VI. Sektion für reine und angewandte Mathematik.

Erste Sitzung am 16. Januar 1908. Vorsitzender: Rektor Prof. Dr. R. Henke. — Anwesend 19 Mitglieder und Gäste.

Geh. Hofrat Prof. Dr. M. Krause spricht zur Theorie der Gelenkmechanismen.

Die Ausführungen des Vortragenden beziehen sich auf die Frage, unter welchen Bedingungen ein beweglicher Mechanismus möglich ist, der sich aus 8 geradlinigen Stangen folgendermafsen zusammensetzt: Vier Stangen bilden die Seiten eines ebenen Vierecks (Gelenkvierecks) $ABCD$; die andern vier Stangen gehen von einem Punkt F im Innern dieses Vierecks aus und endigen auf den Seiten des letzteren. — Der Vortragende zeigt, dafs dieses Problem in sehr eleganter Weise analytisch behandelt werden kann; es läfst sich zurückführen auf die Untersuchung von 3 quadratischen Gleichungen mit derselben Unbekannten, deren Koeffizienten doppeltperiodische Funktionen eines Parameters sind, und zwar müssen die 3 Gleichungen für unendlich viele Werte dieses Parameters zusammenbestehen. Wird die Untersuchung durchgeführt, so zeigt sich, dafs vier Mechanismen der gewünschten Art möglich sind.

Zweite Sitzung am 13. Februar 1908. Vorsitzender: Rektor Prof. Dr. R. Henke. — Anwesend 15 Mitglieder und Gäste.

Prof. Dr. A. Witting spricht über angenäherte Lösung numerischer Gleichungen.

Der Vortragende erläutert nach kurzer historischer Darstellung an mehreren typischen Beispielen, wie man durch graphische Behandlung der Annäherungsmethoden in elementarer Weise ein Urteil über die Konvergenz oder Divergenz der betreffenden Algorithmen erlangt. Zum Schlusse wird darauf hingewiesen, dafs die bekannten Lösungen der Gleichungen 3. und 4. Grades durch den Schnitt zweier Kurven 2. Grades passende und mannigfach interessierende Übungsaufgaben darbieten.

Studienrat Prof. Dr. R. Heger berichtet über die Rohnsche Konstruktion der ebenen Kurve III. Ordnung.

Es handelt sich um eine von K. Rohn im Jahre 1907 angegebene Konstruktion der ebenen Kurve III. Ordnung aus 9 beliebigen Punkten, welche alle bisher bekannten an Einfachheit übertrifft.

Legt man durch einen Punkt 1 einer C_3 die Geraden S_1 und T_1, welche die C_3 noch in 2 und 3, resp. 4 und 5 schneiden, so lassen sich durch diese Punktpaare unzählige Paare von Kegelschnitten K_m, L_m legen, die sich auf der C_3 schneiden. Aus $C_3 \equiv S_1 . L_m - T_1 . K_m \equiv S_1 . L_n - T_1 . K_n = 0$ folgt $S_1 . (L_m - L_n) \equiv T_1 . (K_m - K_n)$; daher enthält $L_m - L_n$ den Faktor T_1, und $K_m - K_n$ den Faktor S_1. Ist $K_m - K_n \equiv S_1 . R_{mn}$, so ist $L_m - L_n \equiv T_1 . R_{mn}$; S_1 und T_1 enthalten je zwei Schnitte von K_m und K_n, bez. L_m und L_n, folglich liegen die andern beiden Schnittpaare auf R_{mn}.

Aus 9 gegebenen Schnittpunkten findet man nach Chasles leicht auf linearem Wege zweimal 3 Grade S_1, S_2, S_3 und T_1, T_2, T_3, die sich auf der C_3 schneiden, welche nun als Glied des Büschels $S_1 . S_2 . S_3$, $T_1 . T_2 . T_3$ durch einen weiteren Punkt P bestimmt ist. Man sieht sofort, dafs sich durch P mehr als ein Kegelschnittpaar KL legen läfst, das in Gerade zerfällt; zu einem solchen, K_n und L_n, gehören z. B. die Geraden $P(S_1 T_2)$ und $P(S_2 T_1)$; die zu $T_2 . T_3 \equiv K_m$ und $S_2 . S_3 \equiv L_m$ sowie K_n und L_n gehörige Gerade R_{mn} ist durch die Schnitte von $P(S_1 T_2)$ mit T_3 und von $P(T_1 S_2)$ mit S_2 bestimmt; die Geraden $(S_1 T_3)$ $(R T_2)$ und $(T_1 S_3)$ $(R S_2)$ ergänzen K_n und L_n. Die 4 Schnittpunkte von K_n und L_n (zu denen P gehört) liegen auf der C_3. Man erhält also durch Ziehen von nur fünf Geraden drei neue Kurvenpunkte.

Dritte Sitzung am 12. März 1908. Vorsitzender: Rektor Prof. Dr. R. Henke. — Anwesend 13 Mitglieder und Gäste.

Die Sitzung findet auf Einladung des Direktors Prof. Dr. P. Schreiber in der Königl. Sächs. Landeswetterwarte, Grofse Meifsnerstrafse 15, statt.

Prof. Dr. P. Schreiber spricht über die Theorie und Praxis der Wagemanometer. (Vergl. Abhandlung II.)

Vierte Sitzung am 14. Mai 1908. Vorsitzender: Rektor Prof. Dr. R. Henke. — Anwesend 12 Mitglieder und Gäste.

Eisenbahn-Bauinspektor Dr. ing. A. Schreiber spricht über die Theorie des Prytzschen Stangenplanimeters.

Das Stangenplanimeter ist seit Mitte der 90er Jahre in Deutschland bekannt und soll zur Berechnung des Inhaltes beliebig begrenzter, ebener Figuren dienen. Es besteht aus einer Stange von konstanter Länge (20 oder 25 cm), an deren einem Ende ein Fahrstift angebracht ist, mit dem die geschlossenen Figuren umfahren werden. Das andere Ende ist als Messer (Schneide) ausgebildet, so dafs bei einer beliebigen differentialen Verschiebung des Fahrstiftes das mit der Schneide versehene Ende der Stange gezwungen wird, sich in der jeweiligen Stangenrichtung zu verschieben. Wenn man dann eine geschlossene Figur umfährt, so erleidet das Stangenplanimeter einen Gesamtausschlag, d. i. eine Winkelgröfse, die man leicht messen kann, indem man die zugehörige Sehnenlänge mittelst des Zirkels bestimmt. Bei geeigneter Wahl des Anfangspunktes der Umfahrung (in einem Punkte innerhalb der Figur, möglichst nahe dem Schwerpunkt) und der Anfangsrichtung der Stange wird der Flächeninhalt der Figur sehr nahe dargestellt durch $F = a^2 \alpha$, wobei a die Stangenlänge und α den Ausschlag bedeuten. Die erste ausführlichere Abhandlung über das Stangenplanimeter in deutscher Sprache stammt von C. Runge, Ztschr. für Vermessungswesen 1895, S. 321.

Der Vortragende führt eine neue Behandlung des Problems mit Hilfe der Hyperbelfunktionen vor und stellt zunächst die zugehörige Differentialgleichung in der Form auf:

$$d(\psi - \vartheta) = -d\vartheta\,(A - B\cos[\psi - \vartheta]).$$

Hierin bedeutet $d\psi$ den Ausschlag, den man erhält, wenn ein differentialer Sektor vom Zentriwinkel $d\vartheta$ und der Länge r umfahren wird. A und B sind Abkürzungen für

$$A = \mathfrak{Cof}\frac{r}{a} - \mathfrak{Sin}\frac{r}{a}, \qquad B = \frac{r}{a}\,\mathfrak{Cof}\frac{r}{a} - \mathfrak{Sin}\frac{r}{a}.$$

Diese Gleichung läfst sich näherungsweise integrieren, wobei ϑ von 0 bis 2π und ψ (d. i. der Richtungswinkel der Stange) von einem Anfangswerte ψ_0 bis $\psi_0 + \alpha$ zu nehmen ist. Hierbei ergibt sich, unter welchen Voraussetzungen die obige Gleichung für F richtig ist, und wie man insbesondere ψ_0 zu wählen hat.

Die weitere Ausführung der Integration obiger Gleichung zeigt, dafs das Produkt $a^2\alpha$ nicht den Flächeninhalt der umfahrenen ebenen Figur, sondern den einer sphärischen Figur angibt, die auf einer mit dem Radius a (Stangenlänge) um den Anfangspunkt der Umfahrung geschlagenen Kugel liegt, und deren orthogonale Projektion in die Zeichenebene die umfahrene Figur ist.

Man kann also den wahren Flächeninhalt von Figuren auf der Kugel, die in sogenannter orthographischer Projektion gezeichnet sind, bestimmen, wenn man letztere mit einem Stangenplanimeter von geeigneter Länge umfährt.

Näheres hierüber siehe den Aufsatz von A. Schreiber: Zur Theorie des Stangenplanimeters. Ztschr. für Vermessungswesen 1908, Heft 20.

VII. Hauptversammlungen.

Erste Sitzung am 30. Januar 1908. Vorsitzender: Geh. Hofrat Prof. Dr. E. Kalkowsky. — Anwesend 149 Mitglieder und Gäste.

Der Vorsitzende begrüfst die als Gäste erschienenen Mitglieder des Sächs. Ingenieur- und Architektenvereins und des Vereins für Erdkunde zu Dresden.

Prof. Dr. K. Schmidt-Basel spricht über die Geologie des Simplons und des Simplontunnels.