

Zur Theorie des August'schen Heliostaten.

Von

Dr. Marian Koller,

k. k. Ministerialrath, Ehrenmitglied des Vereines.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 14. October 1863.)

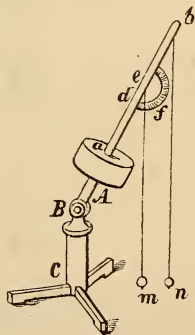
1.

Die erste Notiz über diesen Heliostaten findet man, so viel mir bekannt, in F. W. G. Radicke's Handbuch der Optik, Berlin 1839, 2. Band, pag. 459.

„Eine sehr einfache Einrichtung eines Heliostaten mit einem einzigen Spiegel — schreibt R. — dessen Kenntniss ich der gütigen Mittheilung ihres Erfinders, des Herrn Directors August, verdanke, besteht darin, dass eine Axe, welche mit der Weltaxe parallel gestellt worden ist, und an welcher der Spiegel so befestigt ist, dass er mit ihr in einer Ebene liegt, durch ein Uhrwerk in 48 Stunden um sich selbst herumbewegt wird.“

Fig. 1.

Nach der im genannten Werke gegebenen Beschreibung besteht dieser Heliostat aus einem Stative mit verticaler Axe *C* (vid. die beistehende Figur). Mit dieser ist eine zweite Axe, an welcher die Uhr in *A* hefestigt ist, durch ein Charnier, *B*, verbunden, so dass sie in jede beliebige Neigung gebracht werden kann. Der Spiegelhalter, der bei *a* in die Mitte des Uhrkastens eingesetzt ist, kann herausgenommen und durch ein Stäbchen *ab* ersetzt werden, welches einen getheilten Kreis *def* trägt, dessen Mittelpunkt *e* auf *ab* liegt. In *e* und in einem etwas entfernten Punkte *b* des Stäbchens hängen Fäden herab, welche kleine Gewichte *m* und *n* tragen.



Bei der Aufstellung des Instrumentes wird die Axe *A* zuerst in den Meridian gebracht, indem man das Stativ so drehet, dass die beiden Gewichte *m* und *n* auf eine der Mittagslinie parallele Linie fallen und alsdann dem Arme *AB* eine solche Neigung gegeben, dass der Winkel *dem* der Aequatorshöhe des Aufstellungsortes gleich ist.

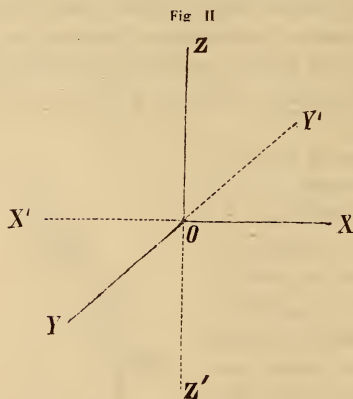
In E. G. Fischer's mechanischer Naturlehre, 4. Auflage, 2. Band, pag. 340, gibt August selbst eine Beschreibung seines Heliostaten, welche im Wesentlichen

mit der von Radicke angeführten übereinstimmt. Nur wird die verticale Säule *C* nicht von einem Dreifusse getragen, sondern an einem Fensterbrette oder einer Tischplatte möglichst genau vertical festgeschraubt. Das obere Ende der Säule *C* ist cylindrisch ausgehöhlt, um einen in dieser Höhlung drehbaren Zapfen aufzunehmen, der in jeder beliebigen Lage durch eine Druckschraube festgehalten wird. An dem obern Theile dieses Zapfens befindet sich ein Charnier und sein oberes Ende hat ebenfalls eine cylindrische Vertiefung, in die der Stab *ab* gesteckt werden kann, um den Zapfen in den Meridian und parallel zur Weltaxe zu stellen. Endlich wird der Stab *ab* herausgenommen und durch einen zweiten Zapfen ersetzt, an dem sich die Uhr befindet. Die Zeigeraxe muss genau in der Richtung der Axe des ersten Zapfens liegen und sich in 48 Stunden einmal umdrehen; sie trägt den Spiegel, in dessen Ebene ihre Verlängerung fällt.

Eine Vereinfachung in der mechanischen Einrichtung dieses Heliostaten beschreibt C. A. Grüel in Poggendorfs Annalen der Physik und Chemie, 3. Reihe, 12. Band 1847, pag. 432, der zufolge er die Uhr des Heliostaten ganz entfernt und beim Gebrauche mit einer Cylinder-Taschenuhr ersetzt. Das Nähere siehe l. c.

2.

Wir wollen nun die Theorie dieses Heliostaten erörtern.



Wir nehmen den Mittelpunkt *O* des Spiegels als Einfallspunkt der Sonnenstrahlen und zugleich als Anfangspunkt der orthogonalen Coordinaten *x*, *y*, *z* an; die reflectirende Spiegelfläche liege in der *XZ*-Ebene und die Axe der *Z* in der Weltaxe, so wird das Einfallslot in die *Y*-Axe fallen und die *XY*-Ebene in der Ebene des Himmels-Aequators liegen.

Befindet sich der einfallende Sonnenstrahl im Raume *OX'YZ* der positiven Coordinaten und bezeichnen wir die Coordinaten eines Punctes desselben in der Entfernung = 1 vom Einfallspuncte *O* mit *x*, *y* und *z*, so wollen wir die Werthe dieser Coordinaten in zwei Systemen räumlicher Coordinaten bestimmen.

Im ersten Systeme sei der Winkel des einfallenden Strahles mit der *Y*-Axe, nämlich der Einfallswinkel des Strahles = *i*, und der Neigungswinkel der Einfallsebene des Strahles mit der *YZ*-Ebene = *n*, so ist

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \sin i. \sin n, \\ y = \cos i, \\ z = \sin i. \cos n. \end{array} \right.$$

Im zweiten Systeme setzen wir den Winkel des einfallenden Strahles mit

der Z -Axe $= 90^\circ - \delta$, und den Winkel der durch den einfallenden Strahl und die Z -Axe gelegten Ebene mit der YZ -Ebene $= t$, so haben wir

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \cos \delta \cdot \sin t, \\ y = \cos \delta \cdot \cos t, \\ z = \sin \delta. \end{array} \right.$$

Die Verbindung der Gleichungen (1) und (2) gibt

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan t = \sin n \cdot \tan i, \\ \sin \delta = \cos n \cdot \sin i. \end{array} \right.$$

Betrachten wir den reflectirten Strahl. Nach den bekannten Reflexionsgesetzen liegt der reflectirte Strahl in der Einfallsebene und macht mit dem Einfallslothe einen dem Einfallswinkel (i) gleichen Winkel; demnach liegt der reflectirte Strahl unter der XY -Ebene im Raume $OX'YZ'$, und die Ebene, in der der reflectirte Strahl liegt, (nämlich die Einfallsebene) ist zur erweiterten YZ -Ebene, d. i. zur Ebene YOZ' unter dem Winkel n geneigt.

Sind die rechtwinkeligten Coordinaten eines Punctes des reflectirten Strahles in der Entfernung $= 1$ von O gleich x' , y' , z' , so hat man

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = \sin i \cdot \sin n, \\ y' = \cos i, \\ z' = \sin i \cdot \cos n. \end{array} \right.$$

Die Coordinaten des reflectirten Strahles sind also jenen des einfallenden numerisch gleich, nur sind x' und z' mit x und z algebraisch in Verbindung gebracht wegen ihrer entgegengesetzten Lage negativ zu nehmen.

Ist der Winkel des reflectirten Strahles mit OZ' gleich $90^\circ - \delta'$, ferner der Winkel der durch OZ' und den reflectirten Strahl gelegten Ebene mit der Ebene YOZ' gleich t' , so haben wir

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = \cos \delta' \cdot \sin t', \\ y' = \cos \delta' \cdot \cos t', \\ z' = \sin \delta', \text{ somit} \end{array} \right.$$

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan t' = \tan i \cdot \sin n, \\ \sin \delta' = \sin i \cdot \cos n. \end{array} \right.$$

Aus Gleichung (3) und (6) folgt

$$(7) \quad t = t'; \quad \delta = \delta'.$$

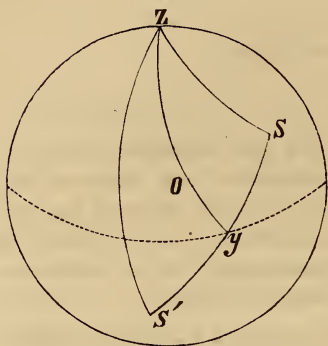
Diese Resultate mit Worten ausgedrückt besagen:

- a) Die Ebene, welche man sich durch die Z -Axe und den einfallenden Strahl gelegt denkt, dann die Ebene durch dieselbe Axe und den reflectirten Strahl gelegt, machen gleiche Winkel mit der durch das Einfallslot und die Z -Axe gelegten Ebene; ferner
- b) sind der einfallende und der reflectirte Strahl gegen die XY -Ebene (den Aequator) gleich geneigt, nur ist die Neigung (Declination) des letztern Strahles negativ, wenn die des erstern positiv ist und *vice versa*.

3.

Die Sätze *a)* und *b)* des vorausgehenden Paragraphes folgen auch einfach aus folgenden Betrachtungen:

Fig. III.



Denkt man sich um den Einfallspunct *O* der Strahlen als Mittelpunkt eine Kugel von beliebigem Halbmesser beschrieben, deren Oberfläche von der Weltaxe in *Z*, vom Einfallslothe in *Y*, vom einfallenden Strahle in *S*, und vom reflectirten in *S'* getroffen wird, und setzt die Poldistanzen

$ZS = p$, $ZS' = p'$; ferner den sphärischen Winkel $ZYS = n$, und den Bogen $SY = i$, so ist der Bogen

$ZY = 90^\circ$, und nach den Reflexionsgesetzen auch $S'Y = i$ und die Bogen SY und $S'Y$ sind in derselben Ebene (der Einfallsebene) gelegen.

Setzt man endlich die Winkel

$YZS = t$ und $YZS' = t'$, so ist im sphärischen Dreiecke ZYS
 $\cos p = \sin i \cdot \cos n$ und
 $\sin n \cdot \cotang t = \cotang i$, oder
 $\tang t = \sin n \cdot \tang i$.

Im sphärischen Dreiecke $S'ZY$, wo der Winkel $S'YZ = 180^\circ - n$ ist hat man

$\cos p' = -\sin i \cdot \cos n$ und
 $\tang t' = \sin n \cdot \tang i$. Es ist daher
 $t = t'$ und $p' = 180^\circ - p$.

Ist die Declination des Punctes *S* gleich δ , also $p = 90^\circ - \delta$, so ist
 $p' = 90^\circ + \delta$, mithin die Declination von *S'* gleich jener von *S*, jedoch mit entgegengesetzten Zeichen.

4.

Es sei der Stundenwinkel

des einfallenden Strahles *s*,
 des reflectirten „ *σ*,
 des Einfallslotes *Θ*;

zählt man die Stundenwinkel vom Südpuncte des Meridianes nach Ost und West bis 180° , so ist unser Theorem (§. 2. *a*) in algebraischer Sprache durch die Gleichung

(8) $\sigma - \Theta = \Theta - s$ ausgedrückt, wenn sich das Einfallslot und die beiden Strahlen auf derselben Seite des Meridianes befinden. Liegt eine dieser Grössen auf der entgegengesetzten Seite des Meridianes, so tritt sie mit entgegengesetzten Zeichen in diese Gleichung.

Soll dem reflectirten Strahle eine fixe Richtung gegeben werden, somit σ constant bleiben, so kann vermöge der Gl. (8) dieses nur stattfinden, wenn sich bei der beständigen Aenderung des Stundenwinkels s der Sonne auch Θ entsprechend ändert.

Es seien die gleichzeitigen Aenderungen von s und Θ mit Δs und $\Delta \Theta$ bezeichnet, so haben wir (Gl. 8) auch

$$\sigma - (\Theta + \Delta \Theta) = (\Theta + \Delta \Theta) - (s + \Delta s),$$

$$(9) \dots \text{also } \Delta \Theta = \frac{\Delta s}{2}, \text{ das heisst:}$$

Um eine fixe Richtung des reflectirten Strahles zu erhalten, muss sich der Heliostatenspiegel im Sinne der täglichen Bewegung der Sonne mit der halben Winkelgeschwindigkeit der Letzteren drehen, also in 48 Stunden eine volle Umdrehung um die Weltaxe machen.

Aus der Gleichung (8) folgt

$$\sigma = 2\Theta - s.$$

Soll eine Reflexion möglich sein, so darf $\Theta - s$ die Gränze 90° nicht überschreiten, folglich $2\Theta - s$ oder

$$\sigma \text{ nicht grösser als } 90^\circ + \Theta$$

sein.

5.

Wir wollen nun die Richtung des reflectirten Strahles näher in's Auge fassen.

Director August sagt l. c. pag. 341 in dieser Beziehung über seinen Heliostaten: „Er steht den zusammengesetzteren Vorrichtungen zu diesem Zwecke darin nach, dass der reflectirte Strahl nicht in jede beliebige Richtung gebracht werden kann, sondern nur in solche, die mit der Erdaxe den complementären Abweichungswinkel der Sonne für den Tag der Beobachtung bilden. Alle diese Linien liegen in einem Kegelmantel, dessen ein Theil jederzeit in das Zimmer hineinreichen und in den meisten Fällen einen unmittelbar anwendbaren Strahl darbieten wird. Erforderlichen Falls kann aber auch ein zweiter Spiegel zur Hilfe genommen werden, der den unveränderlich gerichteten Strahl des ersten Spiegels so reflectirt, wie die Umstände des Versuches es erfordern.“ —

Es wird am zweckmässigsten sein, die Richtung des reflectirten Strahles auf den Horizont zu beziehen und somit die Neigung (h) desselben gegen den Horizont und sein Azimuth zu bestimmen, wo wir die Azimuthe ebenfalls vom südlichen Theile des Meridianes gegen Ost und West bis 180° zählen. Es sei

δ die Declination,

σ der Stundenwinkel,

h die Höhe und

a das Azimuth des reflectirten Strahles und φ die geographische Breite oder Polhöhe des Ortes. Man nehme die Ebene des Aequators zur XY -Ebene und die Y -Axe im Meridiane nach Süd gerichtet an; es seien ferner die rechtwinklichten Coordinaten eines Punctes des reflectirten Strahles in der Entfernung 1 vom Anfangspuncte O der Coordinaten gleich x, y, z , so hat man

$$\begin{aligned}z &= \sin \delta, \\y &= \cos \delta \cos \sigma, \\x &= \cos \delta \sin \sigma.\end{aligned}$$

Nimmt man den Horizont als XY -Ebene und die Y -Axe ebenfalls in der Meridianebene nach Süden gerichtet an, bezeichnet man ferner die Coordinaten desselben Punctes im reflectirten Strahle mit x' , y' und z' , so ist

$$\begin{aligned}z' &= \sin h, \\y' &= \cos h \cos a, \\x' &= \cos h \sin a.\end{aligned}$$

Zwischen den Coordinaten dieser Systeme bestehen nun bekanntlich folgende Relationen:

$$\begin{aligned}z' &= z \sin \varphi + y \cos \varphi, \\y' &= -z \cos \varphi + y \sin \varphi, \\x' &= x.\end{aligned}$$

Die Substitution der oben für diese Coordinaten gefundenen Werthe gibt sonach

$$(10) \dots \left\{ \begin{aligned} \sin h &= \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \sigma, \\ \cos h \sin a &= \cos \delta \sin \sigma, \\ \cos h \cos a &= -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos \sigma. \end{aligned} \right.$$

Diese Gleichungen geben im Allgemeinen die Relationen zwischen den Grössen

$$\delta, \sigma, h, a \text{ und } \varphi.$$

Nimmt man nun für δ die Werthe zwischen den Gränzen $\delta = \pm 23^\circ 30'$ wie sie durch die Lage der Sonne gegen den Aequator normirt sind, ferner h innerhalb den Gränzen

$$\begin{aligned}h &= + [90^\circ - (\varphi \mp \delta)] \text{ und} \\h &= - [90^\circ - (\varphi \pm \delta)],\end{aligned}$$

welche durch die bekannte Breite φ des Ortes und die Declination δ der Sonne bestimmt werden, so lässt sich σ und a für alle möglichen Richtungen des reflectirten Strahles berechnen.

Bei der Anwendung des Heliostaten zu optischen Zwecken ist die Höhe h , in welcher man den reflectirten Strahl im dunklen Zimmer zu erhalten wünscht, innerhalb enger Gränzen eingeschlossen, und unsere Aufgabe stellt sich, wie folgt:

Den Stundenwinkel und das Azimuth des reflectirten Strahles für eine gegebene Höhe desselben zu finden.

Da nebst der Höhe h auch die Declination δ des reflectirten Strahles (weil immer die Declination der Sonne mit entgegengesetztem Zeichen genommen gleich) und die Polhöhe φ des Ortes bekannt sind, so findet man σ aus der ersten und a aus den beiden andern der Gleichungen (10).

Wird nun der Strahl in den berechneten Stundenwinkel gebracht, so hat er auch die gewünschte, der Berechnung zu Grunde gelegte Höhe h .

Nach §. 4 Gl. (5) hat man nun

$$\sigma - \Theta = \Theta - s, \text{ also}$$

$$\sigma = 2\Theta - s, \text{ woraus}$$

$$(11) \dots \dots \dots \Theta = \frac{\sigma + s}{2} \text{ folgt, nämlich der Stundenwinkel, wel-}$$

chen man dem Einfallslothe geben muss, um für den Stundenwinkel s (wahre, Zeit) der Sonne den reflectirten Strahl im Stundenwinkel σ , also im Azimuthe a , und in der Höhe h zu erhalten. Hiebei ist der Werth von Θ durch die Bedingung beschränkt, dass für eine mögliche Reflexion $\Theta - s < 90^\circ$ sein muss.

6.

Ueber den Gebrauch der Formeln (10) zur Berechnung von σ und a mag noch Folgendes bemerkt werden.

Setzt man in die erste dieser Gleichungen, die auch in der Form

$$\cos \varphi \cos \delta \cos \sigma = \sin h - \frac{\sin \delta \sin \varphi}{\cos h} \cdot \cos h$$

geschrieben werden kann,

$$\frac{\sin \delta \sin \varphi}{\cos h} = \tan \mu, \text{ so folgt}$$

$$(12) \dots \dots \dots \cos \sigma = \frac{\sin (h - \mu)}{\cos \varphi \cos \delta \cos \mu}, \text{ woraus man den Winkel } \sigma \text{ findet.}$$

Berücksichtigt man die in Hinsicht auf das Zeichen von δ und h möglichen Fälle dieses Problemes, so hat man

α) wenn h und δ positiv

$$\cos \sigma = + \frac{\sin (h - \mu)}{\cos \varphi \cos \delta \cos \mu};$$

β) wenn h und δ negativ

$$\cos \sigma = - \frac{\sin (h - \mu)}{\cos \delta \cos \varphi \cos \mu};$$

γ) wenn h positiv und δ negativ

$$\cos \sigma = + \frac{\sin (h + \mu)}{\cos \delta \cos \varphi \cos \mu};$$

δ) wenn h negativ und δ positiv

$$\cos \sigma = - \frac{\sin (h + \mu)}{\cos \delta \cos \varphi \cos \mu}.$$

Diese Gleichungen zeigen, dass sich die Stundenwinkel zweier Strahlen, bei welchen h und δ numerisch gleiche Werthe, jedoch von entgegengesetzten Zeichen haben, zu 180° ergänzen.

Um das Azimuthe a zu finden, setze man

$$\sin \delta = m \sin M \text{ und } \cos \delta \cos \sigma = m \cos M,$$

so folgt hieraus vorerst

$$\tan M = \frac{\tan \delta}{\cos \sigma} \text{ zur Bestimmung des Werthes des Hilfswin-}$$

kels M . Die dritte Gleichung (10) erscheint dann unter der Form

$\cos h \cos a = m \sin (\varphi - M)$, und hiermit die zweite der Gleichungen (10) dividirt, gibt

$$(13) \dots \dots \text{tang } a = \frac{\cos \delta \sin \sigma}{m \sin (\varphi - M)} = \frac{\cos M \text{ tang } \sigma}{\sin (\varphi - M)}, \text{ woraus man } a \text{ findet.}$$

Von den Azimuthen zweier Strahlen, welche beziehungsweise numerisch gleiche h und δ , jedoch mit entgegengesetzten Zeichen haben, lässt sich nun auch das so eben von ihren Stundenwinkeln Nachgewiesene zeigen.

Ist bei dem einen Strahle h und δ positiv und bei dem zweiten negativ, so zeigen die oben in $\alpha)$ und $\beta)$ für $\cos \sigma$ gefundenen Werthe, dass bei beiden Strahlen δ und $\cos \sigma$ gleiche Zeichen haben, nämlich dass sie bei dem einen Strahle beide positiv und bei dem andern beide negativ sind; mithin haben M und $\varphi - M$ für beide Strahlen gleiche Zeichen und Werthe, somit wird bei beiden Strahlen $\text{tang } a$ gleich gross, sein Zeichen aber, weil von $\text{tang } \sigma$ abhängig, bei dem einen $+$ und bei dem andern $-$ sein. Es werden sich also die Azimuthe dieser Strahlen zu 180° ergänzen.

Ist bei dem einen Strahle h positiv und δ negativ, bei dem zweiten aber h negativ und δ positiv, so folgt aus den oben in $\gamma)$ und $\delta)$ gefundenen Werthen von $\cos \sigma$, dass δ und $\cos \sigma$ bei jedem Strahle entgegengesetzte Zeichen haben; demnach wird M für beide Strahlen dasselbe Zeichen und denselben Werth haben, somit auch $\varphi - M$. Die Werthe von $\text{tang } a$ werden daher auch hier gleich, aber von entgegengesetzten Zeichen sein, demnach sich auch in diesem Falle die Azimuthe beider Strahlen zu 180° ergänzen.

7.

Am häufigsten wird der reflectirte Strahl in der Höhe $h = 0$, also in horizontaler Richtung gebraucht.

Aus der 1. der Gleichungen (10) hat man in diesem Falle

$$0 = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \sigma,$$

woraus man zur Berechnung des Stundenwinkels des in horizontaler Richtung reflectirten Strahles

$$(14) \dots \cos \sigma = - \text{tang } \delta \text{ tang } \varphi \text{ findet.}$$

Setzt man diesen Werth statt $\cos \sigma$ in die 3. der Gleichungen (10), so folgt

$$\cos a = - \sin \delta \left[\cos \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi} \right], \text{ oder}$$

$$(15) \dots \cos a = - \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}, \text{ woraus sich } a \text{ ergibt.}$$

Man hat ferner

$$\sin^2 \sigma = 1 - \cos^2 \sigma = 1 - \text{tang}^2 \delta \text{ tang}^2 \varphi = \frac{\cos (\varphi + \delta) \cos (\varphi - \delta)}{\cos^2 \varphi \cos^2 \delta}, \text{ also}$$

$$(16) \dots \sin a = \frac{\sqrt{\cos (\varphi + \delta) \cos (\varphi - \delta)}}{\cos \varphi}. \text{ Diese Gleichung durch die Gleichung (15) dividirt, gibt}$$

(17) $\tan a = - \frac{\sqrt{\cos (\varphi + \delta) \cos (\varphi - \delta)}}{\sin \delta}$, woraus ebenfalls a berechnet werden kann.

Nimmt man auf das Zeichen von δ Rücksicht, so hat man

α) für ein positives δ

$$\cos \sigma = - \tan \delta \tan \varphi,$$

$$\cos a = - \frac{\sin \delta}{\cos \varphi},$$

$$\tan a = - \frac{\sqrt{\cos (\varphi + \delta) \cos (\varphi - \delta)}}{\sin \delta};$$

β) für ein negatives δ

$$\cos \sigma = + \tan \delta \tan \varphi,$$

$$\cos a = + \frac{\sin \delta}{\cos \varphi},$$

$$\tan a = + \frac{\sqrt{\cos (\varphi + \delta) \cos (\varphi - \delta)}}{\sin \delta}.$$

Diese Gleichungen bestätigen für den betrachteten speciellen Fall den oben über die Supplementar-Werthe der Stundenwinkel und Azimuthe bewiesenen allgemeinen Lehrsatz.

Ist $h = \delta$, so folgt aus den Gleichungen

$$\sin h = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \sigma \text{ und}$$

$$\cos h \cos a = - \sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos \sigma$$

vorherst

$$\cos \sigma = \tan \delta \left[\frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} \right] = \tan \delta \tan \left[45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right];$$

ferner

$\cos a = - \tan \delta \cos \varphi + \sin \varphi \cos \sigma$, und mit Rücksicht auf den Werth von σ

$$\cos a = - \tan \delta \cos \varphi + \tan \delta \sin \varphi \left[\frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} \right], \text{ oder}$$

$$\cos a = - \tan \delta \tan \left[45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right].$$

Auf dem so eben gezeigten Wege findet man mit Rücksichtnahme auf die Zeichen von h und δ :

α) wenn h und δ positiv

$$(18) \dots \left\{ \begin{array}{l} \cos \sigma = + \tan \delta \cdot \tan \left[45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right], \\ \cos a = - \tan \delta \cdot \tan \left[45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right]; \end{array} \right.$$

β) wenn h und δ negativ

$$(19) \dots \left\{ \begin{array}{l} \cos \sigma = - \tan \delta \cdot \tan \left[45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right], \\ \cos a = + \tan \delta \cdot \tan \left[45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right]; \end{array} \right.$$

$\gamma)$ wenn h positiv und δ negativ

$$(20) \dots \left\{ \begin{array}{l} \cos \sigma = + \operatorname{tang} \delta \cdot \operatorname{tang} \left[45^0 + \frac{\varphi}{2} \right], \\ \cos a = + \operatorname{tang} \delta \cdot \operatorname{tang} \left[45^0 + \frac{\varphi}{2} \right]; \end{array} \right.$$

$\delta)$ wenn h negativ und δ positiv

$$(21) \dots \left\{ \begin{array}{l} \cos \sigma = - \operatorname{tang} \delta \cdot \operatorname{tang} \left[45^0 + \frac{\varphi}{2} \right], \\ \cos a = - \operatorname{tang} \delta \cdot \operatorname{tang} \left[45^0 + \frac{\varphi}{2} \right]. \end{array} \right.$$

Diese Formeln bestätigen den mehrerwähnten Lehrsatz der Supplementarwinkel in dem betrachteten speciellen Falle, sie zeigen überdies, dass in den beiden Fällen $\alpha)$ und $\beta)$ auch

$$\sigma = 180^0 - a$$

und in den beiden Fällen $\gamma)$ und $\delta)$

$$\sigma = a \text{ sei.}$$

Ist $\delta = 0$, so geben die Gleichungen (10)

$$(22) \dots \left\{ \begin{array}{l} \cos \sigma = \frac{\sin h}{\cos \varphi}, \\ \operatorname{tang} a = \frac{\operatorname{tang} \sigma}{\sin \varphi}. \end{array} \right.$$

Anmerkung. Es könnte sich bei dem Gebrauche des Heliostaten ergeben, dass man die Declination des reflectirten Strahles für eine gegebene Höhe und Azimuth in voraus zu kennen wünscht. Um demnach δ aus a und h zu finden, wo φ als bekannt vorausgesetzt wird, hat man aus der 1. und 3. der Gleichungen (10), wenn man die 1. mit $\sin \varphi$, die 3. mit $\cos \varphi$ multiplicirt und die Producte von einander abzieht

$$\sin \delta = \sin h \sin \varphi - \cos h \cos \varphi \cos a,$$

eine Gleichung, in der δ durch h , a und φ gegeben ist.

Zum Behufe der logarithmischen Berechnung kann man $\frac{\cos a}{\operatorname{tang} h} = \operatorname{tang} \lambda$ setzen, wo man dann hat

$$\sin \delta = \frac{\sin h}{\cos \lambda} \sin (\varphi - \lambda).$$

Da δ immer kleiner als $\pm 90^0$ ist, so kann über den Werth und das Zeichen dieser Grösse kein Zweifel obwalten.

8.

Ich füge diesen theoretischen Erörterungen die beiden nachstehenden Tabellen bei, welche die Werthe von σ und a innerhalb der durch die Declination der Sonne bestimmten Gränzen

$$\delta = \pm 23^0 30'$$

und bezüglich der Höhe des reflectirten Strahles zwischen den Gränzen

$$h = \pm 30^0 0'$$

angeben, indem bei der Anwendung des Heliostaten zu optischen Untersuchungen wohl nicht über diese Gränzen hinausgegangen werden dürfte.

Die Polhöhe des Ortes ist $\varphi = 48^0 12'$ angenommen worden.

T a f e l I.

h	$\delta = 0^0$		$+ 5^0$		$+ 10^0$		$+ 15^0$		$+ 20^0$		$+ 23^0 30'$	
	σ	a	σ	a	σ	a	σ	a	σ	a	σ	a
- 30 ⁰	138 ⁰ 36'	130 ⁰ 13'	148 ⁰ 18'	142 ⁰ 49'	163 ⁰ 32'	161 ⁰ 12'	—	—	—	—	—	—
- 20	120 52	114 1	127 48	123 6	135 55	133 11	146 ⁰ 12'	145 ⁰ 7'	162 ⁰ 23'	—	—	—
- 10	105 6	101 22	111 4	109 16	117 30	117 30	124 42	126 16	133 11	135 55	140 ⁰ 23'	143 ⁰ 34'
0	90 0	90 0	95 37	97 31	101 22	105 6	107 26	112 51	114 1	120 52	119 6	126 45
+ 10	74 54	78 38	80 35	86 18	86 8	93 52	91 43	101 22	97 28	108 54	101 40	114 13
+ 20	59 8	65 59	65 20	74 27	71 6	82 32	76 37	90 22	82 1	97 59	85 48	103 16
+ 30 ⁰	41 ⁰ 24'	49 ⁰ 47'	49 ⁰ 4'	60 ⁰ 21'	55 ⁰ 38'	63 ⁰ 49'	61 ⁰ 31'	78 ⁰ 37'	66 ⁰ 58'	86 ⁰ 57'	70 ⁰ 38'	92 ⁰ 35'

T a f e l II.

h	$\delta = - 5^0$		$- 10^0$		$- 15^0$		$- 20^0$		$- 23^0 30'$	
	σ	a	σ	a	σ	a	σ	a	σ	a
- 30 ⁰	130 ⁰ 56'	119 ⁰ 39'	124 ⁰ 22'	110 ⁰ 11'	118 ⁰ 29'	101 ⁰ 23'	113 ⁰ 2'	93 ⁰ 3'	109 ⁰ 22'	87 ⁰ 25'
- 20	114 40	105 33	108 54	97 28	103 23	89 35	97 59	82 1	94 12	76 44
- 10	99 25	93 42	93 52	86 8	88 17	78 38	82 32	71 6	78 20	65 47
0	84 23	82 29	78 38	74 54	72 34	67 9	65 59	59 8	60 54	53 15
+ 10	68 56	70 44	62 30	62 30	55 18	53 44	46 49	44 5	39 ⁰ 37'	36 ⁰ 26'
+ 20	52 12	56 54	44 5	46 49	33 ⁰ 48'	34 ⁰ 53'	17 ⁰ 37'	17 ⁰ 37'	—	—
+ 30 ⁰	31 ⁰ 42'	37 ⁰ 11'	16 ⁰ 28'	18 ⁰ 48'	—	—	—	—	—	—

Diese Tafeln zeigen, dass sich zum Gebrauche des August'schen Heliostaten vorzugsweise gegen Ost oder West gelegene Fenster (deren Azimuth demnach nahe $= 0$ ist) eignen. Südliche Fenster (vom Azimuthe nahezu $= 90^0$) gestatten nur einen sehr beschränkten Gebrauch desselben; so kann z. B. der reflectirte Strahl durch ein gegen Süd gelegenes Fenster, so lange die Sonne ober dem Aequator steht, also während der zu optischen Versuchen günstigsten Jahreszeit, in horizontaler Richtung nicht in's Zimmer gelangen, sondern nur, wenn sich die Sonne unter dem Aequator befindet, und selbst dann in einer sehr schiefen, von der nach Süden sehenden Wand wenig abstehenden Richtung.

Indem es sich beim Gebrauche des Heliostaten nicht um sehr genaue, sondern in der Regel um genäherte Bestimmungen der Grössen h , σ und a handelt, so werden diese Tafeln auch für andere nicht um viele Grade verschiedene Polhöhen brauchbar sein.

Für die Polhöhe

$$\varphi' = \varphi + \Delta \varphi$$

können die Aenderungen einer jeden der 3 obgenannten Grössen, die beiden andern als ungeändert gesetzt, näherungsweise aus folgenden Gleichungen gefunden werden:

$$\Delta h = - \cos a. \Delta \varphi,$$

$$\Delta \sigma = \sin \sigma. \operatorname{tang} \delta. \Delta \varphi,$$

$$\Delta a = - \sin a. \operatorname{tang} h. \Delta \varphi.$$



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Verhandlungen des naturforschenden Vereines in Brünn](#)

Jahr/Year: 1863

Band/Volume: [02](#)

Autor(en)/Author(s): Koller Marian Wolfgang

Artikel/Article: [Zur Theorie des August'schen Heliostaten 3-14](#)