Untersuchung einer Riefler'schen Pendeluhr

mittels einer Vorrichtung zur automatischen Registrierung der Änderungen des Schwingungsbogens.

Mit 1 Tafel.

Von

Th. Niethammer.

Die Schwingungszeit eines frei schwingenden Pendels kann mittels der Sterneck'schen Koïnzidenzmethode mit so grosser Genauigkeit durch eine gegebene Uhrsekunde ausgedrückt werden, dass aus den Änderungen der Schwingungszeit, die bei wiederholten Beobachtungen auftreten, die ihnen entsprechenden Schwankungen der Uhrsekunde abgeleitet werden können mit einer Genauigkeit, die den entsprechenden momentanen, täglichen Gang nur um $\pm 0\overset{s}{,}02$ bis $\pm 0\overset{s}{,}03$ unsicher erscheinen lässt. Bei Gelegenheit der Kontrollmessungen der Schwingungszeiten von invariabeln Pendeln zum Zwecke relativer Schwerebestimmungen liess sich feststellen, dass die durch die Änderungen der beobachteten Schwingungszeiten angezeigten Schwankungen der Uhrsekunde begleitet waren von Änderungen des Schwingungsbogens. Diese Beobachtung legte den Gedanken nahe, eine Vorrichtung zu konstruieren, welche die Änderungen des Schwingungsbogens automatisch registriert, und mit deren Hilfe den momentanen Gang der Uhr zu bestimmen.

I. Die Vorrichtung, die ich zu diesem Zwecke konstruiert habe, lässt sich folgendermassen beschreiben. Am untersten Ende der Pendelstange wird ein kurzer Querarm angebracht; an diesem sind symmetrisch zur Pendelaxe zwei kleine Spiegel befestigt, deren spiegelnde Fläche nach unten gerichtet ist. Die Distanz von Spiegelmitte zu Spiegelmitte ist ungefähr gleich der Länge des linear gemessenen Schwingungsbogens, sodass sich die beiden Spiegel abwechselnd in den Umkehrpunkten des schwingenden Pendels in der Vertikalen durch die Schwingungsaxe befinden. Unterhalb des Uhrkastens, dessen Boden eine kleine Öffnung besitzt, ist eine Linse von grosser Brennweite fest aufgestellt so, dass ihre optische Axe mit der Vertikalen durch die Schwingungsaxe zusammenfällt; in ihrem Brennpunkt steht eine punktförmige Lichtquelle. Die Strahlen dieser

Lichtquelle treten aus der Linse parallel nach oben aus, werden abwechselnd von den beiden Spiegeln reflektiert, und die zurückgeworfenen Strahlen werden durch die Linse wieder zu einem Bildpunkte vereinigt. Bei passender Stellung der beiden Spiegel, die durch Stellschrauben gerichtet werden können, bewegen sich die beiden Bildpunkte von aussen gegen die Symmetrieaxe des ganzen Systems und kehren in deren Nähe um. Ist der Winkel zwischen den Spiegeln konstant, so ist die Änderung der Distanz, bis zu welcher die beiden Bildpunkte sich nähern, den Änderungen des Schwingungsbogens proportional. Der Proportionalitäts- oder Vergrösserungsfaktor ist, wenn L die Brennweite der Linse und l den Abstand der Spiegel von der Schwingungsaxe des Pendels bezeichnet, gleich $2 \frac{L}{l}$. Stellt man die Lichtquelle etwas vor die Symmetrieaxe des Systems, so fallen die beiden Bildpunkte ebensoweit dahinter, und es ist dann möglich, das zurückkehrende Strahlenbündel mittels eines fest aufgestellten Prismas horizontal nach der Seite herauszunehmen, sodass sich die beiden Bildpunkte in einer vertikalen Ebene bewegen. Stellt man da eine Registriertrommel auf, die mit lichtempfindlichem Papier bespannt ist, so werden darauf die Umkehrstellen der beiden Bildpunkte aufgezeichnet; sie setzen sich infolge der Drehung der Trommel zu einer kontinuierlichen Kurve zusammen.

Mittels dieser Vorrichtung sind die Änderungen des Schwingungsbogens einer Riefler'schen Präzisionsuhr, die Eigentum der Schweizerischen Geodätischen Kommission ist, registriert worden. Die Uhr ist mit einem gegen Temperaturänderungen kompensierten Nickelstahlpendel ausgerüstet; sie besitzt ferner das freie Riefler'sche Echappement und ist mit dem elektromagnetischen Gewichtsaufzug versehen. Eine Kompensation gegen den Einfluss der Luftdruckänderungen ist nicht angebracht.

Als punktförmige Lichtquelle diente anfangs eine durch eine Nernstlampe beleuchtete, kleine kreisrunde Öffnung; bei täglicher Umdrehung der Registriertrommel betrug der Durchmesser der Öffnung 0,25 mm, bei wöchentlicher Umdrehung ca 0,15 mm. Später wurde die punktförmige Lichtquelle hergestellt durch zwei senkrecht zu einanderstehende Spalten, von denen die eine unmittelbar über der Lichtquelle, einer Halbwattlampe, und die andere unmittelbar vor der Registriertrommel angebracht war. Der Vergrösserungsfaktor beträgt für die angewandte Linse 6,1.

Auf der Tafel IX sind vier typische Beispiele aufgenommener Amplitudenkurven reproduziert; der Charakter der Kurven blieb sich gleich, solange an der Uhr oder ihrer Aufstellung nichts geändert wurde.

Die Amplitudenkurven vom Charakter der Figur 1 wurden erhalten unmittelbar, nachdem der Spiegelträger am Pendel war angebracht worden. Wie ersichtlich, weist der Schwingungsbogen in diesem Zustande der Uhr sinusförmige Änderungen auf, deren Periode ca 25^{m} beträgt. Die Amplitude der Periode ist aber nicht konstant, sondern wird selbst periodisch gleich Null im Intervall von ca 10^{h}, d.h. es sieht so aus, als ob man es mit einer sogenannten „Schwebung", der Übereinanderlagerung zweier sinusförmiger Schwingungen von nahezu gleicher Periode zu tun habe. Bemerkenswert ist aber, dass die Dauer der Schwebung nicht konstant ist, sondern zwischen ca 9^{h} und 11^{h} variiert. Der Charakter dieser periodischen Änderungen des Schwingungsbogens hat sich während mehr als drei Wochen durchaus nicht geändert.

Da durch das Anbringen des Spiegelträgers am Uhrpendel der Gang der Uhr gross geworden war, wurde die Uhr angehalten, das Pendel ausgehängt, und nachdem durch Verstellen der Linse der Gang korrigiert war, die Uhr wieder in Bewegung gesetzt. Dieser Operation wird die Uhr, die als Transportuhr bei relativen Schwerebestimmungen benützt wird, häufig unterworfen. Die Figur 2 gibt den Charakter der Änderungen des Schwingungsbogens wieder, welche die Uhr nach diesem Eingriff aufwies; sie erfolgten nun in ungefähr achtstündiger Periode. Die Änderung des Charakters der Amplitudenkurven ist jedenfalls nicht auf die Verstellung der Linse zurückzuführen, sondern darauf, dass durch den Eingriff das Uhrwerk in einen andern Zustand versetzt wurde. Da kein Rad des Uhrwerkes eine achtstündige Umdrehungszeit besitzt, wird man geneigt sein, die Ursache der Veränderlichkeit im Stundenrade, das 24-stündige Umdrehungszeit hat, zu vermuten und die Annahme zu machen, dass in der Fourier'schen Entwicklung, die man zur Darstellung der durch dieses Rad erzeugten Unregelmässigkeit ansetzen kann, das Glied $\sin 3x$ einen vorherrschenden Einfluss habe. Die Phase dieser achtstündigen Periode bleibt aber im Verlaufe mehrerer Tage nicht konstant, sondern verschiebt sich etwas hin und her, sodass die Dauer der Periode zwischen 6 und 10 Stunden schwankt. Es gibt hiefür nur eine plausible Erklärung; sie besteht in der Annahme, dass die Änderungen des Schwingungsbogens, die wir auf einen im Uhrwerk vorhandenen, variabeln Widerstand zurückführen müssen, nicht durch Ungleichheiten der Zahnräder und Triebe verursacht seien, sondern durch einen veränderlichen Widerstand, den die Zapfen der Axen in den Lagern erfahren. Da die Zapfen in der Axrichtung ein kleines, seitliches Spiel haben, kann sich der Druck auf die Axen ändern, wenn durch die Bewegung der Räder die Zapfen in den Lagern seitlich hin- und hergeschoben werden.

Die Wahrscheinlichkeit dieser Erklärung wird erhöht durch die Amplitudenkurven, die in einem dritten Zustande der Uhr (Fig. 3) erhalten wurden. In diesen wurde die Uhr dadurch übergeführt, dass, nachdem das Pendel ausgehängt war, das Uhrwerk von seiner Befestigung gelöst und wieder neu befestigt wurde, indem durch sorgfältiges Anziehen der Befestigungsschrauben gesucht wurde zu vermeiden, dass Spannungen in den Wänden des Uhrwerkes entstehen. Durch diesen Eingriff wird an der gegenseitigen Stellung der Zahnräder nichts wesentliches geändert, dagegen kann die gegenseitige Lage der Wände des Uhrwerkes etwas verschoben werden. Die Wirkung dieser Behandlung war, wie Fig. 3 zeigt, dass statt der 8-stündigen Periode eine 24-stündige auftrat, die sich mit grosser Regelmässigkeit wiederholte. Auf Grund einer harmonischen Analyse lassen sich diese Amplitudenkurven zusammensetzen aus einer Sinusfunktion von 24-stündiger Periode und einer solchen von 12-stündiger Periode; die Amplitude des 24-stündigen Gliedes beträgt durchschnittlich 7,3 mm, die des 12-stündigen 0,4 mm in den registrierten Kurven.

Aus der Schlussfolgerung, dass die Ursache der Veränderlichkeit des Schwingungsbogens nicht in Ungleichheiten der Zahnräder und Triebe, sondern in einem veränderlichen Axenwiderstande zu suchen sei, folgt nicht, dass bei beispielsweise 24-stündiger Periode die Axe des Stundenrades als Sitz des veränderlichen Druckes anzusehen sei; denn es kann die Axe irgend eines Rades in dieser Periode hin- und hergeschoben werden und damit eine entsprechende Veränderlichkeit des Schwingungsbogens veranlassen. Das konnte direkt durch folgenden Versuch gezeigt werden. Eine zweite Riefleruhr, die genau gleich gebaut ist wie die zuerst untersuchte, wies nach Anbringung des Spiegelträgers eine Veränderlichkeit des Schwingungsbogens von 6-stündiger Periode auf, die nur geringe Phasenverschiebungen zeigte. Da kein Rad eine 6-stündige Umdrehungszeit besitzt, wird man geneigt sein, auch hier die Ursache im Stundenrad zu vermuten. Es wurde deshalb das Stundenrad entfernt, ohne die Uhr anzuhalten oder die Aufstellung der Uhr irgendwie zu verändern. Die Erwartung, dass damit die 6-stündige Periode verschwinden werde, bestätigte sich aber nicht; diese blieb nach wie vor in gleicher Stärke bestehen. Da das nächste Rad, das Zwischenrad, eine Umdrehungszeit von 3 Stunden hat, ist es nicht ganz unwahrscheinlich, anzunehmen, dass dieses die 6-stündige Periode veranlasse, und dass mit seiner Entfernung die Veränderlichkeit des Schwingungsbogens verschwinden werde. Es bleiben dann noch drei Räder des Uhrwerkes bestehen: das Minutenrad mit einstündiger Umdrehungszeit, das Mittelrad, an welchem das treibende Gewicht angreift, mit einer

Periode von $7^1/_2$ Minuten, und das Gangrad mit einer Periode von 1 Minute. Figur 4 gibt die Änderungen des Schwingungsbogens wieder, die bei diesem Versuche erhalten wurden: im Zeitpunkte a wurde das Zwischenrad entfernt und im Zeitpunkte b wieder eingesetzt. Wie ersichtlich, blieb die 6-stündige Periode auch hier bestehen, trotzdem die grösste Umdrehungszeit nur noch 1 Stunde beträgt. Diese merkwürdige Tatsache kann wohl nur dadurch zustande kommen, dass eine der noch vorhandenen Axen durch irgendwelche Ursachen in 6-stündiger Periode hin- und hergeschoben wird; sie bildet aber, wie man sich die Erklärung auch denken möge, eine Bestätigung der Auffassung, dass die Ursache der Veränderlichkeit des Schwingungsbogens nicht in Ungleichheiten der Zahnräder und Triebe zu suchen sei, da diese streng periodisch mit den Umdrehungszeiten der Räder wirken müssten.

Es ist hiernach auch ganz unwahrscheinlich, dass die im ersten Zustande der Uhr (Fig. 1) erhaltenen Amplitudenkurven aufzufassen seien als wirkliche Schwebungen, die aus der Übereinanderlagerung zweier Schwingungen von nahezu derselben Dauer entstehen; man wird auch hier zur Erklärung eher an Verhältnisse denken, die ähnlich denjenigen sind, die zur Erklärung des beschriebenen Versuches angenommen wurden.

Wie ein ungleicher Druck auf die Axe sich im Schwingungsbogen äussert, kann leicht dadurch nachgewiesen werden, dass man den Minutenzeiger wegnimmt, ohne das ihn ausbalanzierende Gegengewicht zu entfernen, und ihn, um die Wirkung zu verstärken, um 180^0 verkehrt einsetzt. Es wird dadurch, wie der Versuch zeigte und a priori zu erwarten ist, eine mit der Umdrehungszeit des Minutenrades genau parallel verlaufende Veränderlichkeit des Schwingungsbogens erzeugt.

II. Der momentane Gang der Uhr ist, während die Amplitudenkurven der Figuren 1, 2 und 3 aufgenommen wurden, kontrolliert worden durch die Bestimmung der Schwingungszeit eines frei schwingenden, invariabeln Pendels. Da für die Abhängigkeit der Uhrsekunde von den Änderungen des Schwingungsbogens und des Luftdruckes lineare Proportionalität angenommen werden darf, wird der momentane, tägliche Gang der Uhr beim Schwingungsbogen A und beim Luftdruck B dargestellt durch den Ausdruck

$$u = u_0 + (A - A_0)\,\alpha + (B - B_0)\,\beta \qquad (1)$$

wo u_0 der Gang der Uhr bei einem mittleren Schwingungsbogen A_0 und einem mittleren Luftdruck B_0 ist. Entsprechend kann für die beobachteten Schwingungszeiten S des invariabeln Pendels angesetzt werden:

$$S = S_0 + (A - A_0)x + (B - B_0)y \tag{2}$$

wo zwischen α und x, sowie zwischen β und y die Beziehung besteht:

$$\alpha = -\frac{86400}{S}x = -\frac{x}{58{,}8}\cdot 10^7 \tag{3 a}$$

$$\beta = -\frac{86400}{S}y = -\frac{y}{58{,}8}\cdot 10^7 \tag{3 b}$$

Die Ausgleichung der beobachteten Schwingungszeiten S ergibt für die drei Perioden, denen die Amplitudenkurven der Figuren 1, 2 und 3 entsprechen, die nachstehend angegebenen Werte für den mittleren Fehler der Gewichtseinheit und die Unbekannten x und y; n ist gleich der Zahl der Fehlergleichungen der einzelnen Ausgleichung.

Periode	n	m.F.d. Gewichtes 1.	x m. F.	y m. F.	α m F.	β m. F.	β'
1915		10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}			
1. März 1–23 . .	19	$\pm 1^s{,}7$	$-0^s{,}90 \pm 0^s{,}24$	$-0^s{,}67 \pm 0{,}10$	$+0^s{,}015 \pm 0{,}004$	$+0^s{,}011 \pm 0{,}002$	$+0^s{,}007$
2. März 26–April 7	14	$\pm 3{,}2$	$-1{,}52 \pm 0{,}20$	$-0{,}77 \pm 0{,}17$	$+0{,}026 \pm 0{,}003$	$+0{,}013 \pm 0{,}003$	$+0{,}005$
3. April 13–20 .	55	$\pm 2{,}7$	$-1{,}76 \pm 0{,}11$	$-0{,}71 \pm 0{,}13$	$+0{,}030 \pm 0{,}002$	$+0{,}012 \pm 0{,}002$	$+0{,}003$

Die Genauigkeit, mit welcher der momentane Gang der Uhr durch den Ausdruck (1) dargestellt wird, ist nach dem mittleren Fehler der Gewichtseinheit zu beurteilen. Berücksichtigt man, dass den Werten von S ein Beobachtungsfehler von ca $\pm 2^s{,}10^{-7}$ anhaftet, so folgt, dass in der ersten Periode der momentane Gang der Uhr restlos durch die Änderungen des Schwingungsbogens und des Luftdruckes ausgedrückt wird, und dass in der zweiten und dritten Periode die Schwingungszeiten infolge unregelmässiger Gangschwankungen, denen nicht parallel laufende Änderungen des Schwingungsbogens und des Luftdruckes entsprechen, um

$$\pm\sqrt{3{,}2^2 - 2^2} = \pm 2^s{,}4\cdot 10^{-7} \text{ bezw. um } \pm\sqrt{2{,}7^2 - 2^2} = \pm 1^s{,}8\cdot 10^{-7}$$

entstellt sind. Es entsprechen diesen Beträgen Änderungen des momentanen, täglichen Ganges von $\pm 0^s{,}04$ bezw. $\pm 0^s{,}03$. Die Darstellung des momentanen, täglichen Uhrganges kann auch in diesen beiden Perioden als befriedigend angesehen werden.

Der Koeffizient x bezw. α, der die Abhängigkeit von den Änderungen des Schwingungsbogens angibt, ist in der ersten Periode erheblich kleiner als in der zweiten und dritten; die Differenz ist trotz dem relativ grossen mittleren Fehler als reell anzusehen. Die Werte von α können verglichen werden mit der theoretischen Abhängigkeit eines frei schwingenden Sekundenpendels von den Änderungen des Schwingungsbogens; für ein solches beträgt die Änderung Δu des täglichen Ganges, wenn der halbe Schwingungsbogen a sich um Δa ändert:

$$\Delta u = 10800\, a\, \Delta a.$$

Der Koeffizient α bezieht sich auf 1 mm Änderung des Abstandes der registrierten Kurven. Da die Vergrösserung 6,1-fach ist, und der halbe Schwingungsbogen, linear gemessen in einer Distanz von 1180 mm von der Schwingungsaxe des Pendels, rund 32 mm beträgt, ist zu setzen:

$$a = \frac{32}{1180} \quad \text{und} \quad \Delta a = \frac{1}{12{,}2} \cdot \frac{1}{1180}$$

Als theoretische Änderung des täglichen Ganges folgt mit diesen Werten:

$$\Delta u = 0^{s}{,}020$$

Die Werte von α sind in der zweiten und dritten Periode beträchtlich grösser, wähernd der erste in Anbetracht seines mittleren Fehlers nicht erheblich abweicht.

Die Koeffizienten y bezw. β für die Abhängigkeit von den Änderungen des Luftdruckes stimmen in bemerkenswerter Weise mit einander überein. Zu beachten ist, dass der Koeffizient β mit derjenigen Grösse, die man sonst als Barometerkoeffizienten einer Uhr bezeichnet, nicht vergleichbar ist, da man unter diesem die Änderung des täglichen Ganges infolge der Änderungen des Luftdruckes versteht unter Einschluss der Wirkung, welche die durch die Luftdruckänderung erzeugte Änderung des Schwingungsbogens ausmacht. Ist die reine Abhängigkeit des Schwingungsbogens von den Änderungen des Luftdruckes bekannt, so kann β in diesen Barometerkoeffizienten der Uhr, der mit β' bezeichnet sei, umgerechnet werden. Setzt man die Änderungen des Schwingungsbogens den Änderungen des Luftdruckes proportional, indem man annimmt, die $(B - B_0)$ entsprechende Änderung ΔA sei gegeben durch

$$\Delta A = (B - B_0) \cdot z \qquad (4)$$

so kann die Gesamtänderung des Schwingungsbogens zerlegt werden gemäss dem Ausdruck

$$A - A_0 = \Delta A_0 + \Delta A = \Delta A_0 + (B - B_0)\, z$$

wo mit ΔA_0 die unabhängig vom Luftdruck erfolgende Änderung des Schwingungsbogens bezeichnet ist. Die Gleichung (2) geht dann über in die folgende:

$$S = S_0 + \Delta A_0 x + (B - B_0) y' \tag{5}$$

worin

$$y' = y + z x$$

gesetzt ist. Der Koeffizient y' von $(B - B_0)$ stellt nun die Gesamtänderung der Schwingungszeit infolge der Luftdruckänderung dar; der ihm entsprechende Barometerkoeffizient β' wird gleich

$$\beta' = -\frac{y + zx}{58{,}8} 10^7 \tag{6}$$

Für z ist aus der Gesamtheit der drei Perioden, indem die Tagesmittel der Amplituden mit den Tagesmitteln des Luftdruckes verglichen wurden, der Wert

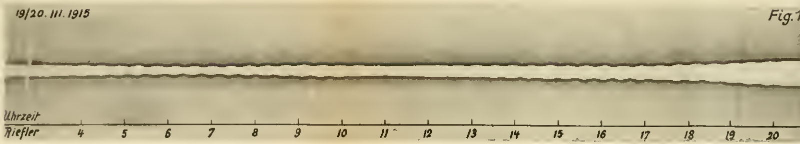
$$z = -0{,}30 \pm 0{,}06$$

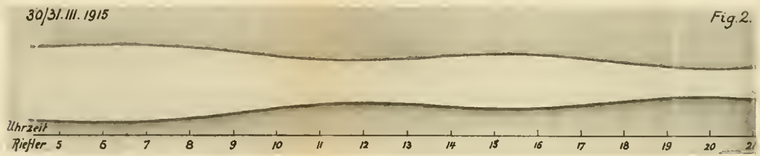
pro 1 mm Luftdruckzunahme abgeleitet worden. Der am unteren Ende der Pendelstange gemessene Schwingungsbogen wird somit bei einer Luftdruckzunahme von 1 mm um $\frac{0{,}30}{6{,}1} = 0{,}049$ mm oder, in Winkelmass, um 0,'143 kleiner.

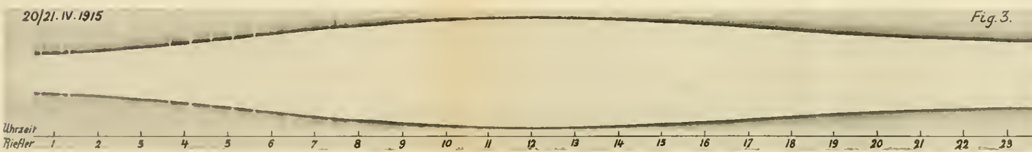
Mit diesem Wert von z sind die in der obigen Zusammenstellung angegebenen Werte von β' berechnet worden. Diese müssen kleiner sein als die Koeffizienten β, da infolge der durch die Luftdruckänderung bewirkten Zu- oder Abnahme des Schwingungsbogens eine teilweise Kompensation der reinen Luftdruckwirkung auf die Schwingungszeit des Uhrpendels eintritt. Der von der Firma Riefler angegebene Barometerkoeffizient beträgt $0\overset{s}{,}012$ pro 1 mm. Auffallenderweise stimmen hiermit nicht die Werte von β', sondern von β überein. Ob diese Abweichung eine zufällige Folge des vorläufig nicht sehr umfangreichen Beobachtungsmateriales ist, wird durch weitere Beobachtungen zu entscheiden sein. Die Werte von β' nehmen von der ersten bis zur dritten Periode ab gemäss dem Umstande, dass durch die Werte von α eine Zunahme der Kompensationswirkung angezeigt wird.

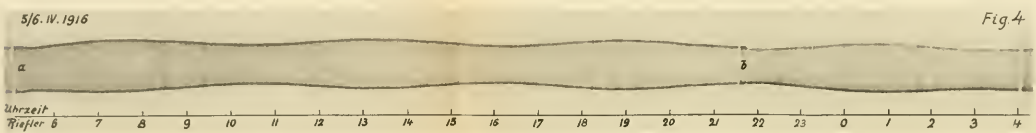
Es ist mir eine Pflicht der Pietät, an das Interesse zu erinnern, das der kürzlich verstorbene Dr. *P. Chappuis-Sarasin* der vorstehenden Untersuchung entgegengebracht hat, und dankbar der zuvorkommenden Bereitwilligkeit zu gedenken, mit welcher er seine reichen Kenntnisse in Konstruktionsfragen zur Verfügung stellte.

Basel, Bernoullianum, April 1916.


19/20. III. 1915
Fig. 1.
Uhrzeit
Riefler 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20


30/31. III. 1915
Fig. 2.
Uhrzeit
Riefler 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21


20/21. IV. 1915
Fig. 3.
Uhrzeit
Riefler 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23


5/6. IV. 1916
Fig. 4
a
b
Uhrzeit
Riefler 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 0 1 2 3 4