt der Arbeiter seinen Lohnüberschuss  $y$  zinsbar an, so zeigt sich, dass er nicht allein an hohem Lohn  $y$ , sondern auch an hohem Capitalgewinn  $p - (a + y)$  Interesse hat, denn sein Zinsertrag ist

$$\frac{p - (a + y)}{q(a + y)} \cdot y.$$

Spart aber der Arbeiter  $q'$  Jahresarträge zu einem Capital  $q'y = Q = q(a + y)$ , um selbst einen Arbeiter zu beschäftigen und den Capitalgewinn von dessen Arbeit zu geniessen, so bringt ihm jede seiner früheren Jahresarbeiten wieder

$$\frac{p - (a + y)}{q'} = \frac{p - (a + y)}{q(a + y)} \cdot y$$

ein. Er hat also, mag er sein Geld zinsbar anlegen oder selbst Unternehmungen beginnen, ein Interesse daran, dass sowohl der Arbeitslohn, als der Capitalgewinn nicht zu tief stehen, es giebt eine für ihn günstigste Theilung des Arbeitsertrages zwischen Arbeiter und Capitalist, die, bei welcher obiger Ausdruck ein Maximum wird. Das ist der Fall, wenn

$$a + y = \sqrt{a \cdot p}$$

und diesen Werth nennt Thünen den naturgemässen Arbeitslohn.

Diese Entwickelung ruht auf Annahmen, welche nur an der Grenze des isolirten Staates ganz erfüllt sind, dort wo die Grundrente noch 0 ist, wo der Arbeiter wirklich Freiheit hat, ob er seine Ersparnisse zinsbar anlegen oder mit ihnen selbst auf Urbarmachung des Landes ausgehen will, wo also die Scheidung von Capitalist und Arbeiter fast nur theoretische Bedeutung hat. In den modernen socialen Verhältnissen bleibt von den Grundlagen des Thünen'schen Gedankenganges nur das bestehen, dass der Arbeiter nicht ganz ohne Interesse an der Erhaltung des Capitalertrages ist, da er ja allerdings in Sparcassen als ausleihender Capitalist, in Genossenschaften, Gemeinde und Staat durch seine Beiträge und Steuern als Unternehmer betheiligt ist, aber freilich wie ganz anders als in den einfachen Verhältnissen, die Thünen's Erörterung vorschweben. Es ist hier

nicht der Ort, die volkwirtschaftlichen Einwände gegen Thünen's Schlüsse im einzelnen darzulegen; es genügt, an dieser Stelle hervorzuheben, dass weder die Erfahrung sein Ergebniss bestätigt, noch dasselbe auf einer vor aller Einzelerfahrung zugestandenem Idee beruht. Schon in einem frühen Stadium mechanischer Kenntnisse sind verhältnissmässig verwickelte Fälle mathematisch klar gelegt worden, so von Archimedes Hebel und Auftrieb, von Stevin die schiefe Ebene, — aber da baute sich die Untersuchung stets auf einem allgemein anerkannten Princip auf und stützte sich durch die Erfahrung.

3. Wie mit Galilei die mechanische Forschung dieses mehr gelegentliche Ergreifen mathematischer Zusammenhänge verlässt und mit der Analyse des Bewegungsbegriffs ihre allgemein gültige Grundlage gewinnt, so sind denn auch nach Thünen Versuche unternommen worden, den fundamentalen Begriff der Volkswirtschaftslehre, den Werthbegriff, mathematischer Analyse zu unterwerfen. Walras und Jevons gingen gleichzeitig von verschiedenen Ausgangspunkten her auf dieses Ziel los\*); aber als sie die Hauptgesichtspunkte gewonnen hatten, mussten Beide erkennen, dass schon vor ihnen ein Anderer desselben Weges gewandelt war, ein einsamer, vergessener Mann, Hermann Heinrich Gossen.\*\*). Sein Name bedeutet einen jener dunklen Punkte in der Geschichte der exacten Wissenschaften, wie sie durch die Namen Hermann Grassmann, Robert Meyer gekennzeichnet werden: ein origineller Denker war zu originell, als dass die herrschende Schule seine Ergebnisse hätte würdigen, seine Methode hätte verstehen können. „Dieser Misserfolg“ — schrieb Gossen's Neffe Kortum\*\*\*) nach der wissenschaftlichen Wiederentdeckung des Oheims an Walras — „dieser Misserfolg ist nicht überraschend in einem Lande, wo trotz der Reihe grosser Mathematiker, auf die es stolz sein kann, von Euler bis Riemann und Weierstrass, die mathematische Bildung über die Kreise der Astronomen und Physiker von Fach und über eine kleine Zahl von Ingenieuren hinaus keineswegs verbreitet ist und wo heute noch der Anblick einer Formel die Mehrzahl Ihrer Collegen in die Flucht schlägt, obschon in dieser Hinsicht doch die Lage anfängt sich zu bessern.“ (Man muss allerdings zu einiger Entschuldigung der Zeitgenossen Gossen's einräumen, dass seine mathematische Darstellungsweise an Schwächen leidet, die es dem Leser recht erschweren, dem Verfasser zu folgen.) Wie musste der völlige Misserfolg seiner Arbeit einen Mann schmerzen, der in der Vorrede seine Ergebnisse mit denen eines Kopernikus vergleicht.

Einen Kopernikus möchte ich Gossen nicht nennen; aber ein Grundzug Galilei'schen Denkens ist unverkennbar bei ihm. Wie Galilei die Begriffe Stetigkeit, Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung, die trübe im Bewegungs-

\*) Walras, *Théorie mathématique de la richesse sociale*. 1883.

—, *Mathematische Theorie der Preisbestimmung wirthschaftl. Güter*. 1881.

Jevons, *The theory of political economy*. 1879.

\*\*\*) Geboren 1810 zu Düren bei Köln. Auf den Wunsch seines Vaters Jurist geworden, verliess er nach dessen Tode 1847 den Staatsdienst und arbeitete in Köln sein Buch aus, das unter dem Titel „Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs und der daraus fliessenden Regeln für menschliches Handeln. Vieweg 1854“ erschien. Er starb 1858 zu Köln. Vergl. Léon Walras, *Un économiste inconnu* im *Journal des Economistes* (4), 29; 1885.

\*\*\*)) Nach Walras' Bericht a. a. O.

begriffe des Alltags durch einander schwimmen, scheidet und so der geistigen Beherrschung erst zugänglich macht, so zerlegt Gossen den Werthbegriff in seine Elemente.

Es verwende Jemand 600 Mark auf Wohnungsmiethe. Durch Vermehrung seines Einkommens sieht er sich in der Lage, 800 Mark demselben Zwecke zuwenden zu können, wobei ich annehme, dass nur die Nützlichkeit und Behaglichkeit der Wohnung, nicht andere Gründe, wie erhöhte Standeserfordernisse, Vermehrung der Familie, für ihn entscheidend seien. Wenn er durch abermalige Einkommenszunahme in den Stand gesetzt wird, eine Wohnung für 1000 Mark zu miethen, wird er gewiss dies nicht ebenso leicht thun, als er seine Wohnungsbedürfnisse auf 800 Mark erhöhte. Er wird vielmehr vorziehen, die neue Einkommensvermehrung zur Erhöhung seiner Ausgaben für persönliche Bedürfnisse oder zur Sicherstellung seiner Zukunft zu verwenden: die zweite Erhöhung seiner Wohnbehaglichkeit um 200 Mark hat für ihn nicht denselben Reiz als die erste.

Noch auffälliger ist das, wenn man extreme Fälle in's Auge fasst. Nur 100 Mark auf Wohnung zu verwenden, genügt in der Grossstadt kaum, um sich und den Seinen nur die grössten Zwecke der Wohnung zu befriedigen, Schutz vor den Unbilden der Witterung zu verschaffen u. dergl. Jedes folgende Markhundert befriedigt minder dringliche Bedürfnisse.

Oder: Wer an Fleischgenuss gewöhnt ist, für den ist ein gewisses Quantum Fleisch pro Woche ein sehr dringliches Bedürfniss. Jedes weitere Kilogramm hat für ihn geringeren Reiz, ja ein sehr grosses Quantum zu consumiren, ist unmöglich, Ekel hält schliesslich davon ab.

Besitzt also Jemand das Quantum  $q$  eines Gutes, so legt er dem Besitze noch einer weiteren Einheit einen Nützlichkeitsgrad, eine Dringlichkeit oder Werthschätzung  $J=J(q)$  bei, die eine abnehmende Function von  $q$  ist. Stellt man  $J$  als Ordinate zur Abscisse  $q$  dar, so erhält man eine fallende Nützlichkeitscurve, deren Gesamtfläche

$$E = \int_0^Q J(q) \cdot dq$$

die gesammte Nützlichkeit, den Gesamtnutzen oder Gebrauchswerth des Quantums  $Q$  darstellt. (Wie erinnert das an Galilei, der die Geschwindigkeit in solcher Weise als Function der Zeit darstellt und in der unter der Geschwindigkeitscurve liegenden Fläche den zurückgelegten Weg erkennt. Wie er nur den Fall linearer Abhängigkeit näher erörtert, so legt auch Gossen seinen weiteren Betrachtungen die Annahme  $J = a - bq$  zu Grunde).

Ein oft vorgebrachter Einwand wider diese Betrachtungsweise und wider mathematische Volkswirtschaftslehre überhaupt ist der, dass  $J$  als subjective Meinung und Schätzung sich der Messung entziehe. Aber da liegt ein Irrthum! Auch von der Geschwindigkeit eines Geschosses, eines Planeten, einer Molekel, von Lichtstärke, Kraft hat man reden müssen, bevor man eine klare Vorstellung hatte, wie denn diese Dinge genau zu messen seien; die Messungsmethode ist meist erst das Ergebniss der mathematischen Untersuchungen. Zunächst ist nur nöthig, dass die betrachteten Begriffe der Grössenauffassung zugänglich sind und das steht bei Werthschätzungen von vornherein ausser Zweifel.

Dass die Dringlichkeit eine fallende Function des consumirten Quantums ist, erinnert an das psychophysische Gesetz, wonach bei einfachen Sinnesreizen auch der Empfindungszuwachs eine fallende Function des Reizes ist. Es scheint sich also diese Eigenschaft der Nervenerregung auch auf die Thätigkeit der höheren Nervencentren zu übertragen, die bei der Beurtheilung des Werthes in Wirksamkeit treten.

4. Diese einfache Grundanschauung des Werthbegriffs zeigt ihre Tragweite sogleich, wenn man sie auf den Tausch anwendet. Es möge der Besitzer I über die Menge  $M_1$  einer Waare verfügen und mit dem Besitzer II, welcher die Menge  $M_2$  einer anderen Waare hat, in Tausch treten. Nach dem Tausche besitzt I von der ersten Waare noch  $M_1 - x$ , von der zweiten  $y$ ; dagegen hat II nach dem Tausche  $M_2 - y$  von der zweiten,  $x$  von der ersten Waare. Jeder ist befriedigt, wenn ein weiteres Eintauschen des Quantums  $dx$  gegen  $dy$  seinen Gesamtnutzen nicht mehr erhöht, also wenn

$$J_1(M_1 - x) \cdot dx = J_1(y) \cdot dy \quad \text{und} \quad J_2(x) \cdot dx = J_2(M_2 - y) \cdot dy,$$

wobei  $J_1$  die Dringlichkeit nach der Meinung des ersten,  $J_2$  nach der des zweiten Besitzers bezeichnet. Die letzten noch eingetauschten Mengen müssen gleiche Nützlichkeit bieten. Das Mengenverhältniss, in welchem getauscht wird,  $dy : dx$  heisst der Preis  $p$  der einen Waare gegen die andere. Nun herrscht zu gleicher Zeit auf gleichem Markte für alle Theile einer Waare gleicher Preis (Indifferenzgesetz von Jevons), so dass durch Integration folgt

$$p = \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}.$$

Hiernach ergeben sich die getauschten Quantitäten und der Preis aus dem Gleichungssystem

$$\frac{J_1(M_1 - x)}{J_1(y)} = \frac{y}{x} = p = \frac{J_2(x)}{J_2(M_2 - y)}.$$

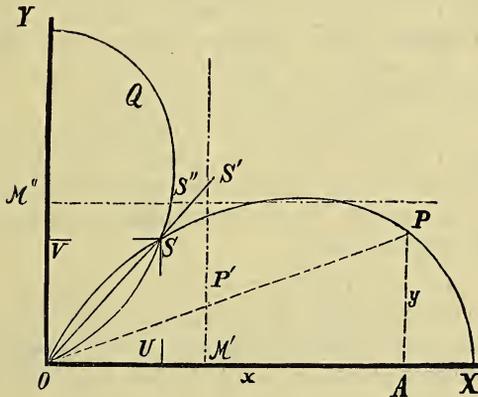
Die getauschten Mengen verhalten sich umgekehrt wie ihre Schlussdringlichkeiten, d. h. wie die Dringlichkeiten weiterer Vermehrung um die Einheit. Hier tritt uns neben dem oben analysirten Gebrauchswerth der Tauschwerth oder Handelswerth einer Waare gegen eine andere entgegen, der durch den Preis der Einheit bestimmt ist. Er stellt sich als ein abgeleiteter Begriff dar, abgeleitet aus dem Compromiss, das verschiedene Besitzer, geleitet durch ihre in den Nützlichkeitscurven ausgedrückten Meinungen über den Gebrauchswerth mit einander schliessen. Der Preis ist ein Verhältniss, die Dringlichkeit erscheint eindimensional, der Gesamtnutzen von 2 Dimensionen, Dringlichkeit und Menge.

So wird der gemeine Werthbegriff in verschiedene wissenschaftliche Begriffe zerlegt, ganz entsprechend dem Wärmebegriff der Physik: Die gewöhnliche Redeweise „dieser Körper ist warm“ bezeichnet ein Verhältniss, nämlich das Verhältniss seiner Temperatur zu der unserer Körperoberfläche; weiter aber versteht man unter Wärme die Temperatur und endlich die Wärmeenergie, jene eindimensional, diese eine Flächengrösse, deren Dimensionen Temperatur und Entropie sind.

Jevons hat auf die schöne Analogie hingewiesen, die zwischen dem Tausch- und dem Hebelgesetz besteht. Die Schlussdringlichkeiten  $J$  ent-

sprechen den Kräften, die Nützlichkeiten  $J \cdot dx$  der letzten getauschten Mengen den Arbeiten, die Producte  $x \cdot J$  den Momenten, das Verhältniss der getauschten Mengen dem Verhältniss der Hebelarme. Das Verfahren des Marktes durch Hausse und Baisse den Preis zu bestimmen, entspricht der experimentellen Schwerpunktsermittlung. Einer Reduction der Kräfte auf gleiche Hebelarme entspricht es, wenn man alle Waarenmengen nach gleichem Maassstabe bemisst, nach Mark. Jede letzte Mark, welche man auf Beschaffung einer Waare verwendet, muss dieselbe Nützlichkeit erzeugen. Denn kostet von der Menge  $x$  jede Einheit  $p_x$  Mark, so ist die für eine Mark erworbene Nützlichkeit  $J(x) : p_x = J'(\xi)$  und weil  $x \cdot p_x = \xi$  das auf die Waare verwendete Geld darstellt, ist  $J(x) \cdot dx = J'(\xi) \cdot d\xi$ . Wer auf die Menge  $y$  einer anderen Waare vom Einheitspreis  $p_y$  ebensoviel Geld  $\eta = y \cdot p_y = x \cdot p_x = \xi$  verwendet, wie er auf  $x$  verwendet hat, schätzt die für 1  $\mathcal{L}$  erworbene Nützlichkeit  $J(y) : p_y = J'(\eta)$ , und da  $J(y) \cdot dy = J'(\eta) \cdot d\eta$ , schätzt er  $J'(\xi) = J'(\eta)$ .

5. Der Tausch ist Walras' Ausgangspunkt. Walras beginnt seine Betrachtung bei der oben aus der Gossen'schen Werththeorie hergeleiteten Thatsache, dass jeder der Besitzer I und II die Menge  $x$  bez.  $y$ , welche er anbietet und die von ihm nachgefragte Menge  $y$  bez.  $x$  nach dem Verhältniss  $y : x$ , dem Preise bemisst. Trägt man zur Abscisse  $OA = x$  als Ordinate  $AP = y$  auf, so dass  $OP$  auf der im Abstände 1 zur Ordinatenachse gezogenen Parallelen den Preis  $M'P' = p$  von  $x$  gegen  $y$  abschneidet, so ergibt sich die den Bedürfnissen des Besitzers II entsprechende Curve  $OPX$  des Angebots von  $y$  und der Nachfrage nach  $x$ . Construiert man



in entsprechender Weise die den Wünschen des Besitzers I entsprechende Curve  $OQY$ , wobei  $OP$  auf der zur  $X$  Achse im Abstand 1 gezogenen Parallelen den Preis  $1 : p$  von  $y$  gegen  $x$  ausschneidet, so finden sich durch den Schnitt  $S$  beider Curven die Gütermengen  $OU$  und  $OV$ , deren Tausch den Meinungen beider Besitzer gleichzeitig entspricht, und deren gegenseitiger Preis  $M'S'$  bez.  $M''S''$ . (Walras wählt nicht diese Darstellung, sondern trägt, statt die Curve  $OPX$  zu construiren,  $x$  als Ordinate zur Abscisse  $p$  auf, um die Nachfrage nach  $x$ , sowie  $y$  als Ordinate von  $1 : p$  auf, um das Angebot von  $y$  darzustellen).

6. Nächst dem Tausch bietet die Vertheilung des Vermögens auf die verschiedenen Güter eine interessante, von Gossen und dann von Launhardt\*) durchgeführte Anwendung des Grundgedankens. Es seien  $Q_1, Q_2 \dots Q_n$  die Gütermengen, die sich Jemand für seine Einkünfte  $M$  beschafft, ihre Preise seien bez.  $p_1, p_2 \dots p_n$ , so dass

$$M = p_1 Q_1 + p_2 Q_2 + \dots + p_n Q_n.$$

Nun ist die Gesamtnützlichkeith

$$E = \int_0^{Q_1} J_1(q_1) \cdot dq_1 + \int_0^{Q_2} J_2(q_2) \cdot dq_2 + \dots + \int_0^{Q_n} J_n(q_n) \cdot dq_n$$

ein Maximum, wenn

$$\frac{J_1(Q_1)}{p_1} = \frac{J_2(Q_2)}{p_2} = \dots = \frac{J_n(Q_n)}{p_n} = J'(M),$$

d. h. wenn sich die Schlussdringlichkeiten der einzelnen Güter verhalten wie die Preise. Drückt man auch hier alle Waarenmengen durch Geld aus, so folgt wiederum, dass jede letzte Mark, welche man auf Befriedigung eines Bedürfnisses verwendet, gleichen Genuss gewährt, wenn das Maximum des Nutzens erreicht wird. Wer sich je geärgert hat, etwas für seine Verhältnisse zu Theures gekauft zu haben, weiss, wie trivial wahr dieser Satz ist. Die für die letzte Mark befriedigte Dringlichkeit  $J'$ , die sogenannte Preiswürdigkeit der Waare, ist eine für den betreffenden Besitzer charakteristische Function seines Vermögens  $M$ . Vermehrt sich dieses, so sinkt  $J'$ , die Dringlichkeit weiterer Vermehrung nimmt ab. Die Schlussdringlichkeiten der einzelnen Genüsse eines Besitzers sind also den Preisen proportional, die er für die Einheiten zu zahlen in der Lage ist.

Die in den Händen eines Besitzers zusammentreffenden Güter gelangen auf gleiches  $J'$ , genau so wie Gasvolumen, die mit einander verbunden werden, auf gleichen Enddruck gelangen.

Durch Arbeit ist es möglich,  $M$  zu vermehren. Ein Theil der Arbeit gewährt zwar meist Genuss, aber die Arbeit wird darüber hinaus fortgesetzt, so lange bis die immer wachsende Mühsal (negativer Genuss), die sie bringt, der von ihr durch Vermögenszunahme herbeigeführten Genusserhöhung  $J(M) \cdot dM$  gleichkommt.

7. Wer das Quantum  $Q$  eines Gutes zu geniessen für gut findet, weil er nach den Tauschgesetzen den Preis so mit dem Verkäufer vereinbart hat, dass er bis zum Nützlichkeitsgrade  $J(Q)$  geniessen kann, — der entschädigt dem früheren Besitzer nicht die gesammte Nützlichkeith

$$E = \int_0^Q J(q) \cdot dq,$$

die nun ihm dies Gut gewährt, sondern nur  $Q \cdot J(Q)$ ; denn wenn das letzte noch eingetauschte Element der Nützlichkeith  $J$  werth befunden wurde, so werden ja zu dem hierdurch bedingten Preis alle Elemente käuflich. Da  $J$  eine fallende Function, ist die Fläche  $E$  grösser als das Rechteck  $Q \cdot J$ . Daher hat Jemand, der die Nutzniessung eines Capitals, des Bodens oder

\*) Launhardt, Mathematische Begründung der Volkswirtschaftslehre. Leipz. 1885.

fremder Arbeit erworben hat, noch die überschüssige Nützlichkeit  $E - Q.J$ , während er  $Q.J$  entschädigt, so dass  $J$  die Rente misst, die er zahlt\*).

8. Gossen hat die von ihm entdeckte Thatsache, dass der Nützlichkeitsgrad bei Vermehrung des consumirten Quantums abnimmt, von noch allgemeinerem Standpunkte betrachtet, gleichsam wie im Lichte einer umfassenden Hypothese Naturgesetze dargestellt werden. Weil die Dringlichkeit jedes einzelnen Genusses abnimmt, ist der Mensch genöthigt, seine Genüsse zu wechseln und hierdurch erscheint Gossen alle Entwicklung der Menschheit begründet. Die Lehre des Egoismus: „Der Mensch handle so, dass die Summe seines Lebensgenusses ein Grösstes werde“ ist Gossen eine Religion, die er mit warmen Worten vertheidigt und durch seine Werththeorie wissenschaftlich zu verfolgen unternimmt. Die Hauptgleichungen des Tausches ergeben sich nach dieser Anschauung in der That; denn wenn man die Bedingung dafür sucht, dass der Gesamtnutzen jedes Besitzers, z. B.

$$E_1 = \int_0^{M_1 - x} J_1(q_1) \cdot d q_1 + \int_0^y J_1(q_2) \cdot d q_2$$

ein Maximum werde, findet sich wirklich

$$0 = dE_1 = - J_1(M_1 - x) \cdot dx + J_1(y) \cdot dy.$$

Mir scheint aber, dass diese Auffassung der betrachteten Grössenbeziehung einseitig und unvollkommen ist. Wer ein Gut schafft, d. h. einem Körper wirtschaftliche Nutzungsfähigkeit einimpft, sieht, meine ich, auch den Nutzen vor sich, der Anderen daraus erwachsen soll. Dieser Nutzen mag für den Hersteller des Gutes mehr oder weniger handgreiflich werden durch den Vortheil, den er selbst durch Tausch aus dem erzeugten Gute zieht; aber der egoistische Vortheil ist doch nur die sinnliche Erscheinungsform der für die Gesamtheit werthvollen Eigenschaften des Gutes. Jedenfalls ist die Nutzungsfähigkeit eines für den Handel geschaffenen Gutes nicht erschöpft, wenn es dem Erzeuger den erstrebten Nutzen gewährt hat, es besitzt noch weitere Nützlichkeiten für andere Besitzer.

Da nun alles was überhaupt je an einem Gute verwerthbar wird, Energie ist, in jenem allgemeinen und weitumfassenden Sinne, zu welchem dieser Begriff in der neueren Physik ausgearbeitet worden ist, Energie in irgend einer ihrer mannichfachen Erscheinungsformen, so liegt es nahe, die Gesamtheit aller Nützlichkeiten, die ein Gut zu gewähren vermag, als seine wirtschaftliche Eigenenergie zu bezeichnen. Wenn mehrere Güter in den Händen eines Besitzers zusammentreffen, so findet zwischen ihnen der oben als Tausch und als Vermögensvertheilung untersuchte Austausch ihrer Energien statt, gerade wie wenn Gefässe, die Luft verschiedenen Druckes enthalten, mit einander in Verbindung gesetzt werden. Und wie in dieser Analogie eine neue Energieform, eine Wärmeerscheinung auftritt, bis die Ausdehnungsarbeiten keine weitere Energie hervorzubringen vermögen, so setzen sich die Güter um, bis sie nicht mehr

\*) Dass diese Rente abnimmt bei Vermehrung von  $Q$ , ist für specielle Fälle (Boden, Capital) namentlich seit Ricardo und Thünen, also vor Gossen, bekannt gewesen. Vergl. besonders Brentano, Ueber J. H. v. Thünen's naturgemässen Lohn und Zinsfuss. Göttingen 1867. Seite 17 ff.

eine neue wirthschaftliche Energieform erzeugen, bis  $dE = 0$  ist, oder die Nützlichkeit für den Besitzer sich nicht mehr verändert. Es wurde schon oben darauf hingewiesen, dass dies wirthschaftliche Gleichgewicht erreicht ist, wenn alle Güter, die in denselben Händen sich befinden, schliesslich gleiche Dringlichkeit der für 1 Mark käuflichen Mengen, gleiche Preiswürdigkeit erreicht haben, gerade so wie das Gleichgewicht der Gase eintritt, wenn in allen Gefässen der gleiche Druck herrscht.

Diese Analogie ist ebenso wie die früher erwähnte des Hebels keine ganz zufällige. Jedes Element der Nützlichkeit, dieser Form wirthschaftlicher Energie, lässt sich nämlich wie das jeder physischen Energieform in die Normalgestalt  $J \cdot dQ$  bringen, wo  $J$  die wesentlichen Eigenschaften einer Intensität,  $Q$  die einer Quantität hat. D. h. bringt man zwei Körper zusammen, so addiren sich ihre  $Q$ , ihre  $J$  aber gleichen sich aus; und Energieaustausch findet dabei nur statt, wenn die  $J$  in beiden Körpern verschieden sind. So sind z. B.

	Intensität	Quantität
bei der Ausdehnungsarbeit	Druck	Volum
bei der Wärme	Temperatur	Entropie
bei jeder Componente kinet. Energie	Geschwindigkeit	Bewegungsgrösse
bei potentiellen Energien	Potentialfunction	Masse
ebenso		
bei der Nützlichkeit	Dringlichkeit	Menge
bei der auf gleiches Maass, auf Geld, reducirten Nützlichkeit	Preiswürdigkeit	Kostenbetrag.

Bei dieser Auffassung ist auch  $J$  nicht eine Function von  $Q$  allein, wie es bisher betrachtet worden ist; es hängt ausser von  $Q$  noch von den Vermögenslagen und Anschauungen der einzelnen Besitzer ab und  $J \cdot dQ$  ist nur ein vollständiges Differential, sofern sich diese nicht ändern.

Der in solcher Weise aufgefassten wirthschaftlichen Energie kann man aus physikalischen Gründen Unzerstörbarkeit zuschreiben, und die Erörterungen über Tausch und Vermögensvertheilung bringen diese Erhaltung der Energie in besonderen Fällen zum Ausdrucke.

Wenn durch Genuss, Zerstörung und Abnutzung ein Gut an Nutzungsfähigkeit verliert, so hebt sich die Nützlichkeit des unverbrauchten oder unverdorbenen Restes oder anderer äquivalenter Güter, indem sie ihre Intensität erhöhen. Ueberhaupt hat die Nützlichkeit das Bestreben, auf erhöhte Intensität überzugehen, wie Wärme auf niedere Temperatur. Ein Geräth von höherem Nützlichkeitsgrade drückt durch sein Auftreten im Handel den Werth der anderen herab zu seinen Gunsten, ein Theil ihres Werthes geht auf dasselbe über. Darin liegt die wirthschaftliche Triebfähigkeit eines Gutes begründet. Denn während jeder weiteren Vermehrung eines Gutes in der Hand desselben Besitzers geringere Dringlichkeit zukommt, ist dem Gute durch Tauschübergang an Andere eine erhöhte Dringlichkeit zugänglich, ebenso wie durch Verbrauch anderer dem gleichen Zwecke dienenden. Die Nützlichkeiten der Rohproducte spielen bei dieser Betrachtungsweise die Rolle latenter oder potentieller Energie; ebenso die Nützlichkeitsvermehrung,

welche ein Gut durch Transport auf den geeigneten Markt erfährt, und welche den Nützlichkeitsgewinn bewirkt, den beim Tausch jeder Besitzer davonträgt.

Doch es war der Zweck dieser Worte die bisherigen Versuche mathematischer Behandlung der Volkswirtschaft darzulegen, nicht neue Versuche beizufügen. Aber versagen wollte ich mir nicht durch diesen kurzen Ausblick wenigstens auf das hinzuweisen, was schon an den Arbeiten Thünen's wie Gossen's und seiner Nachfolger hervortritt: Die Gesetze, welche die Natur beherrschen und die mathematischen Formen, in denen wir die Natur denken, müssen sich auch im Zusammenleben der Menschen wiederfinden, das ja ein Stück der Natur ist.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte und Abhandlungen der Naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis in Dresden](#)

Jahr/Year: 1887

Band/Volume: [1887](#)

Autor(en)/Author(s): Helm G. Ferd.

Artikel/Article: [I. Die bisherigen Versuche, Mathematik auf volkswirtschaftliche Fragen anzuwenden 1003-1013](#)